



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



## Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

## Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

## Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.

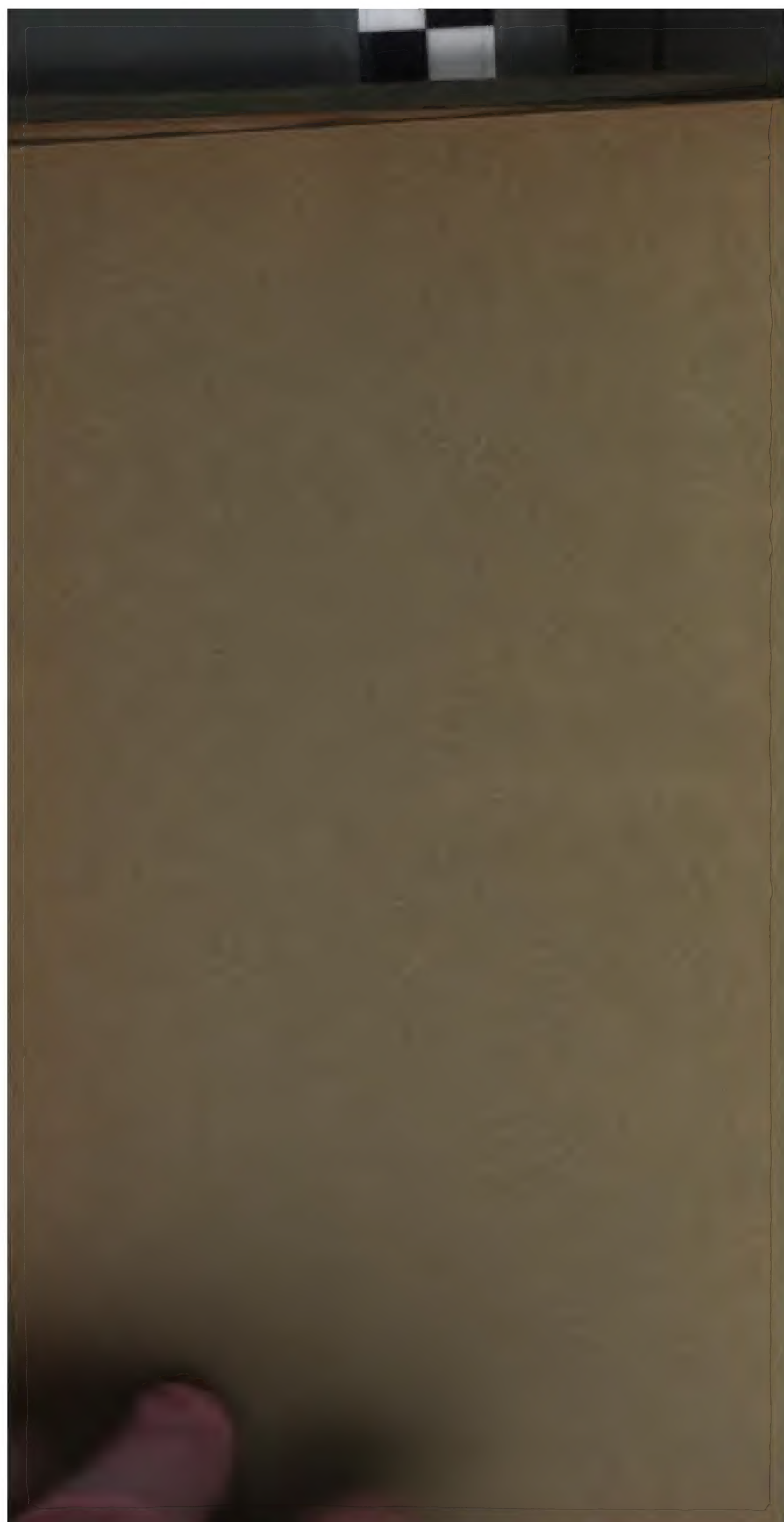










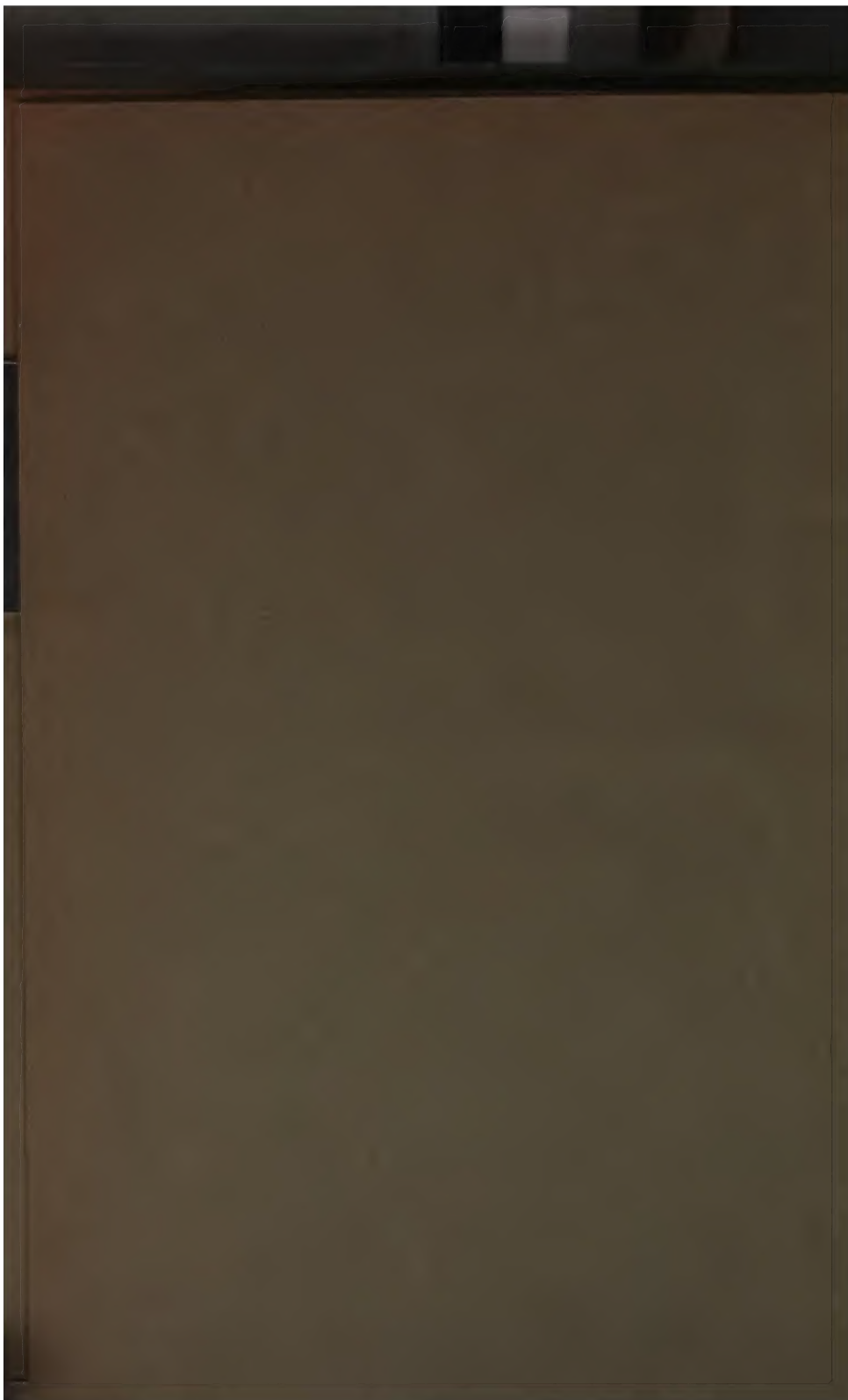
















	Seite
§. 17. Versuche von Gauss . . . . .	102
Messung des Magnetismus nach absolutem Maß . . . . .	106
Dimensionen des Maßes der erdmagnetischen Intensität . . . . .	107
§. 18. Verteilung des Magnetismus im Innern der Magnete . . . . .	108
Theorie von Biot; Theorie von van Rees . . . . .	109
§. 19. Einfluss mechanischer Kräfte auf den Magnetismus eines Stabes . . . . .	113
Beziehung zwischen Magnetismus und Torsion . . . . .	116
§. 20. Einfluss der Wärme auf den Magnetismus . . . . .	121
Wärmeerregung durch Magnetisieren . . . . .	126
§. 21. Einfluss des Lichtes auf den Magnetismus . . . . .	126

## Zweites Kapitel.

### Vom Erdmagnetismus.

§. 22. Nachweis des magnetischen Zustandes der Erde . . . . .	128
Magnetismus der Lage . . . . .	130
§. 23. Bestimmung der Deklination . . . . .	131
Reisetheodolith von Lamont . . . . .	136
§. 24. Bestimmung der Inklination . . . . .	138
Methode von Lloyd . . . . .	142
§. 25. Bestimmung der Intensität der erdmagnetischen Kraft . . . . .	144
Bifilarmagnetometer von Gauss . . . . .	147
§. 26. Der magnetische Zustand der Erde . . . . .	152
Theorie von Gauss . . . . .	156
§. 27. Variationen des Erdmagnetismus . . . . .	160

## Zweiter Abschnitt.

### Die Lehre von der Reibungselektricität.

#### Erstes Kapitel.

##### Die Elektricität im Zustande der Isolation.

§. 28. Erkennung des elektrischen Zustandes; positive und negative Elektricität; Elektroskope . . . . .	165
§. 29. Mittheilung und Leitung der Elektricität; Leiter und Nichtleiter . . . . .	171
§. 30. Erregung der Elektricität; durch Reibung . . . . .	175
Durch Schaben, Feilen und Druck . . . . .	178
Pyroelektricität; Aktinoelektricität . . . . .	179
§. 31. Maß des elektrischen Zustandes . . . . .	182
Absolutes Maß; Dimensionen desselben . . . . .	184
§. 32. Gesetze der elektrischen Anziehung und Abstofsung . . . . .	185
§. 33. Messung der Elektricitätsmenge mit der Torsionswage . . . . .	193
Messung in absolutem Maße . . . . .	195
§. 34. Schwächung des elektrischen Zustandes mit der Zeit; Zerstreung . . . . .	197
Abfluß über die isolierenden Stützen . . . . .	201
§. 35. Die elektrische Verteilung oder Influenz . . . . .	207
§. 36. Der elektrische Zustand der neutralen Körper . . . . .	213
§. 37. Potentialfunktion einer Elektricitätsmenge . . . . .	219
§. 38. Sitz des elektrischen Zustandes . . . . .	221
Elektrische Dichtigkeit . . . . .	225
Spannung der freien Elektricität . . . . .	227
§. 39. Verteilung der Elektricität auf einzelnen Leitern . . . . .	227
Elektrische Kapacität . . . . .	229
Verteilung auf der Kugel; dem Ellipsoid . . . . .	230

# Inhaltsverzeichnis.

V

	Seite
Verteilung auf der elliptischen und kreisförmigen Platte . . . . .	232
Elektrische Energie eines geladenen Leiters . . . . .	235
Untersuchung der elektrischen Verteilung mit Prüfungskörpern . . . . .	236
40. Verteilung der Elektrizität auf mehreren leitend verbundenen Leitern . . . . .	240
41. Elektrisches Verhalten paralleler leitender Flächen . . . . .	245
Konzentrische Kugeln . . . . .	246
Parallele Ebenen . . . . .	248
Allgemeine Behandlung paralleler Leiter . . . . .	251
Cylinder mit gemeinschaftlicher Axe . . . . .	253
42. Elektrisierte Leiter in Hohlräumen anderer Leiter . . . . .	255
43. Verteilung der Elektrizität auf getrennten Leitern . . . . .	257
W. Thomsons Methode der elektrischen Bilder . . . . .	260
44. Eigenschaften der Spitzen . . . . .	264
45. Messung der elektrischen Potentialfunktion; Torsionselektrometer von Kohlrausch . . . . .	268
46. Sinuselektrometer von Kohlrausch . . . . .	272
47. Elektrometer von W. Thomson . . . . .	276
Elektrometer von Kirchhoff, Mascart, Hankel . . . . .	284
48. Elektrische Polarisation in Nichtleitern . . . . .	285
Spezifisches Induktionsvermögen . . . . .	287
Dielektritätskonstante und Elektrisierungskonstante . . . . .	292
49. Messung der Dielektritätskonstante; I. Durch Kapacitätsmessungen . . . . .	295
II. Messung der Anziehung einer dielektrischen Kugel . . . . .	300
III. Messung der Anziehung zweier Kondensatorplatten in verschiedenen dielektrischen Medien . . . . .	305
Satz von v. Helmholtz über die Anziehungen zweier elektrischer Mengen in dielektrischen Medien . . . . .	305
Absolutes Elektrometer von W. Thomson . . . . .	310
Dielektritätskonstanten einiger fester und flüssiger Körper . . . . .	311
IV. Messung der Dielektritätskonstanten der Gase . . . . .	312
50. Leitung in dielektrischen Medien . . . . .	319
Untersuchung der mit der Zeit wachsenden Influenz . . . . .	320
51. Mechanische und optische Erscheinungen bei der Influenz auf Dielektrica . . . . .	334
52. Faraday-Maxwellssche Theorie der elektrischen Fernwirkung . . . . .	341
53. Die Elektrisiermaschine . . . . .	346
Die Dampfelektrisiermaschine . . . . .	350
54. Der Elektrophor . . . . .	354
55. Die Influenzmaschine . . . . .	359
56. Der elektrische Ansammlungsapparat . . . . .	363
57. Der Kondensator . . . . .	366
58. Der Ladungsapparat; Leydner Flasche; Franklinsche Platte . . . . .	369

## Zweites Kapitel.

### Die Entladung der Elektrizität und deren Wirkungen.

59. Die Entladung der Elektrizität . . . . .	374
Entladung in der Schlagweite; Beziehung zwischen der Schlagweite und der elektrischen Dichtigkeit . . . . .	376
60. Messung der elektrischen Dichtigkeit einer Batterie; Ladungsstativ und Maßflasche . . . . .	386
61. Dauer der Entladung . . . . .	388
Partialentladungen . . . . .	391
Oscillierende Entladungen . . . . .	397
Theorie von v. Helmholtz, W. Thomson, Kirchhoff . . . . .	399
62. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität . . . . .	401
63. Der elektrische Rückstand in der Batterie . . . . .	405
Theorie des Rückstandes von Kohlrausch und Clausius . . . . .	408

	Seite
Bestätigung der Theorie durch die Versuche von Wüllner . . . . .	411
Theorie der Rückstandsbildung von Maxwell . . . . .	414
§. 64. Wärmeerregung durch die elektrische Entladung . . . . .	417
Elektrisches Luftthermometer . . . . .	419
Versuche von Riess . . . . .	423
Theorie der Wärmeentwicklung durch die Entladung . . . . .	428
§. 65. Mechanische Wirkungen der Entladung . . . . .	431
§. 66. Lichtwirkung der elektrischen Entladung . . . . .	434
§. 67. Übersicht über die weiteren Wirkungen des Entladungsstromes . . . . .	438
Der elektrische Rückschlag . . . . .	440

### Dritter Abschnitt.

#### Der Galvanismus.

##### Erstes Kapitel.

##### Die Entstehung des galvanischen Stromes und die Gesetze der Stromstärke.

§. 68. Elektricitäts-erregung bei Berührung zweier Metalle; Entdeckung des Galvanismus . . . . .	441
Voltas Fundamentalversuche . . . . .	443
Elektromotorische Kraft . . . . .	445
§. 69. Die elektrische Spannungsreihe . . . . .	449
Gesetz der elektrischen Spannungsreihe; Spannungsgesetz . . . . .	451
Messung der elektrischen Differenzen von Kohlrausch . . . . .	453
Messungen von Gerland, Clifton, Hankel, Pellat . . . . .	457
§. 70. Elektricitäts-erregung bei Berührung von Metallen und Flüssigkeiten	461
De la Rives Erklärung der Voltaschen Fundamentalversuche . . . . .	466
Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Wasser . . . . .	469
§. 71. Spannungsreihe der Metalle in Flüssigkeiten . . . . .	471
Entstehung des Stromes . . . . .	472
Poggendorffs elektromotorisches Gesetz . . . . .	477
§. 72. Elektricitäts-erregung bei Berührung zweier Flüssigkeiten . . . . .	479
§. 73. Elektricitäts-erregung bei Berührung von Metallen und Gasen . . . . .	483
§. 74. Die Voltasche Säule . . . . .	486
§. 75. Trockene Säulen . . . . .	491
§. 76. Verschiedene Formen der Voltaschen Säule . . . . .	493
§. 77. Die konstanten Ketten; Element von Daniell . . . . .	498
Element von Grove, von Bunsen . . . . .	502
Element von Warren de la Rue und H. Müller oder Pincus . . . . .	505
Bunsens Chromsäureelement . . . . .	506
§. 78. Das Ohmsche Gesetz, Ableitung desselben aus den Gesetzen der elektrischen Verteilung . . . . .	507
Das Gefälle der Elektricität . . . . .	513
Leitungswiderstand . . . . .	515
§. 79. Experimentelle Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch die Versuche von Kohlrausch; Messung des elektrischen Gefälles . . . . .	521
§. 80. Experimentelle Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch Messung der Stromstärke . . . . .	525
Voltameter; Chemische Einheit der Stromstärke . . . . .	526
Tangentenbusssole; Reduktionsfaktor . . . . .	527
Maximum der Stromstärke . . . . .	532
§. 81. Stromverzweigung . . . . .	534
Kirchhoffs Sätze über die Stromverzweigung . . . . .	536
Stromverzweigung mit einer Brücke . . . . .	538
Poggendorffs Stromverzweigung . . . . .	539



	Seite
82. Ströme in ungeschlossenen Leitern . . . . .	540
Versuche von Siemens, Ladung eines Kondensators . . . . .	541
Ströme bei stationärem Zustande eines nicht geschlossenen langen Leiters . . . . .	544
83. Widerstandseinheiten, Rheostaten und Rheochorde . . . . .	549
Prüfung des Rheostaten . . . . .	556
84. Widerstandsmessungen durch Beobachtung von Stromstärken . . . . .	557
Methoden von Ohm und Lenz . . . . .	558
Methode von Bosscha, Schröder van der Kolk, Sirks . . . . .	559
Messung der Potentialdifferenz . . . . .	561
85. Widerstandsmessungen durch Stromverzweigungen . . . . .	562
Methode von Pouillet und Becquerel . . . . .	562
Methode von Wheatstone mit der Brücke . . . . .	564
Wheatstone-Kirchhoffsche Brücke . . . . .	565
Graduierung der Brücke . . . . .	567
Methode von W. Thomson zur Messung kleiner Widerstände . . . . .	569
Methode von Kirchhoff zur Messung kleiner Widerstände . . . . .	573
86. Leitungsfähigkeit fester Körper . . . . .	574
Leitungsfähigkeit der Legierungen . . . . .	576
Einfluss des physikalischen Zustandes auf die Leitungsfähigkeit . . . . .	577
Einfluss der Temperatur . . . . .	578
Beziehung zwischen der Leitungsfähigkeit für Elektrizität und für Wärme . . . . .	580
87. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten; Methoden zur Bestimmung derselben . . . . .	583
Einfluss der Temperatur auf die Leitungsfähigkeit . . . . .	585
Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit von der Konzentration bei Lösungen . . . . .	588
Einfluss des Lösungsmittels . . . . .	596
88. Bestimmung der elektromotorischen Kraft . . . . .	597
Kompensationsmethode von Poggendorff . . . . .	598
Modifikation der Poggendorffschen Methode durch Bosscha . . . . .	600
Durch E. Du Bois-Reymond . . . . .	601
Methoden von Fechner und Wheatstone . . . . .	603
Bestimmung der elektromotorischen Kraft durch Messung der Potentialdifferenz . . . . .	605
Elektromotorische Kraft der konstanten Elemente . . . . .	609
Elektromotorische Kraft der Gassäulen . . . . .	613
89. Bestimmung des Widerstandes in den Elementen . . . . .	614
90. Thermostrome . . . . .	618
Thermoelektrische Spannungsreihe . . . . .	620
Abhängigkeit der thermoelektromotorischen Kraft von der Temperaturdifferenz der Lötstellen . . . . .	622
Neutraler Punkt . . . . .	625
Größe der thermoelektromotorischen Kraft . . . . .	631

## Zweites Kapitel.

### Die Wirkungen des galvanischen Stromes in dem Schliessungskreise.

91. Wärmeentwicklung im Schliessungskreise . . . . .	633
Gesetz von Joule; Prüfung desselben für feste Leiter . . . . .	634
Prüfung des Jouleschen Gesetzes für Flüssigkeiten . . . . .	637
Folgerung aus dem Jouleschen Gesetze betreffend die im ganzen Stromkreise entwickelte Wärme . . . . .	638
92. Beziehung zwischen der im Strome entwickelten zu der durch die chemischen Prozesse im Element entwickelten Wärme . . . . .	639
Satz von Favre; Versuche von Favre, Raoult, J. Thomsen . . . . .	640
Theorie von F. Braun . . . . .	646

- §. 93. Ableitung des Jouleschen Gesetzes aus dem Ohmschen Gesetze . . . . .
- §. 94. Temperaturänderungen an Berührungsstellen heterogener Leiter . . . . .  
     Versuche von Edlund und Le Roux . . . . .  
     Theorie der Temperaturänderungen an Berührungsstellen . . . . .
- §. 95. Theorie der Thermoströme . . . . .  
     Elektromotorische Kraft in den einzelnen Leitern . . . . .  
     Theorie der Thermoströme von F. Kohlrausch . . . . .
- §. 96. Galvanisches Glühen von Drähten . . . . .  
     Glühlampen . . . . .
- §. 97. Der elektrische Flammbogen . . . . .  
     Widerstand bzw. elektromotorische Kraft des Flamm bogens . . . . .
- §. 98. Elektrolyse binärer Verbindungen . . . . .  
     Elektrolyse von Lösungen . . . . .  
     Elektrolyse der Sauerstoffsalze . . . . .
- §. 99. Faradays Gesetz der festen elektrolytischen Aktion . . . . .  
     Elektrolytische Leitung der Flüssigkeiten . . . . .
- §. 100. Sekundäre Aktionen bei der Elektrolyse . . . . .  
     Zersetzung des Wassers . . . . .  
     Entstehung von Ozon und Wasserstoffsuperoxyd . . . . .
- §. 101. Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen . . . . .
- §. 102. Wanderung der Ionen . . . . .
- §. 103. Elektrische Endosmose . . . . .  
     Fortführung der Flüssigkeit in kapillaren Röhren . . . . .  
     Fortführung suspendierter Flüssigkeitsteilchen . . . . .
- §. 104. Elektrolyse von Lösungsgemischen . . . . .
- §. 105. Chemische Wirkung der Reibungselektricität . . . . .
- §. 106. Theorie der Elektrolyse; Auffassung von Grothius . . . . .  
     Theorie von Magnus, Ampère, De la Rive, Berzelius, Fechner . . . . .  
     Satz von Hittorf über die Elektrolysierbarkeit von Verbindungen . . . . .  
     Theorie der Elektrolyse von Salzlösungen nach Hittorf, Wiedemann, Quincke . . . . .  
     Theorie von Clausius . . . . .
- §. 107. Theorie der Leitung der Lösungen . . . . .  
     Leitungsfähigkeit und Flüssigkeitsreibung . . . . .  
     Theorie von F. Kohlrausch . . . . .
- §. 108. Polarisation und Übergangswiderstand . . . . .  
     Übergangswiderstand . . . . .  
     Untersuchungen von Fechner und Lenz . . . . .  
     Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft der Polarisation von der Stromstärke . . . . .  
     Elektrolytische Konvektion . . . . .  
     Abhängigkeit der Polarisation vom Metall der Elektroden . . . . .  
     Polarisation durch verschiedene Gase . . . . .
- §. 109. Sekundäre Elemente; Accumulatoren . . . . .
- §. 110. Passivität des Eisens . . . . .
- §. 111. Mechanische Wirkungen des Stromes . . . . .  
     Galvanische Ausdehnung . . . . .
- §. 112. Diaphragmenströme . . . . .  
     Strömungsströme . . . . .  
     Theorie der elektrischen Fortführung und der Strömungsströme von v. Helmholtz . . . . .
- §. 113. Theorien des Galvanismus . . . . .  
     Kontakttheorie . . . . .  
     Chemische Theorie . . . . .  
     Theorie von Schönbein . . . . .

## Vierter Abschnitt.

## Die Wirkungen des Stromes ausserhalb des Stromkreises.

## Erstes Kapitel.

## Elektrodynamik.

	Seite
§. 114. Anziehung und Abstossung zweier galvanischer Ströme . . . . .	799
Ampèresches Gestell . . . . .	800
Elektrodynamische Rotationen . . . . .	807
§. 115. Elektrodynamisches Grundgesetz . . . . .	809
Bestimmung der Konstanten des elektrodynamischen Grundgesetzes . . . . .	814
§. 116. Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Element . . . . .	823
Bestimmung der Wirkung durch die Direktrix . . . . .	825
§. 117. Das Potential zweier geschlossener Ströme auf einander. . . . .	827
§. 118. W. Webers experimentelle Prüfung des elektrodynamischen Grundgesetzes . . . . .	831
Drehungsmoment zweier Kreisströme . . . . .	832
Elektrodynamometer . . . . .	836
Messungen W. Webers . . . . .	842
§. 119. W. Webers elektrisches Grundgesetz. . . . .	844
Einwürfe von W. Thomson und Tait gegen das Webersche Gesetz . . . . .	851
Widerlegung der Einwürfe durch den Nachweis, daß nach dem Weberschen Gesetze für die Wirkung zweier elektrischer Theilen eine Potentialfunktion existiert. . . . .	852
Einwürfe von v. Helmholtz . . . . .	854
Webers Erwiderung gegen den ersten Einwurf . . . . .	857
Zweiter Einwurf von v. Helmholtz und Webers Erwiderung . . . . .	858
v. Helmholtzs elementares Potentialgesetz und Zurückziehung desselben . . . . .	860
Einwurf von Clausius; elektrisches Grundgesetz von Clausius . . . . .	861
Würdigung des Clausiusschen Einwurfes und dessen Grundgesetzes . . . . .	862
§. 120. Richtung der Ströme unter dem Einflusse der Erde . . . . .	863
§. 121. Verhalten der Solenoide und elektrodynamischen Cylinder. . . . .	867
Wirkung eines unendlich kleinen Stromes auf ein Element . . . . .	868
Wirkung eines Solenoidpoles . . . . .	871
§. 125. Wirkung eines geradlinigen Stromes auf ein Solenoid. . . . .	874
Wirkung eines Kreisstromes auf einen Solenoidpol . . . . .	876

## Zweites Kapitel.

## Elektromagnetismus und Diamagnetismus.

§. 122. Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom . . . . .	880
Gesetz von Biot und Savart . . . . .	882
Ableitung einzelner Fälle aus dem Biot-Savartschen Gesetz . . . . .	884
§. 123. Ampères Theorie des Magnetismus . . . . .	887
§. 124. Rotation von Strömen unter dem Einflusse von Magneten . . . . .	891
§. 125. Rotation von Magneten unter dem Einflusse eines Stromes . . . . .	896
§. 126. Ablenkung eines Stromes in einem Leiter; Phänomen von Hall . . . . .	899
§. 127. Ablenkung einer Magnetnadel durch einen Kreisstrom; Bussolen . . . . .	901
Tangentenbusssole von Pouillet und W. Weber . . . . .	903
Tangentenbusssole von Obach . . . . .	905
Tangentenbusssole von Wiedemann; Spiegelbussolen . . . . .	905

	Seite
Tangentenbusssole von W. Weber . . . . .	907
Tangentenbusssole von v. Helmholtz und Gaugain . . . . .	908
Sinusbusssole . . . . .	910
Der Multiplikator . . . . .	912
§. 128. Messung der Stromstärke nach absolutem Maße . . . . .	916
Absolutes elektromagnetisches Maß . . . . .	917
Elektrochemisches Äquivalent des Wassers . . . . .	921
Dimensionen des Strommaßes; Definition des Ampère . . . . .	922
Absolutes elektrodynamisches Maß . . . . .	923
§. 129. Magnetisierung durch den galvanischen Strom . . . . .	925
Elektromagnete . . . . .	929
§. 130. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke; Versuche von Lenz und Jacobi . . . . .	931
Versuche von Müller und von Waltenhofen . . . . .	935
Theorie der Magnetisierung von W. Weber . . . . .	940
Versuche von Wiedemann und von Quintus Icilius . . . . .	945
§. 131. Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Beschaffenheit der Stäbe . . . . .	947
Theorie der Magnetisierung von Poisson . . . . .	949
Magnetisierung des Rotationsellipsoides . . . . .	952
Magnetisierungsfunktion . . . . .	954
Magnetisierung cylindrischer Stäbe; empirische Sätze über die Abhängigkeit des Magnetismus von der Dicke und Länge der Stäbe	957
Satz von W. Thomson . . . . .	960
Verteilung des Magnetismus im Querschnitt des Elektromagneten	963
Verteilung des Magnetismus nach der Länge des Elektromagneten	965
§. 132. Anziehung und Tragkraft der Elektromagnete . . . . .	969
§. 133. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität . . . . .	975
§. 134. Magnetisches Verhalten nicht eisenhaltiger Körper, Diamagnetismus Diamagnetismus und Magnetismus der Flüssigkeiten . . . . .	977
Abhängigkeit der diamagnetischen Abstossung von der Umgebung	982
Diamagnetismus der Gase . . . . .	984
§. 135. Diamagnetische Polarität . . . . .	985
Diamagnetometer von W. Weber . . . . .	987
Archimedisches Princip im Magnetfelde . . . . .	991
§. 136. Abhängigkeit des Diamagnetismus von der magnetisierenden Kraft Specifischer Magnetismus verschiedener Substanzen . . . . .	992
Magnetisierungskonstante des Wismut . . . . .	998
Magnetismus der Salze und deren Lösungen; Molekularmagnetismus	998
§. 137. Magnetrystallkraft . . . . .	1001
§. 138. Drehung der Polarisationssebene durch Magnete und den Strom . . . . .	1006
Beobachtungen von Faraday; Unterschied der magnetischen und optischen Drehung . . . . .	1008
Nachweis der Drehung für die Wärmestrahlen . . . . .	1011
Untersuchung von Bertin . . . . .	1012
Untersuchung von Verdet . . . . .	1014
Abhängigkeit der Drehung von der Wellenlänge . . . . .	1016
Positive und negative Drehung . . . . .	1017
Drehung der Polarisationssebene bei Reflexion im magnetischen Feld	1019

### Drittes Kapitel.

#### Elektrische Induktion.

§. 139. Induktion in linearen Leitern durch entstehende und verschwin- dende Ströme . . . . .	1020
Induktion in den Leitern durch Annähern oder Entfernen eines Stromes . . . . .	1024
Gesetz von Lenz über die Stromerregungen durch Induktion . . . . .	1024
Induktion durch Magnete . . . . .	1025

# Inhaltsverzeichnis.

XI

	Seite
§ 140. Gesetze der Induktionsströme . . . . .	1027
Messungen von <i>Lenz</i> . . . . .	1027
Messungen von <i>W. Weber</i> . . . . .	1031
Vergleich der Induktion durch Ströme und derjenigen durch Magnete . . . . .	1035
§ 141. Extrastrom . . . . .	1039
Messungen von <i>Edlund</i> . . . . .	1042
§ 142. Ströme induziert durch Reibungselektricität . . . . .	1045
§ 143. Unipolare Induktion . . . . .	1047
§ 144. Induktion durch den Erdmagnetismus Bestimmung der Inklination mit dem Erdinduktor von <i>W. Weber</i> . . . . .	1051 1053
§ 145. Induktionsströme höherer Ordnung . . . . .	1055
§ 146. Theorie der Induktion von <i>F. E. Neumann</i> . . . . .	1057
Induktion in Leitern mit Gleitstellen . . . . .	1061
§ 147. <i>W. Webers</i> Theorie der Induktion . . . . .	1063
Induktion in einem linearen Leiter durch Annäherung an einen Strom . . . . .	1065
Induktion in einem linearen Leiter durch Entstehen eines Stromes in einem benachbarten Stromkreise . . . . .	1070
Messungen von <i>Buff</i> über die Induktion in einem geradlinigen Leiter . . . . .	1074
§ 148. Induktion in körperlichen Leitern, Rotationsmagnetismus . . . . .	1076
§ 149. Anwendung der Dämpfung bei der Galvanometrie . . . . .	1083
Theorie der aperiodischen Galvanometer . . . . .	1084
Messung konstanter Ströme durch den ersten Ausschlag bei ge- dämpften Galvanometern . . . . .	1087
Messung der Induktionsströme durch den ersten Ausschlag . . . . .	1088
Multiplikationsmethode . . . . .	1089
§ 150. Dauer der Induktionsströme . . . . .	1090
§ 151. Magnetelektrische und dynamoelektrische Induktionsapparate . . . . .	1096
Induktionsapparat von <i>Stöhrer</i> . . . . .	1097
Grammescher Ring . . . . .	1100
Induktionstrommel von <i>v. Hefner-Alteneck</i> . . . . .	1102
Maschine von <i>Gramme</i> . . . . .	1104
Maschine von <i>Siemens</i> . . . . .	1105
§ 152. Theorie der Dynamomaschinen . . . . .	1107
Das Telephon . . . . .	1111
§ 153. Elektromagnetische Induktionsapparate . . . . .	1112
§ 154. Spannungserscheinungen an geöffneten Induktionsspiralen . . . . .	1117
§ 155. Entladungen durch mit verdünnten Gasen gefüllte Räume . . . . .	1121
Das positive Büschellicht . . . . .	1124
Das negative Licht . . . . .	1130
Elektrische Leitung der Gase . . . . .	1132
§ 156. Einfluss des Magnetes auf das elektrische Licht . . . . .	1135
§ 157. Zurückführung der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes auf absolutes Maß . . . . .	1138 1139
Absolutes elektromagnetisches Maß . . . . .	1141
Dimensionen der absoluten elektromagnetischen Maße . . . . .	1142
Volt, Ohm, Ampère, Coulomb, Farad . . . . .	1143
Methoden zur Vergleichung der Quecksilbereinheit mit dem Ohm Wert des Ohm in Quecksilbereinheiten . . . . .	1150 1151
§ 158. Absolutes elektrodynamisches Maß der Konstanten . . . . .	1151
§ 159. Absolutes mechanisches Maß der Konstanten . . . . .	1153
Dimensionen des mechanischen Maßes verglichen mit den Dimen- sionen des elektromagnetischen Maßes . . . . .	1155
Bestimmung der Geschwindigkeit <i>v</i> . . . . .	1156
Adeutung betreffs der elektromagnetischen Lichttheorie . . . . .	1160
§ 160. Vergleichungen der Arbeiten des Stromes mit der mechanischen Wärmethorie . . . . .	1161
Bestimmung der Konstanten in der Gleichung für die entwickelte Wärmemenge . . . . .	1162

Versuche von v. Quintus Icilius; Joule u. Fr. Weber. . . . .	Seite 1163
Thomson'scher Satz über das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur chemisch in den Ketten entwickelten Wärmemenge.	1166
Theorie von Braun über die Beziehung der elektromotorischen Kraft zur chemisch in den Ketten entwickelten Wärmemenge.	1166
Satz von v. Helmholtz über die Abhängigkeit der elektromotori- schen Kraft von der Temperatur entwickelt aus der Theorie von Braun . . . . .	1168
Bestätigung des Satzes durch die Messungen von Czapski, Gockel, Jahn . . . . .	1169
Elektrolyse . . . . .	1172
Induktion . . . . .	1174

## Einleitung.

### Grundzüge der Lehre vom Potential.

#### §. 1.

**Die Potentialfunktion.** Die magnetischen und elektrischen Erscheinungen, deren Behandlung die Aufgabe des vorliegenden Bandes ist, sind meist abhängig von den Anziehungen und Abstosungen, welche getrennte Magnetismen oder Elektricitäten auf einander ausüben. Dabei kommt es häufig, ja bei den elektrischen Erscheinungen in der Regel vor, daß die auf einander einwirkenden Agentien nicht in zwei Punkten konzentriert sind, daß vielmehr eine ausgedehnte Menge auf einen Punkt oder daß zwei ausgedehnte Mengen auf einander einwirken. Die direkte Berechnung der Anziehungen oder Abstosungen ist in den letzteren Fällen eine ziemlich komplizierte, weil die Richtungen, nach welchen die einzelnen Punkte der auf einander einwirkenden Mengen einander anziehen und abstossen, sehr verschieden sind.

Die Berechnung dieser Wirkungen wird äußerst erleichtert durch Einführung einer Funktion, aus welcher sich die Anziehung oder Abstosung, welche irgend ein das wirksame Agens enthaltender Punkt, von einem andern dieses Agens ebenfalls enthaltenden Punkte, oder von mehreren solchen Punkten oder auch von einer ausgedehnten Menge des Agens erfährt, direkt berechnen läßt. Eine solche Funktion nennt man im allgemeinen Kräftefunktion<sup>1)</sup>; in dem speciellen von uns zu besprechenden Falle, in welchem sich zwei in je einem Punkte konzentrierte Mengen des Agens mit einer Kraft anziehen oder abstossen, welche der GröÙe dieser Mengen direkt, dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional ist, die Potentialfunktion oder auch schlechtweg das Potential. Erstere Bezeichnung wurde von Green gewählt, der zuerst diese Funktion ausführlicher behandelte und ihre Eigenschaften darlegte<sup>2)</sup>; letztere Bezeichnung wählte Gauss, der ohne die Arbeit von Green zu kennen in seiner Abhandlung: „Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs- und Abstosungskräfte“ die Theorie der Funktion schon vollständig ent-

1) *Clausius*, Die Potentialfunktion und das Potential. 3. Aufl., Leipzig 1877. §. 4 gemäß der von Hamilton gewählten Bezeichnung force function.

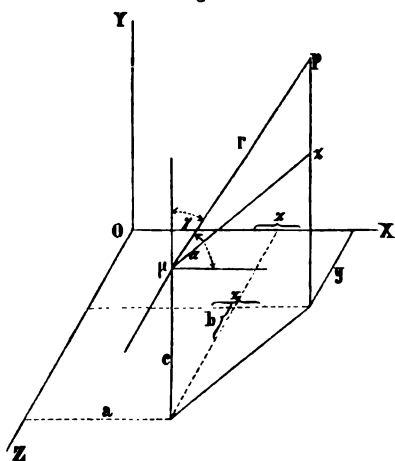
2) *Green*. An essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism. Nottingham 1828; wieder abgedruckt in *Crelles Journal* Bd. XLIV und XLVII.

wickelte<sup>1)</sup>. Clausius hat später<sup>2)</sup> die Greensche Bezeichnung wieder genommen und einen Unterschied zwischen Potentialfunktion und Potential gemacht, der später hervortreten wird.

Gleich an dieser Stelle wollen wir schon hervorheben, daß wir zwar von Kräften gesprochen haben, mit denen Agentien sich an oder abstoßen mit einer Stärke, welche dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional ist, daß die Potentialfunktion indes von Bedeutung gar nichts einbüßt, wenn wir eine direkte Fernwirkung den Raum gar nicht annehmen. Ob die von einem Punkte des Raumes auf einen andern ausgehende Wirkung direkte Fernwirkung ist, oder sie durch Vermittelung eines Zwischenmittels von Punkt zu Punkt schreitend zustande kommt, ist ganz gleichgiltig; die unsern Untersuchungen zu Grunde liegende Voraussetzung ist nur die, daß die Wirkung des einen Punktes auf den andern abnimmt, wie die Quadrate der Entfernung wachsen. Wir bemerken das schon hier, weil wir sehen, daß man in neuerer Zeit versucht hat, die elektrischen Erscheinungen ohne Annahme einer Fernwirkung verständlich zu machen.

Zur Definition der Potentialfunktion, um die Greensche Bezeichnung zu erhalten und mit Clausius Potentialfunktion und Potential voneinander zu unterscheiden, denken wir uns in einem Punkte  $p$  des Raumes durch seine drei auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem bezogenen Koordinaten  $x, y, z$ , Fig. 1, gegeben ist, die Menge eines des wirklichen

Fig. 1.



Agens konzentriert. In einem Punkte  $\mu$  des Raumes, der durch Koordinaten  $a, b, c$  gegeben ist, die Menge  $m$  des wirklichen Agens konzentriert. Die Kraft, mit welcher die im Punkte  $\mu$  vorhandene Menge die im Punkte  $p$  vorhandene Menge anzieht oder abstößt, oder allgemeiner ausgedrückt, durch welche von der im Punkte  $\mu$  vorhandene Menge ausgehend in  $p$  die Wirkung erfolgt, ist, wenn  $\mu p = r$  gesetzt

$$\pm k \frac{m}{r^2}.$$

Das Vorzeichen ist unbestimmt, es folge der Wirkung sowohl ein Anziehen von  $p$  gegen  $m$  hin, als von  $m$  gegen  $p$  eintreten, oder kurz ausgedrückt:

die Kraft eine anziehende oder abstößende sein kann. Wir wollen die abstößenden Kräfte, welche den Abstand  $r$  zu vergrößern suchen, dem positiven, die anziehenden mit dem negativen Vorzeichen versehen.

Die in dem Ausdrucke stehende Konstante  $k$  hängt von dem

1) Gauss, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins, Jahre 1839.

2) Clausius a. a. O. §. 12. Die Schrift von Clausius giebt eine sehr scharfsinnige Darstellung der Lehre von der Potentialfunktion.



ab, mit welchem wir die Menge des wirksamen Agens messen. Wir können dieselbe gleich 1 setzen, wenn wir jene Menge des Agens gleich der Einheit setzen, welche auf eine ihr gleiche aus der Einheit der Entfernung die Einheit der Anziehung oder Abstossung ausübt. Denn in dem Falle wird für  $m = 1$  und  $r = 1$  die Wirkung gleich eins, demzufolge muß  $k = 1$  gesetzt werden.

Die Wirkung der Masse  $m$  ist nach der Verbindungslinie  $\mu p$  gerichtet. Sind ausser der Masse  $m$  im Punkte  $\mu$  noch andere Mengen  $m_1, m_2 \dots$  in Punkten  $\mu_1, \mu_2 \dots$  vorhanden, welche von dem Punkte  $p$  nach irgend welchen Richtungen um  $r_1, r_2 \dots$  entfernt sind, so erhält der Punkt  $p$  von dieser die jedesmal nach der Richtung der Verbindungslinie gehenden Antriebe

$$\pm \frac{m_1}{r_1^2}, \quad \pm \frac{m_2}{r_2^2} \dots$$

Um die Grösse und Richtung der resultierenden auf die Menge eins des im Punkte  $p$  konzentrierten Agens, oder wie wir kurz sagen wollen, auf den Punkt  $p$  wirkenden Kraft zu erhalten, müssen wir jede dieser Kräfte in ihre Komponenten parallel  $X, Y, Z$  zerlegen. Die Summe der Komponenten parallel einer der Axen giebt die auf den Punkt  $p$  überhaupt nach dieser Richtung wirkende Kraft, so daß wir in den drei den Axen parallelen Komponenten drei auf den Punkt  $p$  wirkende Kräfte erhalten, aus denen wir nach dem Satze vom Kräfteparallelogramm die Grösse und Richtung der Resultierenden berechnen können. Die Komponenten dieser Kräfte parallel den Axen erhalten wir, indem wir die Kräfte mit dem Cosinus der Winkel multiplizieren, welche die Richtungen  $r$  mit den Axen bilden. Bezeichnen wir diese Winkel mit  $\alpha, \beta, \gamma$ , so werden die Komponenten, wenn wir, um nicht doppelte Vorzeichen schreiben zu müssen, voraussetzen, die Kraft sei eine abstossende für die Menge  $m$  des Agens

$$\xi = \frac{m}{r^2} \cos \alpha, \quad \eta = \frac{m}{r^2} \cos \beta, \quad \zeta = \frac{m}{r^2} \cos \gamma.$$

Ganz ebensolche Ausdrücke erhalten wir für die andern Kräfte.

In diesen Ausdrücken können wir sowohl  $r$  als die drei Cosinus durch die Koordinaten der beiden Punkte ausdrücken; es ist zunächst

$$r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2.$$

Legen wir durch  $\mu$  ein mit dem gegebenen paralleles Koordinatensystem, so erkennt man ferner, wenn man die Verbindungslinie  $r$  auf dieses neue Koordinatensystem projiziert, daß

$$\cos \alpha = \frac{x - a}{r}, \quad \cos \beta = \frac{y - b}{r}, \quad \cos \gamma = \frac{z - c}{r},$$

somit, daß die drei Komponenten werden

$$\xi = \frac{m(x - a)}{r^3}, \quad \eta = \frac{m(y - b)}{r^3}, \quad \zeta = \frac{m(z - c)}{r^3}.$$

Diese drei Komponenten ergeben sich unmittelbar als die drei partiellen Differentialquotienten der Funktion

$$-\frac{m}{r} = -\frac{m}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}}$$

nach  $x$ ,  $y$  und  $z$ , das heißt der drei Differentialquotienten dieser Funktion, wenn wir einmal nur  $x$ , dann nur  $y$  und schließlich nur  $z$  als veränderliche Größen betrachten. Denn es ist möglich

$$\frac{\partial}{\partial x} - \frac{m}{r} = \frac{m}{r^2} \frac{\partial r}{\partial x},$$

und da

$$r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} \\ \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x-a}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}} = \frac{x-a}{r},$$

somit wird

$$\frac{\partial}{\partial x} - \frac{m}{r} = \frac{m}{r^2} (x-a) = \xi.$$

Ganz in derselben Weise ist

$$\frac{\partial}{\partial y} - \frac{m}{r} = -\frac{\partial}{\partial y} \frac{m}{r} = \frac{m}{r^2} (y-b) = \eta,$$

und

$$-\frac{\partial}{\partial z} \frac{m}{r} = \frac{m}{r^2} (z-c) = \zeta.$$

Die drei partiellen Differentialquotienten der Funktion  $-\frac{m}{r}$  oder die negativ genommenen Differentialquotienten der Funktion  $\frac{m}{r}$  nach den Veränderlichen  $x$ ,  $y$ ,  $z$  geben uns somit die den Koordinatenachsen parallelen Komponenten der von der Menge des Agens  $m$  auf den Punkt  $p$  wirkenden abstoßenden Kraft.

Würden wir die Differentialquotienten anstatt von  $-\frac{m}{r}$  von  $\frac{m}{r}$  gebildet haben, oder was dasselbe ist, hätten wir nicht die negativ genommenen Differentialquotienten von  $\frac{m}{r}$ , sondern von  $-\frac{m}{r}$  gebildet, so hätten unsere Ausdrücke für  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  das negative Vorzeichen bekommen, wir hätten also die Komponenten der von  $m$  auf den Punkt  $p$  wirkenden Anziehungen erhalten. Wir können demnach die Komponenten der von  $m$  aus auf  $p$  ausgeübten Wirkungen allgemein setzen

$$\xi = -\frac{\partial \left( \pm \frac{m}{r} \right)}{\partial x}, \quad \eta = -\frac{\partial \left( \pm \frac{m}{r} \right)}{\partial y}, \quad \zeta = -\frac{\partial \left( \pm \frac{m}{r} \right)}{\partial z},$$

der Klammer das positive Vorzeichen für abstoßende, das negative ähnlich zwischen  $m$  und  $p$  thätige Kräfte zu setzen ist.

Die Funktion  $\pm \frac{m}{r}$ , deren Kenntnis somit genügt, um die von

der Menge  $m$  eines wirksamen Agens im Punkte  $p$  ausgeübte Wirkung zu berechnen, nennt man die Potentialfunktion der Menge  $m$ , dieselbe ist somit für die in einem Punkte des Raumes konzentrierte Menge eines Agens  $m$  nichts anders als der mit dem positiven oder negativen Vorzeichen versehene Quotient aus der gegebenen Menge  $m$  und dem Abstände  $r$  des Punktes  $p$ , für welchen die Potentialfunktion gebildet wird. Das Vorzeichen ist positiv zu nehmen, wenn die Wirkung zwischen  $m$  und dem Punkte  $p$  abstossend, negativ, wenn sie anziehend ist.

Wir wollen hier schon bemerken, daß bei Verwendung der Potentialfunktion bei Behandlung der magnetischen und elektrischen Erscheinungen das Vorzeichen unmittelbar gegeben ist. Wir werden nämlich sehen, daß es zwei verschiedene Magnetismen und zwei verschiedene Elektricitäten giebt; zwei Mengen gleicher Magnetismen und zwei Mengen gleicher Elektricitäten stoßen sich ab, zwei Mengen verschiedener Magnetismen oder verschiedener Elektricitäten ziehen sich an. Geben wir in unseren Rechnungen den verschiedenen Magnetismen und den verschiedenen Elektricitäten verschiedene Vorzeichen und setzen dabei voraus, daß in dem Punkte  $p$  immer die Einheit des positiven Agens konzentriert sei, so wird die Potentialfunktion in ihrem Vorzeichen durch das Vorzeichen der Menge  $m$  von selbst bestimmt. Indem wir also das Vorzeichen der Potentialfunktion durch das Vorzeichen des Agens  $m$  sich bestimmen lassen, können wir einfach den Quotienten

$$\frac{m}{r} = v$$

als die Potentialfunktion definieren, und erhalten die den Koordinatenachsen parallelen Wirkungen

$$\xi = -\frac{\partial v}{\partial x}, \quad \eta = -\frac{\partial v}{\partial y}, \quad \zeta = -\frac{\partial v}{\partial z}$$

in den drei mit dem negativen Vorzeichen versehenen Differentialquotienten des Quotienten  $v$ .

Sobald wir anstatt der Wirkung nur einer Menge  $m$  auf den Punkt  $p$  jene einer Anzahl Quantitäten auf denselben Punkt zu berechnen haben, tritt die Bedeutung der Potentialfunktion für die Vereinfachung der Rechnung deutlich hervor. Sind die Mengen  $m_1, m_2 \dots$  in den nach irgend welchen Richtungen liegenden Abständen  $r_1, r_2 \dots$  von dem durch seine Koordinaten  $x, y, z$  gegebenen Punkte  $p$  vorhanden, so sind die in gleicher Weise gebildeten Quotienten

$$\frac{m_1}{r_1}, \quad \frac{m_2}{r_2} \dots \frac{m_n}{r_n}$$

die Potentialfunktionen der einzelnen Quantitäten im Punkte  $p$ . Die der Axe der  $X$  parallele Komponente der auf den Punkt  $p$  ausgeübten Wirkungen ist

$$X = \Sigma \xi = - \left\{ \frac{\partial \frac{m_1}{r_1}}{\partial x} + \frac{\partial \frac{m_2}{r_2}}{\partial x} + \dots + \frac{\partial \frac{m_n}{r_n}}{\partial x} \right\} = - \Sigma \frac{\partial \frac{m}{r}}{\partial x},$$

dieselbe ist somit die Summe der sämtlichen partiellen Differentialquotienten nach  $x$ , jeder für die einzelne der gegebenen Mengen gebildet.

Wie wir nun wissen und wie sich unmittelbar aus dem Begriffe der Summe ergibt, ist die Summe dieser Differentialquotienten gleich dem Differentialquotienten der Summe der einzelnen Funktionen, oder

$$\Sigma \frac{\partial \frac{m}{r}}{\partial x} = \frac{\partial \Sigma \frac{m}{r}}{\partial x}.$$

Somit folgt

$$X = \Sigma \xi = - \frac{\partial \Sigma \frac{m}{r}}{\partial x}.$$

Die Summe aller Quotienten  $\frac{m}{r}$  ist demnach für die Berechnung der von den verschiedenen Mengen  $m$  auf den Punkt  $p$  ausgeübten Wirkungen dasselbe, was der Quotient  $\frac{m}{r}$  für die einzelne Menge ist. Diese Summe ist somit die Potentialfunktion der gegebenen Mengen  $m$ ; setzen wir

$$\Sigma \frac{m}{r} = V,$$

so werden die den Koordinatenachsen parallelen Komponenten der Wirkung dieser Mengen auf den Punkt dargestellt durch

$$X = - \frac{\partial V}{\partial x} \quad Y = - \frac{\partial V}{\partial y} \quad Z = - \frac{\partial V}{\partial z}.$$

Es wird gut sein, wenn wir an dieser Stelle uns die Bedeutung dieser Differentialquotienten noch etwas faßlicher machen. Die Funktionen  $v$  und  $V$  sind von den drei veränderlichen Größen  $x$  und  $y$  und  $z$  nur dadurch abhängig, daß sie sich auf den Punkt  $p$  beziehen, dessen Lage im Raum eben durch diese Koordinaten gegeben ist, so daß, sobald wir diesen Koordinaten bestimmte Werte beilegen, der Punkt  $p$  ein ganz bestimmter wird. Das Zeichen  $\partial v$  oder  $\partial V$  in den betreffenden Differentialquotienten bedeutet diejenige Veränderung, welche  $v$  oder  $V$  erfahren, wenn die in dem Nenner des betreffenden Quotienten vorkommende Veränderliche sich dadurch ändert, daß der Punkt  $p$  in der Richtung dieser Veränderlichen etwas verschoben wird, wenn der Punkt sich also in der Richtung  $x$  um  $\partial x$ , oder in der Richtung  $y$  um  $\partial y$ , oder in der Richtung  $z$  um  $\partial z$  verschiebt. Die Lage der einzelnen mit dem Agens versehenen Punkte bleibt dabei ganz ungeändert, dieselbe ist eine durchaus gegebene. Der Quotient  $\frac{\partial v}{\partial x}$  bedeutet deshalb die Veränderung, welche  $v$  erfahren würde, wenn der betrachtete Punkt  $p$  in der Richtung  $x$  um die Längeneinheit verschoben würde, vorausgesetzt, daß sich auf dieser ganzen Strecke die Funktion durch Verschiebung des Punktes  $p$  um jedesmal  $\partial x$  um die gleiche GröÙe ändern würde. Gleiches gilt für die andern Quotienten. Wir können demnach die Potentialfunktion einer gegebenen Menge eines wirksamen Agens als jene Funktion definieren, welche für einen bestimmten Punkt des Raumes einen bestimmten Wert hat, und deren mit dem negativen Vorzeichen versehene Änderung, wenn sich der betrachtete Punkt nach der Richtung einer der Axen um die Längeneinheit verschiebt, uns die GröÙe der Kraftkomponente giebt, welche der

Richtung dieser Axe parallel ist, dabei vorausgesetzt, daß die Veränderung der Potentialfunktion bei der Veränderung der betreffenden Entfernung um die gleiche GröÙe auch immer die gleiche wäre. Festzuhalten ist dabei immer, daß eine Änderung der Funktion überhaupt nur durch eine Verschiebung des Punktes eintritt, auf den sich die Potentialfunktion der gegebenen Agentien bezieht.

§. 2.

**Die Potentialfunktion einer räumlich ausgedehnten Menge eines Agens.** Wenn wir anstatt einer Anzahl einzelner, in verschiedenen Punkten konzentrierter Mengen eines Agens irgend einen mit dem Agens stetig gefüllten Raum haben, so können wir durch ganz dieselbe Überlegung die Potentialfunktion der so gegebenen Menge zunächst auf einen außerhalb derselben gelegenen Punkt erhalten. Ist die in einem Volumelement des Raumes vorhandene Menge des Agens gleich  $dm$  und der Abstand dieses Volumelementes von dem betrachteten Punkte gleich  $r$ , so ist die Potentialfunktion dieser Menge  $dm$  gleich

$$\frac{dm}{r}.$$

Die Potentialfunktion der ganzen Menge ist die Summe aller der unendlich vielen Mengen  $dm$ , welche in dem gegebenen Raume vorhanden sind, jede dividiert durch ihren Abstand von dem betrachteten Punkte. Die Summe wird hier das über den ganzen mit dem Agens ausgefüllten Raum ausgedehnte Integral

$$V = \int \frac{dm}{r},$$

dessen Berechnung nur möglich ist, wenn man weiß, wie das Agens im Raume verteilt ist. Die Kraftkomponenten sind gerade so zu bestimmen, wie bei getrennten Massen, es ist die X-Komponente

$$X = \int - \frac{\partial \frac{dm}{r}}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{dm}{r} = - \frac{\partial V}{\partial x},$$

und die gleichen Ausdrücke bekommen wir für die beiden andern Komponenten.

Bei dem Übergange von getrennten in einzelnen Punkten konzentrierten Mengen zu einem mit dem Agens stetig gefüllten Raume haben wir angenommen, der betrachtete Punkt liege außerhalb des mit dem Agens gefüllten Raumes. Es kann indessen auch der Fall eintreten, daß man die Kraft bestimmen will, welche von diesem Agens auf eine im Innern des mit ihm ausgefüllten Raumes befindlichen Punkt resp. auf die in diesem gedachte Einheit des Agens wirkt. Es fragt sich, können wir auch für einen solchen Punkt die Potentialfunktion bilden und durch Differentiation nach den Koordinatenaxen die Kraftkomponenten erhalten. Es bedarf das einer besondern Untersuchung, denn wenn der betrachtete Punkt innerhalb des von dem Agens gefüllten Raumes sich befindet, ist für die Elemente  $dm$ , welche in unmittelbarer Nähe desselben liegen, der Wert  $r$  unendlich klein; für diese Elemente wird somit der Wert  $\frac{dm}{r}$



durchaus unbestimmbar. Das gleiche gilt dann auch von der Summe resp. dem Integral, welches diese unbestimmbaren Glieder enthält.

Es bedarf indes nur einer leichten Umformung unseres Ausdruckes für die Potentialfunktion, um zu zeigen, sowohl daß die Potentialfunktion, in derselben Weise gebildet einen bestimmten angebbaren Wert hat, als auch daß ihre drei partiellen Differentialquotienten die Komponenten der auf den betrachteten Punkt wirkenden Kraft geben.

Um das erstere nachzuweisen, sei  $du$  ein Element des von dem wirksamen Agens ausgefüllten Raumes und  $\kappa$  die Dichtigkeit des Agens an dieser Stelle, welche für die verschiedenen Stellen des Raumes indes verschieden sein kann, nur an allen Stellen einen endlichen angebbaren Wert haben soll. Die Ordinaten des Elementes seien  $a, b, c$ , jene des im Innern des Raumes liegenden Punktes  $p$ , in bezug auf welchen die Potentialfunktion gebildet werden soll,  $x, y, z$ , so daß der Abstand dieses Punktes von dem Elemente  $\kappa du$  gegeben ist durch

$$r^2 = (a - x)^2 + (b - y)^2 + (c - z)^2;$$

die Potentialfunktion ist dann das über den ganzen mit dem Agens gefüllten Raum  $u$  ausgedehnte Integral

$$V = \int \frac{\kappa du}{r},$$

in welchem bei der Integration  $a, b, c$  die Veränderlichen sind, da diese nach und nach alle für den Raum  $u$  möglichen Werte annehmen müssen,

während  $x, y, z$  konstant sind, da es die Koordinaten des Punktes im Raume sind, in bezug auf welchen die Potentialfunktion gebildet werden soll.

Die Umformung, die wir vornehmen, ist die, daß wir die Werte von  $a, b, c$  durch Polarkoordinaten ausdrücken. Ist Fig. 2  $p$  der Punkt mit den Koordinaten  $x, y, z$  in dem Koordinatensystem, dessen Mittelpunkt in  $O$  liegt, und  $P$  der Punkt mit den Koordinaten  $a, b, c$ , wo das Element  $du$  liegt, so daß

$$PC = c, \quad CA = b, \quad OA = a$$

ist, und legen wir durch den

Punkt  $p$  das dem ersten parallele

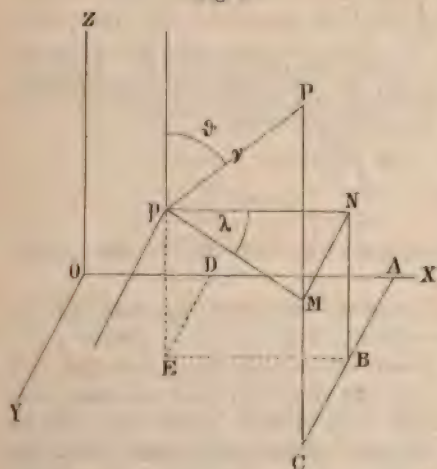
Koordinatensystem, so können wir zunächst schreiben, wenn  $pM$  die Projektion von  $pP$  oder  $r$  auf die  $XY$ -Ebene des durch  $p$  gelegten, dem ursprünglichen parallelen Koordinatensystemes ist,

$$PC = MC + PM = z + PM,$$

$$CA = AB + BC = AB + MN = y + MN,$$

$$OA = OD + DA = OD + EB = OD + pN = x + pN.$$

Fig. 2.



Bezeichnen wir den Winkel, welchen  $pP = r$  mit der  $Z$ -Axe bildet, mit  $\vartheta$ , den Winkel, welchen die Projektion von  $r$  oder  $pM$  mit der  $X$ -Axe bildet, mit  $\lambda$ , so ist

$$PM = r \cos \vartheta, \quad pN = r \sin \vartheta \cos \lambda, \quad MN = r \sin \vartheta \sin \lambda,$$

somit werden

$$a = x + r \sin \vartheta \cos \lambda, \quad b = y + r \sin \vartheta \sin \lambda, \quad c = z + r \cos \vartheta.$$

Um das Volumelement  $du$  durch die Veränderlichen  $r, \vartheta, \lambda$  auszudrücken, denken wir uns um  $p$  als Mittelpunkt zwei Kugelflächen, beschrieben mit dem Radius  $r$  und dem Radius  $r + dr$ , zwischen denen das Element  $du$  liegt. Die Kugelschale denken wir uns durch zwei in der Axe der  $Z$  sich schneidende Ebenen geschnitten, deren eine durch den Punkt  $P$  geht, und welche den unendlich kleinen Winkel  $d\lambda$  mit einander bilden, und weiter durch zwei Ebenen senkrecht zur  $Z$ -Axe, welche einander unendlich nahe liegen und deren eine durch den Punkt  $P$  geht. Diese vier Ebenen schneiden aus der Kugelschale das Element  $du$  aus. Auf der Kugelfläche mit dem Radius  $r$  scheiden die vier Ebenen ein Viereck aus; das eine Seitenpaar dieses Vierecks liegt auf den Kreisen, in welchen die zur  $Z$ -Axe senkrechten Schnitte die Kugelfläche schneiden. Da der Radius dieser Kreise gleich  $r \sin \vartheta$  ist, und da die beiden durch die  $Z$ -Axe gelegten Schnitte, welche dieses Seitenpaar begrenzen, den Winkel  $d\lambda$  mit einander bilden, so ist die Länge des Seitenpaares  $r \sin \vartheta d\lambda$ . Das andere Seitenpaar liegt in den in der  $Z$ -Achse sich schneidenden Ebenen, es sind also Bögen größter Kreise auf der mit dem Radius  $r$  beschriebenen Kugel. Ihre Länge ist im Bogenmaße  $d\vartheta$ , somit im Längenmaße  $r d\vartheta$ . Die Fläche des Vierecks ist somit  $r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\lambda$ . Das Produkt aus dieser Fläche und der Dicke  $dr$  der durch die beiden Kugelflächen mit den Radien  $r$  und  $r + dr$  gegebenen Kugelschale ist das Volumelement  $du$  oder

$$du = r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\lambda dr.$$

Die Potentialfunktion wird demnach

$$V = \int \frac{x r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\lambda dr}{r} = \int x r \sin \vartheta d\vartheta d\lambda dr,$$

und die drei variablen Größen, nach denen die Integration auszuführen ist, sind  $r, \vartheta, \lambda$ .

Durch diese Umformung ist die Größe  $r$ , welche für die unmittelbar bei dem Punkte  $p$  liegenden Elemente unendlich klein wird, aus dem Nenner des zu integrierenden Ausdrucks verschwunden, die Größe  $r$  steht vielmehr als Faktor darin. Daraus folgt, daß für diejenigen Elemente, welche in unendlich kleinem Abstände von  $p$  liegen, die Potentialfunktion selbst unendlich klein wird, oder daß diese zum Werte der Summe nur unendlich wenig beitragen. Es ergibt sich somit, daß das Integral resp. die Potentialfunktion einen bestimmten endlichen Wert hat, der nur von der Verteilung des Agens in dem gegebenen Raume, sowie von der Ausdehnung und der Form der Begrenzung des Raumes abhängig ist. Ist  $x$  durch den ganzen Raum konstant, so läßt sich die Integration nach  $R$  ausführen. Ist  $R$  der Abstand des Punktes, in welchem  $r$  die Begrenzung

des Raumes trifft, von  $p$ , so können wir das Integral, wenn wir entsprechend der dreifachen Integration auch drei Integralzeichen anwenden, schreiben

$$V = x \int d\lambda \int \sin \vartheta d\vartheta \int_0^R r dr$$

oder

$$V = \frac{1}{2} x \int d\lambda \int \sin \vartheta R^2 d\vartheta.$$

Nehmen wir das Integral nach  $\vartheta$  von 0 bis  $2\pi$ , so ist es nach  $\lambda$  noch von 0 bis  $\pi$  zu nehmen. Der Wert des Integrals hängt wesentlich davon ab, welche Funktion  $R$  von  $\vartheta$  und von  $\lambda$  ist, welche Form somit die Begrenzung der Menge hat und an welcher Stelle derselben der Punkt  $p$  liegt, denn von diesen beiden Umständen hängen die Werte der nach den verschiedenen Richtungen des Raumes gezogenen  $R$  ab.

In ganz gleicher Weise ergibt sich, daß die nach den drei Veränderlichen  $x, y, z$  genommenen partiellen Differentialquotienten einen endlichen Wert haben und uns die Kraftkomponenten liefern. Es ist die  $X$ -Komponente

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \int \frac{dm}{r} = -\int \frac{\partial}{\partial x} \frac{dm}{r},$$

somit, da

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{dm}{r} = \frac{dm(a-x)}{r^3},$$

$$X = \int \frac{dm(a-x)}{r^3}.$$

Auch jetzt ist die Integration wieder über  $a, b, c$  zu nehmen, und bei derselben sind  $x, y, z$  konstant. Den Wert von  $X$  erhalten wir wieder, wenn wir  $dm = x du$  setzen und  $du$  sowie  $a$  durch dieselben Polarkoordinaten ausdrücken. Es ist

$$dm = x du = x r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\lambda dr$$

$$a - x = r \sin \vartheta \cos \lambda,$$

somit

$$X = \int x \sin^2 \vartheta \cos \lambda d\vartheta d\lambda dr.$$

Ebenso werden

$$Y = \int \frac{dm(b-y)}{r^3} = \int x \sin^2 \vartheta \sin \lambda d\vartheta d\lambda dr$$

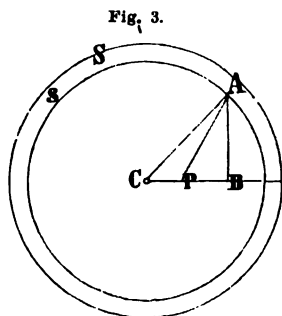
$$Z = \int \frac{dm(c-z)}{r^3} = \int x \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta d\lambda dr.$$

Auch hier steht die Größe  $r$  nicht mehr im Nenner, wir gelangen somit auch für die Kraftkomponenten zu endlichen Werten, und dieselben lassen sich durch die Differentiation der Potentialfunktion nach den Größen  $x, y, z$  berechnen, welche die Lage des Punktes, in bezug auf welchen die Potentialfunktion gebildet ist, bestimmen.



## §. 3.

**Die Potentialfunktion einer homogenen Kugel.** Ehe wir in der Untersuchung der Eigenschaften der Potentialfunktion weiter gehen, wird es gut sein, einen speciellen Fall zu behandeln, der als Beispiel der im vorigen Paragraphen abgeleiteten allgemeinen Sätze dienen soll, um so mehr, da wir diesen Fall bei unserer weiteren Untersuchung doch zu benutzen haben. Wir wollen die Potentialfunktion einer homogenen Kugel berechnen, sowohl auf einen außerhalb als innerhalb der Kugel liegenden Punkt. Es sei Fig. 3  $s$  ein Durchschnitt der Kugel mit dem Radius  $R$  und  $P$  der betrachtete Punkt in dem Abstände  $CP = a$  von dem Mittelpunkte entweder innerhalb der Kugel, wie in der Figur, wenn  $a < R$  oder außerhalb derselben, wenn  $a > R$ . Wir bestimmen zunächst die Potentialfunktion einer beliebigen Kugelschale vom Radius  $\varrho$  und der Dicke  $d\varrho$ . Auch für diese Kugelschale kann  $\varrho$  größer oder kleiner sein als  $a$ . Anstatt der Potentialfunktion eines Elementes der Kugelschale  $s$  können wir sofort diejenige eines Ringes der Schale angeben, den wir senkrecht zu  $CP$  aus der Schale herausgeschnitten denken. Ist  $A$  ein Punkt dieses Ringes, dessen Lage dadurch bestimmt ist, daß die Verbindungslinie  $CA$  mit  $CP$  den Winkel  $\vartheta$  bildet, und ist  $d\vartheta$  ein Bogenelement des Durchschnittes  $s$  der innern Fläche der Kugelschale, dessen Länge somit  $\varrho d\vartheta$  ist, so ist



$$2\pi AB\varrho d\vartheta = 2\pi\varrho^2 \sin \vartheta d\vartheta$$

die Fläche der Kugelzone, deren Breite gleich ist der Länge des Elementes  $d\vartheta$ ; multiplizieren wir diesen Wert mit  $d\varrho$ , der Dicke der Kugelschale  $s$ , so erhalten wir das Volumen des Ringes der Schale, dessen eines Element  $A$  ist, und multiplizieren wir schließlich mit  $\kappa$  der Dichtigkeit des Agens in der Schale, das ist der in der Volumeinheit enthaltenen Menge derselben, so ist

$$2\pi\kappa\varrho^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varrho$$

die in dem Ringe vorhandene Menge des Agens. Alle Punkte dieses Ringes befinden sich in der gleichen Entfernung  $r = PA$  von dem Punkte  $P$ , somit ist die Potentialfunktion des Ringes in bezug auf den Punkt  $P$

$$\frac{2\pi\kappa\varrho^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varrho}{r}$$

Die Summe der Potentialfunktionen aller Ringe der Schale, die wir erhalten, indem wir  $\vartheta$  alle Werte von  $\vartheta = 0$  bis  $\vartheta = \pi$  beilegen und die entsprechenden Werte von  $r$  einsetzen, giebt uns die Potentialfunktion der Kugelschale. Um diese Summe bilden zu können, drücken wir am bequemsten  $\vartheta$  durch  $r$  aus. Es ist

$$r^2 = \varrho^2 + a^2 - 2a\varrho \cos \vartheta.$$

Wächst hierin  $\vartheta$  um  $d\vartheta$ , so wächst  $r$  um  $dr$ , es ist deshalb

$$r dr = a \varrho \sin \vartheta d\vartheta$$

$$\frac{dr}{a} = \frac{\varrho \sin \vartheta d\vartheta}{r}.$$

Damit wird die Potentialfunktion des Ringes

$$\frac{2\pi \kappa \varrho d\varrho dr}{a}.$$

Die Summation über die ganze Kugelschale ist jetzt durch die Integration nach  $r$  auszuführen, es sind für  $r$  nach und nach alle möglichen Werte einzusetzen.

Die Grenzwerte von  $r$  sind verschieden, je nachdem der Punkt  $P$  im Innern der Schale liegt oder außerhalb derselben. Liegt der Punkt im Innern der Schale, so kann  $r$  alle Werte zwischen  $\varrho - a$  und  $\varrho + a$  annehmen, die Potentialfunktion der Kugel für einen innern Punkt wird somit

$$v_i = \int_{\varrho-a}^{\varrho+a} \frac{2\pi \kappa \varrho d\varrho dr}{a} = 4\pi \kappa \varrho d\varrho$$

Befindet sich der Punkt  $P$  außerhalb der Kugelschale, so ist der kleinste Wert, welchen  $r$  annehmen kann, gleich  $a - \varrho$ , der grösste gleich  $a + \varrho$ , die Potentialfunktion für einen solchen Punkt wird somit

$$v_a = \int_{a-\varrho}^{a+\varrho} \frac{2\pi \kappa \varrho d\varrho dr}{a} = \frac{4\pi \kappa \varrho^2 d\varrho}{a}.$$

Der Zähler dieses letztern Ausdruckes ist die Menge des in der Kugelschale vorhandenen wirksamen Agens, setzen wir diese gleich  $m$ , so wird die Potentialfunktion der Schale für einen außerhalb liegenden Punkt

$$v_a = \frac{m}{a}.$$

gleich dem Quotienten aus der in der Schale vorhandenen Menge dividiert durch den Abstand des betrachteten Punktes von dem Mittelpunkte der Kugelschale.

Auch die Potentialfunktion der Schale für den innern Punkt können wir auf die entsprechende Form bringen, indem wir setzen

$$v_i = 4\pi \kappa \varrho d\varrho = \frac{4\pi \kappa \varrho^2 d\varrho}{\varrho} = \frac{m}{\varrho};$$

die Potentialfunktion einer Kugelschale für einen innern Punkt ist gleich dem in der Schale vorhandenen Agens dividiert durch den Radius der innern Fläche der Schale. Für alle Punkte im Innern einer Kugelschale hat somit die Potentialfunktion denselben Wert, durch keinerlei Verschiebung im Innern der Schale erhält deshalb die Potentialfunktion eine Änderung; es folgt somit, dass eine homogene Kugelschale auf Punkte, welche sich in dem Hohlraum der Schale befinden, keinerlei Kraftwirkung ausüben kann. Wir gelangen demnach so unmittelbar zu dem Satze, den

wir im §. 43 des ersten Bandes bewiesen haben, daß eine homogene Schale nach dem für die ponderabele Materie gültigen Newtonschen Anziehungsgesetz auf einen in ihrem Innern befindlichen Massenpunkt keine Anziehung ausübt.

Den Wert der Potentialfunktion einer Kugel, welche mit einem Agens von überall gleichförmiger Dichte ausgefüllt ist, auf einen außerhalb der Kugel liegenden Punkt erhalten wir aus dem für  $v_a$  gefundenen Werte, indem wir die Summe der  $v_a$  für alle Werte von  $\varrho$  zwischen  $\varrho = 0$  und  $\varrho = R$  bilden, also in dem Integral

$$V_a = \int_0^R \frac{4\pi \kappa \varrho^2 d\varrho}{a} = \frac{4/3 \pi \kappa R^3}{a} = \frac{M}{a}.$$

Dieselbe ist somit gleich der Menge des in der Kugel eingeschlossenen Agens dividiert durch den Abstand des betrachteten Punktes von dem Mittelpunkte der Kugel.

Um die Potentialfunktion für einen im Innern der Kugel liegenden Punkt zu berechnen, ist zu beachten, daß für alle Kugelschalen, für welche  $\varrho < a$  ist, der Punkt ein äußerer, für diejenigen, für welche  $\varrho > a$  ist, dagegen ein innerer ist. Die Potentialfunktionen dieser beiden Teile der Kugel sind daher gesondert zu berechnen, und die Summe dieser beiden Teile ist die Potentialfunktion der Kugel für den in ihrem Innern liegenden Punkt.

Der erste Teil dieser Summe ist durch Integration des für  $v_a$  erhaltenen Ausdruckes von  $\varrho = 0$  bis  $\varrho = a$  zu erhalten, derselbe ist somit

$$V_1 = \frac{4/3 \pi \kappa a^3}{a} = 4/3 \pi \kappa a^2.$$

Zur Berechnung des zweiten Teils ist der für  $v_i$  gefundene Ausdruck zu benutzen und zwar ist derselbe von  $\varrho = a$  bis  $\varrho = R$  zu integrieren, so daß

$$V_2 = \int_a^R 4\pi \kappa \varrho d\varrho = 2\pi \kappa (R^2 - a^2)$$

wird. Die Summe beider giebt die Potentialfunktion  $V_i$

$$V_i = 2\pi \kappa (R^2 - 1/3 a^2)$$

für einen im Innern der Kugel im Abstände  $a$  vom Mittelpunkte derselben liegenden Punkt.

Die Potentialfunktion hat demnach ihren größten Wert für  $a = 0$ , also für den Mittelpunkt der Kugel; mit wachsendem  $a$  nimmt sie ab; ist  $a = R$ , so wird dieselbe

$$V_i = 4/3 \pi \kappa R^2 = \frac{4/3 \pi \kappa R^3}{R}.$$

Den gleichen Wert der Potentialfunktion erhalten wir, wenn wir in der Gleichung für  $V_a$  den Abstand des Punktes  $a = R$  setzen; es folgt somit, daß die Potentialfunktion einer Kugel bei Änderung des Abstandes  $a$  des betrachteten Punktes vom Mittelpunkte der Kugel sich stetig ändert, daß bei dem Übergange des Punktes aus dem Innern der Kugel

nach außen keine sprungweise Änderung des Wertes der Potentialfunktion eintritt.

Um die Kraftkomponenten aus der Potentialfunktion abzuleiten legen wir ein dreiaxiges rechtwinkeliges Koordinatensystem mit seinem Mittelpunkt in den Mittelpunkt der Kugel; damit ist

$$a^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Für einen äußern Punkt wird

$$X = \frac{\partial V_a}{\partial x} = \frac{4/3 \pi \kappa R^3}{a^3} x; \quad Y = - \frac{\partial V_a}{\partial y} = \frac{4/3 \pi \kappa R^3}{a^3} y;$$

$$Z = - \frac{\partial V_a}{\partial z} = \frac{4/3 \pi \kappa R^3}{a^3} z.$$

Die resultierende Kraft wird

$$K = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \frac{4/3 \pi \kappa R^3}{a^3} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{M}{a^2}.$$

Für einen im Innern der Kugel vom Radius  $R$  im Abstände  $a$  vom Mittelpunkte liegenden Punkt wird aus

$$V_i = 2\pi \kappa (R^2 - 1/3 a^2) = 2\pi \kappa (R^2 - 1/3 (x^2 + y^2 + z^2))$$

$$X = - \frac{\partial V_i}{\partial x} = 4/3 \pi \kappa x; \quad Y = - \frac{\partial V_i}{\partial y} = 4/3 \pi \kappa y;$$

$$Z = - \frac{\partial V_i}{\partial z} = 4/3 \pi \kappa z,$$

somit wird

$$K = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = 4/3 \pi \kappa \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 4/3 \pi \kappa a.$$

wofür wir auch schreiben können

$$K_i = \frac{4/3 \pi \kappa a^3}{a^2} = \frac{M_i}{a^2},$$

wenn  $M_i$  die Menge des in der Kugel vom Radius  $a$  eingeschlossenen Agens bedeutet.

Wir gelangen somit zu dem Satze, daß, wenn ein Agens nach außen abstoßend oder anziehend wirkt, so daß die Wirkung nach dem Quadrate der Entfernung abnimmt, eine homogene Kugel auf einen außerhalb liegenden Punkt gerade so wirkt, wie wenn die Menge des Agens im Mittelpunkte der Kugel konzentriert wäre, auf einen innern Punkt so, wie wenn die Schale, welche im Innern von der Kugelfläche begrenzt ist, auf welcher der Punkt liegt, also die Schale von der Dicke  $R - a$  nicht vorhanden und die Menge des in der Kugel vom Radius  $a$  vorhandenen Agens im Mittelpunkte der Kugel konzentriert wäre. Wir finden also unmittelbar die Sätze, welche wir im §. 39 und 43 des ersten Bandes schon für die allgemeine Massenanziehung bewiesen haben.

Nimmt in dem Ausdrucke für die auf den äußern Punkt wirkende Kraft  $a$  bis  $a = R$  ab, oder wächst in dem Ausdrucke für  $K_i$  der Wert von  $a$  bis  $a = R$ , so nehmen beide Ausdrücke den gleichen Wert

$$K \approx \frac{M}{R^2}$$

an. Es folgt somit, daß auch die Kraft, welche von einer homogenen Kugel auf einen Punkt ausgeht, sich stetig ändert, wenn der Punkt aus dem Innern der Kugel nach außen rückt, daß bei dem Durchtritte des Punktes durch die äußere Kugelfläche keine sprunghafte Änderung eintritt.

## §. 4.

**Niveauflächen.** Wenn wir die Potentialfunktion einer gegebenen Menge eines wirksamen Agens kennen, so geben uns, wie wir sahen, deren partielle Differentialquotienten nach den drei Koordinaten die den Axen parallelen Komponenten der Wirkung der Menge auf die in einem Punkte des Raumes vorhandene Einheit des Agens, indem wir in die Differentialquotienten die Koordinaten des betreffenden Punktes einsetzen. Die Wurzel aus der Summe der Quadrate der drei Differentialquotienten giebt uns die GröÙe der auf den betrachteten Punkt wirkenden Kraft

$$K = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2}.$$

Die Richtung der resultierenden Kraft erhalten wir aus der Bedeutung der den Axen parallelen Komponenten, als dem Produkt aus der GröÙe der Kraft und dem Cosinus des Winkels, den ihre Richtung mit der betreffenden Axe bildet. Ist der Winkel zwischen der Richtung der resultierenden Kraft und der X-Axe gleich  $\alpha$ , so ist

$$K \cos \alpha = X; \quad \cos \alpha = \frac{X}{K} = -\frac{\frac{\partial V}{\partial x}}{K};$$

die gleichen mit den beiden andern Differentialquotienten gebildeten Quotienten geben uns die Cosinus der Winkel  $\beta$  und  $\gamma$ , welche die Richtung der Kraft mit den beiden andern Koordinatenaxen bildet.

Die Komponente der Kraft nach irgend einer Richtung  $s$ , welche mit der Richtung der Kraft einen Winkel  $\varphi$  bildet, ist gleich dem Produkte  $K \cdot \cos \varphi$ . Bildet diese Richtung mit den Axen die Winkel  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ , so ist nach einem bekannten Satze der analytischen Geometrie des Raumes

$$\cos \varphi = \cos \alpha \cdot \cos \alpha_1 + \cos \beta \cdot \cos \beta_1 + \cos \gamma \cdot \cos \gamma_1.$$

Denken wir uns den betrachteten Punkt in der Richtung  $s$  um das unendlich kleine Stück  $ds$  verschoben, so ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{dx}{ds}, \quad \cos \beta_1 = \frac{dy}{ds}, \quad \cos \gamma_1 = \frac{dz}{ds}.$$

Setzen wir diese und die vorhin für  $\cos \alpha$  erhaltenen Ausdrücke in die Gleichung für  $\cos \varphi$  und multiplizieren mit  $K$ , so wird

$$K \cos \varphi = - \left\{ \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{ds} \right\}.$$

Die in der Klammer eingeschlossene Summe ist nichts anders als die Änderung, welche  $V$  erfährt, wenn der betrachtete Punkt in der Richtung  $s$  um die Strecke  $ds$  verschoben gedacht wird, dividiert durch die Strecke  $ds$ , so daß

$$K \cos \varphi = - \frac{dV}{ds}$$

der Differentialquotient der Potentialfunktion nach der gegebenen Richtung uns die in dieser Richtung \*fallende Komponente der Kraft giebt. Es folgt dieser Satz auch unmittelbar aus dem Wesen der Potentialfunktion, als jener Funktion, deren nach den drei Koordinaten  $x, y, z$  genommenen Differentialquotienten uns die den Axen parallelen Komponenten liefert. Denn da über die Richtung der Axen gar keine Voraussetzung gemacht ist, dieselbe vielmehr jede beliebige sein kann, so folgt schon notwendig, daß die Veränderung der Potentialfunktion durch Verschiebung des betrachteten Punktes nach einer beliebigen Richtung dividirt durch die unendlich kleine Verschiebung die in diese Richtung fallende Komponente der Kraft geben muß.

So giebt uns die Potentialfunktion der Kugel in bezug auf einen außern im Abstände  $a$  vom Mittelpunkt gelegenen Punkt, durch Bildung des Differentialquotienten der Funktion nach  $a$  die auf den Punkt wirkende Kraft, da die Richtung der Resultierenden mit der Richtung  $a$  zusammenfällt, es ist

$$- \frac{d \frac{M}{a}}{da} = \frac{M}{a^2}.$$

Die Richtung und Größe der von einer gegebenen Menge eines Agens auf einen Punkt wirkenden Kraft können wir aus der Potentialfunktion noch in einer andern übersichtlichen Weise darstellen. Die Gleichung

$$V = C$$

liefert uns nicht nur die Potentialfunktion für den einzigen Punkt, für den sie berechnet ist, sondern gleichzeitig für alle Punkte einer Fläche, für welche die Potentialfunktion den gleichen Wert hat. Es folgt das aus den Sätzen der analytischen Geometrie, nach denen jede Gleichung von der Form

$$f(x, y, z) = \text{constans}$$

eine bestimmte Fläche darstellt. Für die Potentialfunktion der Kugel, z. B.

$$V = \frac{M}{a} = \frac{M}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

für einen außershalb der Kugel im Abstände  $a$  vom Mittelpunkte liegenden Punkt, ist der Wert für alle jene Punkte der gleiche, welche gleichen Werten von  $a$  entsprechen. Diese Punkte liegen auf einer um den Mittelpunkt von  $M$  mit dem Radius  $a$  beschriebenen Kugelfläche, so daß also diese Kugelfläche oder überhaupt jede mit einem beliebigen Radius um den Mittelpunkt von  $M$  beschriebene Kugelfläche eine solche ist, auf welcher die Potentialfunktion überall denselben Wert hat. In andern Fällen haben die Flächen gleicher Werte der Potentialfunktion andere Formen.

Die Verschiebung des betrachteten Punktes auf einer solchen durch ihn gelegten Fläche kann deshalb keine Änderung der Potentialfunktion bewirken, deshalb kann auch keine Komponente der auf den Punkt ausgeübten Wirkung in diese Fläche fallen, oder die gesamte auf den Punkt wirkende Wirkung muß in die Richtung der von der betreffenden Stelle



zu dieser Fläche gezogenen Senkrechten, in die Normale der Fläche fallen. Diese Flächen verhalten sich somit gerade so, wie die freien Oberflächen von Flüssigkeiten, welche auch an jedem Punkte senkrecht zu der an der betreffenden Stelle wirksamen Kraft sind. Man bezeichnet deshalb diese Flächen als Niveauflächen. Damit können wir kurz die Richtung der Resultierenden der auf einen Punkt wirkenden Kraft dahin angeben, daß sie in die Richtung der Normale der durch den betreffenden Punkt gehenden Niveaufläche fallen muß. Für die von einer homogenen Kugel auf irgend einen außerhalb derselben liegenden Punkt ausgeübte Wirkung ergibt sich auch so wieder unmittelbar, daß die Richtung derselben in den Radius der Kugel fallen muß.

Die GröÙe der auf den betrachteten Punkt und überhaupt auf einen Punkt der Niveaufläche, zu welcher der betrachtete Punkt gehört, wirkenden Kraft, erhalten wir demnach, wenn wir uns den Punkt in der Richtung der Normalen der Niveaufläche um die GröÙe  $dn$  verschoben denken; ist  $dV$  die dieser Verschiebung entsprechende Änderung der Potentialfunktion, so ist

$$K = - \frac{dV}{dn}$$

die GröÙe der auf den betrachteten Punkt der Niveaufläche wirkenden Kraft.

Hieran schließt sich sofort noch eine Bemerkung über die Niveauflächen. Ebenso wie die Gleichung

$$V = C$$

einer Niveaufläche entspricht, so auch die Gleichung

$$V + dV = C + \xi.$$

Dieselbe ist die Gleichung einer der ersten unendlich nahen Niveaufläche. Der Abstand der zweiten Niveaufläche von der ersten ist auf der Normale der beiden Flächen überall gleich  $dn = \varepsilon$ . Wie sich der Abstand der beiden Flächen, die dadurch gegeben sind, daß die Gleichung der zweiten von der der ersten durch die konstante GröÙe  $\xi$  verschieden ist, an den verschiedenen Stellen der Niveauflächen ändert, das hängt von der Natur der Niveauflächen ab. Sind im speciellen die Niveauflächen Kugeln, so ist für ein konstantes  $\xi$  auch  $\varepsilon$  überall dasselbe; haben die Niveauflächen andere Gestalt, so ändert sich der Abstand der beiden Flächen von Punkt zu Punkt. Da nun in dem die GröÙe der Kraft an einer Stelle der Niveaufläche bestimmenden Quotienten, den wir ohne Rücksicht auf das Vorzeichen schreiben können

$$K = \frac{\xi}{\varepsilon}$$

der Abstand der beiden Niveauflächen im Nenner steht, so folgt, daß die an einem Punkte der ersten Fläche wirksame Kraft dem Abstand der beiden Flächen an der betreffenden Stelle umgekehrt proportional ist.

Es folgt hieraus weiter, daß zwei Niveauflächen sich niemals schneiden können, denn für die Schnittpunkte würde  $\varepsilon = 0$ , somit die dort wirksame Kraft unendlich groß.

## §. 5.

**Bedeutung der zweiten Differentialquotienten der Potentialfunktion.** Mit Hilfe der Potentialfunktion einer gegebenen Menge eines Agens können wir nicht nur die in einem beliebigen Punkte des Raumes wirksame Kraft erhalten, wir können aus derselben auch die Verteilung des wirksamen Agens im Raume bestimmen.

Es sei ein gewisses Quantum des Agens,  $M$ , gegeben; sei  $dm$  ein Element desselben, so daß die Potentialfunktion des Elementes in bezug auf einen im Abstände  $r$  von dem Element befindlichen Punkt gleich

$$\frac{dm}{r},$$

somit dasjenige der ganzen Menge in bezug auf denselben Punkt

$$V = \int \frac{dm}{r}$$

ist, worin die Integration über den ganzen mit dem Agens ausgefüllten Raum auszudehnen ist.

Die Differentialquotienten, welche die Kraftkomponenten liefern, sind

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{dm}{r} = \int dm \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} = - \int dm \frac{1}{r^3} \frac{x-a}{r},$$

da bei der Differentiation nur  $r$  veränderlich und  $dm$  als konstanter Faktor zu betrachten ist, und ebenso

$$\frac{\partial V}{\partial y} = - \int dm \frac{1}{r^3} \frac{y-b}{r}, \quad \frac{\partial V}{\partial z} = - \int dm \frac{1}{r^3} \frac{z-c}{r}.$$

Wir bilden von jedem dieser Differentialquotienten den zweiten Differentialquotienten, indem wir bei dieser Differentiation wieder nur jene GröÙe als veränderlich betrachten, nach welcher auch die erste Differentiation vorgenommen ist, also die Quotienten

$$\frac{\partial \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)}{\partial x} = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)}{\partial y} = \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)}{\partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}.$$

Diese werden

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &= \int dm \left\{ -\frac{1}{r^3} + 3 \frac{(x-a)^2}{r^5} \right\} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} &= \int dm \left\{ -\frac{1}{r^3} + 3 \frac{(y-b)^2}{r^5} \right\} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} &= \int dm \left\{ -\frac{1}{r^3} + 3 \frac{(z-c)^2}{r^5} \right\} \end{aligned}$$

Setzen wir zunächst voraus, daß der betrachtete Punkt außerhalb der wirksamen Menge des Agens liegt, so hat  $r$  für alle Elemente  $dm$  einen endlichen Wert, und damit haben auch die in den Klammern unter dem Integralzeichen stehenden Ausdrücke für ein gegebenes  $dm$  einen bestimmten von der Lage des Punktes abhängigen Wert. Wir können



dennach, anstatt die einzelnen Integrationen auszuführen, zunächst unter dem Integralzeichen die drei Ausdrücke summieren und erhalten

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \int dm \left\{ -\frac{3}{r^3} + 3 \frac{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}{r^5} \right\}.$$

Der Zähler des zweiten Ausdrucks in der Klammer unter dem Integralzeichen ist gleich  $r^2$ , somit wird der Ausdruck

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \int dm \left\{ \frac{3}{r^3} - \frac{3}{r^3} \right\} = 0,$$

denn da jedes einzelne Glied der zu bildenden Summe, jedes Element des Integrals gleich null ist, so ist notwendig das Integral gleich null. Es folgt somit, daß die Summe der drei zweiten partiellen Differentialquotienten der Potentialfunktion, einerlei, welche Form die wirksame Menge des Agens hat, für jeden außerhalb desselben gelegenen Punkt gleich null ist. Man hat für diese Summe das kurze Zeichen  $\Delta V$  eingeführt, wodurch obige Gleichung die Gestalt erhält

$$\Delta V = 0$$

für jeden außerhalb des wirksamen Agens liegenden Punkt.

Liegt der Punkt innerhalb des wirksamen Agens, so ist die obige Schlussfolge nicht mehr zulässig. Für eine Anzahl Elemente  $dm$ , welche dem betrachteten Punkte unendlich nahe liegen, wird dann  $r$  und ebenso  $x-a$ ,  $y-b$  und  $z-c$  unendlich klein. Wir können deshalb für diese Glieder der Summe keinen bestimmten Wert angeben, da das erste Glied der Klammer einen unendlich kleinen Nenner, das zweite einen unendlich kleinen Nenner und einen unendlich kleinen Zähler enthält. Es bedarf demnach gerade wie bei der Berechnung der Kraftkomponenten und der Potentialfunktion für einen innern Punkt einer besondern Untersuchung, welches der Wert der Summe  $\Delta V$  in diesem Falle wird.

Um diese Untersuchung führen zu können, denken wir uns die gegebene Menge des Agens in zwei Teile geteilt, von denen der eine eine Kugel von endlichem Radius sein soll, innerhalb welcher irgendwo nur in endlicher Entfernung von der Oberfläche der Kugel der betrachtete Punkt liegen soll. Die Potentialfunktion der gegebenen Menge des wirksamen Agens ist dann gleich der Summe der beiden Potentialfunktionen, jener der Kugel und jener der übrigen Menge; sei die erstere  $V_1$ , die letztere  $V_2$ , so ist also

$$V = V_1 + V_2.$$

Damit wird auch

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2.$$

Von diesen beiden Teilen des Wertes von  $\Delta V$  ist

$$\Delta V_2 = 0,$$

da der betrachtete Punkt von jedem Elemente der die Kugel umgebenden Menge in endlicher Entfernung ist. Somit ist

$$\Delta V = \Delta V_1.$$

Machen wir jetzt die Voraussetzung, daß innerhalb des von der gedachten Kugelfläche umgebenen Raumes die Dichtigkeit des Agens überall

die gleiche und zwar gleich  $\kappa$  sei, so können wir nach §. 3 die Potentialfunktion der Kugel in bezug auf den betrachteten Punkt sofort angeben. Ist  $l$  der Radius der gedachten Kugel und  $\varrho$  der Abstand des betrachteten Punktes von dem Mittelpunkte der Kugel, so ist die Potentialfunktion

$$V_1 = 2\pi\kappa \left( l^2 - \frac{\varrho^2}{3} \right).$$

Setzen wir die Koordinaten des Mittelpunktes der Kugel  $x_1, y_1, z_1$  so ist

$$\varrho^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2.$$

Mit diesem Werte von  $\varrho^2$  wird

$$\frac{\partial V_1}{\partial x} = -\frac{4}{3}\pi\kappa x, \quad \frac{\partial V_1}{\partial y} = -\frac{4}{3}\pi\kappa y, \quad \frac{\partial V_1}{\partial z} = -\frac{4}{3}\pi\kappa z,$$

und hieraus

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial x^2} = -\frac{4}{3}\pi\kappa, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\frac{4}{3}\pi\kappa, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{4}{3}\pi\kappa.$$

Die Addition der drei Werte giebt

$$\Delta V_1 = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -4\pi\kappa,$$

und damit schliesslich

$$\Delta V = \Delta V_1 = -4\pi\kappa; \quad -\frac{\Delta V}{4\pi} = \kappa.$$

Es folgt somit, daß für einen im Innern des wirksamen Agens liegenden Punkt die Summe der drei zweiten partiellen Differentialquotienten nicht gleich null ist, daß vielmehr die mit dem negativen Vorzeichen versehene Summe dividiert durch  $4\pi$  gleich ist der Dichtigkeit des Agens an der Stelle, wo sich der betrachtete Punkt befindet<sup>1)</sup>.

Die vorstehende Ableitung des Satzes hat die Voraussetzung gemacht, daß das wirksame Agens bis zu einer endlichen Entfernung von dem betrachteten Punkte, eben innerhalb der gedachten Kugel überall die gleiche Dichtigkeit hat. Diese Voraussetzung ist indes nicht erforderlich, der abgeleitete Satz gilt auch dann, wenn die Dichtigkeit des Agens nicht überall die gleiche ist, wenn sie eine beliebig sich ändernde ist<sup>2)</sup>. Bezeichnen wir die Dichtigkeit an irgend einer Stelle im Innern des Agens mit  $\kappa_p$ , so ist der Quotient

$$-\frac{\Delta V}{4\pi} = \kappa_p,$$

wenn in den Ausdruck  $\Delta V$  die Koordinaten des betreffenden Punktes eingesetzt werden, immer die Dichtigkeit des Agens in dem betreffenden Punkte. Mit Hilfe dieses Satzes können wir somit die Verteilung eines wirksamen Agens im Raume unmittelbar angeben, wenn wir die Potentialfunktion desselben kennen.

1) Die Ableitung des Satzes in dieser Form ist nach *Briot*. Man sehe dessen mechanische Wärmetheorie, deutsch von H. Weber, Leipzig 1871.

2) *Gauss*, Allgemeine Lehrsätze etc. Resultate aus den Beob. d. magn. Vereins für 1839. *Clausius*, die Potentialfunktion etc. 3. Aufl. Leipzig 1877. 15 bis §. 26.

§. 6.

**Potentialfunktion und ihre Differentialquotienten in einer Fläche.** Bisher haben wir vorausgesetzt, daß das wirksame Agens in einzelnen Punkten konzentriert oder in einem gewissen begrenzten Raume enthalten sei. Außerdem kann auch der Fall eintreten, und wir werden gerade dort, wo wir am meisten von den Sätzen der Potentialtheorie Gebrauch machen, diese Art des Vorkommens des wirksamen Agens realisiert finden, in der Elektrizitätslehre, daß das wirksame Agens auf einer Fläche verbreitet ist, ohne daß wir für die Schicht irgend welche Dicke angeben können. In dem Falle kann von einer Dichtigkeit des Agens in dem frühern Sinne, daß es die in der Volumeinheit vorhandene Menge des Agens bedeutet, vorausgesetzt in dieser Volumeinheit wäre die Dichtigkeit überall dieselbe, nicht mehr die Rede sein. Wir können indes die Menge des Agens auf einer Fläche und die Verteilung des Agens auf derselben angeben durch Einführung des Begriffes der Flächendichtigkeit. Wir gelangen zu dem Begriff auf folgende Weise. Ist  $\kappa$  die Dichtigkeit des Agens in dem frühern Sinne, so ist die im Volumen  $dv$  vorhandene Menge  $\kappa dv$ . Nun sei  $d\sigma$  ein Element der mit dem Agens bedeckten Fläche, und bezeichnen wir die normale Dicke der darauf befindlichen Schicht mit  $\varepsilon$ , so ist das Volumen des auf dem Flächenelement vorhandenen Agens gleich  $\varepsilon d\sigma$ , und ist  $\kappa$  die Dichtigkeit des Agens in dem frühern Sinne, so ist

$$\kappa dv = \kappa \varepsilon d\sigma.$$

Können wir für  $\varepsilon$  keinen Wert angeben, so können wir auch für  $\kappa$  keinen angeben, wohl aber für  $\kappa \varepsilon = h$ , wenn, gleichförmige Verteilung vorausgesetzt, auf der Flächeneinheit eine angebbare Menge des Agens vorhanden ist. Diese GröÙe  $h$ , welche also unter Voraussetzung gleichförmiger Verteilung die auf der Flächeneinheit der Fläche vorhandene Menge des Agens bedeutet, nennt man die Flächendichtigkeit.

Wir haben zu untersuchen, in wie weit wir durch die Potentialfunktion und ihre Differentialquotienten imstande sind auch in diesem Falle die Verteilung des wirksamen Agens zu bestimmen.

Wir wollen die Frage durch Behandlung zweier specieller Fälle beantworten, von denen der erste schon durch früher abgeleitete Ausdrücke gelöst werden kann. Wir denken uns auf einer Kugelfläche das Agens ganz gleichförmig verbreitet, so daß dasselbe überall die Dichtigkeit  $h$  besitze.

Wir erhielten früher, §. 3, die Potentialfunktion einer Kugelschale vom Radius  $\varrho$  und der Dicke  $d\varrho$ , in welcher überall die Dichtigkeit  $\kappa$  ist, in bezug auf einen Punkt, welcher um  $a$  vom Mittelpunkte der Kugel entfernt ist,

$$\text{wenn } a < \varrho: \quad V_i = 4\pi \kappa \varrho d\varrho = 4\pi h \varrho;$$

$$\text{wenn } a > \varrho: \quad V_a = 4\pi \kappa d\varrho \frac{\varrho^2}{a} = 4\pi h \frac{\varrho^2}{a},$$

wenn  $h$  jetzt die Flächendichtigkeit  $\kappa d\varrho$  auf der Kugel vom Radius  $\varrho$  bedeutet. Rückt der Punkt in die Fläche der Kugel, wird also  $a = \varrho$ , so wird

$$V_i = V_a = 4\pi h \varrho.$$

Es hat somit, wie wir es schon früher fanden, die Potentialfunktion auch in der Fläche einen bestimmten Wert, und bei Annäherung an die Fläche nähert sich der Wert stets dem für die Fläche selbst geltigen.

Wir wissen, daß für eine homogene Kugelschale die Niveaulächen Kugeln sind, welche mit der gegebenen konzentrisch sind; die Verbindungslinie  $a$  des betrachteten Punktes ist somit als Radius der Niveaulächen gleichzeitig die Normale. Der Differentialquotient nach  $a$ , wenn  $a > \varrho$ , giebt uns somit die resultierende auf den betrachteten Punkt wirkende Kraft. Wir erhalten

$$\frac{\partial V_a}{\partial a} = -4\pi h \frac{\varrho^2}{a^2}.$$

Für einen Punkt der gegebenen Kugelfläche selbst ist  $a = \varrho$ , somit

$$\left(\frac{dV_a}{da}\right)_{a=\varrho} = -4\pi h.$$

Rechnen wir den Abstand des betrachteten Punktes von der Oberfläche der Kugel, und setzen, da die Richtung  $a$  mit der Normalen zur Kugelfläche zusammenfällt,

$$a - \varrho = n,$$

so können wir obige Gleichung schreiben:

$$\left(\frac{dV_a}{dn}\right)_{+0} = -4\pi h,$$

worin das Zeichen  $+0$  unten rechts bedeuten soll, daß wenn der Wert von  $+n$  bis zur Null abnimmt, der Differentialquotient sich dem angegebenen Werte nähert. Für einen negativen Wert von  $n$ , welcher Werten  $a < \varrho$  entspricht, ist obiger Differentialquotient gleich null, weil die Potentialfunktion der Kugelfläche im Innern des von der Fläche umschlossenen Hohlraumes überall denselben Wert hat.

Bei der Kugelfläche liefert uns somit der nach der Normale genommene Differentialquotient für  $n = 0$  die Flächendichte.

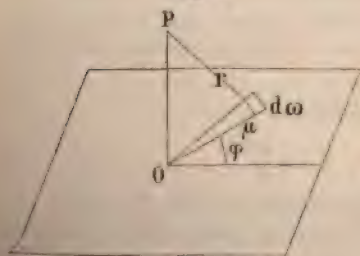
Eine ganz ähnliche Beziehung erhalten wir für eine gleichförmig mit dem Agens belegte Ebene. Wir suchen zu dem Zwecke zunächst die Potentialfunktion in bezug auf einen Punkt außerhalb der Ebene, der so liegt, daß eine von ihm auf die Ebene herabgelassene Senkrechte die Ebene trifft. Irgend einen Punkt der Ebene nehmen wir als Mittelpunkt eines rechtwinkligen Koordinatensystems, deren  $x$ - und  $y$ -Axe in der Ebene,

deren  $z$ -Axe somit in der zur Ebene normalen Richtung liegt. Die Flächendichtigkeit des Agens sei überall auf der Ebene gleich  $h$ . Ist  $d\omega$  Fig. 4 ein Flächenelement und  $r$  die Entfernung des Punktes  $P$  von demselben, so daß

$$v = \frac{h d\omega}{r}$$

die Potentialfunktion des Elementes im Punkte  $P$  ist, so können wir die Potentialfunktion der Ebene schreiben

Fig. 4.



$$V = h \int \frac{d\omega}{r},$$

worin die Summation über die ganze Ebene auszudehnen ist.

Um die Summation wenigstens teilweise ausführen zu können, setzen wir den Abstand des Elementes  $d\omega$  vom Fußpunkte des Punktes  $P$ , also von  $O$  gleich  $u$ , so daß, wenn  $x$  und  $y$  die Koordinaten des Punktes  $O$  und  $\xi, \eta$  jene des Elementes  $d\omega$  sind,

$$u^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2.$$

Ist  $z$  der Abstand des Punktes  $P$  von der Ebene, so ist

$$r^2 = z^2 + u^2.$$

Ist  $\varphi$  der Winkel, welchen die Richtung  $u$  mit der  $X$ -Axe bildet, so können wir das Element  $d\omega$  setzen

$$d\omega = u d\varphi du.$$

Damit wird

$$\frac{d\omega}{r} = \frac{u du d\varphi}{\sqrt{u^2 + z^2}},$$

und hieraus erhalten wir die Potentialfunktion, wenn wir diesen Ausdruck zunächst nach  $u$  von  $u = 0$  bis  $u = U$ , wenn wir mit  $U$  den Abstand der Grenze der Ebene in der Richtung  $\varphi$  von  $O$  bezeichnen, und dann nach  $\varphi$  integrieren von  $0$  bis  $2\pi$ , bei welcher Integration wir beachten müssen, daß der Wert von  $U$  abhängig von  $\varphi$  ist, das heißt daß in den verschiedenen Richtungen  $\varphi$  der Abstand der Grenze vom Punkte  $O$  ein verschiedener ist. Es wird somit

$$V = h \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^U \frac{u du}{\sqrt{u^2 + z^2}}.$$

Die Integration nach  $u$  läßt sich ausführen; es ist

$$\frac{u du}{\sqrt{u^2 + z^2}} = d(\sqrt{u^2 + z^2}).$$

somit

$$\int_0^U \frac{u du}{\sqrt{u^2 + z^2}} = \sqrt{U^2 + z^2} - \sqrt{z^2}.$$

Damit wird

$$V = h \int_0^{2\pi} d\varphi \{ \sqrt{U^2 + z^2} - \sqrt{z^2} \}.$$

Da  $z$  bei der Integration nach  $\varphi$  konstant ist, so erhalten wir weiter

$$V = -2\pi h \sqrt{z^2} + h \int_0^{2\pi} d\varphi \sqrt{U^2 + z^2}.$$

Im ersten Gliede setzen wir nicht  $z = \sqrt{z^2}$ , um anzudeuten, daß  $\sqrt{z^2}$  unter allen Umständen positiv zu setzen ist, daß es den Wert der Entfernung des Punktes  $P$  von der Oberfläche bedeutet, ohne Rücksicht darauf, an welcher Seite derselben der Punkt  $P$  liegt.

Zur Bestimmung des Wertes von  $V$  muß man hiernach die Gestalt der Umgrenzung der Ebene kennen, da der Wert des zweiten Integral davon abhängt; auch für den Wert des Integrals, wenn der Punkt, für welchen die Potentialfunktion gebildet werden soll, in der Ebene liegt für welchen  $z = 0$ , ist die Gestalt der Umgrenzung maßgebend.

Den Differentialquotienten der Potentialfunktion nach  $z$  können wir bilden, ohne die Integration des zweiten Gliedes von  $V$  auszuführen; da  $z$  bei der Integration eine konstante Größe ist, so können wir zur Berechnung des Differentialquotienten von  $V$  den Ausdruck unter dem Integralzeichen nach  $z$  differenzieren und dann die Summation von 0 bis  $2\pi$  vornehmen. Damit wird

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -2\pi h \frac{z}{\sqrt{z^2}} + h \int_0^{2\pi} z \frac{d\varphi}{\sqrt{U^2 + z^2}}.$$

Der Wert dieses Differentialquotienten hängt hiernach im allgemeinen ebenfalls von der Gestalt der Umgrenzung der Ebene ab, da der Wert des zweiten Gliedes von  $U$  abhängt. Für die Punkte der Ebene ist das nicht mehr der Fall, denn für diese wird mit  $z = 0$  das zweite Glied der rechten Seite null. Für die Punkte der Ebene beschränkt sich der Differentialquotient auf das erste Glied.

Da, wie wir sahen,  $\sqrt{z^2}$  wesentlich positiv ist, so ist das erste Glied für ein positives  $z$  negativ, für ein negatives  $z$  dagegen positiv. Für ein positives  $z$  wird daher

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -2\pi h + h \int_0^{2\pi} z \frac{d\varphi}{\sqrt{U^2 + z^2}},$$

für ein negatives dagegen

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 2\pi h - h \int_0^{2\pi} z \frac{d\varphi}{\sqrt{U^2 + z^2}}.$$

Für einen der Ebene unendlich nahen Punkt, für den  $z = 0$  gesetzt werden kann, ergibt sich hiernach

$$\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{+0} = -2\pi h, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{-0} = 2\pi h,$$

oder

$$\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{+0} - \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{-0} = -4\pi h.$$

Wir erhalten somit für die Ebene zur Bestimmung der Fläche dichtigkeit ganz denselben Ausdruck, wie für die Kugel, denn da für letztere der Differentialquotient der Potentialfunktion für einen im Innern liegenden Punkt, somit für einen negativen Wert von  $z$  gleich null ist, können wir der für die Kugel gefundenen Gleichung ganz die gleiche Form geben.

Ganz der gleiche Satz gilt für jede beliebige Fläche, auch dann wenn die Dichtigkeit des Agens auf derselben nicht überall die gleiche ist. Setzen wir in die nach der Normale der Fläche genommenen Dif-

rentialquotienten der Potentialfunktion die Koordinaten des betreffenden Punktes der Fläche ein, so giebt uns die Differenz

$$\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_{+0} - \left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_{-0} = -4\pi h$$

die Dichtigkeit des Agens in dem betreffenden Punkte der Fläche.

Den Beweis dieses Satzes zu geben, würde uns hier zu weit führen, wir verweisen deshalb auf die schon erwähnte Schrift von Clausius<sup>1)</sup>.

Die Untersuchung der andern Differentialquotienten der Potentialfunktion bietet für uns kein Interesse.

### §. 7.

**Bestimmung der Menge des in einem rings geschlossenen Raume oder auf dessen Oberfläche vorhandenen Agens.** Mit Hilfe der Potentialfunktion können wir nach den beiden letzten Paragraphen für jeden Punkt eines mit einem Agens erfüllten Raumes die Dichtigkeit  $\kappa$  des Agens berechnen, ebenso die Flächendichte  $h$  für jeden Punkt einer mit Agens bedeckten Fläche. Die Integrale

$$M = \int \kappa dv \quad \text{oder} \quad M = \int h d\omega,$$

worin  $dv$  ein Element des Raumes,  $d\omega$  ein Element der Fläche bedeutet, ersteres über den Raum, letzteres über die Fläche ausgedehnt, giebt uns demnach die Menge des vorhandenen wirksamen Agens. Wir können indes auch direkt aus der Potentialfunktion die Menge des in einem ringsgeschlossenen Raume oder des auf der Oberfläche desselben vorhandenen Agens ableiten, und zwar unabhängig davon, ob das Agens den Raum stetig erfüllt oder nur an einzelnen Stellen, oder etwa nur an der Oberfläche desselben sich befindet. Man erhält dieselbe aus dem Satze, daß die Summe der auf die verschiedenen Elemente der Oberfläche des Raumes senkrecht zur Oberfläche wirkenden Komponenten der Kraft, dieselben berechnet unter der Voraussetzung, daß sich in den Punkten, wo die Elemente liegen, die Einheit des Agens befinde, dividiert durch  $4\pi$ , gleich ist der von der Oberfläche umschlossenen oder der auf ihr vorhandenen Menge des Agens.

Für eine Kugel er giebt sich dieser Satz unmittelbar. Sei die von einer Kugel vom Radius  $R$  umschlossene Menge gleich  $M$ . Ist diese Menge auf der Oberfläche verbreitet oder füllt sie den Raum der Kugel entweder mit gleichförmiger Dichtigkeit aus, oder so, daß die Dichtigkeit in allen Punkten einer im Innern der Kugel gedachten konzentrischen Schale überall dieselbe, von Schale zu Schale aber verschieden ist, so ist die Potentialfunktion der gegebenen Menge in der Oberfläche der Kugel

$$V = \frac{M}{R}.$$

Die zur Oberfläche senkrechte Wirkung an einer Stelle, wo das Element  $d\omega$  liegt, vorausgesetzt, daß dort die Einheit des Agens sich befinde, erhalten wir, da die Radien überall senkrecht zur Oberfläche sind, in

1) Man sehe Clausius: Die Potentialfunktion. 3. Aufl. §. 33 bis §. 36.



$$-\frac{dV}{dR} = \frac{M}{R^2}.$$

Multiplizieren wir diesen Quotienten mit  $d\omega$ , so giebt uns die Summe

$$\int \frac{M}{R^2} d\omega,$$

ausgedehnt über die Fläche der Kugel die Summe der zur Oberfläche in allen Punkten senkrechten Komponenten der Wirkung der von der Kugel vom Radius  $R$  umschlossenen Menge des Agens. Diese Summe ist einfach, da  $M$  und  $R$  gegebene Konstanten sind,

$$\frac{M}{R^2} \int d\omega = \frac{M}{R^2} 4\pi R^2,$$

da die Summe aller  $d\omega$  die Oberfläche der Kugel ist. Für die Kugel ergibt sich somit unmittelbar

$$-\frac{1}{4\pi} \int \frac{dV}{dn} d\omega = M,$$

wenn  $\frac{dV}{dn}$  den Differentialquotienten der Potentialfunktion senkrecht zur Oberfläche im Elemente  $d\omega$  bedeutet.

Die allgemeine Gültigkeit dieser Gleichung läßt sich mit Hilfe eines von Green<sup>1)</sup> abgeleiteten mathematischen Satzes, des sogenannten Greenschen Satzes, nachweisen. Bei der großen Bedeutung unserer Gleichung und der vielfachen Anwendung des Greenschen Satzes wollen wir den Beweis desselben hier einschalten. Der Satz ist folgender:

Sind  $U$  und  $V$  irgend zwei innerhalb eines rings geschlossenen Raumes endliche und stetige Funktionen der Koordinaten, und sind gleichzeitig deren erste und zweite Differentialquotienten innerhalb desselben Raumes stetige Funktionen der Koordinaten, und schreiben wir

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2},$$

so kann das über den ganzen geschlossenen Raum ausgedehnte Integral

$$\iiint U \Delta V dx dy dz$$

ersetzt werden durch die beiden Integrale

$$\int U \frac{dV}{dn} d\omega - \iiint \left( \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z} \right) dx dy dz,$$

wenn in dem ersten Integral  $\frac{dV}{dn}$  den nach der Normale der Fläche dort, wo das Flächenelement der Oberfläche  $d\omega$  liegt, genommenen Differentialquotienten der Funktion  $V$  bedeutet, und dieses erste Integral über die ganze Oberfläche des Raumes zu nehmen ist, während das zweite Integral, wie das ursprünglich gegebene über den ganzen gegebenen rings geschlossenen Raum auszudehnen ist.

1) Green, An essay of the application of mathematical analysis to the theory of Electricity and Magnetism. art. 3. Crells Journal Bd. XLIV.

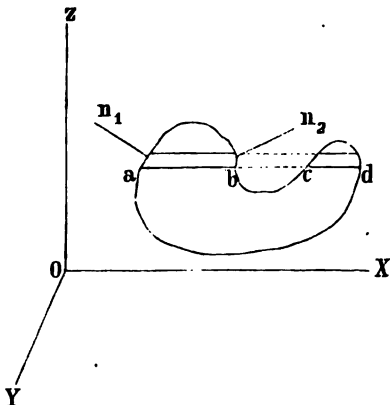


Nach der Bedeutung des Zeichens  $\Delta V$  ist das ursprünglich gegebene Integral die Summe dreier Integrale

$$\iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx dy dz + \iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} dx dy dz + \iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} dx dy dz.$$

Wir betrachten von diesen das erste Integral; die Auswertung desselben verlangt eine dreifache Integration, und zwar nach  $x$ ,  $y$  und  $z$ . Wenn wir zunächst die Integration nach  $x$  durchführen, dabei also  $y$  und  $z$  als konstant ansehen, so bekommen wir die Summe aller Werte des zu integrierenden Ausdrucks für ein unendlich dünnes Parallelepiped  $ab$  Fig. 5, dessen Querschnitt gleich  $dy dz$  ist, welches der  $X$ -Axe parallel ist, und an der Stelle des gegebenen Raumes liegt, welcher durch die angenommenen Werte  $y$  und  $z$  bestimmt ist. Das Integral nach  $x$  ist zu nehmen von dem Werte  $x_1$ , welcher der Stelle  $a$  entspricht, wo dieses Parallelepiped die Oberfläche trifft, bis  $x_2$ , welcher der Stelle  $b$  entspricht, wo das Parallelepiped wieder die Oberfläche trifft.

Fig. 5.



Hat der Raum eine Form, wie die Figur zeigt, so daß das Parallelepiped bei  $b$  den Raum verläßt, bei  $c$  wieder eintritt und bei  $d$  wieder austritt, so müßte ebenfalls von  $x_3$  bis  $x_4$  integriert werden. Da indes die Betrachtung des einfachen Falles vollständig ausreicht, nehmen wir an, die Oberfläche des Raumes würde nur bei  $a$  und  $b$  getroffen. Das zu bildende Integral können wir zunächst schreiben

$$\iint dy dz \int_{x_1}^{x_2} U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx.$$

Die Integration nach  $x$  läßt sich teilweise ausführen. Es ist nämlich nach der Regel E II der Einleitung (Bd. I S. 33)

$$\frac{\partial \left( U \frac{\partial V}{\partial x} \right)}{\partial x} = U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x},$$

somit

$$U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial \left( U \frac{\partial V}{\partial x} \right)}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x},$$

so daß wir das zu bildende Integral schreiben können

$$\iint dy dz \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial \left( U \frac{\partial V}{\partial x} \right)}{\partial x} dx - \iint \int \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} dx dy dz.$$

Da unter dem letzten Integralzeichen des ersten Integrals ein vollständiges Differential nach  $x$  steht, können wir im ersten Integral die Integration nach  $x$  vornehmen und für dasselbe schreiben

$$\iint dz dy \left\{ \left( U \frac{\partial V}{\partial x} \right)_{x_1} - \left( U \frac{\partial V}{\partial x} \right)_{x_2} \right\},$$

wo die Indices  $x_1$  und  $x_2$  unten bedeuten, daß im ersten Ausdruck der Wert  $x_2$ , im zweiten  $x_1$  eingesetzt werden muß. Das Produkt  $dy dz$  bedeutet den Querschnitt des Parallelepipeds  $ab$ ; wir können denselben durch das Element  $d\omega$  bei  $a$  oder  $d\omega_1$ , der Oberfläche bei  $b$  ausdrücken. Der Querschnitt des Parallelepipeds ist nämlich gleich dem Produkte aus der schiefen Basis desselben mit dem Cosinus des Winkels, welchen dieselbe mit dem Querschnitte bildet. Ist der Winkel bei  $a$  gleich  $\alpha_1$ , der bei  $b$  gleich  $\alpha_2$ , so ist

$$dy dz = d\omega_1 \cos \alpha_1 = d\omega_2 \cos \alpha_2.$$

Die Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  sind jene, welche die Flächenelemente mit der  $YZ$ -Ebene bilden, somit sind dieselben gleich den Winkeln, welche die Normalen  $n$  zu den Elementen mit der  $X$ -Axe bilden. Rechnen wir die Normalen nach außen hin, so können wir schreiben

$$\cos \alpha_2 = \left( \frac{\partial x}{\partial n} \right)_2 \quad \cos \alpha_1 = - \left( \frac{\partial x}{\partial n} \right)_1,$$

wo wir dem zweiten Quotienten das negative Vorzeichen geben müssen, weil dem nach außen genommenen Elemente der Normale  $dn$  ein negatives  $dx$  entspricht. Es ist demnach

$$dz dy \left\{ \left( U \frac{\partial V}{\partial x} \right)_{x_2} - \left( U \frac{\partial V}{\partial x} \right)_{x_1} \right\} = \left( U \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} \right)_{x_2} d\omega_2 + \left( U \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} \right)_{x_1} d\omega_1.$$

Die Integration dieses Ausdruckes nach  $y$  und  $z$  heisst, es sollen nach und nach für alle Parallelepipede  $ab$ , welche den ganzen Raum zusammensetzen, die gleichen Ausdrücke gebildet und diese alle summiert werden. Indem wir nun den Ausdrücken, welche jedem der einzelnen den Raum bildenden Parallelepipede entsprechen, die auf der rechten Seite der letzten Gleichung stehende Form geben, erkennt man, daß die zu bildende Summe nichts anders ist als die Summe

$$\int U \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} d\omega,$$

also die Summe aller der für alle Elemente der Oberfläche des Raumes zu bildenden Werte des unter dem letzten Integralzeichen stehenden Ausdrucks. Die Integration des letzten Ausdruckes ist somit über die ganze Oberfläche des gegebenen Raumes zu nehmen. Damit wird

$$\iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx dy dz = \int U \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} d\omega - \iiint \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} dx dy dz.$$

Ganz die gleiche Betrachtungsweise läßt sich für die andern beiden Integrale durchführen, indem wir uns Parallelepipede parallel der  $Y$ -Axe und parallel der  $Z$ -Axe gelegt denken, so daß wir bekommen

$$\begin{aligned} \iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} dx dy dz &= \int U \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} d\omega - \iint \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} dx dy dz \\ \iiint U \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} dx dy dz &= \int U \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n} d\omega - \iint \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z} dx dy dz. \end{aligned}$$

Summieren wir diese drei Gleichungen, so wird zunächst

$$\begin{aligned} \iiint U \Delta V dx dy dz &= \int U \left\{ \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n} \right\} d\omega \\ &\quad - \iint \left\{ \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z} \right\} dx dy dz. \end{aligned}$$

In dem ersten Integral auf der rechten Seite ist

$$\frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n} = \frac{dV}{dn}$$

nichts anders als die Änderung, welche  $V$  erfährt, wenn man an dem betrachteten Elemente  $d\omega$  sich in der Richtung der Normale um  $dn$  entfernt, dividirt durch  $dn$ , oder mit andern Worten nichts anders als der Differentialquotient der Funktion  $V$  nach der Normalen der Fläche.

Damit ist der Beweis des Greenschen Satzes geliefert, es ist

$$\begin{aligned} \iiint U \Delta V dx dy dz &= \int U \frac{dV}{dn} d\omega - \\ &\quad - \iint \left\{ \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z} \right\} dx dy dz. \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieses Satzes ergibt sich der in diesem Paragraph zu beweisende und vorhin für den speciellen Fall der Kugel bewiesene Satz unmittelbar.  $U$  und  $V$  sind ganz beliebige Funktionen, die nur innerhalb des Raumes endlich und stetig sein müssen. Für  $U$  machen wir die Annahme, es sei innerhalb des Raumes überall gleich eins, und  $V$  sei die Potentialfunktion des von der Oberfläche umschlossenen wirkenden Agens. In dem Falle sind alle Differentialquotienten von  $U$  gleich null, und es wird

$$\iiint \Delta V dx dy dz = \int \frac{dV}{dn} d\omega.$$

Da

$$\Delta V = -4\pi\kappa,$$

wenn  $\kappa$  die Dichtigkeit des Agens in dem Volumelemente  $dx dy dz$  ist, so ist das über den ganzen Raum, innerhalb dessen das Agens vorhanden ist, zu nehmende erste Integral gleich  $-4\pi M$ , wenn  $M$  die Menge dieses Agens bedeutet, somit allgemein

$$M = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{dV}{dn} d\omega.$$

Es sei noch besonders darauf hingewiesen, daß es dabei gleichgültig ist, ob der Raum ganz oder nur zu einem beliebigen Teil mit dem Agens angefüllt ist, da  $\Delta V$  für alle diejenigen Volumelemente, welche kein Agens enthalten, gleich null wird.

*Daß die Gleichung ganz ebenso gilt, wenn die Menge  $M$  in einem*

Punkte konzentriert ist, ergibt folgende Überlegung. Denken wir uns zunächst um den Punkt eine Kugel mit endlichem Radius und die in dem Punkte konzentrierte Masse gleichmäßig in dieser Kugel verteilt, so ist die Wirkung dieser Kugel an allen Stellen des Raumes außerhalb der Kugel genau so, wie wenn die ganze Menge  $M$  in dem Mittelpunkte konzentriert wäre. Dafs im Falle der Kugel die rechte Seite der Gleichung für  $M$  uns die Menge  $M$  liefert, haben wir soeben bewiesen. Da nur die Wirkung der Masse  $M$  in der Kugel genau dieselbe ist, wie die in dem Mittelpunkte konzentrierte Masse  $M$ , so folgt, dafs die rechte Seite unserer Gleichung genau denselben Wert behält, wenn die Masse  $M$  wirklich im Mittelpunkte der Kugel konzentriert ist, oder dafs auch in dem Falle unser Integral uns die Masse  $M$  liefert.

Daraus, dafs unsere Gleichung für in einem Punkte konzentrierte Mengen gilt, folgt ohne weiteres, dafs es auch gilt, wenn das wirksame Agens nur auf einer Fläche im Innern des Raumes vorhanden ist, oder auch wenn die Oberfläche des Raumes selbst mit dem Agens bedeckt ist. Denn die Wirkung des auf einem unendlich kleinen Flächenelemente vorhandenen Agens ist dieselbe, wie wenn das Agens in einem Punkte des Flächenelementes konzentriert wäre; die vorhin gemachte Überlegung zeigt, dafs die Gleichung für jeden Punkt gilt, somit auch für die Summe derselben oder für das auf der Fläche vorhandene Agens. Den direkten Beweis für die Kugel haben wir im Anfange dieses Paragraphen geführt.

Wir können also in allen Fällen die im Innern eines Raumes oder die auf der Oberfläche desselben befindliche Menge eines Agens aus der Summe der zur Oberfläche senkrechten Komponenten der Kraft berechnen, welche von den gegebenen Mengen des Agens auf die Punkte der Oberfläche ausgeübt wird, vorausgesetzt, dafs in der Oberfläche überall die Dichtigkeit eins ist.

### §. 8.

**Das Potential einer gegebenen Menge des Agens auf eine andere und auf sich selbst.** Mit Hilfe der Potentialfunktion können wir die Kraft, welche irgend eine gegebene Menge eines Agens in irgend einem Punkte des Raumes ausübt, in welchem wir uns die Einheit des Agens konzentriert denken, berechnen. Ebenso kann man mit Hilfe derselben eine Funktion ableiten, welche uns die Wirkung einer gegebenen Menge eines Agens auf eine irgendwo gegebene Menge desselben Agens zu berechnen gestattet, indem wir von der Potentialfunktion zu dem Potential der gegebenen Menge auf diejenige übergehen, auf welche dieselbe wirkt.

Bezeichnen wir wie früher die Potentialfunktion einer gegebenen Menge des Agens in bezug auf einen Punkt  $P$  des Raumes mit  $V$ , so sind die den Koordinatenachsen parallelen Komponenten der Kraft

$$X = - \frac{\partial V}{\partial x} \quad Y = - \frac{\partial V}{\partial y} \quad Z = - \frac{\partial V}{\partial z}.$$

Befindet sich in dem Punkte  $P$  anstatt der Menge eins des Agens die Menge  $m$ , so werden die Komponenten, da nach unserer Voraussetzung die Wirkung des Agens der Menge desselben proportional ist,

$$X = -m \frac{\partial V}{\partial x} \quad Y = -m \frac{\partial V}{\partial y} \quad Z = -m \frac{\partial V}{\partial z}.$$

Setzen wir nun

$$mV = w,$$

so wird

$$\frac{\partial w}{\partial x} = m \frac{\partial V}{\partial x} \quad \frac{\partial w}{\partial y} = m \frac{\partial V}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial z} = m \frac{\partial V}{\partial z}.$$

Aus der Funktion  $w$  läßt sich somit die von der gegebenen Menge auf die Menge  $m$  ausgeübte Wirkung ganz ebenso ableiten, wie aus der Funktion  $V$  die Wirkung auf irgend einen Punkt, in welchem die Einheit des Agens sich befindet. Wir nennen deshalb die Funktion  $w$  das Potential der gegebenen Menge auf die Menge  $m$ .

Wirkt die gegebene Menge des Agens auf eine Anzahl verschiedener Mengen  $m_1, m_2, m_3 \dots m_n$ , und sind die Werte der Potentialfunktion der ersten an den verschiedenen Stellen, wo sich diese Mengen befinden,  $V_1, V_2, V_3 \dots V_n$ , so ergibt sich in derselben Weise, daß das Potential der gegebenen Menge auf alle diese Mengen zusammen gegeben ist durch die Summe

$$W = m_1 V_1 + m_2 V_2 + m_3 V_3 + \dots m_n V_n = \sum m V \quad (1)$$

also durch die Summe der einzelnen Potentiale auf die einzelnen verteilt liegenden Mengen.

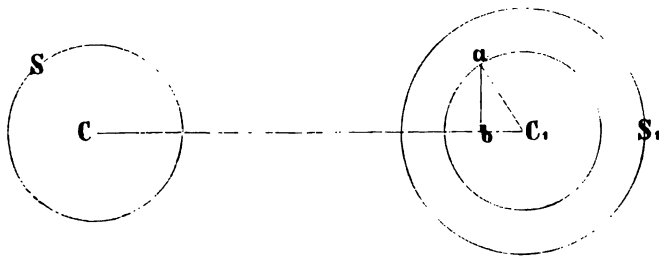
Wirkt die gegebene Menge des Agens auf eine andere ebenfalls einen gewissen Raum ausfüllende, so sei  $dm'$  die in irgend einem Elemente dieses Raumes vorhandene Menge. Das Potential der gegebenen Menge auf dieses Element ist  $V dm'$ , und damit wird das Potential der ersten Menge auf die zweite

$$W = \int V dm', \quad (2)$$

worin die Integration sich über den ganzen Raum zu erstrecken hat, welcher mit der zweiten Menge des Agens ausgefüllt ist, und für jedes Element des Raumes der entsprechende Wert von  $V$  einzusetzen ist.

Um zu erkennen, in welcher Weise diese Rechnungen zu führen sind, wollen wir das Potential einer homogenen Kugel auf eine andere ebenfalls homogene Kugel berechnen. Der Abstand der Mittelpunkte der beiden

Fig. 6.



Kugeln sei gleich  $R$ . Sei  $S$  Fig. 6 ein Durchschnitt durch die erste,  $S_1$  ein solcher durch die zweite Kugel, deren Radius gleich  $r$  sei. In der

zweiten Kugel denken wir uns zunächst eine Kugelschale vom Radius  $\varrho$ , deren Dicke gleich  $d\varrho$  sei; wir bestimmen das Potential der Kugel  $S$  auf diese Schale. Sei bei  $a$ , dessen Lage durch den Winkel  $CC_1a = \varphi$  gegeben ist, ein Bogenelement  $d\varphi$ , dessen Länge also  $\varrho d\varphi$  ist, dann ist, wenn  $\kappa$  die Dichtigkeit des Agens in der zweiten Kugel bezeichnet, die Menge des in einem zu  $CC_1$  senkrechten Ringe, dessen Durchschnitt das Element  $d\varphi$  bei  $a$  ist, vorhandene Menge des Agens

$$\kappa \cdot 2\pi \varrho^2 \sin \varphi d\varphi d\varrho.$$

Ist  $M$  die Menge des Agens in der ersten Kugel, so ist die Potentialfunktion derselben in jedem Punkte dieses Ringes

$$V = \frac{M}{Ca} = \frac{M}{e},$$

da alle Punkte dieses Ringes von dem Mittelpunkte der ersten Kugel gleich weit entfernt sind. Für das Potential der Kugel auf diesem Ringe erhalten wir deshalb nach unserer Definition

$$\frac{M}{e} \kappa 2\pi \varrho^2 \sin \varphi d\varphi d\varrho.$$

Es folgt das einfach aus der Gleichung (2), da wenn  $V$  für alle in Betracht kommenden Elemente  $dm'$  denselben Wert hat, nach dem Begriffe der Summe

$$\int V dm' = V \int dm' \text{ ist.}$$

Um das Potential der Kugel  $S$  auf die Kugelschale  $\varrho$  zu erhalten, schreiben wir

$$e^2 = R^2 + \varrho^2 - 2R\varrho \cos \varphi,$$

woraus folgt

$$e de = R\varrho \sin \varphi d\varphi$$

$$\frac{de}{R\varrho} = \frac{\sin \varphi d\varphi}{e}.$$

Das zu bildende, über die Schale auszudehnende Integral wird dadurch

$$\int \frac{M 2\pi \varrho^2 d\varphi}{R} de.$$

Dasselbe ist nach  $e$  zu nehmen, da wir dieses an Stelle von  $\varphi$  als Veränderliche eingeführt haben und zwar von  $e = R - \varrho$  bis  $e = R + \varrho$ , und liefert den Wert

$$\frac{M \cdot 4\pi \varrho^2 d\varphi \kappa}{R}.$$

Das Potential der Kugel  $S$  auf die Kugel  $S_1$  ist die Summe der Potentiale auf alle Schalen von der Dicke  $d\varrho$ , welche zwischen  $\varrho = 0$  und  $\varrho = r$  liegen, da diese Schalen die Kugel  $S_1$  bilden; es ist somit das Integral

$$W = \int_0^r \frac{M 4\pi \kappa}{R} \varrho^2 d\varrho,$$

und dasselbe ist

$$W = \frac{M \cdot \frac{4}{3} r^3 \kappa}{R}.$$

Das Produkt

$$\frac{4}{3} r^3 \pi \kappa = M'$$

ist die in der zweiten Kugel vorhandene Menge des Agens, so daß wir schliesslich setzen können

$$W = \frac{MM'}{R}.$$

Das Potential zweier Kugeln auf einander ist gleich dem Produkte der in den beiden Kugeln vorhandenen Menge des Agens dividiert durch den Abstand ihrer Mittelpunkte. Für die Wirkung der beiden Kugeln auf einander parallel der Verbindungslinie der Mittelpunkte erhalten wir

$$A = - \frac{dW}{dR} = \frac{MM'}{R^2}$$

den schon früher bewiesenen Satz, daß zwei Kugeln bei dem hier vorausgesetzten Anziehungs- resp. Abstofsungsgesetze gerade so auf einander wirken, wie wenn die in jeder wirksame Menge in dem Mittelpunkte der betreffenden Kugel konzentriert wäre.

Ebenso wie wir in Gleichung (1) oder (2) das Potential einer gegebenen Menge auf eine zweite durch

$$W = \int V dm',$$

also durch die Summe der Potentiale der ersten auf die verschiedenen Elemente der zweiten dargestellt haben, können wir dasselbe auch durch

$$W = \int V' dm \dots \quad (3)$$

durch die Summe der Potentiale der zweiten Menge auf die einzelnen Elemente der ersten darstellen. Daß der durch die Gleichung (3) dargestellte Ausdruck derselbe ist, wie der in Gleichung (2) gegebene, folgt aus dem Begriffe des Potentials. Das Potential einer Menge auf eine andere ist die Summe aller Produkte aus je einem Elemente der ersten und jedem Elemente der zweiten Menge, jedes Produkt dividiert durch die Entfernung der zwei in einem Produkte vereinigten Elemente. Ganz dieselbe Summe erhalten wir aber, wenn wir die Summe aller Produkte aus je einem Elemente der zweiten Menge mit jedem Elemente der ersten Menge, jedes Produkt dividiert durch die Entfernung der in dem Produkte vereinigten Elemente bilden. Die letztere Summe ist aber durch die Form der Gleichung (3) gegeben, da der unter dem Integralzeichen stehende Ausdruck das Produkt eines einzelnen Elementes der ersten Menge mit allen Elementen der zweiten Menge bedeutet, jedes der einzelnen dabei zu bildenden Produkte dividiert durch die Entfernung des Elementes  $dm$  von dem betreffenden Elemente der zweiten Menge.

In seiner allgemeinen Form ist das Potential zweier Mengen auf einander gegeben durch die Doppelsumme

$$W = \iint \frac{dm dm'}{r}.$$

Das Element dieser Summe ist das Produkt eines Elementes der ersten und eines Elementes der zweiten Menge dividiert durch die Entfernung der beiden Elemente, und die Doppelsumme bedeutet eben, daß wir die



Summe für jedes Element der ersten und für jedes Element der zweiten Menge bilden müssen, oder daß die Integration über beide Mengen auszuführen ist.

Wir haben im §. 2 gezeigt, daß die Potentialfunktion einer gegebenen Menge auf einen in ihrem Innern liegenden Punkt einen bestimmten endlichen Wert hat, und daß die Differentialquotienten uns die Kraft geben, welche von der Menge auf diesen Punkt ausgeht wird, unter der Voraussetzung, daß in ihm die Einheit des Agens konzentriert sei. Sind die einzelnen Elemente des Agens gegen einander beweglich, so wird infolge dieser Wirkung so lange eine Verschiebung im Innern der Menge stattfinden, bis die Potentialfunktion im Innern überall denselben Wert hat. Befindet sich in dem betrachteten Punkte im Innern der Menge nicht die Einheit, sondern die Menge  $dm$  des Agens, so wird das Potential der ganzen Menge auf dieses ihr eigenes Element  $Vdm$ , und die Kraft, mit welcher dieses Element nach irgend einer Richtung  $s$  getrieben wird,

$$S = - dm \frac{dV}{ds}.$$

Wie für dieses Element, können wir für alle Elemente der gegebenen Menge des Agens das Potential bilden und alle diese Potentiale summieren; diese Summe

$$W' = \frac{1}{2} \int V' dm$$

bezeichnet man als das Potential der Menge auf sich selbst. Daß der Faktor  $\frac{1}{2}$  vor dem Integralzeichen stehen muß, erkennt man, wenn man das Potential in der Form schreibt

$$W' = \frac{1}{2} \iint \frac{dm dm_1}{r}$$

als die Doppelsumme der Produkte von jedem Elemente mit allen übrigen, jedes Produkt dividiert durch die betreffende Entfernung der Elemente. Werden nach und nach unter dem Integralzeichen für  $dm$  alle verschiedenen Elemente der gegebenen Menge eingesetzt und ebenso für  $dm_1$ , so kommt jedes Produkt  $dm dm_1$  doppelt vor. Denn bilden wir zunächst einmal die Summe für ein bestimmtes  $dm_1$ , so enthält diese einmal das Produkt  $dm dm_1$ ; setzen wir dann nach und nach, um die ganze Summe zu bilden, für  $dm_1$  alle übrigen Elemente, so kommt auch einmal  $dm$  an die Reihe, und bilden wir für dieses alle Produkte, so findet sich unter den Elementen auch einmal  $dm_1$ , so daß das Produkt  $dm dm_1$  zum zweitenmale auftritt. Da indes in dem Potentiale jedes Produkt nur einmal vorkommen darf, müssen wir die Gesamtsumme mit  $\frac{1}{2}$  multiplizieren.

### §. 9.

**Bestimmung der Arbeit bei Verschiebung von gegebenen Mengen eines Agens aus dem Potential.** Aus dem Potential einer gegebenen Menge eines Agens auf eine andere und auf sich selbst läßt sich unmittelbar die Arbeit ableiten, welche bei einer Verschiebung der Mengen *gegen einander* oder der einzelnen Teile einer der Mengen durch die *wirk-samen Kräfte* geleistet wird, wenn die Verschiebungen im Sinne der wirk-



samen Kräfte erfolgen, oder welche zu diesen Verschiebungen aufgewandt werden müssen, wenn die Verschiebungen den wirksamen Kräften entgegen stattfinden sollen<sup>1)</sup>.

Es seien zwei Mengen  $M$  und  $M_1$  eines Agens gegeben, die Menge  $M$  wollen wir uns fest, die Menge  $M_1$  beweglich denken; ein Element der erstern sei  $dm$ , der letztern  $dm_1$ , ihr Abstand sei  $r$ . Die Kraft, mit der diese Elemente auf einander wirken, ist

$$\frac{dm dm_1}{r^2}.$$

Wenn infolge dieser Wirkung die zweite Masse so bewegt wird, daß der Abstand der beiden Elemente um  $dr$  verändert wird, wobei es gleichgültig ist, ob die Bewegung des Elementes in der Verbindungslinie  $r$  oder nach einer andern Richtung, aber so erfolgt, daß sich der Abstand  $r$  um  $dr$  ändert, so ist die von der wirksamen Kraft geleistete Arbeit

$$\frac{dm dm_1}{r^2} dr = - d \frac{dm dm_1}{r},$$

oder diese Arbeit ist gleich dem negativ genommenen Differential des Potentials der beiden Elemente.

Bestimmen wir so die Arbeit für alle Elemente der beiden Mengen, so ist die bei der Verschiebung der zweiten Menge gegen die erste geleistete Arbeit gleich der Summe der Arbeiten für alle Elemente, oder gleich

$$- \int \int d \frac{dm dm_1}{r}.$$

Diese Summe bedeutet die Summe aller Änderungen, welche alle einzelnen Glieder der Summe

$$\int \int \frac{dm dm_1}{r}$$

erfahren, wenn in jedem Gliede dieser letzten Summe an Stelle von  $r$  der Wert  $r + dr$  gesetzt wird. Die Summe aller dieser Änderungen ist aber nichts anders, als die Änderung, welche die Summe selbst dadurch erfährt, so daß wir einfach schreiben können

$$\int \int d \frac{dm dm_1}{r} = d \int \int \frac{dm dm_1}{r}.$$

Dieser letztere Ausdruck ist die Änderung des Potentials der beiden Mengen auf einander, welche der Verschiebung der beiden Massen gegen einander entspricht, oder das Differential des Potentials; es ist somit

$$dW = d \int \int \frac{dm dm_1}{r}.$$

Bezeichnen wir die Arbeit, welche der Verschiebung der zweiten Menge gegen die erste durch die Änderung von  $r$  um  $dr$  entspricht, mit  $dL$ , so ist

$$dL = - dW,$$

1) *Helmholtz*, Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. Man sehe auch *Clausius*, die Potentialfunktion und das Potential. 3. Aufl. Leipzig 1877.

oder die Arbeit, welche einer unendlich kleinen Verschiebung der zweiten Menge gegen die erste entspricht, ist gleich dem mit dem negativen Vorzeichen versehenen Differentiale des Potentials, welches durch diese Verschiebung bestimmt wird. Wenn durch die Verschiebung der Menge das Potential kleiner wird, so wird  $dW$  negativ und damit  $dL$  positiv, es ist somit durch diese Verschiebung Arbeit geleistet worden, welche als lebendige Kraft in das bewegte Agens übergegangen ist; ist durch die Verschiebung der Wert des Potentials größer geworden, so ist  $dW$  positiv,  $dL$  negativ, es mußte zur Hervorbringung dieser Verschiebung Arbeit aufgewendet werden.

Wenn eine endliche Verschiebung der zweiten Menge des Agens gegen die erste eintritt, so wird dadurch eine endliche Arbeit bedingt; diese endliche Arbeit  $L$  ist gleich der Summe aller der unendlich vielen unendlich kleinen Arbeiten, welche bei den unendlich kleinen Verschiebungen geleistet wird, deren Summe gleich der endlichen Verschiebung ist. Jede dieser elementaren Arbeiten ist gleich dem negativen Zuwachs des Potentials, welche der unendlich kleinen Verschiebung entspricht, die gesamte Arbeit ist somit gleich der mit dem negativen Vorzeichen versehenen Summe aller dieser Differentialien, und diese Summe ist einfach gleich der Differenz der beiden Werte des Potentials im Anfange und am Ende der Verschiebung. Bezeichnen wir den Wert des Potentials am Anfange der Verschiebung mit  $W_1$ , am Ende derselben mit  $W_2$ , so folgt demnach

$$L = - (W_2 - W_1) = W_1 - W_2.$$

Wir gelangen somit zu dem Satze, daß die Arbeit, welche bei der Verschiebung zweier Mengen eines Agens gegen einander geleistet wird, gleich ist der Differenz ihrer Potentiale auf einander in der ersten und der zweiten Lage.

Außer dieser durch eine Verschiebung der beiden Mengen zwischen denselben geleisteten Arbeit kann auch Arbeit innerhalb der Agentien geleistet werden. Nehmen wir an, daß die einzelnen Mengen des wirk samen Agens gegen einander beweglich sind, so ist für jede der auf einander wirkenden Mengen die Bedingung des Gleichgewichts, daß die Potentialfunktion der gesamten vorhandenen Agentien innerhalb des Raumes, der die einzelnen Mengen umschließt, konstant sei. Die Potentialfunktion der überhaupt gegebenen Massen hängt von ihrer gegenseitigen Lage ab, deshalb wird der Wert der Potentialfunktion innerhalb der von den einzelnen Mengen der Agentien erfüllten Räume durch eine Verschiebung der Agentien gegen einander geändert, und zwar für die einzelnen Stellen dieser Räume im allgemeinen in verschiedenem Maße geändert. Infolge dessen muß in jedem Raume die Verteilung des Agens eine andere werden, damit an allen Stellen des einzelnen Raumes die Potentialfunktion wieder den gleichen Wert erhält. Diese anderweitige Verteilung des Agens erfordert ebenfalls eine gewisse Arbeit oder leistet eine Arbeit, da die einzelnen Mengen des Agens sich unter Wirkung von Kräften bewegen. Ganz dieselbe Betrachtungsweise, welche wir oben für die durch Verschiebung der Mengen gegen einander geleistete Arbeit angestellt haben, ergibt für die im Innern der einzelnen Mengen geleistete Arbeit, daß einer Verschiebung der Elemente innerhalb der einzelnen Mengen um  $dr$  eine Arbeit

entspricht, welche dem negativen Zuwachs des Potentials der einzelnen Menge auf sich selbst gleich ist, oder daß

$$dL = - dW',$$

wenn wir mit  $W'$  das Potential der betrachteten Menge auf sich selbst bezeichnen. Die einer endlichen Änderung der Verteilung der betreffenden Menge des Agens entsprechende Arbeit ist demnach gerade so

$$L = - (W_2' - W_1') = W_1' - W_2',$$

wenn  $W_1'$  das Potential im Anfangszustande,  $W_2'$  im Endzustande bedeutet.

Wird durch die Verschiebung der beiden Mengen gegen einander gleichzeitig in beiden Mengen eine Änderung der Verteilung bewirkt, und bezeichnen wir das Potential der zweiten Menge auf sich selbst vor der Änderung der Verteilung mit  $W_1''$ , nach derselben mit  $W_2''$ , so wird die ganze bei der Verschiebung geleistete oder aufzuwendende Arbeit, die Summe der Arbeiten in den einzelnen Mengen und jener zwischen den Mengen; dieselbe ist somit

$$L = (W_1' + W_1'' + W_1) - (W_2' + W_2'' + W_2).$$

Die in den Klammern enthaltenen Ausdrücke sind jedesmal die Summe der Potentiale der beiden gegebenen Mengen auf sich selbst und auf einander; sehen wir die gegebenen Mengen als ein System an, so können wir diese Summe als das Potential des Systemes auf sich selbst bezeichnen und können damit für das ganze System den vorhin für die einzelne Menge ausgesprochenen Satz aufstellen, daß die Änderung des Potentials eines Systemes auf sich selbst die bei dem Übergange aus dem einen Zustande in den andern geleistete Arbeit ist.

Daß der gleiche Satz gilt, wenn beliebig viele Mengen Agens in einem Systeme vorhanden sind, bedarf wohl keines Nachweises, ebenso braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß der gleiche Satz gilt, wenn die einzelnen Agentien durch Verschiebung der Mengen gegen einander nicht geändert werden. Denn in dem Falle bleiben die Potentiale der einzelnen Mengen auf sich selbst ungeändert, fallen also bei der Bildung der Differenz fort.

Für zwei unveränderliche Mengen eines Agens ist die bei einer Verschiebung derselben gegen einander geleistete Arbeit

$$L = W_1 - W_2.$$

Rücken die Massen bis in unendliche Entfernung von einander, so wird  $W_2 = 0$ , somit

$$L = W_1.$$

Es folgt somit, daß das Potential einer Menge auf eine andere gleich der Arbeit ist, welche geleistet werden muß, um die beiden Mengen aus unendlicher Entfernung in die Lage zu bringen, in welcher ihr Potential den angegebenen Wert hat, oder welche geleistet wird, wenn die beiden Mengen sich von einander bis ins Unendliche entfernen. Stößen die beiden Mengen sich ab, so ist  $W_1$  positiv, das System leistet also Arbeit, wenn die Massen sich entfernen, es muß Arbeit in dasselbe übertragen werden, wenn die beiden Mengen genähert werden. Ziehen die beiden Mengen



einander an, so ist das Potential negativ, das System leistet Arbeit, wenn die Massen sich nähern, es muß in das System Arbeit übertragen werden, wenn sich dieselben von einander entfernen.

Gleiches gilt für das Potential einer Menge auf sich selbst. Ändert sich die Verteilung des gegebenen Agens, so daß das Potential der Menge auf sich selbst von  $W_1'$  in  $W_2'$  übergeht, so ist

$$L = W_1' - W_2'.$$

Denken wir uns die Menge in einen solchen Zustand gebracht, daß  $W_2' = 0$  wird, ein Zustand, der eine Verbreitung dieses Agens über einen unendlich großen Raum bedeuten würde, so ist

$$L = W_1'.$$

Das Potential einer Menge auf sich selbst ist somit die Arbeit, welche die gegebene Menge bei Verteilung ins Unendliche leisten kann, wenn  $W_1'$  positiv ist, oder welche, wenn  $W_1'$  negativ ist, aufgewandt werden muß, um die Menge ins Unendliche zu zerteilen. Im ersten Falle giebt uns also das Potential der Menge auf sich selbst die Arbeit, welche die zwischen den Elementen derselben wirksamen Kräfte leisten können, also den in derselben vorhandenen Arbeitsvorrat, im andern Falle die von den Kräften bei Entwicklung des gegebenen Zustandes aus unendlicher Zerteilung geleistete Arbeit, welche als lebendige Kraft bewegter Massen in derselben vorhanden sein muß. In dem einen wie in dem andern Falle können wir das Potential der Menge auf sich selbst als den Arbeitsvorrat in dem gegebenen Zustande, beziehungsweise als die Energie der gegebenen Menge bezeichnen.

Nach der vorhin gegebenen Definition des Potentials eines gegebenen Systems verschiedener Mengen auf sich selbst können wir diesen Satz sofort auch für ein beliebiges System aussprechen, das Potential eines Systems auf sich selbst ist die Energie des Systems.

Wir können den Begriff der Energie eines Systemes noch etwas allgemeiner fassen, um sofort zu erkennen, daß bei Kräften, deren Wirkung durch die Potentialfunktion bestimmt ist, das Princip von der Erhaltung der Arbeit besteht. Sei in einem gegebenen Zustande das Potential eines Systemes auf sich selbst gleich  $\Sigma W_1$ , wo wir das Zeichen  $\Sigma$  schreiben, um anzudeuten, daß dieses Potential aus dem der einzelnen Mengen auf sich selbst und der einzelnen Mengen auf einander besteht. Es mögen ferner die mit den Agentien verbundenen Massen gewisse Geschwindigkeiten haben, so daß in dem System eine gewisse lebendige Kraft vorhanden ist, welche wir mit  $\frac{1}{2} \Sigma m v_1^2$  bezeichnen wollen, und welche dem System irgendwie erteilt ist. Nun sei aber das System nur der Wirkung der innern Kräfte überlassen, und durch diese gehe das Potential desselben auf sich selbst in  $\Sigma W_2$  über, so daß die Arbeit  $\Sigma W_1 - \Sigma W_2$  geleistet sei. Da diese Arbeit auf die Massen des Systems übertragen ist, so muß dieselbe ganz als lebendige Kraft derselben vorhanden sein; ist also  $\frac{1}{2} \Sigma m v_2^2$  die lebendige Kraft in dem Systeme nach der Änderung, so muß

$$\Sigma W_1 - \Sigma W_2 = \frac{1}{2} \Sigma m v_2^2 - \frac{1}{2} \Sigma m v_1^2$$

oder es muß

$$\Sigma W_1 + \frac{1}{2} \Sigma m v_1^2 = \Sigma W_2 + \frac{1}{2} \Sigma m v_2^2.$$

auf beiden Seiten dieser Gleichung stehenden Summen sind die Energie systemes in dem allgemeineren Sinne, indem sie auch den Fall umfassen, daß in dem gegebenen Zustande von außen in das System eine gewisse Arbeitsmenge übertragen ist, und diese Gleichung ist der Ausdruck des Satzes, daß in einem gegebenen, nur der Wirkung innerer Kräfte unterworfenen System die Energie konstant ist. Denn dieselbe besagt, daß der gesamte Arbeitsvorrat des Systems nach jeder nur durch innere Kräfte bewirkten Veränderung der gleiche ist, wie vor dem Eintreten der Änderung. Man nennt häufig das Glied  $\Sigma W$  die potentielle, das Glied  $\frac{1}{2} \Sigma m v^2$  die kinetische Energie des Systemes, so daß wir obige Gleichungen auch kurz dahin aussprechen können, daß bei einer durch innere Kräfte bewirkten Änderung eines Systems potentielle Energie in kinetische verwandelt wird oder umgekehrt, daß aber die Summe beider konstant ist, wenn nicht von außen in das System Arbeit übertragen oder ihm solche entzogen wird.

## Erster Abschnitt. Vom Magnetismus.

### Erstes Kapitel.

#### §. 10.

**Beschreibung der magnetischen Eigenschaft.** Unter den Eisenerzen findet sich ein nach der Formel  $Fe_2O_3$  zusammengesetztes Oxyd, das Eisenoxydoxydul, welches häufig die Eigenschaft besitzt Eisenteile, Feilspäne, kleine Stückchen anzuziehen und festzuhalten. Legt man ein Stück dieses Erzes in Eisenfeilicht, so bleiben an vielen Stellen desselben ziemliche Quantitäten der Späne haften, wenn man den Stein aus dem Feilicht heraushebt. Ausser dem Eisen wird von diesen Erzen, jedoch in viel geringerem Maße, auch Nickel und Kobalt angezogen; von einigen anderen Metallen, so Chrom, Mangan<sup>1)</sup>, ist es noch zweifelhaft. Diese eigentümliche Eigenschaft wurde schon im Altertume an den Eisenerzen, welche bei der kleinasiatischen Stadt Magnesia gefunden wurden, zuerst beobachtet, sie wurde daher zunächst die Eigenschaft der magnetischen Steine und später die magnetische Eigenschaft oder kurz Magnetismus genannt. Körper, welche diese Eigenschaft zeigen, haben den Namen Magnete und das erwähnte Eisenerz den Namen Magneteisenstein erhalten.

Ein magnetisches Stück des Magneteisensteins zieht keineswegs an allen Stellen der Oberfläche das Eisen gleichmäßig an; legt man ein solches Stück in Eisenspäne, so bleiben dieselben nur an zwei oder mehreren Stellen vorzugsweise haften, während ausgedehnte Teile der Oberfläche keine Spur von Eisen festhalten. Jene Stellen, an denen das Eisen haften bleibt, bezeichnet man als die Polargegenden oder die magnetischen Pole des Magnets.

Wenn man dem Pole eines Magnets ein Stäbchen weichen Eisens nähert, oder das eine Ende desselben an den Pol anlegt und dann das Eisenstäbchen in Eisenfeile taucht, so zeigt sich auch dieses Eisenstäbchen mag-

<sup>1)</sup> Man sehe Pouillet, *Elements de Physique* Tome II und Faraday, *Philosophical Magazine* III. Ser. Vol. VIII und IX. 1838. Poggend. Ann. Bd. LXV, Bd. LXXII, Bd. LXXIX, Bd. LXX. Auch Lamont, *Handbuch des Magnetismus* (Leipzig: Enzyklopädie Bd. XV) p. 31 ff.



netisch und zwar so lange, als es sich in der Nähe des Poles befindet; entfernt man es von demselben, so hat es im allgemeinen seinen Magnetismus wieder verloren. An einem solchen Eisenstäbchen erkennt man schon viel deutlicher, daß die magnetische Eigenschaft keineswegs an allen Stellen des Magnets gleich stark ist; man sieht vielmehr, daß das von dem Magnete entfernte Ende und das ihm nächste am meisten Eisenfeile festhalten, und daß um so weniger an dem Eisen haften, je mehr man sich der Mitte nähert. In der Mitte des Stäbchens findet sich eine breite Zone, an welcher durchaus keine Feilspäne haften, welche also nicht magnetisch ist.

Nur weiches Eisen zeigt die eben erwähnte Eigenschaft, sofort durch Berührung eines Magnetpols zum Magnet zu werden und sofort nach Entfernung des Magnetpols fast augenblicklich den Magnetismus zu verlieren; legt man gehärteten Stahl an den Pol eines Magnets, so zeigt derselbe anfangs kaum eine Spur von Magnetismus, jedoch nach einiger Zeit wird auch der Stahl magnetisch, und sein Magnetismus nimmt bis zu einer gewissen Grenze zu, je länger er sich mit dem Magnete in Berührung befindet. Besser noch läßt sich ein Stahlstab magnetisch machen, wenn man ihn mit einem Magnetpole wiederholt in einer und derselben Richtung streicht.

Ein auf die eine oder die andere Weise magnetisierter Stahlstab zeigt dann aber die Eigentümlichkeit, daß er den ihm erteilten Magnetismus nicht, wie das Eisen, verliert, wenn man den erregenden Magnet fortnimmt; er behält vielmehr den ihm erteilten Magnetismus fast ungeschwächt bei, er ist bleibend zum Magnet geworden. Derartige künstliche Magnete, cylindrische oder parallelepipedische Stäbe von Stahl, wendet man daher am besten zur Untersuchung der magnetischen Eigenschaften an, da sie von den natürlichen Magneten den Vorzug einer bequemern Form haben, im übrigen aber ganz dieselben Eigenschaften zeigen.

An einem Stabmagnete erkennt man sofort, daß der Magnetismus nur an den Enden hervortritt, daß er um so schwächer wird, je mehr man sich der Mitte des Magnets nähert. Hängt man ein eisernes Kugelchen auf und nähert demselben einen Magnet, so wird dasselbe von den Enden desselben angezogen und festgehalten, die Mitte des Stabes vermag dagegen nicht das Kugelchen aus seiner Gleichgewichtslage zu entfernen. Der eben schon erwähnte Versuch, das Einlegen eines Magnets in Eisenspäne, zeigt die Verteilung des Magnetismus am deutlichsten; die Eisenspäne legen sich (Fig. 7) vorzugsweise an die Enden des Stabes an, von denen sie büschelförmig hervorstehen. An den Seiten legen sie sich ebenfalls an, jedoch an den der Mitte näheren Stellen immer weniger; in der Mitte bleibt eine bei den verschiedenen Magneten verschieden breite Zone, welche gar keine Feilspäne trägt.

Fig. 7.



Man bezeichnet daher die Enden des Magnets, wo sich der Magnetismus vorzugsweise zeigt, als die Pole des Magnets und nennt die mittlere Zone, welche keine magnetischen Eigenschaften zeigt, die Indifferenzzone.

Wie sich aus dem Vorigen ergibt, ist der Magnetismus keine den

magnetischen Substanzen als solchen zukommende Eigenschaft, denn es giebt Magnetsteine, welche keine Spur von Magnetismus zeigen, ebenso wie das weiche Eisen und der Stahl im allgemeinen nicht magnetisch sind; die Magneteisensteine sind nur zuweilen unter nicht näher gekannten Umständen magnetisch, weiches Eisen ist nur magnetisch, wenn es sich unter dem Einflusse eines Magnets befindet, und Stahl nur dann, wenn er eine Zeit lang dem Einflusse des Magnets ausgesetzt war. Der Magnetismus ist daher den Substanzen, welche magnetisch sein können, nicht wesentlich, da dieselben Substanzen magnetisch sein können oder nicht, er ist demnach eine Kraft, der ein unbekannter Träger zu Grunde liegt. Um diesen Träger kurz bezeichnen zu können, spricht man von einem magnetischen Fluidum, welches, wenn es in den Körpern enthalten ist, dieselben fähig macht Magnetismus zu zeigen. Man dachte sich früher dieses Fluidum als eine äusserst feine, den Körper durchdringende Flüssigkeit, etwa wie den Äther, welche der Schwere nicht unterworfen ist, da das Gewicht eines Stahlstabes ganz genau dasselbe ist, ob er magnetisch ist oder nicht. Die Flüssigkeit wurde daher eine imponderabele genannt und mit dem Licht und Wärmestoff, welchen man früher annahm, zu den Imponderabilien gezählt.

Da wir vorhin sahen, daß Stahl oder Eisen magnetisch werden, wenn sie mit einem Magnete in Berührung sind, so könnte es auf den ersten Blick den Anschein haben, als ob das magnetische Fluidum von einem Körper zu dem andern übertragen würde, und als ob durch die Aufnahme dieses Fluidums ein Körper zum Magnet würde. Dieser Annahme widersprechen aber mehrere Erfahrungen; zunächst würde es dann höchst auffallend sein, daß nur so wenige Substanzen magnetisch werden können, besonders daß nicht alle Metalle, welche sonst in ihrem physikalischen Verhalten die grösste Ähnlichkeit zeigen, in Magnete verwandelt werden können. Ferner ist klar, daß wenn das Magnetisieren Folge des Überfließens des magnetischen Fluidums aus dem Magnete in die zu magnetisierenden Körper wäre, daß dann der Magnet an Kraft um so mehr abnehmen müßte, je mehr Körper mit demselben magnetisiert werden, ja daß schließlich der Magnetismus des Magnets sich ganz verlieren müßte. Das ist jedoch durchaus nicht der Fall; man mag mit einem Magnete soviel Stahlstäbe magnetisieren als man will, der Magnetismus desselben bleibt immer derselbe, da beim Einlegen in Eisenfeilspäne immer dieselbe Quantität Eisenfeilicht an ihm hängen bleibt.

Weiter spricht gegen diese Annahme die Erfahrung, daß die Wirkung eines Magnets nicht nur in die Ferne reicht, sondern daß sie auch sämtliche nicht magnetische Substanzen zu durchdringen vermag, ohne daß letztere eine Spur von Magnetismus zeigen. Von dieser Thatsache kann man sich leicht durch einen einfachen Versuch überzeugen. Man befestige ein Stübchen weichen Eisens vertikal in einem Stativ und lasse dessen unteres Ende in Eisenfeile tauchen. Man befestige dann etwa in dem Abstände von 1 Cm. über demselben den Pol eines Magnets, so wird der Eisenstab sofort eine gewisse Menge Feilspäne anziehen, welche haften bleibt wenn man die darunter stehende Schale fortnimmt. Man halte dann zwischen dem Magnetpole und dem Eisenstabe eine Platte von Glas oder Holz oder irgend einer unmagnetischen Substanz, so wird von den Feilspänen nichts herabfallen, der Eisenstab bleibt also magnetisch. Wie vorhin erwähnt



ist aber das Eisen nur so lange magnetisch, als es sich unter dem Einflusse eines Magnets befindet, die Wirkung des Magnets geht also durch die unmagnetische Substanz hindurch. Ebenso deutlich erkennt man das, wenn man den Magnet fortnimmt und ihn dann wieder in die frühere Lage bringt; sobald man ihn fortnimmt, fallen alle Eisenfeilspäne ab, bringt man ihn wieder zurück und nähert dem untern Ende des Stabes wieder die Feilspäne, so werden dieselben sofort wieder angezogen und bleiben an dem Stabe haften. Nähert man nun aber der Glasscheibe unter dem Magnet Eisenfeilicht, so zeigt dieselbe keine Spur von Magnetismus, die Feilspäne werden von ihr nicht angezogen.

Da somit die Wirkung des Magnets durch Körper hindurchdringt, ohne dieselben zu Magneten zu machen, so folgt, daß das Magnetisiren nicht durch das überfließende magnetische Fluidum hervorgebracht werden kann. Denn dann müßte das Fluidum die Glasscheibe durchdringen und dieselbe wenigstens so lange magnetisch sein, als Fluidum hindurchgeht oder darin ist.

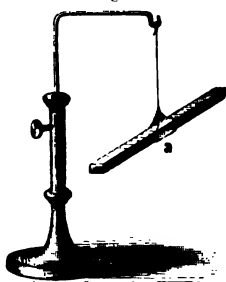
Wir müssen daraus schliessen, daß das magnetische Fluidum bereits in den Körpern, welche die magnetische Eigenschaft anzunehmen imstande sind, enthalten ist, in einer Weise aber, welche die Körper unfähig macht den Magnetismus zu zeigen, und daß der Akt des Magnetisirens nur in einer Belebung oder Erweckung des Magnetismus, in einer Zustandsänderung des vorhandenen magnetischen Fluidums besteht. Die Wirkung eines angenäherten Magnets bestände dann eben nur in jener Belebung, ohne daß von ihm etwas in den magnetisirten Körper übergeht.

Die Art und Weise, wie man sich das magnetische Fluidum in magnetisierbaren nicht magnetischen Körpern denken kann, ergibt sich aus einer genauern Untersuchung der magnetischen Eigenschaft der Magnete.

Wenn man einen Magnetstab horizontal an einem Faden, der nur eine geringe Torsionskraft hat, aufhängt, etwa so, daß man ihn in ein Papierschiffchen (Fig. 8) *a* einschiebt, so nimmt der Stab nach einigen Schwingungen immer eine bestimmte Lage an, so daß seine Längsrichtung mit dem astronomischen Meridian einen gewissen Winkel bildet. Bezeichnen wir, wenn der Stab seine Gleichgewichtslage angenommen hat, den einen der beiden Pole, etwa den nach Norden zeigenden, und bringen dann den Stab aus seiner Ruhelage, so kehrt er nach einigen Schwingungen in dieselbe zurück und zwar stets so, daß der bezeichnete Pol wieder nach Norden zeigt. Geben wir dem Magnete in einer andern Weise eine horizontale Lage, so daß er in der Horizontalebene sich frei drehen kann, indem wir ihn auf eine Spitze aufsetzen oder indem wir ihn auf einen schwimmenden Kork legen, so tritt ganz dasselbe ein, er nimmt schliesslich eine Ruhelage an, in welcher der bezeichnete Pol nach Norden zeigt.

Die beiden Magnetpole zeigen daher eine Verschiedenheit, indem ein in horizontaler Ebene drehbarer Magnet sich immer so stellt, daß der eine Pol des Magnetes nach Norden, der andere nach Süden zeigt. Man unterscheidet daher die beiden Pole, indem man den nach Norden zeigenden den

Fig. 8.



Nordpol, oder da er gewöhnlich auf den Magneten bezeichnet wird, der bezeichneten Pol nennt, während der andere Pol der Südpol oder nicht bezeichnete Pol genannt wird.

In ihrem Verhalten gegen magnetisierbare Körper zeigen die beiden Pole keine Verschiedenheit, beide ziehen dieselben an, beide verwandeln Eisenstäbe vorübergehend, Stahlstäbe dauernd in Magnete. Nähern wir z. B. dem in angegebener Weise aufgehängten Magnete einen Stab weichen Eisens, so wird er von letzterem angezogen und dem entsprechend aus seiner Ruhelage abgelenkt, sowohl wenn der Eisenstab dem Nordpole als wenn er dem Südpole genähert wird.

In dem Verhalten der beiden Pole gegen andere Magnete zeigt sich dagegen eine bedeutende Verschiedenheit. Nähern wir dem in der eben angegebenen Weise aufgehängten, in der Ruhelage befindlichen Magnete den Pol eines zweiten Magnets, so wird der hängende Magnet nicht mehr unter allen Umständen angezogen, sondern bald angezogen, bald abgestoßen. Wurde durch den genäherten Magnet der Südpol angezogen, so wird der hängende Magnet so lange angezogen, als sich der genäherte Pol an der Südhälfte jenes befindet; überschreitet der genäherte Magnet die Indifferenzzone und nähert er sich dem Nordpole des hängenden Magnetes, so wird letzterer abgestoßen und zwar um so stärker, je näher die beiden Pole sich kommen. Bestimmt man durch Aufhängen des genäherten Magnetes die Pole desselben, so findet man, daß der genäherte Pol ein Nordpol war. Nähert man darauf dem aufgehängten Magnete den Südpol eines zweiten, so wird der Südpol abgestoßen wie vorhin der Nordpol, und der Nordpol angezogen wie vorhin der Südpol. Es zeigt sich also darin ein entschiedener Gegensatz der beiden Pole, den wir kurz dahin aussprechen können, daß die gleichnamigen Pole zweier Magnete, Nord und Nord oder Süd und Süd, sich abstoßen, daß aber die ungleichnamigen Pole, Nord und Süd, sich anziehen.

Nach Erkennung dieser Verschiedenheit der beiden Magnetpole läßt sich nun auch leicht zeigen, daß das gleiche Verhalten der beiden Pole gegen magnetisierbare nicht magnetische Körper doch in verschiedener Wirkung derselben seinen Grund hat. Wie wir sahen, werden von den Magneten nur magnetisierbare Körper angezogen, und wie wir ferner sahen, werden die magnetisierbaren Körper unter Einwirkung der Magnete selbst magnetisch. Wir werden daher schließen, daß die Anziehung der magnetisierbaren Körper eben in dem Magnetischwerden derselben ihren Grund hat, und dann weiter, daß der Magnetismus so erregt wird, daß dem Magnetpole zunächst in dem angezogenen Körper ein mit demselben ungleichnamiger Pol induziert wird. Nähern wir also dem Nordpole eines Magnetes einen Stab weichen Eisens, so wird in dem genäherten Ende des Stabes ein Südpol und in dem fernern Ende ein Nordpol induziert. Nähern wir dagegen den Eisenstab einem Südpole, so wird in dem genäherten Ende ein Nordpol, in dem fernern Ende ein Südpol induziert. Die Pole in dem Eisenstabe würden also in beiden Fällen entgegengesetzt liegen, oder allgemein, ein Magnetpol würde in dem nähern Ende eines genäherten Eisenstabes einen ungleichnamigen, in dem fernern einen gleichnamigen Pol induzieren.

*Daß diese Schlüsse in der That richtig sind, läßt sich durch mehreren*

Versuche beweisen. Wenn man an einen Pol eines kräftigen Magnetstabes, etwa an den Nordpol, ein Stück weichen Eisens gehängt hat, und nähert dass dem Nordpole in der Art, wie es Fig. 9 zeigt, den Südpol  $S'$  eines zweiten, ebenso kräftigen Magnetes, so fällt das Eisenstück herab, sobald der Südpol  $S'$  sich über dem Nordpol  $N$  befindet. Der Magnet  $SN$  trägt das Eisenstück, indem er es so magnetisiert, daß oben bei  $N$  ein Südpol erzeugt wird, bei  $b$  ein Nordpol; er trägt es, weil die ungleichnamigen Pole zweier Magnete sich anziehen. Der genäherte Südpol  $S'$  des obern Magnetes induziert in dem weichen Eisen bei  $N$  einen ebenso starken Nordpol. Da nun die beiden Pole entgegengesetzte Eigenschaften haben, so hebt der eine den andern auf, und das Eisen wird unmagnetisch; das Herabfallen desselben beweist, daß das Eisen nur deshalb angezogen und getragen wird, weil es zum Magnet wird und zugleich, daß die Pole in der ebenangeführten Weise erzeugt werden.

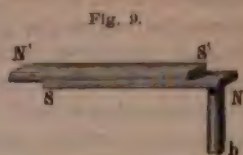


Fig. 9.

Wir können das noch direkter zeigen; legen wir einen nicht zu kurzen Stab  $S'N'$  weichen Eisens in der Fig. 10 angegebenen Weise vor den Nordpol eines kräftigen Magnetstabes  $NS$  und führen an dem Stabe eine kleine Nadel  $ns$  vorüber, welche so magnetisiert ist, daß ihr Nordpol sich in  $n$ , ihr Südpol sich in  $s$  befindet, und welche in der Horizontalebene drehbar aufgehängt ist, so wird der Nordpol der Nadel angezogen, der Südpol abgestoßen, wenn die Nadel sich bei dem Ende  $S'$  des Eisenstabes befindet; dagegen wird umgekehrt der Südpol der Nadel von dem Eisenstabe angezogen, der Nordpol abgestoßen, wenn die Nadel sich näher bei  $N'$  befindet, in gleicher Entfernung von beiden Enden stellt sich die Nadel dem Stabe parallel, so daß der Südpol nach der Seite  $N'$ , der Nordpol nach der Seite  $S'$  zeigt. Aus allem ergibt sich, daß der weiche Eisenstab durch den Nordpol des Magnetes  $NS$  so magnetisiert ist, daß das Ende  $S'$  zum Südpol, das andere vom Nordpol am weitesten entfernte Ende dagegen ein Nordpol geworden ist. Kehren wir den Magnet  $NS$  um, so daß der Südpol sich jetzt an der Stelle befindet, wo vorher der Nordpol war, so kehrt sich auch sofort, wie ein ebensolcher Versuch zeigt, der Magnetismus des Stabes  $S'N'$  um, bei  $S'$  entsteht ein Nordpol, bei  $N'$  ein Südpol.

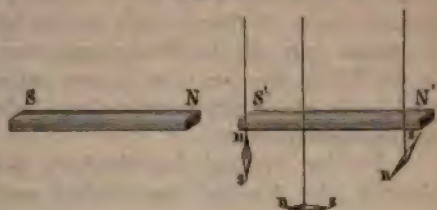


Fig. 10.

Die Wirkung der beiden Pole auf das magnetisierbare weiche Eisen ist also in sofern dieselbe, daß beide das Eisen zum Magnet machen, in sofern aber verschieden, daß die Lage der Pole im weichen Eisen entgegengesetzt ist, wenn der nächste Pol ein Nordpol ist, als wenn er ein Südpol ist.

Wenden wir bei dem vorigen Versuche anstatt des weichen Eisens einen Stahlstab an, so ist das schließliche Resultat in einer Beziehung dasselbe; der Stahlstab wird so magnetisiert, daß das dem Nordpole des Magnetes nächste Ende ein Südpol, das entgegengesetzte ein Nordpol wird; in einer andern Beziehung dagegen zeigt der Stahl ein wesentlich anderes

Verhalten. Während nämlich das Eisen momentan zum Magnet wird, wenn es der Einwirkung des Magnetes unterworfen wird, und momentan seine Magnetismus fast vollständig verliert, wenn es der Einwirkung des Magnete entzogen wird, dauert es beim Stahl eine geraume Zeit, ehe er magnetische Eigenschaften zeigt, ja es ist notwendig, denselben eine Zeit lang an den Magnet anzulegen oder mit einem Pole desselben nach einer Richtung mehrfach zu streichen, ehe er merklichen Magnetismus zeigt. Ist der Stahlstab aber einmal zum Magnet geworden, so bleibt er dauernd magnetisch, und verliert seinen Magnetismus nur wieder, wenn er in demnächst zu besprechender Weise behandelt wird.

Die zuletzt beschriebenen Eigenschaften der Magnete sind imstande uns eine Vorstellung davon zu liefern, wie das magnetische Fluidum, und zunächst noch an dieser Vorstellungsweise festzuhalten, in den magnetisierbaren Körpern vorhanden ist. Wenn die magnetischen Eigenschaften der Körper auf der Anwesenheit eines Fluidums beruhen, so sind wir nach dem Vorigen genötigt, zwei solcher Fluida anzunehmen, eines, welches den Nordmagnetismus, eines, welches den Süd magnetismus bedingt. Dem der Magnetismus des Nordpols ist von jenem des Südpols verschieden, er ist ihm gewissermaßen entgegengesetzt, so daß, was dieser abstößt, jener anzieht und umgekehrt. Sind die beiden Fluida vereinigt, so können sie keine Wirkung nach außen hin zeigen. An der Nordhälfte eines Magnetes herrscht der Nordmagnetismus vor, an der Südhälfte der andere; in der Mitte, wo der eine in den andern übergeht, in der Indifferenzzone sind beide gleich stark vorhanden, deshalb besitzt diese Stelle keine magnetischen Eigenschaften.

Da der Nordpol den Nordpol, der Südpol den Südpol des Magnete abstößt, der Nordpol den Südpol anzieht, so müssen wir nach unserer Vorstellungsweise annehmen, daß die gleichnamig magnetischen Fluida sich abstoßen, die ungleichnamigen sich anziehen, denn nach unserer Anschauungsweise sind die magnetischen Fluida die Träger der anziehenden und abstoßenden Kräfte.

Beachten wir, daß bei dem Magnetisieren des Eisens oder Stahls nichts aus dem Magnete in den zu magnetisierenden Körper übergeht, und zugleich, daß bei dem Magnetisieren stets, wie erwähnt, beide Pole und soweit wir bis jetzt erkennen können, beide in gleicher Stärke auftreten, so werden wir auf die Annahme geführt, daß in den magnetisierbaren Substanzen beide magnetische Fluida vorhanden sind, und zwar beide in gleicher Menge und beide gleichmäßig durch die Substanz verteilt. In dem Fall, so können diese Substanzen zunächst nach außen durchaus keine magnetische Eigenschaft zeigen, ebensowenig wie die Indifferenzzone des Magnetes, denn an jeder Stelle wirken beide Fluida mit gleicher Stärke, was das eine anzieht, stößt das andere ab. Wird aber eine solche Substanz der Einwirkung eines Magnetes unterworfen, so werden die Verhältnisse andere; wirke z. B. ein Nordpol auf einen Eisenstab in der Lage Fig. 10. Das nordmagnetische Fluidum des Nordpols stößt das nordmagnetische Fluidum des Eisens von sich und zieht das süd magnetische an; ersteres fließt in das entfernte Ende  $N'$  des Stabes, letzteres in das dem Magnete nähere nach  $S'$ . Da jetzt die beiden Fluida von einander wenigstens zum Teil getrennt sind, so muß der Stab magnetische Eigen-

schaften zeigen, und zwar das Ende  $S'$  süd magnetische, das Ende  $N'$  nord magnetische. Wird dann der Magnet wieder entfernt, so fließen die beiden Fluida, da sie sich anziehen, wieder zusammen und der Stab wird wieder unmagnetisch.

Auch im Stahl, als einem magnetisierbaren Körper, sind die beiden magnetischen Fluida in gleicher Menge vorhanden; da indess im Stahl nicht sofort, sondern nur durch fortgesetzte Wirkung des Magnetes die magnetischen Fluida getrennt werden, und da weiter nach Entfernung des Magnetes die beiden Fluida nicht der gegenseitigen Anziehung folgen, sondern von einander getrennt bleiben, so sind wir zu der Annahme genötigt, daß der Stahl der Bewegung der magnetischen Fluida einen gewissen Widerstand leistet. Dieser Widerstand verhindert, daß die magnetischen Fluida der anziehenden und abstossenden Wirkung des genäherten Magnetpoles sofort folgen und im Stahle sich trennen. Er verhindert zugleich, daß die einmal getrennten Fluida, ihrer gegenseitigen Anziehung folgend, sich wieder vereinigen. Man bezeichnet diesen Widerstand, welchen der Stahl der Bewegung der magnetischen Fluida entgegensetzt, als Koercitivkraft.

Mit Hilfe der Annahme zweier magnetischer Fluida von den beschriebenen Eigenschaften, sind wir daher imstande, uns eine Vorstellung über das Wesen des Magnetismus zu bilden; einen andern theoretischen Wert kann diese Annahme nicht beanspruchen, eine Erklärung der magnetischen Erscheinungen, wie uns z. B. die Undulationstheorie eine Erklärung der Lichterscheinungen bot, liefert sie uns in keiner Weise. Die Übereinstimmung dieser Hypothese mit den weiteren Beobachtungen kann selbst nicht dazu dienen, uns von der realen Existenz dieser Fluida zu überzeugen, da sie in der That nur der Ausdruck jener Erfahrung sind, daß nicht die magnetisierbaren Substanzen selbst die Träger des Magnetismus sein können, und da die einzelnen Beobachtungen mit dieser Annahme nur dadurch übereinstimmen, daß wir diesen hypothetischen Fluiden eben die Eigenschaften beilegen, welche die Magnete uns darbieten. Es ist diese Hypothese im Grunde nur eine Umschreibung der beobachteten Thatfachen, wir behalten sie zunächst bei, weil sie uns gestattet, denselben einen kurzen, präcisen Ausdruck zu geben, ohne daß wir damit die wirkliche Existenz solch eigentümlicher Flüssigkeiten annehmen<sup>1)</sup>.

### §. 11.

**Konstitution der Magnete.** Das Verhalten des Magnetes gegen Eisen und andere Magnete zeigt, daß derselbe in zwei, durch eine Indifferenzzone getrennte Teile zerfällt, deren einer nord magnetische Eigenschaften zeigt, während der andere süd magnetische zeigt. Denn nähern wir einem horizontal aufgestellten Magnete einen andern, so wird dessen Nordpol an der ganzen Nordhälfte des festen Magnetes bis zur Indifferenzzone abgestoßen, auf der ganzen Südhälfte angezogen. Die Gruppierung der Feilspäne an den Magneten zeigt dann schon, daß der Magnetismus von der Mitte aus

1) Das Historische über die Beobachtung der magnetischen Eigenschaften und die Hypothese über die Fluida findet sich in *Gehlers Physik. Wörterbuch* II. Aufl. Bd. V, 2. Abtlg. Artikel Magnetismus. *Lamont, Handbuch des Magnetismus (Karstens Encyclopädie Bd. XV).*

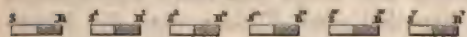


zu den Enden hin stetig zunimmt. Diese Beobachtung führt zu der Vermutung, daß in dem Magnete die beiden Fluida vollständig von einander getrennt seien, daß die eine Hälfte nur nordmagnetisches, die andere nur süd magnetisches Fluidum enthalte.

Diese Vermutung bestätigt sich aber nicht; wäre sie richtig, so würde folgen, daß eine Zerteilung eines Magnetes in seiner Mittellinie uns zwei halbe Magnete, ein nordmagnetisches und ein süd magnetisches Stück liefern müßte. Das ist nicht der Fall, denn eine Teilung des Magnetes liefert uns stets wieder zwei vollständige Magnete mit Nordpol und mit Südpol; die Trennungsstelle der Nordhälfte des Magnetes wird nämlich sofort zum Südpol, und diejenige der Südhälfte zum Nordpol. Wie weit man auch die Zerteilung des Magnetes fortsetzt, und wo man auch dieselbe vornimmt, ob man ein Stück der Nordhälfte oder der Südhälfte des Magnetes nimmt, immer erhält man einen vollständigen Magnet. Der Versuch gelingt am besten mit einer Stahlnadel, einer Stricknadel etwa, welche man, um später alle fremden Einflüsse fern zu halten, vor dem Magnetisieren mit einer Anzahl von Feilstrichen versieht an den Stellen, wo man sie später brechen will.

Diese Beobachtung macht eine andere Annahme über die Konstitution der Magnete notwendig, sie fordert, daß jedes Fragment eines Magnetes als vollständiger Magnet erscheint, daß in jedem Moleküle desselben die beiden magnetischen Fluida vorhanden und von einander getrennt sind. Jedes Molekül wird dadurch zu einem Elementarmagnete, und jeder Magnet ist demnach aus einer großen Anzahl solcher Elementarmagnete zusammengesetzt, deren Pole gleichgerichtet sein müssen. Denn denken wir uns eine Reihe von magnetischen Molekülen  $ns$ ,  $n's'$ , . . . (Fig. 11), so wird diese

Fig. 11.



nur dann magnetische Eigenschaften haben können, wenn jedes Molekül nach derselben Seite seinen Nordpol und nach der andern Seite seinen Südpol hinwendet. Denn wäre das nicht der Fall, wäre z. B. die Polarität des Moleküles  $n''s''$  derjenigen der vor und hinter ihm befindlichen entgegengesetzt, so würde durch die Wirkung des südlichen Fluidums in  $n''$  die Verteilung in  $n''s''$  derartig sein, daß  $s''$  ein Nordpol,  $n''$  ein Südpol würde; die Wirkung des nördlichen Fluidums in  $s''$  auf dasselbe Molekül würde dort allerdings entgegengesetzte Polarität herzustellen suchen; da aber das südliche Fluidum in  $n''$  dem Moleküle  $s''n''$  näher liegt, so würde die erstere Verteilung überwiegen und  $s''n''$  in der Weise Polarität annehmen, daß die Pole mit denjenigen des Moleküles  $n''s''$  gleichgerichtet sind.

Ebenso würde das Molekül  $n''s''$  auf das Molekül  $n's'$  einwirken, auch dieses würde durch die Verteilung von  $n''s''$  in  $n'$  einen Südpol, in  $s'$  einen Nordpol erhalten.

Ganz entgegengesetzten Einfluß auf die betrachteten Moleküle würden aber die Moleküle  $ns$  und  $n''s''$  ausüben, und da dieselben in den gleichen Abständen von den betrachteten Molekülen sich befinden, so würden an denselben Stellen entgegengesetzte Pole von derselben Stärke auftreten, oder die Moleküle würden ihre magnetischen Eigenschaften verlieren.

Da das Molekül  $n''s''$  würden ferner die Moleküle  $ns$  und  $n''s''$

einwirken; und zwar, wie sich aus dem Vorigen ergibt, so, daß jedes in  $n"s$  eine Verteilung des magnetischen Fluidums bewirken würde, welche der vorhandenen entgegengesetzt ist. Die magnetische Polarität des Moleküles  $n"s$  würde somit, wenn nicht ganz vernichtet, so doch wesentlich geschwächt werden müssen; es kann somit in einer solchen Reihe der Magnetismus nur dann bestehen, wenn die Polaritäten der einzelnen Moleküle gleich gerichtet sind.

Diese Gleichrichtung der Moleküle folgt ebenso aus der soeben angeführten Erfahrung, daß jede Zerteilung eines Magnetes wieder vollständige Magnete liefert, und daß die Pole an den Trennungsstellen den Polen an den anderen Enden der abgetrennten Stücke entgegengesetzt sind. Denn der Magnetismus an dem Ende eines Magnetes wird von der Polarität der letzten Molekülschicht bestimmt; wäre nun die Polarität einer Schicht z. B.  $n"s$ , umgekehrt als bei der andern, so würde eine Zerteilung des Stabes bei  $n$  einen Magnet liefern, dessen beide Enden gleiche Polarität hätten, also einen Magnet, der nach außen hin nur als die eine Hälfte eines vollständigen Magnetes aufträte.

Es fragt sich, in welcher Weise der Magnetismus in der Molekülreihe verteilt sein muß, das heißt wie sich die Intensität des Magnetismus oder, was dasselbe ist, die Menge der getrennten Fluida verhalten muß, damit der Magnet die bisher beschriebenen Wirkungen nach außen hin zeigen kann. Wir sind zwar noch nicht imstande, den Magnetismus zu messen, das zeigt aber, wie erwähnt, schon die Gruppierung der Eisenfeilspäne, daß die anziehende Wirkung der Magnete von den Enden an, wo sie am stärksten ist, nach der Mitte zu stetig und rasch abnimmt, und daß sie in der Indifferenzzone gleich 0 ist.

Wir werden in der magnetischen Molekülreihe, da die Moleküle sowohl selbst als ihre Abstände von einander unendlich klein sind, anstatt der wirklichen Verteilung des Magnetismus in jedem Moleküle, uns denken können, daß die magnetischen Fluida jeder Art in einem Punkte zwischen je zwei benachbarten Molekülen angesammelt seien, daß also der Nordmagnetismus des Moleküles  $ns$  in einem Punkte mitten zwischen den Polen  $n$  und  $s'$  angesammelt sei, und daß eben dort sich das süd magnetische Fluidum des Teilchens  $n's'$  befinde; daß ebenso die Fluida von  $n'$  und  $s''$  u. s. f. in dem Mittelpunkte zwischen den beiden Polen angesammelt seien. Denn da die Abstände der entgegengesetzt polaren Molekülhälften unendlich klein sind, so wird deren Gesamtwirkung nach außen hin ganz dieselbe sein, als wenn die Magnetismen dieser Hälften in einem und demselben mitten zwischen ihnen liegenden Punkte vereinigt wären.

Dieses angenommen, muß die magnetische Wirkung dieser Punkte nach außen hin ganz dieselbe sein, als befände sich in ihnen nur die Differenz der beiden magnetischen Fluiden, welche wir soeben dort angenommen haben. Denn was das nordmagnetische Fluidum dieser Punkte abstößt, das wird von dem süd magnetischen Fluidum ganz ebenso angezogen und umgekehrt. Nur die Differenz der Anziehungen kann deshalb beobachtet werden. Oder in bezug auf die Wirkung nach außen hin wird in den einzelnen Punkten das magnetische Fluidum der einen Art durch eine ebenso große Menge des magnetischen Fluidums der andern Art neutralisiert, und die Wirkung ist *derart, als wenn nur die Differenz der beiden Fluida in*

dem Punkte vorhanden wäre. Man bezeichnet diese Differenz als den freien Magnetismus dieses Punktes.

Die Verteilung dieses freien Magnetismus beobachten wir direkt an den magnetischen Wirkungen des Stabes; wir erkennen daraus, daß die Menge desselben von den Enden gegen die Mitte hin stetig abnimmt. Damit das aber der Fall sein kann, muß die wahre Verteilung des Magnetismus eine ganz andere sein, die Menge der getrennten Fluida muß um so größer sein, je näher die Moleküle der Indifferenzzone liegen. Denn bezeichnen wir in der Molekülreihe Fig. 12 die Mengen der in jedem Moleküle getrennten Fluida mit  $n, s, n', s' \dots$ , so sind die Mengen des freien Magnetismus von den beiden Enden an

$$\begin{aligned} n, \quad n' - s, \quad n'' - s', \quad n''' - s'', \\ s^{VI}, \quad s^V - n^{VI}, \quad s^{IV} - n^V, \quad s^{III} - n^{IV}. \end{aligned}$$

Die obere Reihe liefert den freien Magnetismus der nördlichen, die untere denjenigen der südlichen Hälfte der Molekülreihe; wie man sieht, liefert aber die obere Reihe nur dann freien Nordmagnetismus, wenn

$$n' > s, \quad n'' > s' \dots,$$

die untere nur dann freien Südmagnetismus, wenn

$$s^V > n^{VI}, \quad s^{IV} > n^V \dots$$

Aus der beobachteten Verteilung des freien Magnetismus folgt also, daß die magnetische Polarität der einzelnen Moleküle um so stärker sein muß, je näher sie der Mitte der Reihe liegen<sup>1)</sup>.

Einen Magnet können wir uns aus einer sehr großen Anzahl solcher Molekülreihen zusammengesetzt denken; jeder zu seiner Längsrichtung senkrechte Schnitt entspricht dann einer Schicht von Molekülen, deren jedes einzelne zu einer solchen Reihe gehört. Die Verteilung des freien Magnetismus fordert daher, daß die magnetische Polarität der einzelnen Schichten um so stärker ist, je näher sie der Mitte des Magnetes liegen.

Daß das in der That der Fall ist, läßt sich auch durch einen einfachen Versuch zeigen. Magnetisiert man eine Stahlnadel und zerbricht sie dann in mehrere Stücke, so haften an den mittleren Stücken stets größere Mengen von Feilspänen als an den Stücken, welche den Enden näher waren. Oder legt man eine Anzahl von Nadeln in eine Reihe und magnetisiert dieselben, so sind die mittleren Nadeln der Reihe stets stärker magnetisch als die äußeren.

Auch unsere Vorstellung über den Akt des Magnetisierens muß, den letzten Erfahrungen entsprechend, eine andere werden; nach diesen kann dasselbe nicht darin seinen Grund haben, daß die den Stab gleichmäßig anfüllenden Fluida verteilt und das eine derselben in die eine, das andere

1) *Van Rees, Poggendorffs Annalen Bd. LXX.*



in die andere Hälfte des Stabes gebracht wird. Es ist indes leicht, unsere Annahmen nach den soeben gemachten Erfahrungen zu modifizieren, ja wir können uns von denselben leicht zwei Vorstellungen machen. Nach der ersten kann man sich denken, daß im unmagnetischen Zustande in jedem Moleküle eines magnetisierbaren Körpers die beiden Fluida ganz gleichmäßig verteilt sind, und daß nun beim Magnetisieren dieselben von einander getrennt und das eine in der einen, das andere in der andern Hälfte des Moleküles angesammelt werde. Dieses ist die ältere Annahme, welche der Theorie des Magnetismus, wie sie von Poisson entwickelt wurde<sup>1)</sup>, zu Grunde liegt. Nach derselben würde die Scheidung der magnetischen Fluida um so größer sein, je weiter nach der Mitte des Stabes zu die Moleküle liegen; die Notwendigkeit dieser Verteilung läßt sich leicht erkennen. Wir haben nach dem Vorigen dieselbe nur für eine Reihe von Molekülen nachzuweisen. Betrachten wir eine solche Reihe wie Fig. 12, und nehmen an, daß dieselben zunächst alle gleich stark magnetisiert seien, so wird durch die Wechselwirkung der Moleküle auf einander diese Verteilung eine andere werden müssen.

Auf die in  $ns$  getrennten Fluida wirken nämlich auch die in dem benachbarten Moleküle getrennten Fluida derart ein, daß  $n$  und  $n'$  sowohl als die Fluida  $s$  und  $s'$  sich abstoßen; diese Wechselwirkung kann keine Änderung in der Gruppierung der Fluida hervorbringen, da  $n$  und  $n'$  sich ebenso stark abstoßen als  $s$  und  $s'$ . Ferner aber zieht das in  $n'$  angesammelte Fluidum  $s$  an und stößt  $n$  ab; die Wirkung sucht demnach eine weitere Scheidung der Fluida hervorzubringen. Gerade entgegengesetzt wirkt das Fluidum in  $s'$ , da es aber weiter von dem Moleküle  $ns$  entfernt ist als  $n'$ , so wird die Einwirkung von  $n'$  überwiegen und in der That eine weitere Scheidung der beiden magnetischen Fluida bewirken. Einen der Art nach gleichen Einfluß auf das Molekül  $ns$  üben  $n's'$  und die folgenden Moleküle aus, nur ist derselbe schwächer und um so schwächer, je weiter die Moleküle von  $ns$  entfernt sind. Die Folge dieser Wechselwirkung der Moleküle auf  $ns$  wird also eine Verstärkung der Polarität desselben sein. Auf das Molekül  $n's'$  wirken von der einen Seite her dieselben Einflüsse ein, und zwar auch mit fast oder ganz derselben Größe; denn es wirkt zwar im ganzen ein Molekül weniger auf dasselbe ein, indes wird bei einiger Länge der Molekülreihe der Einfluß der entferntesten Moleküle nur verschwindend klein sein. Zu diesen Einwirkungen kommt dann aber diejenige des Moleküles  $ns$  hinzu, welches die Scheidung der Fluida in demselben Sinne zu vergrößern sucht als die übrigen, und welche ebenso kräftig auf  $n's'$  einwirkt, wie dieses auf jenes. Infolge dessen muß die Polarität in  $n's'$  viel bedeutender werden als in  $ns$ . Eine ganz gleiche Überlegung zeigt, daß in den folgenden Molekülen bis zur Mitte hin ein Zuwachs der magnetischen Verteilung stattfinden muß. Denn an der einen Seite nimmt zwar immer die Anzahl der wirkenden Moleküle ab, dafür kommt sie an der andern Seite aber stets um ebensoviel zu, und zwar ist, so lange nicht die Mitte überschritten ist, der Abstand der auf der einen Seite hinzukommenden Moleküle kleiner als derjenige auf der andern befindlichen; die Wirkung der hinzukommenden muß daher überwiegen.

1) Poisson, *Mémoires de l'Acad. des sciences etc.* T. V.

Zugleich erkennt man, wie hiernach die Menge der magnetischen Fluida in den einzelnen Molekülhälften anfangs viel rascher zunehmen muß als näher bei der Mitte, oder dafs

$$n' - s > n'' - s' > n''' - s''$$

sein muß. Denn auf das zweite Molekül wirken alle rechts liegenden fast ebenso stark als auf das erste, und außerdem noch das in unmittelbarer Nähe liegende Molekül  $ns$ ; auf das dritte wirken dieselben Kräfte ein wie auf das zweite und außerdem das Molekül  $ns$ ; da dieses aber von dem dritten entfernter ist als von dem zweiten, so ist seine Einwirkung auch nicht so stark. Die Differenz der auf das erste und zweite Molekül wirkenden Kräfte ist also gröfser als diejenige der auf das zweite und dritte wirkenden Kräfte.

Wenn nun auch, wie wir sehen, diese Annahme imstande ist uns eine Vorstellung von der Konstitution der Magnete zu liefern, welche die magnetischen Eigenschaften, wie sie an einem Magnete sich zeigen, verstehen lassen, so sprechen doch später zu entwickelnde Erfahrungen gegen dieselbe. Man hat daher eine andere Vorstellung sich gebildet, welche mit den bisher-erkannten Eigenschaften ebenso im Einklang ist. Nach dieser ist jedes Molekül eines magnetisierbaren Körpers für sich schon ein vollständiger Magnet; in den nicht magnetisierten Körpern sind aber diese einzelnen Molekularmagnete ganz beliebig gerichtet, das heifst, der eine wendet seinen Nordpol nach dieser, der andere nach jener Richtung. Da nun im allgemeinen nach jeder Richtung ebensoviele Nordpole als Südpole gewandt sein werden, so wird ein magnetisierbarer Körper im allgemeinen ohne weiteres keine Polarität zeigen. Möglich ist es allerdings, dafs in einem Körper einmal mehr Moleküle den Nordpol nach einer Seite wenden als andere den Südpol nach derselben Seite; ein solcher Körper würde dann auch ohne magnetische Einwirkung magnetisch erscheinen. In den natürlich vorkommenden Magneten kann man diesen Fall für realisiert halten. Wird aber auf einen solchen Körper ein Magnet ein, so werden unter dem Einflufs desselben die Moleküle des Körpers sich drehen und zwar mehr oder weniger je nach der Kraft des einwirkenden Magnetes so, dafs die Pole der Molekularmagnete gleich gerichtet sind. Die Seite, nach welcher die Molekularmagnete ihren Nordpol wenden, wird der Nordpol des Magnetes, der andere der Südpol. In den mit Koercitivkraft begabten Substanzen, also vorzugsweise im Stahl, stellt der Zusammenhang der Moleküle dieser Drehung ein Hindernis in den Weg, deshalb erfolgt sie nur unter dauernder Einwirkung des Magnetes; ist aber die Drehung einmal erfolgt, so verhindert ebenso der Zusammenhang der Moleküle eine Rückkehr derselben in ihre frühere Lage, deshalb bleiben diese Substanzen, einmal magnetisiert, dauernde Magnete. Bei denjenigen Körpern, welche keine Koercitivkraft haben, erfolgt die Drehung der Moleküle unter dem Einflusse eines Magnetes augenblicklich, und sofort nach dem Aufhören dieses Einflusses kehren die Moleküle wieder in die frühere Lage zurück.

Die Polarität der einzelnen Moleküle muß natürlich nach dieser Anschauungsweise überall dieselbe sein; und ein stärkerer oder schwächerer Magnetismus kann nur darin seinen Grund haben, dafs die Moleküle in dem Magnete mehr oder weniger dieselbe Lage oder Richtung der Pole

haben. Der vorhin abgeleitete Satz, nach welchem aus der Verteilung des freien Magnetismus folgt, daß die Schichten eines Stabes um so stärker magnetisch sind, je näher sie der Indifferenzzone liegen, würde also nach dieser Anschauungsweise heißen, daß die Moleküle in den einzelnen Schichten um so mehr gleich gerichtet sind, je näher dieselben der Indifferenzzone liegen. So gefaßt ist aber auch nach dieser Anschauungsweise die angegebene Verteilung des Magnetismus im Stabe eine notwendige Folge der Wechselwirkung zwischen den Molekülen, wie eine Überlegung zeigt, welche der vorhin angewandten ganz gleich ist.

Nehmen wir nämlich wieder zunächst an, daß in allen Schichten eines gegebenen Stabes zunächst die gleiche Anzahl der Moleküle gleich gerichtet ist, so werden auf die Moleküle der einen Endschicht die folgenden einwirken müssen und in dieser noch weiteren Molekülen dieselbe Lage erteilen. Auf die zweite Schicht wirken dann ebenso die folgenden und außerdem die Endschicht, sie werden daher in derselben einer noch größeren Zahl von Molekülen dieselbe Lage erteilen. Auf die dritte Schicht wirken die folgenden vielleicht schon etwas schwächer ein, dagegen wirken die beiden vorhergehenden bedeutend stärker ein, dort muß also eine noch größere Zahl von Molekülen dieselbe Lage erhalten. Und so fort, so daß man sieht, laß eine der vorigen analoge Überlegung zu demselben Resultate führt, laß die magnetische Polarität der einzelnen Molekülschichten um so größer sein muß, je näher sie der Indifferenzzone liegen.

Diese beiden Annahmen über die Konstitution der Magnete lassen sich allerdings erst in einem der späteren Abschnitte gegen einander abwägen; durch einen einfachen Versuch indessen kann man schon zeigen, daß der Magnetismus in einer bestimmten Lagerung der Moleküle begründet ist. Wenn man eine Glasröhre mit Eisenfeilspänen anfüllt, sie mit einem Kork verschließt und sie dann nach einer der sofort anzugebenden Methoden magnetisiert, so wird sie, obwohl das Eisen sonst keine Koercitivkraft hat, bleibend magnetisch, indem das eine Ende der Röhre ein Nordpol, das andere ein Südpol wird. Man kann sich davon überzeugen, indem man die Röhre einer an einem feinen Faden aufgehängten kleinen magnetischen Nadel nähert; das eine Ende der Röhre stößt den Nordpol der Nadel ab, das andere zieht ihn an. Die Röhre bleibt magnetisch, so lange die Feilspäne tie unter dem Einflusse des Magnetes angenommene Lagerung beibehalten, sie verliert den Magnetismus sofort, wie durch Schütteln die Lagerung der Feilspäne eine andere geworden ist. Dieser Versuch spricht gegen die erste Annahme. Denn bestände das Magnetisieren in einer Scheidung der Fluida in den einzelnen Eisenteilchen, so ist gar kein Grund vorhanden, weshalb sie nach dem Aufhören der magnetischen Einwirkung nicht ebenso gut wieder zusammenfließen sollten als in einem massiven Eisenstücke. Dagegen ist es mit der zweiten Annahme vereinbar, daß die Röhre dauernd magnetisiert wird, da unter dem Einflusse des Magnetes die ganzen Späne eine regelmäßige Lagerung annehmen, welche sie nicht wieder verlassen können; erst durch das Schütteln wird die Lagerung wieder ganz unregelmäßig, deshalb verliert die Röhre dann wieder den Magnetismus<sup>1)</sup>.

1) Die zweite Annahme ist, wenn man, wie es oben geschehen ist, nicht in magnetischen Fluiden in den permanenten Molekularmagneten spricht, war



## §. 12.

**Verfertigung permanenter Magnete.** Die Manipulationen anzuwenden sind, um einen Stahlstab in einen Magnet zu ver- lassen sich nach dem, was wir über die Konstitution der Magnete haben, leicht übersehen; man muß stets auf das zu magnetisierende stück einen kräftigen Magnet so einwirken lassen, daß die Mol- Stahl gleich gelagert werden.

Die einfachste Methode ist das Anlegen des einen Endes ein- stabes an den einen Pol eines Magnetes. Legt man z. B. einen ( an den Nordpol eines Magnetes, so wird das angelegte Ende de ein Südpol, das entferntere Ende ein Nordpol. Es darf jedoch Falle der zu magnetisierende Stab nicht zu lang sein, da sonst die tisierung unregelmäßig wird und sogenannte Folgepunkte entsteh heißt, wird das Ende  $s$  (Fig. 13) des an den Nordpol  $N$  an

Fig. 13.



Stabes ein Südpol, so bildet Nordpol nicht immer an der Ende des Stabes bei  $n''$ , häufig schon in der Mitte o näher bei  $s$ ; in dem Falle bi dann immer noch ein zweite entweder bei  $n''$ , so daß beide Enden des Stabes südpolar wer die Mitte nordpolar; oder vielleicht bei  $s''$ , wo dann auch noch ein Nordpol sich bildet, so daß in dem Stabe mehrere vollständige sich ausbilden.

Ist das auch nicht der Fall, so ist der entstandene Magnet doch insofern unregelmäßig, daß der angelegte Pol stärker wird entfernte Pol des Stabes und daß die Indifferenzzone dem stärker näher liegt als dem schwächeren.

Die Unregelmäßigkeiten verschwinden zwar allmählich, w den angelegten Stab länger an dem Magnete läßt; indes kann n nach dieser Methode immer nur kurze dünne Stäbe und diese nur magnetisieren.

Die erste Verbesserung der Methode war, daß man den zu tisierenden Stahlstab mit einem und demselben Pole eines Magnet fach in derselben Richtung strich, indem man den Magnet auf Ende des Stabes aufsetzte und über den ganzen Stab hinzog. Sta kann man auch von der Mitte aus den Stab nach der einen Seite einen Pole des Magnetes und dann ebenfalls von der Mitte aus andern Pole nach der andern Seite streichen, oder gleichzeitig Nordpole eines und dem Südpole eines zweiten Magnetes von der l nach entgegengesetzten Seiten streichen. Man bezeichnet letzte fahren, welches wahrscheinlich Duhamel zuerst angewandt hat,

---

übrigens auch, wie W. Weber zeigt (Elektrodynamische Maßbestimmu besondere über Diamagnetismus §. 22), eigentlich eine *contradictio i* ist, diejenige, welche W. Weber zuerst deutlich ausgesprochen hat *schreibt sie Ampère* zu, dessen Ansicht sich indes mehr an die erstere a *sehe im 4. Abschnitt.*

trennten Strich. Die beiden Magnetstäbe werden dabei so gehalten, daß einen Winkel von  $25^{\circ}$ — $30^{\circ}$  mit der Horizontalen bilden.

Gut ist es, wenn man bei dieser Methode den zu magnetisierenden Stab nach und nach an verschiedenen Seiten streicht.

In welcher Weise nach dieser Methode der Magnetismus des Stabes erzeugt wird, ist leicht zu sehen. Ist (Fig. 14)  $ns, n's'$  eine Molekülreihe, über welche ein Südpol von der Mitte nach links, ein Nordpol von der Mitte nach rechts hin bewegt wird, so werden die Pole der Molekularmagnete in der Reihe sich stets so legen, daß dem Nordpole  $N$  die Südpole der Mole-

Fig. 14.



küle, über welche  $N$  sich bewegt, und dem Südpole  $S$  die Nordpole der Moleküle zugewandt sind. Bewegt sich daher der Nordpol nach rechts hin und wird er rechts von der Molekülreihe abgezogen, so werden auf dieser Hälfte der Reihe die Moleküle alle ihre Südpole nach rechts hinwenden, das Ende rechts wird also ein Südpol werden. Auf der anderen Hälfte der Reihe werden die Moleküle gerade ebenso gelagert sein, weil der Südpol  $S$  über dieselben nach links hin bewegt wird, die Moleküle ihren Nordpol so nach links hinwenden. Das Ende, über welches der Südpol abgezogen wird, muß nach dieser Methode ein Nordpol werden.

Eine von der vorigen sehr verschiedene Methode zum Magnetisieren hat zuerst Michell und später in etwas anderer Form Aepinus angewandt. Man nennt sie die Methode des Doppelstriches. Man setzt nach derselben zwei Magnete mit ihren ungleichnamigen Polen in der Weise wie Fig. 15 auf die Mitte des zu magnetisierenden Stabes, so daß sie ungefähr  $20^{\circ}$  gegen die Horizontale geneigt sind, und daß sich die Enden eben nicht berühren. Sehr bequem kann man sie auf ein liegendes hölzernes Prisma aufstellen.

Fig. 15.



Man streicht dann mit beiden Magneten zusammen, während man sie immer in derselben Weise hält, von der Mitte aus erst nach der einen Seite, dann wieder zurück über den ganzen Stab, wieder zurück und mehrfach hin und her. Schließlich hebt man die Magnete zusammen wieder von der Mitte ab.

Der Magnetismus in dem Stabe  $ns$  wird nach dieser Methode dadurch erzeugt, daß die Moleküle des Stabes, welche unter dem Zwischenraume der beiden Pole liegen, so gelagert werden, daß ihr Südpol nach  $N$ , ihr Nordpol nach  $S$  hin zeigt. Auf die entfernteren Moleküle haben die Magnete gut wie gar keinen Einfluß, da wegen der Nähe der beiden Pole die

Wirkung des einen von dem andern aufgehoben wird. Die Seite des Stabes, an welcher sich der Südpol der verbundenen Magnete befindet, wird daher zum Nordpol, die entgegengesetzte zum Südpol.

Ganz dieselben Streichmethoden zum Magnetisieren lassen sich auch anwenden, wenn die Magnete eine andere als die Stabform, wenn sie z. B. die ebenso häufig angewandte Hufeisenform haben. Man streicht das Hufeisen mit einem Pole eines Magnetes, indem man denselben auf das Ende des einen Schenkels aufsetzt, dann in ganz kontinuierlicher Bewegung über das ganze Hufeisen hinführt und ihn über das Ende des andern Schenkels abzieht, und diese Manipulation wiederholt. Oder man streicht mit dem Südpole eines Magnetes von der Biegung des Hufeisens aus gegen das Ende des einen Schenkels hin und gleichzeitig mit dem Nordpole eines zweiten Magnetes von der Biegung des Hufeisens gegen das Ende des andern Schenkels hin. Ebenso kann man auch umgekehrt mit dem Südpole eines Magnetes von dem Ende des einen, mit dem Nordpole eines andern von dem Ende des zweiten Schenkels gegen die Mitte hin streichen.

Es bedarf wohl keines besondern Nachweises, daß die Pole des Hufeisens entgegengesetzt liegen, wenn man von der Mitte gegen die Enden, als wenn man von den Enden gegen die Mitte streicht. Im ersten Falle wird der mit dem Südpole gestrichene Schenkel nordpolar, im zweiten Falle südpolar.

Statt der einzelnen Magnete kann man zur Magnetisierung eines Hufeisens auch sehr bequem einen Hufeisenmagnet von gleicher Schenkelweite anwenden. Liegt das zu magnetisierende Hufeisen horizontal, so setzt man den Magnet vertikal entweder auf die Enden der Schenkel und streicht gegen die Mitte, oder man setzt den Magnet nahe der Biegung auf und streicht gegen die Enden hin.

In allen den Fällen ist es zur Verstärkung des Magnetismus gut, wenn man die zu magnetisierenden Stäbe oder Hufeisen an den verschiedenen Seiten, also oben und unten streicht.

Bedeutend kräftiger werden die Magnetismen in den zu magnetisierenden Stäben, wenn man dieselben nicht isoliert hinlegt, sondern gewissermaßen zu dem mittleren Teile eines Stabes macht, wie sich schon aus den Entwicklungen des vorigen Paragraphen ergibt. Man legt daher an die Enden eines zu magnetisierenden Stahlstabes entweder Stäbe weichen Eisens oder auch schon fertige Magnete; oder man legt selbst den zu magnetisierenden Stab auf zwei Magnete, welche dem Stabe parallel liegen, so daß das eine Ende des Stabes auf den einen Pol, das andere auf den entgegengesetzten Pol des andern Magnetes zu liegen kommt. Daß dasjenige Ende des Stabes, welches Nordpol werden soll, auf den Südpol des andern gelegt werden muß, bedarf wohl keiner besondern Erwähnung.

Bei der Verfertigung der Hufeisenmagnete durch Streichen ist es vorteilhaft, vor die Pole desselben einen Anker, das ist eine Platte weichen Eisens zu legen, oder mit dem zu magnetisierenden Hufeisen ein zweites zu verbinden, so daß die Pole an einander zu liegen kommen und die beiden Hufeisen eine geschlossene Kurve bilden. In beiden Fällen magnetisiert man dann durch den sogenannten Kreisstrich; man setzt den Pol eines kräftigen Magnetes auf die Biegung des zu magnetisierenden Hufeisens und streicht gegen das Ende des einen Schenkels hin über dieses



hinaus entweder auf der weichen Eisenplatte oder auf dem vorgelegten Hufeisen fort, über das ganze hin zum Ende des andern Schenkels, dann auf diesem weiter immer in derselben Richtung und so mehrfach über die ganze geschlossene Kurve. Man hebt schliesslich den streichenden Magnet dort wieder ab, wo man ihn aufgesetzt hat. Man wiederholt dann die Operation, nachdem man das Hufeisen umgelegt hat.

Weshalb diese Anordnung eine Verstärkung des Magnetismus hervorbringt, ergibt sich aus der Überlegung, daß bei dem Magnetisieren der vorgelegte Anker oder das zweite Hufeisen ebenfalls und zwar so magnetisch wird, daß vor dem Südpol des herzustellenden Magnets ein Nordpol und vor dem Nordpol ein Südpol liegt. Ausser der Wirkung des Streichmagnets kommt daher die verteilende Wirkung dieser anliegenden Magnete hinzu, welche in demselben Sinne erregend wirkt.

Eine ähnliche Anordnung läßt sich auch zur Verfertigung von Stabmagneten mit gutem Erfolge anwenden. Man legt zwei Stahlstäbe von gleicher Länge in einiger Entfernung parallel neben einander und verbindet die Enden durch zwei Stäbe weichen Eisens, so daß diese vier Stäbe ein geschlossenes Rechteck bilden. Bei dem Magnetisieren verfährt man dann so, daß man den einen Pol eines kräftigen Magnets auf die Mitte des einen Stahlstabes aufsetzt und dann immer in derselben Richtung mehrfach über das ganze Rechteck hinfährt und schliesslich wieder dort abhebt, wo man den Pol zuerst aufgesetzt hatte.

Bei Anwendung dieser verschiedenen Methoden und Beachtung der angegebenen Vorsichtsmaassregeln hängt die Stärke der erhaltenen Magnete wesentlich ab von der Stärke der Streichmagnete und von der Güte des Stahles. Je stärker der Streichmagnet ist, um so stärker wird unter sonst gleichen Umständen bis zu einer gewissen Grenze der Magnetismus des gestrichenen Stahles.

Mit der Gröfse der Dimensionen eines Magnets nimmt bei völligem Magnetisieren im allgemeinen auch sein Magnetismus zu, wie wir demnächst sehen werden. Indes lassen sich Magnete von sehr großen Dimensionen nur sehr schwierig magnetisieren. Deshalb wendet man zur Herstellung starker Magnete magnetische Bündel an, indem man mehrere fertige Magnete als ein Bündel zusammenlegt, so daß die gleichnamigen Pole bei einander liegen. Gut ist es dabei, wenn die Stäbe nach der Mitte des Bündels zu immer länger werden. Besonders bei Hufeisenmagneten wendet man diese Zusammensetzung an, indem man (Fig. 16) 3 oder 5 Lamellen, welche vorher fertig magnetisiert sind, zusammenlegt. Die Schenkel der äußersten Hufeisen sind dann am kürzesten, diejenigen des mittleren am längsten. Die einzelnen Lamellen werden aneinandergeschraubt.

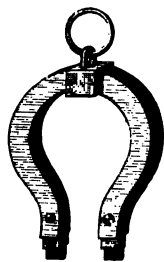


Fig. 16.

Der Magnetismus eines solchen Bündels ist aber nicht einfach gleich der Summe der Magnetismen der einzelnen Bündel, sondern viel kleiner. Der Grund dieser Schwächung liegt darin, daß die Pole der einzelnen Magnete einander stören, indem jeder Pol in dem benachbarten Stabende einen ihm ungleichnamigen Pol induziert. In einem Bündel von 16 Stäben gleicher Länge, welche vor dem Zusammenlegen alle gleich stark magnetisch waren,



land Coulomb nach dem Auseinandernehmen, daß die Magnetismen der inneren Stäbe sehr stark geschwächt waren, ja daß einige ihren Magnetismus ganz verloren hatten.

Die Wirkung eines solchen Bündels ist, besonders bei Anwendung von Stabmagneten, bedeutend zu kräftigen, wenn man die Enden desselben mit sogenannten Armaturen versieht. Dieselben bestehen aus Stücken weichen Eisens *A*, *B* (Fig. 17), in welche die Magnetstäbe an beiden Enden ein-

Fig. 17.



geschoben werden. Besteht das Magnetbündel aus mehreren, 3 oder 5 Lagen, so läßt man auch dann die mittleren Stäbe etwas länger, in derselben Weise

wie es vorhin angegeben wurde. Die Wirkung dieser Armaturen besteht darin, daß sie unter dem Einflusse der Magnetpole selbst zu Magneten werden, und zwar so, daß die an den Polen anliegenden Teile eine den Polen entgegengesetzte Polarität annehmen. Durch die gegenseitige Einwirkung der erregten Pole und der ursprünglichen tritt daher eine Verstärkung des Magnetismus ein.

Die Stärke des erregten Magnetismus hängt ferner wesentlich von der Güte des Stahles ab, das heißt Stahlstücke von gleicher Größe werden unter Einwirkung derselben Magnete nicht gleich stark dauernd magnetisch. Den hauptsächlichsten Einfluß auf die Stärke des dauernden Magnetismus hat die Härte des Stahles; je härter derselbe ist, um so schwieriger wird er zwar magnetisiert, um so größer ist aber die Stärke des dauernden Magnetismus. Um kräftige Magnete zu erhalten, muss man daher den Stahl so hart machen, daß er nur eben nicht zu spröde wird, was man bekanntlich dadurch erreicht, daß man ihn glühend in kaltem Wasser ablöscht. Je höher die Temperatur war, bei welcher man ihn ablöschte, um so härter wird der Stahl, um so stärker wird auch der dauernde Magnetismus. Durch Anlassen des Stahles, das heißt durch Erwärmen und folgendes langsames Abkühlen kann man demselben einen Teil seiner Härte wieder nehmen, so daß er um so weicher wird, je höher seine Temperatur beim Anlassen war. Man hat es daher in der Hand, dem Stahle einen bestimmten Härtegrad zu geben. Man läßt jetzt den gehärteten Stahl nur eben so weit an, daß er nicht mehr gar zu spröde ist.

Aus diesem Verhalten des Stahles folgt, daß die Koercitivkraft desselben wesentlich von der Härte des Stahles abhängt. Wir bezeichneten als die Koercitivkraft das Vermögen desselben, einer Richtung der magnetischen Moleküle einen gewissen Widerstand entgegenzusetzen und die gerichteten Moleküle zum Teil in ihrer Lage zu halten. Diese Kraft ändert sich mit der Härte des Stahles; denn jeder Strich mit einem Magnete wird in einem zu magnetisierenden Stabe eine Anzahl Moleküle in der früher angegebenen Weise gruppieren; diese Zahl wird um so kleiner sein, je größer die Koercitivkraft des Stahles ist; wenn aber die Wirkung des streichenden Magnetes aufhört, wird von den gerichteten Molekülen ein je nach der Koercitivkraft größerer oder kleinerer Teil wieder in seine gewöhnliche Gleichgewichtslage zurückkehren. Jeder neue Strich fügt nun wieder zu den infolge der Koercitivkraft durch den vorigen Strich bleibend gerichteten Molekülen eine

Anzahl anderer dauernd gerichteter Moleküle hinzu, und die stärkste Magnetisierung wird dann erreicht sein, wenn entweder alle Moleküle eines Stabes bleibend gerichtet sind, oder so viele, wie durch die gerade vorhandene Koercitivkraft bleibend in ihrer Lage erhalten werden können. Die erstere Grenze kann, wie wir später sehen werden, dauernd niemals erreicht werden; denn man findet bei der Magnetisierung auch der härtesten Stahlstäbe durch den elektrischen Strom, daß der permanente Magnetismus derselben immer kleiner ist als der augenblickliche, das heißt als jener, welchen der Stab besitzt, so lange er unter dem Einflusse des Stromes sich befindet<sup>1)</sup>.

## §. 13.

**Tragkraft der Magnete.** Die erste Eigenschaft, durch welche Magnete sich zu erkennen geben, ist die Fähigkeit, weiches Eisen anzuziehen und der Schwere entgegen zu tragen. Das Gewicht, welches ein Magnet in dieser Weise tragen kann, bezeichnet man als die Tragkraft des Magnetes.

Um die Tragkraft eines Magnetes zu untersuchen, muß man, wenn die angehängte Last nicht aus weichem Eisen besteht, ein Stück weichen Eisens als sogenannten Anker anwenden, und an dieses erst die Last hängen, da, wie wir sahen, Magnete nur magnetische Körper selbst anziehen. Am besten verfährt man nach Häcker<sup>2)</sup> so, daß man eine Seite des auf seine Tragkraft zu untersuchenden Stabmagnetes von dem Ende an ungefähr 1 cm weit vollkommen ebnet und dann den Magnet, die geebnete Seite nach unten gekehrt, horizontal an einem Tische befestigt, so daß der Magnet einige Centimeter darüber hervorragt. Man hängt die Last mit einem Anker, welcher etwas breiter ist als der Magnet und dessen Fläche ebenfalls möglichst vollkommen geebnet ist, an den Magnet, indem man den Anker an die geebnete Fläche anlegt und dann gegen das Ende des Magnetes und selbst über das Ende hin verschiebt, bis er nur mehr mit einer schmalen Fläche an dem Magnet haftet, und bis man fühlt, daß die Last getragen wird. Hat man an den Anker eine kleine Wagschale gehängt, so erhält man die Tragkraft des Magnetes, indem man auf die Wagschale vorsichtig so lange Gewichte legt, bis der Anker abgerissen wird. Die Summe der Gewichte des Ankers, der Wagschale und der aufgelegten Gewichte ist die Tragkraft des einen Magnetpoles. Die Tragkraft des ganzen Magnetes ist dann, da bei vollkommenen Magneten, wie wir sahen, beide Pole gleiche Stärke haben müssen, gleich dem doppelten Gewichte.

Die Tragkraft des Magnetes wird uns im allgemeinen ein Maß für die Stärke desselben geben können, insoweit, daß wir einen Magnet für den stärkeren halten müssen, welcher imstande ist ein größeres Gewicht zu tragen. Man würde indes sehr irren, wenn man die Stärke des Magnetismus der Tragkraft einfach proportional setzen würde, das heißt wenn man einem Magnete die doppelte Stärke beilegen wollte, wenn er imstande ist das doppelte Gewicht zu tragen. Es läßt sich nämlich leicht zeigen, daß,

1) Über die verschiedenen Magnetisierungsmethoden findet man ausführliche Referate in Gehlers Physik. Wörterbuch Bd. VI. 2. Abt. Artikel: Magnetisieren des Stahles, ferner in Doves Repertorium Bd. II. Lamont, Handbuch des Magnetismus §. 41.

2) Häcker, Poggend. Ann. Bd. LXII.

selbst wenn wir die Tragkraft als Maß des Magnetismus benutzen wollen, derselbe der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional gesetzt werden muß. Denn, wie wir bereits mehrfach sahen, wird ein Stück Eisen bei Annäherung an einen Magnet selbst zum Magnet, so zwar, daß das dem Pole zugewandte Ende desselben einen ungleichnamigen Pol erhält. Diese ungleichnamigen Pole ziehen sich an, und ist diese Anziehung bei Berührung der Pole stark genug, so wird das weiche Eisen getragen. Wenn nun plötzlich durch irgend einen Umstand die magnetische Kraft des Stabes doppelt so stark würde, so würde zunächst infolge dieser Verstärkung das Eisen doppelt so fest gehalten werden müssen, das heißt, es würde ein doppeltes Gewicht erforderlich sein, um das Eisen abzureißen. Zugleich würde aber auch durch die Verdoppelung der magnetischen Kraft in dem ursprünglichen Magnete die magnetische Kraft des weichen Eisens zunehmen müssen, und zwar würde auch dort dieselbe verdoppelt werden. Auch infolge dieser Verstärkung würde der angelegte Anker doppelt so fest haften. Im ganzen ergibt sich also, daß wenn der Magnetismus des Stabes sich verdoppelt, die Tragkraft die vierfache, oder allgemein wenn der Magnetismus des Stabes der  $n$ -fache wird, die Tragkraft die  $n^2$ -fache werden muß. Man würde also die Stärke des Magnetismus der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional setzen müssen.

Dieses Gesetz würde jedoch nur unter der Voraussetzung gültig sein, daß durch die Annäherung und Berührung des weichen Eisens keine Änderung in der magnetischen Konstitution des Stabes hervorgebracht würde. Zu dieser Voraussetzung sind wir indes nicht berechtigt, und wie wir später<sup>1)</sup> ausführlich sehen werden, trifft sie auch nicht zu, so daß wir in der That nicht den Magnetismus eines Stabes der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional setzen dürfen.

Sehr auffallend zeigt sich das schon, wenn man die Tragkraft eines Stabmagnetes mit der eines im übrigen gleichen Hufeisenmagnetes oder die Tragkraft eines Poles eines Hufeisenmagnetes mit derjenigen vergleicht, welche man findet, wenn der Anker vor beiden Magnetpolen liegt. Jenes Gesetz als richtig vorausgesetzt, müßte die Tragkraft eines Hufeisenmagnetes die doppelte derjenigen jedes einzelnen Poles sein; das ist sie aber nicht, sondern sie ist bedeutend größer, wie man sich durch einfache Versuche überzeugen kann. Der Grund dafür ist leicht einzusehen, er liegt darin, daß in dem an dem Nordpole des Hufeisens liegenden Ende des Ankers nicht allein durch die Wirkung des Nordpales ein Südpol erregt wird, sondern auch durch den Südpol, welcher im andern Endes des Ankers einen Nordpol erregt. Ebenso ist es mit dem andern Pole. Die Polarität des Ankers, die an jedem Pole stärker ist, als wenn der Anker nur der Wirkung des bestimmten Poles unterläge, wirkt dann wieder erregend ein auf den Pol des Magnetes und verstärkt ihn, so daß der Anker fester haften muß, als berührte er nur die einzelnen Pole.

Aus den entwickelten Gründen ergibt sich, daß man auch nicht der Quadratwurzel aus der Tragkraft die magnetische Kraft eines Magnetes proportional setzen darf, ja daß man keine allgemein gültige Beziehung zwischen Tragkraft und Stärke des Magnetismus aufstellen kann. Man wird vielmehr

1) Man sehe Abschnitt IV. Elektromagnetismus.



je nach der Form des Ankers und den Umständen des Versuches eine stets verschiedene Beziehung zwischen der Tragkraft und der Stärke des Magnetismus annehmen müssen.

Im Vorigen haben wir vorausgesetzt, daß die auf ihren Magnetismus verglichenen Stäbe gleicher Art und von gleichen Dimensionen seien; noch weniger läßt sich von der Tragkraft ohne weiteres auf die Stärke verschiedener Magnete schließen, wenn dieselben verschiedene Dimensionen haben, wenn insbesondere ihre Querschnitte verschieden sind. Die Tragkraft giebt uns nämlich nur Aufschluß über den magnetischen Zustand der Enden des Magnetes. Wir werden nach den bisherigen Vorstellungen, welche wir uns über den magnetischen Zustand gebildet haben, zwei beliebigen Stäben gleiche magnetische Kraft zuschreiben, wenn in beiden die gleiche Anzahl von Molekülen in magnetischer Beziehung parallel, das heißt so gelagert sind, daß die gleichnamigen Pole nach derselben Seite hin liegen. Denken wir uns nun z. B. zwei Stäbe von gleichem Gewichte, deren einer nur die halbe Länge des andern, dafür aber einen doppelten Querschnitt hat, so ist klar, daß in jedem Querschnitte des kürzeren, wenn in beiden Magneten gleich viel Moleküle magnetisch gerichtet sind, eine größere Anzahl magnetisch gleich gelagerter Moleküle vorhanden sein muß, daß also in jedem Querschnitt, somit auch an den Polen, eine größere Quantität freien Magnetismus vorhanden sein muß. Damit muß dann auch die Tragkraft des Magnetes wachsen, so daß zwei Stäbe, die gleich stark magnetisiert sind, eine sehr verschiedene Tragkraft haben können.

Ohne auf alle diese Punkte näher einzugehen, welche wir bei Behandlung des Elektromagnetismus ausführlich besprechen werden, sieht man, daß die Untersuchung und Vergleichung der Tragkraft uns kein Maß für die magnetische Kraft der Magnete zu liefern imstande ist. Sie wird deshalb auch nicht als solches angewandt, sondern dient im allgemeinen nur dazu, die Stärke eines Magnetes annähernd zu schätzen, indem man, wie bereits vorhin gesagt wurde, immer berechtigt ist, einem Magnete von größerer Tragkraft einen stärkeren Magnetismus beizulegen.

Einer interessanten Anwendung müssen wir jedoch erwähnen, welche Hüller<sup>1)</sup> von der Untersuchung der Tragkraft der Magnete gemacht hat, nämlich zu bestimmen, welche Tragkraft überhaupt einem Magnete erteilt werden kann. Er magnetisierte zu dem Ende eine Anzahl verschiedener Magnete, Hufeisen- und Stabmagnete, so vollständig als möglich, und untersuchte dann, ob nicht eine Beziehung zwischen dem Gewichte der Magnete und deren Tragkraft vorhanden sei.

Um bei den Hufeisen konstante und regelmäßige Resultate zu erhalten, war es notwendig, wenn dieselben bei vorgelegtem Anker magnetisiert worden waren, den Anker vor den Versuchen mehrmals abzureißen. Untersucht man die Tragkraft nämlich gleich nach dem Magnetisieren, ohne vorher den Anker abgerissen zu haben, so ist sie viel größer als nachher, wenn der Anker abgerissen war, und erst nach mehrmaligem Abreißen desselben wird die Tragkraft konstant.

Bezeichnet man nun das Gewicht eines Hufeisens mit  $P$ , mit  $q$  den Quotienten aus der Tragkraft und dem Gewichte des Magnetes, so fand

1) Hüller, Poggend. Ann. Bd. LVII.

Häcker für seine möglichst gehärteten und möglichst stark magnetisierten Hufeisen, daß

$$q \cdot \sqrt[3]{P} = a,$$

worin  $a$  eine für alle von ihm untersuchten Magnete konstante GröÙe und zwar, wenn  $P$  in bayerischen Lote gegeben ist,

$$a = 40$$

ist.

Bezeichnet man nun die Tragkraft mit  $T$ , so ergibt sich

$$T = a \cdot \frac{P}{\sqrt[3]{P}} = a \cdot \sqrt[3]{P^2},$$

so daß also die einem Magnete zu erteilende Tragkraft der dritten Wurzel aus dem Quadrate seines Gewichtes proportional ist.

Folgende kleine Tabelle enthält eine Anzahl von Häckers Versuchen mit Hufeisenmagneten.

$P$ Lote	$T$ Lote	$\frac{T}{\sqrt[3]{P}}$	$\log a$
$\frac{1}{120}$	$\frac{50}{32}$	190	1,581
$\frac{1}{64}$	2,5	160	1,602
$\frac{1}{32}$	4	128	1,605
$\frac{1}{48}$	13	89	1,647
3,5	98	28	1,625
13	240	18,5	1,638
104	800	7,7	1,558
224	1344	6	1,561

Mittel 1,602 =  $\log 40$ .

Ist das Gewicht  $P$  in Kilogrammen gegeben, so wird

$$a = 10,33.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich, daß die Tragkraft der Magnete viel langsamer zunimmt als das Gewicht derselben, daß das Verhältnis  $\frac{T}{\sqrt[3]{P}}$  mit steigendem Gewichte  $P$  stets kleiner wird. Bei einem bestimmten Werte von  $P$  wird dieses Verhältnis gleich 1, wir erhalten diesen Wert aus der Gleichung

$$\log a = \frac{1}{3} \log P.$$

Derselbe wird

$$P = 1102 \text{ kg.}$$

Wird ein Magnet von diesem Gewichte bis zur Sättigung magnetisiert, so vermag er gerade sein eigenes Gewicht zu tragen.

Interessant ist es, daß Häcker dieselbe Beziehung auch gültig fand für Hufeisen, welche aus einzelnen vorher magnetisierten Lamellen zusammengesetzt waren, so daß also zusammengesetzte Magnete vor einfachen gleicher Masse nur den Vorzug haben, daß sie sich leichter herstellen lassen, während es sehr schwierig ist, große massive Magnete bis zur Sättigung zu magnetisieren.

je nach der Form des Ankers und den Umständen des Versuches eine stets verschiedene Beziehung zwischen der Tragkraft und der Stärke des Magnetismus annehmen müssen.

Im Vorigen haben wir vorausgesetzt, daß die auf ihren Magnetismus verglichenen Stäbe gleicher Art und von gleichen Dimensionen seien; noch weniger läßt sich von der Tragkraft ohne weiteres auf die Stärke verschiedener Magnete schließen, wenn dieselben verschiedene Dimensionen haben, wenn insbesondere ihre Querschnitte verschieden sind. Die Tragkraft giebt uns nämlich nur Aufschluß über den magnetischen Zustand der Enden des Magnetes. Wir werden nach den bisherigen Vorstellungen, welche wir uns über den magnetischen Zustand gebildet haben, zwei beliebigen Stäben gleiche magnetische Kraft zuschreiben, wenn in beiden die gleiche Anzahl von Molekülen in magnetischer Beziehung parallel, das heißt so gelagert sind, daß die gleichnamigen Pole nach derselben Seite hin liegen. Denken wir uns nun z. B. zwei Stäbe von gleichem Gewichte, deren einer nur die halbe Länge des andern, dafür aber einen doppelten Querschnitt hat, so ist klar, daß in jedem Querschnitte des kürzeren, wenn in beiden Magneten gleich viel Moleküle magnetisch gerichtet sind, eine größere Anzahl magnetisch gleich gelagerter Moleküle vorhanden sein muß, daß also in jedem Querschnitt, somit auch an den Polen, eine größere Quantität freien Magnetismus vorhanden sein muß. Damit muß dann auch die Tragkraft des Magnetes wachsen, so daß zwei Stäbe, die gleich stark magnetisiert sind, eine sehr verschiedene Tragkraft haben können.

Ohne auf alle diese Punkte näher einzugehen, welche wir bei Behandlung des Elektromagnetismus ausführlich besprechen werden, sieht man, daß die Untersuchung und Vergleichung der Tragkraft uns kein Maß für die magnetische Kraft der Magnete zu liefern imstande ist. Sie wird deshalb auch nicht als solches angewandt, sondern dient im allgemeinen nur dazu, die Stärke eines Magnetes annähernd zu schätzen, indem man, wie bereits vorhin gesagt wurde, immer berechtigt ist, einem Magnete von größerer Tragkraft einen stärkeren Magnetismus beizulegen.

Einer interessanten Anwendung müssen wir jedoch erwähnen, welche Häcker<sup>1)</sup> von der Untersuchung der Tragkraft der Magnete gemacht hat, nämlich zu bestimmen, welche Tragkraft überhaupt einem Magnete erteilt werden kann. Er magnetisierte zu dem Ende eine Anzahl verschiedener Magnete, Hufeisen- und Stabmagnete, so vollständig als möglich, und untersuchte dann, ob nicht eine Beziehung zwischen dem Gewichte der Magnete und deren Tragkraft vorhanden sei.

Um bei den Hufeisen konstante und regelmäßige Resultate zu erhalten, war es notwendig, wenn dieselben bei vorgelegtem Anker magnetisiert worden waren, den Anker vor den Versuchen mehrmals abzureißen. Untersucht man die Tragkraft nämlich gleich nach dem Magnetisieren, ohne vorher den Anker abgerissen zu haben, so ist sie viel größer als nachher, wenn der Anker abgerissen war, und erst nach mehrmaligem Abreißen desselben wird die Tragkraft konstant.

Bezeichnet man nun das Gewicht eines Hufeisens mit  $P$ , mit  $q$  der Quotienten aus der Tragkraft und dem Gewichte des Magnetes, so faßt

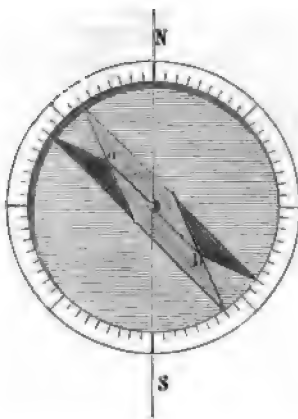
1) Häcker, Poggend. Ann Bd. LVII.



Hängen wir einen Magnetstab an einem Faden auf, der nur eine geringe Torsionskraft besitzt, so stellt er sich stets so, daß seine Längsrichtung mit dem astronomischen Meridian einen gewissen Winkel bildet, daß das eine Ende des Stabes nahezu nach Norden, das andere nahezu nach Süden zeigt; der Winkel, welchen der Magnet mit dem Meridian bildet, ist an verschiedenen Orten verschieden, bei uns beträgt er jetzt ungefähr  $16^\circ$ , und zwar so, daß der Nordpol sich westlich von dem Meridiane befindet. Die Richtung der Nadel bezeichnet man als den magnetischen Meridian.

Bestimmt man nach irgend einer Methode den Winkel, welchen die geometrische Längsaxe eines Stabes oder einer Nadel, welche in der angegebenen Weise aufgehängt ist, mit dem Meridian bildet, und hängt man dann die Nadel um, so daß die vorher untere Seite der Nadel jetzt zur oberen wird, so wird man im allgemeinen finden, daß die geometrische Axe der Nadel, nachdem sie ihre Gleichgewichtslage angenommen hat, mit dem Meridian einen etwas andern Winkel bildet als vorher. Man findet aber stets eine andere Richtung in der Nadel *ab* (Fig. 18),

Fig. 18.



welche mit dem astronomischen Meridiane denselben Winkel bildet. Man findet diese Richtung, indem man den halben Winkel, welchen die geometrische Axe des Stabes in den beiden Lagen mit einander bildet, an der betreffenden Seite auf dem Stabe aufträgt. Markiert man diese Linie, so wird man immer bei aufeinanderfolgenden Versuchen finden, daß dieselbe mit dem astronomischen Meridiane genau denselben Winkel bildet, mag man die Nadel aufhängen wie man will. Man nennt diese Richtung, deren in jedem Magnete eine ist, die magnetische Axe des Stabes.

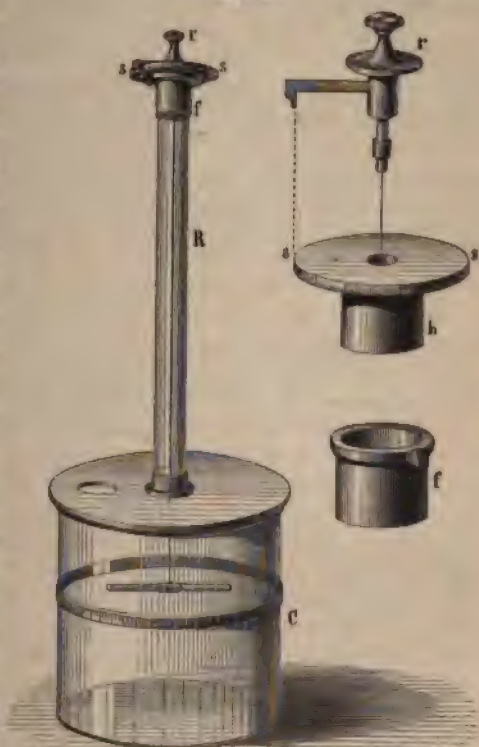
Daraus, daß die magnetische Axe eines Stabes sich stets in den Meridian einstellt, daß sie dahin nach einigen Schwankungen zurückkehrt, wenn sie aus ihm entfernt ist, folgt, daß sobald die Axe dem Meridian nicht parallel ist, Kräfte auf die Nadel einwirken, welche ihr ein bestimmtes Drehungsmoment erteilen. Dieses Drehungsmoment ist gleich 0, wenn die Axe sich im Meridiane befindet; es nimmt zu, wenn der Winkel zunimmt, welchen die Axe mit dem Meridiane bildet.

Welcher Art die Kräfte sind, welche auf den Magnet einwirken, und nach welcher Richtung hin sie thätig sind, das zeigt uns eine Untersuchung des Drehungsmomentes bei verschiedenen starker Ablenkung des Stabes. Ein bequemes Mittel dazu haben wir in der Torsion eines Fadens, an welchem wir den Magnetstab aufhängen, da wir instande sind, durch dieselbe dem Stabe ein beliebiges genau bestimmbares Drehungsmoment zu erteilen. Der am besten dazu geeignete Apparat ist die Drehwaage von Coulomb.

*Die Drehwaage, welche Coulomb zuerst zur Messung magnetischer und*

elektrischer Kräfte konstruierte<sup>1)</sup>, besteht in ihrer einfachsten Form aus einem Glaszylinder *C* (Fig. 19) von ca. 3 Decimeter Höhe und ungefähr demselben Durchmesser, welcher mit einer in der Axe des Cylinders durchbohrten Glasplatte bedeckt ist; in dieser Durchbohrung ist eine etwa 5 Decimeter lange Röhre *R* von 2 Centimeter Durchmesser eingekittet, in deren Axe, welche zugleich die Axe des unteren Cylinders ist, ein dünner Silberdraht oder Kupferdraht sich befindet, welcher bis ungefähr in die Mitte des unteren Cylinders hinabreicht. Der Draht ist in der Mitte einer Messingscheibe *ss* in einem Knopfe *r*, man sehe die Nebengr. befestigt. An seinem unteren Ende trägt der Draht ein Schiffchen von Messing, welches den Magnetstab aufnimmt, so daß dieser nur in der Horizontalebene sich drehen kann. Der Knopf *r* ist konisch in die mittlere Öffnung der Scheibe *ss* eingeschliffen und kann um die Axe der Röhre *R* mit dem Drahte gedreht werden, so daß man dem Drahte in bezug auf die Torsion jede Gleichgewichtslage geben kann. Die Messingscheibe *ss*, welche der Torsionskreis heisst, ist auf ihrer hohen Kante mit einer Gradtheilung versehen; ein an dem Knopfe *r* vorhandener Zeiger steht auf dieser Theilung ein, so daß man die Drehung des Knopfes auf der Theilung ablesen kann. An dem Torsionskreise findet sich unten eine Messingröhre *h*, welche genau in die Messingfassung *f* der Röhre *R* paßt und mit sanfter Reibung in derselben gedreht werden kann. An der Fassung *f* befindet sich ebenfalls ein auf die Kreisteilung an der Scheibe *ss* weisender Index, welcher die Drehung der Scheibe zu bestimmen gestattet.

Fig. 19.



Rund um den Glaszylinder *C* ist in der Höhe, in welcher der Magnetstab schwebt, ein Messingstreifen gelegt, welcher in 360 gleiche Teile geteilt ist, welcher also die Lage des Magnetstabes, den Winkel, welchen er in einer bestimmten Stellung mit dem magnetischen Meridian bildet, zu bestimmen gestattet.

Da dieser Apparat die Aufgabe hat, die Drehungsmomente, welche den magnetischen Stab in den Meridian zurückführen, wenn er um verschiedene

<sup>1) Condorcet, Mémoires de l'acad. des sciences, Paris, année 1785.</sup>

Winkel aus demselben abgelenkt ist, durch die Torsion des Drahtes mit einander zu vergleichen, so ist es zunächst notwendig, den Apparat so einzurichten, daß der Faden ganz ohne Torsion ist, wenn der Magnetstab sich im magnetischen Meridian befindet.

Man stellt daher zunächst den ganzen Apparat so auf, daß der die Punkte 0 und 180 der unteren Teilung verbindende Durchmesser des Cylinders  $C$  dem vorher bestimmten magnetischen Meridiane parallel ist. Darauf legt man in das an dem Drahte hängende Schiffchen einen dünnen Kupferstab und bewirkt durch Drehung des Knopfes  $r$ , welche dem Faden, wenn er unten fest wäre, eine Torsion erteilen würde, daß dieser Kupferstab sich genau in den magnetischen Meridian einstellt und sich selbst überlassen dort stehen bleibt. Da das nur der Fall ist, wenn der Faden in dieser Lage ohne Torsion ist, so wird nachher, wenn der Kupferstab durch den Magnetstab ersetzt wird, auch dieser dem magnetischen Meridiane parallel sein, wenn der Faden ohne Torsion ist. Schließlich stellt man den Torsionskreis  $ss$  so, daß der an dem Knopfe  $r$  befindliche Index auf den Nullpunkt der am Torsionskreise befindlichen Teilung zeigt, wenn der Kupferstab in dem magnetischen Meridiane einsteht.

Jetzt ersetzt man den Kupferstab durch einen Magnetstab, so daß sein Nordende nach Norden zeigt, daß er sich also ohne jegliche Torsion des Fadens im magnetischen Meridiane im Gleichgewicht befindet. Um die den Stab in den Meridian zurückführenden Drehungsmomente zu vergleichen, erteilt man dem Faden durch Drehung des Knopfes  $r$  um einen Winkel  $\vartheta$  eine bestimmte Torsion. Der Magnetstab folgt der dem Faden erteilten Drehung und kommt nach einigen Schwankungen zur Ruhe, wenn er um einen Winkel  $\alpha$  abgelenkt ist. Auf den abgelenkten Magnetstab wirken zwei Kräfte ein, erstens die Torsion des Drahtes, welche ihn von dem magnetischen Meridiane zu entfernen sucht, und zweitens die magnetischen Kräfte, welche ihn in den Meridian zurückzuführen suchen; er befindet sich somit im Gleichgewicht, wenn beide drehenden Kräfte einander gleich sind. Bezeichnen wir daher den Torsionskoeffizient des Drahtes mit  $T$  und das Drehungsmoment der magnetischen Kräfte mit  $M'$ , so haben wir die Gleichung

$$T \cdot (\vartheta - \alpha) = M'.$$

Man erteilt dem Drahte eine andere Torsion um einen Winkel  $\vartheta'$  und beobachtet dann einen andern Winkel  $\alpha'$ , welchen der Magnetstab im Zustande des Gleichgewichts mit dem magnetischen Meridiane bildet. Bezeichnen wir das Drehungsmoment der magnetischen Kräfte jetzt mit  $M''$ , so besteht die Gleichung

$$T \cdot (\vartheta' - \alpha') = M''.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{M'}{M''} = \frac{\vartheta - \alpha}{\vartheta' - \alpha'},$$

oder die den Magnetstab in den Meridian zurückführenden Drehungsmomente sind direkt den Winkeln proportional, um welche man den Draht tordieren mußte, damit der Stab in die betreffenden Lagen kam.

Vergleicht man die Torsionswinkel  $\vartheta - \alpha$  und  $\vartheta' - \alpha'$  und die

Winkel  $\alpha$  und  $\alpha'$ , um welche der Stab abgelenkt wurde, mit einander, findet man, daß

$$\vartheta - \alpha : \vartheta' - \alpha' = \sin \alpha : \sin \alpha',$$

so auch daß

$$M' : M'' = \sin \alpha : \sin \alpha'$$

er, daß die den Stab in den magnetischen Meridian zurückführenden Kräfte dem Sinus des Winkels proportional sind, um welchen der Stab aus dem magnetischen Meridian abgelenkt ist.

Ist daher  $D$  das Drehungsmoment, welches die Nadel zurückzuführen thut, wenn der Stab senkrecht zu dem magnetischen Meridiane steht, so allgemein das Drehungsmoment  $M$ , wenn er mit dem Meridiane den Winkel  $\alpha$  bildet,

$$M = D \cdot \sin \alpha.$$

Auf einem andern noch einfacheren Wege können wir den Nachweis fern, daß das den Magnetstab in den Meridian zurückführende Drehungsmoment dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist. Wendet man nämlich in der Torsionswaage einen so dünnen Draht oder Faden an, daß die Torsionskraft desselben gegen das Drehungsmoment des magnetischen Stabes verschwindend klein ist, und versetzt den Magnetstab, indem man einen andern Magnet nähert, in kleine Schwingungen, so findet man, daß dieselben ebenso wie jene des Pendels isochron sind, das heißt, daß die Schwingungsdauer, so lange die Amplituden überhaupt nur klein sind, von der Amplitude unabhängig ist, daß überhaupt die Schwingungen genau denselben Gesetzen folgen, wie ein unter der Wirkung der Schwere schwingendes Pendel. Ebenso wie diese letztere Bewegung hat deshalb auch die zwingende Bewegung der Magnete Kräfte zur Voraussetzung, welche dem Magnete ein dem Sinus des Ablenkungswinkels proportionales Drehungsmoment erteilen. Da nun ein so pendelnder Magnetstab nur infolge seines Magnetismus in den Meridian zurückgeführt wird, so folgt, daß der Magnetismus einem nicht im magnetischen Meridiane befindlichen Stabe ein Drehungsmoment erteilt, welches dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist<sup>1)</sup>.

Aus diesem Satze folgt weiter, daß die auf den magnetisierten Stab wirkenden Kräfte einander und dem magnetischen Meridiane parallel sind, daß diese Kräfte die Nordhälfte der Nadel  $CM$  (Fig. 13) nach dem magnetischen Nordpol parallel  $CN$ , dagegen die Südhälfte der Nadel  $CS$  nach dem magnetischen Süden parallel  $CS$  ziehen. Denn in dem Falle ist das Drehungsmoment der Nadel dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional, da das Drehungsmoment, welches eine Kraft auf einen Körper ausübt, gleich ist dem Produkte aus jener Kraft und dem in der Drehungsachse genommenen senkrechten Abstände der Richtung der Kraft von der Drehungsachse.

Da wir gerade in dem Magnetismus eines Stabes die Ursache einer

<sup>1)</sup> Dieser Satz wurde zuerst von *Lambert* abgeleitet; man sehe *Gehlers Hörterbuch* Bd. VI. 2. Abth. p. 746 ff., später von *Coulomb* durch die angeführten Lehren strenger bewiesen. *Coulomb* a. a. O.



solchen drehenden Kraft erkennen, so folgt, daß an allen Punkten des Stabes, welche freien Magnetismus enthalten, derartige Kräfte angreifen.

Fig. 20.



An jedem Punkte der Nordhälfte eines Stabes, welcher freien Nordmagnetismus enthält, greift eine Kraft an, welche den Stab nach Norden zieht; an jedem Punkte der Südhälfte, der freien Süd magnetismus enthält, greift eine ebensolche Kraft an, die ihn nach Süden zieht; je zwei solcher an symmetrisch zur Drehung liegenden Punkten angreifender Kräfte bilden ein Kräftepaar, welches den aus dem Meridiane gebrachten Stab zurückzudrehen sucht. Auf jeder Hälfte des Stabes greift also ein System von parallelen Kräften an. Diese parallelen Kräfte haben eine bestimmte, ihrer Summe gleichwertige Mittelkraft, welche an einem bestimmten Punkte, dem Mittelpunkte der parallelen Kräfte, angreift und in dieser Beziehung anstatt der verteilten Kräfte als wirkend gedacht werden kann. Die Angriffspunkte dieser Kräfte an dem Magnete sind die eigentlichen magnetischen

Pole. In dieser Weise definiert liegen die Pole also keineswegs an den Enden der Stäbe, wo der freie Magnetismus am stärksten ist, sondern an irgend welchen Punkten im Innern der Stäbe, deren Lage abhängig ist von der Verteilung der am magnetischen Stabe wirksamen Kräfte.

Gerade so wie ein Pendel im Gleichgewicht ist, wenn sein Schwerpunkt mit der Drehungsaxe des Pendels in derselben Vertikalebene befindet, so wird der Magnetstab, das magnetische Pendel im Gleichgewicht sein, wenn die Verbindungslinie der beiden Pole sich im magnetischen Meridiane befindet, da dann die an beiden Polen angreifenden Kräfte gleich nach entgegengesetzten Richtungen wirken, ihre Hebelarme also gleich null sind. Die Verbindungslinie der beiden Pole ist also jene Richtung, der wir vorher den Namen der magnetischen Axe gaben. Steht sie nicht recht zum Meridian, so erhält das Drehungsmoment des Stabes seinen größten Wert.

Da aus der durchgeführten Untersuchung folgt, daß auf die Magnete Parallelkräfte wirken, welche die Nordhälfte der Nadel nach dem magnetischen Norden, die Südhälfte nach dem magnetischen Süden ziehen, so muß man sofort zu der Frage geführt, was es denn sei, was diese Zugkraft auf den Magnet ausübt. Wir werden diese Frage zwar später ausführlicher untersuchen, zur Klärung der Vorstellungen bemerken wir aber hier schon vorweg, daß dieses Verhalten auf die Annahme geführt hat, daß die Erde selbst ein magnetischer Körper sei, dessen Nordhälfte nach dem magnetischen Norden, während die Südhälfte nach dem magnetischen Süden wirkt. Es ist leicht zu zeigen, wie durch diese Annahme die betrachteten Erscheinungen ihre Erklärung finden. Denken wir uns die Erde nur einen Stabpol in großer Entfernung in der Richtung des magnetischen Meridians vor dem Nordpol unseres Stabes, so wird derselbe Teil des unbegrenzten Magnetstabes, welcher freien Nordmagnetismus enthält, nach Norden ziehen, alle diejenigen, welche freien Süd magnetismus enthalten, nach dem magnetischen Süden hin abstoßen. Ganz ebenso wird ein Nordpol wirken, welcher in großer Entfernung an der Süd-

unseres Stabes sich befindet; er wird ebenfalls den Stab dem Meridiane parallel und so zu stellen suchen, daß der Nordpol nach Norden zeigt. Wenn demnach die Erde ein großer Magnet ist, dessen Pole in großer Entfernung in der Richtung des magnetischen Meridians von uns entfernt sind, so muß ein sich selbst überlassener Magnet immer dem Meridiane parallel gestellt werden, da durch die Einwirkung der magnetischen Erdpole auf den freien Magnetismus des Stabes dem nicht im Meridiane befindlichen Stabe ein Drehungsmoment erteilt wird, welches ihn in den Meridian zurückführt.

In dieser Direktionskraft eines Magnetstabes erhalten wir gleichzeitig ein Maß für den Magnetismus desselben, indem wir diesen, oder strenger genommen das magnetische Moment des Stabes seiner Direktionskraft proportional setzen können. Denn denken wir uns zunächst einen Magnet von der Länge  $l$ , an dessen Enden gewisse Quantitäten freien Magnetismus, an dem einen Ende Nord-, an dem andern Südmagnetismus vorhanden seien. Der Nordmagnetismus wird nach Norden, der Südmagnetismus nach Süden hin getrieben. Gerade so wie wir in der Mechanik die Masse eines Körpers dem Gewichte desselben, das heißt der Kraft, mit welcher er frei fallend gegen den Mittelpunkt der Erde getrieben wird, proportional setzen, können wir auch die Menge des Nord- oder Südmagnetismus der Kraft proportional setzen, mit welcher dieselbe gegen Norden oder Süden getrieben wird. Nennen wir die Kraft, mit welcher die als Einheit angenommene Menge Nord- oder Südmagnetismus nach Norden oder Süden getrieben wird,  $T$ , so wird jene Menge Magnetismus gleich  $m$  sein, bei welcher die in der Richtung des Meridians wirkende Kraft gleich  $m \cdot T$  ist. Setzen wir an den Enden des vorhin angenommenen Magnetes von der Länge  $l$  die so gemessenen Mengen  $m$  Nord- resp. Südmagnetismus voraus, so ist die Direktionskraft dieses Magnetes

$$D = T m l.$$

Die Direktionskraft ist somit dem Produkte aus den an den Enden eines Magnetes der gedachten Beschaffenheit vorhandenen Magnetismen und der Länge des Magnetes direkt proportional. Dieses Produkt  $ml$  bezeichnet man als das magnetische Moment des Stabes. Die Direktionskraft ist also gleich dem magnetischen Momente multipliziert mit einer Konstanten,  $T$ , deren Wert abhängig ist von der als Einheit gewählten Menge des Magnetismus, und welche uns gleichzeitig die Stärke des Erdmagnetismus mißt; nach obiger Gleichung wird dieselbe gemessen durch die Direktionskraft eines Stabes, dessen magnetisches Moment gleich der Einheit ist.

Unsere Entwicklung hat zunächst einen einfachen Magnet, d. h. einen solchen vorausgesetzt, der lediglich an seinen Enden freien Magnetismus besitzt; daß dieselbe indes auch für vollständige Magnete von der im §. 11 bekannten Beschaffenheit gilt, ersieht man leicht. Denken wir durch die Mitte der Axe eines solchen Magnets eine Drehungsaxe, und befinden sich an der einen Seite der Drehungsaxe in den Entfernungen  $\frac{l}{2}, \frac{l'}{2}, \frac{l''}{2} \dots$  die Nordmagnetismen  $m, m', m'', \dots$  an der andern Seite in den gleichen Entfernungen die gleichen Mengen Südmagnetismen, so ist die Direktionskraft dieses Magnetes



$$D = Tml + Tm'l' + Tm''l'' + \dots,$$

oder da die Konstante  $T$  in allen Gliedern denselben Wert hat,

$$D = T \{ ml + m'l' + m''l'' \} = T \Sigma ml,$$

worin dann  $\Sigma ml$  die Summe der Momente aller einzelnen in dem Stabe vorhandenen freien Magnetismen, also das magnetische Moment des ganzen Stabes bedeutet.

Wir können demnach stets die magnetischen Momente der Magnete durch die Direktionskraft messen, zwei Magnete gleicher Direktionskraft haben gleiche Momente und allgemein verhalten sich die Momente der Magnetstäbe wie deren Direktionskräfte.

### §. 15.

**Messung der magnetischen Direktionskraft.** Dieselben Methoden, durch welche man die Natur der auf einen in horizontaler Ebene drehbar aufgehängten Magnet wirkenden Kräfte auffindet, sind auch geeignet, die Größe des Drehungsmomentes, welches den Magnet in den Meridian zurückführt, zu messen.

Um das Drehungsmoment mit der Torsionswage zu bestimmen, verfährt man nach Coulomb<sup>1)</sup> so, daß man in die Torsionswage, welche in der im vorigen Paragraphen angegebenen Weise vorgerichtet ist, einen Magnetstab legt. Wenn sich derselbe in dem magnetischen Meridiane befindet, so ist der Faden zugleich ohne Torsion. Man tordiert den Faden um einen bestimmten Winkel, etwa um zwei ganze Umdrehungen, und beobachtet die Ablenkung des Magnetstabes aus dem Meridiane. Betrage die Ablenkung z. B.  $20^\circ$ , wenn der Magnetstab seine Gleichgewichtslage angenommen hat.

Auf den Magnetstab wirken dann zwei Kräfte ein, nämlich die magnetische Direktionskraft, welche ihn in den Meridian zurückzuführen sucht, und zweitens das Drehungsmoment infolge der Torsion des Aufhängefadens, welches den Stab vom Meridiane fortzuführen strebt. Beide Kräfte halten sich das Gleichgewicht. Sei  $D$  die magnetische Direktionskraft, wenn der Stab senkrecht zum Meridiane steht, und  $\alpha$  der Ablenkungswinkel, welchen er infolge der Torsion um  $\omega^\circ$  erhalten hat, sei ferner  $F$  der Torsionskoeffizient des Fadens, wenn er um  $1^\circ$  tordiert ist, so besteht die Gleichung

$$D \cdot \sin \alpha = F \cdot \omega,$$

somit

$$D = F \cdot \frac{\omega}{\sin \alpha}.$$

In dem angeführten Beispiele ist der Faden um zwei Umdrehungen, also  $720^\circ$  gedreht und der Stab dieser Torsion  $20^\circ$  gefolgt; der Torsionswinkel ist also  $\omega = 700$  und

$$D = F \cdot \frac{700}{\sin 20^\circ}.$$

1) *Coulomb, Mémoires de l'académie. Paris 1785.*

Hat man den Wert von  $F$  vorher auf dem bekannten Wege<sup>1)</sup> bestimmt, so erhält man für  $D$  einen ganz bestimmten Wert; derselbe giebt an, daß das Drehungsmoment, welches den Magnetstab, wenn er senkrecht zum magnetischen Meridiane steht, infolge seines Magnetismus in den Meridian zurückzuführen sucht, gleich dem Drehungsmomente einer wirksamen Kraft an dem Endpunkte eines der Einheit gleichen Hebelarmes sei, welche den Faden, der um  $\frac{\omega}{\sin \alpha}$  Grade tordiert ist, vom Zurückdrehen abhält.

Auf diese Weise bestimmen wir also das Drehungsmoment, welches den Magnetstab in den Meridian zurückführt, direkt durch ein anderes, dem wir es gleich machen; diese Methode gestattet es daher, ohne weiteres die Direktionskräfte zweier Magnetstäbe und damit die magnetischen Momente zu vergleichen. Ist nämlich bei einem andern Stabe eine Torsion von  $\omega'$  notwendig, um den Magnetstab aus seiner Gleichgewichtslage um  $\alpha'$  zu entfernen, so besteht für diesen die Gleichung:

$$D' = F \cdot \frac{\omega'}{\sin \alpha'}$$

und somit

$$D : D' = \omega : \omega'.$$

Die Direktionskräfte zweier beliebiger Magnetstäbe verhalten sich somit direkt wie die Winkel, um welche wir den Draht der Torsionswaage tordieren müssen, um den Magnetstäben gleiche Ablenkungen aus dem magnetischen Meridiane zu erteilen. Da wir nun die Direktionskraft  $D$  als Maß des magnetischen Momentes erkannt haben, so folgt zugleich, daß die magnetischen Momente zweier Stäbe sich verhalten wie die Winkel, um welche der Draht der Torsionswaage tordiert werden muß, damit die beiden Stäbe gleiche Ablenkung aus dem magnetischen Meridiane erhalten.

Um die magnetische Direktionskraft nach der zweiten Methode, nach derjenigen der Oscillationen in einem bestimmten Maße auszudrücken<sup>2)</sup>, haben wir auf die Schwingungen des Magnetstabes die Gesetze der Pendelbewegung anzuwenden. Ein Magnetstab, welcher in horizontaler Ebene drehbar an einem Faden aufgehängt ist, dessen Torsionskraft wir als verschwindend klein ansehen können, vollführt, wie wir sahen, Schwingungen um seine Gleichgewichtslage. Die Dauer dieser Schwingungen hängt bekanntlich ab von der Größe der bewegenden Kraft und der Größe der zu bewegenden Masse. Wie wir im ersten Teile nachgewiesen haben, ist die Schwingungsdauer eines Pendels direkt proportional der Quadratwurzel aus dem Abstände des Angriffspunktes der bewegenden Kraft von der Drehungsaxe und umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Beschleunigung, welche die bewegende Kraft derjenigen Masse erteilt, welche in dem Angriffspunkte der Kraft die Masse des ganzen Pendels ersetzt. Da nun die Schwingungen der Magnetstäbe denselben Gesetzen folgen wie die Schwingungen gewöhnlicher Pendel, so muß auch die Schwingungsdauer ganz ebenso von der bewegenden Kraft und der bewegten Masse abhängen.

1) Man sehe I. Teil §. 51.

2) *Coulomb, Mémoires de l'académie. Paris 1785.*



Die bewegende Kraft ist beim Magnete die Kraft, welche die Nordhälfte des Stabes dem Meridiane parallel nach dem magnetischen Norden, die Südhälfte nach dem magnetischen Süden treibt, die Angriffspunkte dieser Kraft sind die magnetischen Pole, und das Drehungsmoment, welches diese Kraft auf den Stab ausübt und welches wir bisher mit  $D$  bezeichneten, giebt uns jene Kraft, welche in der Abstandseinheit von der Drehungsaxe dem Stabe dasselbe Drehungsmoment erteilen würde.

Die Masse, welche in demselben Punkte, in der Abstandseinheit von der Drehungsaxe, die Masse des ganzen Magnetstabes ersetzt, ist durch das Trägheitsmoment des Stabes in bezug auf die Drehungsaxe gegeben. Bezeichnen wir dieses Trägheitsmoment mit  $K$ , so ist die Beschleunigung, welche die auf den Magnet wirkende Kraft der Masse des Magnetes bei konstanter Wirkung erteilen würde, gleich

$$\frac{D}{K}.$$

Wir haben auf diese Weise sowohl den Angriffspunkt der Kraft, als auch die Masse des Magnetstabes in die Abstandseinheit von der Drehungsaxe versetzt; die Schwingungsdauer  $t$  eines solchen Stabes ist daher gegeben durch die Gleichung

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

Ist daher durch die Beobachtung die Schwingungsdauer  $t$  eines Magnetes bekannt, so erhält man daraus

$$D = \frac{\pi^2 \cdot K}{t^2}$$

für die magnetische Direktionskraft. Dieselbe ist hier gegeben durch Gewichte, welche in der Abstandseinheit von der Drehungsaxe dasselbe Drehungsmoment ausüben, welches die magnetischen Kräfte dem Magnetstabe erteilen.

Haben  $K'$ ,  $t'$ ,  $D'$  für einen andern Magnetstab dieselbe Bedeutung, so ist für diesen

$$D' = \frac{\pi^2 \cdot K'}{t'^2},$$

somit

$$D : D' = K t'^2 : K' t^2.$$

Ist  $t = t'$ , so wird

$$D : D' = K : K',$$

oder bei gleicher Schwingungsdauer verhalten sich die Direktionskräfte zweier Magnete direkt wie die Trägheitsmomente der Stäbe. Ist  $K = K'$ , so wird

$$D : D' = t'^2 : t^2,$$

oder die Direktionskräfte zweier Magnetstäbe gleicher Masse verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungsdauer derselben. Die Schwingungszahlen der beiden Stäbe in gleichen Zeiten verhalten sich nun umgekehrt wie die Schwingungsdauer. Bezeichnen wir die Schwingungszahlen  $n$  und  $n'$ , so erhalten wir

$$D : D' = n^2 : n'^2,$$

oder die magnetischen Direktionskräfte zweier Stäbe gleicher Trägheitsmomente verhalten sich direkt wie die Quadrate der Schwingungszahlen.

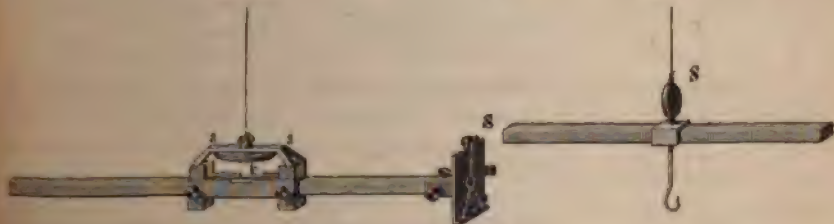
Um nach dieser Methode die Direktionskraft  $D$  zu bestimmen, bedarf es vor allem einer genauen Bestimmung der Schwingungsdauer  $t$  und des Trägheitsmomentes  $K$ . Beides läßt sich mit astronomischer Genauigkeit nach der von Gauss angegebenen Methode<sup>1)</sup> bestimmen.

Wir beschreiben den von Gauss zu diesem Zwecke angegebenen Apparat, das Magnetometer, ausführlich, da er außer zur Bestimmung von  $D$  noch zu andern Zwecken gebraucht wird. Das Magnetometer von Gauss besteht aus zwei getrennten Theilen, dem aufgehängten Magnetstabe und einem Theodoliten zur Beobachtung der Schwingungen.

Der zu untersuchende Magnetstab wird an einem Faden, der aus mehreren Coconfäden zusammengelegt ist, aufgehängt. Der Faden ist durch eine besondere Vorrichtung, welche ihn zu heben und zu senken gestattet, an der Decke des Beobachtungszimmers befestigt. Er trägt an seinem unteren Ende ein Schiffchen  $ss$  (Fig. 21) von Messing, in welches der Magnetstab

Fig. 21.

Fig. 22.



hineingelegt wird. Das Schiffchen ist so eingerichtet, daß man durch Drehung eines Kreises  $k$ , in dessen Axe der Faden befestigt ist, den Faden an seinem unteren Ende tordieren kann, ohne daß bei dieser Torsion der Magnetstab mitgedreht wird. Der Magnetstab ist mit einem Spiegel versehen, welcher genau senkrecht zur magnetischen Axe gestellt ist. Der Spiegel ist entweder an dem einen Ende des Magnetstabes, Fig. 21  $S$  oder, je nach den Umständen, an dem Träger desselben, Fig. 22  $S$ , befestigt. Ist das letztere der Fall, so ist der Träger mit einer doppelten Aufhängevorrichtung versehen, so daß man den aufgehängten Magnetstab umhängen kann, das heißt die jetzt obere Seite zur unteren machen kann. An der Befestigung des Spiegels Fig. 21 sind einige Korrektionsschrauben angebracht, welche gestatten, die Spiegelebene in horizontaler sowie in vertikaler Richtung etwas zu drehen, damit man so den Spiegel genau senkrecht zur magnetischen Axe stellen kann.

Der Magnetstab hängt in einem sechseckigen Kasten von Holz oder von Pappe Fig. 23  $K$ , welcher bis auf zwei Öffnungen rings geschlossen

1) Gauss, *Intensitas vis magneticae terrestris in mensuram absolutam revocata*. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII. Die detaillierte Beschreibung des Apparates findet sich in: *Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins*. I. Bd. Göttingen 1836.



ist. Die eine Öffnung befindet sich in dem Deckel des Kastens, sie dient zum Durchlassen des Aufhängefadens. Die andere ist dem mit dem Spiegel versehenen Ende des Magnetstabes gegenüber angebracht und etwas größer als der Spiegel selbst. In einiger Entfernung von dem Magnetstabe, in der Richtung des magnetischen Meridianes, und zwar dem Spiegel gegenüber, ist ein Theodolit aufgestellt. Die Vertikalebene, welche die vertikale Axe des Theodoliten und den Aufhängefaden aufnimmt, ist die Ebene des magnetischen Meridianes. Fig. 23 zeigt die Aufstellung von oben gesehen,



*T* ist der Theodolit, *M* der mit dem Spiegel versehene Magnetstab, von dem wir annehmen, seine magnetische Axe befinde sich genau im magnetischen Meridiane und der Spiegel sei senkrecht zur magnetischen Axe des Stabes befestigt.

Die optische Axe des Theodolitfernrohrs ist etwas höher als der Magnetstab und in der Vertikalebene des magnetischen Meridianes so abwärts geneigt, daß sie gegen die Mitte des Spiegels an dem Stabe gerichtet ist.

An dem Stativ des Theodoliten ist eine etwa 1 Meter lange, in Millimeter geteilte horizontale Skala *SR* befestigt, welche mit dem magnetischen Meridiane einen rechten Winkel bildet. Der Nullpunkt der Skala befindet sich an dem einen Ende des Stabes und die Teilung ist von da aus aufgetragen. Der Mittelpunkt der Skala befindet sich mit der optischen Axe des Theodolitfernrohrs in derselben Vertikalebene. Die Lage des Mittelpunktes wird dadurch bestimmt, daß ein vor der Mitte des Objectivs herabhängender feiner Faden, der durch ein kleines Gewicht gespannt ist, denselben deckt.

Die Skala ist ferner so tief unter dem Fernrohr angebracht, daß das Bild eines Theiles derselben im Spiegel durch das Fernrohr gesehen werden kann; das Fernrohr ist zu dem Ende auf die doppelte Entfernung des Spiegels eingestellt.

Beindet sich in der That die magnetische Axe des Stabes genau im magnetischen Meridiane, ist der Spiegel zu dieser Axe genau senkrecht gestellt und der Theodolit nebst Skala in der angegebenen Weise orientiert, so muß der durch den feinen Faden markierte Mittelpunkt der

Skala im Spiegelbild gerade am vertikalen Faden des Fadenkreuzes des Fernrohrs erscheinen. Untersuchen wir zunächst die Maßnahmen, welche dazu führen.

Damit die magnetische Axe des Stabes sich genau im Meridiane befinde, ist es erforderlich, daß der Aufhängefaden ohne Torsion sei, wenn der Metallstab sich in der Gleichgewichtslage befindet. Man bestimmt dazu mit *vergerichteten* Magneten zunächst den Meridian annähernd, indem man

ihn in der angegebenen Weise aufhängt. Da die Torsionskraft der angewandten Fäden nur sehr klein gegen das Drehungsmoment des Magnetes ist, so wird selbst bei starker Torsion des Fadens nur eine geringe Abweichung des Magnetes vom Meridian vorhanden sein. Man stellt den Theodoliten dem Spiegel gegenüber und merkt den Teilstrich der Skala, welcher am Fadenkreuz des Fernrohrs erscheint. Man ersetzt darauf den Magnetstab durch einen genau ebenso eingerichteten Messingstab, in welchem nur, um die Schwingungen infolge der Torsionselasticität etwas abzukürzen, ein kleines, schwach magnetisiertes Magnetstäbchen eingelegt ist. War der Faden vorher ohne Torsion, so wird sich dieser Stab genau so stellen, als der Magnetstab vorher; war das nicht der Fall, so nimmt er eine andere Stellung ein und dann verdreht man den Faden mit dem am Schiffchen befindlichen Torsionskreis so lange, bis der Stab genau die Stellung des Magnetstabes hat. Ersetzt man diesen Torsionsstab wieder durch den Magnetstab, so wird die Lage desselben jetzt eine etwas andere als vorher, jedenfalls aber dem Meridiane nähere sein, wenn nicht ihn schon erreichen. Man merkt seine Stellung wieder, ersetzt ihn durch den Torsionsstab und dreht den Faden wieder so weit, daß die Lage des letztern Stabes derjenigen des Magnetes genau gleich ist. Ist bei dann folgendem Einsetzen die Lage des Magnetes noch etwas geändert, so verfährt man noch einmal gerade so, bis die Lage des magnetischen Stabes und des Torsionsstabes genau dieselbe ist. Hat man das erreicht, so kann man sicher sein, daß der Faden, wenn der Magnet in der Gleichgewichtslage sich befindet, ohne Torsion ist, daß also die magnetische Axe des Stabes bei der Ruhelage des letztern genau im magnetischen Meridiane ist.

Um zu untersuchen, ob der Spiegel genau senkrecht zur magnetischen Axe ist, merkt man sich zunächst den am Fadenkreuz erscheinenden Teilstrich der Skala, nimmt den Magnetstab aus dem Schiffchen heraus und hängt ihn um, so daß seine vorher untere Seite zur obern wird. Bildet der Spiegel  $mn$  (Fig. 24) mit der magnetischen Axe  $NS$  des Stabes einen andern Winkel  $\alpha$  als einen rechten, so ist nach dem Umliegen die Lage des Spiegels eine andere geworden  $m'n'$ , was man daraus erkennt, daß ein anderer Teilstrich der Skala in das Fernrohr reflektiert wird. Mit Hilfe der Korrektionsschrauben wird der Spiegel in die richtige Lage gebracht. War vorher z. B. der Teilstrich 10 rechts vom Mittelpunkte und nach dem Umliegen der Teilstrich 20 links vom Mittelpunkte am Fadenkreuz sichtbar, so muß man die Stellung des Spiegels soweit korrigieren, daß der Teilstrich 5 links vom Mittelpunkte am Fadenkreuz erscheint. Nach nochmaligem Umliegen wird derselbe Teilstrich am Fadenkreuz sichtbar sein. Indem man den Magnetstab um  $90^\circ$  und  $270^\circ$  dreht, verfährt man gerade so, um auch den Vertikaldurchschnitt des Spiegels senkrecht zur magnetischen Axe zu stellen.

Fig. 24.



Schließlich hat man noch, um das Magnetometer ganz vollständig einzurichten, dem Theodoliten die richtige Stellung zu geben, d. h. ihn so aufzustellen, daß, wenn der Magnet in seiner Gleichgewichtslage sich



befindet, der Mittelpunkt der Skala, welcher durch den vor der Mitte des Objekts herabhängenden Faden bestimmt ist, im Spiegel nach dem Fadenkreuz des Fernrohrs hin reflektiert wird.

Hiermit ist das Magnetometer ein für allemal nicht nur zu den Schwingungsversuchen, sondern noch zu einer Anzahl demnächst ausführlich mitzuteilender Beobachtungen eingerichtet. Bei Einsetzung verschiedener Magnetstäbe hat man nur dafür Sorge zu tragen, daß bei jedem der Spiegel senkrecht zur magnetischen Axe des Stabes ist.

Um mit diesem Apparate die Schwingungsdauer eines Magnetstabes genau zu bestimmen<sup>1)</sup>, versetzt man denselben durch Annäherung eines Magnetstabes, der dann aber wieder entfernt wird, in kleine Schwingungen. Die Schwingungszeit eines Pendels oder eines Magnetstabes ist die Zeit, welche derselbe braucht, um von einer äußersten Stellung zur entgegengesetzten zu gelangen, welche also zwischen zwei auf einander folgenden Elongationen verstreicht. Da es jedoch äußerst schwierig ist, den Zeitpunkt der Elongationen, d. h. den Moment genau zu bestimmen, in welchem der Stab genau seine äußerste Lage erreicht, so ist es besser, die Schwingungsdauer aus korrespondierenden Beobachtungen zu bestimmen. Man beobachtet zu dem Ende genau den Moment, wann ein bestimmter Teilstrich der Skala sowohl beim Hingange als bei der Rückkehr das Fadenkreuz des Fernrohrs passiert, und nimmt dann das Mittel aus den beobachteten Zeiten für den Zeitpunkt der betreffenden Elongation. Am besten wählt man einen Teilstrich, welcher der Mitte der Schwingungen möglichst nahe liegt, wenn die Amplituden nicht zu groß sind, da dort die Bewegung am schnellsten ist, also der Zeitpunkt des Durchgangs des Teilstriches am genauesten bestimmt werden kann. Zu dem Ende ist es am besten, in der Nähe des Theodoliten eine Sekunden schlagende Pendeluhr aufzustellen, und es so einzurichten, daß der Vorübergang des Teilstriches mit einem Sekundenschlage zusammenfällt. Man hat dann von einem bestimmten Durchgange an die Sekunden bis zu dem folgenden nach der gleichen Richtung geschehenden Durchgange zu zählen. So beobachte man z. B. den ersten Durchgang eines bestimmten Teilstriches 1 Uhr 10 Minuten 12 Sekunden, den folgenden beim Rückgange des Pendels 1<sup>h</sup> 10' 54" und den dritten 1<sup>h</sup> 11' 37", dann folgt aus der ersten und zweiten Beobachtung, daß der Stab um 1<sup>h</sup> 10' 33" seine äußerste Lage nach der einen Seite erreicht hatte, aus der zweiten und dritten, daß er um 1<sup>h</sup> 11' 15,5" in der äußersten Lage an der andern Seite der Bahn war. Daraus ergibt sich die Schwingungsdauer

$$1^h 11' 15,5'' - 1^h 10' 33'' = 42,5''.$$

Sollte der Durchgang des Teilstriches nicht genau mit einem Sekundenschlage zusammenfallen, so beobachtet man, welcher Teilstrich bei dem Sekundenschlage vor dem Durchgange und bei dem Schlage nach dem Durchgange am Fadenkreuz ist, und bestimmt den Bruchteil der Sekunde nach dem Verhältnis der Entfernungen dieser beiden Teilstriche von dem gewählten Teilstriche, indem man annimmt, daß während einer Sekunde die Bewegung des Stabes gleichförmig ist. So sei der gewählte Teilstrich

1) Gauss, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. II. Bd. Göttingen 1837.

z. B. der Teilstrich 500, und man finde, daß bei dem vorhergehenden Sekundenschlage der Teilstrich 512, bei dem folgenden 494 am Fadenkreuze erscheine, so fand der Durchgang 0,66" nach dem ersten Sekundenschlage statt.

Man wird niemals durch eine einzige solche Beobachtung die Schwingungszeit bestimmen wollen, sondern stets mehrere anstellen. Es ist dazu nicht erforderlich, daß man während der ganzen Dauer des Versuches den Bewegungen des Stabes folge, man hat nur die Zeiten der ersten und letzten Elongation zu bestimmen, sobald man durch eine Anzahl Beobachtungen die Schwingungsdauer so weit kennt, daß über die Zahl der in jener Zwischenzeit stattfindenden Schwingungen kein begründeter Zweifel sein kann. Ein Beispiel wird das noch klarer machen. Wir nehmen an, daß man wieder den Teilstrich 500 beobachte und daß man den ersten Durchgang desselben um 9<sup>h</sup> 55' 26,9" beobachtet habe. Wir wollen die Durchgänge, bei denen auf den Teilstrich 500 die tieferen, also 490, 480 etc. folgen, mit dem Zeichen — versehen, die anderen mit dem Zeichen +; der erste beobachtete Durchgang sei einer nach der negativen Seite gewesen; man habe dann folgende Beobachtungen gemacht:

9 <sup>h</sup> 55' 26,9" —	9 <sup>h</sup> 56' 8,4" +
56' 51,2" —	57' 33" +
58' 15,5" —	58' 57,4" +

Nach einer längeren Unterbrechung seien folgende Beobachtungen gemacht worden:

11 <sup>h</sup> 38' 49,2" +	11 <sup>h</sup> 39' 31,5" —
40' 13,6" +	40' 56" —
41' 38,1" +	42' 20,3" —

Aus den ersten sechs Beobachtungen berechnet man in der angegebenen Weise folgende Elongationszeiten:

0	9 <sup>h</sup> 55' 47,65"
1	56' 29,80"
2	57' 12,10"
3	57' 54,25"
4	58' 36,45"

Die Differenz jeder nachfolgenden und vorhergehenden Zahl, oder die Summe der vier Differenzen, geteilt durch 4, giebt uns die Schwingungsdauer des Stabes mit großer Annäherung; dieselbe wird daraus 42,2".

Für den Zeitpunkt der ersten Elongation bei den folgenden sechs Beobachtungen findet man 11<sup>h</sup> 39' 10,35". Seit der Elongation 4 sind also verstrichen 1 Stunde 40 Minuten 33,9 Sekunden oder 6033,9 Sekunden. Durch Division dieser Zahl mit der Schwingungsdauer findet man für die Anzahl der in dieser Zeit stattgefundenen Elongationen 142,983. Da eine ganze Anzahl von Schwingungen stattgefunden haben muß, und da weiter diese Zahl eine ungerade sein muß, wie aus dem Vorzeichen der ersten der späteren Beobachtungen hervorgeht, so unterliegt es keinem Zweifel, daß die Zahl der Schwingungen in dieser Zeit 143 ist. Denn nähme man 141 Schwingungen, so würde als Schwingungsdauer sich ergeben

42,7936", nähme man 145 an, so würde dafür folgen 41,613"; beide Zahlen weichen von der gefundenen 42,2" zu sehr ab. Aus der Zahl 143 ergibt sich 42,195, und diese Zahl werden wir daher als die wahrscheinlich richtigste annehmen dürfen.

Hat man keine schlagende Sekundenuhr, so muß man von einem bestimmten Momente an die Anzahl der gleichgerichteten Vortübergänge in einer längern Zeit beobachten, und dann die Zeit durch die doppelte Anzahl der Vortübergänge dividieren, um die Schwingungsdauer zu erhalten, da zwischen zwei gleichnamigen Vortübergängen Hin- und Hergang stattfindet, also zwei Schwingungen zwischen dieselben fallen.

Hat man so die Schwingungsdauer möglichst genau beobachtet, so muß man, um die in unsere Gleichung eingehende Dauer  $t$  zu erhalten, an der beobachteten noch zwei Korrekturen anbringen. Die erste ist die Korrektur wegen der Amplitude der Schwingungen, da, wie wir im ersten Teile sahen, der Ausdruck für die Schwingungsdauer streng genommen nur für unendlich kleine Amplituden gilt. Wegen dieser Korrektur, welche man aus der Größe des Schwingungsbogens berechnen kann, verweisen wir auf §. 28 des ersten Teiles. Wir erhielten dort für die Oscillationsdauer, wenn wir die halbe Amplitude mit  $\alpha$ , die beobachtete Oscillationsdauer mit  $t'$  und die auf unendlich kleine Amplituden reduzierte mit  $t$  bezeichnen,

$$t' = t \left\{ 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{1}{2} \alpha \right\}.$$

Bezeichnen wir die an der Skala beobachtete halbe Amplitude mit  $a$ , und den Abstand der Skala von dem Spiegel mit  $r$ , so ist, wie wir §. 10 des zweiten Teiles sahen,

$$\frac{a}{r} = \tan 2\alpha,$$

und da wir wegen der geringen Größe der Bögen die Tangente mit dem Sinus vertauschen können und die Sinus den Bögen proportional setzen dürfen,

$$\frac{a}{r} = \sin 2\alpha; \quad \frac{a}{4r} = \sin \frac{1}{2} \alpha.$$

Daraus wird

$$t' = t \left\{ 1 + \frac{a^2}{64 r^2} \right\}$$

und mit hinreichender Annäherung für die auf unendlich kleine Amplituden berechnete Schwingungsdauer  $t$

$$t = t' \left\{ 1 - \frac{a^2}{64 r^2} \right\}.$$

Die so aus der unmittelbar beobachteten Schwingungsdauer  $t'$  abgeleitete  $t$  muß nun noch, wenn die äußerste Genauigkeit erreicht werden soll, deshalb korrigiert werden, weil die Torsion des Fadens einen wenn auch nur sehr kleinen Einfluß auf die Schwingungsdauer hat. Die Torsion des Fadens ist selbst eine den Stab treibende Kraft, sobald derselbe sein Gleichgewichtslage verlassen hat; sie sucht ebenfalls den Stab in die Gleichgewichtslage zurückzuführen. Die Schwingungsdauer ist also unter ihrem Einflusse kleiner, als sie sein würde, wenn nur die magnetische Direktionskraft den Stab zurückführte. Bezeichnen wir den Torsions

koeffizient mit  $\vartheta$ , so ist das Drehungsmoment, welches den Stab bei einer Abweichung  $\alpha$  vom Meridian, infolge der Torsion zurückzuführen sucht, gleich  $\vartheta \cdot \alpha$ ; die gesamte auf den Stab wirkende Kraft ist also

$$(D + \vartheta) \alpha,$$

und die bereits auf unendlich kleine Amplituden reduzierte Schwingungsdauer  $t$  deshalb nicht, wie wir vorher annahmen,

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}, \quad \text{sondern} \quad t = \pi \sqrt{\frac{K}{D + \vartheta}}.$$

Bezeichnen wir die beobachtete und auf unendlich kleine Amplituden reduzierte Schwingungsdauer mit  $t_1$ , die gesuchte, welche der Stab haben würde, wenn der Faden ganz ohne Torsionskraft wäre, mit  $t$ , so ist deshalb

$$\frac{t^2}{t_1^2} = \frac{D + \vartheta}{D} = 1 + \frac{\vartheta}{D}$$

$$t^2 = t_1^2 \left(1 + \frac{\vartheta}{D}\right).$$

Die GröÙe  $\frac{\vartheta}{D}$  läÙt sich durch einen einfachen Torsionsversuch bestimmen. Man tordiere den Faden um den Winkel  $v$ , so wird der Stab der Torsion durch den kleinen Winkel  $u$  folgen und in der abgelenkten Lage im Gleichgewicht sein. Nach den Ableitungen im Anfange dieses Paragraphen ist

$$D \sin u = \vartheta (v - u),$$

oder da  $u$  jedenfalls nur sehr klein ist

$$Du = \vartheta (v - u)$$

$$\frac{D}{\vartheta} = \frac{v}{u} - 1.$$

Bezeichnen wir den Quotienten  $\frac{D}{\vartheta}$  mit  $n$ , so wird die gesuchte Schwingungsdauer aus der beobachteten erhalten durch die Gleichung

$$t = t_1 \sqrt{\frac{n+1}{n}}.$$

Zwischen dem so gefundenen Werte von  $t$  und der Direktionskraft  $D$  besteht die Gleichung

$$t^2 = \pi^2 \frac{K}{D}; \quad D = \frac{\pi^2 K}{t^2}.$$

Um  $D$  zu erhalten, bedarf es demnach noch der Kenntnis des Trägheitsmomentes  $K$  der unter dem Einfluß der magnetischen Direktionskraft schwingenden Masse. Dasselbe ist bei der beschriebenen Versuchsanordnung nicht zu berechnen, da die schwingenden Massen, Schiffchen, Stab und Spiegel eine unregelmäßige Gestalt haben. Deshalb hat Gauss eine experimentelle Methode angegeben<sup>1)</sup>, welche zur Kenntnis desselben führt.

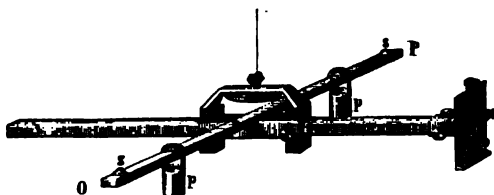
1) *Gauss, Intensitas etc. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.*



Man wird gut thun, diese Methode, auf welche wir bereits §. 32 des ersten Bandes hinwiesen, auch dann anzuwenden, wenn es sich nicht um die äußerste Genauigkeit handelt, wenn man einen Magnetstab einfach an einer Fadenschlinge aufhängt und ohne Spiegel beobachtet. Denn man wird selten annehmen dürfen, daß die Gestalt des Magnetstabes geometrisch ganz genau bestimmbar und seine Masse ganz regelmäßig in dem Raume des Magnetes verteilt ist. Beides wird aber bei Berechnung des Trägheitsmomentes vorausgesetzt.

Um das Trägheitsmoment experimentell zu bestimmen, verfährt Gauss folgendermaßen. Über den Magnetstab, gerade unter dem Aufhängefaden, wird eine hölzerne Querleiste  $OP$  (Fig. 25) gelegt, welche in eine Ver-

Fig. 25.



tiefung des Magnetstabes eingepaßt ist. Die Leiste ist an ihrer obern Seite mit sechs Spitzen  $s$  versehen, welche alle in einer geraden Linie und so liegen, daß die durch diese Linie hindurchgelegte Vertikalebene den Aufhängefaden in sich aufnimmt. Die Spitzen sind

ferner so verteilt, daß die an beiden Seiten entsprechend liegenden genau gleich weit von der Aufhängeaxe des Magnetes entfernt sind. Sei der Abstand der ersten Spitzen an jeder Seite gleich  $r_1$ . Auf je eine dieser Spitzen an jeder Seite wird ein Gewicht  $p$  gehängt.

Läßt man den jetzt so vorgerichteten Stab wieder schwingen, so wird seine Schwingungsdauer eine ganz andere als vorher, weil die träge Masse desselben eine ganz andere geworden ist. Sei die wegen der Amplitude und der Torsion des Fadens korrigierte Schwingungsdauer jetzt  $t_1$ . Bezeichnen wir das Trägheitsmoment der Holzleiste mit  $C$ , bezeichnen wir ferner die Masse der Gewichte mit  $q$  und das Trägheitsmoment jedes der einander ganz gleichen Gewichte in bezug auf die vertikale durch die Spitze und den Schwerpunkt der Gewichte gehende Axe mit  $qa^2$ , wodurch nach §. 20 des ersten Bandes das Trägheitsmoment jedes der Gewichte in bezug auf den Aufhängefaden wird  $q(a^2 + r_1^2)$ , so wird

$$Dt_1^2 = \pi^2 \{K + C + 2q(r_1^2 + a^2)\}$$

oder setzen wir, da  $qa^2$  bei Anwendung derselben Gewichte stets denselben Wert behält,

$$C + 2qa^2 = C_1,$$

$$Dt_1^2 = \pi^2 \{K + C_1 + 2qr_1^2\}.$$

Man hängt dieselben Gewichte auf die zweiten Spitzen  $s$ , welche von der Aufhängeaxe um  $r_2$  entfernt sind, beobachtet die Schwingungsdauer  $t_2$  und erhält die Gleichung

$$Dt_2^2 = \pi^2 \{K + C_1 + 2qr_2^2\}.$$

Fügen wir als dritte die für den unbelasteten Stab geltende Gleichung hinzu

$$Dt^2 = \pi^2 K,$$



genügen diese Gleichungen, um die drei unbekannten Größen  $K$ ,  $D$  und  $C_1$  zu bestimmen. Man erhält unmittelbar

$$D = \pi^2 \frac{2q(r_1^2 - r_2^2)}{t_1^2 - t_2^2} \quad (A)$$

und

$$K = t^2 \frac{2q(r_1^2 - r_2^2)}{t_1^2 - t_2^2} \quad (B)$$

Die Gleichung (A) liefert direkt den Wert von  $D$ , die Gleichung (B) den Wert von  $K$ . Handelt es sich nur um einen einzelnen Versuch zur Messung der Direktionskraft, so ist es darnach gar nicht erforderlich,  $K$  zu berechnen. Da indes, wie wir sehen werden,  $D$  mit der Zeit sich ändert, während  $K$  bei unverändertem schwingendem System konstant bleibt, so ist man immer gut, wenn man  $K$  bestimmt, da man dann zu einer neuen Bestimmung von  $D$  nur einen einfachen Schwingungsversuch anstellen hat.

Damit sind durch den Versuch alle Größen gegeben, welche zur Kenntnis der Direktionskraft  $D$  erforderlich sind. Ehe wir nun an einem bestimmten Zahlenbeispiele die Bedeutung des so erhaltenen Wertes von  $D$  etwas näher betrachten, müssen wir betreffs der Versuche noch eine Bemerkung hinzufügen. Wie schon erwähnt, erfährt der Wert von  $D$  mit der Zeit eine Änderung, und die Änderung ist, wie wir demnächst sehen werden, zuweilen schon in kurzen Zeiten merklich. Da nun zu diesen Versuchen eine Zeit von mehreren Stunden gebraucht wird, so geschehen die Schwingungen mit dem belasteten Stabe vielleicht unter einer anderen Direktionskraft. Die Zeiten  $t_1$ ,  $t_2$  sind also mit der Zeit  $t$  nicht direkt vergleichbar. Um diese allenfallsigen Änderungen mit in Rechnung zu ziehen, also diese Werte vergleichbar zu machen, macht man gleichzeitig mit einem anderen ähnlich aufgehängten Stabe, den man zugleich den gleichen Temperaturverhältnissen aussetzt, vergleichende Schwingungsbeobachtungen. Ändern sich die Schwingungszeiten dieses Stabes nicht, so kann man sicher sein, daß auch  $D$  sich nicht geändert hat, da die Direktionskraft des Hauptstabes sich jedenfalls in denselben Verhältnisse ändert, als die des Kontrollstabes. Findet man aber, daß derselbe die Schwingungsdauer  $u$  hatte, während der untersuchte Stab die Schwingungsdauer  $t$  hatte, daß sich ebenso  $u'$  und  $t_1$ ,  $u''$  und  $t_2$  entsprechen, so müssen wir, da infolge der gleichmäßigen Änderungen der beiden Direktionskräfte

$$t : u = t_1 : u',$$

für  $t_1$  einsetzen

$$\frac{u \cdot t_1}{u'}$$

und in gleicher Weise den Wert für  $t_2$  berechnen.

(Gauss teilt<sup>1)</sup> folgendes Beispiel eines am 11. Sept. 1832 angestellten Versuches mit.

1) Gauss, *Intensitas etc.* Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.  
WILLIAMS, Physik. IV. 4. Aufl.

Belastung $2p$	Gleichzeitige Schwingungen		
	des Hauptstabes		des Kontrollstabes
	$r$	Oscillationsdauer	Oscillationsdauer
206,5144 g	18 cm	24,63956"	17,32191"
dieselbe	13 "	20,77576	17,32051
dieselbe	8 "	17,66798	17,31653
dieselbe	3 "	15,80310	17,30529
ohne Belastung	—	15,22990	17,31107

Die Schwingungsdauern sind schon auf unendlich kleine Amplituden reduziert, eine Reduktion, welche indes äußerst klein ist, da die Amplituden nur etwas mehr als  $0,5^\circ$  betragen.

Die Zeit wurde an einer Uhr bestimmt, welche innerhalb eines Tage mittlerer Zeit 14,24" zurückblieb. Um daher die angegebenen Sekunden zahlen in wirklichen Sekunden 86400 auf einen mittlern Tag gerechnet auszudrücken, müssen dieselben mit  $\frac{86400}{86385,76}$  multipliziert werden.

$D$  wurde durch besondere Versuche in der angegebenen Weise bestimmt und fand sich für den belasteten Stab gleich 424,8, für den unbelasteten 597,4. Darin liegt zugleich der Beweis, daß, wie im ersten Teil erwähnt wurde, die Torsionskraft ungedrehter Seidenfäden von der Belastung abhängig ist.

Mit den dadurch bedingten Korrekturen und mit Hilfe des Kontrollstabes auf die Schwingungsdauer des unbelasteten Stabes reduziert, werden die Oscillationsdauern

$$t = 15,24515 \text{ Sekunden}$$

$$t_1 = 24,65717 \quad \text{für } r_1 = 18 \text{ cm}$$

$$t_2 = 20,79228 \quad \text{für } r_2 = 13 \text{ "}$$

$$t_3 = 17,68610 \quad \text{für } r_3 = 8 \text{ "}$$

$$t_4 = 15,82958 \quad \text{für } r_4 = 3 \text{ "}$$

Wenden wir absolutes Maß und zwar die Einheiten des CGS-Systems (Centimeter, Gramm, Sekunde) an, setzen also die Massen  $q$  der Gewichte gleich den in Grammen gegebenen Gewichten, so erhalten wir aus  $t_1$  und  $t_3$  in Verbindung mit  $t$  nach (B)

$$K = 42302,82$$

und aus der Gleichung (A)

$$D = 1796,4107.$$

Das Trägheitsmoment  $K$  bedeutet sonach die Anzahl Gramme, welche im Abstände 1 cm von der Drehungsaxe die Masse des schwingenden Magnets mit seinem Spiegel etc. ersetzen, das Drehungsmoment  $D$  giebt uns die im Abstände 1 cm von der Drehungsaxe angreifende Zahl  $v$  Druckeinheiten, deren jede der Masse eines Gramm in der Sekunde eine Beschleunigung 1 cm erteilt, welche den Magnet in der zum Meridian senkrechten Lage gegen die zum Meridian parallele Lage hintreibt.

Gauss, welcher bei seinen magnetischen Untersuchungen zum erstenmale die absoluten Maße anwandte, nahm das Milligramm und Millimeter als Maß der Masse und Länge. Da die Dimension des Trägheitsmomentes nach Seite 551 des ersten Bandes Masse mal Quadrat einer Länge ist, und da das Gramm gleich 1000 Milligramm, das Centimeter gleich 10 Millimeter ist, so erhalten wir das Trägheitsmoment in Gaussschen Einheiten, indem wir obige Zahl für  $K$  mit 100 000 multiplizieren.

Die Dimension eines Drehungsmomentes im absoluten Maßsystem ist Masse mal Quadrat einer Länge der minus zweiten Potenz einer Zeit

$$D = s [\mu \lambda^2 \tau^{-2}],$$

wir müssen daher auch die Zahl von  $D$  mit 100 000 multiplizieren, um das Drehungsmoment in den Einheiten von Gauss zu erhalten.

Wollen wir das Drehungsmoment in den gewöhnlichen Druckeinheiten der Mechanik, den Druck eines Grammes am Beobachtungsort ausdrücken, so ist der Wert von  $D$  durch die für Göttingen gültige Zahl für  $g$  in Centimeter ausgedrückt zu dividieren. Die Länge  $l$  des Sekundenpendels fand sich in Göttingen gleich 99,4126 cm. Daraus folgt

$$g = \pi^2 l = 981,163 \text{ cm.}$$

Demnach wird  $D$  in Grammen, welche am Hebelarm ein Centimeter anheben,

$$D = 1,83089.$$

Das so bestimmte Drehungsmoment des Magnetstabes ist nach den Bemerkungen am Schlusse des vorigen Paragraphen gleich dem magnetischen Momente des Stabes multipliziert mit dem als  $T$  bezeichneten Drehungsmomente eines Stabes, der in der Abstandseinheit die Einheiten des freien Magnetismus hat, dessen magnetisches Moment also gleich der Einheit ist.

Auf den ersten Blick könnte es passend erscheinen, dieses Drehungsmoment auch in dem Sinne als direktes Maß des magnetischen Momentes zu nehmen, daß man einem Stabe die Einheit des magnetischen Momentes beilegte, wenn das Drehungsmoment in der einen oder andern Einheit ausgedrückt gleich 1 ist, so zwar, daß man dem oben untersuchten Stabe in der nämlichen Einheit das magnetische Moment 1796,417 beilegte. Wir würden auf dieser Weise für den Magnetismus ein Maß wählen, welches ganz analog dem früher bestimmten Kraftmaße, nach welchem wir als solches den Druck von einem Liter Wasser, das Kilogramm einsetzten. Der gleiche Grund, der Veranlassung war von diesem Maße zu dem absoluten Maßsystem überzugehen, bestimmte Gauss die Einheit des Magnetismus nicht so zu definieren, ja wurde, weil er sich bei Messung des Magnetismus in so hohem Grade fühlbar machte, Veranlassung zur Einführung der absoluten Maße überhaupt. Das Drehungsmoment, welches einen Magnet aus der senkrechten Lage in den Meridian zurückzuführen sucht, hängt nicht allein von dem Magnetismus des Stabes, sondern auch, wie wir bereits bemerkten, von der Größe des Erdmagnetismus ab, der, wie wir später nachweisen werden, von Ort zu Ort sich ändert, und zwar in viel erheblicherem Maße, als es die Anziehung der Erde mit der geographischen Breite thut. Wollten wir den Magnetismus eines Stabes durch

seine Direktionskraft messen, so würde die denselben darstellende Zahl an den verschiedenen Orten ganz erheblich verschieden sein. Wir können deshalb mit demselben wohl die Magnetismen zweier Stäbe an einem und demselben Ort vergleichen; um aber ein exaktes Maß für das magnetische Moment zu erhalten, müssen wir erst den Erdmagnetismus ausscheiden, resp. wenn wir das magnetische Moment des Stabes gleich  $M$  und

$$D = TM$$

setzen, wir müssen das Drehungsmoment  $T$  bestimmen können, welches die Erde einem Magnete vom magnetischen Momente eins erteilt, welche Einheit wir erst noch festzusetzen haben.

### §. 16.

#### **Wirkung magnetischer Massen auf einander aus der Ferne.**

Zu dem gewünschten Maße des Magnetismus gelangen wir durch die genauere Untersuchung der dritten von uns bereits erkannten Äußerung der magnetischen Kraft, durch die Untersuchung der Anziehungen und Abstofsungen, welche die Magnetismen aus der Ferne auf einander ausüben, je nachdem sie ungleichnamig oder gleichnamig sind.

Die Untersuchung der Wechselwirkung zweier magnetischen Körper auf einander hat uns über zwei Fragen Auskunft zu geben, nämlich wie hängt die Stärke der Anziehung der magnetischen Körper ab erstens von der Stärke des Magnetismus jedes derselben, und zweitens von der Entfernung der magnetischen Körper von einander.

Es ist nun wohl ohne weiteres klar, daß, je nachdem wir diese Fernwirkung auffassen, dieselbe und das Gesetz, wie sie sich mit der Entfernung ändert, verschieden sein muß, d. h. je nachdem wir die Wirkung zweier gleichnamiger oder ungleichnamiger magnetischer Massen auf einander untersuchen, oder die Wirkung zweier vollständiger Magnete auf einander. Denn im ersteren Falle wirken dieselben nur anziehend oder nur abstossend auf einander, in letzterem dagegen wirkt der in dem einen vorhandene Nordmagnetismus auf den Nordmagnetismus des anderen abstossend, auf den Südmagnetismus anziehend und umgekehrt der Südmagnetismus des einen anziehend auf den Nordmagnetismus, abstossend auf den Südmagnetismus des anderen. Die Gesamtwirkung der beiden Magnete ist die Resultierende aus den vier Einzelwirkungen. Es ist indes ferner klar, daß sich das Gesetz der Einwirkung zweier Magnete auf einander aus der Wirkung zweier magnetischer Massen wird ableiten lassen, da, wie erwähnt wurde, die Wirkung zweier Magnete auf einander sich aus derjenigen von vier magnetischen Massen zusammensetzt. Umgekehrt wird sich aber das Grundgesetz der magnetischen Fernwirkung, das zweier magnetischer Massen auf einander, aus der bekannten Wirkung zweier Magnete auf einander ableiten lassen.

Da wir nun das Gesetz der Fernwirkung nur durch Versuche erhalten können, so kann es eigentlich nicht zweifelhaft sein, welchen Weg wir bei der experimentellen Untersuchung dieser Frage einzuschlagen haben. *Denn wenn auch* jedenfalls das Gesetz der Einwirkung zweier magnetischer Massen das einfachere ist, so können wir doch strenge genommen



nur den komplizierteren Fall experimentell realisieren, da wir nicht imstande sind, freie magnetische Massen gesondert herzustellen.

Die Ersten indes, welche das Gesetz der Fernwirkung der Magnete auf einander untersuchten, wandten diese Versuchsmethode nicht an, sie suchten vielmehr direkt die Wirkung zweier magnetischer Massen auf einander zu bestimmen. Wir erwähnen von den älteren Versuchen nur diejenigen von Coulomb<sup>1)</sup>, da es diesem zuerst gelang, das Grundgesetz richtig auszusprechen.

Wie wir bereits früher sahen, kann man in Bezug auf die Wirkung eines Magnetes nach außen hin annehmen, daß die eine Hälfte desselben nur Nordmagnetismus, die andere Hälfte nur Südmagnetismus enthält. Wie wir weiter sahen, nimmt der freie Magnetismus von den Enden eines Magnetes gegen die Mitte hin sehr rasch ab; durch später näher zu beschreibende Versuche überzeugte sich Coulomb, daß man bei einem 67 cm langen, 3,5 mm dicken Magnetstabe annehmen dürfe, daß freier Magnetismus überhaupt nur bis 5,7 cm von jedem Ende des Stabes vorhanden sei, und daß die Mittelpunkte ihrer Wirkungen nach außen hin, also die magnetischen Pole ungefähr 2 cm vom Ende des Stabes sich befänden. Da man nun in Bezug auf die Wirkung nach außen annehmen darf, daß der gesamte Magnetismus eines Stabes in den beiden Polen konzentriert ist, so kann man einen solchen Magnet betrachten als aus zwei magnetischen Massen bestehend, einer nordmagnetischen und einer südmagnetischen, welche in einem Abstände 63 cm von einander angesammelt sind.

Stellt man diesen Stab vertikal auf, den Nordpol nach unten, NS Fig. 26, und hängt in der Richtung des magnetischen Meridians in nicht zu großer Entfernung von dem Stabe eine Nadel so auf, daß sie mit dem Nordpole sich in derselben Horizontalebene befindet, so wird die horizontale Komponente der von dem Südpole auf die Nadel wirkenden Anziehung und Abstofsung äußerst klein sein, so daß sie gegen die Wirkung des Nordpols vernachlässigt werden kann.

Wenn die Nadel aus dem magnetischen Meridiane gedreht wird, so wird sie in denselben zurückgeführt, einmal durch die ihr innewohnende Direktionskraft  $D$ , und dann durch die anziehende Wirkung  $A$  des Nordpols  $N$ , der sie ebenfalls dem Meridiane parallel zu stellen sucht. Ist die Nadel sehr klein, so wird die Anziehung des Nordpols ebenfalls als ein System von einander und dem Meridiane paralleler Kräfte angesehen werden können, so wird also die Direktionskraft der Nadel verstärken. Das die Nadel in den Meridian zurückführende Drehungsmoment wird also sein

$$D + A.$$

Lassen wir die Nadel schwingen, so wird ihre Schwingungsdauer sein

$$t' = \pi \sqrt{\frac{K}{D + A}},$$

Fig. 26.



<sup>1)</sup> Coulomb, Mémoires de l'Académie 1786.



während ihre Schwingungsdauer  $t$ , wenn der Stab  $NS$  auf sie nicht einwirkt, sein wird

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

Daraus ergibt sich, wenn wir die Schwingungszahlen der Nadel in beiden Fällen mit  $n'$  und  $n$  bezeichnen,

$$\frac{n^2}{n'^2} = \frac{D}{D+A}$$

$$A = \frac{D}{n^2} (n'^2 - n^2).$$

Lassen wir die Nadel in verschiedenen, aber immer noch so kleinen Entfernungen vom Stabe schwingen, daß die über die Wirkung von  $S$  gemachte Voraussetzung gültig bleibt, so liefert uns eine Vergleichung der Schwingungszahlen die Stärke der Wirkung des Nordpols auf die Nadel.

Bei Durchführung dieser Versuche fand Coulomb die Schwingungszahlen einer kleinen 27 mm langen Magnetnadel in der Minute, als sie oscillierte

ohne Stab 15	17,6 cm entfernt 24
8,8 cm entfernt 41	35,2 „ „ 17.

Die drei Werte von  $A$ , welche sich hieraus ergeben, sind

Abstand 8,8	17,6	35,2
-------------	------	------

$$A = \frac{D}{(15)^2} (41^2 - 15^2); \quad \frac{D}{(15)^2} (24^2 - 15^2); \quad \frac{D}{(15)^2} (17^2 - 15^2);$$

dieselben verhalten sich also

$$A' : A'' : A''' = 1456 : 351 : 64.$$

Die beiden ersten dieser Zahlen verhalten sich fast genau wie 4:1, so daß das Drehungsmoment  $A''$ , welches der Stab auf die Nadel im Abstand 17,6 cm ausübt, 0,25 desjenigen  $A'$  ist, welches er in dem halben Abstände derselben erteilt. Diese beiden Drehungsmomente verhalten sich also umgekehrt wie die Quadrate der Abstände der Nadel von dem Pole des festen Magnetes. Das dritte Drehungsmoment paßt nicht in die Reihe, denn es müßte dann demselben die Zahl 88 entsprechen. Coulomb glaubte aber trotzdem schließen zu dürfen, daß die magnetischen Anziehungen ungleichnamiger, die Abstosungen gleichnamiger magnetischer Pole in verschiedenen Entfernungen sich verhalten umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen. Der Abstand 35,2 cm der Nadel von dem Stabe ist nämlich nicht mehr so klein, daß man den Einfluß des oberen Poles auf die Nadel vernachlässigen darf. Die horizontale Komponente derselben wirkt der Anziehung und Abstosung des unteren Poles gerade entgegen, so daß wir in der That nur die Differenz der beiden Wirkungen beobachten. Die Richtigkeit jenes Gesetzes vorausgesetzt, können wir leicht berechnen, ein wie großer Bruchtheil der Wirkung des unteren Poles diejenige des oberen Poles ist. Der obere Pol wirkt auf die Nadel in der Richtung der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten 35,2 cm und der Abstand der beiden Pole des Stabes, oder 63 cm sind. Diese Hypotenuse ist zugleich der Abstand des oberen Poles von der Nadel. Nach dem

angenommenen Gesetze verhält sich also die Wirkung der beiden Pole auf die Nadel überhaupt wie

$$\frac{1}{(35,2)^2} : \frac{1}{(35,2)^2 + (63)^2}.$$

Von letzterer kommt hier nur die horizontale Komponente in Betracht, welche wir erhalten, wenn wir die Gesamtwirkung des oberen Poles mit dem Cosinus des Winkels multiplizieren, welchen die Hypotenuse mit der Horizontalen bildet. Die Einwirkungen der beiden Pole auf die Nadel verhalten sich also wie

$$\frac{1}{(35,2)^2} : \frac{35,2}{\{(35,2)^2 + (63)^2\}^{1/2}},$$

oder wie

$$x : \frac{(35,2)^3}{\{(35,2)^2 + (63)^2\}^{1/2}} x = x : 0,12 x.$$

Da wir die Differenz dieser beiden Einwirkungen beobachtet und durch die Zahl 64 ausgedrückt haben, so erhalten wir  $x$  aus der Gleichung

$$x - 0,12 x = 64$$

$$x = \frac{64}{0,88} = 73,$$

die Zahl, welche der von jenem Gesetz geforderten schon viel näher kommt, so daß man dasselbe aus diesen Versuchen in der That als das wahrscheinlich richtige anzunehmen berechtigt ist.

Zu ähnlichen Resultaten gelangte Coulomb<sup>1)</sup> mit Hilfe der Drehwage. Eine Drehwage, deren unteres Gefäß aus einem viereckigen Kasten bestand, dessen eine Wand halb cylinderförmig gebogen war, wurde ein Magnetstab von circa 65 cm Länge aufgehängt und zunächst die magnetische Direktionskraft der Nadel bestimmt. Es fand sich, daß bei so kleinen Ablenkungen, bei welchen es gestattet ist, den Sinus eines Bogens mit dem Bogen selbst zu vertauschen, jeder Grad der Ablenkung des Stabes eine Torsion des Fadens von 35° verlangte, daß also z. B. eine ganze Umdrehung des Fadens den Stab um 10° aus dem Meridian ablenkte.

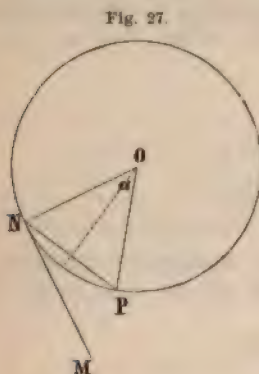
Nachdem der Stab im magnetischen Meridian sich ins Gleichgewicht gestellt hatte, wurde durch eine Öffnung im Deckel des Kastens dem Nordpol des Stabes der Nordpol eines anderen ebenso langen, in vertikaler Stellung gehaltenen Stabes genähert. Der hängende Stab wurde durch die Abstossung der beiden gleichnamigen Pole aus dem magnetischen Meridian abgelenkt und kam in der Lage zur Ruhe, in welcher sein magnetisches Moment, sowie die Torsion des Fadens, welche beide ihn in den Meridian zurückzuführen suchten, ebenso groß waren, als die abstossende Kraft der Pole. Die Ablenkung betrug 24°.

Darauf wurde durch Torsion des Fadens der abgelenkte Stab dem Meridian genähert und die Torsion des Fadens bestimmt, welche erforderlich war, um den abgelenkten Stab in bestimmten kleinern Abständen von dem Meridian zu halten. Es fand sich, daß 3 ganze Umdrehungen des Fadens

1) Coulomb, *Mémoires de l'Académie* 1786.

erforderlich waren, um die Ablenkung auf  $17^0$ , und 8 ganze Umdrehungen notwendig waren, um sie auf  $12^0$  zu vermindern.

Um an diesen Versuchen das Gesetz, nach welchem die Abstossung der Pole dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional sein soll, zu prüfen, müssen wir die Bedingungen des Gleichgewichts des abgelenkten Stabes ableiten. Sei zu dem Ende Fig. 27 ein Horizontalschnitt der Wage, sei  $P$  die Stelle des abstossenden Magnetpoles und sei  $ON$  die Lage des abgelenkten Magnetes, so daß  $NOP = \alpha$  der Ablenkungswinkel sei.



Ist die Kraft, mit welcher die Magnetpole sich in der Einheit der Entfernung abstossen,  $f$ , so ist die Abstossung, welche sie im Abstände  $NP$  auf einander ausüben, wenn das vorhin aufgestellte Gesetz richtig ist,

$$\frac{f}{(PN)^2}$$

oder, wenn wir die Länge des abgelenkten Magnetes  $2ON$  mit  $2l$  bezeichnen,

$$\frac{f}{4l^2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha}.$$

Das Drehungsmoment, welches diese Kraft dem Magnete vom Meridiane fort erteilt, ist somit

$$\frac{f}{4l^2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha} \cdot \cos PNM \cdot l = \frac{f}{4l^2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha} \cdot \cos \frac{1}{2} \alpha \cdot l.$$

Diesem Drehungsmomente hält das Gleichgewicht erstens das magnetische Drehungsmoment  $D \cdot \sin \alpha$ , wenn  $D$  die magnetische Direktionskraft des Stabes bezeichnet, zweitens das Drehungsmoment der Torsion, welches, wenn  $T$  die einem Grade entsprechende Torsionskraft und  $\vartheta$  die dem Drahte durch Drehung des obern Torsionskreises erteilte Torsion ist, gleich  $T(\vartheta + \alpha)$  ist.

Die Gleichgewichtsbedingung ist somit

$$\frac{f}{4l^2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha} \cos \frac{1}{2} \alpha \cdot l = D \cdot \sin \alpha + T(\vartheta + \alpha).$$

Wir können zunächst noch  $D$  durch  $T$  ausdrücken, denn, wie vorhin angegeben wurde, hält eine Torsion von  $350^0$  dem magnetischen Drehungsmomente von  $10^0$  das Gleichgewicht, somit ist

$$D \cdot \sin 10^0 = T \cdot 350$$

$$D = T \cdot \frac{350}{\sin 10^0}.$$

Damit wird

$$\frac{f}{4l^2 \sin^2 \frac{1}{2} \alpha} \cdot \cos \frac{1}{2} \alpha \cdot l = T \left( \frac{350}{\sin 10^0} \cdot \sin \alpha + \vartheta + \alpha \right)$$

oder

$$\frac{f}{4l} = T \left( \frac{350}{\sin 10^0} \cdot \sin \alpha + \vartheta + \alpha \right) \sin \frac{1}{2} \alpha \cdot \tan \frac{1}{2} \alpha.$$

Da bei diesen Versuchen stets dieselben Magnete angewandt wurden, so ist die linke Seite der Gleichung konstant, es muß deshalb auch die rechte Seite für die angegebenen Versuche einen und denselben Wert haben.

Bei dem ersten Versuche war  $\vartheta = 0$ ,  $\alpha = 24^\circ$ , es wird

$$\frac{f}{4l} = T \cdot 37,65;$$

bei dem zweiten Versuche war  $\vartheta = 3 \cdot 360^\circ = 1080^\circ$ ,  $\alpha = 17^\circ$ , es wird

$$\frac{f}{4l} = T \cdot 37,17;$$

und bei dem dritten war  $\vartheta = 8 \cdot 360^\circ = 2880^\circ$ ,  $\alpha = 12^\circ$ , es wird somit

$$\frac{f}{4l} = T \cdot 36,38.$$

Die auf der rechten Seite der Gleichungen sich ergebenden Werte sind in der That so annähernd gleich, daß man als das wahrscheinlich richtige Gesetz der magnetischen Fernwirkung daraus ableitet, daß die abstossenden Kräfte in denselben Verhältnisse abnehmen, wie die Quadrate der Entfernungen wachsen. Daß die Werte mit abnehmender Entfernung etwas kleiner werden, rührt daher, daß wir die anziehende Wirkung auf den entfernten Pol des Magnetes außer Acht gelassen haben, welche, wie man leicht ableitet, in den gröfseren Entfernungen das ablenkende Drehungsmoment etwas vergrößert.

Durch analoge Versuche wies Coulomb dasselbe Gesetz für die Anziehung ungleichnamiger Pole nach.

Diese beiden von Coulomb angewandten Methoden sind auch sehr geeignet, um zu untersuchen, wie bei konstantem Abstände zweier Magnetpole die anziehenden und abstossenden Kräfte mit der Stärke des Magnetismus der einzelnen Stäbe sich ändern.

Wir magnetisieren, um zunächst die Methode der Oscillationen anzuwenden, den festen Stab und bestimmen die Stärke seines Magnetismus nach der im vorigen Paragraphen ausgeführten Methode. Habe man auf diese Weise dem Stabe nach einander die Magnetismen 1, 2, 3 erteilt. Bringt man dem unteren Pole immer in derselben Entfernung von etwa 10 cm dieselbe Nadel gegenüber und berechnet die von uns mit  $A$  bezeichnete Gröfse aus den beobachteten Schwingungszahlen, so findet man, daß die Werte von  $A$  sich in diesen drei Fällen verhalten wie 1 : 2 : 3. Verdoppelt man ebenfalls den Magnetismus der Nadel, so findet man auf die gleiche Weise, daß sich die Werte von  $A$  verdoppelt haben. Es ergibt sich also daraus, daß die magnetischen Anziehungen und Abstossungen dem Produkte der auf einander einwirkenden Magnetismen proportional sind.

Ganz zu demselben Resultate gelangt man mit Hilfe der Drehwage; man findet, wenn man den Magnet der Drehwage an einem feinen Faden aufhängt, so daß die Torsion des Fadens gegen die Direktionskraft des Magnetes vernachlässigt werden darf, daß die Ablenkung nur von dem Magnetismus des ablenkenden, nicht von dem des abgelenkten Stabes abhängig ist. Auch daraus ergibt sich, daß die Anziehungen und Abstossungen dem Produkte der Magnetismen proportional sind; denn wäre das nicht der Fall, so müßte, da das den abgelenkten Stab gegen den

Meridian zurückföhrnde Drehungsmoment dem Magnetismus des Stabes proportional ist, die Ablenkung von dem Magnetismus des abgelenkten Stabes ebenfalls abhängig sein.

Nennen wir daher die Abstosung zweier gleichnamiger magnetische Massen, deren jede der Quantität 1 entspricht, in der Abstandseinheit  $a$  so erhalten wir für die Abstosung zweier Massen  $m$  und  $m'$  in der Entfernung  $r$

$$A = a \frac{mm'}{r^2}.$$

Hiermit sind wir sofort imstande, ein Maß des Magnetismus aufzustellen, welches durchaus unabhängig ist. Wir nennen jene Menge des Magnetismus eins, welche eine andere ihr gleiche und gleichnamige in der Entfernung eins mit der Kraft eins abstößt. Messen wir  $A$  mit unserer Einheit der Kraft,  $r$  mit unserer Längeneinheit, so drücken wir die Magnetismen in dieser Einheit aus, wenn wir in dem letzten Ausdruck die Konstante  $a$  gleich 1 setzen, somit schreiben

$$A = \frac{mm'}{r^2}.$$

Im  $[C, G, S]$  System ist also jene Quantität Magnetismus gleich eins welche eine andere ihr gleiche im Abstände 1 cm mit einer Kraft abstößt welche der Masse 1 g die Beschleunigung 1 cm erteilt.

Um den Magnetismus leicht auch in anderen Einheiten ausdrücken zu können, wird es gut sein, gleich hier sich klar zu werden, von welcher Dimension die aufgestellte Einheit des Magnetismus ist. Die linke Seite obigen Ausdruckes bedeutet eine Kraft, wir können demnach schreiben wenn wir voraussetzen, daß zwei gleiche Mengen  $m$  des Magnetismus auf einander wirken,

$$\begin{aligned} A &= z [\mu \lambda \tau^{-2}] = \frac{m^2}{r^2} \\ A r^2 &= z [\mu \lambda^3 \tau^{-2}] = m^2 \\ m &= z [\mu^{1/2} \lambda^{3/2} \tau^{-1}], \end{aligned}$$

worin  $z$  irgend eine Zahl,  $\mu$  die Einheit der Masse,  $\lambda$  der Länge,  $\tau$  die Zeit bezeichnen soll.

Die Einheit des Magnetismus ist also in Bezug auf die Masse von der Dimension  $1/2$ , die Länge von derjenigen  $3/2$  und die Zeit von der ersten. Wir gehen demnach vom  $[C, G, S]$  System in das Gauss'sche, welchem Milligramm, Millimeter, Sekunde zu Grunde liegen, über indem wir, da das Gramm 1000 Milligramm, das Centimeter 10 Millimeter ist, setzen

$$z_1 = z \cdot 1000^{1/2} \cdot 10^{3/2} = 10^3 = 1000.$$

Im Gauss'schen System wird also die gleiche Quantität des Magnetismus durch die 1000fache Zahl bezeichnet.

Das magnetische Moment ist gleich dem Produkte aus Magnetismus und einer Länge, demnach

$$ml = z [\mu^{1/2} \lambda^{3/2} \tau^{-1}].$$

Die Resultate der Coulombschen Versuche können aus den vorher angegebenen Gründen nur angenähert und nicht streng beweisend sein





moment, welches infolge seiner magnetischen Direktionskraft ihn in den Meridian zuzückzuführen sucht, gleich ist dem Drehungsmomente, welches aus der Einwirkung der beiden Magnete auf einander hervorgeht und ihn von dem Meridian fortzudrehen sucht.

Bezeichnen wir die magnetische Direktionskraft des beweglichen Magnetes mit  $D$ , so folgt, daß das Moment, welches ihn bei einer Ablenkung  $u$  in den Meridian zuzückzuführen sucht, gleich ist

$$D \cdot \sin u.$$

Um das Drehungsmoment zu berechnen, welches der feste Magnet  $m$  dem beweglichen nach entgegengesetzter Richtung erteilt, machen wir über die Einwirkung zweier magnetischer Massen auf einander folgende zwei Annahmen:

1) Zwei magnetische Massen wirken auf einander ein proportional ihrem Produkte. Haben wir in der Entfernung 1 zwei magnetische Massen  $m$  und  $\mu$  in der schon vorhin festgesetzten Einheit, so ist

$$m \cdot \mu$$

das Maß ihrer Abstossung oder Anziehung.

2) Die Anziehung oder Abstossung von zwei magnetischen Massen ist in verschiedenen Entfernungen irgend einer negativen Potenz der Entfernung proportional; sie ist also in der Entfernung  $r$

$$\frac{m \cdot \mu}{r^n}.$$

Betreffs des Wertes von  $n$  machen wir nur die Voraussetzung, daß es eine ganze Zahl sei.

Mit Hilfe dieser beiden Annahmen erhalten wir für die anziehenden und abstossenden, zwischen den beiden Magneten thätigen Kräfte folgende Werte:

1) Der Südpol  $\sigma$  stößt den Südpol  $s$  ab; bezeichnen wir den Abstand beider Pole mit  $r_1$ , so ist diese abstossende Kraft

$$\frac{m \cdot \mu}{r_1^n}.$$

2) Der Südpol  $\sigma$  zieht den Nordpol  $n$  an; befinden sich die Pole in Abstände  $r_2$ , so ist die anziehende Kraft

$$- \frac{m \cdot \mu}{r_2^n}.$$

3) Der Nordpol  $\nu$  zieht den Südpol  $s$  aus der Entfernung  $r_3$  an mit der Kraft

$$- \frac{m \cdot \mu}{r_3^n}.$$

4) Der Nordpol  $\nu$  stößt den Nordpol  $n$  aus der Entfernung  $r_4$  ab mit der Kraft

$$\frac{m \cdot \mu}{r_4^n}.$$

Die negativen Vorzeichen bei 2 und 3 bedeuten, daß diese Kräfte den beiden anderen entgegengesetzt wirken, daß sie die betreffenden Pole zu nähern suchen, während die anderen die Pole zu entfernen streben.

Zur Berechnung dieser vier Kräfte müssen wir zunächst die vier Abstände  $r$  bestimmen.

Legen wir durch den Mittelpunkt  $o$  des drehbaren Magnetes ein ebenes, rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen Axe der  $y$  mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt, dessen Axe der  $x$  in der durch beide Magnete bestimmten Horizontalebene auf dem Meridiane senkrecht ist, so ist der Abstand  $r$  irgend zweier Punkte in dieser Ebene, deren Koordinaten  $x, y$  und  $\xi, \eta$  sind, gegeben durch die Gleichung

$$r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2.$$

Nun seien die Koordinaten von  $\sigma$  gleich  $x_1, y_1$ , von  $\nu$  gleich  $x_2$  und  $y_2$ ; ferner von  $s$  gleich  $\xi_1$  und  $\eta_1$ , von  $n$  gleich  $\xi_2$  und  $\eta_2$ . Bezeichnen wir den Abstand  $oo$  der Mittelpunkte der beiden Magnete mit  $R$ , den Winkel, welchen  $R$  mit dem magnetischen Meridiane bildet, von der Südseite des Meridians nach Westen gerechnet, also  $So\omega$  mit  $\psi$  und den Winkel, welchen der feste Magnet mit dem Meridiane bildet, ebenfalls wie den Winkel  $\psi$  von der Südseite des Meridians nach links hin gerechnet, also  $S'o\sigma$  mit  $U$ , so wird

$$x_1 = oa + c\sigma = R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin (180^\circ - U) = R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin U$$

$$y_1 = \omega a - \omega c = R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos (180^\circ - U) = R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U$$

$$x_2 = oa - \omega b = R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin (180^\circ - U) = R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin U$$

$$y_2 = a\omega - \omega d = R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos (180^\circ - U) = R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U$$

$$\xi_1 = a \cdot \sin u; \quad \eta_1 = a \cdot \cos u; \quad \xi_2 = -a \cdot \sin u; \quad \eta_2 = -a \cdot \cos u.$$

Drücken wir mit Hilfe der so durch  $R, a, b; \psi, U, u$  bestimmten Koordinaten der vier Magnetpole die Abstände  $r_1$  etc. aus, so erhalten wir für die vier Kräfte folgende Ausdrücke:

$$1. \quad \frac{m \cdot \mu}{r_1^n} = \frac{m \mu}{\left\{ (R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin U - a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U - a \cdot \cos u)^2 \right\}^{\frac{n}{2}}}$$

$$2. \quad - \frac{m \cdot \mu}{r_2^n} = \frac{- m \mu}{\left\{ (R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin U + a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U + a \cdot \cos u)^2 \right\}^{\frac{n}{2}}}$$

$$3. \quad - \frac{m \cdot \mu}{r_3^n} = \frac{- m \mu}{\left\{ (R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin U - a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U - a \cdot \cos u)^2 \right\}^{\frac{n}{2}}}$$

$$4. \quad \frac{m \cdot \mu}{r_4^n} = \frac{m \mu}{\left\{ (R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin U + a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U + a \cdot \cos u)^2 \right\}^{\frac{n}{2}}}$$

Diese vier Kräfte können, wie erwähnt, nur eine drehende Bewegung erzeugen, wir haben daher zunächst der Richtung und Gröfse nach die Drehungsmomente zu bestimmen, welche diese Kräfte der beweglichen Nadel erteilen.

Um die Momente zu erhalten, welche diese Kräfte der Nadel erteilen, haben wir von den an  $s$  und  $n$  angreifenden Kräften zunächst die zu  $ns$  senkrechten Komponenten zu bilden, also die Kräfte mit dem Cosinus des Winkels zu multiplizieren, den ihre Richtung mit der zur Nadel senkrechten, oder mit dem Sinus des Winkels, den ihre Richtung mit der

Richtung der Nadel selbst bildet. Diese zur Richtung der Nadel senkrechten Komponenten haben wir dann mit dem Abstände ihres Angriffspunktes von der Drehungsaxe, also mit  $a$  zu multiplizieren.

Die nach  $os$  wirkende abstoßende Kraft bildet mit der zur Stabrichtung  $ns$  senkrechten Richtung  $ts$  den Winkel  $ost$ . Ziehen wir  $rs$  parallel der  $x$ -Axe senkrecht zum Meridian, so wird

$$ost = rst - rso = u - rso,$$

$$\cos ost = \cos u \cdot \cos rso + \sin u \cdot \sin rso.$$

Nun ist

$$\begin{aligned} \cos rso &= \frac{rs}{os} = \frac{x_1 - \xi_1}{r_1} = \frac{R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin U - a \cdot \sin u}{r_1} \\ \sin rso &= \frac{rs}{os} = \frac{\eta_1 - y_1}{r_1} = \frac{a \cdot \cos u - R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U}{r_1}. \end{aligned}$$

Demnach

$$\cos ost = \frac{\cos u (R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin U) - \sin u (R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U)}{r_1}.$$

Das aus der Wirkung der beiden Pole  $\sigma$  und  $s$  auf einander hervorgehende Drehungsmoment ist demnach, da der Abstand des Angriffspunktes  $s$  von der Drehungsaxe  $o$  gleich  $a$  ist,

$$\text{I. } + \frac{a \cdot m \cdot \mu \left\{ \cos u (R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin U) - \sin u (R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U) \right\}}{\left\{ (R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin U - a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U - a \cdot \cos u)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}$$

Die nach  $sn$  wirkende Kraft bildet mit der zur Richtung des Stabes  $ns$  senkrechten Richtung  $np$  den Winkel  $snp$ , oder mit der Richtung des Stabes den Winkel  $сно$ . Ziehen wir nun durch  $n$  parallel mit  $NS$  die Linie  $nv$  und durch  $\sigma$  mit der Axe der  $x$  parallel  $\sigma v$ , so ist

$$сно = snv - vno = snv - u$$

$$\cos snp = \sin сно = \sin snv \cdot \cos u - \cos snv \cdot \sin u$$

$$\sin snv = \frac{\sigma v}{sn} = \frac{x_1 - \xi_2}{r_2} = \frac{R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin U + a \cdot \sin u}{r_2},$$

$$\cos snv = \frac{nv}{sn} = \frac{y_1 - \eta_2}{r_2} = \frac{R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U + a \cdot \cos u}{r_2}.$$

Demnach

$$\cos snp = \frac{\cos u (R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin U) - \sin u (R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U)}{r_2}.$$

Das aus der gegenseitigen Wirkung der beiden Pole  $\sigma$  und  $n$  hervorgehende Drehungsmoment ist demnach

$$\text{II. } - \frac{a \cdot m \cdot \mu \left\{ \cos u (R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin U) - \sin u (R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U) \right\}}{\left\{ (R \cdot \sin \psi + b \cdot \sin U + a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U + a \cdot \cos u)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}}$$

Die in der Richtung  $vs$  wirkende Kraft bildet mit  $st$  den Winkel

$$vst = rst + vsr = u + vsr,$$

$$\cos vst = \cos u \cos vsr - \sin u \sin vsr.$$

$$\cos \nu sr = \frac{x_2 - \xi_1}{r_3} = \frac{R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin U - a \cdot \sin u}{r_3},$$

$$\sin \nu sr = \frac{y_2 - \eta_1}{r_3} = \frac{R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U - a \cdot \cos u}{r_3},$$

somit

$$\cos \nu st = \frac{\cos u (R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin U) - \sin u (R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U)}{r_3}.$$

Das Drehungsmoment, welches die von  $s$  nach  $\nu$  wirkende Kraft hervorbringt, ist demnach

$$\text{III.} - \frac{a \cdot m \cdot \mu \{ \cos u (R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin U) - \sin u (R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U) \}}{\{(R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin U - a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U - a \cdot \cos u)^2\}^{\frac{n+1}{2}}}.$$

Die vierte zwischen  $\nu$  und  $n$  wirksame abstoßende Kraft bildet mit der zur Stabrichtung senkrechten Richtung  $np$  den Winkel  $\nu np = wnp - wn\nu$ ; demnach ist

$$\cos \nu np = \cos wnp \cdot \cos wn\nu + \sin wnp \cdot \sin wn\nu,$$

$$wnp = 90^\circ + u; \quad \cos wnp = -\sin u; \quad \sin wnp = \cos u,$$

$$\cos \nu nw = \frac{wn}{nv} = \frac{y_2 - \eta_2}{r_4} = \frac{R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U + a \cdot \cos u}{r_4},$$

$$\sin \nu nw = \frac{vw}{vn} = \frac{x_2 - \xi_2}{r_4} = \frac{R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin U + a \cdot \sin u}{r_4}.$$

Darnach ist

$$\cos \nu np = \frac{\cos u (R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin U) - \sin u (R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U)}{r_4}.$$

Das letzte der vier Drehungsmomente ergibt sich somit

$$\text{IV.} + \frac{a \cdot m \cdot \mu \{ \cos u (R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin U) - \sin u (R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U) \}}{\{(R \cdot \sin \psi - b \cdot \sin U + a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos \psi - b \cdot \cos U + a \cdot \cos u)^2\}^{\frac{n+1}{2}}}.$$

Die Vorzeichen  $+$  und  $-$  vor den einzelnen Ausdrücken bedeuten nicht, daß die Richtungen, nach welchen die betreffenden Momente den Stab zu drehen suchen, einander entgegengesetzt sind, sie bedeuten vielmehr, daß die zu der Richtung  $ns$  senkrechten Komponenten der vier Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen des Raumes wirken. Da nun aber I und II an entgegengesetzten Seiten der Drehungsaxe angreifen, so ist die Richtung, nach welcher sie den Stab  $ns$  zu drehen suchen, dieselbe, und zwar drehen sie den Stab nach dem Meridian zurück. Aus demselben Grunde drehen III und IV den Stab nach gleicher Richtung, und zwar vom Meridian fort. Geben wir den Momenten, welche den Stab nach derselben Richtung drehen, dasselbe Vorzeichen, und bezeichnen diejenigen als positiv, welche den Winkel  $u$  zu vergrößern suchen, so erhalten III und IV das positive, I und II das negative Vorzeichen.

Aus der Gesamtwirkung der vier Pole resultiert dann ein Drehungsmoment, welches den Stab vom Meridiane fort zu drehen sucht und welches gleich ist

$$\text{III} + \text{IV} - \text{I} - \text{II}.$$



Wie wir sahen ist die Gleichgewichtslage des Stabes  $ns$  diejenige, in welcher die Wirkung des Magnetes  $\nu\sigma$  ihn ebenso stark vom Meridian wegzudrehen sucht, als ihn seine magnetische Direktionskraft in den Meridian zurückzuführen sucht. Die Gleichgewichtsbedingung ist also

$$D \cdot \sin u = III + IV - I - II.$$

Ehe wir diese Gleichgewichtsbedingung näher untersuchen, wird es gut sein, den Ausdrücken für die vier Momente eine bequemere Form zu geben.

Die Zähler der Ausdrücke I und II können wir schreiben

$$R \cdot (\cos u \cdot \sin \psi - \sin u \cdot \cos \psi) + b (\cos u \sin U - \sin u \cos U) = \\ R \cdot \sin (\psi - u) + b \cdot \sin (U - u).$$

Die Zähler von III und IV werden dann ebenso

$$R \cdot \sin (\psi - u) - b \cdot \sin (U - u).$$

Führen wir die angedeutete Quadrierung der in der Klammer des Nenners I befindlichen Ausdrücke durch, so erhalten wir

$$(R \cdot \sin \psi + b \sin U - a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U - a \cdot \cos u)^2 = \\ R^2 \sin^2 \psi + 2 R b \sin \psi \cdot \sin U - 2 R a \sin \psi \cdot \sin u + b^2 \sin^2 U - \\ 2 a b \cdot \sin U \sin u + a^2 \sin^2 u + R^2 \cos^2 \psi + 2 R b \cdot \cos \psi \cdot \cos U - \\ 2 R a \cos \psi \cdot \cos u + b^2 \cos^2 U - 2 a b \cdot \cos U \cdot \cos u + a^2 \cos^2 u = \\ R^2 + 2 R \{ b \cdot \cos (\psi - U) - a \cdot \cos (\psi - u) \} + b^2 - 2 a b \cos (u - U) + a^2.$$

Bezeichnen wir den Faktor von  $2R$  mit  $q$  und setzen

$$b \cdot \sin (\psi - U) - a \cdot \sin (\psi - u) = l,$$

so können wir für obige Quadratsumme setzen, wie man leicht findet,

$$(R + q)^2 + l^2,$$

und somit den Nenner von I

$$\{(R + q)^2 + l^2\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Behandeln wir den Nenner von II ganz ebenso, dann erhalten wir zunächst

$$R^2 + 2 R \{ b \cdot \cos (\psi - U) + a \cos (\psi - u) \} + b^2 + 2 a b \cos (u - U) + a^2,$$

und setzen wir hier den Koeffizienten von  $2R$  gleich  $q'$  und

$$b \cdot \sin (\psi - U) + a \cdot \sin (\psi - u) = l',$$

so wird der Nenner

$$\{(R + q')^2 + l'^2\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Aus dem Nenner von III erhalten wir bei der gleichen Behandlungsweise zuerst

$$R^2 - 2 R \{ b \cdot \cos (\psi - U) + a \cos (\psi - u) \} + b^2 + 2 a b \cdot \cos (u - U) + a^2.$$

Der Koeffizient von  $2R$  ist also hier wieder  $q'$ , hat daher  $l'$  wieder dieselbe Bedeutung wie eben, so wird der Nenner von III

$$\{(R - q')^2 + l'^2\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Der Nenner des Ausdruckes IV schliesslich wird, wie man leicht auch ganz ebensolche Rechnungen findet,

$$\{(R - q)^2 + l^2\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Setzen wir die so gefundenen Werte für Zähler und Nenner in unsere Ausdrücke ein, so wird die Bedingung des Gleichgewichts, für welche wir es fanden

$$D \cdot \sin u = \text{III} + \text{IV} - \text{I} - \text{II},$$

folgende Gestalt annehmen:

$$\sin u = a \cdot m \cdot \mu \left\{ \frac{R \cdot \sin(\psi - u) - b \cdot \sin(U - u)}{\{(R - q')^2 + l'^2\}^{\frac{n+1}{2}}} + \frac{R \cdot \sin(\psi - u) - b \cdot \sin(U - u)}{\{(R - q)^2 + l^2\}^{\frac{n+1}{2}}} \right. \\ \left. - \frac{R \cdot \sin(\psi - u) + b \cdot \sin(U - u)}{\{(R + q')^2 + l'^2\}^{\frac{n+1}{2}}} - \frac{R \cdot \sin(\psi - u) + b \cdot \sin(U - u)}{\{(R + q)^2 + l^2\}^{\frac{n+1}{2}}} \right\}.$$

Jeden der vier Nenner auf der rechten Seite unserer Gleichung können wir in eine Reihe entwickeln, welche nach steigenden negativen Potenzen von  $(R \pm q)$  und nach Potenzen von  $l$  fortschreitet. Der erste dieser Nenner liefert so die Reihe

$$\frac{1}{\{(R - q')^2 + l'^2\}^{\frac{n+1}{2}}} = \frac{1}{(R - q')^{n+1}} - \frac{n+1}{2} \frac{l'^2}{(R - q')^{n+3}} + \\ + \frac{(n+1)(n+3)}{8} \frac{l'^4}{(R - q')^{n+5}} \dots$$

Wenn wir voraussetzen, dass der Abstand  $R$  der beiden Magnete gegen deren Grösse  $2a$  und  $2b$  sehr gross ist, so konvergiert die Reihe sehr rasch, so zwar, dass wir Glieder mit höheren Potenzen als der  $n+3$  vernachlässigen dürfen.

Die Reihen, welche die drei anderen Nenner liefern, sind dieser analog, sie unterscheiden sich nur dadurch, dass im zweiten Nenner  $q$  und  $l$  an die Stelle von  $q'$  und  $l'$  treten. Die Reihe des ersten Nenners verwandelt sich in die des dritten, wenn wir für  $-q'$  einsetzen  $+q'$ , und die des vierten erhalten wir aus der ersten, wenn wir  $-q'$  mit  $+q$  und  $l'$  mit  $l$  vertauschen.

Jedes Glied der vier Reihen lässt sich nochmals in eine Reihe verwandeln, und zwar erhalten wir aus dem ersten Gliede der ersten Reihe

$$\frac{1}{(R - q')^{n+1}} = \frac{1}{R^{n+1}} + (n+1) \frac{q'}{R^{n+2}} + \frac{(n+1)(n+2)}{1 \cdot 2} \frac{q'^2}{R^{n+3}} \\ + \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \frac{q'^3}{R^{n+4}} + \dots$$

Das erste Glied der Reihe für den dritten Nenner dagegen liefert, da dort für  $-q'$  einzusetzen ist  $+q'$ , die Reihe

$$\frac{1}{(R+q')^{n+1}} = \frac{1}{R^{n+1}} - (n+1) \frac{q'}{R^{n+2}} + \frac{(n+1)(n+2)}{1 \cdot 2} \frac{q'^2}{R^{n+3}} \\ - \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \frac{q'^3}{R^{n+4}} + \dots$$

Die Glieder dieser Reihe und ebenso der aus dem ersten Gliede der vierten Reihe hervorgehenden Reihe haben also abwechselnde Vorzeichen. Das erste Glied der dem zweiten Nenner entsprechenden Reihe dagegen liefert eine Reihe, deren Glieder wieder alle das positive Vorzeichen haben.

Die folgenden Glieder dieser Reihe enthalten alle nur Potenzen von  $R$ , welche höher sind als die  $n+4$ .

Die zweiten Glieder der vier Reihen geben ähnliche Reihen, das zweite der ersten Reihe folgende:

$$-\frac{n+1}{2} \cdot \frac{l'^2}{(R-q')^{n+3}} = -\frac{n+1}{2} \cdot \frac{l'^2}{R^{n+3}} - \frac{(n+1)(n+3)}{2} \cdot \frac{l'^2 \cdot q'}{R^{n+4}} - \dots$$

Das zweite Glied der dritten Reihe dagegen liefert die Reihe

$$-\frac{n+1}{2} \cdot \frac{l'^2}{(R+q')^{n+3}} = -\frac{n+1}{2} \cdot \frac{l'^2}{R^{n+3}} + \frac{(n+1)(n+3)}{2} \cdot \frac{l'^2 \cdot q'}{R^{n+4}} - \dots + \dots$$

Für die anderen Reihen haben wir nur  $q'$  und  $l'$  mit  $q$  und  $l$  zu vertauschen.

Außer den hier in Betracht gezogenen Gliedern brauchen wir keine zu entwickeln.

Setzen wir jetzt die so erhaltenen Werte für die Nenner in unser vier Ausdrücke für die Drehungsmomente ein, so wird der erste, wenn wir zugleich nach steigenden Potenzen von  $R$  in den Nennern ordnen:

$$\left\{ R \cdot \sin(\psi - u) - b \cdot \sin(U - u) \right\} \left\{ \frac{1}{R^{n+1}} + (n+1) \frac{q'}{R^{n+2}} \right. \\ + \left( \frac{(n+1)(n+2)}{2} \cdot \frac{q'^2}{R^{n+3}} - \frac{n+1}{2} l'^2 \right) \frac{1}{R^{n+3}} + \left( \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} q'^3 - \right. \\ \left. \left. - \frac{(n+1)(n+3)}{2 \cdot 2} \cdot l'^2 \cdot q' \right) \frac{1}{R^{n+4}} + \dots \right\}$$

Der dritte wird

$$-\left\{ R \cdot \sin(\psi - u) + b \cdot \sin(U - u) \right\} \left\{ \frac{1}{R^{n+1}} - (n+1) \frac{q'}{R^{n+2}} \right. \\ + \left( \frac{(n+1)(n+2)}{2} q'^2 - \frac{n+1}{2} l'^2 \right) \frac{1}{R^{n+3}} - \left( \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} q'^3 - \right. \\ \left. - \left( \frac{(n+1)(n+3)}{2 \cdot 2} \cdot l'^2 q' \right) \frac{1}{R^{n+4}} + \dots \right\}$$

Der zweite Ausdruck wird

$$\left\{ R \cdot \sin(\psi - u) - b \cdot \sin(U - u) \right\} \left\{ \frac{1}{R^{n+1}} + (n+1) \frac{q'}{R^{n+2}} \right. \\ + \left( \frac{(n+1)(n+2)}{2} \cdot q^2 - \frac{(n+1)}{2} l^2 \right) \frac{1}{R^{n+3}} + \left( \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} q^3 - \right. \\ \left. - \frac{(n+1)(n+3)}{2 \cdot 2} \cdot l^2 q \right) \frac{1}{R^{n+4}} + \dots \right\}$$

und schliesslich der vierte

$$-\left\{R \cdot \sin(\psi - u) + b \cdot \sin(U - u)\right\} \left\{\frac{1}{R^{n+1}} - (n+1) \frac{q}{R^{n+2}}\right. \\ + \left(\frac{(n+1)(n+2)}{2} q^2 - \frac{n+1}{2} l^2\right) \frac{1}{R^{n+3}} + \left(\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} q^3 - \right. \\ \left. \left. - \frac{(n+1)(n+3)}{2 \cdot 2} \cdot l^2 q\right) \frac{1}{R^{n+4}}\right\}.$$

Ziehen wir jetzt die für den ersten und dritten Teil der rechten Seite unserer Gleichgewichtsbedingung erhaltenen Reihen zusammen, und ordnen zugleich nach steigenden negativen Potenzen von  $R$ , so erhalten wir

$$+1)2q' \cdot \sin(\psi - u) - 2b \cdot \sin(U - u) \left\{ \frac{1}{R^{n+1}} + \left\{ 2 \sin(\psi - u) \left[ \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} q^3 - \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{(n+1)(n+3)}{2 \cdot 2} \cdot l^2 q' \right] - 2b \sin(U - u) \left[ \frac{(n+1)(n+2)}{2} q'^2 - \frac{n+1}{2} l'^2 \right] \right\} \frac{1}{R^{n+3}}.$$

Ziehen wir ebenso den Ausdruck für das zweite und vierte Glied zusammen, so erhalten wir

$$+1)2q \cdot \sin(\psi - u) - 2b \cdot \sin(U - u) \left\{ \frac{1}{R^{n+1}} + \left\{ 2 \sin(\psi - u) \left[ \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} q^3 - \right. \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{(n+1)(n+3)}{2 \cdot 2} \cdot l^2 q \right] - 2b \cdot \sin(U - u) \left[ \frac{(n+1)(n+2)}{2} q^2 - \frac{n+1}{2} l^2 \right] \right\} \frac{1}{R^{n+3}}.$$

Summieren wir diese beiden Ausdrücke, so erhalten wir, wenn wir zugleich den Koeffizienten des mit der  $(n+3)$  Potenz von  $R$  behafteten Gliedes einfach mit  $f$  bezeichnen,

$$\left\{ 2(n+1)(q' + q) \cdot \sin(\psi - u) - 4b \cdot \sin(U - u) \right\} \frac{1}{R^{n+1}} + \frac{f}{R^{n+3}}.$$

Nun ist

$$q + q' = 2b \cdot \cos(\psi - U),$$

wodurch unser Ausdruck wird

$$\left\{ (n+1) \cdot \cos(\psi - U) \cdot \sin(\psi - u) - \sin(U - u) \right\} \frac{4b}{R^{n+1}} + \frac{f}{R^{n+3}}.$$

Nun ist weiter

$$\sin(U - u) = \cos(\psi - U) \cdot \sin(\psi - u) - \cos(\psi - u) \cdot \sin(\psi - U),$$

und setzen wir diesen Wert in unsern Ausdruck ein, so wird derselbe

$$\left\{ n \cdot \sin(\psi - u) \cdot \cos(\psi - U) + \cos(\psi - u) \cdot \sin(\psi - U) \right\} \cdot \frac{4b}{R^{n+1}} + \frac{f}{R^{n+3}}.$$

Damit wird schliesslich die Bedingung des Gleichgewichts für die drehbare Nadel

$$D \cdot \sin u =$$

$$\frac{2 \sin 2\mu}{R^{n+1}} \left\{ n \cdot \sin(\psi - u) \cdot \cos(\psi - U) + \cos(\psi - u) \cdot \sin(\psi - U) \right\} + \frac{f}{R^{n+3}}.$$

Um hieraus das Gesetz der magnetischen Fernwirkung, d. h. die Abhängigkeit derselben von der Entfernung der Magnete von einander,

ihrer gegenseitigen Lage und Stärke zu erhalten, müssen wir den Ablenkungswinkel  $u$  in seiner Abhängigkeit von  $R$ ,  $\psi$ ,  $U$  darstellen. Entwickeln wir daher in dem ersten Gliede der rechten Seite die Sinus und Cosinus, in welchen  $u$  vorkommt, bringen alle Glieder, welche dann  $\sin u$  enthalten, auf die linke Seite und dividieren die Gleichung durch  $\cos u$ , so erhalten wir, wenn wir den Zähler des zweiten Gliedes auf der rechten Seite dann mit  $F'$  bezeichnen:

$$\left\{ D + 2am \cdot 2b\mu \cdot R^{-(n+1)} [n \cdot \cos(\psi - U) \cdot \cos\psi + \sin(\psi - U) \cdot \sin\psi] \right\} \cdot \tan u = \\ = 2am \cdot 2b\mu \cdot R^{-(n+1)} \left\{ n \cdot \cos(\psi - U) \cdot \sin\psi + \sin(\psi - U) \cdot \cos\psi \right\} + \frac{F'}{R^{n+3}},$$

und daraus

$$\tan u = \frac{2am \cdot 2b\mu \cdot R^{-(n+1)} \{ n \cdot \cos(\psi - U) \cdot \sin\psi + \sin(\psi - U) \cdot \cos\psi \}}{D + 2am \cdot 2b\mu \cdot R^{-(n+1)} \{ n \cdot \cos(\psi - U) \cdot \cos\psi + \sin(\psi - U) \cdot \sin\psi \}} + \frac{F'}{R^{n+3}}.$$

Bezeichnen wir den Zähler des ersten Gliedes mit  $Z$ , den Nenner mit  $D + N$ , so können wir obige Gleichung auch schreiben

$$\tan u = Z(D + N)^{-1} + F' \cdot R^{-(n+3)}.$$

Entwickeln wir den Koeffizienten  $(D + N)^{-1}$  in eine Reihe, so wird die Gleichung

$$\tan u = Z \cdot \{ D^{-1} - D^{-2} \cdot N + D^{-3} N^2 - \dots \} + F' \cdot R^{-(n+3)}.$$

Von der Reihe, in welche wir das erste Glied aufgelöst haben, ist nur das erste Glied zu beachten, da das zweite schon wegen des Faktors  $Z \cdot N$  den Nenner  $R^{2(n+1)}$  enthält, und die folgenden im Nenner noch höhere Potenzen von  $R$  enthalten.

Darnach erhalten wir den der Gleichgewichtslage entsprechenden Wert von  $u$  aus der Gleichung

$$\tan u = \frac{2am \cdot 2b\mu}{D} \cdot \frac{\{ n \cdot \cos(\psi - U) \cdot \sin\psi + \sin(\psi - U) \cdot \cos\psi \}}{R^{n+1}} + \frac{F'}{R^{n+3}}.$$

Die soeben entwickelte Gleichgewichtsbedingung gilt zunächst unserer Voraussetzung nach nur unter der Annahme, daß wir zwei kleine Magnete auf einander einwirken lassen, welche jeder nur aus zwei magnetischen Theilchen bestehen, die sich im Abstände  $2a$  und  $2b$  von einander befinden. Wir können indes sofort diese Rechnung auf vollständige Magnete anwenden. Wie wir nämlich sahen, können wir in Bezug auf die Wirkung eines Magnetes nach aussen hin annehmen, daß die eine Hälfte des Magnetes nur freien Nordmagnetismus, die andere nur freien Südmagnetismus enthält. Diese Magnetismen sind in den Magneten, wenigstens theoretisch, symmetrisch verteilt, d. h. in gleichen parallel der magnetischen Axe genommenen Abständen von der Mitte des Magnetes finden sich genau gleiche Mengen Nord- und Südmagnetismus.

Nehmen wir nun an, daß sowohl der ablenkende, als der abgelenkte Magnet die eben angenommene Beschaffenheit haben, so werden in dem erstern an der einen Seite in den parallel der magnetischen Axe genommenen Abständen von der Mitte:



$b\ b'\ b'' \dots b^n$  sich die freien Magnetismen  $\mu\ \mu'\ \mu'' \dots \mu^n$  befinden, und an der andern Seite in denselben Abständen die freien Magnetismen  $-\mu - \mu' - \mu'' \dots - \mu^n$ . Wir können daher den ablenkenden Magnet ansehen als zusammengesetzt aus einer großen Anzahl von Magneten, welche die in unserer Rechnung vorausgesetzte Beschaffenheit haben, d. h. welche bestehen aus den Magnetismen  $+\mu^a$  und  $-\mu^a$ , welche sich im Abstände  $2b^n$  befinden und alle parallel dem Magnete  $\nu\sigma$  liegen.

Ganz ebenso können wir den abgelenkten Stab aus solchen Elementarmagneten zusammengesetzt ansehen, welche alle aus den um  $2a^n$  entfernten Magnetismen  $+m^n$  und  $-m^n$  bestehen und welche alle dem Magnete  $\nu\sigma$  parallel liegen.

Bezeichnen wir das vorhin gefundene Drehungsmoment, welches der Magnet  $\nu\sigma$  auf  $\nu s$  ausübt, mit

$$\frac{2am \cdot 2\mu b \cdot C}{R^n + 1} + \frac{f'}{R^n + 3},$$

setzen wir der Einfachheit wegen zunächst voraus, daß  $R$  so groß ist, daß das zweite Glied schon nicht mehr beachtet zu werden braucht, und nehmen wir an, daß der abgelenkte Magnet ein vollständiger Magnetstab wäre, so würde, da sowohl  $C$  als  $R$  für alle diesen zusammensetzenden Elementarmagnete konstant wären, das Drehungsmoment, welches der feste Magnet dem beweglichen erteilt, sein

$$(2am + 2a'm' + 2a''m'' + \dots + 2a^nm^n) \cdot \frac{2\mu b \cdot C}{R^n + 1} = \frac{\Sigma 2am \cdot 2\mu b \cdot C}{R^n + 1},$$

wo also die Summe  $\Sigma 2am$  sich über alle Werte von  $a$  und  $m$  erstreckt. Man nennt diese Summe der Produkte aller magnetischen Teilchen eines Stabes in ihre parallel der magnetischen Axe genommenen Abstände von der Mitte, wie schon erwähnt wurde, das magnetische Moment des Stabes. Bezeichnen wir dasselbe mit  $M$ , so wird das Drehungsmoment, welches der Elementarmagnet  $\nu\sigma$  auf den drehbaren Magnet ausübt,

$$\frac{M \cdot 2\mu b \cdot C}{R^n + 1}.$$

Ist der ablenkende Magnet ebenfalls aus einer großen Zahl solcher Elementarmagnete zusammengesetzt, so wird jeder dem drehbaren Stab ein Drehungsmoment erteilen, und da auch jetzt wieder  $C$  und  $R$  für alle konstant sind, wird das Drehungsmoment werden

$$\frac{M \cdot \Sigma 2\mu b \cdot C}{R^n + 1} = \frac{M \cdot M'}{R^n + 1} \cdot C,$$

wenn  $M'$  das magnetische Moment des ablenkenden Stabes ist.

Bezeichnet daher jetzt  $D$  die Direktionskraft des abgelenkten Stabes, so wird, wie man unmittelbar sieht, der Wert von  $u$ , welcher der Gleichgewichtsbedingung entspricht, gegeben durch die Gleichung

$$\tan u = \frac{M \cdot M'}{D} \cdot \frac{n \cos(\psi - U) \cdot \sin \psi + \sin(\psi - U) \cdot \cos \psi}{R^n + 1} + \frac{Q}{R^n + 3},$$

wenn  $Q$  den Wert bezeichnet, den  $F'$  annimmt, wenn an die Stelle der

Elementarmagnete vollständige Magnete treten. Der Versuch hat sowohl über den Wert von  $n$  als über die Zulässigkeit der Hypothese zu entscheiden, daß die magnetischen Anziehungen und Abstosungen dem Produkte  $M \cdot M'$  proportional seien.

## §. 17.

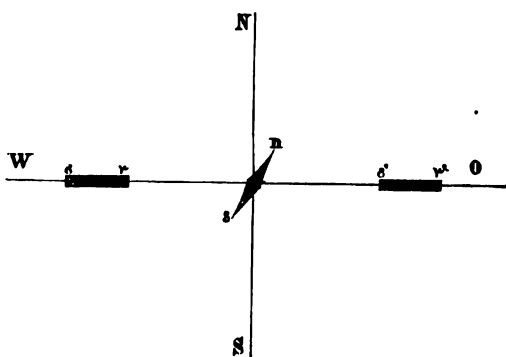
**Versuche von Gauss**<sup>1)</sup>. Um durch den Versuch über den Wert von  $n$  zu entscheiden, gab Gauss den Winkeln  $\psi$  und  $U$  solche Werte, welche am leichtesten mit Genauigkeit gemessen werden konnten, und bei welchen die unvermeidlichen Ungenauigkeiten den geringsten Einfluss auf das schließliche Resultat haben. Die Theorie ergibt, daß zu dem letztern Zwecke der ablenkende Stab so gelegt werden muß, daß der Winkel  $u$  entweder den größten möglichen oder den kleinsten möglichen Wert erhält, und die Rechnung ergibt, daß die Werte von  $\psi$  und  $U$ , welche diese Bedingung erfüllen, zugleich diejenigen sind, welche sich am leichtesten mit Genauigkeit messen lassen.

Der Winkel  $u$  erhält den größtmöglichen Wert, wenn wir setzen

$$\psi = 90^\circ \quad U = 90^\circ.$$

Wir haben den Winkel  $\psi$  vom Meridian aus nach Westen gerechnet der Winkel  $\psi$  ist also gleich  $90^\circ$ , wenn der ablenkende Magnetstab sich

Fig. 29.



westlich vom Meridian und in einer solchen Lage befindet, daß die Verbindungslinie der Mittelpunkt der beiden Magnete senkrecht ist zum magnetischen Meridiane. Den Winkel  $l$  haben wir gleich  $0$  gesetzt, wenn der Magnetstab dem Meridiane parallel liegt mit seinem Nordende nach Norden, und ihn dann ebenfalls von der Südseite des Meridians nach Westen gerechnet, so daß  $U = 90^\circ$  ist, wenn der Magnetstab

senkrecht zum Meridiane mit der Nordseite nach Osten liegt. Fig. 29 stellt also die Lage des festen Magnetes diesen Werten von  $\psi$  und  $l$  entsprechend dar.

Setzen wir diese Werte von  $\psi$  und  $U$  in unsere Gleichung für  $\tan u$  ein, so wird

$$\tan u = \frac{n \cdot M \cdot M'}{D} \cdot \frac{1}{R^{n+1}} + \frac{Q'}{R^{n+3}}.$$

Genau denselben Wert muß  $u$  erhalten, wenn man dem ablenkenden Magnetstabe die Lage  $\nu' \sigma'$  (Fig. 29) giebt, wenn man also bei ungleichen

1) Gauss, Intensitas etc. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

derem Werte von  $U$  und  $R$  den Magnetstab auf die Ostseite des Meridians bringt;  $\psi$  erhält dann den Wert  $270^\circ$ .

Absolut genommen denselben, dem Zeichen nach aber einen entgegengesetzten Wert erhält  $u$ , wenn man in beiden Lagen den Magnetstab umkehrt, so daß der Nordpol nach Westen zeigt.  $U$  erhält dann den Wert  $270^\circ$ . Diese vier Lagen des ablenkenden Magnetes nennt man nach Gauss die erste Hauptlage.

Um deshalb die Beobachtungsfehler möglichst zu eliminieren, werden für jede Entfernung  $R$  diese vier Beobachtungen kombiniert, indem das arithmetische Mittel aus den vier so gefundenen Werten von  $u$  als der wahre Wert der Ablenkung angenommen wird. Bezeichnen wir diesen Mittelwert mit  $v$ , so gilt natürlich auch für diesen die Gleichung

$$\tan v = \frac{n \cdot M \cdot M'}{D} \cdot \frac{1}{R^n + 1} + \frac{Q'}{R^n + 3}.$$

Der Winkel  $u$  erhält seinen kleinsten Wert, wenn man den Winkel  $\psi = 0$  und  $U = 270^\circ$  macht, wenn man also (Fig. 30) den festen Magnetstab senkrecht gegen den Meridian mit dem Nordende nach Westen und so legt, daß die Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte der Magnete mit dem Meridiane zusammenfällt; die Verbindungslinie fällt also mit der Verlängerung der nicht abgelenkten Nadel zusammen, sie ist senkrecht zu dem ablenkenden Magnete, während in dem vorigen Falle die Verbindungslinie der Mittelpunkte mit der Verlängerung des festen Magnetes zusammenfiel und senkrecht war zu der nicht abgelenkten Nadel.

Setzen wir diese Werte von  $\psi$  und  $U$  in unsere Gleichung für  $\tan u$ , so erhalten wir

$$\tan u = \frac{M \cdot M'}{D} \cdot \frac{1}{R^n + 1} + \frac{Q''}{R^n + 3}.$$

Auch für diesen Fall hat man den Wert von  $u$  nicht aus einer, sondern aus vier Beobachtungen zu bestimmen, nämlich

$\psi = 0$	$U = 270$	Ablenkung =	$u$
$\psi = 0$	$U = 90$	"	$= -u$
$\psi = 180$	$U = 270$	"	$= u$
$\psi = 180$	$U = 90$	"	$= -u$

Das Mittel aus diesen vier beobachteten Werten wird von den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern möglichst befreit sein, dem wahren Werte der Ablenkung also am nächsten kommen. Bezeichnen wir das Mittel als  $v'$ , so gilt für diese Lage, die zweite Hauptlage,

$$\tan v' = \frac{M \cdot M'}{D} \cdot \frac{1}{R^n + 1} + \frac{Q''}{R^n + 3}.$$

Giebt man nun dem Abstände  $R$  einen solchen Wert, daß das zweite Glied schon vernachlässigt werden darf, so muß hiernach

$$\tan v = n \cdot \tan v'$$

Fig. 30.



sein, so daß man aus der Vergleichung der Ablenkungen in den Hauptlagen schon den Wert von  $n$  bestimmen kann.

Die Versuche, welche Gauss hiernach anstellte; sind in folgender Tabelle zusammengestellt; sie wurden mit dem Magnetometer angestellt. Die erste Kolonne enthält die Abstände des ablenkenden Stabes von der Magnetometernadel, die zweite mit  $v$  überschriebene enthält die Ablenkungen für  $\psi = 90^\circ$ , und die dritte mit  $v'$  überschriebene die Ablenkungen für  $\psi = 0$ . Die angegebenen Werte sind in der soeben beschriebenen Weise als Mittelwerte aus vier Beobachtungen bestimmt.

$R$	$v$	$v'$	$R$	$v$	$v'$
1,1 m	—	$1^\circ 57' 24,8''$	1,9 m	$0^\circ 43' 21,8''$	$0^\circ 22'$
1,2	—	$1^\circ 29' 40,5''$	2,0	$0^\circ 37' 16,2''$	$0^\circ 19'$
1,3	$2^\circ 13' 51,2''$	$1^\circ 10' 19,3''$	2,1	$0^\circ 32' 4,6''$	$0^\circ 16'$
1,4	$1^\circ 47' 28,6''$	$0^\circ 55' 58,9''$	2,5	$0^\circ 18' 51,9''$	$0^\circ 9'$
1,5	$1^\circ 27' 19,1''$	$0^\circ 45' 14,3''$	3,0	$0^\circ 11' 0,7''$	$0^\circ 5'$
1,6	$1^\circ 12' 7,6''$	$0^\circ 37' 12,2''$	3,5	$0^\circ 6' 56,9''$	$0^\circ 3'$
1,7	$1^\circ 0' 9,9''$	$0^\circ 30' 57,9''$	4,0	$0^\circ 4' 35,9''$	$0^\circ 2'$
1,8	$0^\circ 50' 52,5''$	$0^\circ 25' 59,5''$			

Ferner ergab sich, daß die Werte von  $v$  und  $v'$  unabhängig von der Beschaffenheit der abgelenkten Nadel, daß, so lange der lenkende Magnet ungeändert blieb, auch die Ablenkungen des beweglichen Magnetes unter sonst gleichen Umständen konstant waren.

Aus der letzten Beobachtung folgt zunächst die Richtigkeit der unseren Rechnungen zu Grunde gelegten Hypothese. Denn in unseren Ausdrücken für  $\tan u$  kommt in allen Gliedern der Koeffizient

$$\frac{M \cdot M'}{D}$$

vor, worin  $D$  die Direktionskraft des beweglichen Magnetes bedeutet. Direktionskraft, welche das Produkt aus den an den einzelnen Punkten des sich selbst überlassenen Magnetes angreifenden Kräften und den perpendikulären Abständen der Angriffspunkte von der magnetischen Achse gemessen, ist aber, wie wir bereits bei der Messung der magnetischen Direktionskraft und Zurückführung derselben auf absolute Maße auseinandersetzen, dem magnetischen Moment des Stabes proportional. Wir können daher setzen

$$D = M \cdot T,$$

und somit wird jener allen Gliedern gemeinsame Koeffizient

$$\frac{M \cdot M'}{D} = \frac{M'}{T},$$

das heißt die Ablenkung des beweglichen Magnetes ist direkt proportional dem magnetischen Momente des ablenkenden Stabes und unabhängig von demjenigen des abgelenkten Stabes, wie es die Beobachtung bestätigt.

Über den Wert von  $n$  giebt schon ein flüchtiger Überblick über die Zahlen der obigen Tabelle sicheren Aufschluß. Denn für die größten

Werte von  $R$  sind die Werte  $v'$  fast genau halb so groß als die Werte  $v$ , und ebenso sind in beiden Reihen die Ablenkungen den dritten Potenzen der Entfernung fast genau umgekehrt proportional. Da nun die Ablenkungswinkel stets so klein sind, daß wir die Tangenten den Winkeln proportional setzen dürfen, so kann kein Zweifel bestehen, daß  $n = 2$  ist, daß also die magnetischen Anziehungen und Abstosungen dem Quadrate der Entfernungen umgekehrt proportional sind.

Um indes die Richtigkeit des Gesetzes an den einzelnen Versuchen noch deutlicher zu zeigen, berechnete Gauss aus den Beobachtungen die Werte der vier Koeffizienten in den Gleichungen für  $\tan v$  und für  $\tan v'$ , und dann mit den so erhaltenen Zahlenwerten die den einzelnen Entfernungen  $R$  entsprechenden Ablenkungen. Es ergaben sich auf diese Weise folgende Zahlenwerte für die Koeffizienten der Gleichung

$$\begin{aligned}\tan v &= \frac{0,086870}{R^3} - \frac{0,002185}{R^5} \\ \tan v' &= \frac{0,043435}{R^3} + \frac{0,002449}{R^5}.\end{aligned}$$

Die hiernach berechneten Werte von  $v$  und  $v'$  stimmten bis auf wenige Sekunden mit den beobachteten überein. Daraus ergibt sich mit aller Strenge, daß  $n = 2$  ist, einmal weil die beobachteten Werte in beiden Fällen sich durch Gleichungen berechnen lassen, deren Glieder  $R^3$  und  $R^5$  zu Nennern haben, dann aber auch weil der Koeffizient des ersten Gliedes in der Gleichung für  $\tan v$  genau doppelt so groß ist, als der Koeffizient des ersten Gliedes in der Gleichung für  $\tan v'$ .

Mit Hilfe der zuletzt gegebenen Entwicklungen sind wir auch imstande, den Magnetismus eines Stabes in absolutem Maße auszudrücken.

Das Drehungsmoment, welches ein Magnetstab, dessen magnetisches Moment  $M'$  ist, in der Fig. 30 dargestellten Lage, welche Gauss die zweite Hauptlage nennt, in der Entfernung  $R$  einem andern erteilt, dessen magnetisches Moment gleich  $M$  ist und welcher sich in dem magnetischen Meridian befindet, ist nach §. 16

$$\frac{M \cdot M'}{R^3} + \frac{f'}{R^5}.$$

Ist die Entfernung  $R$  sehr groß gegen die Dimensionen der Magnete, so verschwindet das zweite Glied, und das Drehungsmoment wird der dritten Potenz aus dem Abstände der Stäbe umgekehrt proportional. In solchen Entfernungen ist also das Produkt aus dem Kubus der Entfernungen und dem Drehungsmomente eine konstante Größe und zwar gleich  $M \cdot M'$ . Dieses Produkt giebt uns das Drehungsmoment, welches der feste Stab auf den beweglichen in der Entfernungseinheit ausüben würde, wenn jenes einfache Gesetz der Abnahme der Wirkung zweier Magnete auf einander, welches für große Entfernungen gültig ist, bis zu den kleinsten Entfernungen seine Gültigkeit behielte. Dieses Produkt nennt Weber daher das auf die Entfernungseinheit reduzierte Drehungsmoment<sup>1)</sup>; dasselbe ist einfach gleich dem Produkte der beiden magnetischen Momente der Stäbe.

1) W. Weber, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereines. Göttingen 1836.



Dieses reduzierte Drehungsmoment, welches nur von den magnetischen Momenten der beiden auf einander wirkenden Stäbe abhängig ist, ist für uns das Mittel, das magnetische Moment eines Magnetstabes absolutem Maße zu messen. Das magnetische Moment eines Stabes ist gleich dem reduzierten Drehungsmomente, welches der Stab einem andern erteilt, dessen magnetisches Moment der Einheit gleich ist.

Die vorhin beschriebenen Ablenkungsversuche liefern uns zwar nicht direkt das Moment, welches ein Stab einem andern erteilt, aber sie geben uns das Verhältnis des Drehungsmomentes, welches ein Stab einem andern erteilt, zu der Direktionskraft des andern Stabes. Da nun aber sowohl jenes Drehungsmoment, als auch die Direktionskraft des abgelenkten Stabes dem magnetischen Momente des letztern proportional sind, so ist das aus den Ablenkungsversuchen gefundene Verhältnis

$$\frac{M \cdot M'}{D} = \frac{M \cdot M'}{M \cdot T} = \frac{M'}{T},$$

also gleich dem Quotienten aus dem Drehungsmomente, welches der ablenkende Stab einem andern erteilt, dessen magnetisches Moment der Einheit gleich ist, und der Direktionskraft  $T$  des mit der Einheit des magnetischen Momentes begabten Stabes.

Nun haben wir bereits §. 15 ein Mittel kennen gelernt, um die Direktionskraft des mit dem Magnetismus  $M'$  begabten Magnetes, als das Produkt aus seinem in den gewählten Einheiten ausgedrückten Magnetismus und der Direktionskraft des mit der Einheit des freien Magnetismus begabten, in seiner sonstigen Beschaffenheit ihm ganz gleichen Magnetes vollständig zu bestimmen. Bestimmen wir daher durch Schwingungsversuche die Direktionskraft des soeben zu den Ablenkungsversuchen benutzten ablenkenden Magnetes, so können wir entweder  $T$  eliminieren und  $M'$  direkt berechnen, oder sowohl  $M'$  als  $T$  bestimmen. Denn in der That, die Ablenkungsversuche geben uns für das Verhältnis  $\frac{M'}{T}$  einen bestimmten Zahlenwert

$$\frac{M'}{T} = a;$$

die Schwingungsversuche mit dem Magnete  $M'$  liefern uns in bestimmten Einheiten ausgedrückt die Direktionskraft

$$M' \cdot T = b.$$

Beide Gleichungen zusammen liefern uns

$$M' = \sqrt{a \cdot b} \quad T = \sqrt{\frac{b}{a}}.$$

Für den im §. 15 untersuchten Magnetstab fand Gauss in den von ihm gewählten Einheiten am 18. September 1832

$$M' \cdot T = 179770600.$$

Mit demselben Stabe wurde dann in der ersten Hauptlage, in welcher  $\psi = 90$ ,  $U = 90$  war, die Nadel des Magnetometers abgelenkt und gefunden für:

$$\begin{aligned} R &= 1200 \text{ mm} & v &= 3^\circ 42' 19,4'' \\ R_1 &= 1600 \text{ mm} & v_1 &= 1^\circ 34' 19,4''. \end{aligned}$$

Dieser Hauptlage entspricht die Gleichung

$$\begin{aligned} \tan v &= 2 \frac{M'}{T} \cdot \frac{1}{R^3} + \frac{Q'}{R^3} \\ \tan v_1 &= 2 \frac{M'}{T} \cdot \frac{1}{R_1^3} + \frac{Q'}{R_1^3}. \end{aligned}$$

Multiplizieren wir die erste Gleichung mit  $R^3$ , die zweite mit  $R_1^3$ , und subtrahieren von der zweiten die erste, so erhalten wir

$$R_1^3 \cdot \tan v_1 - R^3 \tan v = 2 \frac{M'}{T} (R_1^3 - R^3),$$

und somit

$$\frac{M'}{T} = \frac{1}{2} \frac{R_1^3 \tan v_1 - R^3 \tan v}{R_1^3 - R^3} = 56606437.$$

Mit diesen Zahlen wird

$$M' = 100876331 \quad T = 1,782088.$$

Legen wir die Einheiten des [CGS] Systems zu Grunde, so wird nach §. 15

$$M' T = 1797,06.$$

Da das reduzierte Drehungsmoment in dem Falle auf das Centimeter als Einheit der Länge zu berechnen ist, in das reduzierte Drehungsmoment aber die dritte Potenz der Länge als Faktor eingeht, so ist der Wert von  $\frac{M'}{T}$  durch 1000 zu dividieren, so daß

$$\frac{M'}{T} = 56606,437$$

wird. Aus diesen beiden Zahlen erhalten wir

$$M' = 10087,633 \quad T = 0,1782088.$$

Um die Richtigkeit dieser Zahlen zu erkennen, gehen wir auf die Dimension des magnetischen Moments zurück

$$M' = z [\mu^{1/2} \lambda^{3/2} \tau^{-1}].$$

Da die Einheit der Masse nach Gauss  $10^{-3}$ , die Länge  $10^{-1}$  der Einheiten unseres Systemes ist, so müssen wir, um den Zahlenwert in unsern Einheiten auszudrücken, die Zahlen von Gauss mit  $10^{-1/2} \cdot 10^{-3/2} = 10^{-4}$  multiplizieren.

Die Dimension von  $T$  ergibt sich daraus, daß das Produkt  $M' T$  ein Drehungsmoment ist, somit ist

$$M' T = z [\mu \lambda^2 \tau^{-2}]$$

oder, wenn wir an der rechten Seite das Zeichen für  $M'$  herschreiben,

$$M' T = z_1 [\mu^{1/2} \lambda^{3/2} \tau^{-1}] \quad z_2 [\mu^{1/2} \lambda^{-1/2} \tau^{-1}],$$

so folgt

$$T = z_2 [\mu^{1/2} \lambda^{-1/2} \tau^{-1}].$$

Es muß demnach der Gauss'sche Wert von  $T$  mit  $10^{-\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{2}}$  oder mit  $10^{-1}$  multipliziert werden, wie es auch bei der obigen Zahl für sich ergab.

### §. 18.

**Verteilung des Magnetismus im Innern der Magnete.** Bei der Beschreibung der magnetischen Eigenschaft und der sich daranschließenden Betrachtung über die Konstitution des Magnetes haben wir bereits im allgemeinen gesehen, daß der freie Magnetismus eines Stabes von den Enden gegen die Indifferenzzone hin rasch abnimmt. Wir haben nun in den letzten Paragraphen die Mittel kennen gelernt, die magnetischen Kräfte nach Maß und Zahl zu vergleichen; zur Vervollständigung unserer Betrachtung über die Konstitution der Magnete und zugleich zum Erweise der Richtigkeit der schon mehrfach gemachten Annahme, daß der freie Magnetismus eines Stabes schon in geringer Entfernung von den Enden desselben unmerklich sei, wird es daher notwendig sein, die Verteilung des freien Magnetismus in einem Stabe genauer zu untersuchen.

Wir besprechen an dieser Stelle nur die Versuche von Coulomb<sup>1)</sup> da wir bei Besprechung des Elektromagnetismus auf diese Frage nochmals zurückkommen. Coulomb wandte zu dem Zwecke die schon früher erwähnte Methode der Oscillationen an. Eine kleine ungefähr 15 mm lange Magnetnadel von sehr hartem Stahl, und möglichst kräftig magnetisiert, wurde an einem dünnen Seidenfaden in horizontaler Ebene drehbar aufgehängt und ihre Schwingungsdauer bestimmt, wenn die Nadel sich selbst überlassen war.

Dieser Nadel wurde in der Richtung des magnetischen Meridians ein langer Magnetstab in vertikaler Stellung bis auf einen kleinen Abstand genähert und wieder die Schwingungsdauer der Nadel bestimmt, wenn die verschiedenen Querschnitte des Stabes mit dem Pole der Nadel in gleicher Höhe waren. Bezeichnen wir die Schwingungszahl der sich selbst überlassenen Nadel mit  $n$ , diejenige, wenn irgend ein um die Länge  $x$  von der Mitte des Stabes entfernter Querschnitt des Stabes mit der Nadel sich in derselben Horizontalebene befindet, mit  $n'$ , so erhalten wir für die anziehende Wirkung  $A$  des Stabes auf die Nadel nach §. 16 den Ausdruck

$$A = \frac{D}{n^2} (n'^2 - n^2),$$

wenn  $D$  wie immer die Direktionskraft der Nadel bezeichnet, welche sie in den Meridian zurückführt, wenn sie sich selbst überlassen ist.

Befindet sich, bei gleichem Abstände des Stabes von der Nadel, ein anderer um  $x'$  von der Mitte des Stabes entfernter Querschnitt mit der Nadel in gleicher Höhe, so wird man eine andere Schwingungszahl  $n''$  beobachten und daraus eine andere anziehende Wirkung des Stabes auf die Nadel erhalten, nämlich

$$A' = \frac{D}{n^2} (n''^2 - n^2),$$

1) Coulomb, Delamétherie observat. sur la physique. T. XLIII. *Gehler physik. Wörterbuch* Bd. VI.

und daraus für das Verhältnis  $A$  zu  $A'$

$$\frac{A}{A'} = \frac{n'^2 - n^2}{n''^2 - n^2}.$$

Da wir wissen, daß die magnetischen Anziehungen und Abstofsungen den Magnetismen selbst proportional sind, so würde uns dieser Quotient zugleich das Verhältnis der freien Magnetismen der beiden Querschnitte geben, wenn eben nur diese Querschnitte anziehend auf die Nadel wirkten. Das ist nun zwar nicht der Fall, sondern auf die Nadel wirkt der ganze Magnetstab ein; indessen zeigt eine der im §. 16 angestellten analoge Betrachtung, daß, wenn man den Abstand des Stabes von der Nadel nur klein genug wählt, die horizontale Komponente der Anziehungen, welche die nicht mit der Nadel in gleicher Horizontalebene liegenden Querschnitte auf die Nadel ausüben, vernachlässigt werden darf, so daß man in der That die Anziehungen  $A$  als von den mit der Nadel in gleicher Höhe befindlichen Schichten ausgeübt betrachten kann. Man kann daher auch die Stärke der in den betreffenden Querschnitten vorhandenen Magnetismen den Anziehungen proportional setzen, welche beobachtet werden, wenn diese Querschnitte mit der Nadel in gleicher Höhe sind. Coulomb wandte zu seinen Versuchen einen Magnetstab an, welcher bei einem Durchmesser von circa 5 mm eine Länge von 70 cm hatte, und brachte denselben in einen Abstand von 20 mm von der Nadel. Die Originalbeobachtungen Coulombs sind nicht vorhanden, man weiß daher nicht, welche Schwingungsdauern die Nadel hatte. Die von Coulomb erhaltenen Resultate sind folgende:

Abstand des einwirkenden Querschnittes vom Ende des Stabes	Stärke des freien Magnetismus		Unterschied.
	beobachtet	berechnet	
0 cm	165	173,76	— 8,76
2,6 "	90	90,00	0,00
5,2 "	48	46,62	+ 1,38
7,8 "	23	24,14	— 1,14
11,7 "	9	9,00	0,00
15,6 "	6	3,35	+ 2,65

Die Zahlen der zweiten Kolumne sind wahrscheinlich wohl die Werte  $n'^2 - n^2$ .

Die Zahlen der dritten Kolumne sind nach einer Formel berechnet, welche Biot<sup>1)</sup> aus der Theorie des Magnetismus für die Verteilung des freien Magnetismus in einem Stabe ableitete.

Bei dieser Ableitung machte Biot die Voraussetzung, daß der magnetische Zustand eines Stabes genau derselbe wäre, wenn man den beiden Enden den in der That dort vorhandenen freien Magnetismus erteilt hätte,

1) Biot, *Traité de physique*. Tom. III. p. 76.

und wenn dann nur durch die Wirkung dieser Magnetismen im Innern des Stabes eine Magnetisierung stattgefunden hätte, indem jedes Molekül von dem benachbarten dem Pole näher liegenden affiziert wäre. Man wird dann weiter annehmen dürfen, daß der Magnetismus jedes Moleküls in dem benachbarten eine ihm proportionale Menge Magnetismus infolge der magnetischen Anziehung und Abstofsung frei macht, indem er den ungleichnamigen Magnetismus gewissermaßen bindet, d. h. ihn nach außen unwirksam macht. Sei nun der Magnetismus des äußersten Querschnittes eines Stabes gleich  $+A$ , so wird derselbe in der benachbarten Schicht die Magnetismen  $+A\mu$  und  $-A\mu$  trennen, worin  $\mu$  ein echter Bruch ist. In der zweiten Schicht wird durch den Magnetismus  $A\mu$  der vorhergehenden Schicht  $\pm A\mu^2$  geschieden werden und in der „Schicht  $\pm A\mu^n$ “.

Setzen wir voraus, daß in der Längeneinheit des Stabes  $m$  Querschnitte vorhanden sind, so werden wir den Abstand  $\xi$  des „Querschnittes“ setzen können  $\xi = \frac{n}{m}$ , und dadurch wird der geschiedene Magnetismus ausgedrückt werden können durch  $\pm A \cdot \mu^m \xi$ , oder wenn wir  $\mu^m = M$  setzen, durch  $AM^\xi$ . Setzen wir die Länge des Magnetes gleich  $2l$ , so wird an derselben Stelle, wo durch den Einfluß des Endes  $A$  der Magnetismus  $+AM^\xi$  frei geworden ist, durch den Einfluß des andern Poles, der den Magnetismus  $-B$  enthalte, der Magnetismus  $-B \cdot M^{2l-\xi}$  frei werden; oder da in einem regelmüßig magnetisierten Stab die Magnetismen beider Pole gleich stark sind, so wird  $B = A$  und

$$-B \cdot M^{2l-\xi} = -A \cdot M^{2l-\xi}$$

sein.

Der von dem Pole  $B$  aus frei gewordene Magnetismus wird an dieser Stelle eine ihm an GröÙe genau gleiche Menge des von  $A$  aus frei gewordenen Magnetismus neutralisieren, so daß an der um  $\xi$  von  $A$  entfernten Stelle der wirklich dort vorhandene freie Magnetismus sein wird

$$y = A(M^\xi - M^{2l-\xi}).$$

Nennen wir den Abstand des um  $\xi$  von dem Ende  $A$  entfernten Stabes von der Mitte  $x$ , so wird

$$\xi = l - x, \quad 2l - \xi = l + x,$$

und setzen wir diese Werte in unsere Gleichung ein, so wird

$$y = A \cdot M^l (M^{-x} - M^x).$$

Aus der zweiten und vorletzten Beobachtung von Coulomb berechnet Biot die beiden Konstanten  $A$  und  $M$ , und mit diesen die Magnetismen an den übrigen Punkten des Stabes, an welchen beobachtet worden war. Wie die dritte Kolumne zeigt, stimmen Beobachtung und Rechnung bis auf die Enden des Stabes hinlänglich mit einander überein.

Die Beobachtung an dem Ende des Stabes kann indes auch nicht direkt mit dem andern verglichen werden; denn es ist nach dem Vorigen klar, daß nicht nur der freie Magnetismus, welcher in dem der Nadl gerade gegenüberliegenden Querschnitte enthalten ist, auf die Nadl wirk



ndern dafs die unmittelbar über und unter diesem liegenden Querschnitte ebenfalls einwirken. An dem Ende des magnetisierten Drahtes fehlen aber entweder die unterhalb oder die oberhalb des gerade beobachteten liegenden Querschnitte, und deshalb ist der dort gefundene Magnetismus gegen die Magnetismen der anderen Querschnitte viel zu klein. Coulomb nahm an, dafs der Magnetismus der Enden etwa um die Hälfte zu klein sei, und darnach wurde die direkte Beobachtung korrigiert; die Zahl 165 ist die korrigierte Beobachtung.

Die Beobachtungen Coulombs, sowie die Gleichung Biots, geben uns einen Aufschluß über die wirkliche Verteilung des Magnetismus in dem der Untersuchung unterworfenen magnetischen Stabe, sondern nur über die Verteilung des freien Magnetismus. Letztere ist indes, wie wir bereits früher sahen, eine ganz andere als erstere.

Aus der Formel von Biot, deren Zulässigkeit nach den Versuchen von Coulomb angenommen wurde, hat Rees<sup>1)</sup> die Verteilung des Magnetismus in einem Stabe, dessen Dicke gegen seine Länge sehr klein ist, folgendermaßen entwickelt.

Wie wir §. 11 sahen, können wir einen linearen Magnet als zusammengesetzt ansehen aus einer sehr großen Anzahl parallel gelegter sehr kleiner sogenannter Elementarmagnete, deren eine Hälfte nur freien Nord-, deren andere Hälfte nur freien Südmagnetismus enthält. Ist die unendlich kleine Länge eines solchen Elementarmagnetes gleich  $dx$  und das magnetische Moment dieses Elementarmagnetes gleich  $v$ , so können wir anstatt der wirklichen Verteilung des Magnetismus auf dem Elementarmagnete annehmen, dafs in seinen Endpunkten die Magnetismen

$$n = \pm \frac{v}{dx}$$

gehäuft seien; denn das magnetische Element des so beschaffenen Elementarmagnetes ist genau gleich demjenigen des wirklichen Elementarmagnetes, und wie wir §. 16 sahen, hängt die Wirkung eines Magnetes nach außen nur ab von seinem magnetischen Moment, so dafs zwei Magnete von gleichem Moment sich vollständig ersetzen können.

Der betrachtete Elementarmagnet liege nun um  $x$  von der Mitte des Magnetes nach der Nordseite hin entfernt. Der nach der Nordseite neben ihm liegende Elementarmagnet liegt dann um  $x + dx$  von der Mitte entfernt; sei sein magnetisches Moment gleich  $v + dv$ , wo  $dv$  jedenfalls unendlich klein ist, so können wir uns diesen ersetzt denken durch einen realen Elementarmagnet, an dessen Enden die Magnetismen

$$n' = \pm \frac{v + dv}{dx}$$

gehäuft sind.

Die Südseite des letztern Elementarmagnetes stößt an die Nordseite des erstern; der am Ende desselben vorhandene Nordmagnetismus wird also zum Teil durch den Südmagnetismus des anliegenden Südendes neutralisiert, und der übrigbleibende Nordmagnetismus ist der freie an dem

1) von Rees, Poggend. Ann. Bd. LXX.

um  $x$  von der Mitte entfernten Querschnittes des Magnetes vorhandene Magnetismus. Diese Differenz ist

$$n - n' = \frac{v}{dx} - \frac{v + dv}{dx}$$

$$m = - \frac{dv}{dx},$$

so daß der freie Magnetismus eines solchen linearen Magnetes im Abstände  $x$  von der Mitte gleich ist dem Quotienten aus der unendlich kleinen Differenz  $dv$  des magnetischen Momentes des im Abstände  $x$  und des um die unendlich kleine GröÙe  $dx$  weiter von der Mitte nach dem Pole hin gelegenen Elementarmagnetes dividiert durch die Entfernung  $dx$ . Was von dem linearen Magnete gilt, läßt sich sofort auf einen Magnetstab übertragen, dessen Dicke so klein ist, daß wir alle in einem zur Axe senkrechten Querschnitte vorhandenen Elementarmagnete als gleich stark magnetisch betrachten können. Der in dem Querschnitte  $x$  geschiedene Magnetismus ist

$$\Sigma n = \pm \frac{\Sigma v}{dx},$$

worin  $\Sigma v$  die Summe der magnetischen Momente aller in dem betrachteten Querschnitte liegenden Elementarmagnete ist; in dem nebenliegenden Querschnitte ist geschieden

$$\Sigma n' = \pm \frac{\Sigma v + d\Sigma v}{dx}.$$

Der freie Magnetismus ist daher

$$\Sigma n - \Sigma n' = y = - \frac{d\Sigma v}{dx} = - \frac{dz}{dx},$$

er ist somit gleich dem nach der Stabaxe genommenen Differentialquotienten des magnetischen Momentes der betreffenden Stelle des Stabes.

Aus den Versuchen von Coulomb ergibt sich, wie wir sahen, der Wert von  $y$

$$y = A \cdot M^i (M^{-x} - M^x).$$

Es muß daher zwischen dem magnetischen Momente  $z$  eines Querschnittes und dessen Abstände  $x$  von der Mitte eine solche Beziehung bestehen, daß

$$y = - \frac{dz}{dx} = A \cdot M^i (M^{-x} - M^x);$$

das uns den Wert von  $z$  als Funktion von  $x$  liefernde allgemeine Integral dieses Ausdruckes ist

$$z = C + B (M^x + M^{-x}),$$

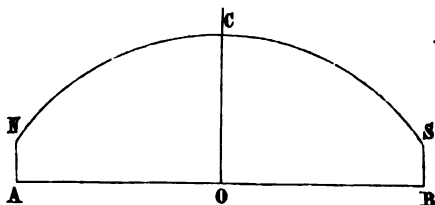
wenn  $C$  eine aus den Versuchen zu bestimmende Konstante und

$$B = A \cdot M^i \cdot \frac{\log e}{\log M}$$

bedeutet. Der Buchstabe  $e$  in diesem Ausdrucke ist die Grundzahl des natürlichen Logarithmensystems. Man überzeugt sich davon leicht durch Differentiation des Ausdruckes für  $z$ .

Dieser Ausdruck für  $z$  ist die Gleichung der Kettenlinie, wie sie Fig. 31 darstellt. Die magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte sind in der Mitte am größten und nehmen stetig nach beiden Seiten ab bis zu den Enden des Stabes, wo sie am kleinsten sind. Man erkennt das auch sofort aus der Gleichung für  $z$ , wenn man sich daran erinnert, daß  $M$  ein echter Bruch ist. Das magnetische Moment des mittlern Querschnittes, für welchen  $x = 0$  ist, wird

Fig. 31.



$$z = C + 2B = C + 2A \cdot \frac{\log e}{\log M}.$$

Je größer  $x$  wird, um so kleiner wird der Koeffizient von  $B$ ; an den Enden des Stabes wird er

$$z = C + \left( M' + \frac{1}{M'} \right) \cdot B = C + \{ M^{2'} + 1 \} \cdot A \frac{\log e}{\log M};$$

dies ist der kleinste Wert, welchen der Ausdruck auf dem Stabe von der Länge  $2l$  erhalten kann.

Die Übereinstimmung dieses Ausdrucks mit der Erfahrung hat Rees<sup>1)</sup> durch Versuche nachgewiesen, auf welche wir indes erst an einer spätern Stelle eingehen können.

Die hier durchgeführte Untersuchung bestätigt die Ansicht über die Konstitution der Magnete, welche wir im §. 11 vorläufig entwickelten; die Gesetze, welche wir erhielten, gelten indes nur für Magnete von der vorausgesetzten Form, für sehr dünne geradlinige Magnete, welche regelmäßig und bis zur Sättigung magnetisiert sind. Schon für Stabmagnete, deren Dicke nicht sehr klein ist, gelten sie nicht mehr, da für diese die Voraussetzung nicht mehr zutrifft, daß alle Elementarmagnete eines und desselben Querschnittes gleich starke magnetische Momente haben.

Für solche, und noch mehr für Magnete anderer Formen, bedarf es daher einer allgemeinen Untersuchung der Verteilung des Magnetismus im Innern derselben. Diese Untersuchung ist von Poisson<sup>2)</sup>, Green<sup>3)</sup>, Neumann<sup>4)</sup> und anderen theoretisch durchgeführt worden; wir werden auch auf diese, sowie auf die Experimentaluntersuchungen, welche zur Aufklärung der hierbei sich darbietenden Fragen ausgeführt sind, bei der Lehre vom Elektromagnetismus ausführlicher zurückkommen.

### §. 19.

#### **Einfluß mechanischer Kräfte auf den Magnetismus eines Stabes.**

Betreffs des Verhaltens der Magnete erübrigt jetzt noch eine Frage, nämlich

1) *van Rees* a. a. O. und *Poggend. Ann.* Bd. LXXIV.

2) *Poisson*, *Mémoires de l'académie.* T. V. *Annales de chim. et de phys.* T. XXV und XXVIII.

3) *Green*, *Crelles Journal für reine und angewandte Mathematik.* Bd. XLVII.

4) *Neumann*, *Crelles Journal.* Bd. XXXVII.

die, ob andere Kräfte, mechanische Einwirkungen oder Wärme auf den Magnetismus eines Stabes von Einfluß sind.

Was zunächst die Einwirkung mechanischer Kräfte betrifft, so ist es schon lange bekannt, daß Erschütterungen eines Stabes seinen Magnetismus bedeutend zu ändern imstande sind.

Erschüttert man einen Stab, während er magnetisiert wird, so wird sein Magnetismus bedeutend stärker, als wenn er ohne solche Erschütterungen magnetisiert wird; es ist daher auch eine schon alte Vorschrift, einen Magnet, den man durch Aufsetzen auf die Pole eines kräftigen Hufeisens herstellt, zu klopfen oder zu stoßen, damit sein Magnetismus möglichst stark wird.

Wenn man dagegen einen fertigen Magnet stark erschüttert, ihn stößt oder fallen läßt, so wird sein Magnetismus dadurch bedeutend geschwächt; so ist es eine schon lange bekannte Thatsache, daß ein Magnet einen großen Teil seines Magnetismus verliert, wenn man ihn aus einiger Höhe auf den Boden fallen läßt.

Einen eigentümlichen Einfluß der Erschütterungen auf das magnetische Verhalten hat Wiedemann<sup>1)</sup> beobachtet; wenn man einem magnetischen Stab durch entgegengesetztes Magnetisieren seinen Magnetismus zum Teil oder ganz nimmt, oder ihm sogar entgegengesetzten Magnetismus erteilt, so nimmt er durch Erschüttern einen Teil seines frühern Magnetismus wieder an. Man kann auf diese Weise einen ganz unmagnetischen Stab herstellen, welcher durch Erschütterungen magnetisch wird.

Alle diese Erscheinungen sind leicht zu verstehen unter der Voraussetzung, daß die magnetisierbaren Körper aus Elementarmagneten bestehen, welche im unmagnetischen Zustande lediglich unter dem Einflusse der im Innern der Körper thätigen Molekularkräfte alle möglichen Lagen haben, welche aber durch den Akt des Magnetisierens sämtlich parallel gerichtet werden. Dieser Parallelstellung wirken beim Magnetisieren die Molekularkräfte entgegen, welche die Moleküle in der ursprünglichen Gleichgewichtslage erhalten wollen; wenn nun aber die Moleküle durch Erschütterungen bereits in Bewegung sind, so werden sie dem Einflusse der magnetisierenden Kraft leichter folgen als ohnedem. Man kann, um dieses leichter zu übersehen, den Vorgang sehr gut, wie Wiedemann<sup>2)</sup> thut, mit der Bewegung einer Last auf horizontaler Grundlage vergleichen, wo nur die Reibung zu überwinden ist. Es bedarf dort einer viel größern Kraft, um die Last in Bewegung zu setzen, um die sogenannte Reibung der Ruhe zu überwinden, als um die bewegte Last in Bewegung zu erhalten.

Ebenso ist es mit der Erschütterung eines fertigen Magnetes. In demselben befinden sich die Moleküle nicht in ihrer stabilen Gleichgewichtslage, d. h. nicht in derjenigen, welche sie lediglich unter dem Einflusse der Molekularkräfte annehmen würden. Sind nun die Moleküle in Bewegung versetzt, so folgen sie dem Einflusse der stetig wirkenden Molekularkräfte leichter, als wenn sie ruhig in der Lage sind, welche sie unter dem Einflusse der magnetischen Kräfte angenommen haben.

1) Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. C. Die Lehre von der Elektrizität. Braunschweig. Bd. III. p. 668. (3. Aufl. 1883.)

2) Wiedemann a. a. O.



Von besonderem Interesse ist der in neuester Zeit ausführlich untersuchte Einfluß der Torsion auf den magnetischen Zustand der Magnete. Nachdem von Matteucci<sup>1)</sup> und Wertheim<sup>2)</sup> der Einfluß der Torsion auf den Magnetismus eines Stabes außer Zweifel gesetzt war, hat Wiedemann<sup>3)</sup> durch ausgedehnte Experimentaluntersuchungen die innigsten Beziehungen zwischen Magnetismus und Torsion nachgewiesen, welche viel zum Verständnis der Magnetisierungserscheinungen beitragen. Es wird daher gerechtfertigt sein, die Arbeiten Wiedemanns über Magnetismus und Torsion etwas ausführlicher zu betrachten.

Um den Einfluß der Torsion auf den Magnetismus eines Stabes zu untersuchen<sup>4)</sup>, wurden Stahlstäbe von 227 Millimeter Länge, 2 Millimeter Dicke und circa 7 Millimeter Breite verschieden stark magnetisiert und dann mit dem einen Ende in eine starke Zwinge von Messing eingeschraubt. Eine zweite Zwinge von Messing diente zur Befestigung der anderen Stabenden. Diese zweite Zwinge setzte sich in einem Cylinder von Messing fort, welcher in einem am Stativ des Apparates angebrachten Lager lag und in demselben mit einem Hebel um seine Axe gedreht werden konnte. Der Hebel konnte in verschiedenen Lagen festgestellt werden. Der Cylinder trug ferner einen Teilkreis, auf welchen ein am Stativ befestigter Zeiger eingestellt war, so daß man die dem Stabe erteilte Torsion daran ablesen konnte. Der Magnetstab lenkte einen anderen Magnet ab, dessen Ablenkung dann das magnetische Moment des tordierten Stabes bestimmte. Der abgelenkte Magnet war eine spiegelnde Stahlplatte, die Bestimmung der Ablenkung geschah in der bei den Versuchen von Gauss beschriebene Methode mit Skala und Fernrohr.

Aus Versuchen von Wertheim und Wiedemann ergibt sich zunächst, daß eine Torsion während des Magnetisierens folgenden Einfluß hat. Wird ein Stab während des Magnetisierens vielfach hin und her tordiert, so erhält er im Zustande der Detorsion bald einen konstanten Magnetismus, welcher durch gleiche Drehungen nach links und rechts gleich stark vermindert wird. Tordiert man einen Stahlstab während des Magnetisierens immer nach einer und derselben Richtung, so wächst zunächst bei schwacher Torsion der Magnetismus und nimmt bei stärkerer wieder ab.

Tordiert man dagegen einen fertigen Magnetstab, so nimmt mit jeder Torsion sein Magnetismus zunächst ab, auch bei der Detorsion erleidet er einen kleinen Verlust. Eine wiederholte Torsion nach derselben Seite vermindert den Magnetismus des Stabes noch ganz wenig. Wird der Stab indessen nach der entgegengesetzten Seite gedreht, so tritt plötzlich eine neue starke Verminderung des Magnetismus ein.

Diese Sätze ergeben sich aus folgenden Beobachtungen Wiedemanns. Die erste Kolumne der Tabelle enthält den Torsionswinkel nach rechts mit dem Vorzeichen +, nach links mit dem Zeichen —; die mit *m* über-

1) *Matteucci*, Comptes Rendus. T. XXIV.

2) *Wertheim*, Comptes Rendus. T. XXXV. Annales de chim. et de phys. III. Ser. T. L.

3) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CIII und CVI, ferner Elektrizität etc. Bd. III. p. 671 ff. (3. Aufl. 1883.)

4) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CIII und a. a. O.



schriebenen die beobachteten Magnetismen, und die mit  $\alpha$  überschriebenen die Quotienten der auf einander folgenden Magnetismen.

Torsion	$m$	$\alpha$	$m$	$\alpha$	$m$	$\alpha$	$m$	$\alpha$
0	42,2	—	56	—	95,2	—	156,8	—
+ 20	39	0,924	51,5	0,919	88,6	0,930	150	0,959
+ 40	36	0,922	48,5	0,941	84,8	0,957	143,2	0,954
+ 60	33,8	0,939	46	0,949	81,2	0,958	138,5	0,967
0	33,2		45,5		80,3		136,5	
— 60	29		41,3		74		126,5	
0	29		42		75		128,5	

Wie man sieht, nahm der Magnetismus bei der Torsion nach rechts stetig und bei gleicher Drehung fast den ursprünglichen Magnetismen der Stäbe proportional ab, auch die Detorsion auf 0 zeigt eine kleine Schwächung, während die Torsion nach links wieder eine bedeutende Schwächung bewirkt.

Der zuletzt untersuchte Stab wurde nun wiederholt nach rechts und links um  $60^0$  gedreht; es zeigten sich folgende Magnetismen:

Torsion	0	+ 60	0	— 60	0	+ 60	0
$m$	128	123,6	123,8	120,2	122	120,5	121.

Eine wiederholte Hinundherdrehung bewirkt also, daß der Magnetismus des Stabes einer konstanten GröÙe sich nähert. Das zeigen noch deutlicher folgende Resultate. Der ursprüngliche Magnetismus des Stabes war gleich 496,4. Derselbe wurde nun wiederholt um  $30^0$  hinundhergedreht. Im Zustande der Detorsion zeigte er dann

nach										
Drehungen	0	10	20	30	40	50	60	80	100	120
Magnetismen	496,4	68,2	60,2	59	57,7	57,5	56,8	55,9	54,9	54,5

Wurde jetzt der Stab je um  $30^0$  abwechselnd nach rechts und nach links gedreht, so fand sich in diesen beiden Lagen ( $r, l$ ) oder im Zustande der Detorsion sein Magnetismus wie folgt:

Torsion	$r$	0.	$l$	0	$r$	0	$l$	0	$r$	0
Magnetismus	59,4	57,1	53	54,4	59,4	57,2	53	54,5	59,4	57,1.

Wird demnach ein Stab so vielfach hin und her gedreht, daß sein Magnetismus konstant geworden war, wenn er im Zustande der Detorsion ist, so bewirkt jede Torsion nach der einen Seite eine Zunahme, nach der anderen Seite eine Abnahme des Magnetismus. Der Magnetismus des Stabes, wenn er nicht tordiert ist, steht zwischen beiden, er ist größer, wenn der Stab aus der Lage des Maximums, als wenn er aus der Lage des Minimums in die Gleichgewichtslage zurückkehrt.

Wurde ein Stahlstab erst magnetisiert, dann ihm ein Teil seines Magnetismus entzogen und darauf nach einer Seite immer stärkeren Drehungen ausgesetzt, so zeigte sich ein sehr auffallendes Verhalten, wie folgende Tabelle zeigt. In der ersten Kolumne ist der ursprüngliche, in zweiten der Magnetismus angegeben, welchen die Stäbe nach dem

Entmagnetisieren noch hatten, in den folgenden der Magnetismus, welchen sie zeigten, wenn sie um die an der Spitze jeder Kolumne angegebene Anzahl von Graden tordiert waren:

<i>M</i>	<i>m</i>	10°	20°	30°	40°	50°	60°
205	<b>174</b>	154	137	126	118	111	109
209	<b>91</b>	<b>92,5</b>	89,7	84,3	80,2	78	76
185	<b>71,1</b>	<b>73,6</b>	72,5	69,5	66,3	<b>64,6</b>	<b>63,5</b>
190	<b>51,5</b>	<b>57</b>	<b>59,5</b>	58	<b>57,5</b>	<b>57,0</b>	<b>56,5</b>
180	<b>37,5</b>	<b>41,8</b>	<b>45,6</b>	<b>46,8</b>	<b>47</b>	<b>46,8</b>	<b>46,5</b>
185	<b>29</b>	<b>34,5</b>	<b>39,5</b>	<b>42</b>	<b>42,6</b>	<b>43,5</b>	<b>43,5</b>
180	<b>5</b>	<b>14,5</b>	<b>20,8</b>	<b>23,2</b>	<b>25,6</b>	<b>28,2</b>	<b>29</b>
180,5	<b>1</b>	<b>1,8</b>	<b>14</b>	<b>18</b>	<b>21,6</b>	<b>22,3</b>	<b>—</b>

Ein Magnetstab, welchem durch entgegengesetztes Magnetisieren ein Teil seines Magnetismus entzogen ist, verliert demnach durch Torsion noch Magnetismus; ein Magnetstab aber, dem durch entgegengesetztes Magnetisieren ein großer Teil seines Magnetismus entzogen ist, zeigt bei der Torsion erst einen stärkeren Magnetismus als untordiert. Der Magnetismus wächst bis zu einem Maximum und nimmt bei weiterer Torsion wieder ab. Je größer die Menge des entzogenen Magnetismus ist, um so stärker muß die Drehung sein, damit das Maximum erreicht wird. War der Stab ganz entmagnetisiert, so nimmt er durch die Torsion wieder Magnetismus an, der mit der Torsion wächst, aber langsamer als diese.

Ein einigermaßen ähnliches Verhalten zeigt sich nach den Versuchen von Wertheim und Wiedemann, wenn man einen Eisenstab oder Stahlstab vor dem Magnetisieren stark tordiert und dann während des Wirkens oder nach dem Aufhören der magnetisierenden Kräfte detordiert.

Giebt man einem Eisenstabe, bevor er den magnetisierenden Einflüssen ausgesetzt ist, eine starke Torsion, magnetisiert ihn sodann und detordiert ihn bei stetem Einwirken der magnetisierenden Kraft, so nimmt der Magnetismus zu, bis der Stab in der Gleichgewichtslage ist, selbst wenn man vor der Detorsion den Stab anhaltend und kräftig erschüttert hat. Tordiert und detordiert man den Stab unter dem Einflusse der magnetisierenden Kräfte, so findet sich das Maximum des Magnetismus, ehe der Stab seine Gleichgewichtslage erreicht. Bei vollständiger Detorsion nimmt dann der Magnetismus des Stabes wieder ab. Beim weichen Eisen bedarf es einer viel bedeutenderen Torsion, um das magnetische Maximum aus der Gleichgewichtslage zu entfernen, als bei hartem Eisen.

Bei Stahlmagneten ist das Verhalten ähnlich; magnetisiert man einen stark tordierten Stab und läßt dann die magnetisierenden Kräfte aufhören zu wirken, so wächst bei der Detorsion der Magnetismus bis zu einem Maximum. Das Maximum wird bei einer um so geringeren Detorsion erreicht, je weicher der Stahl ist. Der Abstand des Maximums von der Gleichgewichtslage ist also bei permanenten Magneten um so größer, bei temporären um so kleiner, je weicher das angewandte Material der Magnete ist.

Vom größten Interesse ist es nun, daß Wiedemann ganz analoge Einflüsse des Magnetismus auf die Torsion eines Stabes aufgefunden hat. Wir begnügen uns hier damit, die Resultate der Wiedemannschen Unter-

suchungen mitzuteilen; betreffs der Methode der Untersuchung und der einzelnen Beobachtungen verweisen wir auf die Originalarbeiten<sup>1)</sup>.

Magnetisiert man einen tordierten Eisendraht, so wird derselbe infolge des Magnetisierens zum Teil aufgedreht; diese Detorsion wird stärker, je stärker die Drähte magnetisiert werden, jedoch nicht in demselben Verhältnisse, als der Magnetismus wächst, sondern in einem schwächern.

Magnetisiert man einen Eisendraht schwach, so daß er um ein wenig detordiert wird, läßt dann die magnetisierenden Kräfte aufhören, aber nach einiger Zeit wieder ebenso wirken als vorher, so tritt keine Zunahme der Detorsion ein; magnetisiert man dann aber den Draht ganz ebenso stark in entgegengesetzter Richtung, so wird er weiter detordiert. Ist durch den zuletzt erteilten Magnetismus der Stab so weit aufgedreht, als es geschehen kann, so bewirkt jetzt eine dieser entgegengesetzte Magnetisierung wieder eine Zurückdrehung, eine gleichgerichtete Magnetisierung wieder eine Detorsion. Um das letztere Resultat leichter verstehen zu können, teilen wir hier zwei Beobachtungsreihen von Wiedemann mit.

I. Draht 0,8 Millimeter dick, tordiert um 303°.

Magnetismus	+ 7	0	+ 7	0	- 7	0	+ 7	0	- 7	0
Detorsion	6,4	4,7	6,4	4,7	13,8	12,1	10,6	10,4	13,5	12,6.

II. Draht 0,8 Millimeter dick, tordiert um 530°.

Magnetismus	- 7,8	0	+ 7,8	0	- 7,8	0	+ 7,8	- 7,8
Detorsion	5,5	5,2	14	13,7	10,3	9,8	13,5	10,3.

Man ersieht daraus deutlich, wie die durch Magnetisierung in dem einen Sinne + erreichte Detorsion durch Magnetisierung in entgegengesetztem Sinne bedeutend verstärkt wird, und wie dann durch Magnetisierung in dem frühern Sinne die Detorsion wieder abnimmt.

Die bisherigen Untersuchungen beziehen sich auf Drähte, welche einfach durch eine starke Drehung eine gewisse dauernde Torsion erlangt hatten. Den Versuchen mit Magneten analog untersuchte Wiedemann dann auch den Einfluß des Magnetismus auf Drähte, welche erst eine gewisse permanente Torsion nach einer Seite erhalten hatten und dann durch entgegengesetzte Drehung zum Teil wieder detordiert waren. Die Resultate stellte er in folgenden Sätzen zusammen.

Magnetisiert man einen Eisendraht, der eine bestimmte permanente Torsion erhalten hat, so wird die Torsion vermindert. Hat man einem tordierten Eisendraht durch entgegengesetzte Drehung einen kleinen Teil seiner Torsion genommen, so bewirkt eine Magnetisierung noch eine Verminderung der Torsion; ist die durch entgegengesetzte Drehung erzeugte Detorsion des Drahtes größer gewesen, so bewirken schwache Magnetisierungen zunächst eine Vernehrung der Torsion bis zu einem Maximum. Stärkere Magnetisierungen vermindern dieselbe wieder. Je stärker die Detorsion war, desto stärker muß auch die Magnetisierung sein, damit jene Maximum erreicht wird.

Schließlich untersuchte Wiedemann den Einfluß der Magnetisierung

<sup>1)</sup> Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. CVI und Lehre von der Elektrizität et  
a. a. O.

auf nicht permanent tordierte Drähte, sondern auf solche, welche durch Anwendung spannender Gewichte in einer bestimmten abgelenkten Lage erhalten wurden. Es zeigte sich, daß dann die Drähte bei schwacher Magnetisierung stärker tordiert wurden, und daß die stärkere Torsion auch nach Aufhören der magnetisierenden Kräfte fort dauerte. Bei stärkerer Magnetisierung detordiert sich der Draht indes und kehrt nach Aufheben der Magnetisierung in seine frühere Gleichgewichtslage zurück.

Vergleicht man den Einfluss der Torsion auf den Magnetismus und den des Magnetismus auf die Torsion, so zeigt sich in beiden die vollständigste Analogie so sehr, daß man in den die dargelegten Resultate aussprechenden Sätzen einfach die Wörter Magnetismus und Torsion mit einander vertauschen kann, wie z. B. folgende Zusammenstellung einiger Sätze zeigt:

#### Torsion.

1) Die permanente Torsion der Eisendrähte nimmt durch ihre Magnetisierung ab, und zwar langsamer, als der Magnetismus wächst.

2) Wiederholte Magnetisierungen in gleichem Sinne vermindern die Torsion kaum noch. Eine Magnetisierung im entgegengesetzten Sinne wie die erste bewirkt aber eine neue Verminderung der Torsion.

#### Magnetismus.

1) Der permanente Magnetismus der Stahlstäbe nimmt durch ihre Torsion ab, und zwar langsamer, als die Torsion wächst.

2) Wiederholte Torsionen in gleichem Sinne vermindern den Magnetismus kaum noch. Eine Torsion im entgegengesetzten Sinne wie die erste bewirkt aber eine neue Verminderung des Magnetismus.

Ganz dasselbe gilt von den übrigen vorhin mitgeteilten Sätzen.

Es würde schwer sein, dieses ganz analoge Verhalten des Magnetismus und der Torsion aus der Hypothese zu erklären, daß die Ursache des Magnetismus in zwei magnetischen Fluidis bestände, welche bei dem Akte des Magnetisierens von einander geschieden werden, während dagegen Niedemann zeigt, daß sie sich aus der Annahme drehbarer Elementarmagnete ableiten lassen. Es würde zu weit führen, die Theorie von Niedemann hier vollständig darzulegen; wir beschränken uns daher darauf, die Grundzüge derselben mitzuteilen und dieselbe auf einzelne der gefundenen Sätze anzuwenden.

Die Torsion eines permanent magnetischen Stabes hat eine dauernde und eine vorübergehende Wirkung. Zunächst wirkt die Torsion wie jede Erschütterung, da bei der Torsion die Moleküle des Stabes ebenfalls in Bewegung versetzt werden; die Torsion muß daher zunächst eine dauernde Verminderung des Magnetismus zur Folge haben. Zweitens hat sie aber eine Wirkung, welche nur so lange wie die Torsion selbst dauert. Werden nämlich durch Magnetisieren eines senkrecht gestellten Stabes die Axen der Elementarmagnete mehr oder weniger senkrecht gerichtet, so können dieselben in allen möglichen senkrechten Ebenen liegen, von denen eine gewisse Anzahl zugleich die Axe des Stabes in sich aufnehmen, während die übrigen nur der Axe parallel sind. In diesen letzteren Ebenen werden ebensoviele Elementarmagnete ihre Nordpole von der Vertikalen aus zur Seite als zur Rechten liegen haben. Bei der Torsion werden daher in diesen Ebenen ebensoviele Axen in die Höhe der magnetischen Axe parallel

gerichtet als durch Senkung des Nordpoles von ihr fort gerichtet werden. Durch die Drehung dieser Moleküle kann daher der magnetische Zustand des Stabes nicht geändert werden. Anders aber ist es mit den Elementarmagneten, deren Axen sämtlich in solchen Vertikalebene sich befinden, welche die Axe des Stabes in sich aufnehmen. Bei jeder Torsion werden die Axen dieser Magnete aus den betreffenden Ebenen nach der gleichen Richtung heraus gedreht und der Horizontalen mehr genähert. Auch aus diesem Grunde wird daher eine Verminderung des Magnetismus infolge der Torsion eintreten. Um das in einigen Fällen verschiedene Verhalten des Eisens und Stahles zu erklären, reicht es hin anzunehmen, daß die Eisenmoleküle, wie sie dem magnetisierenden Einflusse leichter folgen, so auch der Torsion leichter folgen als die Moleküle des Stahles, daß sie überhaupt leichter beweglich sind als die Moleküle des Stahles. Daraus erklären sich z. B. die Erscheinungen, welche ein Eisenstab oder ein Stahlstab zeigen, wenn sie während des Magnetisierens tordiert und detordiert werden, wie Wiedemann im einzelnen nachweist.

Die beiden vorhin zusammengestellten Sätze, daß der Magnetismus eines Stahlstabes mit der Torsion, aber langsamer als diese abnimmt und daß wiederholte Torsionen nach derselben Seite ihn nur wenig mehr schwächen, dagegen eine Torsion nach entgegengesetzter Seite ihn wieder bedeutender schwächt, sind sofort aus der obigen Theorie abzuleiten. Daß ersteres der Fall sein muß, ergibt sich aus der Überlegung, daß bei Neigungen der Axen der Elementarmagnete um gleiche Winkel die erste Neigung von der Vertikalen aus den Magnetismus des Stabes mehr schwächen muß, als wenn die Axen bereits in einer geneigten Lage sind. Daraus ergibt sich auch, daß eine wiederholte Torsion nach derselben Seite den Magnetismus nur wenig schwächt. Daß dann eine Torsion nach der entgegengesetzten Seite den Stab wieder stärker schwächt, folgt daraus, daß die bei der früheren Torsion nach der einen Seite geneigten Axen der Elementarmagnete wegen der geringen Beweglichkeit der Moleküle nicht wieder in die Vertikalebene zurückkehren, sondern nur ein wenig aufgerichtet werden, daß aber gleichzeitig noch in der Vertikalebene befindliche Axen um ebensoviel aus der Vertikalebene nach der entgegengesetzten Seite geneigt werden.

Da somit die Magnetisierung wie die Torsion in einer Drehung der Moleküle des Drahtes ihren Grund hat, so wird man umgekehrt ebenso den Einfluß des Magnetisierens auf die Torsion einsehen. In einem permanent tordierten Drahte sind die Moleküle ebenso wenig in der durch die Molekularkräfte bedingten Gleichgewichtslage, als in einem Magnete. Die Bewegung, welche das Magnetisieren den Molekülen erteilt, wird daher bewirken, daß sie leichter den Molekularkräften folgen, welche sie in die Gleichgewichtslage zurückzuführen streben. Deshalb muß die Torsion des Drahtes abnehmen.

In ähnlicher Weise leitet Wiedemann die vorhin angeführten Beziehungen zwischen Torsion und Magnetismus im einzelnen aus seiner Theorie ab, so daß wir in diesen Erscheinungen eine bedeutende Stütze für die Annahme drehbarer Elementarmagnete in den magnetisierbaren Substanzen erkennen.

Man wird aus dem zuletzt Entwickelten zugleich schließen, daß ab-



che Einwirkungen wie die Torsion auf Magnete ebenfalls von Einfluss sein müssen, dass also die Biegung, welche auch mit einer Erschütterung und Drehung der Moleküle verbunden ist, den magnetischen Zustand eines Stabes ändern muss. Das ist in der That auch von Wertheim nachgewiesen worden, er zeigte<sup>1)</sup>, dass durch Biegung von Stäben, während sie magnetisiert wurden, ihr temporärer Magnetismus, und dass bei Biegung von Magneten der dauernde Magnetismus geändert wurde. Die Gesetze dieser Änderungen sind indes noch nicht genauer bekannt, da es äußerst schwierig ist, den Magnetismus eines Stabes bei der Biegung mit Genauigkeit zu messen, weil mit der Biegung stets eine Veränderung der Lage des magnetischen Stabes gegen die Messinstrumente verbunden ist.

Ebenso ist umgekehrt nachgewiesen worden, dass ein gebogener Stab infolge des Magnetisierens wieder gerader wird. Guillemin<sup>2)</sup> bog einen Eisenstab durch ein kleines, an seinem freien Ende angehängtes Gewicht ein wenig nach unten hin und magnetisierte ihn dann; er wurde gerader und blieb es, so lange der magnetische Zustand dauerte; nach dem Aufheben desselben bog er sich wieder wie früher.

Auch Verlängerungen oder Verkürzungen der Eisenstäbe oder Stahlstäbe haben Einfluss auf den Magnetismus, wie umgekehrt die Magnetisierung Einfluss auf die Länge der Stäbe hat. Diese Einflüsse sind sehr verwickelt und je nach den Umständen des Versuches sehr verschieden. So muss ein Eisenstab, welcher so zwischen zwei ungleichnamige Pole gelegt wird, dass seine Längsaxe der Verbindungslinie parallel ist, schon dadurch eine Verlängerung erfahren, dass er von den beiden Polen einen Zug erfährt. Es ist deshalb sehr schwierig, bei derartigen Versuchen von einander zu trennen, was durch einen solchen Zug oder ähnliche Umstände rein mechanisch und was durch den Übergang in den magnetischen Zustand bewirkt wird<sup>3)</sup>.

## §. 20.

**Einfluss der Wärme auf den Magnetismus.** Bei der Betrachtung des Einflusses der Wärme auf den magnetischen Zustand der Körper muss man mehr noch als bei der Betrachtung der mechanischen Einwirkungen den temporären und permanenten Magnetismus, d. h. die Fähigkeit der Körper, unter dem Einflusse magnetisierender Kräfte Magnetismus anzunehmen, und den Magnetismus, welchen die Körper nach dem Magnetisieren besitzen, von einander trennen, da der Einfluss der Wärme auf die Magnetisierbarkeit und somit auf den Magnetismus, den ein Körper während der Wirkung der magnetisierenden Kräfte annimmt, ein ganz anderer ist, als auf den magnetischen Zustand fertiger Magnete.

Der temporäre Magnetismus oder die Magnetisierbarkeit des weichen Eisens nimmt nach älteren Versuchen bei Erhöhung der Temperatur bis zu

1) *Wertheim*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII. Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

2) *Guillemin*, Comptes Rendus. T. XXII.

3) Man sehe die Zusammenstellung der hierher gehörigen Versuche, *Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität*, III. Band, p. 698 ff. (1883).

gewissen Grenzen zu. Schon für Temperaturänderungen, welche weniger als  $100^{\circ}$  betragen, ist nach den Versuchen von Kupfer<sup>1)</sup> diese Zunahme merklich. Kupfer legte einen Stab von weichem Eisen, auf welchen magnetisierende Kräfte einwirkten, in ein Wasserbad, welches von der Temperatur der Umgebung bis auf  $100^{\circ}$  erwärmt und wieder abgekühlt wurde. Über der Mitte des Stabes wurde eine Magnetnadel aufgehängt und aus deren Schwingungszahl in der früher angegebenen Weise auf den Magnetismus des Stabes geschlossen. Es zeigte sich, dass der Magnetismus des Eisens bei  $100^{\circ}$  größer war als vor dem Erwärmen und nach dem Erkalten.

Scoresby hat gezeigt<sup>2)</sup>, dass diese Zunahme der Magnetisierbarkeit bis zur dunklen Rotglühhitze des Eisens und Stahles geht. Er stellte neben einer Magnetnadel Stangen von verschiedenem Eisen und Stahl auf, welche einer magnetisierenden Kraft ausgesetzt waren, und beobachtete die Ablenkung der Nadel, wenn die Stäbe kalt oder glühend waren. Die Ablenkungen waren bei dem Stabe von

	kalt	dunkelrot
Guss Eisen	$21^{\circ} 30'$	$62^{\circ}$
Schmiedeeisen	$40^{\circ}$	$55^{\circ}$
Weichem Eisen	$15^{\circ} 10'$	$41^{\circ} 11'$
Weichem Stahl	$11^{\circ} 8'$	$48^{\circ}$
Hartem Stahl	$8^{\circ}$	$47^{\circ} 30'$

Bei allen Stäben ist also die Ablenkung stärker, wenn sie glühend sind, als wenn sie kalt sind; die Zunahmen sind aber bei den verschiedenen Stäben verschieden.

Nach einigen Versuchen von Wiedemann<sup>3)</sup> scheint indes dieser Satz nur auf die erste Erwärmung des Eisens beschränkt, und dann zugleich dahin erweitert werden zu müssen, dass nicht nur die Erwärmung, sondern jede erste Temperaturänderung den temporären Magnetismus verstärkt. Er fand, dass Eisenstäbe unter dem Einfluss magnetisierender Kräfte stets bei der ersten Temperaturänderung an Magnetismus gewannen, mochte diese erste Temperaturänderung eine Erwärmung von  $16^{\circ}$  auf  $100^{\circ}$  sein oder eine Abkühlung von  $100^{\circ}$  auf  $16^{\circ}$ . Bei wiederholten Erwärmungen und Erkältungen zwischen  $20^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  änderte sich der Magnetismus des Stabes kaum mehr.

Denselben Satz könnte man vielleicht schon aus einer Beobachtung von Seebeck<sup>4)</sup> schließen, der fand, dass die Magnetisierbarkeit des Eisens nach dem Abkühlen von der Rotglühhitze ungefähr dieselbe war, als bei der Rotglühhitze. Ein horizontal gelegter Stab wurde dadurch magnetisiert, dass nahe seinem einen Ende ein Magnet hingelegt wurde, und dann seinem andern Ende eine Magnetnadel genähert, welche von ihm abgelenkt wurde.

1) Kupfer, Kastners Archiv. Bd. VI.

2) Scoresby, Gehlers physikalisches Wörterbuch. Bd. VI. 2. Abtlg.

3) Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. CXXII; Lehre von der Elektrizität, III. Bd. p. 741 ff.

4) Seebeck, Poggend. Ann. Bd. X.

## Die Ablenkungen betragen

ohne Eisen, unter alleiniger Wirkung des Magnets	17°
Eisen kalt . . . . .	64°
Eisen dunkelrot . . . . .	77°
Eisen wieder abgekühlt . . . . .	75°.

Das Verhalten von Stahlstäben ist in einer Beziehung nach Versuchen Wiedemann<sup>1)</sup> etwas anders. Bei der ersten Temperaturänderung wächst bei ihnen stets der temporäre Magnetismus um ein Geringes, mag die Temperaturänderung in einer Erwärmung oder Abkühlung bestehen. Nach oftmaligem Erwärmen und Abkühlen wird indes der temporäre Magnetismus von Stahlstäben nicht von der Temperatur unabhängig, sie erhalten vielmehr bei jeder Temperatur einen bestimmten Magnetismus, den sie jedesmal auf dieselbe Temperatur gebracht wieder annehmen. Bei harten Stahlstäben entspricht dann der höhern Temperatur der stärkere, bei weichen Stahlstäben der niedern Temperatur der stärkere Magnetismus.

Geht die Erwärmung des Eisens über die dunkle Rotglühhitze hinaus, nimmt die Magnetisierbarkeit wieder ab. Bei der Weißglühhitze ist nach den Versuchen von Scoresby sowohl als von Seebeck das Eisen überhaupt nicht mehr magnetisierbar. Nach Becquerel soll die Magnetisierbarkeit des Eisens und Stahles schon bei der hellen Rotglühhitze verschwinden, Mauritius bestimmte diese Temperatur bei etwa 1000°, indem vorher weißglühend gemachte Stäbe in dem Momente, in welchem sie auf einen Magnet zu wirken, in Wasser ablöschte<sup>2)</sup>. Nach den Versuchen von Baur<sup>3)</sup> steigt die Temperatur, bei welcher die Magnetisierbarkeit aufhört, mit der Größe der magnetisierenden Kraft. Die magnetischen Metalle Nickel und Kobalt verlieren ebenfalls ihren Magnetismus in hohen Temperaturen, Nickel im siedenden Mandelöl bei 350°, Kobalt der Weißglühhitze.

So weit erhitzte Körper verlieren indes ihre Magnetisierbarkeit nicht dauernd, sondern nur so lange, als diese hohe Temperatur dauert; sobald die Temperatur wieder niedriger geworden ist, haben die Körper ihre Magnetisierbarkeit und oft in erhöhtem Grade wieder erhalten. Man kann sich davon leicht durch einen einfachen Versuch überzeugen. Man mache einen Würfel von Nickel, der kalt von dem Magnete angezogen wird, mit der Flamme eines Bunsenschen Brenners glühend; er folgt dem Magnete nicht mehr. Wenn er sich dann aber abkühlt, so erreicht er bald eine Temperatur, wo er wieder wie früher dem Magnete folgt.

Der Magnetismus eines Magnetstabes, also der permanente Magnetismus, wird durch eine Steigerung der Temperatur theils dauernd, theils vorübergehend, das heißt nur für die Zeit der Temperaturerhöhung geschwächt.

Eine bedeutende Temperaturerhöhung vernichtet den Magnetismus des Magnetes vollständig und dauernd, und zwar tritt dieser Verlust schon bei Temperaturen ein, welche bedeutend niedriger sind als jene, welchen die Körper die Fähigkeit verlieren Magnetismus anzunehmen.

1) Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. CXXII. Man sehe auch Waszmuth, Poggend. Ann. Bd. LXXXII und Bd. LXXXIII.

2) Mauritius, Poggend. Ann. Bd. CXX.

3) C. Baur, Wiedem. Ann. Bd. XI.

Magnetische Magneteisensteine verlieren ihren Magnetismus schon unterhalb der Glühhitze, Stahlmagnete sogar schon bei der Temperatur des siedenden Mandelöles, also unterhalb  $400^{\circ 1)}$ .

Geringere Temperaturänderungen schwächen den Magnetismus ebenfalls, und zwar ist hier die Schwächung teilweise dauernd, theils vorübergehend, d. h. beim Abkühlen nimmt der Magnetismus des Stabes wieder zu, jedoch nicht bis zu der Stärke, welche er vor dem Erwärmen besass. Dabei zeigt sich jedoch ein Unterschied, jenachdem der Stab zum ersten Male innerhalb der Temperaturgrenzen des Versuches erwärmt worden ist, oder ob er schon mehrfach erwärmt und abgekühlt ist. Bei der ersten Erwärmung und folgenden Abkühlung ist der Verlust am grössten. Erwärmt man den Stab ein zweites Mal, so ist bei nachfolgendem Abkühlen allerdings noch eine Verminderung des permanenten Magnetismus vorhanden, dieselbe ist aber viel geringer als bei dem ersten Erwärmen. Bei wiederholtem Erwärmen nehmen die dauernden Schwächungen immer mehr ab, und schliesslich wird der Stab durch Erwärmen nur mehr vorübergehend geschwächt, so dass er nach der Abkühlung wieder ebenso stark magnetisch ist, wie er vor dem Erwärmen war. Es ergiebt sich das aus älteren Beobachtungen von Coulomb<sup>2)</sup>, Kupfer<sup>3)</sup> und anderen.

Sowohl der dauernde Verlust bei oftmaligem Erwärmen und folgendem Abkühlen, als auch der vorübergehende Verlust solcher Magnete, welche nicht mehr dauernd geschwächt werden, hängt von sehr vielen Umständen ab.

Der dauernde Verlust ist unter übrigens gleichen Umständen nach Versuchen von Dufour<sup>4)</sup> um so grösser, je höher die Temperatur ist, zu welcher der Stab erwärmt war.

Bei gleicher Temperaturerhöhung ändert sich nach den Versuchen von Moser und Riess<sup>5)</sup> der dauernde Verlust mit der Gestalt und den Dimensionen des Magnetes, mit der Beschaffenheit des Stahles und besonders mit der Härte desselben. Die Art der Erwärmung, ob länger oder kürzer dauernd, ist ohne Einfluss. Strouhal und Barus fanden indessen doch, dass die Dauer der Erwärmung nicht ganz ohne Einfluss sei; der Magnetismus einer glasharten Stahlnadel nahm ab, bis die Erwärmung auf 100' eine Stunde gedauert hatte, erst dann trat bei längerem Erwärmen keine weitere Abnahme ein<sup>6)</sup>.

Die wenigen allgemeinen Sätze, zu denen Moser und Riess gelangten sind folgende.

Der dauernde Verlust nimmt zu mit der Dicke des Stabes, er ist grösser bei hohlen Magnetstäben als bei massiven, ferner grösser bei kürzeren als bei längeren. Harte Stäbe verlieren bedeutend mehr als weiche. Der temporäre Verlust, den Magnetstäbe nach oftmaligem Erwärmen und Abkühlen bei jeder Temperaturerhöhung zeigen, nimmt unter übrigen

1) *Faraday*, Poggend. Ann. Bd. XXXVII.

2) *Coulomb*, Biot *Traité de physique*. T. III.

3) *Kupfer*, Kastners Archiv. Bd. VI.

4) *Dufour*, *Archive de sciences physiques etc.* de Genève. T. XXXIV.

5) *Moser und Riess*, Poggend. Ann. Bd. XVII.

6) *Strouhal und Barus*, Über den Einfluss der Härte des Stahles auf d. Magnetisierbarkeit. Würzburg 1882.



leichen Umständen mit der Temperatur zu. Bezeichnet man den Magnetismus eines Stabes bei der Temperatur  $t$  mit  $M$ , so wird er bei der Temperatur  $t'$  sich darstellen lassen durch die Gleichung

$$M' = M \{ 1 - a (t' - t) - b (t' - t)^2 \}.$$

Die Konstanten  $a$  und  $b$  in dieser Gleichung hängen ebenfalls von vielen Umständen, von der Stärke des Magnetismus  $M$ , von der Beschaffenheit des Stabes etc. ab; es fehlen darüber noch genauere Untersuchungen. In vielen Fällen scheint man  $b$  gleich null setzen zu können, so daß

$$M' = M \{ 1 - a (t' - t) \},$$

der Verlust also der Temperaturerhöhung proportional ist<sup>1)</sup>.

Wir kommen auf diese Fragen bei Besprechung des Elektromagnetismus nochmals zurück.

Der Einfluß der Temperaturänderungen auf den magnetischen Zustand der Körper läßt sich mit der Hypothese der drehbaren Elementarmagnete leicht verstehen<sup>2)</sup>.

Zunächst werden nämlich die Moleküle durch die Temperaturerhöhung gelockert, die zwischen ihnen thätigen Molekularkräfte werden kleiner, sie werden daher leichter beweglich. Die leichtere Beweglichkeit bewirkt dann, daß sie dem Einfluß der magnetisierenden Kräfte leichter folgen können, deshalb wächst zunächst der temporäre Magnetismus mit der Temperatur. Sind die Stäbe zum ersten Male erwärmt, so werden sie durch die Erwärmung weicher, deshalb bleibt auch nach der Abkühlung die Magnetisierbarkeit größer als früher; sind sie aber schon mehrfach erwärmt gewesen, so nehmen beim Abkühlen die Molekularkräfte wieder bis zu der Größe zu, welche sie vor dem Erwärmen hatten, die Magnetisierbarkeit wird daher nach dem Abkühlen wieder dieselbe wie vor dem Erwärmen.

Zu dieser Zunahme des temporären Magnetismus tritt dann noch, wie aus dem vollständigen Verschwinden der Magnetisierbarkeit in der Weißgluthitze hervorgeht, eine Abnahme des Magnetismus der Elementarmagnete selbst. Diese ist indes nur vorübergehend, da nach dem Erkalten die Magnetisierbarkeit wieder die frühere wird.

Die Wirkung der Temperaturänderung auf die permanenten Magnete erscheint sich daraus, daß durch die Temperaturänderung die Moleküle in Bewegung versetzt werden; die Magnete müssen daher ebenso an Magnetismus verlieren wie durch Erschütterungen. Deshalb verliert auch z. B. ein bei 100° magnetisierter Stab nicht mehr beim Abkühlen an Magnetismus, wenn er vor dem Abkühlen erschüttelt worden ist.

Den vorübergehenden Verlust an Magnetismus bei jeder Temperaturerhöhung scheint man aus der durch die Temperaturerhöhung bedingten Schwächung der Elementarmagnete herleiten zu können, wobei es indes merkwürdig bleibt, daß permanente Magnete schon in viel niedrigeren Temperaturen ihren Magnetismus vollständig und dann dauernd verlieren, als

1) Moser und Riess a. a. O. Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität. Bd. III S. 764 ff. (1883).

2) Wiedemann, Galvanismus. Bd. II. 1. Abt. S. 623. (II. Aufl.).



jene sind, in welchen die Körper ihre Magnetisierbarkeit verlieren, wie es überhaupt vollkommen dunkel bleibt, worin der Grund liegt, daß die Elementarmagnete durch Erwärmung geschwächt werden.

Ebenso wie die Wärme Einfluss auf den magnetischen Zustand der Körper hat, so auch das Magnetisieren auf den Wärmezustand. Die Magnetisierung des Eisens, sowie jede Änderung seines magnetischen Zustandes bewirkt eine Erwärmung desselben. Nach den Versuchen von Joule<sup>1)</sup> ist die durch Magnetisieren entwickelte Wärme dem Quadrate des erregten Magnetismus proportional. Joules Versuche waren folgendermaßen eingerichtet.

In eine Glasröhre, welche horizontal an einer vertikalen drehbaren Axe befestigt war, wurde ein Eisenstäbchen fest eingelegt, und die Röhre dann mit Wasser angefüllt. Diese Vorrichtung wurde zwischen die Pole eines sehr starken Hufeisenmagnetes so aufgestellt, daß wenn die Glasröhre von Pol zu Pol stand, der Eisenstab gewissermaßen den Anker des Magnets bildete. Wurde nun die Axe in sehr rasche Rotation versetzt, so änderte sich sehr rasch die Polarität des Magnetismus im Eisen, indem, wenn die Glasröhre von Pol zu Pol stand, jedes Ende des Stabes in raschem Wechsel südpolare und nordpolare wurde. Ein in das Wasser der Röhre eingetauchtes Thermometer zeigte die Temperaturerhöhung an. Der Magnetismus des Hufeisens konnte in später zu beschreibender Weise beliebig geändert werden, und es zeigte sich, daß die Temperaturerhöhung dem Quadrate des dem Hufeisen erteilten Magnetismus, und somit auch dem Quadrate des im Eisenstabe erregten Magnetismus proportional war.

Die Wärmeerregung beim Magnetisieren erklärt sich ebenfalls leicht aus der Hypothese der drehbaren Molekularmagnete, indem dann jede Magnetisierung mit einer Drehung der Moleküle aus der Gleichgewichtslage, und jede Entmagnetisierung mit einer Zurückdrehung der Moleküle in die Gleichgewichtslage verbunden ist. Die mit diesen Drehungen notwendig verbundene Reibung ist die Ursache der Wärmeentwicklung; oder man kann auch annehmen, daß diese Drehungen selbst, da bei der Ankunft in die jeweilige Gleichgewichtslage die Bewegung der Moleküle nicht sofort aufhören wird, Oscillationen der Moleküle zur Folge haben welche als Wärme erscheinen.

Eine genauere Untersuchung dieser Frage können wir erst in den Schlussparagrafen dieses Bandes durchführen.

## §. 21.

**Einfluss des Lichtes auf den Magnetismus.** Die Frage, ob das Licht direkten Einfluss auf den magnetischen Zustand eines magnetisierbaren Körpers habe, wurde zuerst durch die Behauptung Morichinis<sup>2)</sup> an geregt, daß es ihm gelungen sei, durch die Einwirkung des blauen und violetten Lichtes Stahlnadeln zu magnetisieren. Die Versuche Morichini erregten begreiflicherweise ein sehr großes Aufsehen und wurden deshalb von sehr vielen wiederholt; die Resultate dieser Wiederholungen waren jedoch sehr widersprechend. Morichini hatte angegeben, daß ein

1) Joule, Philosophical Magazin. Vol. XXIII. 1843.

2) Morichini, Gilberts Annalen. Bd. XLIII.

Stahlnadel magnetisch werde, wenn man die eine Hälfte derselben mit blauem oder violetterm Lichte beleuchte. Andere<sup>1)</sup> konnten auf diese Weise einen Magnetismus hervorrufen, wohl aber wenn man die Nadeln mit einem Bündel blauen Lichtes von dem Nordende gegen die Mitte strich; wieder anderen gelang es durchaus nicht, die Nadeln unter Einwirkung des Lichtes zu magnetisieren. Dennoch wurde eine Zeit lang die Wirkung des Lichtes auf den Magnetismus angenommen, als Mss. Mary Sommerville<sup>2)</sup> und Baumgartner<sup>3)</sup> in sehr einfacher Weise zu zeigen glaubten, als Nadeln durch Wirkung des Lichtes magnetisiert würden.

Mss. Sommerville gab nämlich an, daß man eine allen magnetisierenden Einflüssen entzogene Nadel zur einen Hälfte mit einem blauen Bande umwickelt nur kurze Zeit der direkten Sonnenstrahlung auszusetzen brauche, um an dem umwickelten Ende einen Nordpol zu erhalten, und Baumgartner behauptete, daß eine Stahlnadel, welche zur Hälfte poliert sei, nur dem Tageslicht ausgesetzt zu werden brauche, um magnetisch zu werden.

Dadurch wurden Moser und Riess<sup>4)</sup> veranlaßt diese Frage aufzunehmen, und in einer ausgedehnten, mit der größten Sorgfalt ausgeführten Experimentaluntersuchung wiesen sie auf das überzeugendste nach, daß die früheren Versuche, welche eine Magnetisierung durch das Licht erkennen ließen, auf Täuschung beruhen müssen. Sie wandten das empfindlichste Mittel zur Erkennung etwaiger Änderungen des magnetischen Zustandes an; eine magnetisierte Stahlnadel wurde an einem ungedrehten Seidenfaden in einem der Drehwaage ähnlichen Gefäße, vor allen Luftströmungen geschützt, aufgehängt und ihre Schwingungsdauer beobachtet. Jede Änderung des magnetischen Zustandes der Nadel mußte sich dann durch eine Änderung der Schwingungsdauer zu erkennen geben. Diese Nadel wurde nach den verschiedenen, von den früheren Physikern angegebenen Methoden mit Licht behandelt; es zeigte sich aber weder eine konstante Vergrößerung, noch eine Verringerung der Schwingungsdauer, woraus sich ergibt, daß durchaus keine Änderung des magnetischen Zustandes der Nadel eintrat.

Ebenso zeigten sie, daß keine temporäre Magnetisierung durch das Licht eintrat, indem sie vor einer Stahlnadel eine kleine Magnetonadel schweben ließen und dann das eine Ende der Stahlnadel mit blauem Lichte beleuchteten. Es zeigte sich durchaus keine Änderung der Schwingungsdauer.

Aus allem dem ergibt sich, daß eine merkbare direkte Einwirkung des Lichtes auf den Magnetismus nicht existiert.

1) Man sehe Gehlers physikalisches Wörterbuch Bd. VI, 2. Abteilung, wo über alle nach dieser Richtung angestellten Versuche ausführlich referiert ist.

2) Miss Sommerville, Annales de chim. et de phys. T. XXXI.

3) Baumgartner, Zeitschrift für Mathematik und Physik von Baumgartner und Ettinghausen. Bd. 1.

4) Moser und Riess, Poggend. Ann. Bd. XVI.

## Zweites Kapitel.

## Vom Erdmagnetismus.

## §. 22.

**Nachweis des magnetischen Zustandes der Erde.** Wir haben bereits früher erwähnt, daß man die Richtkraft, welche einen sich selbst überlassenen, in horizontaler Ebene drehbaren Magnet dem Merid parallel zu stellen sucht, aus der Annahme erklärt, daß die Erde selbst ein Magnet sei, durch dessen Axe die Ebene des magnetischen Merid hindurchgehe. Da, wie wir ferner sahen, die Untersuchung der magnetischen Eigenschaft wesentlich auf der Richtkraft der Magnete basiert, wird es gerechtfertigt sein, in einem besonderen Kapitel den Nachweis zu liefern, daß wir in der That berechtigt sind, die Erde als einen Magneten betrachten, und dann den Magnetismus der Erde genauer zu untersuchen.

Wenn die Erde in der That ein großer Magnet ist, so befinden sich alle der Untersuchung unterworfenen Apparate über einem großen Magneten; das Verhalten derselben muß daher das eines kleineren magnetischen Körpers über einem großen Magneten sein.

Denken wir uns nun zunächst eine kleine Magnetnadel über einem großen Magneten horizontal drehbar aufgestellt, so wird sie sich in der Richtung der Axe des Magneten parallel stellen und von Pol zu Pol zeigen; die selbst überlassene Magnetnadel stellt sich nun immer in einer bestimmten Richtung parallel, sie verhält sich also in der That so, als wenn die Erde ein Magnet wäre, dessen Axe in der Ebene des magnetischen Meridians liegt. Gerade diese Beobachtung führte uns zu der Annahme des magnetischen Zustandes der Erde. Da wir die Richtung des magnetischen Meridians durch den Winkel bestimmen, den derselbe mit dem astronomischen Meridiane bildet, so sieht man ferner, da die Erde eine Kugel ist, deshalb der Winkel, den die Richtung der Magnetnadel mit dem astronomischen Meridiane bildet, man nennt ihn die Deklination der Magnetnadel, an den verschiedenen Punkten der Erde sehr verschieden sein muß. Ist die magnetische Axe ein Durchmesser der Erdkugel, so muß es, wenn auch ihre Richtung sein mag, eine Meridianebene geben, welche die magnetische Axe in sich aufnimmt; in dieser Meridianebene muß daher die Richtung der Magnetnadel mit derjenigen des astronomischen Meridians zusammenfallen. Außerhalb dieser Ebene muß die Deklination um so größer sein, je größer der Winkel ist, den die Meridianebene des Beobachtungsortes mit jener Meridianebene bildet. Die Untersuchung der Deklination wird darüber entscheiden, ob in der That die Richtung der Magnetnadel dieser Voraussetzung entspricht; hier erwähnen wir nur vorläufig, daß in der That die Deklination verschieden ist an den verschiedenen Orten, so daß sich die Magnetnadeln nahezu einer festen Richtung im Innern der Erde parallel zu stellen scheinen.

Ist die Nadel, welche wir über dem großen Magneten aufhängen, nicht bloß in der horizontalen Ebene drehbar, sondern auch in der vertikalen, so wird sie sich an verschiedenen Punkten in der Nähe desselben in verschiedenen Stellen befinden. Befindet sie sich dem Nordpole des großen Magneten

näher als dem Südpole, so wird sich die Nadel neigen, so daß der Südpol der Nadel nach dem Nordpole des Magnets hinweist; befindet sie sich gerade über der Mittellinie, so wird sie auch dann der Axe des Magnets sich parallel stellen; befindet sich die Nadel dem Südpole des Magnets näher als dem Nordpole, so wird sie sich wieder gegen die Axe des Magnets neigen und zwar so, daß der Nordpol gegen den Südpol des Stabes hinweist.

Um zu untersuchen, ob auch nach dieser Richtung die Erde sich wie ein großer Magnet verhält, genügt es nicht, einfach eine Magnetnadel in vertikaler Ebene drehbar aufzuhängen; es ist vielmehr erforderlich, zunächst die horizontale Drehungsaxe genau durch den Schwerpunkt der Nadel zu führen, bevor sie magnetisiert wird, damit man sicher sein kann, daß sie durch die Schwere selbst durchaus keine Richtkraft erhält. Hat man eine solche Nadel dargestellt und magnetisiert sie sodann, so zeigt sich in der That, daß sie sich gegen die Horizontale neigt, und zwar, wenn man dafür gesorgt hatte, daß die vertikale Drehungsebene die Ebene des magnetischen Meridianes ist, soweit, daß die Axe der Nadel in unseren Gegenden mit den Horizontalen einen Winkel von ungefähr  $67^\circ$  bildet, wobei der Nordpol der Nadel nach unten sinkt.

Es läßt sich leicht zeigen, daß diese Richtung der Nadel nur magnetischen Einflüssen zuzuschreiben ist, nicht etwa einer Verschiebung des Schwerpunktes infolge des Magnetisierens. Verändert man nämlich die Drehungsebene der Nadel, läßt man sie mit der Ebene des magnetischen Meridianes immer größere Winkel bilden, so bleibt die Neigung der Nadel nicht ungeändert, sie nimmt im Gegenteile stets zu, bis schließlich die Nadel vertikal steht, wenn die Drehungsebene zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrecht ist.

Eine genauere Untersuchung dieser Neigung der Magnetnadel, welche man mit dem Namen der Inklination bezeichnet, wird später zeigen, daß auch die Inklination an verschiedenen Stellen der Erde sehr verschieden ist, daß sie, wenn man sich einem gewissen Punkte auf der Nordhälfte der Erde nähert, immer größer, dagegen wenn man sich dem Äquator nähert, immer kleiner wird.

In der Nähe des Äquators befindet sich eine rings um die Erde laufende Linie, in welcher die Inklination gleich null ist. Überschreitet man diese Linie nach Süden hin, so kehrt sich die Neigung der Nadel um, der Südpol kommt unter, der Nordpol erhebt sich über die Horizontale. Auch auf der Südhalfte der Erde giebt es einen Punkt, wo die Nadel sich vertikal stellt mit dem Südpole nach unten.

Es ergibt sich aus dem Gesagten, daß das Verhalten von Magneten an der Erdoberfläche in der That so ist, als wenn die Erde ihrer ganzen Masse nach, oder doch zum großen Teile ein Magnet wäre, dessen Südpol sich in der Nähe des astronomischen Nordpols, dessen Nordpol sich in der Nähe des astronomischen Südpols befindet. Denn aus der Richtung der Magnete an der Erdoberfläche folgt, daß auf jeden Magnet ein Kräftepaar einwirkt ganz ebenso wie von einem großen Magnete auf einen kleinen, dessen Dimensionen gegen den großen und gegen den Abstand von den Polen verschwindend klein sind.

Wir können noch einen *weiteren Beweis* dafür liefern, daß die Erde als ein Magnet betrachtet werden muß. Wie wir sahen, wird weiches Eisen

unter dem Einflusse eines Magnetes vorübergehend und Stahl dauernd zu einem Magnet. Ist demnach die Erde ein Magnet, so muß unter dem Einflusse der Erde ebenfalls Eisen oder Stahl magnetisch werden. Das ist der Fall. Wenn man einen Stab weichen Eisens parallel dem magnetischen Meridiane, oder vertikal, oder noch besser parallel der Richtung der Inklinationsnadel hält, so wird derselbe sofort magnetisch, so zwar, daß das untere Ende des Stabes nordpolar, das obere Ende desselben südpolär wird. Nähert man dem untern Ende des Stabes den Nordpol einer Magnetenadel, so wird derselbe abgestoßen, von dem oberen Ende wird er angezogen, der Südpol wird von dem unteren Ende angezogen, von dem oberen abgestoßen.

Kehrt man den Stab um, so wird sein Magnetismus auch sofort umgekehrt, wenn derselbe aus ganz weichem Eisen besteht; ist das nicht der Fall, besitzt der Stab einige Koercitivkraft, so braucht man nur den Stab ein wenig durch Hammerschläge oder Torsion zu erschüttern, um den Magnetismus des Stabes umzukehren. Daraus ergibt sich schon, daß mit Koercitivkraft begabte magnetische Substanzen unter dem Einflusse des Erdmagnetismus dauernd zu Magneten werden, besonders wenn man die Magnetisierung durch Erschütterungen unterstützt. Da nun wohl alle eisernen Instrumente nicht aus vollkommen weichem Eisen bestehen, da ferner wohl alle in einer der Ebene des magnetischen Meridianes parallelen Stellung mehrfach erschüttert sind, so findet man fast nie ein eisernes Werkzeug, welches nicht unter dem Einflusse des Erdmagnetismus bleibend magnetisch geworden ist.

Die Untersuchung des Erdmagnetismus hat einen doppelten Zweck; zunächst die Elemente desselben an dem Beobachtungsorte zu bestimmen, da wir derselben zur Untersuchung des magnetischen Zustandes der Körper bedürfen. Die Elemente desselben sind die Richtung der erdmagnetischen Kraft an dem Beobachtungsorte und die Größe dieser Kraft. Um die Richtung der erdmagnetischen Kraft zu erhalten, bedarf es der Kenntnis der Deklination, der Richtung des magnetischen Meridianes und der Inklination, der Richtung einer in ihrem Schwerpunkte aufgehängten Magnetenadel, welche um eine zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrechte Drehungsaxe sich frei drehen kann.

Um die Größe der erdmagnetischen Kraft zu erhalten, bestimmt man am bequemsten die horizontale Komponente derselben, d. h. das Drehungsmoment, welches sie einem Magnetstabe erteilt, der die Einheit des freien Magnetismus enthält, und welcher um eine vertikale Axe drehbar ist. Bezeichnen wir diese horizontale Komponente mit  $T$ , und den Winkel der Inklination mit  $i$ , so ist das Drehungsmoment, welches der Erdmagnetismus einer in ihrem Schwerpunkte aufgehängten Nadel erteilt, welche nach allen Richtungen frei drehbar ist,

$$S = \frac{T}{\cos i},$$

da die horizontale Komponente gleich ist dem Produkte aus der ganzen Kraft und dem Cosinus des Neigungswinkels.

Der zweite Zweck, den wir bei der Untersuchung des Erdmagnetismus haben, ist mehr ein physikalisch-geographischer, nämlich der, den magne-



schen Zustand der Erde kennen zu lernen, d. h. die Lage der magnetischen Axe und die Stärke des Magnetismus. Zu dem Zwecke ist es forderlich, für möglichst viele Punkte der Erdoberfläche die oben angeführten Beobachtungen durchzuführen und zusammenzustellen. Daraus wird sich der magnetische Zustand der Erde berechnen lassen, gerade so, wie wir aus den Beobachtungen einer Menge kleiner, in der Nähe eines solchen Magnets aufgestellter Magnete die Lage und Kraft des großen Magnets bestimmen können. Wir werden in einer kurzen Übersicht am Schlusse angeben, wie weit die Wissenschaft in dieser Beziehung vorgeschritten ist.

### §. 23.

**Bestimmung der Deklination.** Die Bestimmung der Richtung des magnetischen Meridianes durch die Deklination, d. h. durch den Winkel, welchen derselbe mit dem astronomischen Meridiane bildet, zerfällt in zwei trennte Aufgaben; die erste, eine rein astronomische, besteht in der Bestimmung des astronomischen Meridianes an dem Orte der Beobachtung. Betreffs der Lösung derselben verweisen wir auf die Handbücher der Astronomie, und setzen voraus, daß an dem Orte der Beobachtung diese Richtung vollständig genau bekannt sei. Ist das der Fall, so erhält man die Deklination aus der Beobachtung des Winkels, welchen die Axe eines der Horizontalebene frei schwingenden Magnetstabes mit dem astronomischen Meridiane bildet.

Die älteren Methoden wandten zu dieser Bestimmung sogenannte Gabeln an, Magnetnadeln oder Stäbe, welche auf einem getheilten Kreise um eine vertikale Axe schwingen konnten. Die Nadeln hatten dabei entweder ein Achathütchen in der Mitte und wurden auf einer stählernen Spitze balanciert, oder waren an einem Coconfaden aufgehängt. Der getheilte Kreis war nach dem astronomischen Meridiane orientiert, so daß die Punkte  $0^\circ$  und  $180^\circ$  auf demselben lagen, und man beobachtete den Winkel, den die Axe des Magnetes in der Ruhelage mit dem astronomischen Meridiane bildet.

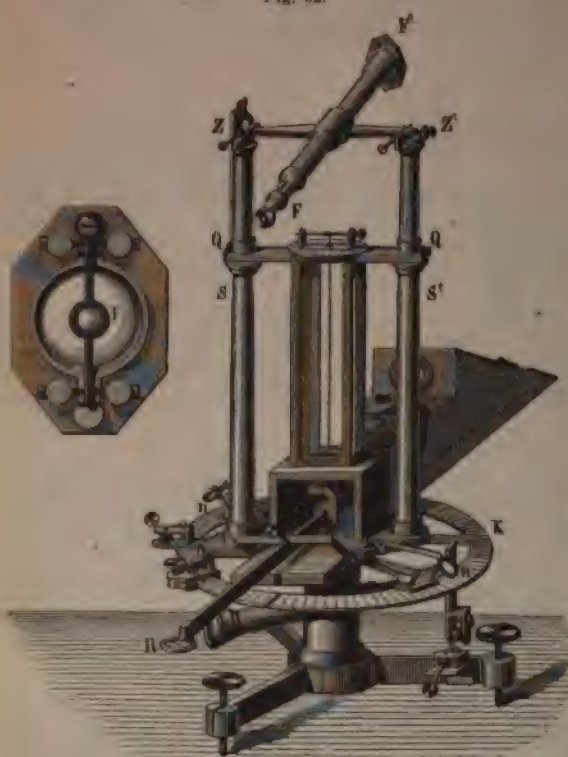
Der vorzüglichste ältere Apparat zu diesem Zwecke ist wohl das Deklinatorium von Gambey<sup>1)</sup>. Dasselbe besteht (Fig. 32) aus einem mit größter Genauigkeit getheilten, mit einem Dreifuße versehenen Kreis  $K$ , der durch Stellschrauben genau horizontal gestellt werden kann. Um die vertikale Axe dieses Kreises drehbar trägt derselbe zwei genau gleich hohe kupferne Säulen  $SS$ , welche unten durch eine kupferne Schiene fest mit einander verbunden sind. In den Zapfenlagern dieser Säulen  $ZZ'$  ist eine Axe eingelegt, welche das Fernrohr  $FF'$  trägt, das somit in der vertikalen Ebene drehbar ist. Mit den Säulen fest verbunden sind zwei an den entgegengesetzten Enden eines Durchmessers des Teilkreises festigte Nonien  $nn'$ , welche somit die Stellung der Ebene des Rechtecks  $SZZ'S$ , und deshalb auch der zu dieser senkrechten Drehungsebene des Fernrohres  $FF'$  auf dem Teilkreise zu bestimmen gestatten.

Der Apparat wird zunächst so aufgestellt, daß die vertikale Drehungs-

1) Gambey, Gehlers physik. Wörterbuch. Bd. I. Abweichung der Magnetnadel.

ebene des Fernrohrs mit dem astronomischen Meridiane zusammen oder mit diesem einen genau bekannten Winkel bildet. Man geht dazu, indem man das Fernrohr durch Beobachtung eines bekannten Sterns oder durch Beobachtung fester entfernter Merkzeichen orientiert. Man beobachtet dann die Stellung der Nonien am Teilkreise. Darauf verschiebt man das Rechteck  $SZZ'S$  so weit, daß die vertikale Drehungsebene

Fig. 32.



Fernrohrs mit vorläufig auf bestimmten Elementen magnetischen Meridianes zusammengeführt.

Die Säulen sind weiter durch horizontalen Balken  $QQ'$  verbunden, von der Mitte gehen, also in der Ebene des Teilkreises  $K$ , an einer, der einer Drehwage ähnlichen Vorrichtung ein Seil herabhängt, seinem unteren Ende einen kupfernen Kegel hat, in welchem man einen Magnetstab einlegt. Der Magnetstab trägt an beiden Enden einen kupfernen Kegel  $R$ , in welchem ein Fadenkreuz gespannt ist.

Die Richtung der Axe dieses Magnetstabes ist die Richtung

magnetischen Meridianes, welche gesucht wird. Setzen wir zunächst aus, daß die Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden Fadenkreuze die Richtung der magnetischen Axe des Stabes sei.

Man erhält die Richtung des magnetischen Meridianes, indem man die Drehungsebene des Fernrohrs so weit verschiebt, daß man den Mittelpunkt der Fadenkreuze  $R$  an dem Fadenkreuze des Fernrohrs sieht man, ohne die Drehungsebene zu verrücken, das Fernrohr durch die in seiner vertikalen Ebene nach und nach gegen die beiden Fadenkreuze richtet. Da die Ebene des magnetischen Meridianes die durch die Lage der magnetischen Axe des Stabes gelegte Vertikalebene ist, so ist die Drehungsebene des Fernrohrs die Ebene des magnetischen Meridianes. Um diese Beobachtungen mit dem Fernrohre machen zu können, hat Gambey dem Objektiv desselben eine äußerst sinnreiche Einrichtung

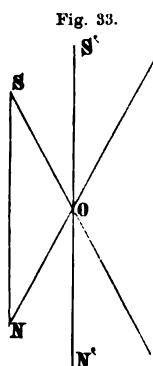
Die Orientierung des Apparates nach dem astronomischen Meridiane nämlich Beobachtungen sehr entfernt liegender Punkte, während die Stellung der Fadenkreuze  $R$  erfordert, daß man mit demselben Fernast nach Art eines Mikroskopes sehr nahe liegende Punkte scharf kann. Mit einem und demselben Objektiv ist das aber nicht möglich, die Brennweite eines auf große Entfernungen eingerichteten Objektivs zu groß sein muß, als daß von so nahen Punkten ein reelles

dem Fernrohre entworfen werden könnte. Um das doch ohne Vergrößerung des Objectives möglich zu machen, hat Gambey in der Mitte des Objectives, wie es die Nebenfigur zeigt, eine konkavkonvexe Glaslinse eingefügt, und so den mittlern Teil des Objectives in eine Linse von kleinerer Brennweite verwandelt. Um die zur Orientierung des Apparates erforderliche Beobachtung sehr entfernter Punkte zu machen, wird eine Kappe der mittlere Teil des Objectives bedeckt, und die ringförmige Linse größerer Brennweite liefert das reelle Bild der entfernten

Zur Beobachtung der Fadenkreuze wird der ringförmige Teil des Objectives bedeckt, und der mittlere Teil frei gemacht; derselbe liefert dann das Bild der Fadenkreuze.

Wir haben vorher vorausgesetzt, daß die Verbindungslinie der beiden Fadenkreuze  $R$  die magnetische Axe des Stabes sei, und daß man ohne Drehung der Drehungsebene des Fernrohres beide Fadenkreuze durch das Fernrohr um seine Axe beobachten könne. Beides wird gemeinlich nicht der Fall sein, letzteres nicht, weil wohl nie der Fall in welchem die optische Axe des Fernrohres die Drehungsaxe des Stabes schneidet, genau senkrecht über der Richtung der Verbindungslinie der Fadenkreuze liegen wird. Man wird deshalb, nachdem man ein Fadenkreuz beobachtet hat, die Fernroherebene ein wenig verschieben müssen, um das andere Fadenkreuz ebenfalls zu sehen. Um dann die durch die Verbindungslinie gehende Vertikalebene zu erhalten, genügt es nur den Winkel, welchen die Drehungsebene des Fernrohres in den Lagen bildet, zu halbieren, die Halbierungsebene ist die gesuchte Ebene. Denn ist  $NS$  (Fig. 33) die Verbindungslinie der Fadenkreuze und  $O$  die Projektion des Punktes, in welchem die Fernrohraxe die Drehungsaxe schneidet, auf der durch  $NS$  gelegte Horizontalebene, so ist  $OS$  die Richtung der Vertikalebene bei der einen,  $ON$  bei der andern Stellung. Da nun der Magnetstab so gelegt ist, daß die Punkte  $S$  und  $N$  gleich weit von der Mitte des Apparates entfernt sind, so ist die Halbierungslinie des von den beiden Punkten  $OS$  und  $ON$  gebildeten Winkels  $N'S'$  der Richtung  $NS$  parallel und ebenso sind die durch beide Punkte gehenden Vertikalebenen einander parallel.

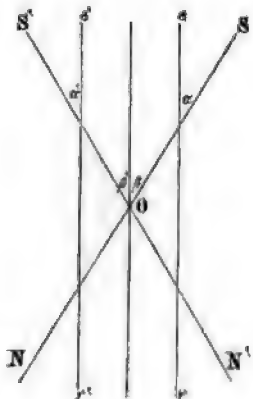
Um die so bestimmte Richtung  $NS$  nicht mit der Richtung der magnetischen Axe  $\nu\sigma$  (Fig. 34) zusammen, so man, um diese zu bestimmen, den Stab nur einfach drehen, so daß die obere Seite zur unteren wird, und die Richtung  $N'S'$  zu bestimmen, welche die Verbindungslinie der Fadenkreuze dann besitzt; das Mittel der beiden Richtungen ist diejenige der magnetischen Axe des Stabes, somit diejenige des magnetischen Meri-



dianes. Denn in dem umgelegten Stabe ist die Richtung der magnetischen Axe  $\nu'\sigma'$  der früheren Richtung  $\nu\sigma$  derselben parallel. Legen wir nun durch den Punkt  $O$ , wo die beiden Richtungen  $NS$  sich schneiden, ein mit  $\nu\sigma$  parallele, so sind die Winkel  $\alpha = \beta$  und  $\alpha' = \beta'$ , und da  $\alpha = \alpha'$  so ist auch  $\beta = \beta'$ .

Zu den vier nach dem soeben Entwickelten nötigen Beobachtungen kann man noch vier weitere fügen, indem man die Fernrohbene um  $180^\circ$  dreht; das Mittel aus den beiden so gefundenen Resultaten giebt die Deklination mit noch größerer Genauigkeit.

Fig. 34.



Eine bei weitem größere Genauigkeit der Deklinationsbestimmung ist indes durch die Beobachtung am Gauss'schen Magnetometer zu erhalten, dessen einer Zweck gerade die Bestimmung dieses erdmagnetischen Elementes ist. Die Einrichtung und Anordnung des Magnetometers haben wir in §. 15 ausführlich auseinandergesetzt. Wir haben zugleich angegeben, wie man verfährt, um die Axe des zur Untersuchung benutzten Magnetstabes genau in die Richtung des magnetischen Meridianes zu bringen und die optische Axe des Theodolitfernrohres der Axe des Magnetes parallel zu stellen. Es wird zur Bestimmung der Deklination an dem Beobachtungsort weiter nichts erforderlich sein

als eine einmalige Messung des Winkels, den die so gestellte Fernrohraxe mit der für den Beobachtungsort bestimmten Richtung des astronomischen Meridianes bildet, wenn einmal die in §. 15 angenommene Anordnung des Apparates in der That vollständig erreicht wäre, und wenn zweites der angewandte Magnetstab eine für alle Zeiten feste Ruhelage hätte. Beides ist nie der Fall, und deshalb bedarf es zur Bestimmung der Deklination besonderer Versuche.

Was zunächst die nach der Einrichtung noch vorhandenen Fehler des Apparates und deren Unschädlichmachung betrifft, so verweisen wir deshalb auf eine Abhandlung W. Webers<sup>1)</sup> „Über die Reduktion der Magnetometerbeobachtungen auf absolute Deklinationen“, in welcher die dazu erforderlichen Versuche und Rechnungen ganz ausführlich mitgeteilt sind. Auf den zweiten Umstand müssen wir jedoch etwas näher eingehen.

Beobachtet man nämlich den Magnetometerstab, so findet man zunächst, daß derselbe selten oder nie in Ruhe ist, und weiter, daß sich die Lage der magnetischen Axe mit der Zeit nicht unmerklich ändert. Beides zeigt, daß die Deklination sich mit der Zeit nicht unmerklich ändert, und ersteres besonders, daß auch in kurzen Fristen eine Veränderung der Deklination eintritt. Denn ändert sich der magnetische Meridian, so wird dadurch der Stab aus seiner bisherigen Ruhelage in seine neue Gleichgewichtslage gezogen und zu Schwingungen um dieselbe

<sup>1)</sup> W. Weber, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins Bd. II. 1837.

veranlaßt, da er in der neuen Gleichgewichtslage mit einer gewissen Geschwindigkeit ankommt, welche bewirkt, daß er dieselbe überschreitet.

Die Deklination kann daher nicht durch die augenblickliche Lage des Magnets bestimmt werden, sie wird vielmehr gegeben durch die Richtung der magnetischen Axe, wenn dieselbe in der Gleichgewichtslage wäre. Dieselbe direkt zu erhalten ist nicht möglich, sie muß vielmehr aus der Beobachtung der Schwingungen abgeleitet werden.

Gauss giebt als das beste Mittel zu demselben folgendes an<sup>1)</sup>: Man versetzt den Stab, wenn seine Schwingungen zu klein sind, in etwas größere, sorgt aber durch passende Beruhigungsmittel, etwa einen vor den Beobachtungen in die Nähe gebrachten, dann aber wieder entfernten Magnetstab, dafür, daß die Schwingungen nur eben die zur Beobachtung hinreichende Größe haben, etwa 2—3 Skalenteile betragen. Da dann der Widerstand der Luft zu vernachlässigen ist, und die etwaige Änderung der Deklination jedenfalls als gleichförmig angesehen werden darf, so ist das Mittel aus zwei Stellungen der Nadel, die zweien genau um die Dauer einer Schwingung von einander abstehenden Augenblicken entsprechen, jene Lage des magnetischen Meridians, welche für das Mittel dieser Zeiten stattfand, in welche Teile der Schwingungsperiode diese beobachteten Zeiten auch fallen mögen. Man hat daher, um den der Deklination für die Zeit  $T$  entsprechenden Stand der Nadel zu erfahren, nur die Stellungen derselben für die Zeit  $T - \frac{1}{2}t$  und  $T + \frac{1}{2}t$  zu beobachten, wenn  $t$  die Schwingungsdauer der Nadel bedeutet, und aus den beiden beobachteten Ständen das Mittel zu nehmen. Der größern Genauigkeit zuliebe wird man gut thun, anstatt dieser zwei Beobachtungen mehrere zu machen, etwa die Gruppe

$$T - \frac{5}{2}t; \quad T - \frac{3}{2}t; \quad T - \frac{1}{2}t; \quad T + \frac{1}{2}t; \quad T + \frac{3}{2}t; \quad T + \frac{5}{2}t$$

zu bestimmen. Bezeichnet man die beobachtete Anzahl der Skalenteile mit  $a, b, c, d, e, f$ , so ist  $\frac{1}{2}(a + b)$  die Lage der magnetischen Axe zur Zeit  $T - 2t$ , ebenso liefern  $\frac{1}{2}(b + c)$ ,  $\frac{1}{2}(c + d)$ ,  $\frac{1}{2}(d + e)$ ,  $\frac{1}{2}(e + f)$  diese Lage zu den Zeiten  $T - t$ ,  $T$ ,  $T + t$ ,  $T + 2t$ , und das Mittel aus diesen fünf Werten giebt mit sehr großer Genauigkeit die Lage der magnetischen Axe zur Zeit  $T$ .

Um auf diese Weise die Lage der magnetischen Axe zu irgend einer Zeit zu erhalten, bedarf es der Kenntnis der Schwingungsdauer des Magnetstabes; wie dieselbe zu erhalten ist, haben wir im §. 15 ausführlich dargestellt; indes ist zu bemerken, daß eine so genaue Kenntnis der Schwingungsdauer, wie wir sie damals erlangten, hier nicht erforderlich ist, daß daher die Beobachtung weniger Schwingungen ausreichend ist, und zwar um so eher, je länger die Schwingungsdauer der Nadel überhaupt ist.

Den Winkel, den die so bestimmte Richtung der magnetischen Axe zur Zeit  $T$  mit der Fernrohraxe, oder vielmehr die Ebene des magnetischen Meridians mit der vertikalen Drehungsaxe der optischen Axe des Fernrohrs bildet, erhält man aus dem vorher bestimmten Abstände der Skala von dem Spiegel des Magnetes und dem Abstände des beobachteten Skalen-

<sup>1)</sup> Gauss, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. Bd. I. 1836.



teils von Mittelpunkt der Skala. Bezeichnen wir ersteren Abstand mit  $d$ , letzteren mit  $a$  und den gesuchten Winkel mit  $\alpha$ , so ist, wie wir in der Optik §. 10 nachwiesen,

$$\tan 2\alpha = \frac{a}{d},$$

woraus sofort  $\alpha$  zu erhalten ist. In den meisten Fällen ist der Winkel  $\alpha$  so klein, daß man ohne irgend bemerkbaren Fehler setzen kann

$$2\alpha = \frac{a}{d}; \quad \alpha = \frac{1}{2d} \cdot a = c \cdot a.$$

Um schließlich die Deklination zu erhalten, hat man diesen Winkel zu demjenigen, welchen die Fernrohraxe mit dem astronomischen Meridiane bildet, zu addieren oder von demselben zu subtrahieren; ist derselbe gleich  $\beta$ , so wird die gesuchte absolute Deklination  $\delta$ ,

$$\delta = \beta \pm c \cdot a.$$

Der Winkel  $\beta$  muß, wie man sieht, auf das genaueste bestimmt sein; hat man ihn daher, wie es bei festen Magnetometern in den Observatorien der Fall ist, ein für allemal gemessen, so muß man sich vor jeder Beobachtung von dem unverrückten Stande der Fernrohraxe, also auch des Mittelpunktes der Skala überzeugen. Zu dem Ende wird hinter dem Magnetometer, wo es möglich ist, in einem Abstände vom Fernrohr  $2d$  eine feste Marke angebracht, auf welche das Fernrohr vor jeder Beobachtung eingestellt wird.

Die Deklination kann nach dieser Methode mit astronomischer Genauigkeit an dem Orte, wo das Magnetometer aufgestellt ist, bestimmt werden; die Methode hat jedoch den Nachteil, daß sie nur an verhältnismäßig wenigen Orten angewandt werden kann. Da nun der zweite Zweck, den wir mit dem Studium des Erdmagnetismus verbinden, die Beobachtung der Deklination an möglichst vielen Orten verlangt, so war es sehr erwünscht, einen Apparat herzustellen, der transportabel ist wie die Bussola von Gambey, zugleich aber eine Genauigkeit zu erreichen gestattet, welche ähnlich ist derjenigen, die die Methode von Gauss liefert. Einen solchen Apparat konstruierte Lamont in seinem magnetischen Reisetheodoliten<sup>1)</sup>, indem er es durch eine äußerst sinnreiche Vorrichtung möglich machte, an demselben die Spiegelablesung anzubringen. Die wesentlichsten Teile des Lamontschen Apparates sind folgende: Auf einer massiven Bodenplatte von Messing, welche durch Stellschrauben vollkommen horizontal gestellt werden kann, ist der Horizontalkreis eines Theodoliten unverrückbar befestigt, HK (Fig. 35). Derselbe wird von einer vertikalen, mit der Axe des Kreises zusammenfallenden Axe durchsetzt, welche in der Bodenplatte ruht und oben die Scheibe S trägt. Die Scheibe S ist mit dieser Axe unverrückbar fest verbunden und mit ihr drehbar; zwei an ihr befestigte Nonien gestatten auf dem Horizontalkreise die Stellung der Scheibe auf das genaueste zu bestimmen. Die Scheibe S trägt an einer Seite ein Fernrohr, dessen optische Axe verlängert die vertikale Axe des Horizontal-

1) Lamont, Doves Repertorium. Bd. VII. Ausführliche Beschreibung des Apparates: Müller, Kosmische Physik. Braunschweig 1854.

geid. Aufser der horizontalen Drehung, welche dem Fernrohr  
scheibe *S* erteilt werden kann, kann dasselbe durch Heben oder  
r Schraube

vertikaler

reht werden.

un an dem

beobachtung

g des astro-

Meridianes

Merkzeichen

so ist es

der Fern-

parallelen

er des Hori-

es in die

des astro-

Meridianes

n, indem

dem Fern-

dem Merk-

siert. Man

dann den

Nonien am

kreise.

if setzt man

heibe *S* das

welches den

ragt. Das-

ht aus einem rechteckigen Kasten *C* von Messing, welcher eine

von Messing trägt. Das Gehäuse wird so aufgesetzt und fest-

t, daß die eine Seite des rechteckigen Kastens senkrecht ist

hen Axe des Fernrohrs und die vertikale Axe der Röhre *R* mit

tes Horizontalkreises zusammenfällt. In der Axe der Röhre, an

ren Ende befestigt, befindet sich ein Coconfaden, welcher den

trägt. Der Magnet durchsetzt die Wände des rechteckigen

nd ist durch zwei an den Enden zugeschmolzene Glasröhren,

röhrenartige Ansätze des Kastens eingesetzt, vor Luft

geschützt. An dem nach unten verlängerten Träger des

ist ein kleiner Planspiegel befestigt, der möglichst genau senk-

magnetischen Axe des Magnetes gestellt ist. Der Winkel, den

normale etwa noch mit der magnetischen Axe des Stabes bildet,

Versuche in einem Observatorium vorher auf das genaueste be-

der Spiegel hängt so, daß er von der verlängerten Fernrohraxe

wird. Ihm gegenüber sind die Wände des rechteckigen Kastens *C*

und mit Spiegelglasplatten verschlossen.

dreht nun die Scheibe *S* so, daß der Magnet in dem Gehäuse

legen kann, und hat dann nur noch die Fernrohraxe der Spiegel-

parallel zu stellen und den Winkel zu beobachten, welchen die-

esser mit der vorigen Stellung bildet; dieser Winkel ist, korrigiert

Fig. 55.



um den Winkel, den die Spiegelnormale mit der magnetischen Axe bildet die Deklination des magnetischen Meridianes.

Um die Fernrohraxe mit größter Genauigkeit in die Richtung der Spiegelnormale bringen zu können, hat Lamont dem Fernrohr folgende Einrichtung gegeben. An der Stelle des Fadenkreuzes befindet sich dort wo von unendlich entfernten Gegenständen durch das Objektiv ein reelles Bild entworfen wird, eine Glasscheibe, in welcher ein feines Kreuz eingegritzt ist. Hinter derselben bei  $O$  ist die Okularröhre zur Hälfte abgeschnitten, so daß die Schnittebene mit der Fernrohraxe einen Winkel von  $45^\circ$  bildet. In diesen Schnitt wird ein Spiegel gelegt, der das Licht vom hellen Himmel gegen die Glasplatte wirft und diese so beleuchtet. Da die Glasplatte sich im Brennpunkte des Objektivs befindet, so werden die von ihr ausgehenden Strahlen im Objektiv des Fernrohrs einander und der Fernrohraxe parallel gebrochen. Steht der Spiegel am Magnet senkrecht zur optischen Axe des Fernrohrs, so treffen diese Strahlen normal auf den Spiegel und werden deshalb in die Einfallsrichtung zurückgeworfen. Die reflektierten Strahlen fallen daher auf das Objekt und dieses entwirft an der Stelle der Glasplatte selbst das reelle Bild desselben, so daß das Bild des eingegritzten Kreuzes das Kreuz selbst darstellt.

Man hat daher die Scheibe  $S$  mit dem Magnete auf dem Fernrohr nur so weit zu drehen, daß man das Bild des vertikalen Kreuzarmes oder den Arm selbst decken sieht und weiß dann, daß das Fernrohr der Spiegelnormale parallel ist. Die Ablesung der Nonien liefert den Winkel, den die Spiegelnormale in ihrer augenblicklichen Stellung mit dem astronomischen Meridiane bildet. Da man die Abweichung der Spiegelnormale von der magnetischen Axe des Stabes kennt, so erhält man nach Addition dieser Korrektur den Winkel, den die magnetische Axe des Stabes mit dem astronomischen Meridiane bildet, oder die Deklination des magnetischen Meridianes.

Nach diesen Methoden sind an vielen Orten und zu verschiedenen Zeiten die magnetischen Deklinationen bestimmt, die Resultate derselben werden wir später zusammenstellen, hier wollen wir nur bemerken, daß die Deklination an den verschiedenen Orten Deutschlands jetzt zwischen  $14^\circ$  und  $17^\circ$  beträgt, und zwar ist sie westlich, d. h. das Nordende der Nadel weicht um so viel Grade nach Westen vom astronomischen Meridiane ab.

## §. 24.

**Bestimmung der Inklination.** Die Bestimmung der Neigung der magnetischen Axe einer Magnetenadel gegen die Horizontale ist eine weit schwierigere Aufgabe, als die Bestimmung der Deklination, da die notwendigen Bedingungen zu einer genauen Bestimmung hier weit schwieriger zu erfüllen sind. Da die Inklination jene Richtung der Nadel ist, welche sie in der Ebene des magnetischen Meridianes nur unter Einwirkung der magnetischen Kräfte annimmt, so ist zunächst erforderlich, daß die Nadel sich um eine genau zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrechte Drehungsaxe nur unter dem Einflusse der magnetischen Kräfte drehe. Damit letzteres der Fall sei, muß die Drehungsaxe genau der

den Schwerpunkt der Nadel gehen, eine Bedingung, welche auch der geschickteste Mechaniker nur annähernd erfüllen kann. Da die Drehung in der Vertikalebene erfolgt, so bedarf es ferner bei einem Apparat für die Inklinationsbeobachtungen fester Axen, die auf einer festen Unterlage ruhen; dadurch wird die Beweglichkeit der Nadel durch Reibung vermindert, und man kann deshalb nicht sicher sein, daß die Einstellung in die Inklinationsrichtung ganz scharf erfolgt ist. Dieses sind Fehlerquellen, welche auch bei den vorzüglichsten Apparaten nicht beseitigt werden können, welche deshalb bei der Inklinationsmessung kaum die Genauigkeit zu erreichen gestatten, die die älteren Beobachtungen der Deklination besaßen.

Um die Inklination zu bestimmen, hängt man die Magnetnadel in einen vertikalen getheilten Kreis, so daß die Drehungsaxe der Nadel mit der Axe des Kreises zusammenfällt, und daß die Spitzen der Nadel auf der Theilung des Kreises einspielen (Fig. 36). Bei den vorzüglichsten Inklinatorien von Meyerstein in Göttingen ist die Kreisteilung auf einer Scheibe von Spiegelglas eingeschnitten und besitzt einen Durchmesser von ungefähr 300 Millimeter. Ebenso lang sind die Nadeln.

Die durch den Schwerpunkt der Nadel geführten Drehungsaxen sind stählerne Cylinder von geringer Dicke; dieselben ruhen auf zwei Achatplatten, deren eine vor, deren andere hinter der Kreisebene auf Trägern von Messing ruhen. Die Ebenen der Platten sind senkrecht zur Kreisebene und in gleicher Höhe etwas unter der Axe des getheilten Kreises angebracht, so daß die Axe des die Drehungsaxe der Nadel bildenden Cylinders gerade durch den Mittelpunkt des Kreises geht. Der Vertikalkreis *V*



ist drehbar auf einem festen Horizontalkreis *H* befestigt, so daß seine Drehungsaxe mit der Axe des Horizontalkreises zusammenfällt. Der Horizontalkreis ist auf einem mit Stellschrauben versehenen Dreifuß befestigt, so daß seine Ebene vollkommen horizontal gestellt werden kann. Zur Kontrolle der Horizontalstellung dient die Röhrenlibelle *l*. Die Stellung des Vertikalkreises auf dem Horizontalkreise wird durch einen mit dem Vertikalkreise fest verbundenen Nonius bestimmt.

Zur Beobachtung der Inklination wird zunächst der Horizontalkreis vollkommen horizontal und damit der Vertikalkreis vertikal gestellt, und der letztere so gedreht, daß seine Ebene möglichst genau der Ebene des magnetischen Meridianes parallel gestellt ist. Der Winkel, den dann die magnetische Axe des Stabes mit dem horizontalen Durchmesser des Kreises macht, ist unter der Voraussetzung, daß das Instrument ganz vollkommen ist, der Inklinationswinkel. Man erhält ihn durch Beobachtung des Theilstriches, auf welchen die untere Spitze der Nadel zeigt. Zur genauern Beobachtung dieses Theilstriches ist die Kreisteilung an den Meyerstein-



schen Inklinatorien spiegelnd; das Auge ist richtig gestellt, wenn es sein eigenes Spiegelbild und die Spitze der Magnetnadel in der Mitte der Pupille desselben sieht.

Diese einfache Beobachtung würde jedoch im allgemeinen nur ein sehr ungenaues Resultat geben; sehr viel genauer wird es, wenn man die Beobachtungen vervielfältigt. Um die Fehler zu eliminieren, die daraus entspringen, daß die Nadel nicht genau centriscb aufgehängt ist, oder daß die Kreisteilung kleine Fehler hat, beobachtet man auch den Teilstrich, auf welchen die obere Spitze der Nadel zeigt, also den Winkel  $OS$  (Fig. 36). Wenn derselbe, was fast immer der Fall sein wird, von dem Winkel  $ON$ , der vorher beobachtet war, verschieden ist, so nimmt man aus beiden Werten das Mittel, und erhält so einen genauern Wert für die Neigung der geometrischen Axe der Nadel. Um den Fehler, der aus der Reibung der Axe entspringt, zu eliminieren, wiederholt man die Beobachtungen mehrere Male, indem man vor jeder Beobachtung die Nadel in Schwingungen versetzt oder abhebt und neu auflegt. Da es wahrscheinlich ist, daß die Nadel dann ebenso oft und ebenso weit über der richtigen Inklinationsrichtung stehen bleibt als unter derselben, so nimmt man schließlich aus allen diesen Beobachtungen das Mittel und erklärt so das erste partielle Resultat.

Ein weiterer Fehler kann dadurch entstehen, daß der als horizontal angenommene Durchmesser des Vertikalkreises etwas von der Horizontalen abweicht; um denselben zu eliminieren, dreht man den Vertikalkreis um  $180^\circ$  und macht dieselben Beobachtungen wie vorhin. War infolge der nicht ganz richtigen Stellung vorhin die Inklination zu groß gefunden, so ist sie jetzt um ebensoviel zu klein; das Mittel aus beiden Resultaten wird daher die Richtung der geometrischen Nadelaxe mit großer Genauigkeit geben.

Um zu untersuchen, ob die geometrische Axe der Nadel auch die Richtung der magnetischen Axe ist, oder einen etwaigen Fehler aus der Nichtkoincidenz der beiden Richtungen zu eliminieren, wird die Nadel umgelegt, so daß die früher vordere Seite zur hintern wird. Da die magnetische Axe sich immer in die Richtung der Inklination stellt, so wird die geometrische Axe jetzt um ebensoviel zu hoch sich stellen, wie sie sich vorher zu tief stellte. Macht man daher jetzt dieselben Beobachtungen wie vorhin und nimmt schließlich aus diesen und den früheren das Mittel, so würde man die Inklination richtig erhalten, wenn die Drehungsaxe genau durch den Schwerpunkt der Nadel ginge.

Um dieses zu untersuchen und einen etwaigen Fehler zu eliminieren, der daraus hervorgeht, daß das nicht der Fall ist, wird die Nadel ummagnetisiert, so daß das frühere Nordende zum Südende wird. Lag vorher der Schwerpunkt dem Nordende näher, wurde also der Neigungswinkel der Nadel durch die Schwere vergrößert, so liegt er jetzt dem Südende näher; der Neigungswinkel wird also jetzt verkleinert. Die Differenzen zwischen der beobachteten und wahren Neigung sind in beiden Fällen gleich groß, wenn die Nadel in beiden Fällen gleich stark magnetisiert ist. Ist das der Fall, wovon man sich durch Schwingungsversuche überzeugen muß, so stellt man ganz dieselben Beobachtungen an wie vorher, die Nadel noch nicht ummagnetisiert war, nimmt dann aus allen Beob-



achtungen das Mittel und erhält in diesem mit sehr großer Annäherung den wahren Wert der Inklination.

Wir haben bisher vorausgesetzt, daß die Ebene des Vertikalkreises mit derjenigen des magnetischen Meridianes übereinstimmt; ist die Richtung des Meridianes vorher an dem Beobachtungsorte nicht bestimmt, so kann man dieselbe mit Hilfe des Inklinatoriums ohne andere Hilfsmittel erhalten, da, wie wir vorhin schon bemerkten, die Neigung der Magnetnadel am kleinsten ist, wenn ihre Drehungsebene dem Meridiane parallel, am größten, und zwar gleich  $90^\circ$  ist, wenn die Drehungsebene senkrecht zum magnetischen Meridiane ist. Ist nämlich  $ON$  (Fig. 37) die Richtung und Größe der erdmagnetischen Kraft am Orte der Beobachtung, so ist die durch  $ONA$  gelegte Ebene die des magnetischen Meridianes. Wir können in derselben die Kraft  $ON$  in eine horizontale Komponente  $OA$  und in eine vertikale  $AN$  zerlegen. Diese letztere ist es, welche die in der Meridianebene um eine horizontale Axe schwingende Nadel in die Inklinationsrichtung dreht, während die horizontale Komponente sie der Horizontalen parallel zu stellen sucht. Ist die Größe der erdmagnetischen Kraft gleich  $I$  und der Inklinationswinkel gleich  $i$ , so sind die beiden Komponenten

$$OA = I \cos i; \quad NA = I \sin i,$$

und der Inklinationswinkel  $AON$  ist gegeben durch

$$\tan AON = \frac{NA}{OA} = \frac{I \sin i}{I \cos i}.$$

Ist die Inklinationsnadel in einer anderen Ebene  $ZOY$  drehbar, welche mit der Meridianebene den Winkel  $\alpha$  bildet, so bleibt die vertikale auf sie wirkende Komponente dieselbe, die horizontale wird eine andere; wir erhalten sie, wenn wir  $OA$  nach  $OY$  und  $OX$  zerlegen, in der  $OY$  parallelen Komponente  $OC = I \cos i \cos \alpha$ . Der Neigungswinkel der Nadel  $\angle OOC = i'$  ist dann gegeben durch

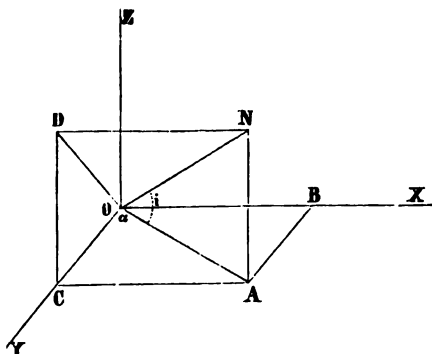
$$\tan i' = \frac{I \sin i}{I \cos i \cdot \cos \alpha} = \frac{\tan i}{\cos \alpha}.$$

Wächst  $\alpha$ , so wächst auch  $i'$  und ist  $\alpha = 90^\circ$ , so wird  $\cos \alpha = 0$ , somit  $\tan i' = \infty$  und  $i' = 90^\circ$ .

Um daher die Ebene des magnetischen Meridianes zu erhalten, hat man nur die Stellung des Vertikalkreises aufzusuchen, bei welcher die Nadel vertikal steht, und dann den Vertikalkreis um  $90^\circ$  zu drehen.

Indes kann diese Bestimmung keine sehr genaue sein, da dieselbe mit allen den Fehlern behaftet sein muß wie die Beobachtung der Inklination selbst; man wendet daher, wenn man die Richtung des Meridianes nicht genau genug kennt, besser ein anderes Verfahren an, welches

Fig. 37.



die Kenntniss dieser Richtung nicht verlangt. Ist nämlich in der  $ZOY$  die Neigung der magnetischen Axe  $i'$  gegeben durch

$$\tan i' = \frac{\tan i}{\cos \alpha},$$

so ist sie in der zu ihr senkrechten Ebene  $ZOX$  gegeben durch

$$\tan i' = \frac{\tan i}{\sin \alpha},$$

und aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich unmittelbar

$$\frac{1}{\tan^2 i} = \frac{1}{\tan^2 i'} + \frac{1}{\tan^2 i''},$$

Man hat daher nur in zwei beliebigen, zu einander senkrechten Ebenen die soeben beschriebenen Beobachtungen durchzumachen, um die Inklinationsbestimmung von der Richtung der Vertikalebene, in der die Beobachtung sich dreht, unabhängig zu machen.

Wie man durch eine genaue Untersuchung des Inklinatoriums diese Beobachtungen eine noch grössere Genauigkeit erhalten kann (Gauss bei der Beobachtung der Inklination zu Göttingen im Jahre 1833 gezeigt<sup>1)</sup>). Wir verweisen deshalb auf diese musterhafte Experimentuntersuchung.

Die mannigfachen Schwierigkeiten der genauen Inklinationsbestimmungen und besonders der Umstand, daß das Inklinatorium dieselbe Resultate für einen bestimmten Augenblick, sondern nur den Mittelwert eines längeren Zeitraums liefert, hat Lloyd veranlaßt, ein anderes Verfahren zur Beobachtung der Inklination zu wählen<sup>2)</sup>, welches auf dem Satze beruht, daß das magnetische Moment, welches ein weicher Eisenstab dem Einflusse eines Magnetes erhält, dem Magnetismus des Magnetes proportional ist. Ein vertikal gehaltener weicher Eisenstab wird durch die Richtigkeit jenes Satzes in aller Strenge vorausgesetzt, in jedem Augenblicke ein der augenblicklichen vertikalen Komponente der erdmagnetischen Kraft proportionales magnetisches Moment haben. Sei dieses gleich  $M$  wird, wenn  $I$  die totale erdmagnetische Kraft am Beobachtungsorte und  $i$  die Inklination ist,

$$M = a I \sin i$$

sein, worin  $a$  ein durchaus konstanter Faktor ist, nämlich das magnetische Moment des Stabes, welches die Einheit des freien Magnetismus in der Abstandseinheit erzeugt.

Wirkt der Stab aus dem Abstände  $R$  in irgend einer Lage auf in horizontaler Ebene drehbare Nadel, deren magnetisches Moment  $m$  ist, so wird er die Nadel um einen Winkel  $v$  ablenken, welcher, wenn wir die Glieder, welche höhere als die dritten Potenzen von  $R$  enthalten, vernachlässigen, nach §. 16 und 17 gegeben ist durch die Gleichung

<sup>1)</sup> Gauss, Beobachtungen der Inklination zu Göttingen im Sommer 1833. Resultate aus den Beobachtungen etc. Bd. VI.

<sup>2)</sup> Lloyd, Account of the magnetical Observatory of Dublin etc. By Humphrey Lloyd. Dublin 1842.

$$m I \cos i \cdot \sin v = \frac{m a I \sin i}{R^3} C \cos v,$$

da  $I \cos i$  ist die horizontale Komponente des Erdmagnetismus, und  $m I \cos i$  die Direktionskraft der abgelenkten Nadel; daraus folgt

$$\tan i = \frac{R^3}{C a} \tan v.$$

Die Konstante  $C$  hängt ab von der Lage des Eisenstabes und der abgelenkten Nadel, d. h. von den Winkeln, welche die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte mit der Ebene des magnetischen Meridianes und in dieser mit der Horizontalen macht. Sie läßt sich bei Kenntnis dieser Winkel nach §. 16 berechnen. Kennt man daher  $a$ , so läßt sich aus der Beobachtung von  $v$  der Wert von  $i$  berechnen.

Lloyd wandte diese Methode nicht zur Bestimmung von  $i$  an, sondern nur zur Beobachtung der Veränderlichkeit von  $i$  mit der Zeit; dazu braucht man  $a$  nicht zu kennen. Denn läßt man denselben Eisenstab immer in derselben Weise auf die Magnetnadel wirken, so ändert sich  $i$  nur mit  $v$  und zwar in demselben Sinne; aus der beobachteten Änderung von  $v$  kann man daher auf eine Veränderung von  $i$  zurückschließen. Hat man einmal durch genaue Beobachtungen am Inklinatorium den Wert von  $i$  und durch gleichzeitige Beobachtungen mit dem Eisenstabe  $v$  bestimmt, so kann man aus

$$\frac{\tan i}{\tan v} = \frac{R^3}{C a} = B$$

den Faktor von  $\tan v$  erhalten und durch

$$\tan i = B \cdot \tan v$$

die Änderungen der Inklinationsrichtung ihrer Größe nach berechnen.

In dieser Weise hat Lamont diesen Satz benutzt, um mit seinem magnetischen Reisetheodoliten die Inklinationen zu beobachten<sup>1)</sup>. An demselben wird nach den Deklinationsbeobachtungen ein Messingring befestigt, welcher in vertikaler Stellung zwei Eisenstäbe trägt, einen in östlicher, den anderen in westlicher Richtung von dem Magnetgehäuse entfernt. Befindet sich an der Ostseite der Nordpol des Stabes mit der Nadel in gleicher Horizontalebene, so befindet sich an der Westseite der Südpol des Stabes dort, und umgekehrt. Der Messingring ist mit dem Magnetgehäuse drehbar und ist so gestellt, daß die Verbindungslinie der beiden Stabpole durch die Mitte der Nadel geht und senkrecht ist zur magnetischen Axe der Nadel. Durch Beobachtungen an der Münchener Sternwarte ist für das Instrument ein für allemal  $B$  bestimmt; an dem Orte, an welchem die Inklination der Nadel gefunden werden soll, hat man daher nur  $v$  zu beobachten, um  $i$  zu erhalten.

Es ist dabei nur zu beachten, daß der temporäre Magnetismus des weichen Eisens mit der Temperatur sich ändert, daß also  $a$  eine Funktion der Temperatur ist. Auch diese, welche nach dem Früheren von der Form

$$a' = a(1 + mt + nt^2)$$

1) *Lamont*, Doves Repertorium. Bd. VII. *Müller*, Kosmische Physik. Braunschweig 1854.

ist, muß bestimmt sein und bei jeder Beobachtung zur Korrektion benutzt werden.

Diese Beobachtungsmethode beruht vollständig auf dem Satze, daß der temporäre Magnetismus im Eisen dem induzierenden Magnetismus unter allen Umständen proportional sei; daß also das Eisen ganz ohne Koercitivkraft sei. Das ist bekanntlich nicht der Fall, sondern alles Eisen besitzt, einmal magnetisiert, einen wenn auch geringen permanenten Magnetismus. Diesen kann man zwar unschädlich machen, indem man nach den ersten Beobachtungen die Stäbe umkehrt, so daß der Nordpol dort entsteht, wo vorhin der Südpol war, und aus den in beiden Fällen erhaltenen Werten von  $v$  das Mittel nimmt. Da in der einen Lage der Stäbe die Summe des temporären und permanenten Magnetismus, in der anderen Lage die Differenz beider wirkt, so giebt das Mittel die Ablenkung unter dem Einflusse des temporären Magnetismus allein.

Aber da das Vorhandensein des permanenten Magnetismus zeigt, daß das Eisen nicht frei ist von Koercitivkraft, so sind wir keineswegs sicher, daß der temporäre Magnetismus des Eisens der augenblicklichen erdmagnetischen Kraft proportional ist, da jedenfalls dann eine gewisse Zeit vergeht, ehe der magnetische Zustand des Eisens dem magnetischen Zustande der Erde folgt. Auf die Methode von Lamont hat dieser Umstand natürlich keinen störenden Einfluß, da dort die Eisenstäbe der Einwirkung des Erdmagnetismus hinlänglich lange ausgesetzt sind. Ob aber die Variationen der Inklination sich dennoch mit hinreichender Schärfe beobachten lassen, das ist noch nicht entschieden, nach einigen Versuchen von W. Weber<sup>1)</sup> aber einigermassen zweifelhaft.

## §. 25.

**Bestimmung der Intensität der erdmagnetischen Kraft.** Unter der Intensität der erdmagnetischen Kraft versteht man das Drehungsmoment, welches dieselbe einer mit der Einheit des magnetischen Moments begabten Magnetnadel erteilt, wenn dieselbe zur Richtung der Kraft senkrecht steht. Die direkte Beobachtung derselben ist, wie sich aus dem bei der Untersuchung der Inklination Gesagten ergibt, nicht leicht ausführbar, sie ist auch nicht erforderlich, da wir die totale Intensität leicht aus ihrer horizontalen Komponente berechnen können.

Über die Bestimmung der horizontalen Komponente der erdmagnetischen Kraft haben wir nach den Entwicklungen des §. 17 wohl kaum noch etwas hinzuzufügen, da wir dort ausführlich gezeigt haben, wie man zu der Konstanten  $T$  gelangt, welche wir damals als die Direktionskraft bezeichneten, welche eine in horizontaler Ebene drehbare, mit der Einheit des magnetischen Moments begabte Magnetnadel in den magnetischen Meridiane zurückzuführen sucht, wenn sie senkrecht zum magnetischen Meridiane steht. Diese Konstante  $T$  ist die horizontale Komponente der erdmagnetischen Kraft am Beobachtungsorte.

Denn da wir wissen, daß die magnetischen Anziehungs- und Abstosungskräfte den Magnetismen selbst proportional sind, so folgt, daß die

1) W. Weber, Resultate etc. Bd. VI. p. 85 ff. Man sehe auch Lamont in Doves Repertorium. Bd. VII.



Direktionskraft, welche einen Stab, dessen magnetisches Moment gleich  $M$  ist, in den magnetischen Meridian zurückführt,

$$D = M \cdot T,$$

worin  $T$  die horizontale Komponente des Erdmagnetismus bedeutet. Wie man aber sieht, wird  $D = T$ , wenn  $M = 1$  ist.

Um  $T$  in absolutem Maße auszudrücken, bedarf es zweier Messungen. Man muß einen Magnetstab frei horizontal schwingen lassen, seine Schwingungsdauer beobachten und sein Trägheitsmoment bestimmen. Man erhält so

$$M \cdot T = \frac{\pi^2 \cdot K}{t^2} = b.$$

Man lenkt dann mit dem untersuchten Magnetstab einen anderen ab und erhält aus dem beobachteten Ablenkungswinkel  $v$  und  $v_1$  und den Entfernungen  $R$  und  $R_1$ , aus welchen der untersuchte Stab in der ersten Hauptlage diese Ablenkungen hervorbringt:

$$\frac{M}{T} = \frac{1}{2} \frac{R_1^2 \tan v_1 - R^2 \tan v}{R_1^2 - R^2} = a.$$

Dividiert man die erste Gleichung durch die zweite und zieht die Wurzel aus, so wird

$$T = \sqrt{\frac{b}{a}}.$$

Wir erhalten in dieser Weise für  $T$  eine Zahl, deren Größe von der gewählten Einheit abhängt. Behalten wir die in §. 17 angeführte Einheit von Gauss bei, so bedeutet diese Zahl die Anzahl Kräfteinheiten, welche in einem Hebelarme von der Länge 1 mm wirkend demselben das gleiche Drehungsmoment erteilen, welches der Erdmagnetismus dem mit der Einheit des magnetischen Momentes begabten Magnete erteilt. Die Einheit der Kraft ist dabei jene, welche der Masse von einem Milligramm die Beschleunigung von einem Millimeter erteilt. Um die Zahlen anstatt in Gausschen in [CGS] Einheiten auszudrücken, müssen wir nach §. 17 den nach Gauss gegebenen Zahlenwert durch 10 dividieren.

Da wir weiter einem Stabe die Einheit des magnetischen Momentes beilegen, wenn das reduzierte Drehungsmoment, welches er einem gleich stark magnetischen Stabe erteilt, in jenen Einheiten der Kraft und der Länge gleich 1 war, so kann man jene Zahl auch dahin definieren, daß sie uns in absoluten Einheiten den Magnetismus giebt, welcher in der Abstandseinheit einem mit der Einheit des freien Magnetismus begabten Stabe dasselbe Drehungsmoment erteilt, wie der Erdmagnetismus.

Wie W. Weber gezeigt<sup>1)</sup> hat, bedarf es zu diesen Versuchen nicht notwendig eines Magnetometers, schon ein kleiner von ihm zusammengestellter Apparat gestattet es, in der Bestimmung der horizontalen Intensität eine Genauigkeit bis zu 0,05 des wahren Wertes zu erhalten.

Der Apparat besteht aus einer gewöhnlichen Busssole, deren Nadel eine Länge von 60 mm hat, und deren Kreis nur in ganze Grade geteilt ist. Bei einiger Übung gelangt man leicht dahin, die Stellung der Nadel

1) W. Weber, *Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereines*.  
Bd. I.



bis auf  $0,1^0$  abzulesen. Diese Busssole wird auf die Mitte eines Maßstabes gesetzt, dessen Länge 1 m ist und der in Millimeter geteilt ist. Außerdem gehört zu dem Apparate ein kleiner Magnetstab, dessen Länge am besten genau 100 mm, und dessen Breite und Dicke den achten Teil der Länge, also 12,5 mm beträgt. Der Magnet ist am bequemsten genau parallelepipedisch gearbeitet; sein Gewicht muß genau bekannt sein. Um den Stab schwingen lassen zu können, ist es gut, wenn er in seiner Mitte ein kleines Loch zur Aufnahme einer Nähnadel hat, durch deren Öhr man einen Seidenfaden zieht, an welchem der Stab aufgehängt wird. Auch ist es gut, den Stab zum Schutze gegen Luftströmungen in einen kleinen Kasten von der Form Fig. 38 aufzuhängen, wenn man seine Schwingungsdauer beobachten will.

Fig. 38.



Um mit diesem Apparate die Ablenkungsversuche zu machen, stellt man die Busssole auf die Mitte des Maßstabes, so daß sie in der Ruhelage auf die Teilstriche 0 und 180 zeigt, und stellt den Maßstab senkrecht zum magnetischen Meridian; man legt dann den Magnetstab in zwei oder drei verschiedene Entfernungen, sowohl östlich als westlich, und erhält so, wenn wir die Bezeichnungen des §. 17 beibehalten, zwei oder drei Werte von  $v$ , jeden aus vier beobachteten Ablenkungen der Nadel. Der geringste Abstand des Stabes von der Nadel muß der vierfachen Länge der Nadel gleich sein, so daß die Mitte des Magnets von der Mitte des Maßstabes immer wenigstens 300 mm entfernt sein muß. Bei dem größten Abstände des Stabes von der Nadel, bei welchem die Mitte des Stabes von der Nadel 450 mm entfernt ist, beträgt, wenn der Magnetstab gesättigt ist, die Ablenkung der Nadel in unseren Breiten mehr als  $20^0$ , bei einem Versuche W. Webers  $23^0 9'$ . Bei einer auf  $0,1^0$  genauen Ablesung ist also die erreichte Genauigkeit wenigstens 0,05.

Den Wert  $\frac{M}{T}$  berechnet man aus den gegebenen Versuchen in der angegebenen Weise, indem man bis zu dem zweiten Gliede der Reihe geht. Hat man drei Beobachtungen angestellt, so kann man dieselben benutzen, indem man je zwei kombiniert und schließlich das Mittel nimmt, oder in anderer Weise nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung den wahrscheinlichsten Wert berechnet.

Betreffs der Schwingungsbeobachtungen ist nichts zu bemerken. Um aus denselben  $MT$  zu erhalten, muß man das Trägheitsmoment des Magnets in Bezug auf die Drehungsaxe kennen, und um dieses leicht zu erhalten, ist dem Stabe möglichst genau die parallelepipedische Form zu geben. Ist nämlich die Länge des Stabes  $a$ , seine Breite  $b$ , sein Gewicht  $P$ , so ist das Trägheitsmoment desselben in Bezug auf die Umdrehungsaxe

$$K = \frac{a^2 + b^2}{12} P.$$

Damit erhält man dann  $M \cdot T$  und durch Kombination in der angegebenen Weise mit dem gefundenen  $\frac{M}{T}$  den Wert von  $T$  in absolutem Maasse.

Im Jahrgang 1838 der Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins hat W. Weber auch ein transportables Magnetometer beschrieben, mit welchem natürlich eine grössere Genauigkeit erreicht werden kann, als mit dem soeben beschriebenen Apparate.

Um in ähnlicher Weise leicht an verschiedenen Orten Beobachtungen machen zu können, hat Lamont auch an seinem Reisetheodoliten eine Vorrichtung zu Ablenkungsversuchen angebracht.

Diese Methode zur Bestimmung der horizontalen Intensität hat den grossen Mangel, daß sie dieselbe nur im Mittel einer längern Zeit giebt, wenn man nicht etwa an einem zweiten Magnetometer vergleichende Ablenkungsbeobachtungen macht, um die Schwingungen auf die Zeit der Ablenkungen zu reduzieren. Das bedarf dann aber noch eines besonderen Versuches. Da es aber von ebenso grossem Interesse ist, zu untersuchen, und in welcher Weise Änderungen der horizontalen Komponente der magnetischen Kraft stattfinden, als es war den Deklinationen zu folgen, hat Gauss auch für diese Untersuchung einen Apparat konstruiert<sup>1)</sup>, das Bifilarmagnetometer, welches die Intensität ebenso genau zu verfolgen gestattet, als das Unifilarmagnetometer die Deklination.

Zur Konstruktion des Bifilarmagnetometers wählte Gauss die Bifilarsuspension an, deren Theorie wir im ersten Bande Seite 521 gegeben haben. Wir sahen dort, daß wenn ein Körper an zwei Fäden gleicher Länge  $l$  aufgehängt ist, welche oben in einem Abstände  $2a$  befestigt und an dem Körper so angeknüpft sind, daß der Abstand der Anknüpfungspunkte  $b$  ist, derselbe sich in der Gleichgewichtslage befindet, wenn die beiden Fäden sich ihrer ganzen Länge nach in einer Vertikalebene befinden, welche gleichzeitig den Schwerpunkt des aufgehängten Körpers in sich aufnimmt. Wird der Körper durch Drehung um die Mittellinie der beiden Fäden aus dieser Lage gebracht, so entsteht ein Drehungsmoment, welches ihn in diese Lage zurückzubringen sucht, welches, wenn  $p$  das Gewicht des Körpers und  $\varphi$  der Winkel ist, um welchen der Körper aus seiner Lage gedreht war, gegeben ist in dem Ausdruck

$$apg \frac{h}{l} \frac{b}{l} \sin \varphi,$$

wenn  $h$  den vertikalen Abstand der obern und untern Aufhängepunkte bedeutet. Das Gewicht  $p$  ist in dem Ausdrucke mit der Beschleunigung  $g$  multipliziert, um absolutes Maass zu verwenden. Sind die Fäden lang gegen  $a$  und  $b$ , ist ferner  $\varphi$  nur ein kleiner Winkel, so kann man die eingetretene Hebung des Körpers vernachlässigen und  $h = l$  setzen, so daß das Drehungsmoment gleich wird<sup>2)</sup>

$$pg \frac{ab}{l} \sin \varphi.$$

1) Gauss, Resultate aus den Beobachtungen. Bd. II.

2) Eine Untersuchung über das bifilare Drehungsmoment, bei welcher gleichzeitig die bei der Ablenkung eintretende Biegung und Torsion der Fäden mit berücksichtigt wird, siehe man bei F. Kohlrausch, Wiedem. Ann. Bd. XVII, p. 744.

Ist mit dem aufgehängten Körper ein Magnet verbunden, so tritt zu der Direktionskraft infolge der Aufhängung noch eine andere, die magnetische Direktionskraft. Je nach der Lage des Magnetes sind drei Fälle zu unterscheiden. Erstens, wenn der Körper infolge der Aufhängung im Gleichgewichte ist, ist er es auch infolge der magnetischen Direktionskraft. Wie man sieht, ist das der Fall, wenn die Vertikalebene, welche die Drähte in ihrer Gleichgewichtslage aufnimmt, senkrecht ist zum magnetischen Meridiane, und der Magnet sich in seiner natürlichen Lage, Nord gegen Nord, im Meridiane befindet. Die Kraft, mit welcher der Körper in seiner Gleichgewichtslage zurückgehalten wird, ist dann gleich der Summe der beiden Direktionskräfte, der magnetischen und derjenigen infolge der Aufhängung.

Der zweite Fall unterscheidet sich von dem ersten nur dadurch, daß der Magnet, wenn die Fäden in der Gleichgewichtslage sich befinden, anstatt in der natürlichen Lage sich in der verkehrten Lage, Süd gegen Nord, im magnetischen Meridiane befindet. Auch dann ist der Apparat im stabilen Gleichgewicht, wenn die Direktionskraft infolge der Aufhängung gröfser ist als die magnetische; die Kraft, mit welcher der Körper in dieser Lage erhalten wird, ist die Differenz beider Direktionskräfte. Ist die magnetische Direktionskraft die gröfsere, so wäre das Gleichgewicht ein labiles; der Körper würde, einmal aus demselben gebracht, sich umkehren, bis der Magnet sich in der natürlichen Lage im Meridiane befindet.

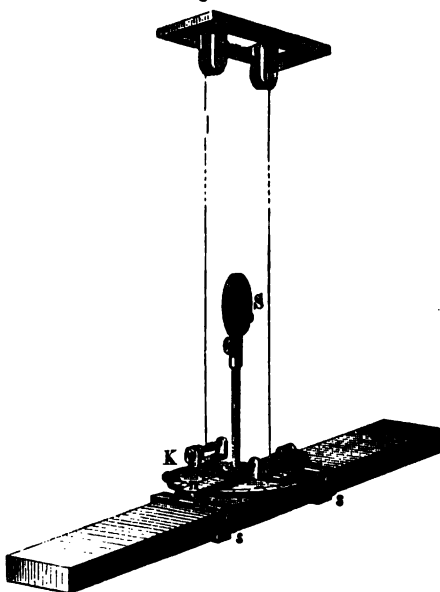
Der dritte Fall ist der, daß die magnetische Axe des Stabes irgend einem Winkel mit der immer als senkrecht zum magnetischen Meridiane vorausgesetzten Vertikalebene der beiden Fäden bildet, welcher kleiner ist als ein rechter. Der Magnetstab wird dann eine Lage annehmen, welche abhängt von dem Verhältnis der beiden Direktionskräfte und dem Winkel, den die magnetische Axe des Stabes mit jener Vertikalebene macht. Ändert sich die magnetische Direktionskraft, so ändert sich auch sofort die Stellung des Magnetes; wird sie gröfser, so wird er dem Meridiane näher gebracht, bis die Vergrößerung der Richtkraft infolge der stärkeren Drehung der Fäden der verstärkten magnetischen Kraft das Gleichgewicht hält. Verkleinert sich die magnetische Direktionskraft, so wird der Magnet stärker abgelenkt. Kennt man den Winkel, den der Stab in der Ruhelage mit dem Meridiane bildet, und die Drehung der Fäden, so erhält man nach den Gesetzen der Statik das Verhältnis der beiden Direktionskräfte, und kennt man diejenige infolge der Aufhängung, so kann man die magnetische Direktionskraft daraus berechnen.

Dieser letzte Fall ist also sehr geeignet die Aufgabe, welche Gauss sich gesetzt hatte, zu lösen, die Veränderungen der erdmagnetischen Kraft zu beobachten, denn wir erhalten den einem bestimmten Momente entsprechenden Wert von  $M \cdot T$ , und somit auch wenn der Magnetismus des Stabes durch frühere Versuche ein für allemal nach absolutem Mafse gefunden ist, den Wert von  $T$ .

Diesen Fall benutzte daher auch Gauss bei Konstruktion seines Bifilar-magnetometers. Der Magnetstab ist ähnlich wie bei dem einfachen Magnetometer in ein Schiffchen *ss* eingelegt, welches von einem getheilten Kreise *A* (Fig. 39) getragen wird. Der Kreis ist an zwei langen Drähten be-

der besser an den Enden eines einzigen, der oben an der Decke in etwa 4 cm entfernte Cylinder geführt ist; die Enden desselben an dem Kreise an Schrauben befestigt, so daß durch Drehung der Apparat etwas gehoben oder gesenkt werden kann. Das ist um das Centrum des drehbar und mit zwei versehen, welche an einem etrischen Axe des Schiffes Radius  $n$  des Kreises sind, der sich mit dem dreht. Man kann somit die Stellung des Schiffes lesen. In der Axe des st ferner ein drehbarer mit einer Alhidade und versehener Zapfen angewelcher einen kleinen trägt. Der Spiegel rewie bei dem einfachen eter in ein entferntes einen Teil der unter dem befestigten Skala. Auf ise ist jede horizontale des Kreises von einer be- Lage auf das genaueste ; kleinere Drehungen an , indem man die Skalen- achtet, welche an dem aze des Fernrohrs erscheinen, größere, indem man den Spiegel ge zurückdreht, bis wieder der frühere Skalenteil in das Fern- ektiert wird, und die Größe der Drehung auf dem geteilten it Hilfe der mit dem Zapfen des Spiegels verbundenen Nonien

Fig. 39.



Beobachtung der Intensitätsvariationen richtet man den Apparat maßen ein. Man legt zunächst in das Schiffchen ein dem Magnete Gewicht; der Apparat wird seine Gleichgewichtslage annehmen, die Drähte beide in einer Vertikalebene sich befinden. Das Schiffchen dann dem magnetischen Meridiane möglichst genau parallel was man daran erkennt, daß der Apparat bei Vertauschung des mit dem Magnete seine Stellung durchaus nicht ändert. Der wird dann so gestellt, daß das Bild der Skala in dem entfernten gesehen wird.

sch Schwingungsbeobachtungen wird die Direktionskraft  $S$  der bestimmt, welche etwas größer sein muß als die magnetische kraft des Magnets. Darauf wird der Magnetstab in das Schiffchen id zwar in verkehrter Lage, so daß sein Südpol gegen Norden bei, wie erwähnt, keine Änderung in der Stellung des Apparates darf. Man beobachtet dann die Schwingungsdauer  $t$ . Da jetzt *enz der Direktionskraft infolge der Aufhängung und der magne-*

tischen den Apparat zu drehen sucht, so ist, wenn  $K$  das Trägmoment des Apparates in Bezug auf die Drehungsaxe,  $M$  die magnetische Direktionskraft ist,

$$t^2 = \pi^2 \frac{K}{S - M}.$$

Man legt dann den Magnetstab in natürlicher Lage in das Sch Nord gegen Nord, und beobachtet die Schwingungsdauer  $\tau$ . Da die Summe der magnetischen Direktionskraft und derjenigen infolge der Ablenkung den Apparat richten, so ist

$$\tau^2 = \pi^2 \frac{K}{S + M}.$$

Man erhält daraus das Verhältniß der beiden Kräfte  $S$  und

$$S + M : S - M = t^2 : \tau^2$$

$$2S : S - M = t^2 + \tau^2 : \tau^2$$

$$2M : S - M = t^2 - \tau^2 : \tau^2,$$

und aus den beiden letzten Gleichungen

$$S : M = t^2 + \tau^2 : t^2 - \tau^2.$$

Weicht dieses Verhältniß sehr von der Gleichheit ab, so nähern sich die Drähte einander, so daß etwa  $S = 1,1 M$  ist, was durch Rechnung leicht bestimmt werden kann.

Nachdem der Apparat so weit geordnet ist, sucht man dem Magnetstab eine solche Lage zu geben, daß er senkrecht zum magnetischen Meridiane zu stehen kommt, wenn der Apparat sich selbst überlassen nachdem der Magnet gedreht ist.

Die untere Verbindungslinie der Aufhängepunkte der Drähte gegen die obere um einen gewissen Winkel  $z$  gedreht, und da die Direktionskraft infolge der Aufhängung dem Sinus dieses Winkels proportional ist, so ist die Kraft, mit welcher der Apparat in Folge dessen abgelenkt wird, gleich  $S \cdot \sin z$ .

Da der Magnet senkrecht zum magnetischen Meridiane stehen wird derselbe durch das ganze Drehungsmoment  $M$ , welches der Erdmagnetismus ihm erteilt, zurückgeführt. Die Gleichgewichtsbedingung

$$S \sin z = M$$

$$\sin z = \frac{M}{S} = \frac{t^2 - \tau^2}{t^2 + \tau^2}.$$

Dreht man daher den Magnetstab aus seiner natürlichen Lage einen Winkel  $90^\circ \pm z$ , etwa so, daß sein Nordpol nach Osten wird derselbe wieder in den magnetischen Meridian zurückzukehren und das ihn zurückführende Drehungsmoment wird zunächst zu bis der Magnet mit dem magnetischen Meridiane einen rechten Winkel bildet. Dann ist es gleich  $M$ .

Der Magnet kann aber, da man nach der Drehung das Seil wieder am Kreise festgeklemmt hat, nur zurückkehren, indem er sich um  $z$  und mit diesem die untere Verbindungslinie der Fäden dreht. Ist der Magnet senkrecht zum magnetischen Meridiane geworden, so haben sich die



man den Winkel  $z$  gedreht, die Gleichgewichtsbedingung ist dann erreicht, da die magnetische Direktionskraft  $M$  den Apparat nach der einen, die Direktionskraft  $S \sin z$  ihn nach der andern Seite zu drehen sucht. Dreht man jetzt den Spiegel um den Winkel  $z$  nach der Seite, nach welcher der Apparat gedreht war, so sieht man im Fernrohr wieder denselben Punkt der Skala reflektiert wie früher.

In dieser von Gauss die transversale genannten Lage bleibt der Apparat stehen und die Änderungen der Intensität beobachtet man an der Skala. Denn wird  $M$  jetzt größer, so hält  $S \sin z$  nicht mehr der ganzen horizontalen Komponente das Gleichgewicht, der Stab dreht sich gegen eine natürliche Lage, bis der vergrößerte Winkel  $z$  der dann noch bleibenden Komponente von  $M$  das Gleichgewicht hält. Wird  $M$  kleiner, so wird der Magnetstab der verkehrten Lage zugekehrt, so weit, bis die Verkleinerung von  $z$  der noch übrig bleibenden Komponente das Gleichgewicht hält.

Man beobachtet die Gleichgewichtslage des Biflarmagnetometers jedenfalls am besten aus den Schwingungen desselben, wie bei der Beobachtung der Deklinationen. Die Schwingungsdauer des Apparates läßt sich leicht folgendermaßen erhalten. Ist der Apparat um einen Winkel  $\alpha$  nach der einen Seite gedreht, so ist die Kraft, welche ihn in die frühere Lage zurücktreibt,

$$S \sin(z + \alpha) - M \cos \alpha,$$

oder wenn wir den Sinus der Summe  $z + \alpha$  auflösen und beachten, daß  $S \sin z - M = 0$ ,

$$S \cos z \sin \alpha,$$

so daß  $S \cos z$  die Kraft ist, welche den aus der transversalen Lage um  $90^\circ$  gedrehten Apparat in seine Gleichgewichtslage zurücktreibt; daraus folgt für die Schwingungsdauer

$$t_1^2 = \pi^2 \cdot \frac{K}{S \cos z}.$$

Nun ist

$$\cos z = \sqrt{1 - \frac{M^2}{S^2}} = \frac{\sqrt{S^2 - M^2}}{S},$$

deshalb

$$t_1^2 = \pi^2 \cdot \frac{S}{\sqrt{S^2 - M^2}},$$

oder

$$t_1^2 = t \cdot \tau.$$

Die Schwingungsdauer des Apparates bei transversaler Lage des Magnetes ist gleich der mittleren Proportionalen zwischen den Schwingungsdauern des Apparates bei natürlicher und verkehrter Lage des Magnetes.

Wir erhalten die Änderung der Intensität direkt in Teilen der Skala; sucht man daraus den Ablenkungswinkel  $v$  aus der transversalen Lage zu bestimmen, so ist nach dem Vorigen, weil  $S \cos z$  die Direktionskraft des Apparates in absolutem mechanischem Maße ist,

$$S \cos z \sin v,$$

oder da wir bei so kleinen Ablenkungen den Sinus mit dem Bogen, den-

selben natürlich auch in Theilen des Halbmessers ausgedrückt, vertauschen können

$$v S \cos z$$

die Änderung der magnetischen Direktionskraft in absolutem Mafse. Da nun die magnetische Direktionskraft selbst gleich  $S \sin z$  ist, so wird

$$v \cdot \frac{S \cos z}{S \sin z} = v \cot z = v \cdot \frac{2/r}{t^2 - r^2}$$

die Änderung der magnetischen Direktionskraft in Bruchtheilen derselben und somit auch die Änderung der horizontalen Komponente der erdmagnetischen Kraft in Bruchtheilen derselben<sup>1)</sup>.

Aus der horizontalen Komponente der erdmagnetischen Kraft  $T$  und dem Inklinationwinkel  $i$  erhält man dann die totale Intensität des Erdmagnetismus  $I$

$$I = \frac{T}{\cos i},$$

und ebenfalls dann aus dieser in

$$V = I \cdot \sin i$$

die vertikale Komponente, so dafs die drei Elemente: Deklination, Inklination und Intensität die erdmagnetische Kraft am Orte der Beobachtung der Gröfse und Richtung nach vollständig bestimmen.

### §. 26.

**Der magnetische Zustand der Erde.** Nach den in den letzten drei Paragraphen beschriebenen Methoden sind an vielen Orten der Erde magnetische Beobachtungen angestellt worden. Für die verschiedensten Punkte der Erde sind die Deklination und Inklination und in neuester Zeit auch die horizontale Intensität bestimmt worden. Wenn auch die Beobachtungen bei weitem noch nicht zahlreich genug sind, um den magnetischen Zustand der Erde mit denselben vollständig zu bestimmen, so reichen sie doch, wie Gauss gezeigt hat, hin, um gewisse Sätze über den magnetischen Zustand der Erde abzuleiten und denselben im allgemeinen zu charakterisieren.

Um einen Überblick über die Resultate der Beobachtungen zu erhalten, hat man schon früh ein graphisches Verfahren angewandt, indem man auf genauen Karten der Erde oder einzelner Theile derselben die beobachteten Deklinationen und Inklinationen, und jetzt auch die Intensitäten eintrug. Auf diese Weise erhielt man die Orte, an welchen sich die Deklinationen oder Inklinationen gleich zeigten, und man fand, je mehr Beobachtungen angestellt wurden, dafs die Orte, an welchen eines der drei Elemente gleichen Wert hatte, durch Linien mit einander verbunden werden konnten, welche im grofsen und ganzen nicht zu vielfach gekrümmt waren. Unter der Voraussetzung, dafs jedes der drei Elemente an der Erdoberfläche sich stetig, nicht sprungweise ändert, eine Voraussetzung,

<sup>1)</sup> Man sehe auch die Abhandlungen von *W. Weber* in den Resultaten Bd. II, p. 20, und von *Gauss* in den Resultaten Bd. IV, in welcher letzterer das *Büdlarmagnetometer* ganz allgemein behandelt ist.

welche nach der im vorigen Kapitel dargelegten Lehre von dem magnetischen Verhalten der Körper notwendig ist, wenn wir die Erde selbst als einen grossen Magnet ansehen, erhielten diese Linien eine grosse Bedeutung. Denn dann war man berechtigt anzunehmen, dass alle von diesen Linien getroffenen Orte auch für jenes Element denselben Wert hätten wie jene Orte, welche man zuerst wegen der Gleichheit dieses Elementes verband.

Auf diese Weise entstanden auf den Karten drei Liniensysteme, deren eines die Orte gleicher Deklination mit einander verbindet, man nennt es das System der Isogonen; das zweite besteht aus jenen Linien, welche die Orte gleicher Inklination verbinden, es ist das System der Isoklinen, und das dritte verbindet die Orte gleicher Intensität und führt den Namen der Isodynamen.

Die Isogonen und Isoklinen reichen noch nicht allein hin, um die Richtung der Magnetnadel im Raume an einem Orte zu bestimmen, da sie von veränderlichen Richtungen aus gerechnet werden, die Isogonen von der Richtung des Meridianes, die Isoklinen von derjenigen der Horizontalen aus. Beide Richtungen sind aber für verschiedene Orte verschieden. Man muss daher zu den Isogonen noch die geographische Länge, zu den Isoklinen die Breite hinzufügen, um die Richtung der Nadel zu bestimmen.

Anstatt die Richtung der Magnetnadel durch die Deklination und Breite auf den Karten zu verzeichnen, hat Duperrey eine andere Konstruktion angewandt, die Zeichnung magnetischer Meridiane. Ein magnetischer Meridian ist die Verbindungslinie aller der Orte, an welchen die Richtung der horizontalen Magnetnadel im Raume dieselbe ist. Eine Magnetnadel, welche ihn durchläuft, muss demnach an allen Punkten desselben in derselben Vertikalebene sich befinden. Die Deklination der Magnetnadel ist eben deshalb an den verschiedenen Orten auf demselben magnetischen Meridiane verschieden, so wie die Richtung der Nadel an den Orten gleicher Deklination verschieden ist; denn da die Richtung der verschiedenen astronomischen Meridiane eine verschiedene ist, so muss dieselbe Richtung mit den verschiedenen Meridianen verschiedene Winkel bilden.

Auf diese Weise sind mehrfach magnetische Karten konstruiert worden, zuerst von Halley für das Jahr 1700, später von Hansteen für das Jahr 1780 und für die Jahre 1600, 1700 und 1800. Letztere sind nur Deklinationskarten. A. Ermann gab später eine Karte der Deklinationen für 1827—1830 und Barlow eine für 1833. Daran schliesst sich die allgemeine Karte von Duperrey mit Meridianen und schliesslich der den Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins beigegebene Atlas, den Gauss bei der Durchführung seiner allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus hatte ausführen lassen. Die deutsche Seewarte gab schliesslich drei erdmagnetische Karten, welche die Linien gleicher Deklination, Inklination und gleicher Horizontalintensität für 1880 enthalten<sup>1)</sup>.

Aus den Deklinationskarten ergibt sich im allgemeinen, dass die Deklination an den verschiedenen Orten die verschiedensten Werte hat, dass sie nahe auf der Hälfte der Erde westlich, auf der andern östlich ist. Beide Hälften sind getrennt durch die Orte ohne Deklination, welche auf einer wahrscheinlich in sich geschlossenen Linie liegen, die jedoch vielfach

1) *Annalen der Hydrographie Bd. VIII.*

gekrümmt ist. Man kennt von dieser Linie bis jetzt zwei getrennte Teile der eine dieser Teile durchschneidet die Hudsonsbai, den östlichen Teil von Nordamerika, tritt ungefähr bei  $73^{\circ}$  W. L. von Greenwich und  $38^{\circ}$  N. Br. in den atlantischen Ocean, zieht sich östlich an den westindischen Inseln vorüber, durchsetzt die Ostspitze von Südamerika und tritt bei ungefähr  $40^{\circ}$  W. L. von Greenwich und  $20^{\circ}$  S. Br. wieder ins Meer. Der andere Teil zieht sich zwischen dem  $45.$  und  $50.$  Grad O. L. durch das russische Asien geht durch das kaspische Meer und wendet sich, nachdem er das östliche Arabien durchzogen, stark nach Osten dem australischen Kontinente zu.

Auf der einen Seite dieser Agone ist die Deklination westlich, nämlich auf der europäischen, auf der anderen ist sie östlich; die Deklination ist um so größer, je weiter man sich von den Agonen entfernt. Die Isogonen haben sonst im allgemeinen einen ähnlich gekrümmten Lauf wie die Agone.

Da sich in den astronomischen Polen alle Meridiane schneiden, so müssen sich deshalb auch alle Isogonen dort schneiden, d. h. am Pol hat die Deklination alle möglichen Werte, obwohl die Nadel dort nur eine feste Richtung hat; die Deklination ist verschieden, je nach dem Meridiane, welchen man aus den unendlich vielen im Pole sich schneidenden auswählt, um mit ihm die Richtung der Magnetnadel zu vergleichen.

Die Isogonen schneiden sich außerdem noch in zwei anderen Punkten, in der Nähe der beiden Pole der Erde, in welchen die horizontale Magnetnadel durchaus keine bestimmte Richtung mehr hat, weil dort die Richtung der erdmagnetischen Kraft vertikal ist. Man nennt diese Punkte die magnetischen Pole der Erde. Der eine derselben, der nördliche magnetische Südpol, befindet sich nach den Beobachtungen des Kapitän Ross bei  $70^{\circ} 5'$  nördlicher Breite und bei  $96^{\circ} 46'$  westlicher Länge von Greenwich. Der südliche magnetische Pol liegt nach Gauss in der Gegend von  $66^{\circ}$  südlicher Breite und  $146^{\circ}$  östlicher Länge von Greenwich. Die beiden Pole liegen also nicht an den entgegengesetzten Enden eines Durchmessers der Erde.

Die Inklination hat ebenfalls an den verschiedenen Punkten der Erde sehr verschiedene Werte, sie ist auf einem Teile der Erde so, daß der Nordpol, auf dem andern so, daß der Südpol unter der Horizontalen steht. Auf beiden Teilen durchläuft sie alle Werte von  $0^{\circ}$  bis  $90^{\circ}$ . Die beiden Teile sind getrennt durch Orte, an welchen die Magnetnadel horizontal, also ohne Neigung ist. Die Kurve, welche diese Orte verbindet, nennt man die Aklina oder den magnetischen Äquator. Derselbe liegt in der Nähe des astronomischen Äquators, welchen sie mehrfach schneidet, nämlich in der Nähe der Westküste von Afrika im atlantischen Ocean und in stillen Ocean. Von dem ersten Schnittpunkte nach Osten durchschneidet die Aklina das mittlere Afrika, entfernt sich südlich von Arabien bei ungefähr  $50^{\circ}$  O. L. von Greenwich bis zum  $18^{\circ}$  N. Br. vom Äquator, senkt sich dann südlich an Asien vorbeilaufend wieder zum Äquator, schneidet ihn im stillen Ocean und entfernt sich dann nach Süden hin von ihm bei ungefähr  $15^{\circ}$  S. Br. in der Nähe der Küste von Brasilien.

Südlich vom magnetischen Äquator ist die Inklination eine südliche nördlich von ihm ist sie nördlich, sie wächst, je weiter man sich von demselben entfernt und wird schließlich in den magnetischen Polen gleich  $90^{\circ}$ . An der vertikalen Stellung der Inklinationsnadel geben sich di

netischen Pole zu erkennen. Die Linien gleicher Neigung umgeben magnetischen Pole in ähnlicher Weise wie die Parallelkreise die astroischen, ohne daß sie jedoch wie diese Kreise wären. Sie sind alle mehrfach gekrümmte Kurven.

Die Linien gleicher Intensität laufen ungefähr wie die Isoklinen; sie en, daß die Intensität in der Nähe des Äquators am kleinsten ist, und sie zunimmt, je weiter man sich von demselben entfernt. Die Punkte ster Intensität fallen nicht mit den magnetischen Polen zusammen, ja gibt deren mehrere. Auf der nördlichen Halbkugel sind deren zwei immt, der eine in Nordamerika, der andere im nördlichen Asien; die nsität ist dort ungefähr die doppelte von jener am Äquator<sup>1)</sup>.

Es fragt sich nun, welcher ist der magnetische Zustand der Erde, dem die oben in groben Zügen dargelegten Erscheinungen hervorgehen, mit anderen Worten, wie muß die Erde magnetisiert sein, wo liegen Pole dieses Magnetes, in welcher Richtung seine Axe, wo ist seine ellinie, schließlic wie stark ist er magnetisiert, was ist sein magnes Moment. Alle diese Fragen kann nur eine mathematische Behandlösen, welche von den Grundgesetzen des Magnetismus ausgehend die und Kraft des Magnetes zu berechnen sucht, welcher an der Oberfläche Erde sich in der durch die Beobachtungen gegebenen Weise äußert.

Der Erste, welcher den Versuch machte diese Frage zu lösen, war as Mayer<sup>2)</sup>. Er schlug dazu folgenden Weg ein. Er nahm an, es besich in der Erde ein kleiner Magnet, dessen Mittelpunkt mit demgen der Erde zusammenfällt, und dessen Pole sich in geringer Entung von demselben befinden. Er berechnete dann nach den Gesetzen magnetischen Anziehung und Abstofsung den Einfluß, welchen dieser net auf einen kleinen Magnet an irgend einem Punkte der Erdoberne haben würde. Die an diesem Punkte wirksame Kraft kann man in Komponenten zerlegen, von denen zwei der Horizontalebene des beenden Ortes parallel, die dritte dagegen vertikal ist. Von den beiden ontalen Komponenten ist die eine dem astronomischen Meridiane par, die andere zu ihm senkrecht. Das Verhältnis der beiden letzten Komnten giebt die Richtung des magnetischen Meridianes, die Wurzel aus Summe ihrer Quadrate die horizontale Intensität, und das Verhältnis er zur vertikalen Komponente die Richtung der Inklination.

Ohne auf diese Theorie weiter einzugehen, die später auch Biot und re verfolgten, sind einige wesentliche Schlüsse derselben leicht zu übern. Es müssen nämlich nach derselben die beiden magnetischen Pole Punkte sein, wo die verlängerte Axe des kleinen Magnetes die Erdfläche trifft. Der magnetische Äquator muß ein größter Kreis sein, der senkrecht ist zu der Verbindungslinie der beiden Pole; die magneten Meridiane müssen ebenfalls größte Kreise und senkrecht zum magneten Äquator sein. Die Richtung einer ganz frei schwebenden Magnetel muß auf allen Punkten eines mit dem magnetischen Äquator paral-

1) Man sehe die verschiedenen Atlanten des Erdmagnetismus, besonders den Gauss, welcher den Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen eines beigegeben ist, und die Tabelle im Bd. III der Resultate p. 36 ff. und Karten der deutschen Seewarte für 1880.

2) Gehlers Wörterbuch Bd. VI. 2. Erdmagnetismus, Theorie.



lelen Kreises dieselbe sein; und schliesslich die Intensität mufs am Äquator am kleinsten, an den Polen am grössten und auf den verschiedenen Punkten der magnetischen Parallelen dieselbe sein.

Ein Vergleich dieser Folgerungen mit den Resultaten der Beobachtung zeigt aber sofort, dafs kaum eine einzige bestätigt wird, dafs weder der magnetische Äquator, noch die Meridiane grösste Kreise, noch auch dafs dieselben zu einander senkrecht sind. Ebenso ist es mit den anderen Folgerungen.

Der magnetische Zustand der Erde ist also nicht derartig, als wenn in dem Innern der Erde ein solcher kleiner Magnet vorhanden wäre.

Die Unzulänglichkeit dieser Theorie führte Hansteen<sup>1)</sup> zu der Annahme, der magnetische Zustand der Erde liefse sich darstellen durch zwei im Innern der Erde vorhandene kleine Magnete von ungleicher Lage und ungleicher Stärke. Um die Folgerungen aus dieser Annahme zu ziehen, hat man die Rechnungen ganz ähnlich zu führen, wie wir sie oben andeuteten. Hansteen hat dieselben durchgeführt, und um die Resultate der Theorie, die sich hier nicht so übersichtlich darstellen lassen, mit der Erfahrung zu vergleichen, für 48 Orte die drei Elemente der erdmagnetischen Kraft berechnet und mit den Beobachtungen zusammengestellt. In dieser Zusammenstellung<sup>2)</sup> zeigen sich aber zwischen Erfahrung und Theorie so bedeutende Unterschiede, dafs man die Theorie nur als unzulänglich bezeichnen kann; die Unterschiede zwischen den berechneten und beobachteten Werten steigen bei der Deklination auf fast 30° und bei der Inklination auf fast 13°.

Bei so bedeutenden Abweichungen wird man zu dem Schlusse geführt, dafs die magnetische Beschaffenheit der Erde keine solche ist, für welche eine Konzentrierung in einen oder in ein paar einzelne kleine Magnete gesetzt werden kann. Es würde nun wohl möglich sein, durch die Annahme einer gröfseren Anzahl von Magneten und deren passende Verteilung im Innern der Erde eine genügende Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung herzustellen, indes wird man die so angenommene Beschaffenheit des magnetischen Zustandes der Erde nicht als der Wirklichkeit entsprechend ansehen dürfen, ebensowenig wie wir der Emissionshypothese eine reale Geltung zulegen können, welche durch Häufung von Hypothesen instande war, eine grofse Anzahl von Lichterscheinungen aus sich abzuleiten.

Deshalb schlug Gauss in seiner allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus<sup>3)</sup> einen ganz anderen Weg ein; er legte keine Hypothese über die magnetische Verteilung in der Erde zu Grunde, sondern ging von der durch die Beobachtungen gelieferten Äufserungen der magnetischen Erdkraft aus. Es gelang ihm auf diese Weise nicht nur, die beobachteten Werte der drei Elemente durch eine Formel wiederzugeben, sondern auch die Lage der magnetischen Axe in der Erde und das magnetische Moment der ganzen Erde zu bestimmen. Wir müssen uns hier damit begnügen, die

1) *Hansteen*, Untersuchungen über den Magnetismus der Erde. *Gehler* Wörterbuch Bd. VI, 2.

2) Die Zusammenstellung findet sich vollständig in *Gehlers* Wörterbuch Bd. VI, 2. p. 1072 ff.

3) *Gauss*, Resultate aus den Beobachtungen etc. Bd. III.

undzüge dieser Theorie darzulegen, da eine vollständige Behandlung derselben sehr schwierige mathematische Entwicklungen voraussetzt.

Die Grundlage der Gauss'schen Untersuchungen ist die Voraussetzung, daß die erdmagnetische Kraft die Gesamtwirkung der magnetischen Theile des Erdkörpers ist; das Magnetisirtsein stellt sich Gauss als Scheidung der magnetischen Flüssigkeiten vor, so also, daß die magnetischen Theile der Erde aus Elementarmagneten bestehen. Als Maß der magnetischen Flüssigkeiten wendet er das absolute von ihm aufgestellte Maß an, nach welchem als positive Einheit jene Quantität nördlichen Fluidums gedacht wird, welche auf eine ebenso große Quantität desselben Fluidums in der gleichen Einheit angenommenen Entfernung eine bewogende Kraft ausübt, die der zur Einheit angenommenen gleich ist. Südlicher Magnetismus ist demnach mit dem negativen Vorzeichen zu versehen; da nach der Theorie der Scheidung in jedem Elementarmagnete genau ebensoviel Südmagnetismus wie Nordmagnetismus vorhanden ist, muß die Summe der Magnetismen in der Erde wie in jedem Magnete gleich null sein.

Da die Magnetismen nach dem umgekehrten Quadrate der Entfernungen wirken, können wir für jeden Punkt der Erde die Richtung und Größe der magnetischen Kraft, also auch die drei der Beobachtung zuzurechnenden Größen: Deklination, Inklination und Horizontalintensität berechnen, wenn wir für jeden Punkt der Erde die Potentialfunktion des in der Erde vorhandenen Magnetismus angeben können. Ist  $d\mu$  das in einem Raumelement der Erde vorhandene Quantum an freiem Magnetismus und  $\rho$  der Abstand desselben von irgend einem Punkte des Raumes, dessen Koordinaten in einem irgend wie gelegten rechtwinkligen Koordinatensystem  $x, y, z$  sind, so ist nach §. 2 die Potentialfunktion des Magnetismus der Erde in dem betrachteten Punkte des Raumes

$$V = \int \frac{d\mu}{\rho},$$

wo die Integration über die ganze Erde auszudehnen ist.

Die den Koordinatenachsen parallelen Komponenten der Kraft sind

$$\xi = - \frac{\partial V}{\partial x}, \quad \eta = - \frac{\partial V}{\partial y}, \quad \zeta = - \frac{\partial V}{\partial z}$$

und die Größe der resultierenden Kraft ist

$$\psi = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}.$$

Kennt man somit für den betrachteten auf der Oberfläche der Erde liegenden Punkt den Winkel, den die Richtung des Meridians und der Horizontalen mit den Koordinatenachsen bildet, so kann man alle den Erdmagnetismus betreffenden Größen aus dem Werte von  $V$  berechnen.

Anstatt die Potentialfunktion in rechtwinkligen Koordinaten auszudrücken, können wir auch andere einführen, und Gauss wählte dafür die Entfernung  $r$  des betrachteten Punktes von dem Mittelpunkt der Erde, den Winkel  $u$ , welchen die Richtung  $r$  mit dem nördlichen Teil der Erdaxe bildet und den Winkel  $\lambda$ , den eine durch  $r$  und die Erdaxe gelegte Ebene mit einer festen Meridianebene bildet.

Sind  $r_0$ ,  $u_0$ ,  $\lambda_0$  die Koordinaten eines Elementes  $d\mu$  der Erde, sei weiter  $r$ ,  $u$ ,  $\lambda$  diejenigen des betrachteten, irgendwo im Raume liegenden Punktes, so wird zunächst in diesen Koordinaten ausgedrückt

$$\varrho^2 = r^2 - 2rr_0 \{ \cos u \cos u_0 + \sin u \sin u_0 \cos(\lambda - \lambda_0) \} + r_0^2.$$

Man übersieht diese Form für  $\varrho$  am leichtesten, wenn man  $\varrho$  s zunächst durch rechtwinklige Koordinaten darstellt, deren Z-Axe mit der Erdaxe, deren Y-Axe mit dem Äquatorialradius der festen Meridianebe zusammenfällt, und deren X-Axe senkrecht zu dieser Ebene ist. Drückt man die rechtwinkligen Koordinaten durch  $r$ ,  $u$ ,  $\lambda$  aus, so erhält man den Ausdruck für  $\varrho$  unmittelbar. Damit wird

$$V = \int \frac{d\mu}{\sqrt{r^2 - 2rr_0 \{ \cos u \cos u_0 + \sin u \sin u_0 \cos(\lambda - \lambda_0) \} + r_0^2}}.$$

Gauss setzt nun für die Potentialfunktion eine nach fallenden Potenzen von  $r$  fortschreitende Reihe, welcher er die Form giebt

$$-V = \frac{R^2 P^0}{r} + \frac{R^3 P^1}{r^2} + \frac{R^4 P^2}{r^3} + \frac{R^5 P^3}{r^4} + \dots,$$

worin  $R$  den Radius der Erde, dieselbe als Kugel betrachtet, bedeutet.

Die Koeffizienten dieser Reihe sind nur mehr Funktionen von  $\lambda$  und  $u$ . Entwickelt man nämlich den Ausdruck im Nenner unter dem Integralzeichen in eine Reihe, so werden z. B. die beiden ersten Glieder der Reihe

$$\frac{1}{r} + \frac{r_0}{r^2} \{ \cos u \cos u_0 + \sin u \sin u_0 \cos(\lambda - \lambda_0) \} + \frac{r_0^2}{r^3} + \dots,$$

somit wird

$$R^2 P^0 = - \int d\mu$$

$$R^3 P^1 = - \{ \alpha \cos u + \beta \sin u \cos \lambda + \gamma \sin u \sin \lambda \},$$

worin

$$\begin{aligned} \alpha &= \int r_0 d\mu \cos u_0 & \beta &= \int r_0 d\mu \sin u_0 \cos \lambda_0 \\ \gamma &= \int r_0 d\mu \sin u_0 \sin \lambda_0 \end{aligned}$$

bedeuten.

Nach der von Gauss angenommenen Verteilungstheorie des Magnetismus ist in der Erde genau soviel nördlicher wie südlicher Magnetismus vorhanden, es ist deshalb  $\int d\mu$  und damit  $P^0 = 0$ . Für die Punkte der Erdoberfläche nimmt in der Reihe für  $V$  die Grösse  $r$  den Wert  $R$  für diese wird daher unter Beachtung daß  $P^0 = 0$ ,

$$-V = R(P' + P'' + P''' + \dots),$$

und auch hier sind die Koeffizienten  $P'$ ,  $P''$  ... nur abhängig von  $u$  und  $\lambda$ , sie lassen sich, wie das Beispiel für  $P'$  zeigt, durch Ausdrücke darstellen, welche ausser konstanten Koeffizienten nur Potenzen von  $\sin u \cos u$ ,  $\sin \lambda$ ,  $\cos \lambda$  enthalten. In dieser Weise enthält der Ausdruck  $P'$ , wie wir sehen, drei Glieder mit drei konstanten Zahlenkoeffizienten der Ausdruck für  $P''$  enthält fünf, für  $P'''$  sieben, für  $P''''$  neun Koeffizienten u. s. f. Eine genauere Untersuchung dieser Koeffizienten beson-

mit Zuhilfenahme der Differentialquotienten von  $V$  führte zu dem Resultate, daß sich dieselben aus einer hinreichenden Anzahl Beobachtungen der GröÙe und Richtung der erdmagnetischen Kraft an der Erdoberfläche ableiten lassen. Auf diese Untersuchung von Gauss näher einzugehen, ist hier nicht möglich.

Die an 84 Orten beobachteten Werte für die Richtung und GröÙe der erdmagnetischen Kraft setzten Gauss in den Stand, die Berechnung der in den vier ersten Gliedern vorhandenen Koeffizienten durchzuführen, also einen angenäherten Wert von  $V$  zu erhalten. Gauss berechnete dieselben und erhielt so eine Reihe für  $V$ , geordnet nach steigenden Potenzen der trigonometrischen Funktionen von  $u$  und  $\lambda$ , mit bestimmten Zahlenkoeffizienten, welche für jeden Punkt der Erde den Wert von  $V$  zu berechnen und aus diesem die Deklination, Inklination und Intensität abzuleiten gestattete. Um diese theoretisch abgeleitete Reihe für  $V$  zu prüfen, berechnete er für 91 Orte der Erde, von denen gute Beobachtungen vorlagen, die drei Elemente: Deklination, Inklination und Intensität, und verglich sie mit den beobachteten Werten. Es zeigten sich allerdings noch Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung, aber nur noch so geringe, daß man sicher erwarten kann, einen den magnetischen Zustand der Erdoberfläche mit größter Genauigkeit darstellenden Ausdruck für  $V$  zu erhalten, wenn aus den hinreichenden ferneren Beobachtungen noch die 11 Koeffizienten für ein fünftes Glied der Reihe berechnet werden.

Die erste Forderung, welche an eine Theorie des Erdmagnetismus gestellt werden muß, ist hierdurch erfüllt; die von Gauss gegebene setzt uns in den Stand, den magnetischen Zustand der Erdoberfläche durch Rechnung zu bestimmen, also die Verteilung des freien Magnetismus an der Oberfläche der Erde darzustellen. Es fragt sich nun, wie weit ist sie insofern die zweite Forderung zu erfüllen, uns zu sagen, wie die Erde magnetisiert ist, an deren Oberfläche die gefundene Verteilung stattfindet. Auch das ist der Fall, soweit es überhaupt möglich ist. Nicht möglich ist es, aus der beobachteten Verteilung an der Oberfläche diejenige im Innern der Erde vollständig abzuleiten.

Es läßt sich nämlich, wie Gauss zeigt, beweisen, daß man anstatt jeder beliebigen Verteilung des Magnetismus im Innern eines körperlichen Raumes allemal eine Verteilung auf der Oberfläche dieses Raumes substituieren kann, so daß die Wirkung in jedem Punkte des äusseren Raumes genau dieselbe bleibt. Daraus folgt unmittelbar, daß einerlei Wirkung im ganzen äusseren Raume aus unendlich vielen verschiedenen Verteilungen der magnetischen Flüssigkeiten im Innern abzuleiten ist.

Dagegen aber läßt sich zeigen, daß der Sitz der konstanten magnetischen Kräfte, deren Theorie in dem Vorigen angedeutet ist, notwendig im Innern der Erde, nicht in der Atmosphäre oder im Raume, sich befinden muß. Die erdmagnetische Kraft läßt sich an jedem Orte in eine vertikale und zwei horizontale zerlegen, deren letzteren eine parallel dem astronomischen Meridiane, deren andere zu demselben senkrecht ist. Entwickelt man unter Voraussetzung, daß der Sitz der erdmagnetischen Kraft außerhalb der Erde ist, die drei Komponenten aus dem dann für jeden Punkt der Erde stattfindenden Werte des magnetischen Potentials, so erhält man für die horizontalen Komponenten dieselben, für die vertikalen

aber andere Werte als unter der Annahme, daß der Sitz der magnetischen Kräfte in der Erde ist. Daraus ergibt sich, daß auch die Richtung der Inklination und die totale Intensität in beiden Fällen eine verschiedene sein muß. Da nun aber die Übereinstimmung zwischen der Beobachtung und der Rechnung mit der Annahme, daß der Sitz der Kräfte im Inneren der Erde sei, eine sehr nahe ist, so folgt, daß diese Annahme der Wirklichkeit entspricht. Dabei ist es aber noch möglich, daß ein kleiner Teil dieser Kräfte seinen Sitz außerhalb der Erde hat.

Ferner hat Gauss aus seiner Theorie die Richtung der magnetischen Axe der Erde und das magnetische Moment derselben abzuleiten vermocht.

Die magnetische Axe der Erde ist nicht jene Richtung, welche die beiden magnetischen Pole der Erde verbindet, da diese Richtung keineswegs jene Eigenschaften haben muß, welche die magnetische Axe hat. Dieselbe ist jene Richtung eines Magnetes, in Bezug auf welche das Drehungsmoment  $MT$ , welches den Magnet in den Meridian zurückführt, wenn er zu demselben senkrecht steht, seinen größten Wert hat, wie sich daraus ergibt, daß der Magnet in Ruhe ist, wenn diese Richtung der Meridiane parallel ist. Jenes Drehungsmoment  $MT$  erhält aber seinen größten Wert, wenn das magnetische Moment  $M$  seinen größten Wert erhält. Daraus folgt, daß die magnetische Axe jene Richtung ist, in Bezug auf welche das magnetische Moment, das ist die Summe aus allen Produkten der magnetischen Elemente und ihrer parallel dieser Richtung gemessene Abstände von der Mitte des Magnets, seinen größten Wert hat.

Diese Richtung ist für die Erde nach Gauss jener Erddurchmesser, welcher die Punkte  $77^{\circ} 50'$  N. Br.,  $63^{\circ} 31'$  westlicher Länge von Greenwich und  $77^{\circ} 50'$  S. Br.,  $116^{\circ} 29'$  östlicher Länge verbindet.

Das magnetische Moment der Erde ist dann nach absolutem Gauss'schen Maße gleich 853 800 Quadrillionen. Nach demselben Maße wurde das magnetische Moment eines einpfündigen Magnetstabes gleich 100 877 00 gefunden; es wären also 8464 Trillionen solcher Magnetstäbe mit parallelen Axen erforderlich, um dieselbe magnetische Wirkung im äußeren Raum hervorzubringen als die Erde. Nimmt man an, daß der Magnetismus in der Erde gleichförmig verteilt ist, so würde jedes Kubikmeter der Erde in Bezug auf seine magnetische Wirkung durch acht solcher Stäbe mit parallelen Axen ersetzt.

## §. 27.

**Variationen des Erdmagnetismus.** Die numerischen Werte in der allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus geben uns die Elemente desselben abgesehen von lokalen Störungen für eine ganz bestimmte Zeit. Es giebt nämlich zunächst einzelne Orte auf der Erde, wo die Richtung und Stärke der erdmagnetischen Kraft nicht mit der angenommenen Stetigkeit in der Veränderung dieser Kraft übereinstimmt, wo sie nicht als eine Funktion der Lage dieses Ortes auf der Erdoberfläche auftritt, sondern stärker oder schwächer oder anders gerichtet ist, als sie es den benachbarten Orten gemäß sein sollte. Es ist das z. B. an den Orten der Fall, an denen sich magnetische Gesteine in großer Menge finden, welche also für sich und außer ihrem Zusammenhange mit der ganzen Erde, einen magnetischen Einfluß haben. Diese Einflüsse können natürlich in der Theo-



ist berücksichtigt werden; sie sind Ausnahmefälle und müssen als solche behandelt werden.

Anders ist es dagegen mit den Veränderungen des Erdmagnetismus Laufe der Zeit, welche, wie wir schon bei der Beobachtung der Elemente angaben, sich an allen Orten zeigen. Man kann diese Veränderungen drei Gruppen teilen, erstens in die säkularen, zweitens in die täglichen, drittens in die unregelmäßigen.

Die säkulären Änderungen sind besonders für die Richtung der erdmagnetischen Kraft nachgewiesen, da nur für diese Beobachtungen aus früheren Jahrhunderten vorliegen. Aus den Beobachtungen ergibt sich, daß in Europa die Deklination bis gegen die Mitte des siebzehnten Jahrhunderts östlich war, dann westlich wurde, bis zum Anfange dieses Jahrhunderts an dieser Seite zunahm und jetzt wieder kleiner wird. Das zeigen folgende Zahlen der zu Paris beobachteten Deklinationen:

Jahr	Abweichung	Jahr	Abweichung
1580	11° 30' östl.	1813	22° 25' westl.
1618	8 00 "	1814	22 34 "
1663	0 00 "	1818	22 22 "
1678	1 30 westl.	1822	22 11 "
1700	8 10 "	1824	22 23 "
1767	19 16 "	1828	22 6 "
1780	19 25 "	1835	22 4 "
1785	22 00 "	1849	20 34 "
1805	22 5 "	1851	20 25 "

Wie man sieht, sind diese Änderungen durchaus nicht regelmäßig, etwa der Zeit proportional, denn wollte man z. B. die jährliche Änderung aus den Beobachtungen 1700 und 1767 berechnen, so erhielte man einen ganz anderen Wert, als aus den Beobachtungen 1767 und 1814. Das Maximum der westlichen Abweichung ist 1814 erreicht, auf diesem bleibt sie mit einigen Schwankungen bis 1825 stehen, und seitdem wendet sich der magnetische Meridian wieder dem astronomischen zu.

Ähnliche Änderungen zeigt die Inklination, sie ist, seitdem sie beobachtet wurde, stets kleiner geworden, wie folgende zu Paris gefundene Werte derselben zeigen:

Jahr	Inklination	Jahr	Inklination.
1661	75° 00	1820	68° 20
1758	72 15	1829	68 41
1780	71 48	1835	67 24
1805	69 12	1851	68 35.
1810	68 50		

Ähnliches zeigt sich an den übrigen Orten Europas, von denen länger fortgesetzte Beobachtungen vorliegen.

Auch die Inklination ändert sich nicht regelmäßig, sie ändert sich zu verschiedenen Zeiten mit verschiedener Geschwindigkeit. Ob auch die Inklination wie die Deklination eine periodische Änderung zeigt, läßt sich noch nicht bestimmen; aus den Pariser Beobachtungen könnte man vermuten, da die Inklination seit dem Jahre 1829 um 68° schwankt. Deutschland hat indes während dieser Zeit die Inklination sich noch

fortwährend verkleinert, in München z. B. nach den Beobachtungen zwischen 1841 und 1852 von  $65^{\circ} 22'$  auf  $64^{\circ} 54'$ , im I schnitt jedes Jahr um 2,3 Minuten.

In anderen Gegenden der Erde findet statt der Abnahme ein nahme der Inklination statt.

Die Intensität des Erdmagnetismus ist allerdings erst kurze Zeit achtet worden, indes ist doch mit Sicherheit zu konstatieren, da sich ebenfalls ändert. In unsern Breiten ist sie in den letzten 50 J gewachsen. In Göttingen nahm die horizontale Intensität von 18<sup>e</sup> 1853 allmählich zu von 1,774 auf 1,805; in München von 184 1852 von 1,9300 auf 1,9519.

In der folgenden Tabelle stellen wir die von Lamont mitget Werte der drei magnetischen Größen für München bis zum Jahre zusammen<sup>1)</sup>; sie zeigen, daß auch bis zu diesem Zeitpunkte in Mtl Deklination und Inklination stetig abnahmen, die Intensität dagegen zu

Jahr	Deklination	Inklination	Intensität
1853	$15^{\circ} 27',00$	$64^{\circ} 49',0$	1,9578
1854	. $19',45$	45,6	1,9614
1855	11,72	43,3	1,9639
1856	$15^{\circ} 5',41$	39,6	1,9680
1857	$14^{\circ} 57',70$	37,2	1,9706
1858	51,08	34,8	1,9730
1859	45,71	32,6	1,9754
1860	37,32	31,1	1,9770
1861	29,53	28,0	1,9798
1862	22,60	26,0	1,9821
1863	15,58	23,5	1,9851
1864	9,30	21,0	1,9878
1865	$14^{\circ} 1,92$	18,5	1,9905
1866	$13^{\circ} 54,44$	15,2	1,9940
1867	46,67	12,1	1,9973
1868	39,33	8,4	2,0013
1869	32,39	6,5	2,0033
1870	25,12	4,8	2,0051
1871	$13^{\circ} 18,57$	$64^{\circ} 0,9$	2,0093

Wie schon im vorigen Paragraphen erwähnt wurde, hat die deu Seewarte eine Karte für die Elemente des Erdmagnetismus für das 1880 herausgegeben. Das so für 1880 vorliegende Beobachtungsm benutzt von Quintus Icilius, um das erdmagnetische Potential für zu berechnen<sup>2)</sup>. Die zu diesem Zweck unternommene Rechnung schränkte sich, wie die von Gauss, auf die vier ersten Koeffizienten Reihe für  $V$ , hauptsächlich um die Zahlenreihen der neuen Rechnung den alten vergleichbar zu machen, daneben aber auch weil es zweifl erschien, ob das Beobachtungsmaterial ausreiche, um durch Hinzuzie des fünften Koeffizienten eine wesentlich bessere Übereinstimmung zwi

1) *Lamont*, Carls Repertorium für Experimentalphysik Bd. IX. 1873.

2) *G. von Quintus Icilius*, Archiv der deutschen Seewarte, IV. Jahrgang,

Rechnung und Beobachtung zu erhalten. Auf zwei der Arbeit von von Quin-  
tus Icilius beigegebenen Karten sind die Werte von  $\frac{V}{R}$ , sowohl wie sie sich  
nach der neuen Rechnung ergeben, als auch die Gauss'schen aufgetragen.

Die Karten lassen erkennen, daß das magnetische Verhalten der Erde  
besonders in der nördlichen Polargegend sich in den letzten 50 Jahren  
nicht unerheblich geändert hat; der Wert des magnetischen Potentials ist  
hier sehr merklich größer geworden. An der Stelle des Maximums, welche  
nur wenig gegen diejenige, die Gauss gefunden hatte, verschoben ist, be-  
trägt die Zunahme etwa 9,3 %.

Das magnetische Moment der Erde ist im Verhältnisse von 1 : 1,02985  
größer geworden, also um fast 3 %.

Die Richtung der magnetischen Axe der Erde, welche von Gauss für  
1830 parallel dem Erddurchmesser

von 77° 50' nördl. Br. und 296° 29' östl. L. nach 77° 50' südl. Br.  
und 116° 29' östl. L.

gefunden war, ergiebt sich für 1880 parallel dem Erddurchmesser

von 78° 31' nördl. Br. und 294° 3' östl. L. nach 78° 13' südl. Br.  
und 114° 3' östl. L.,

dieselbe hat sich also nicht erheblich geändert.

Die täglichen Variationen des Erdmagnetismus sind mit Sicherheit  
seit der Einführung der Unifilar- und Bifilarmagnetometer nachgewiesen  
bei der Deklination und horizontalen Intensität. Dadurch, daß Gauss  
und Weber veranlaßten, daß an vier jährlichen Terminen gleichzeitig  
während 24 Stunden an den verschiedensten Orten der Erde beobachtet  
wird, hat sich ergeben, daß der Gang der Deklinationsnadel während des  
Tages auf großen Gebieten fast ganz übereinstimmend ist. Fast in ganz  
Europa ist die Deklination des Morgens um 8 Uhr am kleinsten, sie  
nimmt ziemlich rasch zu bis kurz nach Mittag zwischen 1 Uhr und 2 Uhr,  
wo sie am größten ist, und sinkt dann erst rasch, dann langsamer bis  
gegen 8 Uhr. Die Differenz beträgt ungefähr 9 Minuten; sie ist indes  
nach den Jahreszeiten verschieden; sie ist im Dezember und Januar am  
kleinsten, im April, Mai und August am größten.

Einen ähnlichen periodischen Gang zeigt die Intensität, sie nimmt  
von Morgens 10 Uhr bis Abends 10 Uhr zu und dann während der Nacht  
wieder bis Morgens 10 Uhr ab.

Auch die Inklination ändert sich periodisch im Laufe des Tages, sie  
schwankt ebenfalls zwischen einem Minimum und Maximum.

Eine vollständige Theorie des Erdmagnetismus müßte diese regel-  
mäßigen Schwankungen in sich aufnehmen, d. h. sie müßte sie rechnend  
darstellen und ihren Grund angeben können. Um das Erstere zu können,  
müßten die Zahlenkoeffizienten in der Reihe für das magnetische Potential  
als Funktionen der Zeit, und zwar als doppelt periodische gegeben sein.  
Es ist das aber ebenso unmöglich, wie es ist, den Grund dieser Schwan-  
kungen anzugeben. Dazu ist das für eine solche Aufgabe noch sehr ge-  
lange Beobachtungsmaterial längst nicht hinreichend. Die Lösung derselben  
auf späteren Generationen vorbehalten bleiben.

Bei den Terminsbeobachtungen haben sich ebenfalls unregelmäßige  
Änderungen des Erdmagnetismus, magnetische Störungen gezeigt, die sich

besonders an einer sprungweisen Änderung des Standes der Deklinationadel und des Bifilarmagnetometers erkennen lassen. Sie fehlen selte zeigen sich aber bei einer Terminsbeobachtung stärker als bei andere Die Kurven, welche Gauss und Weber anwandten, um die Terminsbeol achtungen graphisch darzustellen, lassen in der übersichtlichsten Weis erkennen, daß die magnetischen Störungen fast stets auf sehr weit au einander liegenden Orten gleichzeitig auftreten, entweder in gleichem ode in entgegengesetztem Sinne. Es ergiebt sich daraus, daß die Ursache der magnetischen Störungen keine lokalen, sondern über einen große Teil oder die ganze Erde verbreitete sind.

Eine merkwürdige Beziehung zeigt sich in dieser Weise zwischen de Nordlichtern und dem magnetischen Zustand der Erde, indem Nordlichte stets von heftigen Störungen begleitet sind, so daß zu vermuten steh daß bei den Nordlichtern magnetische Kräfte im Spiele sind. Auch Er beben und vulkanischen Ausbrüchen sollen häufig Störungen entsprechen

---



## Zweiter Abschnitt.

### Die Lehre von der Reibungselektricität.

#### Erstes Kapitel.

##### Die Reibungselektricität im Zustande der Isolation.

###### §. 28.

**Erkennung des elektrischen Zustandes.** Wenn man gewisse Körper, wie Glas, Harz, Schwefel, mit Seide oder Wolle oder einem Pelze reibt, so bemerkt man an denselben bald eine eigentümliche Eigenschaft, welche die Körper für gewöhnlich nicht haben; sie ziehen kleine leichte Körperchen, wie Papierschnitzel oder Federbärte, an und halten sie eine Zeit lang fest. Häufig, wenn man recht stark gerieben hat, sieht man auch, daß die erst angezogenen Körper nach der Berührung sofort wieder abgestoßen werden. Das zeigt sich noch leichter, wenn man eine geriebene Glasröhre einer an einem Seidenfaden aufgehängten Kugel von Hollundermark nähert; dieselbe wird von der Glasröhre angezogen, nach der Berührung wird sie aber abgestoßen, und versucht man dann die Glasröhre der Kugel zu nähern, so schiebt dieselbe vor der Röhre.

Nimmt man eine Röhre von bedeutender Länge und reibt sie mit einem Tierfelle, indem man dasselbe unter starkem Drucke rasch an der Röhre entlang führt, so hört man zugleich ein knisterndes Geräusch, und im Dunkeln sieht man zwischen der Röhre und den Haaren des Felles kleine leuchtende Funken überspringen.

Schon diese wenigen Andeutungen genügen, um zu zeigen, daß die unruhigen Körper durch das Reiben in einen eigentümlichen, ihnen sonst fremden Zustand versetzt werden. Man nennt diesen Zustand den elektrischen und die Körper elektrisiert; den Grund dieses Zustandes bezeichnet man als Elektricität. Der Name rührt daher, daß diese Eigenschaft zuerst und zwar schon im Altertume am Bernstein (griechisch *ήλεκτρον*) beobachtet wurde. Er ist zuerst von dem englischen Physiker William Gilbert, der in der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts lebte, angewandt worden; er bezeichnete die Eigenschaft des geriebenen Bernsteins als *vim electricam*.

Die den elektrischen Zustand hauptsächlich charakterisierende und von allem, was wir bisher kennen gelernt haben, hauptsächlich unterscheidende Eigenschaft ist die, daß ein Körper wie die Kugel von Hollundermark



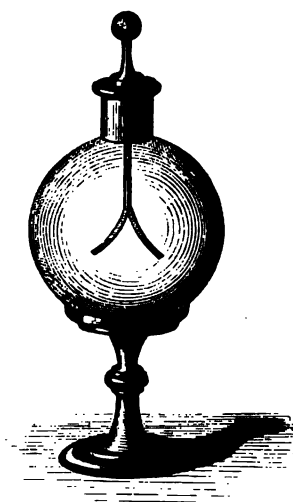
von dem elektrisierten Körper nach der auf die Anziehung folgenden Berührung abgestoßen wird. Wir werden das indes nicht so ansehen dürfen, daß der elektrische Körper die Hollundermarkkugel erst anziehe und dann ohne weiteres abstöße, sondern werden sofort vermuten müssen, daß auch die Hollundermarkkugel durch die Berührung verändert, nämlich in den elektrischen Zustand übergeführt worden und dann erst abgestoßen wird. Der Versuch bestätigt das; denn nähern wir der Hollundermarkkugel eine andere, ebenfalls an einem Seidenfaden hängende, so wird diese von der ersten angezogen und nach der Berührung wieder abgestoßen, gerade wie die erste Hollundermarkkugel von der Glasröhre. Es ergibt sich somit als die charakteristische Eigenschaft der Elektrizität, daß ein elektrisierter Körper einen anderen ebenfalls elektrisierten von sich abstößt. Ganz dasselbe zeigt sich, wenn man einen Körper, dessen einzelne Teile gegen einander beweglich sind, auf irgend eine Weise in den elektrischen Zustand versetzt.

Man wendet daher auch dieses Kennzeichen stets zur Erkennung des elektrischen Zustandes an; da nun nicht alle Körper so eingerichtet sind, daß an ihnen bewegliche Teile sich finden, so hat man zur Erkennung der Elektrizität besondere Apparate konstruiert, welche den Namen Elektroskope führen. Dieselben beruhen auf der später näher zu untersuchenden Eigenschaft, daß Metalle unter gewissen Bedingungen den elektrischen

Zustand sofort annehmen, wenn man sie mit einem elektrischen Körper berührt. Das einfachste derselben besteht aus einem Messingdrahte, welcher an seinem einen Ende (Fig. 40) mit einer kleinen Kugel versehen, an seinem andern Ende platt geklopft ist. Das platt geklopfte Ende ist entweder durchbohrt und in der Durchbohrung sind zwei dünne, leicht bewegliche Silberdrähte aufgehängt, welche für gewöhnlich parallel herabhängen, oder es sind, wie in dem abgebildeten Exemplar, zwei Streifen dünnen Goldblattes an dem platten Ende befestigt. Der Messingdraht ist in dem Halse einer Glaskugel mit Schellack so fest gekittet, daß die Goldblättchen ungefähr in der Mitte der Kugel hängen. Der Apparat steht schließlich auf einem hölzernen Fulse. Berührt man den Knopf des Apparates mit einer geriebenen Glasstange, stoßen sich die Silberdrähte oder Goldblättchen sofort ab und bleiben divergent,

bilden einen Winkel mit einander, welcher je nach den Umständen größer oder kleiner ist. Der Winkel ist um so größer, je stärker man die Glasstange gerieben hat, oder je rascher man sie nach dem Reiben an den Knopf des Elektroskopes angelegt hat. Da man nun durch Reibung einen Körper in den elektrischen Zustand versetzt, so wird derselbe auch nach der Reibung von größerer oder geringerer Stärke sein müssen. *Man nimmt mit stärkerer Reibung die Divergenz der Goldblättchen zu.*

Fig. 40.



folgt, daß wir aus der größeren oder geringeren Divergenz auf die größere oder geringere Stärke des elektrischen Zustandes schließen können.

Wenn man die verschiedenen Körper reibt und sie dann am Elektroskop auf ihren elektrischen Zustand untersucht, so zeigt sich zwischen denselben ein auffallender Unterschied. Gewisse Körper, aufser den erwähnten alle Harzarten, Schellack, Kautschuk, Guttapercha, Wachs, trocknes Papier u. v. a., nehmen rasch und bei geringer Reibung den elektrischen Zustand an; andere dagegen, zu denen vorzugsweise die Metalle, Kohle und alle feuchten Körper gehören, nehmen auch bei dem stärksten Reiben den elektrischen Zustand nicht an. Man teilt deshalb die Körper in zwei große Gruppen, die elektrisierbaren, welche den Namen der idioelektrischen führen, und die nicht elektrisierbaren oder anelektrischen.

Zwischen den idioelektrischen Körpern zeigt sich nun aber bei der Untersuchung am Elektroskop noch ein anderer merkwürdiger Unterschied. Berühren wir den Knopf des Elektroskopes mit einer mit Wolle geriebenen Siegellackstange, so daß die Goldblättchen nur schwach divergieren; reiben wir dieselbe Stange stärker und legen sie dann wieder an das Elektroskop, so nimmt die Divergenz der Goldblättchen zu. Denselben Effekt erhalten wir, wenn wir anstatt des Siegellackes Bernstein oder Schellack oder Schwefel anwenden, die Divergenz des durch Siegellack elektrisierten Elektroskopes nimmt zu, wenn wir einen dieser Körper, nachdem wir es kräftig gerieben haben, an den Knopf des Elektroskopes anlegen. Reibt man aber eine Glasröhre mit Wolle und legt sie an das mit Siegellack elektrisierte Elektroskop, so wird die Divergenz immer und unter allen Umständen kleiner, ja sie kann ganz und gar aufgehoben werden, so daß die Goldblättchen wie unelektrisch parallel neben einander herabhängen. Wenn man dann aber die Glasröhre neuerdings reibt und an das Elektroskop anlegt, so divergieren die Goldblättchen wieder und zwar um so stärker, je stärker die Röhre gerieben war. Denselben Effekt wie die geriebene Glasröhre bringt geriebener Diamant, Topas u. m. a. hervor. Wird dann aber an das infolge der Berührung mit Glas divergierende Elektroskop geriebenes Harz angelegt, so wird wieder die Divergenz verändert und kann ebenso auf null gebracht werden wie vorher.

Da das Verhalten der für sich am Elektroskop untersuchten Körper unzweifelhaft beweist, daß alle durch Reibung in den elektrischen Zustand versetzt werden, so zeigt dieser Versuch, daß die elektrischen Zustände verschiedene sein können, daß die Körper der einen Gruppe in einen anderen elektrischen Zustand versetzt werden als die anderen. Wir müssen die Elektricitäten der verschiedenen Körper sogar als entgegengesetzte ansehen, welche, zugleich auf einen dritten Körper übertragen, einander aufheben. Denn der elektrische Zustand des durch Harz elektrisierten Elektroskopes verschwindet, wenn geriebenes Glas an dasselbe gelegt wird, und das Elektroskop zeigt erst wieder Elektricität an, wenn nach dem Verschwinden des ersteren Zustandes noch ferner das Elektroskop mit geriebenem Glase berührt wird. Man bezeichnet deshalb die beiden elektrischen Zustände als einander entgegengesetzte, oder nennt den einen positiv, den anderen negativ, da sie sich gerade so wie positive und negative Größen in der Algebra aufheben.

Da die beiden Elektricitäten, jede für sich betrachtet, sich vollständig

gleich verhalten und der Gegensatz nur in ihrem gegenseitigen Verhalten erkennbar ist, so ist es ganz gleichgültig, welche der beiden man als positiv oder als negativ bezeichnet. Man glaubte früher, daß ein bestimmter Körper überhaupt nur eine Elektrizität annehmen könnte, unterschied deshalb die beiden Elektrizitäten als Harzelektrizität und als Glaselektrizität und nannte, durch theoretische Spekulationen bestimmt, die wir später erwähnen werden, die Harzelektrizität negativ, die Glaselektrizität positiv. Später stellte sich indes heraus, daß man alle Körper in die beiden elektrischen Zustände versetzen könne, deshalb genügte es nicht mehr, um die Elektrizitäten mit Sicherheit zu erkennen und zu unterscheiden, sie nach Art des geriebenen Körpers zu bestimmen, es bedurfte einer specielleren Angabe. Es hat sich nun gezeigt, daß Glas, gerieben mit einem Stücke Leder, welches mit einem Zink-Zinn-Amalgam, dem sogenannten Kienmaierschen, bestrichen ist, immer und unter allen Umständen dieselbe Elektrizität annimmt. Diese dem Glase erteilte Elektrizität nennt man die positive Elektrizität, und diejenigen Körper positiv elektrisiert, welche die Divergenz eines schwach mit dieser Elektrizität geladenen Elektroskopes vergrößern, diejenigen negativ, welche die Divergenz vermindern.

Um das Leder mit dem Kienmaierschen Amalgam zu versehen, bestreicht man es auf der einen Seite mit etwas Talg, oder besser noch Knochenöl, und bestreut die eingeriebene Seite mit dem pulverförmigen Amalgam. Um es gleichförmig zu verteilen, reibt man, indem man das Leder zusammenfaltet, die einzelnen Teile der bestrichenen Seite gegen einander.

Harz mit Wolle gerieben nimmt fast unter allen Umständen die dem mit Amalgam geriebenen Glase entgegengesetzte, also negative Elektrizität, und ebenso Glas mit Wolle gerieben die positive Elektrizität an. Wenn man deshalb nicht das Kienmaiersche Amalgam zur Hand hat, kann man mit einer Siegellackstange und einer Glasröhre ebenfalls leicht und mit ziemlicher Sicherheit die Art des elektrischen Zustandes bestimmen. Um die Art der Elektrizität zu bestimmen, ladet man entweder das Elektroskop mit der Elektrizität des zu untersuchenden Körpers und versucht, ob die geriebene Glasstange die Divergenz vermehrt, oder ob es die geriebene Siegellackstange thut; oder man ladet das Elektroskop mit einer der beiden Elektrizitäten und versucht, ob die Elektrizität des betrachteten Körpers die Divergenz vermehrt oder vermindert. Ist letzteres der Fall, so ist es ratsam, das Elektroskop noch mit der anderen Elektrizität zu laden und zu untersuchen, ob die Divergenz der Goldblättchen durch den anzulegenden Körper vermehrt wird.

Die entgegengesetzten Elektrizitäten sind nicht allein dadurch charakterisiert, daß ein Körper, welcher erst mit der einen versehen war und dann die andere erhielt, keine Anzeichen von Elektrizität mehr liefert, sondern auch darin, daß gleichartig elektrisierte Körper sich anders zu einander verhalten als ungleichartig elektrisierte Körper.

Wenn wir nämlich an einem Seidenfaden eine Hollundermarkkugel aufhängen, derselben einen positiv elektrischen Körper nähern, bis sie zur Berührung gebracht war, so wird die Kugel, wie wir bereits erwähnten, von dem positiv elektrischen Körper abgestoßen. Machen wir ganz denselben Versuch mit einem negativ elektrischen Körper, so ist der Erfolg

ganz derselbe, die Kugel wird zuerst angezogen bis zur Berührung, dann aber abgestoßen, und die Abstossung dauert so lange, als auf den beiden Körpern sich noch Elektrizität findet. Es ergibt sich daraus ganz allgemein, daß gleichartig elektrisierte Körper sich abstossen.

Wenn man nun aber die Kugel von Hollundermark zunächst durch Berührung mit einem positiv elektrischen Körper elektrisiert und dann derselben einen negativ elektrischen Körper nähert, so wird sie nicht nur nicht von demselben abgestoßen, sondern angezogen, und zwar viel stärker als vorher. Der Erfolg ist derselbe, wenn man der vorher negativ elektrisierten Kugel von Hollundermark einen positiv elektrischen Körper nähert; sie wird von demselben angezogen.

Es ergibt sich daraus, daß, während gleichartig elektrisierte Körper sich abstossen, ungleichartig elektrisierte Körper sich gegenseitig anziehen.

Diese Thatsache führt uns zu dem Satze, daß, wenn wir den beiden Elektrizitäten, d. h. dem, was den elektrischen Zustand bewirkt, eine wirkliche Existenz, eine gewisse Materialität beilegen, daß dann die an den Körpern vorhandenen Elektrizitäten es sind, welche sich anziehen oder abstossen; man faßt dieselbe dann in dem Satze zusammen: Gleichnamige Elektrizitäten stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an.

Die Erfahrung, daß gleichnamig elektrisierte Körper sich abstossen, ungleichnamig elektrisierte sich anziehen, hat zur Konstruktion eines Elektroskopes geführt, welches imstande ist auch die schwächsten Elektrizitäten anzuzeigen; es ist das Elektroskop von Behrens<sup>1)</sup>, welchem Riess<sup>2)</sup> eine sehr bequeme und zweckmäßige Form gegeben hat.

Schichtet man in einer Glasröhre sogenanntes Gold- und Silberpapier in einzelnen Scheiben vom Durchmesser der Röhre derart auf einander, daß immer ein Goldpapier und ein Silberpapier abwechselt, und daß die Papiere ihre metallischen Seiten einander zukehren, preßt man dieselben dann fest zusammen und bedeckt schliesslich die beiden Enden der Röhre mit Metallplatten, so daß diese die letzten Papierscheiben in ihrer ganzen Ausdehnung berühren, so zeigen sich, aus im nächsten Abschnitt zu entwickelnden Gründen, die beiden Metallplatten bleibend elektrisch. Die eine der Metallplatten ist positiv, die andere negativ. Legt man nun zwei solcher Röhren gegen einander, so daß ihre Längsachsen eine gerade Linie bilden, und daß die positive Metallplatte der einen der negativ elektrischen der andern Röhre gegenüber liegt, so wird ein Goldblättchen, welches mitten zwischen beiden Platten frei herabhängt, sich weder nach der einen, noch nach der andern Platte hin bewegen, wenigstens dann nicht, wenn die beiden Metallplatten gleich stark elektrisch sind. Das Goldblättchen wird von beiden gleich stark angezogen, es bleibt daher in Ruhe. Wenn aber nun das Goldblättchen auch nur die geringste Spur einer Elektrizitätsart erhält, so wird es sich nach der Seite der Platte hin bewegen, welche die entgegengesetzte Elektrizität besitzt, und zwar nicht nur, weil diese Platte das Goldblättchen anzieht, sondern auch deshalb, weil die andere Metallplatte das Goldblättchen abstößt. Behrens hing deshalb bei Konstruktion des nach ihm

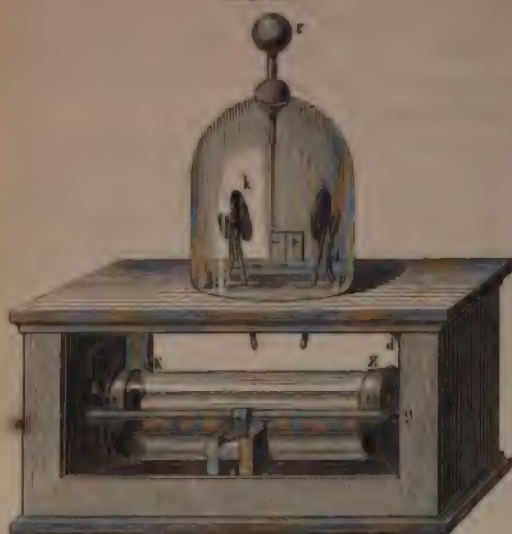
1) Behrens, Gilberts Annalen. Bd. XXIII.

2) Riess, Die Lehre von der Reibungselektricität. Bd. I, S. 18. Berlin 1853.



benannten Elektroskopes ein Goldblättchen zwischen zwei solchen Glasröhren auf. Riess wandte nach dem Vorgange Fechners nur eine solche Röhre an und gab dem Apparate folgende Einrichtung: In einem hölzernen an seiner vorderen Seite mit einer Thüre versehenen Kasten (Fig. 41) ist eine Glasröhre *ZK*, welche in der angegebenen Weise gefüllt und ein-

Fig. 41.



gerichtet ist, auf den Boden, der längeren Seite des Kastens parallel, hingelegt und befestigt. An den Metallplatten, welche die Röhre verschließen, sind Gelenke *g* angelötet, in welchen doppelt gebogene Drähte *dd* drohbar befestigt sind. Der Deckel des Kastens hat in seiner Mitte eine der längeren Seite parallele Spalte *sp* von circa 8 cm Länge, dieselbe ist mit Glasstäben ausgekleidet, so daß ein freier Spalt von 8 mm Breite übrigbleibt. Durch diesen Spalt sind die doppelt gebogenen Drähte hindurchgeführt. An ihrem oberen Ende tragen die

selben runde Platten von Messing, welche durch Drehung der Drähte in ihren Gelenken einander mehr oder weniger genähert werden können. Rings um die Spalte ist auf dem Deckel des Kastens eine kreisförmige Rinne von circa 12 cm Durchmesser eingeschnitten, welche die Glasglocke *G* aufnimmt und feststellt. Die Glasglocke ist oben durchbohrt, und in der Durchbohrung ist ein Messingdraht mit Schellack festgekittet, von welchem das Goldblättchen herabhängt. In dem oberen Ende des Messingdrahtes ist eine Schraube eingeschnitten, so daß auf den Draht entweder eine Messingkugel *r* oder eine Messingplatte aufgeschraubt werden kann.

Schließlich hat Riess in dem Kasten noch, der Röhre *ZK* parallel, einen Messingstab *tt* angebracht, welcher etwas vor oder zurück geschoben werden kann, so daß er die beiden Endplatten der Röhre in metallische Verbindung setzen kann.

In diesem Apparate ist das Ende *K* der Röhre *ZK* stets positiv, das Ende *Z* stets negativ elektrisch. Da nun, wie bereits früher erwähnt wurde, die Metalle unter gewissen hier erfüllten Bedingungen durch Berührung mit elektrischen Körpern selbst elektrisch werden, so sind auch die an den Drähten *d* befestigten Platten elektrisch und zwar die mit dem Ende *K* in Verbindung stehende Platte *k* positiv, die mit *Z* in Verbindung stehende Platte *z* negativ elektrisch. Die beiden Elektrizitäten sind in *z* und *k* gleich stark, oder können doch dadurch immer gleich



tark gemacht werden, daß man mit dem Stabe *tt* eine kurze Zeit die Folplatten *Z* und *K* berührt. Das zwischen den Platten von beiden gleich entfernt herabhängende Goldblättchen hängt daher, wenn es nicht selber elektrisch ist, vertikal herab. Wenn man dann aber demselben die geringste Spur Elektrizität mittheilt, so wird es nach einer der Platten hin bewegt, nach *K*, wenn es negativ, nach *Z*, wenn es positiv elektrisch ist. Man kann somit durch diesen Apparat nicht nur den elektrischen Zustand überhaupt, sondern auch die Art desselben unzweideutig erkennen.

### §. 29.

**Mittheilung und Leitung der Elektrizität.** Wenn man einen elektrisierten Körper mit einem andern berührt, so wird stets der elektrische Zustand des berührten Körpers geschwächt, und in vielen Fällen wird der berührende Körper elektrisch, dann aber zeigt er immer der Art nach dieselbe Elektrizität, welche der berührte Körper besaß. Man kann sich davon leicht durch einfache Versuche überzeugen; elektrisiert man z. B. ein einfaches Goldblattelektroskop und berührt man den Knopf desselben mit irgend einem Körper, so nimmt die Divergenz der Goldblättchen sofort ab; war der berührende Körper z. B. ein zweites Elektroskop, so beweist die Divergenz der Goldblättchen an diesem, daß es durch die Berührung elektrisch geworden ist. Prüft man das zweite Elektroskop an einem Behrenschen Elektroskop, so beweist die Bewegung des Goldblättchens an letzterem, daß die Elektrizität des berührenden Elektroskopes mit der des berührten gleichnamig ist. Es zeigt sich jedoch in der Mittheilung der Elektrizität bei der Berührung bei den verschiedenen Körpern insoweit ein bedeutender Unterschied, als einige nur an der Berührungsstelle selbst und in deren nächster Umgebung, andere jedoch sofort in ihrer ganzen Ausdehnung elektrisch werden. Berührt man das elektrisierte Elektroskop mit einer Siegellackstange, so wird die Divergenz des Elektroskopes nur wenig vermindert, und an einem andern geprüft, zeigt sich nur die Berührungsstelle elektrisch. Der Metallstift des zweiten Elektroskopes bei dem vorhin erwähnten Versuche zeigt sich sofort in seiner ganzen Ausdehnung elektrisch, da die an ihm befestigten Goldblättchen sofort nach der Berührung divergieren.

Aus dieser Erfahrung folgt, daß sich auch in dieser Beziehung die Körper in ihrem Verhalten zur Elektrizität in zwei große Gruppen einteilen lassen; einige pflanzen den elektrischen Zustand in sich rasch und mit großer Leichtigkeit fort, andere dagegen gestatten diese Fortpflanzung nicht, oder doch nur in sehr geringem Maße. Von der Ansicht ausgehend, daß die Elektrizität gewissermaßen eine Flüssigkeit sei, welche durch die Körper, welche leicht in ihrer ganzen Ausdehnung elektrisch werden, fortgeleitet werde und sich in ihnen verbreite, nennt man diese Körper die Elektrizität leitende oder Leiter, während man die andere Gruppe Nichtleiter oder Isolatoren nennt. Die Leiter haben demnach die Fähigkeit, die Elektrizität von einem Körper abzuleiten, die Isolatoren nicht.

Um zu untersuchen, ob ein fester Körper ein Leiter ist oder nicht, kann man einfach so verfahren, daß man denselben mit der Hand hält und an ein Elektroskop anlegt. Berührt man ein Elektroskop direkt mit der Hand, so fallen die Goldblättchen sofort zusammen. Daraus folgt, daß unser

Körper ein Leiter ist; dasselbe ergibt sich weiter daraus, daß wir das an dem Körper durchaus keine Spur von Elektrizität nachweisen können. Denn einen Leiter nannten wir den Körper, über dessen sämtliche Theile sich sofort die Elektrizität ausbreitet. Nun ist unser Körper stets mit der ganzen Erde in Verbindung, also insoweit ein Theil der Erde. Die Elektrizität, die wir auf unsern Körper übertragen, theilt sich der ganzen Erde mit und ist deshalb nicht mehr erkennbar. Wenn wir nun ein Körper, den wir in der Hand halten, an das Elektroskop anlegen, so wird die Elektrizität am Elektroskop verschwinden, wenn er ein Leiter ist und zwar um so rascher, je besserer Leiter er ist.

Es zeigt sich nämlich, wenn wir diesen Versuch mit verschiedenen Körpern machen, ein Unterschied in der Zeit, welche es dauert, bis das Elektroskop seine Elektrizität verliert. Einige, wie die Metalle, eine feuchte Schnur, lebende Vegetabilien, entladen das Elektroskop augenblicklich; andere, wie trocknes Holz, brauchen zur Entladung eine größere, meßbare Zeit. Man sagt daher, daß die ersteren Körper ein größeres Leitungsvermögen haben als die letzteren, indem man das Leitungsvermögen der Entladungszeit umgekehrt proportional setzt.

Anstatt nach dem Leitungsvermögen gruppiert man die Körper auch wohl nach der entgegengesetzten Eigenschaft, nach dem Leitungswiderstand. Man nimmt dann an, daß alle Körper der Fortbewegung der Elektrizität einen gewissen Widerstand entgegensetzen, je besser das Leitungsvermögen ist, um so geringer ist der Leitungswiderstand, und umgekehrt, je größer der Leitungswiderstand ist, um so schlechter ist das Leitungsvermögen. Isolierende Körper setzen demnach der Fortleitung der Elektrizität einen unübersteiglichen, oder vielmehr, da es keinen Körper giebt, welcher die Elektrizität absolut nicht gestattet sich fortzupflanzen, einen sehr großen Widerstand entgegen.

Isolierende und leitende Körper sind nämlich nicht qualitativ verschieden, sondern nur quantitativ, d. h. es giebt keinen Körper, welcher der Fortpflanzung der Elektrizität absolut keinen Widerstand entgegen setzt, und keinen, der sie absolut nicht leitet. Die leitenden Körper setzen der Fortpflanzung der Elektrizität nur einen sehr kleinen, die isolierenden einen sehr großen Widerstand entgegen. Der Übergang von Leitern zu Nichtleitern ist ein allmählicher, so daß sich keine feste Grenze zwischen denselben ziehen läßt. So ist auch folgende Tabelle zu verstehen, in welcher eine große Anzahl von festen und flüssigen Körpern nach ihrem Leitungsvermögen in drei Gruppen als Leiter, Halbleiter und Nichtleiter geordnet sind<sup>1)</sup>. Als Leiter sind diejenigen bezeichnet, welche beim Anlegen an das Elektroskop dasselbe fast augenblicklich, als Halbleiter solche, welche es in einer meßbaren, aber kleinen Zeit, einer Sekunde, entladen; als Nichtleiter sind schließlich diejenigen aufgeführt, welche in der Zeit von einer Minute noch keine Entladung des Elektroskopes bewirken.

1) Encyclopaedia metropolitana. London 1830. art. electricity. *Reibungselektrizität*. Bd. I, S. 28.

## Leiter.

Die Metalle	Seewasser	Lebende animalische Teile
Holzkohle	Quellwasser	Lösliche Salze
Graphit	Regenwasser	Leinen
Säuren	Schnee	Baumwolle.
Salzlösung	Lebende Vegetabilien	

## Halbleiter.

Alkohol	Schwefelblumen	Papier
Äther	Trocknes Holz	Stroh
Glaspulver	Marmor	Eis bei 0°.

## Nichtleiter.

Trockne Metalloxyde	Ätherische Öle	Seide
Reine Öle	Porzellan	Edelsteine
Reine	Getrocknete Vegetabilien	Glimmer
Eis bei — 25° C.	Leder	Glas
Phosphor	Pergament	Gagat
Kalk	Trocknes Papier	Wachs
Seide	Federn	Schwefel
Lebende Lycopodii	Haare	Harze
Gummi	Wolle	Bernstein
Amphibie	Gefärbte Seide	Schellack.

Die mitgeteilte Tabelle ist so geordnet, daß sie von den besten Leitern, den Metallen, allmählich zu den schlechtesten Leitern fortschreitet; dieses ist diese Anordnung aus mehrfachen Gründen nicht mit Sicherheit zu erreichen, hauptsächlich deshalb, weil das Leitungsvermögen eines und desselben Körpers keineswegs immer dasselbe ist, sondern sich mit der veränderlichen Beschaffenheit bedeutend ändert. So giebt Riess an<sup>1)</sup>, daß ein frisch abgespaltetes Glimmerblättchen zu den Halbleitern gehört, während der Glimmer, wenn seine Oberfläche einige Zeit an der Luft gelegen hat, einer der besten Isolatoren ist.

Dazu kommt noch, daß fast alle Körper mehr oder weniger hygroskopisch sind und daß niemals die Luft ganz ohne Wasserdampf ist. Deshalb bedecken sich alle Körper in der Luft mehr oder weniger mit einer Wasserschicht, welche dann, da das Wasser die Elektrizität zu leiten imstande ist, infolgedessen die Elektrizität leiten.

Da nun, wie wir wissen, die Menge des verdichteten Wasserdampfes auf der Oberfläche eines Körpers mit steigender Temperatur geringer wird, so wird man im allgemeinen sagen können, daß eine Erhöhung der Temperatur den Leitungswiderstand nichtleitender Körper erhöhen und sie mehr

1) Riess, Reibungselektricität. Bd. I, S. 32.

geeignet machen wird, die Elektrizität zu isolieren. Das wird auch durch die Erfahrung bestätigt, indem eine Erhöhung der Temperatur über diejenige der Umgebung das Isolationsvermögen der Körper erhöht.

Bedeutende Erhitzung wirkt dagegen in vielen Fällen gerade umgekehrt; glühendes Glas ist ein guter Leiter der Elektrizität und eben flüssiges Harz. Man kann ersteres leicht auf folgende Weise zeigen<sup>1</sup>. Man umwickle einen dünnen Glasstab bis ungefähr 3 cm vom Ende mit einem Platindraht und lege den Stab, während man den Platindraht mit der Hand berührt, an ein Elektroskop. Dasselbe wird nicht entladen, selbst dann nicht, wenn der Stab bis gegen 100° erwärmt wird, wenn dagegen der Glasstab bis ungefähr 320° erwärmt wird, so entladet sich das Elektroskop in kurzer Zeit.

Ebenso wie eine gelinde Temperaturerhöhung wirkt alles, was die Oberfläche der Isolatoren von dem verdichteten Wasser reinigt oder wenig hygroskopisch macht, auf die Verringerung des Leitungsvermögens. Abwischen mit trockener Seide ist deshalb ein gutes Mittel, um die Isolatoren weniger leitend zu machen. Glas wird deshalb ein besserer Isolator, wenn es mit einem Schellackfirnis bedeckt wird, da Schellack weniger hygroskopisch ist als Glas.

Gase gehören zu den unvollkommenen Leitern der Elektrizität. Man kann sich den Vorgang der Leitung in einem mit Gas erfüllten Raum so denken, daß zunächst die nichtelektrischen Gasteile von dem elektrisierten Körper angezogen und durch Mitteilung elektrisiert werden; die elektrisierten Teilchen werden abgestoßen und machen neuen nicht elektrisierten Gasteilchen Platz. Auf diese Weise wird allmählich den elektrischen Körpern von der sie umgebenden Luft die Elektrizität entzogen. Ob man außerdem noch eine Leitung der gasförmigen Körper anzunehmen hat, ähnlich derjenigen bei den festen Körpern, werden wir an einer andern Stelle besprechen.

Durch den leeren Raum kann sich die Elektrizität nicht fortpflanzen, wie durch vielfache Versuche bewiesen ist. So stellte P. Erman<sup>2</sup>) ein gut ausgekochtes Barometer her, dessen leerer Raum eine Länge von circa 15 cm hatte, und in dessen Spitze ein Platindraht eingeschmolzen war, welcher in den leeren Raum hineinreichte. Das Quecksilber des Barometers wurde mit einem Elektroskope in leitende Verbindung gebracht, während dem Platindrahte Elektrizität mitgeteilt wurde. Hätte sich die Elektrizität durch den leeren Raum ausbreiten können, so hätte das Elektroskop solche anzeigen müssen, da das Quecksilber die Elektrizität zu leiten imstande ist. Es war das jedoch nicht der Fall.

Durch einen ähnlichen Versuch wies Riess<sup>3</sup>) dasselbe nach, er stellte unter die Glocke einer Luftpumpe ein Elektroskop, dessen Goldblättchen eine Divergenz von 14 mm besaßen, und fand, als er die Luft nicht ausgepumpt hatte, daß nach 55 Minuten die Divergenz auf 10 mm gesunken war. Darauf wurde das Elektroskop von neuem elektrisiert, so daß die Divergenz der Goldblättchen 14 mm betrug, und die Luft dann

1) Riess, Reibungselektrizität. Bd. I, S. 44.

2) P. Erman, Gilberts Annalen. Bd. XI.

3) Riess, Doves Repertorium der Physik. Bd. II.

auf 10 mm Quecksilberdruck ausgepumpt. Nach 68 Minuten zeigten Goldblättchen noch eine Divergenz von fast 13 mm. Es folgt somit, der luftverdünnte Raum die Elektrizität nicht besser leitet als der erfüllte, sondern schlechter. Auch daraus folgt, daß der luftleere Raum die Elektrizität nicht leitet.

Auf die Frage nach der Leitung des leeren Raumes kommen wir also wie auf diejenige der Leitung der Gase im letzten Abschnitte hinsichtlich zurück.

### • §. 30.

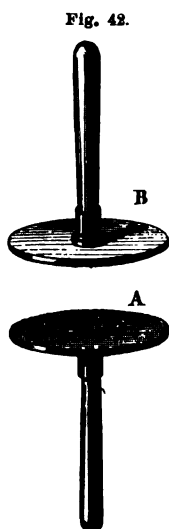
**Erregung der Elektrizität.** Nach den im vorigen Paragraphen mitgeteilten Erfahrungen über die Fortpflanzung der Elektrizität können wir die Frage über die Erregung der Elektrizität näher treten. Es ergibt sich nämlich daraus, daß, um zu erkennen ob durch irgend einen Prozeß an irgend einem Körper Elektrizität erregt ist, es nicht ausreicht, daß eine Erregung stattgefunden hat, sondern es ist dazu erforderlich, daß die erregte Elektrizität auch an dem Orte der Erregung festgehalten werde. Wenn deshalb die Körper, an denen man Elektrizität erregen will, selbst leitend und mit der Erde in leitender Verbindung sind, so wird man aus dem Nichtauftreten von Elektrizität bei einem Prozesse durchaus nicht den Schluß zu ziehen berechtigt sein, daß eine Erregung überhaupt nicht stattgefunden hat.

Wie wir im §. 21 sahen, zeigen sich bei der Reibung nicht alle Körper elektrisch, sondern nur die sogenannten idioelektrischen; vergleichen wir aber die Angaben darüber, welche Körper idioelektrisch und welche nichtelektrisch sind, mit den Angaben, welche nichtleitend und welche leitend sind, so erkennen wir sofort, daß die idioelektrischen Körper die Elektrizität nicht leiten, die anelektrischen dagegen sie leiten. Wir werden deshalb schließen, daß diese Körper keine Elektrizität erkennen lassen, weil die erregte sofort abgeleitet wird. Der Versuch bestätigt diesen Schluß; denn versehen wir die leitenden Körper bei der Reibung mit einer isolierenden Handhabe, so zeigen sie sich alle nach derselben elektrisch. Der elektrische Zustand ist also bei allen Körpern ohne Ausnahme durch Reibung zu erhalten und nachzuweisen, wenn wir dafür sorgen, daß die erregte Elektrizität nicht sofort abgeleitet wird.

Da bei der Reibung sowohl der geriebene als der reibende Körper gerieben wird, so werden wir weiter schließen, daß nicht nur an dem geriebenen, sondern auch an dem reibenden Körper Elektrizität auftritt. Auch dieses wird durch den Versuch bestätigt, wenn man dafür sorgt, daß der reibende Körper mit der Erde nicht in leitender Verbindung ist. Wenn man z. B. an eine Metallscheibe *A* eine Handhabe von Glas anbringt (Fig. 42), dieselbe auf der einen Seite mit Leder überzieht, welches mit Kienmaierschem Amalgam versehen ist, und mit dieser dann eine ähnliche Glasscheibe *B* reibt, so weist ein einfaches Goldblattelektroskop auf beiden Scheiben Elektrizität nach, und zwar auf beiden Elektrizität von ungefähr gleicher Stärke. Wendet man aber, um die Art der auf beiden Scheiben vorhandenen Elektrizität zu untersuchen, ein vorher mit einer Elektrizität geladenes oder ein Säulenelektroskop an, so beweist die



Bewegung der Goldblättchen, daß die Art derselben auf beiden verschieden ist; die Elektrizität des Glases ist positiv, die des Amalgams ist negativ. Die durch Reibung dieser beiden Körper erzeugten Elektrizitäten sind also einander entgegengesetzt. Das zeigt sich in den folgenden Versuchen. Vertauschen wir das amalgamierte Leder mit



so wird auch diese elektrisch und zwar negativ, während das Glas positiv wird; vertauschen wir es mit einer Harzscheibe, so wird die Wolle positiv, das Harz negativ elektrisch; reiben wir direkt die Harzscheibe an einer Glasscheibe, so wird das Glas das Metall negativ elektrisch. Reiben wir die Glasscheibe an einer Harzscheibe, so wird das Metall das Harz negativ elektrisch.

Wir gelangen auf diese Weise zu dem wichtigen Satze, daß bei der Reibung zweier Körper an sich stets beide Körper elektrisch werden und zwar der eine positiv, der andere negativ.

Ob ein Körper durch Reibung positiv oder negativ elektrisch wird, das hängt, wie sich schon aus dem Satze mit Notwendigkeit ergibt, wesentlich davon ab, mit welchem Körper er gerieben wird. Schon die oben angeführten Beispiele beweisen das. Wolle, die an Glas gerieben wird, wird negativ, mit Harz gerieben positiv elektrisch; Metalle mit Glas gerieben werden negativ, mit Harz gerieben positiv elektrisch. Was von diesen gilt, gilt auch von den anderen; Glas z. B., wenn

es an einem anderen Körper gerieben wird, erhält eine positive Elektrizität an bei der Reibung mit dem Pelze von Raubtieren.

Eine Beziehung zwischen der Art der Elektrizität, welche zwei Körper bei gegenseitiger Reibung annehmen, und anderen bekannten Eigenschaften der Körper, hat sich trotz vieler Versuche nicht erkennen lassen. Man glaubte, daß die Art der Erregung von dem Leitungsvermögen abhängt; daß der besser leitende Körper negativ, der schlechter leitende positiv werde, indes hat sich das durchaus nicht bestätigt. Das Einzige, in dieser Beziehung geleistet werden konnte, ist die Anordnung einer Reihe von Körpern in eine sogenannte Spannungsreihe, in welcher die Körper derart geordnet sind, daß jeder vorhergehende Körper den nachfolgenden gerieben positiv, jeder nachfolgende mit dem vorhergehenden gerieben negativ elektrisch wird.

Im Folgenden sind zwei solche Spannungsreihen neben einander gestellt, die erste ist von Young aus Versuchen von Lichtenberg, die zweite von Faraday<sup>2)</sup> zusammengestellt.

1) *Th. Young*, Lectures on natural philosophy. London 1807. V.  
2) *Faraday*, Experimental researches in electricity art. 2141.  
Ann. Bd. LX.

## Reihe von Young.

Glas, poliert  
 Haare  
 Wolle  
 Federn  
 Papier  
 Holz  
 Wachs  
 Siegellack  
 Glas, mattes  
 Metalle  
 Harz  
 Seide  
 Schwefel

## Reihe von Faraday.

Katzen- und Bärenfell  
 Flanell  
 Elfenbein  
 Federkiele  
 Bergkrystall  
 Flintglas  
 Baumwolle  
 Leinwand  
 Weiße Seide  
 Die Hand  
 Holz  
 Lack  
 Eisen, Kupfer, Messing,  
 Zinn, Silber, Platin  
 Schwefel.

Die beiden Reihen zeigen zwar im allgemeinen eine ziemliche Übereinstimmung, im einzelnen jedoch auch manche Abweichung, so daß auch Reihen keineswegs mit Sicherheit die Art der bei der Reibung erzeugten Elektrizität angeben. Der Grund dafür liegt darin, daß die Art der Erscheinungen wesentlich abhängig ist von der Oberflächenbeschaffenheit der Körper. Um dieses zu beweisen, erwähnen wir nur die verschiedenen Erscheinungen bei Reibung des Glases. Frische Glasflächen werden durch Reibung nur schwach elektrisch, erst durch längeren Gebrauch, wenn die Oberfläche alt geworden ist, nimmt die durch Reibung erzeugte Elektrizität zu. Alte Glasflächen werden mit allen Körpern ausser mit dem Pelz von Raubtieren und einigen Krystallen gerieben positiv elektrisch. Man dagegen Glas mit Schmirgel oder Sand matt schleift, so wird es positiv elektrisch mit Wachs, Schwefel, Metallen, Alkohol, Äther und Äthern, dagegen negativ ausser mit dem Pelze der Raubtiere, mit Federn, Holz, Papier und mit der Hand<sup>1)</sup>.

Die Unterschiede selbst, welche sonst durch nichts wahrzunehmen sind, lassen sich am Glas durch die Art der Elektrisierung erkennen. Heintz<sup>2)</sup> teilte die eine Hälfte eines Glasstabes, welcher durch Reibung mit Leder usw. positiv elektrisch wurde, einige Minuten über einer Flamme. Bei gelindem Reiben mit Wolle oder Leder wurde diese negativ, die andere positiv elektrisch. Anhaltendes starkes Reiben, auch mit Alkohol oder Kalihydrat stellte den früheren Zustand wieder her. Ähnlich wie das Erhitzen über der Alkoholflamme wirkte Einbringen in konzentrierte Salpetersäure oder Schwefelsäure.

Auch die Art des Reibens kann die erzeugte Elektrizität verändern; Péclet<sup>3)</sup> wurde eine Glasstange mäßig mit Kattun oder Leinwand gerieben positiv, heftig gerieben negativ elektrisch; Faraday<sup>4)</sup> fand eine

1) Riess, Reibungselektrizität. Bd. II, p. 379.

2) Heintz, Poggend. Ann. Bd. LIX.

3) Péclet, Annales de chim. et de phys. T. LVII.

4) Faraday, Experimental researches in elect. XVIII. Reihe, art. 2141. Phil. Mag. Bd. LX.

Wied., Physik. IV. 4. Aufl.

Schreibfeder leicht gegen trocknes Segeltuch gestrichen stark negativ elektrisch, unter starkem Drucke durch eine Falte desselben gezogen ebenso stark positiv elektrisch. Wenn man Glas der Länge nach mit Haaren reibt, etwa damit peitscht, so wird es negativ elektrisch, reibt man es der Quere nach, indem man es durch eine Haarschlinge zieht, so wird es positiv elektrisch<sup>1)</sup>).

Das Auftreten der Elektrizität durch Reibung wird dadurch noch bedeutend verwickelter, daß auch zwei ganz gleichartige Körper an einander gerieben elektrisch werden, und zwar stets auch der eine positiv, der andere negativ<sup>2)</sup>. Wenn man ein Stück einer nichtleitenden Substanz durchbricht, und dann die beiden Stücke an einander reibt, so werden beide elektrisch, das eine positiv, das andere negativ; welches von beiden aber positiv, welches negativ wird, das läßt sich gar nicht vorhersagen. Einige Beobachter gaben an, daß, wenn man das eine der Stücke als Reibzeug benutzt, also mit demselben so über das andere hinfährt, daß immer dieselbe Stelle des ersten nach und nach die verschiedenen Stellen des zweiten berührt, der reibende Körper immer dieselbe Elektrizitätsart erhalte. Nach Riess<sup>3)</sup> ist das aber nicht der Fall, er fand den reibenden Teil bald positiv, bald negativ.

Die Reibung zweier Körper an einander ist die hauptsächlichste Quelle der Elektrizität, deren Verhalten und Gesetze wir in diesem Abschnitte zu untersuchen haben; sie ist aber keineswegs die einzige, sondern alle Vorgänge, welche eine ähnliche Erschütterung der Moleküle der Körper zur Folge haben, erregen Elektrizität.

Trennt man von einer isolierenden Substanz durch Feilen oder Schaben kleine Teile ab, so zeigen sich dieselben elektrisch. Um das nachzuweisen, hat man nur das Säulenelektroskop mit einer Platte zu versehen und auf diese eine Metallschale zu setzen; schabt man dann von einer Siegellackstange Späne und läßt sie in die Schale fallen, so erhält man deutliche Bewegungen des Goldblättchens; die abgeschabten Teile habe ich häufig positiv elektrisch gefunden, ein Beweis, daß nicht die Reibung des Siegellacks, welche stets mit dem Schaben verbunden ist, die Ursache der Elektrizitätserregung ist. Volta giebt an<sup>4)</sup>, daß durch die von Harz, Wachs, Talg, Chokolade, Holz, Knochen, Zucker und anderen Stoffen abgeschabten Teile ein isolierter Metallteller kräftig elektrisiert worden sei; auch Feilspäne von Kohle und geschabtes Eis von O<sup>0</sup> gaben kräftige Elektrizität.

In ähnlicher Weise wie das Schaben, wirkt das Zerschneiden, Zerschneiden oder Auseinanderreißen vieler Substanzen. Zerschneidet man einen Kork und läßt die abgeschnittenen Stücke in eine Metallschale fallen, welche auf einem Säulenelektroskope steht, so erhält man deutliche Spuren von Elektrizität. Wenn man von Gyps oder Glimmer Blättchen abspaltet, so zeigen die Spaltungsflächen deutliche Spuren von Elektrizität, und zwar sind die beiden getrennten Flächen entgegengesetzt

1) Riess, Reibungselektrizität Bd. II, p. 386.

2) Riess, Reibungselektrizität Bd. II, p. 363 ff.

3) Riess a. a. O.

4) Collezione dell' opere I. 2, p. 259.

elektrisch. Zerbricht man Siegellack, so sind die Bruchflächen ebenfalls und zwar entgegengesetzt elektrisch.

Eine etwas andere Art der Elektrizitätserzeugung ist diejenige durch Druck; dieselbe wurde zuerst von Libes beobachtet, als er auf eine Holzschleife mehrfach zusammengelegten Wachstaffet legte und diesen mit einer isolierten Metallplatte zusammenpresste. Bei raschem Abheben fand sich die Platte negativ elektrisch, während sie bei Reibung am Wachstaffet positiv elektrisch wurde. Es bedarf, wie eine Wiederholung des Versuches zeigt, nicht einmal eines Säulenelektroskopes, um die Elektrizität in diesem Falle nachzuweisen. Becquerel giebt an, daß zwei Stücke eines Korkes, als ihre Schnittflächen gegen einander gedrückt wurden, entgegengesetzt elektrisch wurden, und weiter, daß mit der Stärke des Druckes auch diejenige der Elektrizität zunahm<sup>1)</sup>.

In sehr ausgezeichnete Weise besitzen einige Mineralien das Vermögen, durch Druck elektrisch zu werden. Drückt man isländischen Doppelspat, Arragonit, Flussspat, Bergkrystall zwischen den Fingern, so werden sie elektrisch, am stärksten der isländische Doppelspat, welcher noch dazu die eigentümliche Eigenschaft besitzt, die einmal durch Druck in ihm erzeugte Elektrizität mehrere Monate zu behalten. Haüy hat diese Eigenschaft des Doppelspates zur Konstruktion eines sehr einfachen und doch empfindlichen Elektroskopes benutzt. An dem einen Ende eines kleinen, in seiner Mitte aufgehängten und um eine vertikale Axe leicht drehbaren Balkens, aus Schellack gezogen, wird ein Stückchen Doppelspat befestigt und an dem anderen Ende ein Gegengewicht angebracht. Der Kalkspat wird dann durch Druck elektrisiert, er wird dabei positiv elektrisch<sup>2)</sup>.

Außer mechanischen Einwirkungen ist auch die Erwärmung der Körper fähig, Elektrizität hervorzurufen; eine Art dieser Erregung haben wir bereits erwähnt, die Erwärmung einer Lötstelle zweier verschiedener Metalle; wir werden diese unter dem Namen Thermoelektrizität bekannte Erregungsart erst in dem folgenden Abschnitte näher betrachten. Wir erwähnen hier nur, daß die Erwärmung der paaren und unpaaren Lötstellen, wenn man eine große Anzahl Stäbchen zweier Metalle in der im dritten Teil §. 21 angegebenen Weise zusammensetzt, Elektrizität hervorbringt, welche man an einem Elektroskope nachweisen kann<sup>3)</sup>.

Aber noch in einer andern Weise kann man durch Erwärmung Elektrizität erhalten, nämlich durch Erwärmung einer Anzahl von Krystallen. Man begreift die elektrischen Erscheinungen an den Krystallen unter dem Namen der Pyroelektrizität. Dieselbe wurde zuerst, und zwar schon im Altertume, am Turmalin beobachtet, aber erst Bergmann und Wilcke haben die häufig sehr verwickelten Erscheinungen aus einem schon von Canton aufgestellten Satze abzuleiten vermocht<sup>4)</sup>. Wir wollen die sich darbietenden Erscheinungen kurz am Turmalin beschreiben.

Ein Turmalinkrystall ist in einer Umgebung, welche mit ihm die gleiche Temperatur besitzt, nicht elektrisch. Bringt man ihn aber in eine

1) Becquerel, *Traité de l'électricité*. Paris 1834. T. II. §. XIII ff.

2) Haüy, *Annales de chimie par Guyton de Morveau etc.* T. V. *Riess*, *Reibungselektrizität*. Bd. II, p. 403.

3) Kohlrausch, *Poggend. Ann.* Bd. LXXXII.

4) Man sehe *Riess*, *Reibungselektrizität*. Bd. II, p. 464 ff.



Umgebung anderer Temperatur, die entweder wärmer oder kälter ist, so daß sich der Krystall erwärmt oder abkühlt, so treten an demselben zwei elektrische Pole auf, deren einer positiv ist, während der andere negativ ist. Die Pole sind einander entgegengesetzt, wenn der Krystall erwärmt wird, als wenn er abgekühlt wird, d. h. der Pol, welcher beim Erwärmen positiv elektrisch wurde, ist beim Erkalten negativ, der beim Erwärmen negative Pol ist beim Erkalten positiv. Nach G. Rose nennt man den Pol, welcher bei der Temperaturerhöhung positiv, bei Temperaturniedrigung negativ ist, den analogen Pol; den anderen, bei welchem das Vorzeichen der Elektricität jenem der Temperaturänderung entgegengesetzt ist, den antilogen Pol. Man kann die Elektricität leicht an einem Elektroskope nachweisen. Sobald der Turmalin eine stationäre Temperatur angenommen hat, ist wieder jede Spur von Elektricität verschwunden.

Man kann aus diesem Satze die elektrischen Erscheinungen des Turmalins bei Temperaturänderungen sämtlich ableiten. Man habe einen solchen Krystall, dessen Pol *P* beim Erwärmen positiv, dessen Ende *N* dann negativ wird. Hält man z. B. das Ende *N* eine kurze Zeit in eine Flamme, so wird beim Herausnehmen das Ende *N* positiv, aber auch *P* positiv, nach einiger Zeit aber *P* negativ, während *N* positiv bleibt. Der Grund liegt darin, daß das Ende *N* sich sofort nach Fortnahme der Flamme abkühlt, das Ende *P* aber noch wegen der schlechten Wärmeleitung des Turmalin sich erwärmt; nach einiger Zeit aber hat auch *P* seine höchste Temperatur angenommen, es kühlt sich ab und mit der Abkühlung wird es negativ elektrisch. Erhitzt man *P* in der Flamme, so werden aus demselben Grunde *P* und *N* anfangs negativ, dann aber wird *N* positiv elektrisch.

Dieses elektrische Verhalten zeigt der Turmalin sowohl als Ganzes, als auch in seinen Stücken. Bricht man einen Turmalin in mehrere Teile, so verhalten sich diese gerade so, und zwar findet man den analogen Pol der Stücke an den Stellen, welche dem analogen Pol des ganzen Krystalles am nächsten lagen. Ja selbst gepulverter Turmalin zeigt noch dieses Verhalten; erhitzt man Turmalinpulver auf einem Bleche und rührt es dann mit einem Glasstabe, so ballt es sich zusammen. Daß dieses Zusammenballen Folge der Anziehung der entgegengesetzt elektrischen Pole ist, ergibt sich daraus, daß diese scheinbare Zähigkeit des Pulvers vollständig wieder verloren ist, wenn es wieder auf die Temperatur der Umgebung erkaltet ist.

Ganz ähnliche Erscheinungen zeigen sich bei sehr vielen andern Krystallen nach den Untersuchungen von Köhler<sup>1)</sup>, G. Rose<sup>2)</sup>, Riess<sup>3)</sup> und besonders von Hankel<sup>4)</sup>. Rose und Riess zogen aus ihren und den übrigen damals vorliegenden Beobachtungen den Schluß, daß nur solche Krystalle pyroelektrisch werden, welche aus der Kombination einer einfachen Form mit einer nicht parallellächigen Hemiedrie bestehen. So z. B. kann die Kombination des Würfels mit einem Tetraeder, welches vier Ecken der

1) Köhler, Poggend. Ann. Bd. XVII.

2) G. Rose, Abhandlungen der Berliner Akademie 1836.

3) Riess und Rose, Abhandlungen der Berliner Akademie 1843. Riess Lehre von der Reibungselektricität. Bd. II, p. 460 ff.

4) Hankel, Poggend. Ann. Bd. XLIX, L, LIII, LVI. Abhandl. der Königl. Gesellsch. der Wissensch. Bd. VI, VIII, XIV, XV, XVIII, XX.



Würfels abstumpft, pyroelektrisch werden. In solchen Krystallen kommt der Borazit vor; die Pole fallen hier mit den Tetraederflächen und den ihnen gegenüberliegenden nicht abgestumpften Würfecken zusammen, so daß es beim Borazit vier Paare von Polen giebt. Nach Köhler sind die Tetraederflächen die antilogen, die Würfecken die analogen Pole. Nach Hankel wechseln indes die Pole ihr Zeichen je nach der Temperatur, bis zu welcher die Krystalle erwärmt werden; die Tetraederflächen sind bei der Erwärmung zuerst negativ, mit steigender Temperatur werden sie positiv und dann wieder negativ.

Aus den Untersuchungen Hankels ergibt sich indes, daß der Hemi-morphismus nicht die unerläßliche Bedingung der pyroelektrischen Erscheinungen ist, daß vielmehr die Eigenschaft, durch Temperaturänderungen elektrisch zu werden, allen Krystallen zukommt, soweit ihre übrigen physikalischen Eigenschaften ein Auftreten und ein Anhäufen der Elektricität bis zu meßbarer Stärke gestattet. Als Bedingung für das Auftreten der Pyroelektricität erscheint nach Hankel eine Verschiedenheit der krystallographischen Axen, zu welcher ein geringes Leitungsvermögen der Krystalle für Elektricität hinzutreten muß, um die Ansammlung der Elektricität bis zu meßbaren Wirkungen zu ermöglichen. Die Pyroelektricität kam darnach bei Krystallen derjenigen Systeme, welche ungleichwertige Axen haben, auftreten; bei Krystallen des regulären Systems sind es vorwiegend die hemimorphen Krystalle, welche Pyroelektricität zeigen, indes fand Hankel auch bei in Würfeln krystallisierendem Flußspat dieselbe, welche er auf den Unterschied zwischen den Flächenaxen und Eckenaxen zurückführt.

Ähnliche elektrische Erscheinungen werden nach den Versuchen Hankels<sup>1)</sup> bei Flußspat auch durch Beleuchten mit Tageslicht, elektrischem Licht oder Sonnenlicht hervorgebracht, Hankel nennt die Erscheinungen photoelektrische, und bei Bergkrystall infolge der Absorption von Wärmestrahlen. Die letztern elektrischen Erscheinungen nennt Hankel aktinoelektrische. Daß die durch Belichtung hervorgerufene Elektricität nicht pyroelektrischen Ursprungs ist, geht daraus hervor, daß nach dem Aufhören der Beleuchtung die Elektricität allmählich verschwindet, ohne daß sich das Vorzeichen der Elektricität, wie bei dem Erkalten eines pyroelektrischen Krystalls es der Fall sein würde, umkehrt. Die aktinoelektrischen Wirkungen treten auch bei Anwendung dunkler Wärmequellen auf, die sind dem Vorzeichen nach entgegengesetzt den durch die Erwärmung hervorgebrachten Wirkungen, ein Beweis, daß sie nicht Folge der durch die Absorption der Wärmestrahlen eintretenden Erwärmung der Krystalle sind.

Wegen des Speciellern dieser Erscheinungen verweisen wir auf die Arbeiten Hankels und die von ihm gegebene kurze Darstellung derselben im 2. Bande von Wiedemanns Elektricitätslehre, S. 316 ff.

Schließlich müssen wir noch zwei Quellen der Elektricität nennen, mit welchen wir uns sehr ausführlich im nächsten Abschnitte beschäftigen werden, die Elektricitäts-erregung durch chemische Prozesse und diejenige durch Berührung heterogener Substanzen. Es wird deshalb überflüssig

<sup>1)</sup> Hankel, Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. XX.

sein, an dieser Stelle bei diesen Arten der Elektrizitätserregung zu verweilen, besonders da wir sie ebensowenig wie die zuletzt beschriebenen Erregungsarten benutzen werden, um Elektrizität zu unseren Untersuchungen zu erhalten. Dazu werden wir nur die Reibung verschiedener Körper an einander anwenden.

Nur eines chemischen Prozesses sei hier gedacht, welcher unzweifelhaft Elektrizität liefert, der Verbrennungsprozess. Sowohl die Flamme des Wasserstoffgases ist nach Versuchen von Pouillet und Hankel elektrisch gefunden worden, als auch Flammen von Alkohol, Wachs, Äther, Öl und Fett<sup>1)</sup>. Pouillet fand, daß eine Wasserstofflampe eine Platinspirale, welche von dem äußeren Mantel der Flamme berührt wurde, positiv elektrisch machte, daß dagegen ein in das Innere der Flamme geführter Draht negativ elektrisch wurde. Hankel fand dagegen, daß eine Wasserstofflampe an der Spitze positiv, unten negativ elektrisch war.

Sehr leicht läßt sich die Elektrizität an glimmenden Körpern nachweisen; man stelle auf den Teller eines Säulenelektroskopes ein Kohlenkerzchen, so bewegt sich gleich nach dem Anzünden des Räucherkerzchens das Goldblättchen nach der positiven Platte. Das Kerzchen wird negativ, der Dampf positiv elektrisch.

### §. 31.

**Maß des elektrischen Zustandes.** Wir haben in dem Vorigen schon häufig von größerer oder geringerer Stärke des elektrischen Zustandes gesprochen, welcher an den Körpern beobachtet wird, und dies dieselbe geschlossen durch die größere oder geringere Divergenz der Goldblättchen im Elektroskope. Diese Divergenz kann uns indes nur in einzelnen Fällen Schlüsse auf die größere oder geringere Stärke, niemals aber eine numerische Vergleichung derselben gestatten. Man wird die Behauptung schon durch folgenden Versuch begründet sehen. Man nehme zwei Elektroskope, an deren einem der Messingstift doppelt so lang und die Kugel am oberen Ende doppelt so groß ist als am anderen, und berühre dieselben nacheinander mit derselben Glasröhre, nachdem letztere beide Male mit demselben Reibzeuge und gleich stark gerieben ist. Versuchen wir, werden annehmen dürfen, daß die Röhre in beiden Fällen gleich stark elektrisch ist, oder dieselbe Elektrizitätsmenge besitzt; sollte deshalb das Elektroskop gestatten, allgemein auf die Stärke des elektrischen Zustandes der an dasselbe angelegten Körper zurückzuschließen, so müßte die Divergenz der Goldblättchen in beiden Elektroskopen dieselbe sein. Das ist jedoch durchaus nicht der Fall; die Divergenz in dem größeren Elektroskope ist bedeutend kleiner als in dem kleineren. Daraus ergibt sich, daß Elektroskope nicht einmal geeignet sind, Elektrizitätsmengen mit einander zu vergleichen, geschweige denn ein Maß für dieselben zu liefern.

Um Elektrizitätsmengen mit einander zu vergleichen, kann man verschiedene Wege einschlagen. Durch die Reibung einer gewissen Strecke eines Glases, unter einem gewissen Drucke, wird die ganze Strecke in einen elektrischen Zustand von gewisser Stärke versetzt. Denken wir uns

1) Pouillet, Annales de chim. et de phys. T. XXXV. Poggend. Ann. Bd. LXXXI.  
Hankel, Poggend. Ann. Bd. LXXXI.

die elektrischen Erscheinungen durch ein Agens von realer Existenz hervorgebracht, das wir, ohne über seine Natur irgend etwas anzunehmen, als elektrisches Fluidum oder kurzweg als Elektrizität bezeichnen wollen, so wird dieser elektrische Zustand des Glases dadurch hervorgebracht, daß auf demselben eine gewisse Menge Elektrizität entwickelt ist. Führen wir nun über das geriebene Glas ein Metallblech, welches das Glas in allen Punkten berührt und mit einer isolierten Metallkugel in Verbindung ist, so wird der elektrische Zustand des Glases auf die Kugel übertragen, und das Glas bleibt unelektrisch zurück. Dadurch ist also in der Kugel eine gewisse Elektrizitätsmenge angesammelt worden. Wenn wir nun noch einmal dieselbe Glasfläche ganz ebenso reiben, so wird dieselbe wieder in denselben elektrischen Zustand versetzt als vorher; übertragen wir denselben wieder auf die isolierte Metallkugel, so wird wieder dieselbe Elektrizitätsmenge dieser zugeführt, sie enthält also doppelt so viel Elektrizität als vorher. Ganz dieselbe Elektrizitätsmenge würde die Kugel erhalten haben, wenn wir gleich das erste Mal eine doppelt so große Glasfläche in gleicher Weise gerieben und von dieser die Elektrizität auf die Kugel übertragen hätten.

Wir gelangen also hier zur Vergleichung von Elektrizitätsmengen unter der Voraussetzung, daß durch eine gewisse Reibung eine bestimmte Menge Elektrizität erzeugt werde, indem wir die Anzahl solcher Erregungen vergleichen, welche zu der Entwicklung der verglichenen Elektrizitätsmengen gedient haben. Die Einheit ist natürlich bei dieser Vergleichung ganz willkürlich.

Noch in einer andern Weise können wir die Elektrizitätsmengen vergleichen. Man elektrisiere zwei Metallkugeln, welche mit einander in Berührung sind, so wird man bei der Leichtigkeit, mit welcher sich die Elektrizität durch Metalle ausbreitet, sicher sein können, daß die auf beide Kugeln übertragene Elektrizität sich zwischen beiden in ganz gleicher Weise verteilt hat, so daß also jede Kugel die Hälfte der erregten Elektrizität besitzt. Berühren wir nun eine der Kugeln mit einer andern ganz gleichen, so wird auch zwischen diesen die Elektrizität sich in ganz gleicher Weise verteilen, und jede dieser beiden Kugeln wird die Hälfte derjenigen Elektrizität besitzen, welche die dritte Kugel für sich hat. Durch weitere Berührungen mit immer gleichen Kugeln können wir auf diese Weise Elektrizitätsmengen erhalten, welche von derjenigen der unberührten Kugel  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$  u. s. f. enthalten<sup>1)</sup>.

Wir gelangen auf diese Weise, wie eben erwähnt wurde, nur zu einem relativen Maße, nicht zu einem absoluten, dessen Einheit keine willkürliche mehr ist. Um zu diesem zu gelangen, müssen wir uns an die Wirkungen der Elektrizität wenden, da die Natur der Elektrizität selbst uns durchaus unbekannt ist. Die einfachste und zugleich charakteristische Äußerung der Elektrizität ist diejenige, daß zwei gleichnamig elektrisierte Körper sich abstoßen, zwei ungleichnamig elektrisierte sich anziehen. Diese anziehenden und abstoßenden Kräfte werden sich jedenfalls nach einem bestimmten Gesetze mit der Menge der Elektrizität und den Entfernungen, aus welchen sie auf einander wirken, ändern. Ist das Gesetz bekannt,

1) *Ries, Reibungselektrizität. Bd. I, p. 49 ff.*

nach welchem mit der Menge und dem Abstände der Elektricitäten die anziehenden und abstossenden Kräfte sich ändern, so wird man aus der beobachteten Abstossung oder Anziehung in zwei Fällen das Mengenverhältnis der thätigen Elektricitäten ableiten, zugleich aber die Mengen nach einer absoluten Einheit ausdrücken können. Wir haben nur jene Elektricitätsmenge als die Einheit zu setzen, welche auf eine ihr an GröÙe und der Art nach gleiche, in der Entfernungseinheit die der Einheit gleiche abstossende Kraft ausübt.

Diese Einheit läßt sich noch näher präcisieren. Wir haben in der Mechanik erwähnt<sup>1)</sup>, daß eine homogene Kugel oder Kugelschale bei dem zwischen materiellen Körpern gültigen Anziehungsgesetze nach außen hin gerade so anziehend wirkt, als wenn ihre ganze Masse im Mittelpunkt der Kugel vereinigt wäre. Wir werden nun annehmen dürfen, und es später noch nachweisen, daß die einer Kugel mitgeteilte Elektricität sich an derselben ganz gleichmäßig verteilt, wir werden ferner sehen, daß die Abstossungen oder Anziehungen zweier Elektricitätsmengen dem Produkt dieser Mengen direkt, dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional sind. Sei es nun, daß die Kugel ihrer ganzen Masse nach, oder nur an ihrer Oberfläche elektrisch wird, sie wird nach dem erwähnten Satze nach außen hin gerade so abstossend oder anziehend wirken, als wenn die gesamte Elektricität in dem Mittelpunkte der Kugel konzentriert wäre.

Dieses gesetzt, ist die Einheit der Elektricität jene, welche auf einer kleinen Kugel verteilt eine andere ebensolche und mit derselben Elektricitätsmenge gleicher Art versehene Kugel, deren Mittelpunkt von dem Mittelpunkte der erstern um die Längeneinheit entfernt ist, mit der Einheit der Kraft abstößt. Kohlrausch und Weber<sup>2)</sup> wählten als Einheit des Abstandes 1 mm und als Einheit der Kraft jene, welche der Masse von 1 mg in der Zeitsekunde die Beschleunigung 1 mm erteilt. In dem [C. G. S.] System haben wir Centimeter, Gramm und Sekunde als Einheit zu setzen. In welchem Verhältnis die letztere Einheit größer ist als die erstere erkennt man sofort, wenn man die Dimensionen der gewählten Einheit bestimmt. Nach dem eben angeführten im nächsten Paragraphen zu beweisenden Gesetz ziehen sich zwei Elektricitätsmengen  $e$  und  $e_1$  in einer Entfernung  $r$  mit einer Kraft  $A$  an, welche gleich ist

$$A = \frac{e e_1}{r^2}.$$

Mit den schon im vorigen Abschnitt gewählten Dimensionszeichen  $\mu$  (Masse),  $\lambda$  (Länge),  $\tau$  (Zeit) ist

$$\frac{e e_1}{r^2} = A = z [\mu \lambda \tau^{-2}]$$

oder wenn wir  $e = e_1$  setzen,

$$e^2 = z [\mu \lambda^3 \tau^{-2}]$$

somit

$$e = z [\mu^{1/2} \lambda^{3/2} \tau^{-1}].$$

1) Man sehe im 1. Bd. Abschnitt I, §. 39.

2) R. Kohlrausch und W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen Art. 4. In den Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. V, S. 224

als Maß der Elektrizität hat also dieselben Dimensionen wie das Magnetismus, und man sieht unmittelbar wie im §. 11, daß die des [C. G. S.] Systems 1000mal so groß ist, als die von W. Weber hiraus gewählte Einheit, daß also mit der letztern Einheit eine die Elektrizitätsmenge durch die 1000fache Zahl ausgedrückt wird als die Einheit des [C. G. S.] Systems.

Nehmen wir uns die eine von zwei mit der Einheit der Elektrizität versehenen Kugeln an dem Endpunkte eines Hebelarmes von der Länge  $l$  festigt, so erhält derselbe von der zweiten Kugel im Abstände  $r$  ein Drehungsmoment, welches jenem gleich ist, welches zwei mit der Einheit des magnetischen Momentes versehene Magnete in der zweiten Lage in der Abstandseinheit auf einander ausüben.

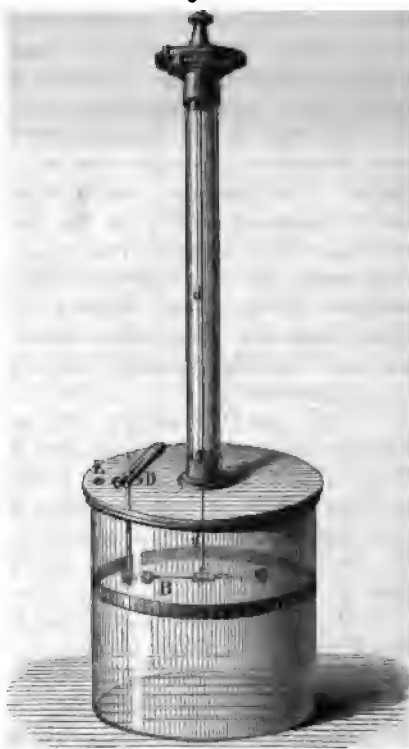
### §. 32.

**Gesetze der elektrischen Anziehung und Abstossung.** Die Gesetze, nach welchen die elektrischen Anziehungen und Abstossungen mit der Masse und der Entfernung der elektrischen Massen sich ändern, sind von Coulomb<sup>1)</sup> mit Hilfe der Drehwage untersucht worden. Die

Ergebnisse der Torsionswage haben wir im vorigen Abschnitte §. 14 aus-  
führlich beschrieben, wir haben hier  
hinzuzufügen, welche Vorrichtungen  
dieselben angebracht wurden,  
zu den elektrischen Versuchen  
zu benutzen. Da die elektrischen  
Kräfte, welche bei diesen Versuchen  
in Anwendung kommen, sehr schwach  
sind, so muß zunächst, um die  
Torsionskraft möglichst klein zu ma-  
chen, ein sehr dünner Aufhänger  
draht  $d$  (Fig. 43) verwendet  
werden. Man wandte einen solchen an,  
dessen Länge eines pariser  
Pouces nur das Gewicht von  $\frac{1}{16}$  Grain  
hatte. Eine Bestimmung des Torsions-  
momentes des Drahtes ergab, daß  
eine Torsion um  $1^\circ$  ein am Ende des  
horizontalen Wagebalkens angebrach-  
tes Gewicht von  $\frac{1}{122400}$  Grain das Gleich-  
gewicht hielt.

Der Wagebalken  $B$  dient ent-  
weder aus dünner Schellack ge-  
fertigten Fäden oder Glasfäden, welche  
mit Schellack überzogen sind. Riess  
verwendete einen solchen Wage-  
balken in seiner Torsionswage  
aus zwei Glasfäden zusammengesetzt,

Fig. 43.



<sup>1)</sup> Coulomb, *Mémoires de l'Académie*. Paris 1785.



jeden 8 cm lang, welche vorsichtig mit Schellack überzogen waren. Die selben wurden durch einen 2,5 cm langen dünnen Schellackcylinder verbunden, so daß der ganze Wagebalken eine Länge von 19 cm besaß.

An dem einen Ende des Wagebalkens wird eine vergoldete Kugel von Hollundermark befestigt, welche an der andern Seite durch ein dünne kreisförmiges Glimmerblättchen, dessen Ebene vertikal steht, equilibriert wird. Das Glimmerblättchen dient zugleich dazu, die Stellung des Wagebalkens an der unteren Teilung zu bestimmen, indem der Stand desselbe beobachtet wird.

Der Balken wird in seiner Mitte an dem Drahte befestigt, so daß er vollkommen horizontal hängt.

Der Deckel der Drehwage hat aufser seiner mittleren Durchbohrung noch zwei andere, welche dem Rande nahe sind. Die eine  $D$  dient dazu eine der am Wagebalken befestigten genau gleiche vergoldete Hollundermarkkugel, welche an einem Schellackcylinder befestigt ist, in die Wage hinabzulassen und festzustellen, die sogenannte Standkugel. Vor dem Beginne der Versuche wird der Wagebalken so gestellt, daß die an ihm befestigte Kugel, wenn der Faden ganz ohne Torsion ist, die Standkugel gerade berührt. Die zweite Öffnung  $E$  dient dazu, die beiden Kugeln der Wage zu elektrisieren, wenn sie in Berührung sind. Man senkt zu dem Ende durch diese eine isolierte elektrisierte Metallkugel in die Wage hinein und berührt die Standkugel einen Augenblick. Nach dem im vorigen Paragraphen Mitgetheilten werden dann beide Kugeln durch Mitteilung um zwar gleich stark elektrisiert.

Die Kugel des Wagebalkens wird von der Standkugel abgestoßen und kommt nach einiger Zeit in einer gewissen abgelenkten Stellung zu Ruhe. Man bestimmt den Winkel, welchen der Wagebalken jetzt mit seiner Ruhelage bildet, an der um den Cylinder der Drehwage gelegten Teilung. Zur genauern Bestimmung des Ablenkungswinkels verläßt man sich nicht auf die Teilung allein, sondern hat vorher verglichen, an welchen Punkten der Teilung das Glimmerblättchen beobachtet wird wenn man den Wagebalken durch Drehung des oberen Torsionskreises um eine beliebige Anzahl Grade gedreht hat. Sei der beobachtete Ablenkungswinkel  $\alpha$ .

Nach der Beobachtung der ersten Ablenkung dreht man den obere Torsionskreis um eine beliebige Anzahl Grade so, daß die Kugel des Wagebalkens der Standkugel genähert wird. Habe man den Torsionskreis um den Winkel  $\vartheta$  zurückgedreht, und bilde der Balken mit seiner Ruhelage den Winkel  $\alpha'$ ; der elektrischen Abstossung, welcher im ersten Fall die Torsion des Drahtes um den Winkel  $\alpha$  das Gleichgewicht hielt, hält jetzt die Torsion  $\vartheta + \alpha'$  das Gleichgewicht.

Man macht noch eine dritte Beobachtung, indem man den Faden um den Winkel  $\vartheta'$  tordiert, so daß der Wagebalken den Winkel  $\alpha''$  mit seiner Ruhelage bildet. Der elektrischen Abstossung hält jetzt die Torsion des Fadens  $\vartheta' + \alpha''$  das Gleichgewicht.

Diese drei Beobachtungen reichen hin, um aus denselben die Änderung der Abstossung mit der Entfernung abzuleiten; eine größere Anzahl Beobachtungen läßt sich nicht anstellen, da die Elektrizität von den Kugeln sich allmählich in die Luft der Wage verbreitet, selbst wenn man durch

Einsetzen von Chlorcalcium in die Wage dafür sorgt, daß dieselbe möglichst trocken ist.

Coulomb erhielt durch derartige Beobachtungen in einem Falle folgende Torsionen  $\vartheta$  und Ablenkungen  $\alpha$

$\vartheta + \alpha$	$\alpha$
$36^\circ$	$36^\circ$
$144^\circ$	$18^\circ$
$575,5^\circ$	$8,5^\circ$

Die Entfernungen der beiden Kugeln sind den Ablenkungen des Wagebalkens nahezu proportional, während die abstoßenden Kräfte den Torsionen des Drahtes proportional sind. Wie man sieht, verhalten sich in diesen Versuchen die Entfernungen der Kugeln nahezu wie 4 : 2 : 1. Andererseits stehen aber die Torsionswinkel nahezu im Verhältnisse von 1 : 4 : 16, denn es ist

$$\frac{575,5}{16} = 35,9 \quad \frac{144}{4} = 36 \quad \frac{36}{1} = 36.$$

Es ergibt sich also aus diesem Versuche, daß die elektrischen Abstöße dem Quadrate der Abstände der elektrischen Massen umgekehrt proportional sind. Mit noch größerer Sicherheit ergibt sich dieser Satz, wenn wir die Versuche genau berechnen. Sei zu dem Ende Fig. 44 ein Horizontalschnitt der Wage in der Ebene des Wagebalkens,  $OP$  sei die Lage des Wagebalkens in der Ruhelage,  $P$  also der Ort der Standkugel.  $ON$  sei die Lage des Wagebalkens nach der Abstößung, also der Winkel  $NOP = \alpha$ ; der Faden sei um den Winkel  $\vartheta + \alpha$  tordiert.

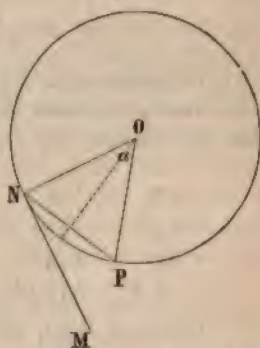
Bezeichnen wir die Kraft, mit welcher die elektrisierten Kugeln in der Einheit des Abstandes sich abstößen, mit  $F$ , so ist die Kraft, mit welcher sie sich im Abstände  $PN$  abstößen, nach dem eben näherungsweise geschlossenen Gesetze gleich

$$\frac{F}{(PN)^2}.$$

Von dieser Kraft trägt zur Drehung der Kugel nur die der Tangente  $MN$  parallele Komponente, also  $\frac{F}{(PN)^2} \cdot \cos PNM$  bei; diese hält der Torsion des Drahtes das Gleichgewicht. Nun ist bekanntlich  $PN = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$ , wenn  $R$  den Radius des Kreises, also die halbe Länge des Wagebalkens bedeutet; nach einem geometrischen Satze ist ferner  $PNM = \frac{\alpha}{2}$ . Die  $MN$  parallele Komponente der elektrischen Abstöße ist somit

$$\frac{F}{4R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

Fig. 44.



und das dem Wagebalken erteilte Drehungsmoment, da diese Kraft Radius  $R$  wirkt,

$$\frac{F}{4 R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot R = \frac{F}{4 R \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Dieser Kraft hält die Torsion des Fadens das Gleichgewicht, bezeichnen wir also den Torsionskoeffizienten dieses Drahtes in der gewöhnlichen Bedeutung des Wortes, d. h. jene Kraft, welche an einem der Längeneinheit gleichen Hebelarme angreifend der Torsion des Fadens das Gleichgewicht hält, wenn der Endpunkt des Hebelarmes einen der Längeneinheit gleichen Bogen beschrieben hat, mit  $T$ , so muß

$$\frac{F}{4 R \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = T \cdot (\vartheta + \alpha).$$

Der Torsionswinkel  $\vartheta + \alpha$  muß hier in Teilen des Halbmessers  $a$  gedrückt sein; ist das nicht der Fall, so haben wir diesen Winkel zu jenen Winkel  $\varphi$  zu dividieren, dessen Bogen an Länge dem Halbmesser gleich ist, nämlich  $57^\circ 17' 45''$ . Setzen wir  $\vartheta$  und  $\alpha$  nach der directen Beobachtung als in Graden gegeben voraus, so können wir obigen Ausdruck schreiben

$$\varphi \cdot \frac{F}{4 R T} = (\vartheta + \alpha) \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}.$$

Die linke Seite der Gleichung ist eine konstante GröÙe, ist daher angenommene Gesetz richtig, so muß auch die rechte Seite konstant sein. Die Berechnung der Coulombschen Versuche giebt folgende Werte:

$\alpha$	$\vartheta + \alpha$	$(\vartheta + \alpha) \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}$	$\alpha$ berechnet
$36^\circ$	$36^\circ$	3,614	$36^\circ$
$18^\circ$	$144^\circ$	3,568	$18^\circ 6'$
$8,5^\circ$	$575,5^\circ$	3,169	$9^\circ 4'$

Wie man sieht, ist die rechte Seite der Gleichung nicht ganz konstant und die vierte Kolumne der kleinen Tabelle zeigt, daß die beobachteten Winkel  $\alpha$  kleiner sind als die aus der ersten Beobachtung  $\vartheta = 0$ ,  $\alpha =$  berechneten Werte. Abgesehen von den unvermeidlichen Ungenauigkeiten der Beobachtung hat dieses seinen Grund in dem schon erwähnten Umstande, daß die Elektrizität auf den Kugeln allmählich durch Zerstreuung in die Luft abnimmt. Die GröÙe  $F$  wird daher allmählich kleiner, so daß die Abweichung der Zahlen der dritten Kolumne von der Gleichheit durchaus nicht gegen das Gesetz spricht.

Noch auf eine andere Weise ist von Egen<sup>1)</sup> später das Gesetz elektrischen Abstossungen abgeleitet worden. An dem einen Arme eines in seiner Mitte aufgehängten Stäbchens von Schellack wurde eine verdickte Kugel von Hollundermark und an dem andern Ende teils als Gegengewicht, teils zum Anhängen von Drähten ein Haken von Messing befestigt. Über der Hollundermarkkugel wurde eine andere ebensolche Kugel in

1) Egen, Poggend. Ann. Bd. V.

ntfernung aufgestellt. Die beiden Kugeln wurden elektrisiert, die Kugel abgestossen und der Wagebalken verließ die horizon-

Durch an der anderen Seite angehängte Gewichte wurde der wieder horizontal gestellt; war das Gleichgewicht erreicht, so aufgehängte Gewicht die elektrische Abstossung der Kugeln in gegebenen Abstände. Bei einem zweiten Versuche wurde der Kugeln geändert und dann wurden die Gewichte und die Abstände verglichen. Es zeigte sich auch hier, daß die Abstossung des Gleichgewichts erforderlichen Gewichte sich umgekehrt wie die Quadrate der Abstände der Kugelmittelpunkte.

iese Weise läßt sich indes nicht die Genauigkeit wie mit der Waage erreichen, da die Herstellung des jedesmaligen Gleichgewichts mehr Zeit in Anspruch nimmt, der Elektricitätsverlust durch die Reibung also größer ist, und da die Waage zur Messung kleiner Abstände durchaus nicht die Empfindlichkeit der Drehwaage besitzen kann. Demnach für die elektrischen Abstossungen bewiesenen Gesetze wird schon sofort den Schluß ziehen, daß auch dasselbe Gesetz für die Anziehung der elektrischen Anziehungen von dem Abstände der Massen gelte. Daß das in der That der Fall ist, hat Coulomb<sup>1)</sup> durch verschiedenen Methoden bewiesen.

Er wandte er die Drehwaage an; die bewegliche Kugel wurde durch Drehung des Torsionskreises dem Wagebalken eine bestimmte Lage gegeben, daß er mit seiner Ruhelage einen Winkel  $c$  bildete. Die ruhende der Standkugel entgegengesetzte Elektricität mitgeteilt und die Kugel ihren Platz gestellt. Die Kugeln ziehen sich an, und der Faden wird in einer Lage zur Ruhe kommen, in welcher er mit seiner Ruhelage nur mehr den Winkel  $a$  bildet, so daß der Faden nur um den Winkel  $c - a$  tordiert ist.

Er dreht den Torsionskreis um einen anderen Winkel  $c'$ , und der Faden kommt in einer anderen abgelenkten Lage  $a'$  zur Ruhe, in welcher der Faden um  $c' - a'$  tordiert ist.

Wir setzen wir voraus, daß die Abstände der Kugeln den Bögen  $a$  proportional sind, und daß die ganze anziehende Kraft den Wagebalken in seiner Ruhelage zurückzudrehen sucht, so ist diese Kraft, wenn  $F$

die Anziehung in der Entfernungseinheit bedeutet,  $\frac{F}{a^2}$ . Dieser ist die Torsion des Fadens um  $c - a$  das Gleichgewicht, da diese die abgelenkte Lage  $c$  zu drehen sucht. Die Gleichgewichtsbedingung ist also

$$\frac{F}{a^2} = T(c - a)$$

$$\frac{F}{T} = a^2(c - a).$$

Da die linke Seite der Gleichung konstant ist, so muß es auch die rechte, oder welche Ablenkung  $c$  man auch den Wagebalken anfänglich gibt, er muß immer um einen solchen Winkel  $c - a$  genähert werden, so daß das Produkt  $a^2(c - a)$  eine konstante Größe ist. Coulomb

<sup>1)</sup> Coulomb, *Mémoires de l'Académie*. Paris 1785.

giebt die beobachteten  $c$  und  $a$  nicht, sondern führt nur an, daß seinen Versuchen diese Beziehung in der That sich gezeigt habe, aus denselben folge, daß die elektrischen Anziehungen sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten.

Es muß hier auf eine Schwierigkeit dieser Versuche aufmerksam gemacht werden, welche dieselben leicht mißlingen läßt. Bei einer genauen Elektrisierung der Kugeln wird die anziehende Kraft um so größer sein, je geringer die ursprüngliche Ablenkung  $c$  des Wagebalkens um so mehr muß sich demnach die Kugel der Standkugel nähern um so größer wieder die Torsion  $c - a$  sein, damit dieselbe der stärkeren Anziehung der Kugeln das Gleichgewicht halten kann. Daraus folgt weiter, daß wenn  $c$  kleiner ist als eine gewisse GröÙe, die Torsion des Fadens nicht so groß werden kann, um den Wagenbalken in einer abgelenkten Lage zu halten, daß also dann die Kugel des Wagebalkens die Standkugel herangezogen wird.

Welchen Wert  $c$  mindestens haben muß läßt sich ableiten, indem man den größten Wert aufsucht, welchen  $a$  annehmen darf, damit die Gleichung

$$\frac{F}{T} = a^2 (c - a)$$

noch bestehen kann. Man erhält denselben, indem man für ein gegebenes  $c$  denjenigen Wert von  $a$  berechnet, welcher die rechte Seite der Gleichung zu einem Maximum macht, welche also den größten Wert der Anziehung  $F$  giebt, bei welchem die Torsion  $c - a$  zur Herstellung des Gleichgewichtes ausreicht. Wir erhalten den Maximalwert, indem wir den Differentialquotienten der rechten Seite nach  $a$  bilden, und diesen Null setzen, somit aus der Gleichung

$$2ac - 3a^2 = 0$$

$$a = \frac{2}{3}c.$$

Geht demnach der Wagebalken um mehr als  $\frac{1}{3}$  der ursprünglichen Drehung zurück, so giebt es keine Gleichgewichtslage mehr, der Wagebalken geht bis zur Berührung an die Standkugel. Coulomb giebt an, man solle zwischen Standkugel und Wagebalken einen Seidenfaden vertikal aufspannen, damit die Kugeln nicht zur Berührung gelangen können; man kann dann, wenn man sieht, daß die Anziehung  $\frac{1}{3}c$  überwinden will, den Wert von  $c$  durch Drehung des Torsionskreises vergrößern. Indes ist es in dem Falle schwierig zu verhindern, daß eine Störung eintritt, da durch Drehung des Torsionskreises der Wagebalken in Schwingung gerät und so leicht gegen den Seidenfaden stößt; kann man nie sicher sein, daß die Kugel nicht Elektrizität an den Seidenfaden abgiebt.

Die zweite Methode, welche Coulomb zum Nachweise des Gesetzes der magnetischen Anziehungen angewandte, ist ganz analog der Methode der Oscillationen, durch welche das Gesetz der magnetischen Anziehungen nachwies.

Einer großen gut isolierten, mit Elektrizität versehenen Metallkugel gegenüber wurde an einem langen Coconfaden ein Schellackstäbchen gehängt, an dessen einem Ende eine kleine vergoldete Kugel von Holzkugelmärk befestigt war. Das Stäbchen war in der horizontalen Ebene der



konnte demnach als horizontales Pendel schwingen. Die kleine Hollundermarkugel wurde mit der Elektricität versehen, welche der in der grossen Kugel vorhandenen entgegengesetzt war. Die grosse Kugel zieht die kleine an, und die kleine ist im Gleichgewicht, wenn die Nadel parallel ist der Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte der Kugeln. Wird die Nadel aus dieser Lage gebracht, so gerät sie in Schwingungen, welche den gewöhnlichen Pendelgesetzen folgen, wenn man nur den Abstand der Kugeln so gross wählt, dass man die Richtung der von Mittelpunkt zu Mittelpunkt wirkenden elektrischen Anziehungen in allen Lagen der Nadel als parallel annehmen kann. Bezeichnet  $f$  die anziehende zwischen den beiden Kugeln thätige Kraft, wenn die Entfernung der Kugelmittelpunkte  $d$  ist, so ist unter Voraussetzung, dass wir die Torsionskraft des Fadens vernachlässigen dürfen, die Schwingungsdauer  $t$  gegeben durch

$$t = \pi \sqrt{\frac{C}{f}},$$

worin die Grösse  $C$  eine in bekannter Weise von dem Trägheitsmoment der Nadel in Bezug auf die Drehungsaxe und der halben Länge derselben abhängige Konstante ist.

In einem anderen Abstände  $d'$  sei die anziehende Kraft  $f'$ , so ist die Schwingungsdauer  $t'$

$$t' = \pi \sqrt{\frac{C}{f'}},$$

somit erhalten wir

$$t^2 : t'^2 = f' : f.$$

Gilt das aus den Versuchen mit der Drehwage geschlossene Anziehungsgesetz, so ist

$$f' : f = d^2 : d'^2.$$

Daraus folgt in Verbindung mit der letzten Proportion:

$$t^2 : t'^2 = d^2 : d'^2 \quad \text{oder} \quad t : t' = d : d'.$$

Die Schwingungszeiten der Nadel in den verschiedenen Abständen müssen sich direkt verhalten wie die Abstände der Kugelmittelpunkte.

Die aus der Dauer von 15 Schwingungen berechnete Oscillationsdauer  $t$  der Nadel in den folgenden Abständen fand Coulomb

$d$	$t$	
	beobachtet	berechnet
3	1,333''	1,333
6	2,733	2,666
8	4,000	3,555.

Die als berechnet angegebenen Werte von  $t$  sind aus den erst beobachteten, unter Voraussetzung, dass die Abnahme der anziehenden Kraft obigem Gesetze folge, abgeleitet. Wie man sieht, übersteigen die beobachteten Werte die berechneten; daraus folgt, dass die Anziehung rascher abnimmt, als sie sollte. Der Grund zur rascheren Abnahme liegt auch hier wieder zum Teil in der Zerstreung der Elektricität in der Luft. Dadurch, dass Coulomb nach dem letzten Versuche die Nadel wieder in die

Entfernung 3 brachte, ergab sich, dass die anziehende Kraft nicht mehr ganz 0,9 derjenigen im Anfang des Versuches betrug. Um daher den letzten Versuch mit dem ersten vergleichen zu können, muß man den zuletzt beobachteten Wert von  $t$  mit  $\sqrt{0,9}$  multiplizieren. Er wird dann 3,800; mit dieser Korrektion ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung fast vollkommen zu nennen.

Es ergibt sich somit, daß die Kraft, mit welcher zwei elektrische in einem Punkte konzentrierte Massen sich abstossen oder anziehen, dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional ist.

Die elektrischen Anziehungen und Abstossungen hängen, wie wir bereits erwähnten, nicht allein von dem Abstände der auf einander einwirkenden elektrisierten Körper, sondern auch von der Menge der auf ihnen angesammelten Elektrizität ab. Es ist leicht, die Abhängigkeit mit der Torsionswaage zu untersuchen. Man elektrisiere die bewegliche und die feste Kugel wie vorhin, wenn sie in Berührung sind, und tordiere durch Drehung des Torsionskreises den Aufhängedraht so, daß der Wagebalken einen bestimmten Winkel  $\alpha$ , etwa  $30^\circ$ , mit seiner früheren Ruhelage bilde. Die dazu nötige Torsion  $\vartheta + \alpha$  sei  $150^\circ$ . Man berühre die Standkugel mit einer anderen ebenfalls isolierten, ihr ganz gleichen Kugel; nach den Ausführungen des vorigen Paragraphen wird die Standkugel dann gerade die Hälfte der Elektrizitätsmenge behalten. Man vermindere die Torsion so weit, daß  $\alpha$  wieder gleich  $30^\circ$  wird, so wird man finden, daß  $\vartheta + \alpha$  fast  $75^\circ$  beträgt, also die Hälfte von vorher ist. Daran berühre man die Standkugel mit einem nicht isolierten Körper; sie wird unelektrisch, und die bewegliche Kugel sich bis zur Berührung der Standkugel nähern. Nach der Berührung sind wieder beide Kugeln elektrisch und zwar enthält jede Kugel die Hälfte Elektrizität von vorher. Die Kugeln stoßen sich wieder ab, und versucht man die Ablenkung  $\alpha$  wieder auf  $30^\circ$  zu bringen, so wird man  $\vartheta$  vielleicht  $6^\circ$ , also  $\vartheta + \alpha = 36$  finden. Die der elektrischen Abstossung das Gleichgewicht haltende Torsion des Drahtes muß also bei Halbierung der auf der einen Kugel vorhandene Elektrizität ebenfalls halbiert, bei Halbierung der auf beiden Kugeln vorhandenen auf ein Viertel reduziert werden. Es folgt somit, daß die elektrischen Abstossungen den Produkten aus den auf einander einwirkenden Elektrizitätsmengen proportional sind.

Wir können hiernach das Gesetz der elektrischen Anziehungen und Abstossungen folgendermaßen zusammenfassen:

Wenn zwei materielle Punkte elektrisiert sind, so ziehen sie sich an oder stoßen sich ab, proportional dem Produkte der auf beiden vorhandenen Elektrizitätsmengen und umgekehrt proportional dem Quadrat ihres Abstandes.

Ist so das Grundgesetz der elektrischen Abstossungen und Anziehungen gegeben, so kann man auf mathematischem Wege die Wirkung zweier beliebiger elektrischer Körper ableiten. Dieselbe hängt nur ab von der Gestalt des Körpers und der Verteilung der Elektrizität in ihm. Ist beides gegeben, so läßt sich nach den Gesetzen der Mechanik die resultierende Kraft sowohl der Größe als der Richtung nach bestimmen.

## §. 33.

**Messung der Elektrizitätsmenge mit der Torsionswage.** Mit Hilfe der Gesetze der elektrischen Anziehungen und Abstosungen sind wir imstande Elektrizitätsmengen, welche wir der Standkugel oder der Kugel des Wagebalkens in verschiedenen Fällen mitgeteilt haben, mit einander zu vergleichen oder auch in absolutem Masse auszudrücken. Um zunächst Elektrizitätsmengen  $e$  und  $e'$  zu vergleichen, welche wir in zwei Fällen der Standkugel mitteilen, beginnt man damit, die Kugel des Wagebalkens durch Berührung mit einem elektrisierten Körper zu elektrisieren und zwar gleichnamig mit den zu untersuchenden Elektrizitäten. Man giebt dann dem Wagebalken zunächst, um jede Berührung der beweglichen mit der einzusetzenden Kugel zu vermeiden, eine gering abgelenkte Stellung, und bringt die mit der Elektrizitätsmenge  $e$  geladene Standkugel an ihren Platz. Die bewegliche Kugel wird abgestoßen; durch Torsion des Fadens um den Bogen  $\vartheta$  giebt man dem Wagebalken eine bestimmt abgelenkte Stellung, sei dieselbe  $\alpha$ . Nach dem vorigen Paragraphen haben wir für die elektrische Abstossung der Kugel in der Entfernungseinheit, wenn  $E$  die der Kugel des Wagebalkens erteilte Elektrizität bedeutet,

$$F = E e = 4 R T \left( \frac{\vartheta + \alpha}{\varphi} \right) \sin \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2}.$$

Man ladet die Standkugel anstatt mit der Elektrizität  $e$  mit der Elektrizität  $e'$ . Beobachtet man dann bei einer andern Torsion  $\vartheta'$  eine andere Gleichgewichtslage, bei welcher der Wagebalken um  $\alpha'$  abgelenkt ist, so hat man

$$F' = E e' = 4 R T' \left( \frac{\vartheta' + \alpha'}{\varphi} \right) \sin \frac{\alpha'}{2} \tan \frac{\alpha'}{2}.$$

Durch Division der beiden Gleichungen erhält man

$$\frac{e'}{e} = \frac{(\vartheta' + \alpha') \sin \frac{\alpha'}{2} \tan \frac{\alpha'}{2}}{(\vartheta + \alpha) \sin \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2}}$$

für das Verhältnis der beiden Elektrizitätsmengen.

Dies ist der allgemeinste Fall der Beobachtung; man kann dieselbe indes sehr vereinfachen, wenn man dem Drahte bei Bestimmung der Abstossung  $F'$  eine solche Torsion  $\vartheta'$  erteilt, daß  $\alpha = \alpha'$  wird. Dann wird obiger Ausdruck einfach

$$\frac{e'}{e} = \frac{\vartheta' + \alpha}{\vartheta + \alpha}.$$

Giebt man weiter dem Wagebalken schon vor Einsetzung der Standkugel durch Drehung des Torsionskreises die abgelenkte Stellung  $\alpha$ , und bewirkt nach Einsetzung der Standkugel durch Torsion des Drahtes, daß auch dann dieselbe abgelenkte Lage beibehalten wird, so wird

$$\frac{e'}{e} = \frac{\vartheta'}{\vartheta}.$$

Dieses letztere Verfahren ist das einfachste und zugleich das genaueste.

Man ist nämlich bei demselben von der unteren Teilung, an welcher bestimmt wird, ganz unabhängig und benutzt dieselbe nur in so fern, daß man einen Teilstrich derselben als Merkzeichen anwendet, auf welchen man den beweglichen Wagebalken immer einstellt.

Bei der angeführten Methode wird vorausgesetzt, daß bei den gleichenden Messungen die Elektrizitätsmenge  $E$  des Wagebalkens die sei; das ist, wie wir bereits sahen, nicht der Fall, da ein allmählicher Verlust an Elektrizität eintritt. Wir werden die deshalb erforderlichen Korrekturen demnächst anführen.

Die Elektrizität des Wagebalkens zu bestimmen ist im allgemeinen überflüssig; nur dann ist es erforderlich, wenn Messungen bei verschiedener Ladung der beweglichen Kugel verglichen werden sollen. Um das zu können, elektrisiert man die Kugel des Wagebalkens bei den zu vergleichenden Versuchen mit einer und derselben elektrisierten Kugel. Man darf annehmen, daß die Kugel des Wagebalkens dann immer denselben Bruchteil der auf der Berührungskugel vorhandenen Elektrizität annimmt. Man beobachtet dann die Abstoßung, indem man die elektrisierende Kugel als Standkugel braucht. Ist bei einem Versuche die Elektrizität des Wagebalkens  $E$ , so können wir die Elektrizität der berührenden Kugel gleich  $cE$  setzen, und wir erhalten aus der beobachteten Abstoßung

$$c E E = 4 R T \frac{\vartheta + \alpha}{\varphi} \sin \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2}.$$

Nennen wir bei dem hiermit zu vergleichenden Versuche die Elektrizität des Wagebalkens  $E'$ , so ist wieder

$$c E' E' = 4 R T \frac{\vartheta' + \alpha'}{\varphi} \sin \frac{\alpha'}{2} \tan \frac{\alpha'}{2},$$

und daraus

$$\frac{E'}{E} = \sqrt{\frac{(\vartheta' + \alpha') \sin \frac{\alpha'}{2} \tan \frac{\alpha'}{2}}{(\vartheta + \alpha) \sin \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2}}} = B.$$

Man sieht leicht, wie man nun die Elektrizitäten  $e$  und  $e'$  vergleichen kann, nachdem man das Verhältnis  $E' : E$  bestimmt hat. Nehmen wir an, wir hätten in beiden Fällen dem Wagebalken schon vor der Abstoßung die abgelenkte Lage  $\alpha$  gegeben, so haben wir zur Bestimmung von

$$c E = 4 R T \frac{\vartheta}{\varphi} \sin \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2},$$

und für  $e'$

$$c' E' = c' B E = 4 R T \frac{\vartheta'}{\varphi} \sin \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2},$$

also

$$\frac{e' B}{e} = \frac{\vartheta'}{\vartheta}; \quad \frac{e'}{e} = \frac{1}{B} \cdot \frac{\vartheta'}{\vartheta}$$

für das Verhältnis der beiden Elektrizitätsmengen  $e$  und  $e'$ .

In dem Ausdrucke

$$E c = 4 R \sin \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2} \cdot T \frac{(\vartheta + \alpha)}{\varphi}$$

haben wir zugleich das Mittel, die Elektricitäten in dem von uns angegebenen absoluten Mafse auszudrücken. Es sei z. B. die der Standkugel mitgetheilte Elektricitätsmenge  $2e$  in absolutem Mafse zu bestimmen. Wir berühren mit derselben die Kugel des Wagebalkens, die wir als der Standkugel vollkommen gleich annehmen wollen, und beobachten die Torsion  $\vartheta$ , welche eine ganz bestimmte Ablenkung  $\alpha$  hervorbringt. Da die Elektricität sich ganz gleichmäßig über die beiden Kugeln verbreitet, so hat jede der beiden Kugeln die Elektricitätsmenge  $e$ ; dadurch wird unser Ausdruck

$$e^2 = 4R \sin \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2} \cdot T \frac{(\vartheta + \alpha)}{\varphi}.$$

Um die Elektricitätsmenge  $e$  in der gewählten Einheit, welcher die Einheiten der Masse, der Länge und der Zeit zu Grunde liegen, anzuzeigen, haben wir nur den Radius  $R$  und den Torsionskoeffizienten in diesen Einheiten auszudrücken.

Um letzteren zu erhalten, verfährt man nach der im ersten Theile § 51 angegebenen Methode von Coulomb. Man hängt an das untere Ende des Drahtes einen Körper von geometrisch bestimmter Gestalt und bekanntem Gewichte, etwa eine möglichst regelmäfsig gearbeitete kreisförmige Metallscheibe, und beobachtet die Dauer der Oscillationen, welche dieselbe unter dem Einflufs der Torsion des Drahtes macht. Sei dieselbe gleich  $t$ . Man berechnet das Trägheitsmoment der Scheibe, indem man die Einheiten des absoluten Mafsystems für Masse und Länge einsetzt. Ist dasselbe gleich  $K$ , so wird

$$T = \pi^2 \frac{K}{t^2}$$

der Torsionskoeffizient des Drahtes, d. h. jene Kraft, ausgedrückt in Einheiten, deren jede der Masse eins in einer Sekunde die Geschwindigkeit eins erteilt, welche an dem Hebelarm von der Länge eins wirkend der Torsion des Fadens das Gleichgewicht hält, wenn das Ende des Hebelarmes einen Bogen von der Länge eins beschrieben hat, der Torsionswinkel also gleich  $\varphi = 57^\circ 17' 45''$  ist.

Setzen wir diesen Wert von  $T$  in obige Gleichung ein, so erhalten wir  $e$  aus der Gleichung

$$e = \sqrt{4R \sin \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2} \cdot T \cdot \frac{\vartheta + \alpha}{\varphi}}$$

in Einheiten ausgedrückt, deren jede gleich der Elektricitätsmenge ist, welche in einen Punkt konzentriert auf eine andere ihr gleiche in einen Punkt, welcher die Längeneinheit von dem ersten entfernt ist, konzentrierte eine abstofsende Kraft ausübt, die eine Sekunde lang auf die Masse eins wirkend, derselben die Geschwindigkeit eins erteilen würde.

Hat man einmal für eine bestimmte Torsionswaage den Wert von  $T$  in den gewählten Einheiten ausgedrückt, so kann man die Messung der Elektricität nach absolutem Mafse sehr vereinfachen, indem man die Kugel des Wagebalkens stets nur durch Berührung mit derselben Standkugel elektrisiert und die Abstofsung der beiden Kugeln immer bei demselben Elongationswinkel  $\alpha$  beobachtet. Seien in zwei Fällen die der Standkugel



mitgetheilten Elektrizitäten  $2e$  und  $2e'$ , und nehmen wir an, daß dem Wagebalken durch Stellung des Torsionskreises schon vor der Abstossung die abgelenkte Lage  $\alpha$  gegeben sei, so ist

$$\frac{e^2}{e'^2} = \frac{\vartheta}{\vartheta'},$$

wenn  $\vartheta$  und  $\vartheta'$  die in beiden Fällen nötigen Torsionen sind, welche den Wagebalken in der Lage  $\alpha$  erhalten.

Bestimmt man nun ein für allemal, wie groß der Wert  $\vartheta' = \Theta$  ist, wenn  $e' = 1$  ist, so wird

$$e = \sqrt{\frac{\vartheta}{\Theta}} = m \cdot \sqrt{\vartheta}$$

die Elektrizitätsmenge  $e$  in absolutem Mafse wiedergeben.

Dieser Wert von  $\Theta$  läßt sich sehr leicht berechnen. Kennt man nämlich die Elektrizitätsmenge  $2E$ , welche man der Standkugel mittheilen muß, damit sie dem Wagebalken in der abgelenkten Lage die Einheit des Drehungsmomentes erteilt, d. h. denselben ebenso stark zu drehen sucht, als wenn in dem Abstände eins von der Drehungsaxe die gewählte Kraft-einheit wirkte, und kennt man weiter den Torsionswinkel  $\tau$ , welcher diesem Drehungsmomente das Gleichgewicht hält, so erhält man den gesuchten Torsionswinkel  $\Theta$  aus der Proportion

$$E^2 : 1 = \tau : \Theta$$

$$\Theta = \frac{\tau}{E^2};$$

denn die elektrische Abstossung ist unter diesen Verhältnissen dem Quadrat der auf einer der beiden Kugeln vorhandenen Elektrizitäten, und das durch die Torsion hervorgebrachte Drehungsmoment dem Torsionswinkel proportional.

Da nach dem Vorigen

$$E^2 = \frac{4 R \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{2}$$

das Drehungsmoment ist, welches die Standkugel dem Wagebalken erteilt, wenn derselbe die Lage  $\alpha$  hat, und jede Kugel die Elektrizitätsmenge  $E$  besitzt, so erhalten wir die Elektrizitätsmenge  $E$ , welche die Einheit des Drehungsmomentes erteilt, wenn wir jenen Wert gleich 1 setzen, also aus der Gleichung

$$E^2 = 4 R \sin \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha}{2}.$$

Die der Einheit des Drehungsmomentes das Gleichgewicht haltende Torsion  $\tau$  giebt folgende Überlegung. Ist der Torsionswinkel gleich  $\varphi$ , so ist das Drehungsmoment infolge der Torsion gleich  $T$ ; da nun die Torsionskraft dem Torsionswinkel proportional ist, so ist das Drehungsmoment bei der Torsion  $\tau$  gleich 1, wenn

$$T \cdot \frac{\tau}{\varphi} = 1$$

$$\tau = \frac{1}{T} \cdot \varphi$$

ist. Aus diesem Werte von  $\tau$  und dem eben gefundenen Werte von  $E$  erhalten wir  $\Theta$ , und daraus in der angegebenen Weise  $\epsilon$  in absolutem Maße.

Messungen von Elektricitätsmengen nach absolutem Maße sind nur in den allerseltensten Fällen zu machen, da man fast immer nur elektrische Wirkungen mit einander vergleicht; sie sind zuerst zu einem besonderen Zwecke von Kohlrausch und Weber<sup>1)</sup> gemacht worden. An einer anderen Stelle werden wir auf diese Arbeit zurückkommen.

### §. 34.

**Schwächung des elektrischen Zustandes mit der Zeit.** Wenn man einen Körper mit Elektricität ladet und ihn dann sich selbst überläßt, so nimmt der elektrische Zustand allmählich ab, selbst wenn man noch so sorgfältig dafür sorgt, daß der Körper isoliert ist, daß er von keinem Leiter berührt wird. Man kann sich davon sofort überzeugen, wenn man die Kugeln der Torsionswage ladet und durch Torsion des Fadens dieselben in eine gewisse Entfernung bringt. Man muß schon nach kurzer Zeit die Torsion des Aufhängefadens vermindern, wenn der Abstand der Kugeln konstant bleiben soll.

Dieser allmähliche Elektricitätsverlust hat seinen Grund zunächst darin, daß die elektrisierten Körper rings von Luft umgeben sind, welche wir, wie alle Gase, in §. 29 zu den unvollkommenen Leitern der Elektricität rechneten. Wie wir damals erwähnten, werden von einem elektrisierten Körper die Gasteilchen aus der Umgebung angezogen und dann, wenn sie durch Berührung elektrisiert sind, wieder abgestoßen, um andern Gasteilchen Platz zu machen, welche ebenfalls, wenn sie von dem elektrisierten Körper Elektricität angenommen haben, abgestoßen werden. Auf diese Weise entzieht die umgebende Luft allmählich Elektricität, dieselbe wird von dem betreffenden Körper in die Umgebung zerstreut.

Noch ein anderer Umstand wirkt auf den elektrischen Zustand schwächend ein, nämlich der, daß die sogenannten Isolatoren keineswegs die Elektricität absolut nicht leiten, sondern daß sie dieselbe nur sehr schlecht leiten. Wenn man einen elektrisierten Körper mit einem sogenannten Isolator berührt, etwa mit einem Glasstäbchen oder mit einem Stäbchen von Schwefel, Siegellack oder Schellack, so kann man nach einiger Zeit auf diesen Stäbchen in mehr oder weniger großen Entfernungen von der Berührungsstelle deutliche Spuren von Elektricität erkennen, ein Beweis, daß in der That die Elektricität auch auf den sogenannten Isolatoren sich ausbreitet. Wenn demnach ein Körper auf isolierenden Stützen aufgestellt ist, so wird auch über diese die Elektricität sich verbreiten und somit der elektrische Zustand des Körpers geschwächt werden.

Um diese beiden Einflüsse gesondert und zwar zunächst die Zerstreuung der Elektricität in die Luft zu untersuchen, befestigte Coulomb<sup>2)</sup> die Standkugel einer Torsionswage, deren Wagebalken aus einem mit Siegellack überzogenen Seidenfaden bestand, an einem dünnen aus Siegellack und Schellack verfertigten Stiel. Die Kugel des Wagebalkens sowohl als

1) R. Kohlrausch und W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen. Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. V.

2) Coulomb, Mémoires de l'Acad. de Paris 1785.

die Standkugel hatten einen Durchmesser von etwa 1 cm. Der Stiel der Standkugel isolierte so vollständig, daß über denselben kein Abfluß der Elektrizität stattfand, wie Coulomb durch folgenden Versuch bewies. Nachdem die beiden Kugeln in Berührung elektrisiert waren, und der Wagebalken in einer gewissen abgelenkten Lage zur Ruhe gekommen war, wurde von Minute zu Minute die Verminderung der Abstofsung gemessen. Darauf wurde die Kugel aus der Wage herausgenommen und anstatt an einem Stiele an vier ganz gleich beschaffenen Stielen befestigt. Die Kugel wurde wieder an ihre Stelle in der Wage gebracht und, wie vorher, in Berührung mit der Kugel des Wagebalkens elektrisiert. Es wurde wieder von Minute zu Minute die Abnahme der abstossenden Kraft beobachtet. Dieselbe fand sich der frühern Abnahme an GröÙe genau gleich. Der Verlust der Elektrizität war also derselbe wie vorher, als die Standkugel nur an einem Stiele befestigt war. Hätte durch den Stiel bei dem ersten Versuche ein merklicher Verlust an Elektrizität stattgefunden, so hätte dieser jetzt vervierfacht, der Verlust überhaupt also in derselben Zeit ein bedeutend größerer werden müssen. Es folgt somit, daß der Elektrizitätsverlust von der Standkugel gerade so war, als wäre sie rings von Luft umgeben.

Nachdem dieses festgestellt war, wurde die mit einem Stiele versehene Standkugel wieder in den Apparat eingesetzt und in Berührung mit der ihr vollkommen gleichen Kugel des Wagebalkens elektrisiert. Durch passende Torsion des Aufhängefadens wurde dem Wagebalken eine bestimmte Elongation erteilt und die Zeit beobachtet, wann der Wagebalken zur Ruhe kam. Dann wurde sofort die dem Faden erteilte Torsion um eine bestimmte Anzahl Grade vermindert. Die Elongation des Wagebalkens wurde dadurch zunächst größer; infolge des Elektrizitätsverlustes wurde sie aber wieder kleiner und nach einiger Zeit war sie wieder die frühere geworden. Der Zeitpunkt wurde bemerkt, die Torsion wieder um gleich viel verkleinert und die Zeit beobachtet, während welcher die Elongation wieder auf die frühere zurückging.

Aus derartigen Beobachtungen ergab sich, daß die durch die Abnahme der Torsion gemessene Abnahme der elektrischen Abstofsung in einer gegebenen Zeit der abstossenden Kraft selbst proportional ist, oder daß der Elektrizitätsverlust der Elektrizitätsmenge selbst proportional ist. Ehe wir die Versuche angeben, aus welchen sich dieser Satz ergibt, wollen wir aus demselben ableiten, in welcher Weise die Versuche, wenn er richtig ist, verlaufen müssen, welche also danach die Elektrizitätsmenge sein muß, welche die Kugel nach einer gewissen Zeit  $t$  noch besitzt.

Sei die Elektrizitätsmenge der Standkugel, welcher man im Beginn der Zeit  $t$ , also zur Zeit  $t = 0$ , die Elektrizitätsmenge  $Q_0$  mitgeteilt hatte zur Zeit  $t = Q$  geworden; nach dem soeben angeführten Satze verliere sie in dem Zeitelement  $dt$  die Elektrizitätsmenge  $dQ$ , welche durch die Gleichung gegeben ist

$$dQ = -pQ dt,$$

worin  $p$  jene Elektrizitätsmenge ist, welche die Standkugel in der Zeiteinheit abgeben würde, wenn die Elektrizitätsmenge, welche die Kugel besitzt, gleich der Einheit wäre und innerhalb dieser Zeit konstant erhalten würde. Schreiben wir die Gleichung

$$\frac{dQ}{Q} = -p dt,$$

so erkennt man, daß wir die zur Zeit  $t$  auf der Kugel vorhandene Elektrizitätsmenge erhalten, wenn wir auf der linken Seite der Gleichung integrieren von  $Q_0$  bis  $Q$ , und auf der rechten von 0 bis  $t$ . Damit wird

$$\log \text{nat. } \frac{Q}{Q_0} = -pt$$

oder

$$Q = Q_0 e^{-pt}.$$

Es müssen demnach die Elektrizitätsmengen in einer geometrischen Reihe abnehmen, wenn die Zeiten in arithmetischer Reihe wachsen.

Die elektrischen Abstofsungen in der Torsionswage sind, wenn die Kugel des Wagebalkens und die Standkugel einander vollkommen gleich, und wenn beide Kugeln in Berührung elektrisiert sind, dem Quadrate der auf der Standkugel angesammelten Elektrizitätsmenge proportional, vorausgesetzt, daß der Abstand beider Kugeln immer derselbe ist. Die elektrische Abstofung, welche beim Beginne des Versuches proportional ist  $Q_0^2$ , ist nach der Zeit  $t$  proportional

$$Q^2 = Q_0^2 \cdot e^{-2pt},$$

der

$$\frac{Q^2}{Q_0^2} = e^{-2pt}.$$

Auch die elektrische Abstofung muß also in einer geometrischen Reihe abnehmen, wenn die Zeit in arithmetischer Reihe wächst, oder der Quotient aus den in gleichen Zeitintervallen beobachteten Abstofsungen aufs konstant sein. Coulomb beobachtete nun nicht die gleichen Zeiten entsprechenden Abnahmen der abstofsenden Kraft, sondern die gleichen Abnahmen der abstofsenden Kraft entsprechenden Zeiten. Um an diesen Beobachtungen das erwähnte Gesetz zu prüfen, berechnet man am besten nach obiger Gleichung die GröÙe  $2p$

$$2p = \frac{\log Q_0^2 - \log Q^2}{t \cdot \log e},$$

der da in Briggschen Logarithmen  $\log e = 0,4343$ ,

$$2p = \frac{\log Q_0^2 - \log Q^2}{0,4343 t}.$$

Diese GröÙe muß also aus den zusammengehörigen Beobachtungen der Zeit und der elektrischen Abstofung konstant gefunden werden. Daß das in der That der Fall ist, zeigt folgende von Koulomb am 28. Mai 1785 ausgeführte Beobachtungsreihe. Die letzte Kolumne enthält die aus je zwei auf einander folgenden Beobachtungen berechneten Werte von  $2p$ .

Beobachtungszeit	Elongation des Wagebalkens	Torsion des Fadens, welche sie erhielt	$2p$
6 <sup>h</sup> 32' 30"	30°	120	0,02499
6 38 15		100	0,0253
6 44 30		80	0,0238
6 53 0		60	0,0250
7 3 0		40	0,0238
7 17 0		20	

Die GröÙe  $2p$ , welche den Bruchteil angiebt, um welchen die abstofsende Kraft in der Minute abnimmt, nennt man den Zerstreuungskoeffizienten; die Hälfte desselben  $p$  giebt an, um welchen Bruchteil die auf der Standkugel vorhandene Elektrizität in einer Minute kleiner wird.

Es ergibt sich aus dem Vorigen, dafs man, um die Abnahme der Elektrizität auf der Kugel zu bestimmen, nur den Zerstreuungskoeffizienten  $2p$  kennen mufs, dafs man, wenn man denselben hat, sofort aus der zu irgend einer Zeit gegebenen Elektrizitätsmenge die zu einer anderen Zeit vorhandene berechnen kann. Um aber die obigen Rechnungen in den verschiedenen Fällen anwenden zu können, fragt es sich, ob der Zerstreuungskoeffizient unter allen Umständen derselbe ist, oder ob er sich mit der Natur des geladenen Körpers oder mit der Art der angesammelten Elektrizität, oder mit der Beschaffenheit des den Körper umgebenden Gases ändert.

Zur Beantwortung dieser Fragen versah Coulomb die Kugeln der Torsionswaage zunächst in der vorhin angegebenen Weise mit Elektrizität und bestimmte den Zerstreuungskoeffizienten. Darauf wurde die Kugel des Wagebalkens wieder mit der Elektrizitätsmenge  $Q_0$  versehen, und nun die vorhin angewandte Standkugel mit anderen elektrisierten Körpern vertauscht und der Zerstreuungskoeffizient aufs neue bestimmt. Derselbe ergibt sich auf folgende Weise. Für die Kugel des Wagebalkens ergibt sich die Elektrizitätsmenge  $Q$  nach der Zeit  $t$  aus der Gleichung

$$\log Q = \log Q_0 - 0,4343 \cdot p \cdot t.$$

Gilt für die statt der Standkugel angewandten Körper derselbe Zerstreuungskoeffizient, so ist die auf ihnen nach der Zeit  $t$  noch vorhandene Elektrizität  $q$ , wenn sie anfänglich  $q_0$  war,

$$\log q = \log q_0 - 0,4343 \cdot p \cdot t.$$

Die anfängliche Abstofsung ist proportional  $Q_0 q_0$ , die Abstofsung nach der Zeit  $t$  aber  $Qq$ . Aus der nach der Zeit  $t$  beobachteten Abstofsung ergibt sich also der Zerstreuungskoeffizient nach der Gleichung

$$\log Qq = \log Q_0 q_0 - 0,4343 \cdot 2p \cdot t.$$

Ist der Zerstreuungskoeffizient für alle Körper derselbe, so mufs der hiéeraus berechnete Wert von  $2p$  immer derselbe sein, welcher Körper auch anstatt der Standkugel angewandt wird.

Das zeigte sich wirklich bei den verschiedensten von Coulomb angewandten Körpern; er nahm leitende und nichtleitende Kugeln von verschiedenen Dimensionen und verschieden starker elektrischer Ladung; er nahm Cylinder von Messing und Scheiben von Metall oder Papier, immer fand sich derselbe Wert von  $2p$ .

Dafs ebenso der Zerstreuungskoeffizient von der Art der elektrischen Ladung unabhängig ist, hat Biot durch Versuche gezeigt, welche denen von Coulomb ganz ähnlich waren<sup>1)</sup>. Er lud zuerst die Kugeln einer Torsionswaage mit negativer und nach einigen Stunden mit positiver Elektrizität und fand aus beiden Versuchsreihen fast genau denselben Zerstreuungskoeffizienten. Dasselbe ergaben spätere Versuche von Warburg<sup>2)</sup>.

1) Biot, *Traité de physique*. T. II.

2) Warburg, *Poggend. Ann.* Bd. CXLV.



Dagegen ergibt sich aus den Versuchen Coulombs, daß der Zerstreuungskoeffizient sich wesentlich ändert mit dem Zustande der die elektrisirten Körper umgebenden Luft, indem derselbe an verschiedenen Tagen ein sehr verschiedener war. Vorzugsweise ändert sich der Zerstreuungskoeffizient mit dem Feuchtigkeitsgehalte der Luft, und zwar so, daß er um so größer wird, je feuchter die Luft ist. So fand Coulomb an vier verschiedenen Tagen, an welchen der Barometerstand nicht viel verschieden und die Temperatur fast dieselbe, der Feuchtigkeitsgehalt aber verschieden war, aus Versuchen, welche den früheren analog sind, folgende Werte für 2 p:

Tag	Barometer	Thermometer	Feuchtigkeit	2 p.
28. Mai	766,14 mm	19,4° C.	75	0,0249
29. Mai	768,30	19,4	69	0,0177
22. Juni	757,10	19,7	87	0,0833
2. Juli	763,88	19,7	80	0,0359.

Der Feuchtigkeitsgrad der Luft ist hier nach einer willkürlichen Skala angegeben, nämlich nach dem Saussureschen Haarhygrometer, welches darauf beruht, daß entfettete Haare bei konstanter Temperatur länger werden, wenn sie feuchter werden. Bei derselben Temperatur werden die Haare um so mehr Feuchtigkeit anziehen, je näher die Luft dem Sättigungsstande kommt, es ergibt sich demnach aus obigen Versuchen, daß der Zerstreuungskoeffizient um so größer wird, je näher die Luft dem Zustande der Sättigung ist.

Der zweite Umstand, welcher bewirkt, daß ein Körper die ihm mitgetheilte Elektricität nicht bewahrt, ist der, daß die ihn tragenden Stützen keine vollkommenen Isolatoren sind, sondern die Elektricität ebenfalls, wenn auch sehr schlecht, fortleiten. Man erkennt das wie gesagt daraus, daß ein sogenannter Isolator nach einiger Zeit auch an Punkten elektrisch ist, welche von der Stelle entfernt sind, mit welcher der Isolator den elektrischen Körper berührt. Da nun die Stützen, welche den elektrisirten Körper tragen, immer in einer gewissen Entfernung von dem elektrischen Körper mit solchen Gegenständen in Berührung sind, welche die Elektricität leiten, so folgt, daß an dieser Stelle ein Abfluß der Elektricität stattfinden muß, wenn und so lange auf dem Isolator die Elektricität sich bis zu jenen Punkten verbreitet, welche mit den Leitern in Berührung sind. Die Frage nach dem Elektricitätsverlust durch isolierende Stützen fällt daher zusammen mit derjenigen, wie weit sich die Elektricität auf den isolierenden Stützen ausbreitet, ob sie sich unter allen Umständen über die ganzen Stützen verbreitet.

Das ist nach den Versuchen von Coulomb<sup>1)</sup> nicht der Fall, sondern welches auch die Stützen sind, immer giebt es eine von der Natur der Stützen abhängige Elektricitätsmenge, welche von den Stützen vollständig isolirt wird. Wird ein Körper mit einer größeren als jener Elektricitätsmenge versehen, so nimmt dieselbe zunächst infolge der Zerstreuung in die Luft, und infolge des Verlustes durch die isolierenden Stützen ab. Ist aber infolge dieser Abnahme die auf dem isolierten Körper vorhandene Elektricitätsmenge unter die erwähnte Menge herabgesunken, so findet nur

1) Coulomb, Mémoires de l'Acad. de Paris 1785.

mehr ein Verlust infolge der Zerstreung in die Luft statt. Coulomb dieses durch folgende Versuche nach. An die Stelle der an dem Schellstiele befestigten Standkugel wurde in die Torsionswaage eine genau solche Kugel hineingehängt, welche an einem 40,5 cm langen Seidenfaden befestigt war. Dieselbe wurde, während die Kugel des Wagebalkens berührte, elektrisiert, und durch Torsion des Aufhängefadens des Wagebalkens dafür gesorgt, daß letzterer eine Elongation von  $30^0$  annahm. Dann wurde ganz in derselben Weise wie bei den früher beschriebenen Versuchen verfahren, um die mit der Zeit stattfindende Abnahme der stoßenden Kraft zu messen. Aus den auf einander folgenden Beobachtungen berechnete er nach den vorhin gegebenen Gleichungen den Wert von  $2p$ , also den in einer Minute stattfindenden Verlust der abstoßenden Kraft. Der Wert von  $2p$  war anfangs bedeutend größer als der unmittelbar vorher mit der Standkugel gefundene Wert des Zerstreungskoeffizienten, nahm aber ab mit der Elektricität der an dem Seidenfaden befestigten Kugel und wurde schließlich dem früher gefundenen Werte von  $2p$  gleich. Die folgenden Versuche, welche den Beweis dafür enthalten, wurden am 28. und 29. Mai 1785 nach den vorhin beschriebenen angestellt.

Zeit			Elongation	Torsion $\vartheta + \alpha$	$2p$
28. Mai	10 <sup>h</sup>	0' 0"	30 <sup>0</sup>	180	
	10	2 30		150	0,0714
	10	8 0		110	0,0555
	10	13 0		90	0,0400
	10	29 30		50	0,0345
	10	50 30		30	0,0238
	11	7 0		20	0,0244
29. Mai	7	34 0	30	180	
	7	36 40		160	0,0435
	7	41 30		140	0,0294
	7	48 20		120	0,0238
	7	55 45		100	0,0244
	8	7 30		80	0,0190
	8	25 0		60	0,0164
	8	42 30		45	0,0164

Wie man sieht, war am 28. Mai 10<sup>h</sup> 50' 30" der Wert des Zerstreungskoeffizienten dem früher gefundenen gleich geworden, und am 29. Mai zwischen 8<sup>h</sup> 7' 30" und 8<sup>h</sup> 25'. Von der Zeit an trat also der Abfluß über die Stützen kein Verlust an Elektricität mehr ein. Elektricitätsmengen, welche die an dem Seidenfaden befestigte Kugel zu den Zeiten enthielt, wurden also von dem Seidenfaden vollständig isoliert.

Diese Mengen lassen sich leicht auf folgende Weise berechnen. Bezeichnen wir die ursprünglich jeder Kugel gegebene Elektricitätsmenge mit  $e$ , die zuerst beobachtete Torsion mit  $\vartheta_0 + \alpha$ , bezeichnen wir ferner mit  $t$  die Zeit  $t$  auf der Kugel des Wagebalkens vorhandene Elektricität.

mit  $Q_0$ , die auf der am Seidenfaden hängenden Kugel mit  $q_0$ , und die zu dieser Zeit beobachtete Torsion mit  $\vartheta + \alpha$ , so ist nach §. 33

$$\frac{Q_t \cdot q_t}{Q_0^2} = \frac{\vartheta + \alpha}{\vartheta_0 + \alpha}.$$

Da die Kugel des Wagebalkens nur infolge der Zerstreuung in die Luft Elektricität verlor, und der Zerstreuungskoeffizient bekannt ist, so ist

$$\frac{Q_t}{Q_0} = e^{-\rho t},$$

somit

$$\frac{q_t}{q_0} = \frac{\vartheta + \alpha}{\vartheta_0 + \alpha} \cdot e^{\rho t}.$$

Führt man diese Rechnungen durch, so findet man, daß während die Kugeln an beiden Tagen anfänglich gleich geladen waren, am ersten Tage der Verlust durch den Seidenfaden erst aufhörte, als die Elektricität um mehr als die Hälfte vermindert war, am zweiten Tage schon, als sie auf 0,73 der anfänglichen gesunken war. Da am 28. Mai die Luft bedeutend feuchter war und da die Seide sehr hygroskopisch ist, so ist dieser Unterschied leicht erklärlich.

Es folgt somit aus diesen Versuchen, daß die Strecke, bis zu welcher sich auf einem schlechtleitenden Körper die Elektricität ausbreitet, abhängt von der Elektricitätsmenge, welche der mit dem schlechten Leiter in Verbindung stehende elektrische Körper erhält. Nach einem Versuche Coulombs scheint diese Strecke dem Quadrate jener Elektricitätsmenge proportional zu sein; denn als er den Seidenfaden von 40,5 cm Länge mit einem andern von 162 cm Länge vertauschte und wieder die Elektricitätsmenge bestimmte, welche die Kugel enthielt, als der Zerstreuungskoeffizient dem früher gefundenen gleich war, somit kein Verlust durch Abfluß stattfand, zeigte sich dieselbe doppelt so groß. Ein viermal so langer Faden isolierte somit die doppelte Elektricitätsmenge; da nun die Isolierung von dem Augenblicke an eintritt, von welchem an die Elektricität auf dem Isolator nicht mehr bis zu der Stelle reicht, wo der Isolator mit den Leitern in Berührung ist, so folgt, daß die doppelte Elektricitätsmenge auf dem Seidenfaden bis zu der vierfachen Entfernung sich verbreitete. Ist demnach  $x$  die Entfernung, bis zu welcher die Elektricität sich verbreitet, wenn die Kugel die Menge  $q$  enthält, so ist

$$x = a \cdot q^2,$$

worin  $a$  eine von der Natur des Isolators abhängige Konstante ist, welche ein Maß für die Leitungsfähigkeit desselben abgibt.

Zu ähnlichen Resultaten betreffs des Elektricitätsverlustes über die isolierenden Stützen gelangte Warburg<sup>1)</sup> bei einer erneuten Untersuchung des Elektricitätsverlustes isoliert aufgestellter Körper. Die von Warburg angewandte Methode der Untersuchung war im wesentlichen dieselbe, welche auch Coulomb angewandt hatte, die Anordnung seiner Apparate unterschied sich von derjenigen Coulombs nur dadurch, daß die Drehwage hermetisch geschlossen war, so daß man sie durch ein mit einem Hahn verschließbares Zuleitungsrohr mit beliebigen Gasen unter beliebigen, durch ein

1) Warburg, Poggend. Ann. Bd. CXLV.

dem Zuleitungsrohr angebrachtes Manometer gemessenem Drucke konnte. Durch eine Stopfbüchse führte in die Wage ein Zuleitung durch welchen man die in der Wage befestigte Standkugel und die des Wagebalkens mit Elektrizität versehen konnte. Ausserdem w

Wagebalken nicht an einem einfachen Drahte, sondern bifilar auf. Es ergab sich dabei, dafs wenn man die Standkugel an einer f nicht elektrischen Schellackstütze befestigt, durch den Übergang der tricität auf die Stützen im Anfang eine viel gröfsere Abnahme der l herbeigeführt wird als durch die Zerstreuung in die Luft; dafs fer Abnahme infolge des Elektrischwerdens der Stütze viele Stunden nehmender Stärke merklich andauert. Man erhält nämlich aus de suchen erst nach vielen Stunden konstante Werte von  $p$ , welche da zugleich unabhängig werden von der Stärke der Ladung. Bis dahi men die Werte von  $p$  erst rascher, dann langsamer ab.

Folgende Beobachtungsreihe, bei welcher die Wage mit tro Kohlensäure angefüllt war, läfst diesen Gang von  $p$  deutlich erkenne erste Kolumne giebt die Zeit der Beobachtung, die zweite die bifila sion, welche eine konstante Elongation des Balkens erhielt, und die die Werte von  $2p$ . Die Schellackteile, welche die Scheiben trugen, ganz frisch, die Ladung geschah um 6<sup>h</sup> Abends:

Zeit	$\vartheta$	$2p$
7 <sup>h</sup> 10'	67° 44'	$\frac{1}{248}$
7 20	62 44	$\frac{1}{373}$
7 37	58 8	$\frac{1}{367}$
7 58	53 20	$\frac{1}{416}$
8 27	48 26	

Nun wurden die Scheiben stärker geladen, der Apparat über stehen gelassen und die Beobachtung am andern Morgen fortgesetzt dann begonnen, als  $\vartheta = 67^{\circ} 44'$  geworden war. Es ergaben si gende Werte von  $2p$ :

$\vartheta$	$2p$
67° 44'	$\frac{1}{1017}$
62 44	$\frac{1}{1031}$
58 8	$\frac{1}{1033}$
53 20	$\frac{1}{977}$
48 26	$\frac{1}{1001}$
43 38	$\frac{1}{1076}$
39	

$\phi$	$2p$
34 5	$\frac{1}{1000}$
29 21	$\frac{1}{1000}$

der That zeigt sich der Wert von  $p$  ganz konstant.

der Auffassung des Elektrizitätsverlustes durch die isolierenden weicht aber Warburg von Coulomb ab, indem er annimmt, daß dieser eine der Ladung starke Verlust nicht in einem Abfließen über die sondern einem Übergange auf dieselben, also in dem Elektrischwerden der Stützen seinen Grund hätte. Dafür sprechen die obigen Zahlen, denn nach Coulomb sind die Stützen nur imstande eine gewisse Ladung zu isolieren, und erst, wenn die Ladung auf diesen Wert herabgelassen ist, soll nur Zerstreuung eintreten. Nach den Beobachtungen von Warburg dagegen ist unter sonst ganz gleichen Umständen nach eingetretener Elektrisierung der Stützen der Wert von  $p$  konstant bei Werten, bei welchen vor dem Elektrischwerden der Stützen der Wert von  $p$  von dem Vierfachen des zuletzt gefundenen ab kleiner wurde.

Warburg wies ferner einen weiteren Beweis für diese seine Ansicht erhielt Warburg in einem Versuche, der zeigte, daß bei Anwendung frischer Schellackstiele der Verlust an Ladung so groß ist, wenn die Stiele nur an die Scheibe befestigt werden, dann als wenn die Stiele als Stützen gebraucht werden, sondern frei in die Luft münden. Bei der Anwendung durch Anheften zweier frischer Schellackstiele an die als Standkugel

benutzten Scheibe stieg nämlich der Wert von  $2p$  von  $\frac{1}{718}$  auf  $\frac{1}{416}$ .

Die Versuche Warburgs ergeben somit, daß die eigentliche Zerstreuung in einem umgebenden Gase erst beobachtet werden kann, wenn die isolierenden Stützen so weit elektrisiert sind, daß der Zerstreuungskoeffizient konstant wird. Dies ist; allerdings kann man auch dann nicht annehmen, daß kein Verlust mehr durch den Einfluß der Stützen stattfindet, jedenfalls ist derselbe nur gering, wie sich auch daraus ergibt, daß bei starker Verdichtung der Luft der Zerstreuungskoeffizient beträchtlich kleiner wird.

Warburg hat deshalb, um die Abhängigkeit des Zerstreuungskoeffizienten von der Natur und Dichtigkeit der umgebenden Gase zu untersuchen, die Standkugel und den Wagebalken lange vor Beginn der Beobachtung elektrisiert, es wurde stets des Abends vorher der Apparat mit frischer Elektrizitätsmenge versehen, daß die Versuche am nächsten Morgen angestellt werden konnten. Es ergab sich dann, daß die Zerstreuung abhängig war von der Dichtigkeit und Natur des umgebenden Gases, wie folgende Zahlen zeigen:

Namen der Gase	Druck	$2p$
Kohlensäure	760 mm	$\frac{1}{1039}$
"	380	$\frac{1}{1526}$
"	190	$\frac{1}{3052}$
Wasserstoff		



Wenn man nun der Kugel positive Elektrizität mitteilt, so zeigt sich sofort auch der Cylinder elektrisch, indem die Hollundermarkkugeln von demselben abgestoßen und in der abgestoßenen Lage erhalten werden. Da wegen Zwischensetzung der isolierenden Glasscheibe zwischen Kugel und Cylinder durchaus keine Elektrizität direkt von der Kugel auf den Cylinder übergehen konnte, so folgt, daß nur durch die Nähe der elektrisierten Kugel der Cylinder elektrisch geworden ist. Man nennt diese Art der Elektrizitätserregung solche durch Verteilung oder Influenz und die auf dem Cylinder erregte Elektrizität Verteilungs- oder Influenz-Elektrizität.

Die stärksten Ablenkungen von der vertikalen Lage zeigen das unterste und das oberste Pendel, dort ist also die Dichtigkeit der Elektrizität am größten. Untersucht man mit einer geriebenen Siegellackstange oder Glasstange die Art der erregten Elektrizität, so zeigt sich, daß sie an den beiden Enden des Cylinders verschieden ist. Eine geriebene Siegellackstange stößt das Pendel *a* ab und zieht *b* an; eine geriebene Glasstange zieht *a* an und stößt *b* ab. Daraus folgt, daß das untere Ende des Cylinders negativ, das obere positiv elektrisch ist.

Ladet man die Kugel *c* anstatt mit positiver mit negativer Elektrizität, so ist der Effekt in so weit derselbe, daß der Cylinder elektrisch wird und wieder am stärksten an den Enden; die Art der erregten Elektrizität ist aber die entgegengesetzte, das untere, der Kugel nächste Ende wird positiv, das obere entferntere Ende wird negativ elektrisch.

Aus der Thatsache schon, daß an den beiden Enden des Messingcylinders sich entgegengesetzte Elektrizitäten finden, wird man schließen, daß nicht die ganze Oberfläche des Cylinders gleich stark elektrisch ist. Das läßt sich leicht mit Hilfe des mittleren verschiebbaren Pendels nachweisen. Befindet es sich in der Nähe des oberen Pendels, so wird es bei positiver Ladung der Kugel mit positiver Elektrizität abgestoßen; schiebt man es herab, so wird die Abstossung immer kleiner, bis an einer Stelle, welche der Kugel *c* etwas näher ist als die Mitte des Cylinders, das Pendel durchaus nicht mehr abgestoßen wird. An dieser Stelle ist also der Cylinder nicht elektrisch; man nennt diese Stelle die Mittellinie oder Indifferenzzone. Schiebt man das Pendel über dieselbe hinaus dem Ende *e* näher, so wird es mit negativer Elektrizität abgestoßen und zwar um so stärker, je näher es sich bei *a* befindet. Die Lage der Indifferenzzone ändert sich etwas mit der Entfernung der Kugel *c* von dem Cylinder; sie rückt nämlich in die Höhe, der Mitte näher, wenn die Kugel weiter von dem Cylinder entfernt wird.

Die Elektrizitätserregung durch Verteilung zeigt sich immer, wenn wir einem isolierten Leiter, welches auch seine Form sei, einen elektrisierten Körper nähern; man findet immer an der dem elektrisierten Körper nächsten Stelle den influenzierten Körper mit der Elektrizität versehen, welche der genäherten entgegengesetzt ist, und an einer anderen, von dem genäherten Körper entfernteren Stelle die der genäherten gleichnamige Elektrizität.

Wenn man den elektrisierten Körper von dem influenzierten entfernt, oder ihm die Elektrizität nimmt, so verschwinden auch sofort die Elektrizitäten auf dem influenzierten Körper; derselbe bleibt, vorausgesetzt, daß

gut isoliert war, unelektrisch zurück. Daraus ergibt sich nach dem, was wir in dem ersten Paragraphen dieses Abschnittes über die Natur der verschiedenen Elektricitäten gesagt haben, daß die beiden Influenz-Elektricitäten von genau gleicher Menge sind. Denn so lange der elektrisierte Körper sich in der Nähe befindet, werden die beiden Influenz-Elektricitäten getrennt erhalten, da der genäherte Körper die mit der auf ihn befindlichen gleichnamigen Elektricität abstößt, die ungleichnamige aber anzieht. Sobald nun aber der Körper entfernt ist, ist keine Kraft mehr vorhanden, welche der Anziehung der beiden getrennten Elektricitäten entgegenwirkt; dieselben werden sich daher mit einander vereinigen. Wenn nun, um die Wirkung der einen Elektricitätsart aufzuheben, eine ebenso große Menge der entgegengesetzten ihr hinzugefügt werden muß, folgt daraus, daß der influenzierte Körper nach Fortnahme der influierenden Elektricität wieder unelektrisch erscheint, daß die beiden In-elektrotricitäten von genau gleicher Menge sind.

Damit dieser Versuch gelinge, ist es notwendig, daß man den influenzierten Leiter möglichst gut isoliere, und daß man mit Fortnahme des elektrisierten Körpers nicht zu lange warte. Denn da die mit der influenzierenden Elektricität gleichnamige von derselben abgestoßen wird, zerstreut sie sich leichter als die ungleichnamige, und so kann es vorkommen, daß der influenzierte Leiter nach Fortnahme des elektrisierten Körpers noch elektrisch erscheint.

Der influenzierte Leiter ist demnach nur so lange elektrisch, als durch die Nähe des elektrischen Körpers die beiden Elektricitäten getrennt erhalten werden. Man kann ihn indes auch bleibend laden, wenn man die beiden Elektricitäten verhindert, nach Fortnahme des elektrisierten Körpers wieder zu vereinigen. Man kann das, indem man den influenzierten Leiter aus zwei Teilen zusammensetzt, welche man vor Fortnahme des elektrisierten Körpers trennt. Setzt man so an den Cylinder  $ab$  einen anderen Cylinder bei  $b$  an, so tritt die positive, vorher bei  $b$  vorhandene Elektricität in das Ansatzstück hinein und die Indifferenzzone rückt dem Ende  $b$  näher. Der erste Erfolg dieses Ansatzes ist der, daß das Pendel bei  $a$  stärker abgestoßen wird, die Elektricität bei  $a$  also dichter wird, weil die beiden entgegengesetzten Elektricitäten weiter von einander entfernt sind, sich also weniger anziehen. Trennt man dann das obere Ende  $a$  ab, bevor die Elektricität von  $c$  fortgenommen wird, so bleibt auch nach Fortnahme derselben der Cylinder  $ab$  elektrisch, und zwar negativ. Setzt man ein solches Ansatzstück an den Cylinder bei  $a$ , so wird die negative Elektricität in dieses Ansatzstück hineingezogen, und der Cylinder bleibt positiv elektrisch zurück.

Noch auf eine andere Weise kann man den Cylinder  $ab$  bleibend laden, und zwar aber nur mit der Elektricitätsart, welche der auf der Kugel vorhandenen entgegengesetzt ist. Man hat nur den Cylinder  $ab$ , während die Kugel  $c$  elektrisch ist, mit der Erde in leitende Verbindung zu setzen und diese Verbindung zu unterbrechen, ehe die Elektricität von der Kugel  $c$  fortgenommen ist. Es ist dabei ganz einerlei, an welcher Stelle des Cylinders  $ab$  man diese Leitung anbringt, ob an  $a$  oder in der Mitte, oder auch an dem Ende  $b$ ; immer bleibt auf  $ab$  die Elektricität zurück, welche denjenigen auf der Kugel  $c$  entgegengesetzt ist. Diese Methode, den Körper

Wenn man nun der Kugel positive Elektrizität mitteilt, so zeigt sich sofort auch der Cylinder elektrisch, indem die Hollundermarkkugeln von demselben abgestoßen und in der abgestoßenen Lage erhalten werden. Da wegen Zwischensetzung der isolierenden Glasscheibe zwischen Kugel und Cylinder durchaus keine Elektrizität direkt von der Kugel auf den Cylinder übergehen konnte, so folgt, daß nur durch die Nähe der elektrisierten Kugel der Cylinder elektrisch geworden ist. Man nennt diese Art der Elektrizitätserregung solche durch Verteilung oder Influenz und die auf dem Cylinder erregte Elektrizität Verteilungs- oder Influenz-Elektrizität.

Die stärksten Ablenkungen von der vertikalen Lage zeigen das unterste und das oberste Pendel, dort ist also die Dichtigkeit der Elektrizität am größten. Untersucht man mit einer geriebenen Siegellackstange oder Glasstange die Art der erregten Elektrizität, so zeigt sich, daß sie an den beiden Enden des Cylinders verschieden ist. Eine geriebene Siegellackstange stößt das Pendel *a* ab und zieht *b* an; eine geriebene Glasstange zieht *a* an und stößt *b* ab. Daraus folgt, daß das untere Ende des Cylinders negativ, das obere positiv elektrisch ist.

Ladet man die Kugel *c* anstatt mit positiver mit negativer Elektrizität, so ist der Effekt in so weit derselbe, daß der Cylinder elektrisch wird und wieder am stärksten an den Enden; die Art der erregten Elektrizität ist aber die entgegengesetzte, das untere, der Kugel nächste Ende wird positiv, das obere entferntere Ende wird negativ elektrisch.

Aus der Thatsache schon, daß an den beiden Enden des Messingcylinders sich entgegengesetzte Elektrizitäten finden, wird man schließen, daß nicht die ganze Oberfläche des Cylinders gleich stark elektrisch ist. Das läßt sich leicht mit Hilfe des mittleren verschiebbaren Pendels nachweisen. Befindet es sich in der Nähe des oberen Pendels, so wird es bei positiver Ladung der Kugel mit positiver Elektrizität abgestoßen; schiebt man es herab, so wird die Abstossung immer kleiner, bis an einer Stelle, welche der Kugel *c* etwas näher ist als die Mitte des Cylinders, das Pendel durchaus nicht mehr abgestoßen wird. An dieser Stelle ist also der Cylinder nicht elektrisch; man nennt diese Stelle die Mittellinie oder Indifferenzzone. Schiebt man das Pendel über dieselbe hinaus dem Ende *a* näher, so wird es mit negativer Elektrizität abgestoßen und zwar um so stärker, je näher es sich bei *a* befindet. Die Lage der Indifferenzzone ändert sich etwas mit der Entfernung der Kugel *c* von dem Cylinder; sie rückt nämlich in die Höhe, der Mitte näher, wenn die Kugel weiter von dem Cylinder entfernt wird.

Die Elektrizitätserregung durch Verteilung zeigt sich immer, wenn wir einem isolierten Leiter, welches auch seine Form sei, einen elektrisierten Körper nähern; man findet immer an der dem elektrisierten Körper nächsten Stelle den influenzierten Körper mit der Elektrizität versehen, welche der genäherten entgegengesetzt ist, und an einer anderen, von dem genäherten Körper entfernteren Stelle die der genäherten gleichnamige Elektrizität.

Wenn man den elektrisierten Körper von dem influenzierten entfernt, oder ihm die Elektrizität nimmt, so verschwinden auch sofort die Elektrizitäten auf dem influenzierten Körper; derselbe bleibt, vorausgesetzt, daß



er gut isoliert war, unelektrisch zurück. Daraus ergibt sich nach dem, was wir in dem ersten Paragraphen dieses Abschnittes über die Natur der verschiedenen Elektricitäten gesagt haben, daß die beiden Influenz-elektricitäten von genau gleicher Menge sind. Denn so lange der elektrisierte Körper sich in der Nähe befindet, werden die beiden Influenz-elektricitäten getrennt erhalten, da der genäherte Körper die mit der auf ihm befindlichen gleichnamigen Elektricität abstößt, die ungleichnamige aber anzieht. Sobald nun aber der Körper entfernt ist, ist keine Kraft mehr vorhanden, welche der Anziehung der beiden getrennten Elektricitäten entgegenwirkt; dieselben werden sich daher mit einander vereinigen. Da nun, um die Wirkung der einen Elektricitätsart aufzuheben, eine ebenso große Menge der entgegengesetzten ihr hinzugefügt werden muß, so folgt daraus, daß der influenzierte Körper nach Fortnahme der influenzierenden Elektricität wieder unelektrisch erscheint, daß die beiden Influenz-elektricitäten von genau gleicher Menge sind.

Damit dieser Versuch gelinge, ist es notwendig, daß man den influenzierten Leiter möglichst gut isoliere, und daß man mit Fortnahme des elektrisierten Körpers nicht zu lange warte. Denn da die mit der influenzierenden Elektricität gleichnamige von derselben abgestoßen wird, so zerstreut sie sich leichter als die ungleichnamige, und so kann es vorkommen, daß der influenzierte Leiter nach Fortnahme des elektrisierten Körpers noch elektrisch erscheint.

Der influenzierte Leiter ist demnach nur so lange elektrisch, als durch die Nähe des elektrischen Körpers die beiden Elektricitäten getrennt erhalten werden. Man kann ihn indes auch bleibend laden, wenn man die beiden Elektricitäten verhindert, nach Fortnahme des elektrisierten Körpers sich wieder zu vereinigen. Man kann das, indem man den influenzierten Leiter aus zwei Teilen zusammensetzt, welche man vor Fortnahme des elektrisierten Körpers trennt. Setzt man so an den Cylinder  $ab$  einen anderen Cylinder bei  $b$  an, so tritt die positive, vorher bei  $b$  vorhandene Elektricität in das Ansatzstück hinein und die Indifferenzzone rückt dem Ende  $b$  näher. Der erste Erfolg dieses Ansatzes ist der, daß das Pendel bei  $a$  stärker abgestoßen wird, die Elektricität bei  $a$  also dichter wird, weil die beiden entgegengesetzten Elektricitäten weiter von einander entfernt sind, sich also weniger anziehen. Trennt man dann das obere Stück ab, bevor die Elektricität von  $c$  fortgenommen wird, so bleibt auch nach Fortnahme derselben der Cylinder  $ab$  elektrisch, und zwar negativ. Setzt man ein solches Ansatzstück an den Cylinder bei  $a$ , so wird die negative Elektricität in dieses Ansatzstück hineingezogen, und der Cylinder  $ab$  bleibt positiv elektrisch zurück.

Noch auf eine andere Weise kann man den Cylinder  $ab$  bleibend laden, dann aber nur mit der Elektricitätsart, welche der auf der Kugel vorhandenen entgegengesetzt ist. Man hat nur den Cylinder  $ab$ , während die Kugel  $c$  elektrisch ist, mit der Erde in leitende Verbindung zu setzen und diese Verbindung zu unterbrechen, ehe die Elektricität von der Kugel  $c$  fortgenommen ist. Es ist dabei ganz einerlei, an welcher Stelle des Cylinders  $ab$  man diese Leitung anbringt, ob an  $a$  oder in der Mitte, oder auch an dem Ende  $b$ ; immer bleibt auf  $ab$  die Elektricität zurück, welche derjenigen auf der Kugel  $c$  entgegengesetzt ist. Diese Methode, den Körper

*ab* zu elektrisieren, fällt indes bei näherer Überlegung mit der vorigen zusammen. Denn setzen wir *ab* mit der Erde in leitende Verbindung, so bildet der Cylinder mit dieser gewissermaßen einen Leiter; dieser ganze Leiter wird von der Elektrizität der Kugel *c* influenziert, die negative Elektrizität wird in den Teilen dieses zusammengesetzten Leiters erscheinen, welche der positiv geladenen Kugel am nächsten sind, die positive Elektrizität dagegen an entfernteren Stellen sich finden; und da diese aus der ganzen Erde bestehen, so wird die positive Elektrizität sich über die ganze Erde verbreiten, also unbemerkbar sein. Unterbricht man die Verbindung mit der Erde, so hat das denselben Erfolg, als wenn man bei dem vorigen Versuche die Teile des zusammengesetzten Leiters trennt; der Leiter *ab* muß also in allen Fällen mit der Elektrizität geladen zurückbleiben, welche der auf der Kugel *c* vorhandenen entgegengesetzt ist.

Wir sehen hier also einen Fall, wo ein mit der Erde leitend verbundener Leiter, entgegen unsern bisherigen Erfahrungen, seine Elektrizität nicht verliert; nämlich immer dann, wenn in seiner Nähe sich ein mit entgegengesetzter Elektrizität versehener Körper befindet. Man hat daher früher geglaubt, daß diese durch Influenz erregte Elektrizität andere Eigenschaften habe als die auf andere Weise erregte Elektrizität, daß sie nicht die Fähigkeit besitze, sich auszubreiten oder überhaupt nach außen zu wirken. Indem man diese Elektrizität mit der gebundenen Wärme verglich, nannte man sie gebundene Elektrizität. Aus dem Vorigen ergibt sich indes schon, daß diese Anschauungsweise unrichtig ist; die durch Verteilung auf einem nicht isolierten Leiter erregte Elektrizität verbreitet sich allerdings nicht über den ganzen Leiter, aber nur deshalb nicht, weil sie durch die Nähe entgegengesetzter Elektrizität festgehalten wird; im übrigen hat sie ganz dieselben Eigenschaften wie jede andere Elektrizität, sie wirkt, wie die Abstossung des Pendels an dem Ende *a* zeigt, ebenso abstossend und anziehend auf andere elektrische Körper. Ja wir werden sehen, daß sie auch ebenso verteilend auf andere Körper wirkt wie ein einfach mit Elektrizität geladener Körper. Riess hat daher vorgeschlagen<sup>1)</sup>, den Namen gebundene Elektrizität, welcher leicht zu Misverständnissen Anlaß giebt, ganz fallen zu lassen und die durch Verteilung erregten Elektrizitäten mit dem Namen Influenzelektrizitäten zu bezeichnen, und zwar jene, welche mit der auf dem verteilenden Körper vorhandenen ungleichnamig ist, als Influenzelektrizität der ersten Art, die andere als Influenzelektrizität der zweiten Art. Wir werden die Bezeichnungsweise annehmen und in der Folge immer anwenden.

Die Menge der erregten Influenzelektrizitäten hängt ab von der Menge der erregenden Elektrizität, so wie von der Entfernung des influenzierten Leiters von dem influenzierenden. Es sind darüber nur wenige Versuche, insbesondere von Coulomb<sup>2)</sup> angestellt worden, aus denen sich der Satz ergibt, daß unter sonst gleichen Umständen die Menge der Influenzelektrizität der Menge der erregenden Elektrizität proportional ist.

Die Versuche, welche diesen Satz ergaben, wurden folgendermaßen angestellt. In der Nähe einer großen Kugel *K* (Fig. 46) wurden zwei

<sup>1)</sup> Riess, Reibungselektrizität. Bd. I, §. 166.

<sup>2)</sup> Coulomb, Mémoires de l'Académie de Paris 1788.



einfachere ist und ohne Hilfhypothesen die Erscheinungen zu erklären imstande ist, so ist die Hypothese zweier Elektricitäten beizubehalten.

Die Erscheinung der Influenz ist eine notwendige Folge des natürlichen Zustandes der Körper und der Grundeigenschaft der Elektricitäten, daß die ungleichnamigen sich anziehen, die gleichnamigen sich abstoßen. Denn befindet sich ein elektrisierter Körper in der Nähe eines natürlichen, so muß die überwiegende Elektricität des ersteren auf die gleichnamige Elektricität des natürlichen Körpers abstoßend, auf die ungleichnamige anziehend wirken. Diese Elektricitäten müssen, den Abstoßungen und Anziehungen folgend, sich trennen und die gleichnamige muß die von dem elektrisierten Körper fernerer, die ungleichnamige die demselben nächsten Stellen des influenzierten Körpers einnehmen.

Auch das Verhalten der Influenzelektricitäten ergibt sich als einfache Folge der Eigenschaft der Elektricitäten. Wird der elektrische Körper von einem isolierten Körper wieder entfernt, so wird die Kraft fortgenommen, welche die beiden Elektricitäten auseinanderreibt; sie werden daher der gegenseitigen Anziehung folgen und sich wieder vereinigen müssen; der Körper wird wieder unelektrisch, wenn keine der beiden Elektricitäten einen Verlust erlitten hat.

Wenn der influenzierte Leiter vergrößert, an ihn ein Stück angesetzt oder er mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt wird, so muß immer die eine der beiden Elektricitäten, der abstoßenden Kraft folgend, in das Ansatzstück oder in die Erde übertreten, die mit der des genäherten Leiters ungleichnamige muß aber aus allen den Teilen des influenzierten Leiters, auf welche die mit dem Quadrate der Entfernung abnehmende, anziehende Kraft der genäherten Elektricität mit hinreichender Stärke wirkt, an das dieser Elektricität nächste Ende des influenzierten Leiters gezogen werden.

Hiernach ist die Influenz nur ein besonderer Fall der elektrischen Anziehungen und Abstoßungen; wenn also die influenzierte Elektricität nach außen hin abstoßend wirken kann, so folgt schon daraus, daß sie selbst auch wieder influenzierend wirken kann. Daß die Influenzelektricität zweiter Art verteilend wirkt, dafür haben wir bereits einen Versuch Faradays angeführt; daß die Influenzelektricität erster Art ebenfalls verteilend wirkt, folgt aus Versuchen Faradays und Fechners ebenfalls.

Faraday<sup>1)</sup> befestigte einen etwa 20 cm langen, 2 cm dicken Schellackcylinder *S* (Fig. 48) auf einem Holzfuß und elektrisierte dessen oberes Ende durch Reiben mit einem Flanellappen negativ. Es wurden dann auf die obere Endfläche Metallscheiben oder Kugeln von größerem Durchmesser als dem des Cylinders gelegt oder in einiger Entfernung darüber gehalten und mit einer guten Ableitung nach der Erde versehen. Diese Leiter, auch die auf dem Schellackcylinder liegenden, wurden durch Influenz elektrisch, da die letzteren den nichtleitenden Schellack nur an wenigen Punkten berührten; da sie mit der Erde in leitender Verbindung waren, so befand sich auf ihnen nur Influenzelektricität der ersten Art.

Als nun über *S* eine Scheibe von circa 4 cm Durchmesser gehalten,

1) Faraday, Experimental researches. XI. Reihe, art. 1221. Poggend. Ann. **Id. XLVI.**

beide Elektricitäten in gleicher Menge. Diese beiden Elektricitäten müssen zugleich in dem ganzen Körper gleichmäßig verteilt sein, so daß jedes Teilchen desselben die gleiche Menge positiver und negativer Elektricität vereinigt enthält. Denn welches Stück eines Körpers wir auch der Wirkung eines elektrisierten Körpers aussetzen, immer und unter allen Umständen erhält derselbe beide Influenzelektricitäten.

Wir nehmen daher an, daß im natürlichen Zustande die Körper beide Elektricitäten in gleicher Menge enthalten; über die Natur der Elektricität selbst machen wir dabei keine Voraussetzung, wir lassen es unentschieden, ob der Elektricität als solcher eine reale Existenz zukommt, ob sie, wie man früher es von der Wärme annahm, ein feiner Stoff, ein sogenanntes Fluidum ist, oder ob sie ein Zustand der Materie, etwa eine gewisse Bewegung der ponderablen Materie oder des Äthers ist. Ist die Elektricität ein Fluidum, so nehmen wir zwei solcher Fluida an, eines, welches den positiv, eines, welches den negativ elektrischen Zustand bedingt<sup>1)</sup>. Im neutralen Zustande enthalten die Körper beide Fluida in gleicher Menge; wird ein Körper positiv elektrisch, so enthält er mehr positive Elektricität als negative, entweder infolge davon, daß ihm positive Elektricität gegeben, oder daß ihm negative Elektricität entzogen ist. Ist der Körper negativ elektrisch, so enthält er einen Überschuss an negativer Elektricität.

Die Elektricitäten sind es dann, welche sich anziehen und abstofsen, und ihre Träger, die elektrischen Körper, folgen den Anziehungen und Abstofsen, weil die Elektricitäten sie nicht ohne weiteres verlassen können.

Eine etwas andere Ansicht von dem Zustande der elektrisierten Körper hat Franklin aufgestellt<sup>2)</sup>. Er betrachtet die Elektricität als ein Fluidum, nimmt dann aber nicht ein positives und ein negatives Fluidum, sondern nur ein elektrisches Fluidum an. Im neutralen Zustande enthalten die Körper eine gewisse sehr große Menge desselben. Teilt man dem Körper noch mehr dieses Fluidums mit, so wird er positiv, entzieht man ihm von demselben, so wird er negativ elektrisch. Diese Hypothese scheint auf den ersten Blick einfacher zu sein als die von uns angenommene, ist aber in der That viel verwickelter und deshalb weniger naturgemäß. Denn schon die einfachen Sätze der elektrischen Anziehung und Abstofung verlangen zwei neue Hypothesen. Die von uns angenommene Anschauung sieht diese Anziehungen und Abstofungen einfach als Eigenschaften der beiden Elektricitäten an, Franklin muß aber außer der Annahme, daß das elektrische Fluidum sich selbst abstößt, noch die machen, daß die der Elektricität beraubte Materie sich abstößt, und daß diese Materie die Elektricität anzieht. Denn nur so ist es möglich, daß ein negativ elektrischer, also der Elektricität zum Teil beraubter Körper einen anderen negativ elektrischen Körper abstößt, dagegen einen positiv elektrischen Körper anzieht.

Da nun aber jedenfalls jene Hypothese vorzuziehen ist, welche die

1) Die Hypothese ist zuerst von *R. Symmer* aufgestellt. *Philosophical Transactions*, abridged etc. vol. XI.

2) *Franklin*, *Experiments and observations*. *Gehlers Wörterbuch Art Elektricität*.

einfachere ist und ohne Hilfshypothesen die Erscheinungen zu erklären imstande ist, so ist die Hypothese zweier Elektricitäten beizubehalten.

Die Erscheinung der Influenz ist eine notwendige Folge des natürlichen Zustandes der Körper und der Grundeigenschaft der Elektricitäten, daß die ungleichnamigen sich anziehen, die gleichnamigen sich abstoßen. Denn befindet sich ein elektrisierter Körper in der Nähe eines natürlichen, so muß die überwiegende Elektricität des ersteren auf die gleichnamige Elektricität des natürlichen Körpers abstoßend, auf die ungleichnamige anziehend wirken. Diese Elektricitäten müssen, den Abstoßungen und Anziehungen folgend, sich trennen und die gleichnamige muß die von dem elektrisierten Körper fernerer, die ungleichnamige die demselben nächsten Stellen des influenzierten Körpers einnehmen.

Auch das Verhalten der Influenzelektricitäten ergibt sich als einfache Folge der Eigenschaft der Elektricitäten. Wird der elektrische Körper von einem isolierten Körper wieder entfernt, so wird die Kraft fortgenommen, welche die beiden Elektricitäten auseinandertreibt; sie werden daher der gegenseitigen Anziehung folgen und sich wieder vereinigen müssen; der Körper wird wieder unelektrisch, wenn keine der beiden Elektricitäten einen Verlust erlitten hat.

Wenn der influenzierte Leiter vergrößert, an ihn ein Stück angesetzt oder er mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt wird, so muß immer die eine der beiden Elektricitäten, der abstoßenden Kraft folgend, in das Ansatzstück oder in die Erde übertreten, die mit der des genäherten Leiters ungleichnamige muß aber aus allen den Teilen des influenzierten Leiters, auf welche die mit dem Quadrate der Entfernung abnehmende, anziehende Kraft der genäherten Elektricität mit hinreichender Stärke wirkt, an das dieser Elektricität nächste Ende des influenzierten Leiters gezogen werden.

Hiernach ist die Influenz nur ein besonderer Fall der elektrischen Anziehungen und Abstoßungen; wenn also die influenzierte Elektricität nach außen hin abstoßend wirken kann, so folgt schon daraus, daß sie selbst auch wieder influenzierend wirken kann. Daß die Influenzelektricität zweiter Art verteilend wirkt, dafür haben wir bereits einen Versuch Faradays angeführt; daß die Influenzelektricität erster Art ebenfalls verteilend wirkt, folgt aus Versuchen Faradays und Fechners ebenfalls.

Faraday<sup>1)</sup> befestigte einen etwa 20 cm langen, 2 cm dicken Schellackcylinder *S* (Fig. 48) auf einem Holzfuß und elektrisierte dessen oberes Ende durch Reiben mit einem Flanellappen negativ. Es wurden dann auf die obere Endfläche Metallscheiben oder Kugeln von größerem Durchmesser als dem des Cylinders gelegt oder in einiger Entfernung darüber gehalten und mit einer guten Ableitung nach der Erde versehen. Diese Leiter, auch die auf dem Schellackcylinder liegenden, wurden durch Influenz elektrisch, da die letzteren den nichtleitenden Schellack nur an wenigen Punkten berührten; da sie mit der Erde in leitender Verbindung waren, so befand sich auf ihnen nur Influenzelektricität der ersten Art.

Als nun über *S* eine Scheibe von circa 4 cm Durchmesser gehalten,

1) Faraday, Experimental researches. XI. Reihe, art. 1221. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

beide Elektricitäten in gleicher Menge. Diese beiden Elektricitäten müssen zugleich in dem ganzen Körper gleichmäfsig verteilt sein, so dafs jedes Teilchen desselben die gleiche Menge positiver und negativer Elektricität vereinigt enthält. Denn welches Stück eines Körpers wir auch der Wirkung eines elektrisierten Körpers aussetzen, immer und unter allen Umständen erhält derselbe beide Influenzelektricitäten.

Wir nehmen daher an, dafs im natürlichen Zustande die Körper beide Elektricitäten in gleicher Menge enthalten; über die Natur der Elektricität selbst machen wir dabei keine Voraussetzung, wir lassen es unentschieden, ob der Elektricität als solcher eine reale Existenz zukommt, ob sie, wie man früher es von der Wärme annahm, ein feiner Stoff, ein sogenanntes Fluidum ist, oder ob sie ein Zustand der Materie, etwa eine gewisse Bewegung der ponderablen Materie oder des Äthers ist. Ist die Elektricität ein Fluidum, so nehmen wir zwei solcher Fluida an, eines, welches den positiv, eines, welches den negativ elektrischen Zustand bedingt<sup>1)</sup>. Im neutralen Zustande enthalten die Körper beide Fluida in gleicher Menge; wird ein Körper positiv elektrisch, so enthält er mehr positive Elektricität als negative, entweder infolge davon, dafs ihm positive Elektricität gegeben, oder dafs ihm negative Elektricität entzogen ist. Ist der Körper negativ elektrisch, so enthält er einen Überschufs an negativer Elektricität.

Die Elektricitäten sind es dann, welche sich anziehen und abstofsen, und ihre Träger, die elektrischen Körper, folgen den Anziehungen und Abstofsungen, weil die Elektricitäten sie nicht ohne weiteres verlassen können.

Eine etwas andere Ansicht von dem Zustande der elektrisierten Körper hat Franklin aufgestellt<sup>2)</sup>. Er betrachtet die Elektricität als ein Fluidum, nimmt dann aber nicht ein positives und ein negatives Fluidum, sondern nur ein elektrisches Fluidum an. Im neutralen Zustande enthalten die Körper eine gewisse sehr grofse Menge desselben. Teilt man dem Körper noch mehr dieses Fluidums mit, so wird er positiv, entzieht man ihm von demselben, so wird er negativ elektrisch. Diese Hypothese scheint auf den ersten Blick einfacher zu sein als die von uns angenommene, ist aber in der That viel verwickelter und deshalb weniger naturgemäfs. Denn schon die einfachen Sätze der elektrischen Anziehung und Abstofsung verlangen zwei neue Hypothesen. Die von uns angenommene Anschauung sieht diese Anziehungen und Abstofsungen einfach als Eigenschaften der beiden Elektricitäten an, Franklin mufs aber aufser der Annahme, dafs das elektrische Fluidum sich selbst abstöfst, noch die machen, dafs die der Elektricität beraubte Materie sich abstöfst, und dafs diese Materie die Elektricität anzieht. Denn nur so ist es möglich, dafs ein negativ elektrischer, also der Elektricität zum Teil beraubter Körper einen anderen negativ elektrischen Körper abstöfst, dagegen einen positiv elektrischen Körper anzieht.

Da nun aber jedenfalls jene Hypothese vorzuziehen ist, welche die

1) Die Hypothese ist zuerst von *R. Symmer* aufgestellt. *Philosophical Transactions*, abridged etc. vol. XI.

2) *Franklin*, *Experiments and observations*. *Gehlers Wörterbuch Az Elektricität*.

einfachere ist und ohne Hilfhypothesen die Erscheinungen zu erklären imstande ist, so ist die Hypothese zweier Elektricitäten beizubehalten.

Die Erscheinung der Influenz ist eine notwendige Folge des natürlichen Zustandes der Körper und der Grundeigenschaft der Elektricitäten, daß die ungleichnamigen sich anziehen, die gleichnamigen sich abstoßen. Denn befindet sich ein elektrisierter Körper in der Nähe eines natürlichen, so muß die überwiegende Elektricität des ersteren auf die gleichnamige Elektricität des natürlichen Körpers abstoßend, auf die ungleichnamige anziehend wirken. Diese Elektricitäten müssen, den Abstoßungen und Anziehungen folgend, sich trennen und die gleichnamige muß die von dem elektrisierten Körper fernerren, die ungleichnamige die demselben nächsten Stellen des influenzierten Körpers einnehmen.

Auch das Verhalten der Influenzelektricitäten ergibt sich als einfache Folge der Eigenschaft der Elektricitäten. Wird der elektrische Körper von einem isolierten Körper wieder entfernt, so wird die Kraft fortgenommen, welche die beiden Elektricitäten auseinanderreibt; sie werden daher der gegenseitigen Anziehung folgen und sich wieder vereinigen müssen; der Körper wird wieder unelektrisch, wenn keine der beiden Elektricitäten einen Verlust erlitten hat.

Wenn der influenzierte Leiter vergrößert, an ihn ein Stück angesetzt oder er mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt wird, so muß immer die eine der beiden Elektricitäten, der abstoßenden Kraft folgend, in das Ansatzstück oder in die Erde übertreten, die mit der des genäherten Leiters ungleichnamige muß aber aus allen den Theilen des influenzierten Leiters, auf welche die mit dem Quadrate der Entfernung abnehmende, anziehende Kraft der genäherten Elektricität mit hinreichender Stärke wirkt, an das dieser Elektricität nächste Ende des influenzierten Leiters gezogen werden.

Hiernach ist die Influenz nur ein besonderer Fall der elektrischen Anziehungen und Abstoßungen; wenn also die influenzierte Elektricität noch außen hin abstoßend wirken kann, so folgt schon daraus, daß sie selbst auch wieder influenzierend wirken kann. Daß die Influenzelektricität zweiter Art verteilend wirkt, dafür haben wir bereits einen Versuch Faradays angeführt; daß die Influenzelektricität erster Art ebenfalls verteilend wirkt, folgt aus Versuchen Faradays und Fechners ebenfalls.

Faraday<sup>1)</sup> befestigte einen etwa 20 cm langen, 2 cm dicken Schellackcylinder *S* (Fig. 48) auf einem Holzfufs und elektrisierte dessen oberes Ende durch Reiben mit einem Flanellappen negativ. Es wurden dann auf die obere Endfläche Metallscheiben oder Kugeln von größerem Durchmesser als dem des Cylinders gelegt oder in einiger Entfernung darüber gehalten und mit einer guten Ableitung nach der Erde versehen. Diese Leiter, auch die auf dem Schellackcylinder liegenden, wurden durch Influenz elektrisch, da die letzteren den nichtleitenden Schellack nur an wenigen Punkten berührten; da sie mit der Erde in leitender Verbindung waren, so befand sich auf ihnen nur Influenzelektricität der ersten Art.

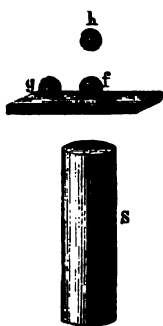
Als nun über *S* eine Scheibe von circa 4 cm Durchmesser gehalten,

1) Faraday, Experimental researches. XI. Reihe, art. 1221. Poggend. Ann. 3d. XLVI.



und eine kleine leitende, an einem Schellackstiele befestigte Kugel, die Mitte derselben gelegt und einen Augenblick ableitend berührt, zeigte sich dieselbe durchaus nicht elektrisch, während sie nahe am  $l$

Fig. 48.



bei  $g$  oder in einiger Entfernung über der Scheibe sich positiv elektrisch zeigte. Auf die Kugel wirkte teilend die Elektrizität des Schellackcyllinders und Influenzelektrizität erster Art der Scheibe. Als die gerade in der Mitte der Scheibe lag, wo die Dichtigkeit der Influenzelektrizität auf der unteren Seite das Gleichgewicht. Da die anziehenden und abstoßenden Kräfte sowohl von der Elektrizitätsmenge, als dem Abstände der auf einander wirkenden Elektrizität abhängig sind, so muß bei gleichem Abstände der von dem Schellackcylinder an Stellen aber, wo die Influenzelektrizität der Scheibe weniger dicht ist, die influenzierende Wirkung der auf dem Schellackcylinder Elektrizität überwiegen, es muß also, wie auch das zeigte, an dem Rande der Scheibe die Kugel durch Influenz positiv elektrisch werden. Entfernt man die Kugel von der Scheibe, so muß ebenfalls positiv elektrisch werden. Denn wenn bei  $f$ , wo die Influenzelektrizität erster Art um die Dicke der Scheibe von der Kugel entfernt ist, diese und die Elektrizität des Schellacks sich das Gleichgewicht halten, so können sie das nicht mehr, wenn die Kugel gebracht ist, wo die Entfernung vom Schellack vielleicht verdoppelt, jene von der Influenzelektrizität vielleicht vervierfacht ist.

Man wird hiernach voraussagen können, was sich zeigen wird, man die kleine Kugel allmählich von  $f$  nach  $h$  bringt und weiter hinaus hebt. Bei Hebung der Kugel von  $f$  an muß anfangs die Elektrisierung der Kugel wachsen bis zu einem Maximum, und bei weiterer Hebung der abnehmen. Denn anfänglich wird die Abnahme der von der Scheibe ausgehenden verteilenden Wirkung viel bedeutender sein als die Abnahme der von  $S$  ausgehenden, die Elektrisierung der Kugel muß dann wachsen. Wenn aber wegen großer Entfernung von der Scheibe der Einfluß derselben zurückgetreten ist, dann muß die Elektrisierung abnehmen, da mit jeder weiteren Entfernung auch die influenzierende Wirkung des Schellackcylinders kleiner wird.

Diesen Verlauf der Elektrisierung der kleinen Kugel haben sowohl Faraday<sup>1)</sup> als Fechner<sup>2)</sup> beobachtet.

Nach der dargelegten Anschauung des natürlichen Zustandes der Körper muß immer und unter allen Umständen ein elektrisierter Körper auf einen neutralen influenzierend einwirken; wir haben dafür in den bisherigen auch bereits eine Anzahl Beweise kennen gelernt, in den folgenden, welche mit Hilfe der Influenztheorie jetzt ihre vollständige Klärung finden.

Als eine der ersten Äußerungen der elektrischen Kraft erk

1) Faraday, a. a. O. Art. 1219—1226. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

2) Fechner, Poggend. Ann. Bd. LI.

wir die Anziehung neutraler von elektrisirten Körpern; dieselbe ist eine einfache Folge der Influenz. Durch die Nähe des elektrischen Körpers werden in dem neutralen die Elektricitäten getrennt, die gleichnamige wird abgestoßen, die ungleichnamige angezogen in die dem elektrisirten Körper nächsten Stellen. Ist der Abstand beider so klein, daß wegen größerer Nähe die Anziehung der ungleichnamigen über die Abstoßung der gleichnamigen Elektricität überwiegt und ist der angezogene Körper hinlänglich leicht, so folgt er der Anziehung und bewegt sich gegen den neutralen Körper hin.

Daß in der That die Anziehung in dieser Weise erfolgt, dafür lassen sich noch manche Beweise anführen. So kann man sich leicht überzeugen, daß z. B. Strohhalme oder Papierschnitzel von einer geriebenen Siegelackstange weit leichter angezogen werden, wenn sie auf einer leitenden, als wenn sie auf einer nichtleitenden Unterlage liegen. Der Grund kann nur der sein, daß im ersten Falle die Influenzelektricität der zweiten Art fortgenommen wird, im zweiten aber nicht.

Wenn ferner die neutralen Körper nach einer Richtung ausgedehnter sind als nach einer andern, so stellen sie sich, vorausgesetzt, daß sie nach allen Richtungen gleich gut leiten, so, daß ihre Längsrichtung gegen den elektrisirten Körper gerichtet ist. Der Grund dafür ist, daß nach dieser Richtung die beiden Influenzelektricitäten am weitesten auseinander treten und deshalb am stärksten sind. Ist ein Körper nach einer Richtung besser leitend als nach den übrigen, so treten nach dieser die Influenzelektricitäten vollständiger und weiter auseinander als nach den übrigen; deshalb stellt sich ein solcher Körper so, daß die Richtung der besseren Leitung in die Verbindungslinie desselben mit dem elektrisirten Körper fällt. Eine kreisförmige, horizontal gehängte Glasscheibe hängt sich z. B., auch wenn ein elektrisirter Körper in ihrer Nähe ist, so, daß der Aufhängefaden ohne Torsion ist. Wenn man aber durch Aufkleben eines Stanniolstreifens einen Durchmesser der Scheibe leitend gemacht hat, so stellt sie sich so, daß der leitende Durchmesser gegen den elektrischen Körper gerichtet ist.

Daß wirklich neutrale Körper nicht von elektrischen angezogen werden, hat Aepinus durch einen sehr einfachen Versuch gezeigt. Zwei Glasscheiben wurden stark auf einander gerieben, die Fläche der einen wurde dadurch stark positiv, die andere stark negativ elektrisch; die Flächen wurden auf einander gedrückt. Da dieselben nichtleitend sind und sich nur in wenigen Punkten berühren, so bleiben sie auch dann beide und zwar gleich stark elektrisch. Nun wurde in die Nähe der Scheiben, und zwar mit den elektrischen Flächen in gleicher Höhe, ein Hollundermarkkugelnchen gehängt. Dasselbe wurde nicht angezogen. Wurde dagegen eine der Flächen fortgenommen, einerlei welche, so wurde das Kugelnchen kräftig angezogen. Jede einzelne Fläche zog also das Kugelnchen kräftig an, beide vereint aber nicht. Daraus folgt, daß die Anziehung eine Wirkung der Influenz ist, denn die vereinten Flächen konnten deshalb nicht anziehend wirken, weil sie die Kugel entgegengesetzt influenzierten und deshalb dieselbe durchaus unelektrisch blieb.

Ebenso wie die Anziehung neutraler Körper, ist die Mittheilung der Elektricität an einen nichtelektrischen Körper eine Influenzerscheinung.





der Elektricitäten stattfinden wird oder nicht. Ist der genäherte Leiter in Form und Gröfse dem Leiter  $ab$  ähnlich, so wird er bei Annäherung an  $a$  durch die Elektricität der Kugel  $c$  ebenso stark elektrisiert wie  $ab$ ; bei der Berührung kommen deshalb zwei Stellen zusammen, welche gleich stark elektrisch sind; oder vielmehr die beiden Leiter werden so auf einander influenzierend einwirken, daß die Berührungspunkte neutral sind, so daß kein Austausch der Elektricitäten stattfinden kann.

Ist der genäherte Leiter bedeutend kleiner als  $ab$ , ist er vielleicht ein kleines Scheibchen, so wird allerdings auch in diesem durch die Kugel  $c$  Elektricität influenziert, zugleich aber wirkt auch die Influenzelektricität bei  $a$  verteilend ein. Wenn nun das Scheibchen dem Ende  $a$  bis zur Berührung genähert wird, dann muß der letztere Einfluß wegen der größeren Nähe stets überwiegen, die dem Ende  $a$  zugewandte Seite des Scheibchens wird positiv, die abgewandte Seite wird negativ. Nach der Berührung bleibt das Scheibchen negativ, gerade als hätte es von dem Ende  $a$  einen Teil der Influenzelektricität erster Art fortgenommen.

Ist aber der genäherte Leiter bedeutend größer als  $ab$ , so wird durch die Influenz der Kugel  $c$  die Influenzelektricität der ersten Art in ihm stärker sein, weil die beiden Elektricitäten in ihm viel weiter auseinandertreten können. Es muß daher, wenn die Leiter bis zur Berührung genähert werden, in  $ab$  eine neue Verteilung stattfinden, und zwar so, daß die Berührungsstelle von  $a$  positiv elektrisch wird. Diese positive Elektricität wird durch einen Teil der Elektricität des genäherten Leiters neutralisiert, so daß die negative Elektricität von  $ab$  nach Fortnahme des Leiters stärker wird, gerade als wäre von demselben ein Teil der negativen Elektricität dem Leiter  $ab$  mitgeteilt worden.

Ist schließlich der genäherte Leiter unendlich groß, d. h. mit der Erde in leitender Verbindung, so ergibt sich aus dem eben Gesagten, daß der Erfolg qualitativ derselbe sein muß, nur wird auf  $ab$  die Influenzelektricität der zweiten Art ganz verschwinden, und  $ab$  so stark negativ elektrisch werden, als ein mit der Erde in Verbindung stehender der Wirkung des elektrischen Körpers ausgesetzter Leiter. Es ergibt sich zugleich daraus, daß es in diesem Falle ganz einerlei ist, an welchem Punkte von  $ab$  der Leiter angelegt wird.

Man erkennt nun auch sofort, weshalb ein Nichtleiter von einem elektrisierten Körper keine oder nur sehr wenig Elektricität fortnehmen kann; es liegt daran, daß auf diesem die Influenzelektricitäten nicht ausinandertreten, also nur sehr schwach sein können. Nur durch andauernde Berührung, wobei immer neue Influenzierung eintritt, kann dann einem elektrischen Körper eine merkliche Elektricitätsmenge entzogen werden.

### §. 37.

**Potentialfunktion einer Elektricitätsmenge.** Unsere bisherigen experimentellen Untersuchungen der elektrischen Erscheinungen haben den Nachweis geliefert, daß gleichnamige Elektricitäten sich abstoßen, ungleichnamige sich anziehen und zwar mit einer Kraft, welche der Menge jeder der beiden auf einander wirkenden Elektricitäten direkt und dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional ist. Wir haben mit Hilfe dieses Gesetzes bereits ein Maß für die Elektricität aufgestellt, indem

wir jene Elektrizitätsmenge gleich eins setzten, welche auf eine ihr gleiche in der Entfernung eins die abstossende Kraft eins ausübt. Für die Wirkung zweier elektrischer Mengen  $c$  und  $c_1$  auf einander im Abstände  $r$  erhalten wir demnach

$$K = \frac{cc_1}{r^2},$$

dieselbe ist abstossend, wenn beide Mengen gleichnamig sind, anziehend, wenn sie ungleichnamig sind, also entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Aus diesem Wirkungsgesetze folgt, daß für die elektrischen Wirkungen eine Kraftfunktion existiert, und daß diese die von uns in der Einleitung dieses Bandes betrachtete Potentialfunktion ist; die Potentialfunktion einer gegebenen Elektrizitätsmenge  $c$  in einem Punkte, welcher von ihr den Abstand  $r$  hat, ist somit

$$v = \frac{c}{r}.$$

Für eine Anzahl gegebener Elektrizitätsmengen  $c_1, c_2, \dots$  welche von dem betrachteten Punkte die Abstände  $r_1, r_2, \dots$  haben, ist die Potentialfunktion

$$V = \frac{c_1}{r_1} + \frac{c_2}{r_2} + \dots = \Sigma \frac{c}{r}$$

und für eine ausgedehnte Elektrizitätsmenge, von welcher  $dc$  ein Element ist, wird dieselbe

$$V = \int \frac{dc}{r},$$

wo die Integration über den ganzen mit Elektrizität gefüllten Raum auszudehnen ist.

Für die weitere Behandlung der elektrischen Erscheinungen sind die Sätze der Potentialtheorie, welche uns aus der Potentialfunktion nicht nur die Wirkungen gegebener Elektrizitätsmengen auf einander, sondern auch die Verteilung der wirksamen Mengen im Raume oder auf Flächen zu bestimmen gestattet, von der allergrössten Bedeutung, so zwar, daß man in der That behaupten kann, eine genaue Beschreibung der elektrischen Erscheinungen ist nur mit Hilfe der Sätze der Potentialtheorie möglich. Schon bei der Entwicklung der Sätze der Potentialtheorie haben wir darauf hingewiesen und es möge das hier nochmals besonders hervorgehoben werden, daß diese Sätze durchaus nicht die Voraussetzung machen, daß die elektrischen Wirkungen auf einer unvermittelten Fernwirkung beruhen, daß sie ganz ebenso ihre Gültigkeit behalten, wenn die Wirkung in die Ferne durch Vermittelung eines Mediums stattfindet, in welchem sich dieselbe von Punkt zu Punkt fortpflanzt. Die einzige Voraussetzung ist nur, daß eine Elektrizitätsmenge  $c$  auf eine andere  $c_1$  im Abstände  $r$  nach dem an die Spitze gestellten Gesetze wirkt, daß also die Wirkung gleich  $\frac{cc_1}{r^2}$  ist. Wie diese Wirkung zustande kommt ist ganz gleichgültig. Die Sätze der Potentialtheorie sind ebenso ganz unabhängig davon, welcher Natur die Elektrizität ist, was also eigentlich das ist, was wir *Elektrizität* nennen, ob dieselbe eine Substanz ist, oder ob sie ein Zustand der materiellen Körper oder des Äthers ist, dieselben und somit auch



die aus denselben gezogenen Folgerungen gelten unabhängig von jeder Voraussetzung als nur derjenigen des Wirkungsgesetzes. Deshalb ist auch die experimentelle Bestätigung der Folgerungen der Potentialtheorie der schärfste Beweis, daß das aus dem Coulombschen Versuchen abgeleitete Gesetz der elektrischen Fernwirkung richtig ist.

## §. 38.

**Sitz des elektrischen Zustandes.** Die erste Frage, welche wir mit Hilfe der Sätze der Potentialtheorie zu untersuchen haben und präzise beantworten können, ist diejenige, wo denn eigentlich der Sitz der Elektrizität in einem elektrisierten Körper ist, ob sich die freie ihm mitgeteilte Elektrizität gleichmäßig durch die ganze Masse des Körpers verbreitet, oder ob sich dieselbe nur an einzelnen Stellen findet.

Wir beschränken unsere Untersuchung zunächst ausdrücklich auf die vollkommenen Leiter, wie es nach unsern bisherigen Untersuchungen z. B. die Metalle sind. Da ein solcher der Bewegung der Elektrizität in seinem Innern gar kein Hindernis bietet, so kann in demselben die Elektrizität nur dann im Gleichgewicht sein, wenn die Anziehungen und Abstossungen der vorhandenen Elektrizität auf alle Punkte im Innern der Elektrizitätsmenge sich aufheben, also gleich null sind. Denn denken wir uns den Körper mit positiver Elektrizität versehen, und setzen voraus, daß auf irgend einen Punkt im Innern desselben eine Abstossung gleichnamiger Elektrizität als Wirkung der vorhandenen nach irgend einer Richtung resultiere, so würde die dort vorhandene positive Elektrizität sich nach dieser, etwa vorhandene negative Elektrizität sich nach der entgegengesetzten Richtung bewegen müssen, bis die Anziehungen und Abstossungen gleich null würden. Wie wir aus den Erscheinungen der Induzenz schließen mußten, sind im Innern jedes Körpers an jedem Punkte gleiche Mengen positiver und negativer Elektrizität vorhanden, die sich gegenseitig neutralisieren. Würde nun von der dem Körper mitgetheilten Ladung auf einen Punkt nach irgend einer Richtung eine resultierende Wirkung übrig bleiben, so würde eine Scheidung dieser beiden Elektrizitäten, und damit eine andere Verteilung eintreten, so lange bis diese Wirkung gleich null geworden ist.

Damit die Wirkung der erteilten Ladung auf jeden Punkt im Innern des Körpers gleich null sei, ist notwendige und ausreichende Bedingung, daß die Potentialfunktion der gegebenen Ladung in jedem Punkte im Innern des geladenen Körpers denselben Wert hat, oder daß die Potentialfunktion im Innern des Körpers einen konstanten Wert hat. Denn wenn das der Fall ist, so wird für eine kleine Verschiebung eines betrachteten Punktes der Quotient

$$\frac{dV}{dn} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

nach welcher Richtung auch die Verschiebung stattfindet. Da nun jener Quotient die in die betreffende Richtung fallende Komponente der Kraft auf die dort vorhandene Einheit der Elektrizität liefert, so folgt, daß in dem Falle die Wirkung der Ladung auf jeden Punkt im Innern gleich null ist.

Daraus folgt aber weiter, daß die Dichtigkeit der Ladung im Innern des Körpers überall gleich null sein muß, oder daß die dem Körper mitgeteilte Elektrizität überhaupt nicht in das Innere des Körpers eindringt. Denn denken wir uns die Punkte im Innern des Körpers durch ein dreiaxiges rechtwinkliges Koordinatensystem gegeben, so folgt aus der Gleichung (1) auch

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

und daraus ebenfalls

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

oder auch

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \Delta V = 0.$$

Da diese Beziehung nur für solche Punkte gilt, welche nicht innerhalb der Elektrizitätsmenge sich befinden, deren Potentialfunktion  $V$  ist, so folgt, daß die dem Körper mitgeteilte Elektrizität nicht in das Innere der Körper eindringt, daß dieselbe sich nur auf der Oberfläche ansammelt.

Zum experimentellen Nachweis dieses fundamentalen Satzes kann man nach Coulomb<sup>1)</sup> zunächst so verfahren, daß man als Standkugel in die Torsionswaage eine Kugel von massivem Kupfer hängt, sie elektrisiert, während die Kugel des Wagebalkens sie berührt, und die Abstossung der beiden Kugeln mißt. Berührt man dann die Standkugel mit einer ihr ganz gleichen, so wird die Abstossung, mit Berücksichtigung der während dieser Zeit stattfindenden Zerstreuung, gerade die Hälfte von vorher. Dasselbe findet aber auch statt, wenn man die Standkugel mit einer anderen Kugel berührt, deren Substanz oder Oberfläche die Elektrizität leitet, vorausgesetzt, daß die Größe der Kugeln dieselbe ist. Man mag eine hohle Kugel irgend eines Metalles oder eine vergoldete Kugel von Hölznermark oder von Holz anwenden; haben die Kugeln gleiche Größe, so nehmen sie von der Standkugel immer dieselbe Elektrizitätsmenge fort. Aus diesen Versuchen folgt, daß von der Standkugel immer dieselbe Elektrizitätsmenge auf die berührenden Körper abfließt, welches auch die Substanz sei, aus denen sie bestehen, ob sie massiv oder hohl seien, wenn nur die Oberfläche der Körper dieselbe ist. Daraus wird man schließen müssen, daß der elektrische Zustand eines Körpers von der Masse desselben ganz unabhängig, daß er nur auf die Oberfläche der Körper beschränkt ist, daß die Elektrizität bei einem elektrischen Körper nicht in das Innere eindringt.

Man kann diese Folgerung leicht durch direkte Versuche bestätigen. Coulomb stellte eine Metallkugel  $A$  (Fig. 50) auf eine isolierende Stütze und liefs zwei auf dieselbe passende und sie genau umschließende Halbkugeln  $B$  und  $C$  herstellen, welche an isolierenden Handhaben befestigt waren. Wurde nun  $A$  mit diesen Hüllen bedeckt und dann das ganze System kräftig elektrisiert, so zeigten sich die Halbkugeln, wenn sie

1) *Coulomb, Mémoires de l'Académie de Paris 1786, 1787, 1788.*

gehoben wurden, elektrisch, dagegen die Kugel A zeigte keine Spur n Elektricität. Wurde die Kugel A elektrisiert und dann mit den iden Halbkugeln bedeckt, so blieb dieselbe nach Fortnahme der beiden albkugeln vollkommen elektrisch zurück, alle lektricität war auf die iden Halbkugeln über-  
gangen.

Bei einem anderen ersuche liefs Coulomb ne leitende Hohlkugel erstellen, welche mehrere öcher von 1 cm Durchmesser besafs, und bestigte dieselbe auf einer olierenden Stütze. Die ngel wurde kräftig elektrisiert. Wurde dann die alsere Seite der Kugel it einem Scheibchen von oldpapier von circa 4 mm

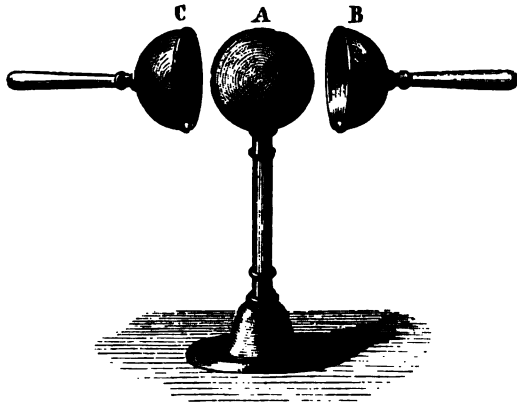
urchmesser, das an einem isolierenden Stiel befestigt war, berührt, so urde das Scheibchen stark elektrisch. Berührte man dagegen mit dem heibchen die innere Seite der Kugel, so liefs sich auf demselben keine ur von Elektricität erkennen.

Schon früher hatte Franklin durch einen ganz ähnlichen Versuch und iestley dadurch denselben Nachweis geliefert, dafs er zwei an Seiden- den befestigte und sich berührende Hollundermarkkugeln in einen stark elektrisierten zinnernen Becher herabliefs. Wäre der innere Raum des chers mit elektrisiert worden, so hätten die beiden Pendel sich ab- ofsen müssen, sie blieben aber ruhig neben einander hängen.

Den letzteren Versuch hat Faraday<sup>1)</sup> in grofsartigem Mafsstabe wie- rholt. Er liefs aus leichten Holzrahmen das Gerüst eines Würfels von ehr als drei Meter Seitenlänge verfertigen und zwischen den Rahmen upferdrähte kreuzweise spannen, so dafs er einen Würfel erhielt, dessen eitenflächen aus Drahtnetzwerk bestanden. Er liefs die Seiten noch it Papier und dieses dicht mit Stanniol bekleben. Diese Kammer, deren Vände also aus guten Leitern der Elektricität bestanden, wurde in inem grofsen Saale isoliert aufgestellt. Darauf begab sich Faraday inieselbe hinein, versehen mit den feinsten Elektroskopen, und liefs die ammer so stark wie möglich elektrisieren. Trotzdem aber liefs sich in dem Innern derselben keine Spur von Elektricität erkennen.

Noch in einer anderen Weise zeigte Faraday, dafs die Elektricität nur auf der Oberfläche der Körper vorhanden ist. An einem Metallring (Fig. 51), welcher auf einem isolierenden Glasfufse befestigt war, wurde ein Drahtnetz in Form eines Insektennetzes befestigt. An dem Boden

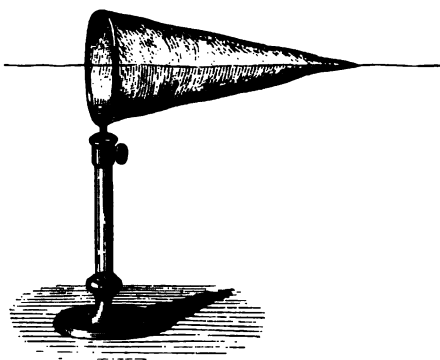
Fig. 50.



<sup>1)</sup> Faraday, Experimental researches in electricity art. 1170—1175. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

desselben war ein Seidenfaden befestigt, so daß man mit demselben Drahtnetz hin und her umstülpen konnte. Das Netz wurde elektrisch und durch Berührung der Oberfläche mit einem Scheibchen vor

Fig. 51.

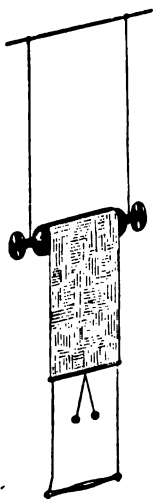


papier, das an einem Ende den Stiele befestigt war. Nachweis geliefert, daß die Fläche elektrisch war. I. Berührung der inneren Seite dieselbe als unelektrisch. Darauf wurde durch ein Umstülpen an dem Seidenfaden das Innere an die äußere Seite umgewandelt. Sofort zeigte sich die jetzige, vorher als nicht elektrisch erkannte Seite elektrisch gegen die vorher äußerliche elektrische Seite als nicht elektrisch. Die Elektrizität

der Fläche, der sie mitgeteilt war, sofort verlassen, als diese zur inneren wurde, und ist auf die äußere Fläche übergegangen.

Dasselbe ergibt sich aus einem Versuche von Franklin; eine Theekanne, in welche eine Kette mit einem Seidenfaden eingesenkt wurde elektrisiert, so daß die Pendel eines mit der Kanne verbundenen Elektroskopes stark divergierten. Darauf wurde die Kette mit dem Seidenfaden allmählich herausgehoben; es zeigte sich, daß in dem Maße, wie die Kette herausgehoben wurde, die Divergenz des Elektroskopes sich verminderte. Wurde die Kette wieder hinabgelassen, so stieg die Divergenz wieder, und war die Kette wieder ganz versenkt, so war die Divergenz

Fig. 52.



die frühere. Die Elektrizität ging also von der Kanne zum Teil auf die Kette über, als diese außerhalb der Kanne und mit ihr in leitender Berührung war, wieder vollständig auf die Kanne über, als die Kette wieder in das Innere versenkt war.

Für diesen Versuch hat Magnus später einen sehr instructiven Apparat konstruirt. Ein kleiner Cylinder ist mit zwei cylindrischen Fortsätzen an einem Seidenschnur aufgehängt (Fig. 52). Um den Cylinder ein Metallblatt gewickelt. Das eine Ende des Metallblattes ist der ganzen Breite nach an dem Cylinder befestigt, das andere Ende ist mit einem Holzstäbchen versehen, an dessen Enden ebenfalls eine Seidenschnur befestigt ist. An diesem Ende sind an dem Metallblatt zwei neben einander hängende elektrische Pendel befestigt. Der Apparat wird elektrisiert, so daß die Pendel divergieren. Zieht man dann an der Seidenschnur das Metallblatt ab, so wird in dem Maße, als die Oberfläche des Apparates sich vergrößert, die Divergenz der Pendel kleiner. Läßt man die Seidenschnur los, so

der Apparat wieder auf, da bei dem Abziehen der Messingcylinder an der Seidenschnur, an der er hängt, sich in die Höhe rollte. In dem Maße aber, wie das Metallblatt sich wieder aufrollt, wird die Divergenz der Pendel wieder größer.

Die Versuche bestätigen somit die aus der Theorie gezogene Folgerung, sie zeigen, daß sich die Elektrizität bei leitenden Körpern nur auf der Oberfläche befindet, oder daß sie dort nur eine unendlich dünne Schicht bildet. Wir müssen deshalb die Dichtigkeit der Elektrizität in derselben Weise definieren, wie wir im §. 6 die Flächendichte eines wirk-samen Agens definiert haben. Ist  $d\sigma$  ein Element der Oberfläche und an dieser Stelle  $\epsilon$  die Dicke der elektrischen Schicht, und ist  $\kappa$  die Dichtigkeit der Elektrizität in der bisherigen Bedeutung, so ist die auf dem Element vorhandene Elektrizität gleich  $\kappa \cdot \epsilon \cdot d\sigma$ . Setzen wir

$$\kappa \epsilon = h,$$

so wird die Menge der Elektrizität  $h \cdot d\sigma$ . Der Koeffizient  $h$  bedeutet darnach die auf der Einheit der Oberfläche vorhandene Elektrizität, vorausgesetzt, daß  $\kappa$  und  $\epsilon$  auf der Flächeneinheit überall denselben Wert haben. Diesen Koeffizienten  $h$  bezeichnet man deshalb als die Dichtigkeit der Elektrizität. Die auf einem Körper vorhandene Elektrizität ist somit durch das über die ganze Oberfläche des Körpers ausgedehnte Integral

$$Q = \int h \, d\sigma$$

gegeben.

Hieraus folgt, daß wir die Dichtigkeit der Elektrizität auf der Oberfläche der Körper, sowie die Menge, welche auf der Oberfläche vorhanden ist, mit Hilfe der Sätze des §. 6 und §. 7 der Einleitung zu bestimmen haben.

Nach §. 7 erhält man die auf einem Körper vorhandene Elektrizitätsmenge aus dem Satze, daß die Summe der auf die verschiedenen Elemente der Oberfläche eines Körpers senkrecht zur Oberfläche wirkenden Komponenten der Kraft, dieselben berechnet unter der Voraussetzung, daß sich in den Punkten, wo die Elemente liegen, die Einheit der freien Elektrizität befindet, dividiert durch  $4\pi$ , gleich ist der von dieser Oberfläche umschlossenen beziehungsweise der auf ihr vorhandenen Elektrizitätsmenge.

Ist demnach  $V$  die Potentialfunktion der auf einem Körper vorhandenen freien Elektrizität an einem Punkte der Oberfläche, wo das Element  $d\sigma$  liegt, und bezeichnen wir die nach außen gerechnete Normale mit  $n$ , so daß

$$-\frac{dV}{dn}$$

die in dem betreffenden Punkte nach außen gerichtete parallel der Normale wirksame Kraft ist, so ist die auf der Oberfläche des Körpers vorhandene Elektrizitätsmenge  $Q$

$$Q = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{dV}{dn} \, d\sigma.$$



Für die Dichtigkeit der Elektrizität an irgend einem Punkte der Oberfläche eines Körpers oder auch einer Fläche folgt aus §. 6

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0} - \left(\frac{dV}{dn}\right)_{-0} = -4\pi h,$$

wo das Zeichen  $+0$  beziehungsweise  $-0$  bedeutet, daß der Differentialquotient einmal nach der positiven Richtung der Normale  $n$ , das andere mal nach der negativen Richtung der Normale zu nehmen und daß dann in den Differentialquotienten  $n=0$  gesetzt werden soll.

Da im Innern eines Körpers die Potentialfunktion konstant ist, so folgt, wenn wir die negative Richtung der Normale nach innen rechnen,

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{-0} = 0,$$

für einen Körper ist demnach

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0} = -4\pi h,$$

somit

$$h = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0}.$$

Die Dichtigkeit der Elektrizität an einer Stelle der Oberfläche, das heißt also die Elektrizitätsmenge, welche auf der Flächeneinheit der Oberfläche an der betreffenden Stelle vorhanden sein würde unter der Voraussetzung, daß auf allen Elementen der Flächeneinheit gleichviel Elektrizität vorhanden wäre, ist somit gleich der durch  $4\pi$  dividierten von der auf dem Körper vorhandenen Elektrizität auf den betrachteten Punkt ausgeübten Kraft, vorausgesetzt, daß sich dort die Einheit der Elektrizität befände.

Die von einer elektrischen Schicht auf einen ihrer Punkte ausgeübte Wirkung sucht die dort befindliche Elektrizität nach außen hin parallel der Normale von der Oberfläche zu entfernen, da in Punkten einer Niveaufläche die resultierende Kraft parallel der Normalen ist. Bei einer Dichtigkeit  $h$  ist die auf dem Elemente  $d\sigma$  vorhandene Elektrizität gleich  $hd\sigma$ . Um den Druck zu bestimmen, welchen dieses Element nach außen erfährt, müssen wir zunächst untersuchen, welcher Teil der parallel der Normale nach außen gerichteten Wirkung von dem Elemente  $d\sigma$  selbst herrührt, welcher Teil von der übrigen auf der Oberfläche des Körpers vorhandenen Elektrizität. Nur die letztere ist es, welche das Element selbst parallel der Normalen antreibt.

Das Element selbst können wir, welches auch die Krümmung der Oberfläche des Körpers ist, als eben betrachten. Nehmen wir einen Punkt so nahe bei dem Elemente, daß wir den senkrechten Abstand desselben vom Elemente, selbst gegen die Dimensionen des Elementes, als sehr klein ansehen können. Nennen wir die Potentialfunktion des Elementes in in diesem Punkte  $V_o$ , diejenige der übrigen vorhandenen Elektrizität  $V_u$ , so ist die Potentialfunktion der ganzen Menge in dem Punkte

$$V = V_o + V_u,$$

parallel der Normale auf den betreffenden Punkt ausgeübte Wirkung

$$\frac{dV}{dn} = \frac{dV_{\sigma}}{dn} + \frac{dV_u}{dn}.$$

Da wir ausdrücklich vorausgesetzt haben, daß der Punkt dem Elemente so nahe liegt, daß wir seinen Abstand selbst gegen die Dimensionen des Elementes als verschwindend klein betrachten können, so dürfen wir zur Bestimmung der Wirkung des Elementes  $d\sigma$  die Sätze des §. 8 anwenden und erhalten

$$\frac{dV_{\sigma}}{dn} = -2\pi h,$$

somit

$$\frac{dV}{dn} = -4\pi h = -2\pi h + \frac{dV_u}{dn},$$

oder

$$\frac{dV_u}{dn} = -2\pi h.$$

Die Hälfte der ganzen Wirkung auf einen in unmittelbarer Nähe der Oberfläche liegenden Punkt rührt somit von dem Elemente selbst her, über welchem sich der Punkt befindet, die andere Hälfte von der übrigen auf der Oberfläche befindlichen Elektrizität. Rückt der betrachtete Punkt in das Element selbst, so wird die Wirkung des Elementes auf ihn selbst gleich null, denn nach §. 8 geht bei dem Passieren der Ebene die Wirkung derselben auf einen Punkt aus  $2\pi h$  in  $-2\pi h$  über, in der Ebene selbst muß also die Wirkung null sein. Die Wirkung auf einen Punkt des Elementes, wenn er die Einheit der Elektrizität enthalten würde, ist somit

$$-\frac{dV_u}{dn} = 2\pi h,$$

die Wirkung auf das die Elektrizitätsmenge  $hd\sigma$  enthaltende Element demnach

$$-hd\sigma \frac{dV_u}{dn} = 2\pi h^2 d\sigma.$$

Der Faktor  $2\pi h^2$  giebt die Kraft, mit welcher die auf der Flächeneinheit vorhandene Elektrizität, vorausgesetzt auf derselben sei überall die Dichtigkeit gleich  $h$ , nach außen hin getrieben wird. Wir wollen diesen Faktor als die Spannung der freien Elektrizität bezeichnen, so daß diese Spannung dem Quadrate der Dichtigkeit proportional ist.

Da hiernach die Elektrizität an jeder Oberfläche einen Antrieb nach außen erfährt, so folgt notwendig, daß ein Gegendruck von seiten der Umgebung vorhanden sein muß, welcher die Elektrizität auf der Oberfläche zurückhält. Wodurch dieser Gegendruck ausgeübt wird, ob vielleicht durch den Äther, das läßt sich nicht näher angeben.

### §. 39.

**Verteilung der Elektrizität auf einzelstehenden Leitern.** Im vorigen Paragraphen haben wir aus den Gesetzen der elektrischen Anziehung und Abstosung und aus der durch die Influenzwirkung gemachten Erfahrung, daß in jedem Punkte eines Körpers im neutralen Zustande

gleich große Mengen positiver und negativer Elektrizität vorhanden sind, den Schluss gezogen und experimentell bestätigt, daß eine elektrische Ladung nicht in das Innere eines Körpers eindringt, sondern sich nur auf der Oberfläche ausbreitet. Ganz dieselben Gesetze geben uns aber sofort auch weiter an, wie die Elektrizität auf der Oberfläche der Körper verteilt sein muß, oder welches die Dichtigkeit  $h$  an den verschiedenen Stellen einer gegebenen Oberfläche sein muß, wenn der Körper mit einer gegebenen Menge von Elektrizität versehen ist.

Damit die Elektrizität auf einer Fläche im Gleichgewicht sei, ist notwendige und ausreichende Bedingung, daß in jedem Punkte der Fläche die resultierende Wirkung der gesamten vorhandenen Elektrizität normal gegen die Fläche ist. Das ist der Fall, wenn die Potentialfunktion der gesamten vorhandenen Elektrizität in jedem Punkte der Fläche einen und denselben Wert hat, oder wenn die Fläche eine Niveaufläche für die vorhandene Elektrizitätsmenge ist.

Zu dieser Bedingung tritt hinzu, daß die gesamte Elektrizität eben nur auf der Fläche selbst sich befindet, daß also in dem von der Oberfläche umschlossenen Raum die Potentialfunktion konstant sein muß, weil in demselben die Summe der drei zweiten partiellen Differentialquotienten, also  $\Delta V = 0$  sein muß.

Infolge dieser beiden Bedingungen muß die Verteilung der Elektrizität eine ganz bestimmte sein, und es giebt nur eine einzige Verteilung, welche diesen beiden Bedingungen Genüge leistet.

Daß die erste Bedingung, die Oberfläche muß eine Niveaufläche der gegebenen Elektrizität sein, nicht allein genügt, um eine bestimmte Verteilung zu geben, erkennt man schon an dem Beispiele einer Kugel. Haben wir eine homogene Kugel, welche die Menge  $Q$  des wirksamen Agens enthält, das heißt ist diese Menge durch den ganzen Raum mit gleichförmiger Dichtigkeit verteilt, so ist die Potentialfunktion derselben, wie wir in der Einleitung sahen, für jeden außerhalb der Kugel in der Entfernung  $a$  vom Mittelpunkt der Kugel entfernten Punkt gleich  $\frac{Q}{a}$ ; ist der Radius der Kugel gleich  $R$ , so ist auf der Oberfläche der Kugel die Potentialfunktion gleich  $\frac{Q}{R}$ . Genau denselben Wert hat aber die Potentialfunktion, wenn die Verteilung im Innern der Kugel so ist, daß sie aus homogenen Kugelschalen besteht, daß die Dichtigkeit der einzelnen Schalen, an allen Stellen derselben die gleiche, mit dem Abstände vom Mittelpunkte sich ändert, oder daß selbst die ganze Menge des Agens auf der Oberfläche der Kugel vom Radius  $R$  angehäuft ist. Im Innern der Kugel vom Radius  $R$  sind dagegen bei diesen verschiedenen Verteilungen die Werte der Potentialfunktion wesentlich verschieden; soll im Innern der Kugel vom Radius  $R$  die Potentialfunktion überall denselben Wert haben wie auf der Oberfläche, so ist das nur möglich, wenn das gesamte Agens sich auf der Oberfläche befindet und auf dieser ganz gleichförmig verteilt ist. Ebenso in allen Fällen; da die Elektrizität sich nur auf der Oberfläche der Körper befindet, und da diese Fläche eine Niveaufläche sein muß, so folgt notwendig, daß die Verteilung der Elektrizität auf derselben eine ganz bestimmte ist.

Dieser Satz schließt den wichtigen Satz in sich, daß die Verteilung der Elektrizität auf einem einzeln stehenden Leiter nicht von der Menge der dem Leiter mitgeteilten Elektrizität, also nicht von der Größe der Ladung abhängig sein kann, das heißt, daß durch eine Vermehrung oder Verminderung der Ladung an allen Stellen der Oberfläche sich die Dichtigkeit der Elektrizität in ganz gleichem Verhältnisse ändern muß. Hieraus folgt weiter, daß die Potentialfunktion der auf einem gegebenen Leiter vorhandenen Elektrizität der Menge dieser Elektrizität proportional sein muß. Denn ist  $h$  die Dichtigkeit der Elektrizität auf dem Flächenelement  $d\sigma$ , so ist die Potentialfunktion

$$V_h = \int \frac{h d\sigma}{r}.$$

Geht durch Änderung der Elektrizitätsmenge die Dichtigkeit der Elektrizität an allen Stellen in  $k \cdot h$  über, so wird die Potentialfunktion

$$V_k = \int \frac{k h d\sigma}{r} = k \int \frac{h d\sigma}{r} = k V_h.$$

Ist demnach  $C$  der Wert der Potentialfunktion an irgend einer Stelle des Raumes, wenn dem Leiter die Elektrizitätsmenge eins mitgeteilt wird, so wird der Wert  $V$  der Potentialfunktion, wenn demselben die Elektrizitätsmenge  $Q$  mitgeteilt wird,

$$V = C \cdot Q.$$

Bezeichnen wir speciell den Wert der Potentialfunktion auf der Oberfläche des Leiters mit  $V$ , so können wir die auf dem Leiter vorhandene Elektrizitätsmenge setzen

$$Q = \frac{1}{C} V = K V,$$

oder die auf dem Leiter vorhandene Elektrizitätsmenge ist gleich der auf demselben vorhandenen Potentialfunktion multipliziert mit einer Konstanten. Die Bedeutung der Konstanten ergibt sich daraus, daß

$$Q = K,$$

wenn  $V = 1$ ; es ist also diejenige Elektrizitätsmenge, welche dem Leiter mitgeteilt werden muß, damit der Wert der Potentialfunktion auf demselben gleich eins ist. Man bezeichnet diese Konstante als die Kapazität des Leiters.

So einfach hiernach das Princip zur Berechnung der Verteilung der Elektrizität auf einem Leiter ist, so schwierig ist in den meisten Fällen die Durchführung der Rechnung, indem sobald die Oberflächen, um deren Untersuchung es sich handelt, nicht von der einfachsten geometrischen Gestalt sind, die mathematischen Hilfsmittel zur Behandlung der Aufgaben nicht ausreichen. Wir können schon deshalb auf eine ausführliche Behandlung der Probleme, welche zudem rein mathematischer Natur sind, nicht eingehen<sup>1)</sup>; wir beschränken uns auf die theoretische Behandlung

1) Derartige Rechnungen sind zuerst von *Poisson*, Mémoires de l'Acad. de Paris 1811 T. XII, später von *Green*, Crelles Journal Bd. XLIV und Bd. XLVII u. a. durchgeführt. Man sehe *Beer*, Einleitung in die Elektrostatik etc., Kötterich, Elektrostatik.



einzelner weniger der einfachsten Fälle und gehen etwas ausführlicher auf das experimentelle Verfahren zur Untersuchung der Verteilung der Elektrizität ein.

Der einfachste Fall ist der einer Kugel. Die Potentialfunktion einer Kugelschale vom Radius  $R$ , welche die Elektrizitätsmenge  $Q$  enthält, ist nur unter der Voraussetzung, daß die Dichtigkeit an allen Stellen die gleiche ist, auf der Fläche und im Innern überall

$$V = \frac{Q}{R}.$$

In dem Falle sind also die Niveauflächen Kugeln. Bei einer mit Elektrizität geladenen Kugel muß also die Dichtigkeit der Elektrizität an allen Stellen dieselbe sein, oder sie ist einfach

$$h = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

gleich dem Quotienten aus der Menge und der Größe der Kugelfläche.

Die Menge der auf einer Kugel vorhandenen Elektrizität ausgedrückt durch die Potentialfunktion ist

$$Q = R \cdot V.$$

Die Kapazität der Kugel ist somit gleich ihrem Radius.

Beim Ellipsoid erhalten die verschiedenen Punkte schon eine verschiedene Dichtigkeit; berechnet man das Potential einer homogenen ellipsoidischen Schale, das heißt einer Schale, welche von zwei konzentrischen Ellipsoiden begrenzt ist, deren homologe Axen in demselben Verhältnisse zu einander stehen, so findet man, daß dasselbe im Innern überall denselben Wert hat, und daß somit die Oberfläche desselben eine Niveaufläche ist. Wenden wir diesen Satz zur Bestimmung der elektrischen Dichtigkeit an, so folgt, daß die Dichtigkeiten an den verschiedenen Stellen sich verhalten müssen, wie die Dicken einer solchen Schale an eben diesen Stellen. Denn bezeichnen wir mit  $\varepsilon$  die wenn auch unmeßbar kleine Dicke

der elektrischen Schicht, mit  $\kappa$ , wie früher, die räumliche Dichtigkeit, so war nach unserer Definition die elektrische Dichtigkeit

$$h = \kappa \cdot \varepsilon.$$

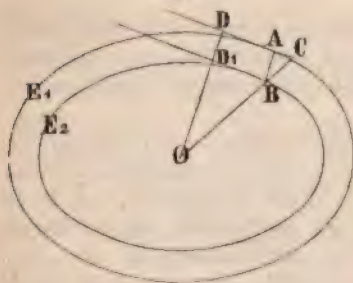
Da nun für eine homogene ellipsoidische von zwei konzentrischen ähnlichen Ellipsoiden begrenzte Schale die Oberfläche eine Niveaufläche ist, so folgt, daß sich die Elektrizität in einer solchen Schale auf einem Ellipsoid ausbreiten muß. Sind nun  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  die

Dicken einer solchen Schale an zwei verschiedenen Stellen,  $h_1$  und  $h_2$  die entsprechenden Dichtigkeiten, so folgt

$$h_1 : h_2 = \varepsilon_1 : \varepsilon_2.$$

Um das Verhältnis dieser Dicken zu bestimmen, seien Fig. 53  $E_1$ ,  $E_2$  die Durchschnitte durch das äußere und innere Begrenzungs-

Fig. 53.





ellipsoid, und  $AB$  die Dicke der Schicht im Punkte  $A$ . Da  $AB$  senkrecht zu den Elementen der Ellipsoide  $A$  und  $B$  ist, so ist es der senkrechte Abstand der beiden an diese Punkte der Ellipsoide gelegten Tangentialebenen. Ist nun  $OD$  die von dem Mittelpunkte  $O$  der Schale auf die an  $A$  gelegte Tangentialebene gezogene Senkrechte,  $D_1$  der Punkt, wo diese Senkrechte die an  $B$  gelegte Tangentialebene trifft,  $OC$  der durch  $B$  gelegte Halbmesser, so ist

$$AB : OD = BC : OC$$

$$AB : OD_1 = BC : OB.$$

Setzen wir das Verhältniß der homologen Axen, welches dasselbe ist, wie jenes der homologen Halbmesser,

$$\frac{OC}{OB} = 1 + \alpha,$$

so ist

$$\frac{BC}{OB} = \frac{OC - OB}{OB} = \alpha,$$

somit auch

$$AB = \alpha \cdot OD_1.$$

Setzen wir nun den Abstand der an  $B$  gelegten Tangentialebene vom Mittelpunkte  $O$  oder  $OD_1$  gleich  $p$ , so wird

$$AB = \varepsilon = \alpha \cdot p$$

und

$$h_1 : h_2 = p_1 : p_2.$$

Die Dichtigkeiten der Elektrizität an den verschiedenen Punkten eines Ellipsoides verhalten sich wie die Abstände der an diese Punkte gelegten Tangentialebenen von dem Mittelpunkte des Ellipsoides.

Um die Dichtigkeit an den verschiedenen Punkten zu berechnen, seien  $a, b, c$  die Axen des innern Ellipsoides, dann ist dessen Volumen

$$\frac{4}{3} \pi abc.$$

Das Volumen des äußern ist, da dessen Axen sind  $a(1 + \alpha), b(1 + \alpha), c(1 + \alpha)$ ,

$$\frac{4}{3} \pi abc (1 + \alpha)^3 = \frac{4}{3} \pi abc (1 + 3\alpha).$$

Das Volumen der Schale somit

$$4\pi abc \alpha.$$

Ist  $\kappa$  die Dichtigkeit der Elektrizität in der Schale, so ist die gesamte Elektrizitätsmenge

$$Q = 4\pi abc \kappa \alpha.$$

Für die Stelle, an welcher die Schale die Dicke  $\varepsilon = \alpha \cdot p$  hat, ergibt sich daraus für die Dichtigkeit  $h$  der Elektrizität auf der Oberfläche des Ellipsoides

$$h = \kappa \alpha p = \frac{Q}{4\pi abc} \cdot p.$$

Ist die Lage des Punktes  $B$  auf dem Ellipsoide durch seine Koordinaten  $x, y, z$  gegeben, deren Richtung parallel den drei Axen  $a, b, c$  ist, und deren Anfangspunkt der Mittelpunkt  $O$  ist, so liefert die analytische Geometrie für  $p$  den Ausdruck

$$p = \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}},$$

und damit wird  $h$

$$h = \frac{Q}{4\pi ab c} \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}}.$$

An den Enden der drei Axen verhalten sich darnach die Dichtigkeiten wie die Längen der Axen selbst, da die Axen senkrecht sind zu den an ihre Endpunkte gelegten Tangentialebenen.

Bei einem Rotationsellipsoid ist die Dichtigkeit an allen Punkten des Äquatorialschnitts dieselbe, von da ab nimmt sie stetig zu oder ab bis zum Endpunkt der Umdrehungsaxe.

Aus dem Ausdrücke für die Verteilung der Elektrizität auf einem Ellipsoide kann man unmittelbar die Verteilung auf einer elliptischen Platte ableiten, indem man eine solche Platte als ein Ellipsoid betrachtet, dessen eine Axe, etwa  $c$ , verschwindend klein ist. Aus der Gleichung des Ellipsoides

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

erhalten wir zunächst

$$\frac{z^2}{c^2} = \frac{1}{c^2} \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right),$$

und indem wir diesen Ausdruck in die Gleichung für  $h$  einführen,

$$h = \frac{Q}{4\pi ab} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - c^2}{a^4} x^2 - \frac{b^2 - c^2}{b^4} y^2}}.$$

Setzen wir hierin  $c = 0$ , wodurch das Ellipsoid in eine elliptisch begrenzte Fläche übergeht, so wird

$$h = \frac{Q}{4\pi ab} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}.$$

Setzen wir in diesem Ausdrücke schliesslich  $a = b$ , so geht die elliptische Platte in eine kreisförmige über und die Dichtigkeit auf derselben wird

$$h = \frac{Q}{4\pi a^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{a^2}}}.$$

Für alle Punkte eines um den Mittelpunkt der Platte gelegten Kreises vom Radius  $r$  wird

$$x^2 + y^2 = r^2$$

und damit

$$h = \frac{Q}{4\pi a^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}}.$$

In allen Punkten eines um den Mittelpunkt der Platte gelegten Kreises ist somit die Dichtigkeit dieselbe, die Dichtigkeit wächst vom Mittelpunkte bis zum Rande, und am Rande, wo  $a = r$ , würde die Dichtigkeit unendlich groß. Dabei ist indes vorausgesetzt, daß die Platte unendlich dünn wäre; bei wirklich ausführbaren Platten, die eine endliche Dicke haben, ist am Rande die Dichtigkeit eine endliche.

Selbst bei einer unendlich dünnen Platte, auf welcher  $h$  für  $r = a$  unendlich wird, ist keineswegs die Elektrizität vorwiegend am Rande aufgespeichert, weil die unendliche Dichtigkeit nur auf einem unendlich schmalen Kreise, streng genommen nur auf einer Kreislinie vorhanden wäre. Man erkennt das direkt<sup>1)</sup>, wenn man die Elektrizitätsmenge berechnet, welche auf einem centralen kreisförmigen Stücke der Platte vorhanden, und jene, welche auf dem übrig bleibenden Ringe vorhanden ist. Die auf einem Ringe, dessen innerer Radius  $r$ , dessen Breite  $dr$  ist, vorhandene Elektrizität ist

$$2\pi h r dr = \frac{Q}{2a^2} \frac{r dr}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}};$$

die auf einer centralen Kreisfläche vom Radius  $\varrho$  vorhandene ist somit

$$Q_1 = \int_0^{\varrho} \frac{Q}{2a^2} \frac{r dr}{\sqrt{a^2 - r^2}} = \frac{Q}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\varrho^2}{a^2}}\right);$$

die auf dem äußern Ringe vorhandene ergänzt die auf dem centralen Kreise vorhandene zu  $\frac{1}{2} Q$ , da  $Q$  die auf der ganzen Platte, also die auf beiden Seiten derselben vorhandene Elektrizität ist. Es ist demnach die auf dem Ringe vorhandene Menge  $Q_2$

$$Q_2 = \frac{Q}{2} \sqrt{1 - \frac{\varrho^2}{a^2}},$$

wie sich auch durch direkte Berechnung ergeben hätte, wenn wir das Integral von  $r = \varrho$  bis  $r = a$  genommen hätten. Ist z. B.  $\varrho = 0,8a$ , so ist

$$Q_1 = 0,4 \frac{Q}{2} \quad Q_2 = 0,6 \frac{Q}{2},$$

während die Größe der centralen Fläche 0,64 der ganzen Fläche ist.

Um die Kapazität einer kreisförmigen Platte zu bestimmen, müssen wir die Potentialfunktion in derselben berechnen. Wir berechnen zu dem Zwecke die Potentialfunktion für einen in der Axe der Platte liegenden Punkt und setzen in dem sich ergebenden Werte der Potentialfunktion den Abstand des Punktes von der Platte gleich null. Wir bekommen so den Wert der Potentialfunktion für den Mittelpunkt der Platte, welcher, da wir wissen, daß der Wert der Potentialfunktion an allen Stellen der Platte derselbe ist, gleichzeitig für die ganze Platte gilt.

1) *Clausius, Mechanische Wärmetheorie II. Bd. S. 17.*

Für einen Ring vom Radius  $r$  und der Breite  $dr$  ist die Potentialfunktion in Bezug auf einen Punkt, welcher sich im Abstände  $z$  von der Platte befindet,

$$\frac{2\pi r dr \cdot h}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \frac{2\pi r dr}{\sqrt{r^2 + z^2}} \cdot \frac{Q}{4\pi a} \frac{1}{\sqrt{a^2 - r^2}}.$$

Integrieren wir diesen Ausdruck von  $r = 0$  bis  $r = a$ , so erhalten wir die Potentialfunktion der auf der einen Seite der Platte befindlichen Elektrizität in dem betrachteten Punkte. Da die andere Seite der Platte die gleiche Elektrizitätsmenge besitzt und da diese bei der vorausgesetzten unendlich geringen Dicke der Platte von dem betrachteten Punkte die gleiche Entfernung hat, so ist das Doppelte des soeben definierten Potentials die Potentialfunktion der auf der Platte überhaupt befindlichen Elektrizität im Punkte  $z$ . Dieselbe ist somit

$$V = \int_0^a \frac{Q}{2a} \frac{2r dr}{\sqrt{r^2 + z^2} \sqrt{a^2 - r^2}}.$$

Setzt man hierin

$$\sqrt{\frac{a^2 - r^2}{r^2 + z^2}} = t,$$

so bringt man das Integral leicht auf die Form

$$V = - \int \frac{Q}{2a} 2 \frac{dt}{1 + t^2},$$

wo dann als untere Grenze entsprechend  $r = 0$  für  $t$  einzusetzen  $\frac{a}{z}$ , und als obere Grenze entsprechend  $r = a$  für  $t$  sich der Wert  $1$  giebt. Da der Differentialausdruck unter dem Wurzelzeichen das Differential von  $\arctan(t)$  ist, so folgt

$$V = \frac{Q}{2a} \cdot 2 \arctan\left(t = \frac{a}{z}\right).$$

Wird für den Mittelpunkt der Platte hierin  $z = 0$  gesetzt, so geht die Tangente in unendlich, somit der Bogen gleich  $\frac{\pi}{2}$ . Demnach wird die Potentialfunktion der Platte

$$V = \frac{\pi}{2a} Q,$$

oder

$$Q = \frac{2a}{\pi} V.$$

Die Kapazität einer kreisförmigen Platte ist somit gleich dem Potential der Platte dividiert durch  $\frac{\pi}{2}$ ; dieselbe ist also gleich der Kapazität einer Kugel vom gleichen Radius dividiert durch  $\frac{\pi}{2}$ . Da die Kugeloberfläche doppelt so groß ist als die Oberfläche der Platte, so folgt, dass die Kapazität einer Platte relativ erheblich größer ist als diejenige einer Kugel.

Wir bemerken hier, dass wie es die Beispiele von Kugel und Platte zeigen, allgemein die Dimension einer Kapazität diejenige einer Länge ist.

Diese Bemerkung gestattet uns sofort die Dimension der Potentialfunktion zu bestimmen, indem das Produkt der Potentialfunktion und der Capacität, also einer Länge eine Elektrizitätsmenge bedeutet. Da nach §. 31

$$Q = z [\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-1}] = \lambda V,$$

o folgt

$$V = z [\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-1}],$$

vorin  $z$  wie immer in dieser Bezeichnung eine Zahl,  $\mu$ ,  $\lambda$ ,  $\tau$  die Einheiten der Masse, Länge und Zeit bedeuten.

Der Satz, daß die Potentialfunktion auf einem Leiter überall den gleichen Wert hat, gestattet uns auch sofort den Wert der elektrischen Energie eines geladenen Leiters, oder was dasselbe ist, die zur Ladung des Leiters erforderliche Arbeit zu bestimmen. Nach §. 9 ist die Arbeit, welche zur Ladung eines elektrischen Leiters aufzuwenden ist, das Potential der Ladung auf sich selbst; denn der unelektrische Leiter hat das Potential null; da nun die zur Änderung eines Systemes von Agentien, also auch eines elektrischen Leiters, erforderliche Arbeit die Änderung des Potentials des Systems auf sich selbst ist, so folgt, daß das Potential eines elektrischen Systemes auf sich selbst die zur Herstellung des elektrischen Zustandes aufzuwendende Arbeit, die Energie des Systemes ist. Ist demnach  $V$  der Wert der Potentialfunktion der Elektrizität eines Leiters an der Stelle, wo das Element  $dq$  der Elektrizität sich befindet, so ist

$$W = \frac{1}{2} \int V dq$$

das Potential des geladenen Leiters auf sich selbst. Da  $V$  für alle Elemente  $dq$  denselben Wert hat, ist

$$W = \frac{1}{2} V \int dq = \frac{1}{2} VQ,$$

also gleich dem halben Produkte der Potentialfunktion des geladenen Leiters in die auf demselben vorhandene Elektrizitätsmenge.

Die Resultate der Theorie der elektrischen Verteilung auf einzelnen stehenden, von jedem sonstigen elektrischen Einfluß freien Leitern sind bestätigt und in Fällen, wo die Theorie wegen zu großer Verwicklung der Rechnung nicht durchzudringen vermochte, erweitert durch die Versuche von Coulomb, Riess u. a.

Um die Dichtigkeit der Elektrizität an den verschiedenen Punkten eines elektrisierten Körpers zu untersuchen, hat zuerst Coulomb<sup>1)</sup> eine indirekte Methode angewandt, diejenige der Prüfungskörper. Berührt man an irgend einem Punkte einen elektrisierten Körper mit einem isolierten und so kleinen Körperchen, z. B. einer kleinen Kugel oder Scheibe von Goldpapier, daß durch Anlegung desselben die Oberfläche des Körpers nicht merklich geändert wird, so wird nicht nur auf dem angelegten Körperchen die Potentialfunktion dieselbe wie auf dem elektrisierten Körper, sondern sie wird auch diejenige, welche auf dem elektrisierten Körper vor Anlegen des kleinen Körperchens vorhanden war. Da ausdrücklich vorausgesetzt wird, daß durch das angelegte Körperchen die Form des elektri-

1) Coulomb, *Mémoires de l'Acad. de Paris* 1787.



sierten Körpers nicht merklich geändert wird, so wird die Dichtigkeit der Elektrizität auf dem Körperchen genau die, welche an der Stelle des elektrisierten Körpers vorhanden ist, da die Dichtigkeit der Elektrizität durch den Differentialquotienten der Potentialfunktion nach der Normalen an der betreffenden Stelle gegeben ist. Der angelegte Körper, vorausgesetzt er ist immer derselbe, wird daher eine der am berührten Punkte vorhandenen proportionale Elektrizitätsmenge annehmen. Coulomb überzeugte sich davon durch folgenden Versuch. Eine Kugel wurde elektrisiert, dann an einem Punkte mit einer kleinen Kugel berührt und die Elektrizität der kleinen Kugel in der Torsionswaage gemessen. Dann wurde die elektrisierte Kugel mit einer anderen genau gleich großen berührt, und so die auf ihr vorhandene Elektrizitätsmenge halbiert. Sie wurde darauf nochmals mit der kleinen Kugel berührt und deren Elektrizität gemessen; es fand sich mit Berücksichtigung der Zerstreuung, daß auch die kleine Kugel dann die Hälfte der früheren Elektrizität besaß. Es folgt somit, daß die kleine Kugel jedesmal eine der an der Berührungsstelle vorhandenen proportionale Elektrizitätsmenge aufnimmt.

Berührt man nun mit einem solchen Prüfungskörper, wozu man am besten eine Kugel nimmt, wenn man ebene, eine Scheibe, wenn man gekrümmte Oberflächen untersucht, einen Punkt des zu untersuchenden Körpers und mißt die Elektrizität desselben, indem man ihn als Standkugel in die Torsionswaage bringt, so ist, wenn  $h$  die Dichtigkeit der Elektrizität des berührten Punktes und  $a$  ein konstanter Koeffizient ist,

$$e = a \cdot h.$$

Berührt man darauf mit demselben Prüfungskörper eine andere Stelle des elektrisierten, an welcher die Dichtigkeit der Elektrizität  $h'$  ist, und hat der Prüfungskörper die Elektrizität  $e'$  erhalten, so ist

$$e' = a \cdot h'$$

und somit

$$\frac{e}{e'} = \frac{h}{h'},$$

oder das Verhältnis der auf dem Prüfungskörper gefundenen Elektrizitäten ist gleich dem der elektrischen Dichtigkeiten an den berührten Stellen<sup>1)</sup>.

Soll indes diese Messung uns das Verhältnis der gleichzeitigen Dichtigkeit an den berührten Stellen liefern, dann bedürfen die Messungen einer Korrektur wegen der Zerstreuung. Denn während der Zeit der ersten Messung ist auf dem ganzen Körper die elektrische Dichtigkeit infolge der Zerstreuung kleiner geworden, also auch an dem zuerst berührten Punkte; das durch den Versuch gefundene Verhältnis giebt also die Dichtigkeit des ersten Punktes im Verhältnis zu dem zweiten zu groß. Man muß daher die zweite Messung mit Hilfe des Zerstreuungskoeffizienten auf den Zeitpunkt der ersten reduzieren.

Um dieses zu thun, wandte Coulomb alternierende Messungen an, d. h. er berührte zuerst den einen Punkt  $a$  des Leiters, dann nach Vollendung

1) Man sehe darüber auch *Maxwell*, Treatise on electricity and magnetism. part. I. p. 277 ff., deutsche Übersetzung der zweiten Auflage von Dr. *Weinstein*, Bd. I. Art. 223 S. 356 ff.

der Messung den zweiten  $b$ , dann wieder nach vollendeter Messung, welche ebenso lange dauerte als die erste, etwa 3 Minuten, wieder die Stelle  $a$ , dann meistens noch einmal wieder  $b$  und schliesslich noch einmal  $a$ . Wenn der Zerstreuungskoeffizient während der Dauer der Versuche konstant und nur klein war, so darf man annehmen, dass das arithmetische Mittel der für  $a$  bei den beiden ersten Messungen gefundenen Dichtigkeiten  $h$  und  $h_1$  die Dichtigkeit ist, welche zur Zeit der ersten Messung der in  $b$  vorhandenen Dichtigkeit  $h'$  in  $a$  vorhanden war. Das gesuchte Verhältnis der gleichzeitig in  $a$  und  $b$  vorhandenen Elektricitäten ist somit

$$\frac{h + h_1}{2h'}.$$

Sind die bei dem vierten und fünften Versuche in  $a$  und  $b$  gefundenen Elektricitätsmengen  $h_2$  und  $h'_1$ , so ist ebenso auch das gesuchte Verhältnis

$$\frac{2h_1}{h' + h'_1} \quad \text{und} \quad \frac{h_1 + h_2}{2h'_1}.$$

Man erhält also auf diese Weise drei Werte für das gesuchte Verhältnis, deren arithmetisches Mittel, da alle drei gleiches Gewicht haben, der Wahrheit am nächsten kommt.

Die Methode von Coulomb kann nur beschränkte Anwendung finden, nur dann, wenn der Zerstreuungskoeffizient klein und die elektrische Dichtigkeit auf dem untersuchten Körper so groß ist, dass sie die häufige Berührung verträgt. Immer aber setzt sie voraus, dass die verglichenen Dichtigkeiten auf demselben Körper sind, da sonst, wenn sie auf verschiedenen Körpern sich befinden, wegen Ungleichheit der isolierenden Stützen der Elektricitätsverlust verschieden ist.

Riess<sup>1)</sup> hat daher diese Methode durch eine andere ersetzt, welche unter allen Umständen genaue Resultate zu geben geeignet ist, durch die Methode mit gepaarten Prüfungskörpern. Er stellt zwei Prüfungskörper von genau gleicher Beschaffenheit her, so dass jeder bei Berührung derselben Stelle auch genau die gleiche Elektricitätsmenge annimmt. Diese herzustellen ist allerdings schwierig, aber Riess beschreibt ein Verfahren, mit welchem es gelingt; wir verweisen deswegen auf die Arbeit von Riess. Die beiden, auf ihre elektrischen Dichtigkeiten zu vergleichenden Stellen werden dann gleichzeitig oder möglichst rasch nach einander jede mit einem dieser Prüfungskörper berührt. Der eine derselben wird sofort als Standkugel in die Torsionswage gebracht, der andere unter einer der Torsionswage an Größe gleichen Glasglocke isoliert befestigt. Man misst die Elektricitätsmenge des in der Wage befindlichen Prüfungskörpers und notiert den Zeitpunkt, wann die Messung beendigt ist. Darauf bringt man den anderen Prüfungskörper in die Wage, misst wie vorhin und bemerkt den Zeitpunkt der vollendeten Messung, so dass man die zwischen der ersten und zweiten Messung verstrichene Zeit erhält. Darauf dreht man den Torsionskreis in der Wage um eine bestimmte Anzahl Grade zurück und beobachtet die Zeit, wann die Elongation des Wagebalkens wieder die

1) Riess, Abhandlungen der Berliner Akademie 1844. Reibungselektricität. Bd. I.

frühere geworden ist. Letzterer Versuch liefert uns nach §. 34 der streuungskoeffizienten für den Prüfungskörper, mit Hilfe dessen wir durch die erste Messung mit dem zweiten Prüfungskörper gefundene Elektrizitätsmenge auf den Zeitpunkt der Messung des ersten Prüfungskörpers zurückführen. Die so berechnete Elektrizitätsmenge, verglichen mit der am ersten Prüfungskörper beobachteten, liefert uns das Verhältnis elektrischer Dichtigkeiten an den berührten Stellen.

Ein ganz ebensolches Verfahren dient zur Untersuchung, ob Prüfungskörper vollkommen gleich sind; man berührt mit demselben mehrfach unmittelbar nach einander denselben Punkt eines elektrisierten Körpers und verfährt ganz in der eben beschriebenen Weise. Die schließliche Messung muß für das Verhältnis der mit den Prüfungskörpern gemessenen Elektrizitäten ein von der Einheit nur wenig verschiedenes Resultat liefern.

Coulombs Versuche, welche vor den Poissonschen Rechnungen gestellt waren, lieferten für Kugel und Ellipsoid mit der Theorie einstimmende Resultate. Außerdem hat Coulomb noch einige andere Leiter untersucht. So fand Coulomb<sup>1)</sup> für die Dichtigkeiten an verschiedenen Punkten eines circa 5 cm dicken und 0,8 m langen Cylinders, dessen Enden durch Halbkugeln geschlossen waren, diejenige in der Mitte gleich 1 gesetzt,

5 cm vom Ende	gleich	1,25
2,5 „ „ „	„	1,80
am Ende	„	2,30.

Die elektrische Dichtigkeit, welche natürlich auf einem zur Cylindersaxe senkrechten Kreise überall dieselbe ist, nimmt also von der Mitte nach den Enden hin stetig, anfangs sehr langsam, später rascher ab.

Je länger der Cylinder ist, um so größer ist die Strecke auf beiden Seiten der Mitte, bis zu welcher die Dichtigkeit nur sehr wenig abnimmt, dieselbe ist fast genau gleich derjenigen auf der Mitte. Auf unendlich langen Cylinder würde die Dichtigkeit überall dieselbe sein. Wir können diesen Satz auch aus dem Ausdrucke für die Dichtigkeit auf einem Ellipsoide ableiten. Wir können einen Kreiscylinder als Rotationsellipsoid betrachten, dessen Rotationsaxe unendlich lang ist. Wir setzen in der Gleichung des Ellipsoides  $a = b$ , so wird

$$\frac{x^2 + y^2}{a^4} = \frac{1}{a^2} \left( 1 - \frac{z^2}{c^2} \right),$$

und damit der Ausdruck für die Dichtigkeit auf einem Rotationsellipsoide

$$h = \frac{Q}{4\pi a^2 c} \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} \left( \frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2} \right)}},$$

und dieser Ausdruck wird, wenn unter dem Wurzelzeichen das Glied, wenn  $c = \infty$ , fortfällt,

$$h = \frac{Q}{4\pi a c}.$$

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Acad. de Paris 1788. *Biot*, Traité de physique. T. II. *Riess*, Reibungsel. Bd. I.

Die Dichtigkeit ist konstant, und da  $2\pi$  die Länge des Cylinders ist, gleich dem Quotienten aus der auf dem Cylinder vorhandenen Menge dividiert durch die Oberfläche des Cylinders.

Bei einer kreisförmigen Kupferscheibe von circa 27 cm Durchmesser fand Coulomb, daß vom Centrum bis ungefähr zur Hälfte des Radius die Dichtigkeit sich nur wenig änderte, dann aber rasch zunahm und am Rande am größten war. Die Zahlen sind

Entfernung vom Rande	Dichtigkeiten	
	beobachtet	berechnet
13,5 cm (Mitte)	1,000	1,000
10,8 "	1,001	1,020
8,1 "	1,005	1,090
5,4 "	1,170	1,250
2,7 "	1,520	1,670
1,35 "	2,070	2,290
am Rande	2,900	$\infty$

Der Gang der beobachteten und berechneten Zahlen ist im großen und ganzen derselbe, indes ist, der vorher bei der kreisförmigen Platte gemachten Bemerkung entsprechend, die Zunahme der Dichtigkeit nach dem Rande zu eine etwas geringere als bei einer unendlich dünnen Platte, für welche die Rechnung aufgestellt wurde. Gleichzeitig erkennt man, wie von der Mitte aus die Dichtigkeit gegen den Rand hin erst sehr langsam zunimmt, so zwar, daß man bis zur Hälfte des Radius etwa die Dichtigkeit als konstant ansehen kann. Eine starke Zunahme der Dichte endet erst in etwa dem letzten Viertel des Radius statt.

Ähnliches zeigte sich bei Untersuchung einer rektangulären Platte von circa 20 cm Länge, 2,7 cm Breite und 2,25 mm Dicke. Bis ungefähr 2,7 cm vom Ende war die Dichtigkeit überall dieselbe und die gleiche wie in der Mitte des Streifens, von da ab nahm sie rasch zu und am Ende war die Dichte doppelt so groß als auf dem konstanten Teile des Streifens. Wurde die Prüfungsscheibe an der Endkante als Verlängerung des Streifens angesetzt, so fand sich die Dichtigkeit viermal so groß.

Riess hat die Verteilung auf einem Würfel untersucht<sup>1)</sup>. Setzte er die Dichtigkeit in dem Mittelpunkte einer Würfelfläche gleich 1, so nahm sie auf der Diagonale vom Mittelpunkte bis zur Ecke des Würfels zu von 1 bis 2,91, auf einer zur Kante senkrechten Linie von 1 bis zu 2,03. Auf die Kante aufgesetzt gab die Prüfungsscheibe die Dichtigkeit 2,42 und auf die Ecke aufgesetzt 4,22. Also auch hier nimmt die Dichtigkeit gegen die Kanten und Ecken hin bedeutend zu.

Aus diesen Erfahrungen ergibt sich für Körper, auf welchen man längere Zeit bedeutende Elektrizitätsmengen halten will, die Regel, daß man sie ohne scharfe Kanten und Ecken herstellen soll, da an diesen wegen der großen Dichtigkeit ein bedeutender Verlust von Elektrizität durch Zerstreung stattfindet.

1) Riess, Abhandlungen der Berliner Akademie. 1844.



## §. 40.

**Verteilung der Elektrizität auf mehreren leitend verbundenen Leitern.** Derselbe Satz, welcher der Berechnung der Verteilung auf einen einzelnen Leiter zu Grunde liegt, setzt uns auch in den Stand die Verteilung einer gegebenen Elektrizitätsmenge auf mehreren Leitern zu rechnen, welche mit einander in leitender Verbindung stehen. Da die leitende Verbindung das ganze System von Leitern zu einem einzigen Leiter geworden ist, so ist die Bedingung des Gleichgewichtes dieselbe wie für den einzelnen Leiter, die Potentialfunktion der vorhandenen Elektrizität muß an jedem Punkte im Innern und an der Oberfläche der verbundenen Leiter einen und denselben Wert haben, oder mit anderen Worten, die Elektrizität muß sich so über die verbundenen Oberflächen verteilen, daß die Oberfläche der verbundenen Leiter für die Elektrizität eine Niveaufläche wird.

Aus diesem Grundsatz läßt sich sofort ableiten, wie sich die Elektrizität auf zwei Leitern verbreiten muß, die durch einen Draht in Verbindung gesetzt werden, also auch, welche Ladung man einem gegebenen Leiter durch eine kurz dauernde Verbindung mit einem Konduktor mitteilen kann. Während der Verbindung geht auf den Leiter eine bestimmte Menge von Elektrizität über, daß die Potentialfunktion der gesamten Elektrizität auf dem geladenen Konduktor und dem damit verbundenen Leiter denselben Wert hat, oder daß, wie man es kurz bezeichnet, Potentialniveau dasselbe wird. Die dem Leiter so mitgeteilte Elektrizität bleibt ihm auch, wenn wir die Verbindung unterbrechen. Die Anordnung der Elektrizität kann aber nach Unterbrechung der leitenden Verbindung eine andere werden.

In einem bestimmten Falle kann man für die Mengen, welche bei Herstellung der Verbindung sich auf jedem der verbundenen Leiter finden, leicht den mathematischen Ausdruck finden, nämlich dann, wenn wir annehmen, die Dimensionen des verbindenden Drahtes seien verschwindend klein gegenüber den Dimensionen der verbundenen Leiter, der Abstand der beiden Leiter von einander sei aber so groß, daß die Potentialfunktion jedes der Leiter bei der ihm zu erteilenden Ladung in den anderen Leiter angehörigen Punkten gleich null gesetzt werden könne. Diese Bedingung gestattet uns nämlich die auf dem Verbindungsdraht vorhandene Elektrizitätsmenge gleich null zu setzen. Hat also der Konduktor vor der Verbindung mit dem Leiter die Elektrizitätsmenge  $Q$ , und von dieser auf den Leiter die Menge  $Q_1$  über, während auf dem Konduktor die Menge  $Q_2$  zurückbleibt, so ist

$$Q_1 + Q_2 = Q.$$

Nennen wir den Wert der Potentialfunktion, welchen die Elektrizitätsmenge eins in dem Leiter an jedem Punkte der Oberfläche hat, wenn der andere Leiter nicht vorhanden wäre,  $A_1$ , so ist unter derselben Voraussetzung der Potentialwert der Elektrizitätsmenge  $Q_1$  gleich  $A_1 Q_1$ . Wenn wir den Abstand des Konduktors von dem Leiter als so groß vorausgesetzt haben, daß sie sich gegenseitig gar nicht beeinflussen, so können wir den Potentialwert der gesamten vorhandenen Elektrizität auf



Leiter gleich  $A_1 Q_1$  setzen. Ebenso erhalten wir für den Konduktor den Potentialwert  $A_2 Q_2$ , wenn  $A_2$  den Potentialwert auf demselben bedeutet, wenn ihm die Elektrizitätsmenge eins mitgeteilt ist. Da die beiden Körper in leitender Verbindung stehen, so muß die Potentialfunktion auf beiden denselben Wert haben, es muss

$$A_1 Q_1 = A_2 Q_2.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man

$$Q_1 = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \cdot Q; \quad Q_2 = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \cdot Q.$$

Sind die beiden in Verbindung gebrachten Leiter Kugeln vom Radius  $R_1$  und vom Radius  $R_2$ , so ist

$$A_1 Q_1 = \frac{Q_1}{R_1}; \quad A_2 Q_2 = \frac{Q_2}{R_2},$$

und daraus folgt

$$Q_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot Q; \quad Q_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot Q.$$

Die vorher auf der einen Kugel allein vorhandene Elektrizität teilt sich nach Herstellung der Verbindung über beide Kugeln nach dem Verhältnis der Radien. Für die Dichten der Elektrizität auf den beiden Kugeln ergibt sich daraus, daß sie sich umgekehrt wie die Radien verhalten. Denn die Dichten auf beiden Kugeln sind

$$h_1 = \frac{Q_1}{4 R_1^2 \pi}; \quad h_2 = \frac{Q_2}{4 R_2^2 \pi},$$

somit

$$h_1 : h_2 = R_2 : R_1.$$

In dem Maße also, wie der Radius der einen Kugel kleiner ist als der der andern, ist die Dichtigkeit auf ihr die größere.

Verbinden wir einen irgendwie geformten Leiter mit einer Kugel vom Radius  $R_1$ , so erhalten wir

$$Q_1 = \frac{R_1 A_2}{1 + R_1 A_2} \cdot Q; \quad Q_2 = \frac{1}{1 + R_1 A_2} \cdot Q.$$

Ist der Radius der Kugel gegenüber den Dimensionen des Konduktors unendlich groß, so wird

$$Q_1 = Q; \quad Q_2 = 0.$$

Letzteres ist z. B. der Fall, wenn wir einen Leiter direkt mit der Erde in Verbindung setzen, da deren Dimensionen gegenüber allen herstellbaren Leitern unendlich groß sind; es folgt somit die schon früher bekannte Erfahrung, daß ein mit der Erde verbundener Leiter keine freie Elektrizität enthalten kann, die gesamte Elektrizität geht in die Erde über. Die Dichtigkeit der Elektrizität auf derselben ist aber immer verschwindend klein oder null, weil solange  $Q$  einen endlichen Wert hat, für ein unendlich großes  $R_1$

$$h_1 = \frac{Q}{4 R_1^2 \pi} = 0.$$

Ebenso ergibt sich, daß welche Elektrizitäten wir auch bei unsern Versuchen der Erde mittheilen, die elektrische Potentialfunktion der Erde immer gleich null sein muß, es folgt also, daß stets und unter allen Umständen die Potentialfunktion auf einem mit der Erde verbundenen Leiter gleich null sein muß.

Ist der Radius der mit dem Leiter verbundenen Kugel gegenüber den Dimensionen des Leiters sehr klein, so daß also der Wert des Produktes  $R_1 A_2$  gegenüber dem Werte 1 vernachlässigt werden darf, so ist  $Q_2$  merklich gleich  $Q$ , dagegen  $Q_1$  sehr klein. Trotzdem ist aber die Dichtigkeit  $h_1$  auf der kleinen Kugel sehr groß und um so größer, je kleiner  $R_1$  ist, da in dem Ausdrucke für  $h_1$  im Nenner  $R_1^2$  steht, somit  $h_1$  geschrieben werden kann

$$h_1 = \frac{R_1 A_2}{4 R_1^2 \pi} Q = \frac{A_2 Q}{4 R_1 \pi}.$$

Wird  $R_1$  unendlich klein, das heißt geht die Kugel in eine Spitze über, so wird  $h_1$  unendlich groß. Die Dichtigkeit der Elektrizität auf einer an einem guten, mit Elektrizität versehenen Leiter angebrachten Spitze würde demnach unendlich groß sein. Wir werden sehen, daß infolgedessen ein mit einer vollkommenen Spitze versehener Leiter nicht elektrisiert werden kann.

Während so die Elektrizitäten auf den einzelnen Teilen verbundener Leiter sich leicht bestimmen lassen, wenn dieselben durch einen hinreichend langen dünnen Draht mit einander verbunden sind, so daß wir den Einfluß des einen Leiters auf den andern vernachlässigen dürfen, ist die Berechnung mit großen Schwierigkeiten verknüpft, wenn die Leiter durch kurze Verbindungsstücke verbunden, oder in unmittelbarer Berührung sind. Es folgt das unmittelbar aus der im vorigen Paragraphen gemachten Bemerkung, daß nur bei geometrisch sehr einfachen Oberflächen überhaupt die Rechnungen durchführbar sind, und der Erwägung, daß bei zusammengesetzten Leitern die Oberfläche niemals eine einfache Gestalt haben kann.

Wir begnügen uns hier deshalb damit, einzelne experimentell untersuchte Fälle zu betrachten, indem wir nach den Versuchen Coulombs die mittlere Dichtigkeit auf sich berührenden Leitern angeben, und in einem einzelnen Falle die Verteilung auf jedem der sich berührenden Leiter.

Um die mittlere Dichtigkeit mehrerer sich berührender Kugeln experimentell zu bestimmen, kann man dieselben in Berührung elektrisieren, dann so weit von einander entfernen, daß sie gegenseitig nicht merklich mehr auf einander einwirken, und sie dann mit der Prüfungsscheibe untersuchen. Ein anderes Verfahren ist, daß man zunächst die Standkugel der Torsionswaage elektrisiert, die auf derselben vorhandene Elektrizitätsmenge bestimmt, dann mit derselben eine zweite Kugel berührt und wieder die auf ihr zurückgebliebene Elektrizitätsmenge bestimmt. Die sich aus der ersten und zweiten Messung ergebende Differenz ist die auf die berührte Kugel übergegangene Elektrizitätsmenge. Dividiert man diese durch die Oberfläche der Kugel, so erhält man die mittlere Dichtigkeit der auf ihr vorhandenen Elektrizität; dividiert man die zuletzt auf der Standkugel gefundene Elektrizität durch die Oberfläche derselben, so hat man die Dichtigkeit der auf dieser verteilten Elektrizität, während oder nachdem sie mit der großen Kugel in Berührung war.

Coulomb<sup>1)</sup> untersuchte zunächst auf diese Weise die mittlere Dichtigkeit der Elektrizität auf den verschiedenen Kugeln einer Reihe, welche alle gleich groß und in Berührung mit einander elektrisiert waren; jede wurde in der Torsionswaage untersucht. Bei zwei Kugeln war die Dichtigkeit auf beiden ganz gleich.

Bei drei Kugeln war die Dichtigkeit auf den beiden äußeren gleich,  $f$  der mittleren 0,746 von derjenigen der äußeren Kugeln.

Bei einer Reihe von sechs Kugeln fanden sich folgende Dichtigkeiten:

Nummer der Kugel	1	2	3	4	5	6
Elektrische Dichtigkeit	100	67	64	64	67	100.

Die Dichtigkeit ist also auf den beiden Endkugeln gleich und nimmt dann da an gegen die Mitte ab, erst rasch, dann nur sehr langsam. Dasselbe ergab sich bei einer Reihe von 12 und von 24 Kugeln, bei der ersteren alle waren

Nummer der Kugel	1	2 ... 6	7 ... 11	12	
Elektrische Dichtigkeit	100	67	59	67	100.

Bei der Reihe von 24 Kugeln

Nummer der Kugel	1	2	.....	12	13	.....	23	24
Elektrische Dichtigkeit	100	61		57	57		61	100.

Für zwei Kugeln verschiedenen Durchmessers fand Coulomb, nachdem sie in Berührung elektrisiert waren, daß die Dichtigkeit auf der kleineren Kugel immer größer war als auf der größeren. Setzen wir die Dichtigkeit der großen Kugel gleich 1, so war sie auf der kleineren Kugel

Verhältnis der Durchmesser	Mittlere Dichtigkeit auf der kleinen Kugel	
	beobachtet	berechnet
1 : 2	1,08	1,16
1 : 4	1,30	1,32
1 : 8	1,65	1,44.

Die letzte Kolumne giebt die nach Poisson berechneten Dichtigkeiten an; wie man sieht, stimmt die Berechnung mit der Beobachtung, etwa die letzte ausgenommen, vollständig überein.

Bei zwei Kugeln, deren Radien im Verhältnis 1 : 48 standen, fand Coulomb die Dichtigkeit der kleinen Kugel nahe gleich 2, woraus er den Schluß zog, daß die Dichtigkeit auf einer kleinen Kugel, deren Durchmesser im Verhältnis zu dem der großen Kugel verschwindend klein ist, die doppelte von derjenigen auf der großen sein würde. Nach den Rechnungen Poissons wird diese Dichtigkeit indessen nicht erreicht.

Bei einer Reihe von kleineren Kugeln, welche eine große berührt, und es ist gelegt, daß die Mittelpunkte aller Kugeln in einer geraden Linie liegen, und welche in Berührung elektrisiert sind, ist die Dichtigkeit auf der äußersten kleinen Kugel die größte, auf der die große berührenden

1) *Coulomb, Mémoires de l'Acad. de Paris 1787.*

die kleinste. Zwei Kugeln wurden in dieser Weise an eine Kugel von vierfachem Durchmesser gelegt, es waren die Dichtigkeiten auf

der äußersten kleinen	der mittleren kleinen	der großen
100	29	48.

Als 24 solche Kugeln an die große gelegt wurden, waren die Dichtigkeiten auf

Nummer der Kugeln	24	23	...	12	...	2	1	der großen
Elektrische Dichtigkeit	100	67		59		48	27	46.

Ebenso hat Coulomb das Verhältnis der mittleren Dichtigkeiten auf einer Kugel und daran gesetzten Cylindern verglichen. Es fand sich, daß das Verhältnis abhängig war von dem Durchmesser des Cylinders und in gewissen Grenzen auch von seiner Länge. Bei Cylindern von sehr kleinem Durchmesser nimmt nämlich die elektrische Dichtigkeit zu, bis seine Länge gleich dem Durchmesser der Kugel ist, von da an bleibt sie bei gleichem Durchmesser konstant. An eine Kugel von 22 cm Durchmesser wurde ein Cylinder von 4,5 mm Durchmesser und 1,3 cm Länge gelegt; die mittlere Dichtigkeit auf demselben war die doppelte jener auf der Kugel, sie nahm zu bis auf das Achtfache, als der Cylinder bis auf 16,5 cm verlängert wurde, und nahm dann bei weiterer Verlängerung kaum mehr zu.

Sehr viel bedeutender ist der Einfluß der Dicke des Cylinders bei gleicher Länge; je nach der Größe seines Durchmessers kann die mittlere Dichtigkeit kleiner oder größer sein als auf der Kugel. Bei Cylindern, deren Länge etwa das Vierfache des Kugeldurchmessers betrug, fand Coulomb folgende Dichtigkeit, jene auf der Kugel gleich 1 gesetzt:

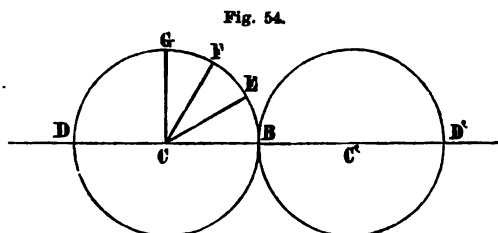
Verhältnis des Cylinder- zum Kugeldurchmesser	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{48}$
Dichtigkeit auf dem Cyl.	0,60	0,85	1,3	2,0	9,0.

Beträgt also der Cylinderdurchmesser mehr als 0,33 des Durchmessers der Kugel, so ist die Dichtigkeit auf dem Cylinder kleiner, beträgt er weniger als 0,25, so ist die Dichtigkeit auf dem Cylinder größer; bei überhaupt nur kleiner Dicke des Cylinders ist die Dichtigkeitszunahme der Verkleinerung des Durchmessers proportional.

Die Verteilung der Elektrizität auf den einzelnen sich berührenden Leitern muß nach der Theorie eine ganz andere sein, als auf einzeln stehenden Leitern; diese Verschiedenheit ist für sich berührende Kugeln von Coulomb experimentell nachgewiesen; die Rechnungen von Poisson stimmen mit den Beobachtungen von Coulomb fast vollständig überein.

Denkt man sich die Mittelpunkte zweier sich berührender Kugeln durch eine gerade Linie verbunden, und dann die Kugeln durch Ebenen geschnitten, welche zu dieser Linie senkrecht sind, so müssen auf den einzelnen Punkten dieser Schnitte die Dichtigkeiten überall dieselben sein; man hat daher die Dichtigkeiten nur in einem zu den eben erwähnten senkrechten Schnitte zu untersuchen, um den elektrischen Zustand sofort zu kennen. Sei Fig. 54 ein solcher durch die Mittelpunkte  $C$  und  $C'$  zweier sich berührender gleicher Kugeln gelegter Durchschnitt, so ist die Dichtigkeit

berührungspunkte  $B$  immer gleich 0, die Kugeln sind dort unelektrisch, sie zeigen sich erst merklich elektrisch bei einem Punkte  $E$ , der um einen Centriwinkel von  $20^\circ$ — $30^\circ$  von  $B$  steht; von da an nimmt die Dichtigkeit zu den Punkten  $D$  und  $D'$ , welche dem Punkte  $B$  metrisch gegenüberstehen. Die von Coulomb beobachtete Verteilung der elektrischen Dichtigkeit auf zwei gleichen Kugeln, verglichen mit Poissons Rechnung, zeigt folgende kleine Tabelle.



Winkeldistanz des beob.  
Punktes von  $CB$  an.

Elektrische Dichtigkeit  
beobachtet      berechnet

$0^\circ$	0,00	0,00
$20^\circ$	0,00	0,00
$30^\circ$	0,20	0,18
$60^\circ$	0,77	0,65
$90^\circ$	0,96	0,87
$180^\circ$	1,00	1,00.

Derselbe Verlauf fand sich im allgemeinen auch bei zwei ungleichen berührenden Kugeln; die elektrische Dichtigkeit war stets am größten dem Punkte der kleinen Kugel, welcher dem Berührungspunkte metrisch gegenüberstand, nahm von da erst langsam bis  $90^\circ$ , dann rasch ab, wo sie gleich null wurde. Sie blieb null über den Berührungspunkt hinaus bis zu einem Abstände von  $7^\circ$  auf der großen Kugel ab, von da an bis zu einem Punkte zu, welcher dem Berührungspunkte um so näher lag, je kleiner die kleine Kugel war. Auf dem nördlichen Teile der großen Kugel war sie dann konstant. Es wird überflüssig sein, hier numerische Werte anzugeben.

#### §. 41.

**Elektrisches Verhalten paralleler leitender Flächen.** Noch einfacher als bei verbundenen Leitern ist die theoretische Bestimmung der Verteilung der Elektricität und die Bestimmung der Werte der Potentialfunktion aus der den einzelnen Leitern mitgetheilten Ladung oder der Menge der den Körpern mitgetheilten Elektricität aus den bekannten Werten der Potentialfunktionen auf den Leitern, wenn sie sich nicht berühren, aber in solchen Entfernungen von einander befinden, daß sie sich gegenseitig influenzieren.

Nur in einem Falle läßt sich die Änderung der Potentialfunktion eines Leiters bei gegebener Ladung durch Anwesenheit eines zweiten Leiters derselbe geladen oder nicht geladen, leichter berechnen, dann wenn durch die Anwesenheit des zweiten Leiters die Verteilung der Elektricität auf den einzelnen Leitern nicht geändert wird. Es ist dies der Fall, wenn wir einen Leiter mit einem andern umhüllen oder umgekehrt, dessen dem ersten zugewandte Begrenzungs-



fläche eine Niveaufäche des ersten Leiters ist, wenn derselbe für sich allein mit Elektricität geladen wäre. In dem Falle sind nämlich, da bei Niveaufächen die resultierenden Kräfte stets senkrecht zu den Niveaufächen sind, die Wirkungen, welche der eine Leiter auf den andern ausübt, senkrecht zu der Oberfläche der Leiter, es kann somit durch dieselben keine Verschiebung der Elektricität in den Flächen stattfinden, die Verteilung bleibt ungeändert.

Wir wollen zunächst zwei specielle Fälle behandeln, bei denen wir die Potentialfunktion des isoliert gegebenen einen Leiters für sich angeben, somit auch die Änderung derselben durch Gegenüberstellen des zweiten bestimmen können.

Als ersten Fall untersuchen wir die Änderung des Potentials auf einer Kugel, wenn dieselbe wie Fig. 55 von einer Hohlkugel umschlossen ist.

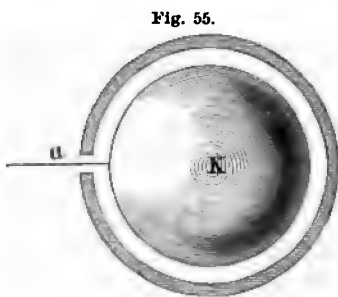


Fig. 55.

Der Radius der Kugel sei  $R$ , der innere Radius der Hohlkugel sei  $R_1$ , der äußere  $R_2$ , so daß also der Abstand der Oberfläche der innern Kugel und der innern Fläche der Schale überall  $R_1 - R$  ist. Die äußere Schale habe bei  $a$  eine sehr kleine Öffnung und durch diese sei isoliert, das heißt ohne die Schale zu berühren, ein sehr dünner Draht geführt, welcher die Kugel mit einem entfernten Konduktor in Verbindung setzt, dessen Potentialfunktion gleich  $V_1$  sei. Setzen wir zunächst voraus, die Kugel  $K$  sei nicht

von der Hohlkugel umgeben. Die Kugel nimmt dann von dem Konduktor eine solche Elektricitätsmenge  $q$  auf, daß die Potentialfunktion auf der Kugel ebenfalls gleich  $V_1$  wird. Da wir voraussetzen, daß der dünne Draht hinreichend lang ist, so daß der entfernte Konduktor auf die Kugel  $K$  keinen Einfluß hat, so ist die Potentialfunktion der auf der Kugel vorhandenen Elektricität das einer homogenen Kugelschale vom Radius  $R$  oder

$$V_1 = \frac{q}{R} \dots (1).$$

Jetzt werde die Verbindung der Kugel unterbrochen, wodurch keine Änderung der Potentialfunktion eintritt, und die Kugelschale, die nicht mit Elektricität versehen sein soll, herumgelegt. Durch die Influenz der Kugel  $K$  auf die Schale tritt in der letztern eine solche elektrische Verteilung ein, daß auf der innern Fläche der Schale eine gewisse Elektricitätsmenge  $q_1$ , die Influenzelektricität der ersten Art, auf der äußern Fläche die Menge  $q_2$ , die Influenzelektricität der zweiten Art, auftritt. Der Gleichgewichtszustand ist dann erreicht, wenn die Potentialfunktion der drei Elektricitätsmengen im Innern der Kugel  $K$  einen konstanten Wert  $v_1$  und ebenso im Innern und auf der äußern Fläche der Kugelschale einen konstanten, aber von dem Werte  $v_1$  im Innern der Kugel  $K$  verschiedenen Wert  $v_2$  hat. Da die Potentialfunktion einer homogenen Kugelschale auf jeden Punkt im Innern gleich ist dem Quotienten aus der wirksamen Masse und dem Radius der Schale, so ist

$$v_1 = \frac{q}{R} + \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} \dots (2).$$

Die Potentialfunktion auf einen Punkt im Innern der Schale, der sich im Abstände  $\varrho$  von dem Mittelpunkte der Kugel  $K$  befindet, welches wir  $v_2$  nannten, ist dann, da die Potentialfunktion einer homogenen Kugelschale auf einen außerhalb liegenden Punkt gleich ist dem Quotienten aus der auf der Kugelschale vorhandenen Elektrizität und dem Abstände des betreffenden Punktes von dem Mittelpunkte der Kugelschale,

$$v_2 = \frac{q}{\varrho} + \frac{q_1}{\varrho} + \frac{q_2}{R_2} \dots (b).$$

Da der Wert der Potentialfunktion derselbe sein muß, welches auch zwischen  $R_1$  und  $R_2$  der Wert von  $\varrho$  ist, so folgt

$$\frac{q}{\varrho} + \frac{q_1}{\varrho} = 0, \quad q_1 = -q \dots (c),$$

somit

$$v_2 = \frac{q_2}{R_2}$$

und

$$v_1 = q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right) + \frac{q_2}{R_2} \dots (2).$$

Die Gleichung (2) zeigt, daß die Potentialfunktion in der Kugel  $K$  beziehungsweise auf deren Oberfläche sich geändert hat; das erste Glied auf der rechten Seite ist um so näher gleich null, je näher  $R = R_1$  ist, das zweite Glied hängt wesentlich von  $q_2$ , der Ladung der äußeren Fläche und dem Radius der Fläche ab. Ist, wie wir annahmen, die Schale anfanglich nicht geladen, so ist, da  $q_2$  die Influenzelektrizität zweiter Art ist, zu welcher  $q_1$  als jene erster Art gehört,

$$q_1 + q_2 = 0, \quad q_2 = -q_1 = q.$$

In dem Falle wird

$$v_1 = q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

die Potentialfunktion ist jener auf der Kugel ohne Schale um so näher gleich, je dünner die Schale ist. Wenn wir dagegen die äußere Schale mit der Erde in leitende Verbindung setzen, wodurch nach dem vorigen Paragraphen notwendig  $v_2 = 0$  wird, so wird

$$v_1 = q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right).$$

Die Potentialfunktion wird um so kleiner, je näher  $R = R_1$  ist. Setzen wir  $R_1 - R = \delta$ , so wird

$$v_1 = q \frac{\delta}{R R_1}; \quad q = \frac{R R_1}{\delta} v_1.$$

Letztere Gleichung zeigt, daß die Kapazität einer Kugel, welche von einer zur Erde abgeleiteten Schale umgeben ist, erheblich größer ist als die Kapazität der einzeln stehenden Kugel. Die Kapazität der letzteren ist  $R$ , die Kapazität der mit der abgeleiteten Schale umgebenen Kugel also im Verhältnis  $\frac{R_1}{\delta} : 1$  größer.

Ist die innere Kugel bis zu einem Werte  $v_1$  der Potentialfunktion

geladen, die äußere zu einem Werte  $v_2$ , so erhalten wir allgemein aus der Gleichung (2):

$$v_1 - v_2 = q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right)$$

$$q = \frac{R R_1}{\delta} (v_1 - v_2)$$

und für die Dichtigkeit  $h$  auf der innern Kugel

$$h = \frac{q}{4\pi R^2} = \frac{R_1}{4\pi R \delta} (v_1 - v_2) = \frac{1+\epsilon}{4\pi \delta} (v_1 - v_2),$$

wenn wir  $\frac{\delta}{R} = \epsilon$  setzen.

Es bedarf wohl kaum des Hinweises, daß die zuletzt abgeleiteten Ausdrücke gelten, auch wenn die äußere Fläche der Hülle nicht kugelförmig ist, sondern eine beliebige Gestalt hat, die Bedingung ist nur, daß die innere Grenze der Hülle eine der Kugel konzentrische Kugel-  
fläche ist.

Als zweiten Fall bestimmen wir die Änderung der Potentialfunktion in einer kreisförmigen unendlich dünnen Platte, wenn wir ihr eine zweite ebensolche in einem Abstände  $\delta$  gegenüberstellen, der gegen den Radius  $R$  der Platten sehr klein ist, und so, daß die beiden Kreise sich decken. Sind die beiden Platten gegen ihren Abstand sehr groß, so können wir ohne einen merklichen Fehler zu begehen die Dichtigkeit  $h$  der Elektricität auf jeder einzelnen Platte an allen Stellen als gleich voraussetzen; auf den beiden Platten ist sie natürlich verschieden. Denn nach §. 39 ist die Dichtigkeit der Elektricität auf einer einzeln stehenden Platte von der Mitte bis zur Hälfte des Radius fast konstant, erst nahe dem Rande wächst dieselbe erheblich; wird der Scheibe eine zweite sehr nahe gegenübergestellt, so wird die Verteilung noch erheblich gleichmäßiger, so daß nur am Rande in einer Zone, welche nicht breiter ist als der Abstand der Platten, die Dichtigkeit eine andere wird. Wir setzen demnach die Dichtigkeit auf jeder Platte konstant.

Die erste Platte sei bis zur Potentialfunktion  $V_1$  geladen; wird ihr die zweite gegenübergestellt, so wird dieselbe durch Influenz elektrisch, und der Wert der Potentialfunktion in der ersten Platte wird gleich der Summe der Potentialfunktion der ihr ursprünglich erteilten Elektricität und jener der in der zweiten Platte influenzierten Elektricität in der ersten Platte.

Zur Berechnung dieser Summe haben wir demnach die Potentialfunktion einer Ebene zu bestimmen, wobei wir uns jedoch auf Punkte beschränken können, die sehr nahe bei der Ebene liegen. Da der Wert der Potentialfunktion für einen Punkt jedenfalls von der in seiner Nähe befindlichen Elektritätsmenge vorwiegend bestimmt wird, können wir die Potentialfunktion für alle Punkte, welche in einer zur Platte parallelen Ebene liegen, als gleich betrachten, und zwar gleich dem für die in der Axe der Platte liegenden Punkte gültigen Werte. Wir haben deshalb nur den Wert der Potentialfunktion für diese Punkte zu bestimmen.

Wir denken uns also in der im Mittelpunkte der Platte errichteten Senkrechten einen Punkt um die Strecke  $x$  von der Platte entfernt, und

war sei  $x$  positiv in der Richtung gegen die zweite Platte, negativ in der entgegengesetzten. Von allen Punkten eines Kreises, dessen Radius  $r$ , dessen Breite  $dr$  ist, ist dieser Punkt um

$$\rho = \sqrt{r^2 + x^2}$$

entfernt. Ist die Dichtigkeit der Elektricität gleich  $h$ , so ist die auf jenem Kreise vorhandene Elektricität

$$2\pi r dr \cdot h,$$

somit die Potentialfunktion dieses Ringes

$$2\pi h \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}.$$

Die Potentialfunktion der ganzen Ebene ist gleich der Summe aller Potentialfunktionen der einzelnen Ringe, deren Radius  $r$  zwischen 0 und  $R$  ist, somit

$$V = 2\pi h \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}.$$

Da  $x$  für alle diese Ringe denselben Wert hat, so ist

$$V = 2\pi h \{ \sqrt{R^2 + x^2} - \sqrt{x^2} \}.$$

Da  $x$  gegen  $R$  sehr klein ist, so können wir ohne merklichen Fehler unter dem ersten Wurzelzeichen  $x^2$  gegen  $R^2$  vernachlässigen, und erhalten

$$V = 2\pi h \{ R - \sqrt{x^2} \}.$$

Das Vorzeichen von  $\sqrt{x^2}$  ist zweideutig; es läßt sich aber leicht daraus bestimmen, daß gleichnamige elektrische Massen sich abstossen; ist also  $x$  positiv, so sucht die Wirkung derselben  $x$  zu vergrößern, es muß also

$$-\frac{dV}{dx}$$

positiv sein. Das ist der Fall, wenn wir setzen

$$V = 2\pi h (R - x),$$

denn daraus ergibt sich

$$-\frac{dV}{dx} = 2\pi h.$$

Für ein negatives  $x$  dagegen sucht die Abstossung das negative  $x$  zu vergrößern, also den absoluten Wert zu verkleinern, dort ist also

$$V = 2\pi h (R + x)$$

$$-\frac{dV}{dx} = -2\pi h.$$

Wenden wir diese Ausdrücke jetzt auf unser System von zwei Platten an, von denen wir nach unserer Annahme die erste mit einer Ladung versehen haben, so daß die Potentialfunktion auf derselben, so lange sie allein steht, gleich  $V_1$  war.

Bezeichnen wir die Dichtigkeit auf der ersten Platte mit  $h$ , so ist die Potentialfunktion der auf ihr vorhandenen Elektricität für jeden Punkt der Platte, da dort  $x = 0$  ist,

$$V_1 = 2\pi h R \quad \dots (4)$$

Sei die Dichtigkeit der Elektricität auf der zweiten Platte gleich  $h_1$ , ihr Abstand von der ersten Platte ist  $\delta$ . Um die Potentialfunktion derselben auf einen Punkt, dessen Abstand von der ersten Platte gleich  $x$  ist, zu bestimmen, haben wir nur in den obigen Ausdrücken  $h$  mit  $h_1$  und  $x$  mit  $x - \delta$  zu vertauschen. Wir erhalten deshalb für einen zwischen den Platten liegenden Punkt, da diese Punkte auf der negativen Seite der zweiten Platte liegen,

$$V = 2\pi h_1 (R + (x - \delta)),$$

somit für einen Punkt der ersten Platte, für den  $x = 0$  ist,

$$V_2 = 2\pi h_1 (R - \delta).$$

Darnach wir die Potentialfunktion auf der ersten Platte

$$v_1 = V_1 + V_2 = 2\pi h R + 2\pi h_1 (R - \delta) \quad \dots (d)$$

Wie man sieht, hängt der Wert, welchen die Potentialfunktion auf der ersten Platte annimmt, wesentlich von dem elektrischen Zustande der zweiten Platte ab. Ist die Platte, wie wir voraussetzten, unendlich dünn, so wird sie, wenn sie isoliert und nicht elektrisiert ist, sondern nur der Influenz von der ersten Platte unterliegt, keine Änderung der Potentialfunktion bewirken, denn in dem Falle kann sie auch durch Influenz nicht elektrisch werden, da in der unendlich dünnen Platte die Influenzelektricitäten der ersten und zweiten Art nicht auseinandertreten können. Wohl aber wird die Potentialfunktion der ersten Platte eine wesentlich andere, wenn die zweite Platte zur Erde abgeleitet ist, so daß auf ihr die Potentialfunktion null werden muß.

Wir erhalten dann den Wert  $h_1$  aus der Gleichung für die Potentialfunktion  $v_2$  auf der zweiten Platte

$$v_2 = 2\pi h (R - \delta) + 2\pi h_1 R \quad \dots (e)$$

Daraus ergibt sich, indem wir  $v_2 = 0$  setzen,

$$h_1 = -h \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)$$

und indem wir diesen Wert in die Gleichung für  $v_1$  setzen

$$\begin{aligned} v_1 &= 2\pi h \left\{ R - \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)(R - \delta) \right\} \\ v_1 &= 4\pi h \delta \left(1 - \frac{\delta}{2R}\right) \quad \dots (5) \end{aligned}$$

Ist  $\delta$  gegen  $R$  hinreichend klein, so können wir das zweite Glied in der Klammer vernachlässigen und erhalten

$$v_1 = 4\pi h \delta \quad \dots (5a)$$

$$\frac{v_1}{V_1} = \frac{2\delta}{R}$$



oder die Potentialfunktion in der ersten Platte ist im Verhältnis  $2\delta$  zu  $R$  kleiner geworden, die Kapazität der Platte somit im Verhältnis  $R$  zu  $2\delta$  größer geworden.

Subtrahieren wir von der Gleichung (d) die Gleichung (e), so wird, wenn wir gleichzeitig für  $h_1$  seinen Wert durch  $h$  ausgedrückt einsetzen,

$$v_1 - v_2 = 4\pi h \delta \left(1 - \frac{\delta}{2R}\right),$$

ein Ausdruck, der uns unmittelbar  $h$  liefert, wenn wir die beiden Potentialfunktionen  $v_1$  und  $v_2$  kennen.

Nach Behandlung dieser beiden speciellen Fälle wollen wir allgemein ableiten, wie man aus den bekannten Werten der Potentialfunktion in zwei parallelen Flächen die Dichtigkeit der Elektricität in jeder und die Kapazität des Systems bestimmen kann. Wir gelangen dazu durch eine Umformung der für den Zwischenraum zwischen den Flächen geltenden Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \dots (\Lambda)$$

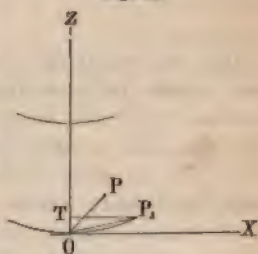
Wir legen durch einen Punkt der Fläche I ein rechtwinkliges Koordinatensystem so, daß die  $Z$ -Axe des Systems mit der Normalen der Fläche in dem Punkte zusammenfällt; die  $Z$ -Axe ist damit gleichzeitig Normale in dem Punkte der zweiten Fläche, in welchem sie dieselbe trifft. Sei Fig. 56 ein durch die  $X$ - und  $Z$ -Axe unseres Koordinatensystems geführter Durchschnitt durch die parallelen Flächen. Gehen wir von dem Punkte  $O$  der Fläche I zu irgend einem Punkte  $P$  über, der in der  $XZ$ -Ebene liegt, so ändert sich die Potentialfunktion, welche in der Fläche den Wert  $V_1$  hat, um eine gewisse Größe, da die Koordinaten  $x$  und  $z$  des Punktes  $P$  andere sind als jene des Punktes  $O$ , während die Koordinate  $y$  denselben Wert hat. Sind  $\Delta x$  und  $\Delta z$  die Änderungen der Koordinaten, wenn wir vom Punkte  $O$  zu  $P$  übergehen, so können wir nach dem in der Differentialrechnung bewiesenen sogenannten Taylorschen Lehrsatz den Unterschied der Potentialfunktionen in den Punkten  $P$  und  $O$  schreiben

$$V - V_1 = \frac{\partial V}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial V}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \Delta x \Delta z + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \frac{\Delta z^2}{2} + \dots$$

Setzen wir  $\Delta x$  und  $\Delta z$  so klein voraus, daß wir höhere als die zweiten Potenzen dieser Größen vernachlässigen können, so genügen die oben hingeschriebenen Glieder der Reihe zur Darstellung der Differenz  $V - V_1$ .

Liegt der Punkt  $P$  in der Fläche selbst, also in  $P_1$ , so tritt, da die Fläche eine Niveaufäche für die wirksamen Elektricitäten ist, durch den Übergang vom Punkte  $O$  zu  $P_1$  keine Änderung der Potentialfunktion ein; setzen wir gleichzeitig  $\Delta x = dx$ ,  $\Delta z = dz$ , die Änderung der Koordinaten

Fig. 56.



bei dem Übergange vom Punkt  $O$  zu  $P_1$ , also unendlich klein, so wird die Gleichung

$$0 = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial z} dz + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \frac{dx^2}{2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} dx dz + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \frac{dz^2}{2}.$$

Da wir  $dx$  und  $dz$  unendlich klein vorausgesetzt haben, so fällt der Schnitt der Fläche von  $O$  bis  $P_1$  mit dem Krümmungskreise der Fläche in der  $XZ$ -Ebene im Punkte  $O$  zusammen, dessen Radius gleich  $\varrho_1$  sei. Im dem Falle besteht aber nach einem bekannten geometrischen Satze zwischen  $OT = dz$  und  $P_1T = dx$  die Beziehung

$$dz : dx = dx : (2\varrho_1 - dz),$$

somit, da  $dz$  gegen  $2\varrho_1$  verschwindet,

$$dz = \frac{1}{2\varrho_1} \cdot dx^2.$$

Würde die Fläche nach der andern Seite gekrümmt sein, so würde der Punkt  $T$  auf der andern Seite von  $O$  liegen und wir erhielten

$$-dz = \frac{1}{2\varrho_1} dx^2.$$

Wenn wir daher den Krümmungsradius positiv nehmen, wenn die Fläche ihre konvexe, negativ, wenn sie ihre konkave Seite nach der positiven Seite der  $z$ , also gegen die zweite Fläche hin wendet, können wir allgemein schreiben

$$dz = -\frac{1}{2\varrho_1} dx.$$

Setzen wir diesen Wert von  $dz$  in obige Gleichung ein und behalten nur die Glieder bis zum Quadrate von  $dx$  bei, so wird

$$0 = \frac{\partial V}{\partial x} dx - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{1}{\varrho_1} \frac{\partial V}{\partial z} \right) dx^2,$$

eine Gleichung, welche, da sie unabhängig von dem Werte von  $dx$  sein muß, vorausgesetzt nur dafs  $dx$  so klein genommen wird, dafs der Punkt  $P_1$  als auf dem Krümmungskreise der Fläche liegend angenommen werden kann, nur erfüllt ist, wenn

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{1}{\varrho_1} \frac{\partial V}{\partial z} \dots (B).$$

Führen wir ganz dieselbe Betrachtung für einen durch die  $Z$ - und  $Y$ -Axe gelegten Schnitt durch, so gelangen wir zu der Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{1}{\varrho_2} \frac{\partial V}{\partial z} \dots (C),$$

wenn  $\varrho_2$  der Krümmungsradius dieses Schnittes ist.

Setzen wir die aus den Gleichungen (B) und (C) sich ergebenden Werte der zweiten Differentialquotienten in die Gleichung (A), so wird dieselbe

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \left( \frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} \right) \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \dots (D).$$

Mit Hilfe der Gleichung (D) lassen sich in manchen Fällen die Dichtigkeiten und Kapacitäten der Leiter von der vorausgesetzten Beschaffenheit aus den Werten der Potentialfunktionen  $V_1$  der ersten und  $V_2$  der zweiten Platte direkt ableiten. Dieselbe nimmt für zwei konzentrische Kugeln, bei denen  $\varrho_1 = \varrho_2 = R$ , dem Radius der innern Kugel wird, wenn wir zugleich, da die  $Z$ -Axe dann mit dem Radius zusammenfällt,  $z = dR$  setzen, die Form an

$$\frac{2}{R} \frac{dV}{dR} + \frac{d^2V}{dR^2} = 0.$$

Für zwei parallele Ebenen sind  $\varrho_1$  und  $\varrho_2$  unendlich, die Gleichung wird somit

$$\frac{d^2V}{dz^2} = 0.$$

Anstatt aus diesen Gleichungen die bereits vorher entwickelten Resultate abzuleiten, wollen wir, um die Anwendung der Gleichung hervorzuheben, dieselbe auf zwei konzentrische Cylinder anwenden, die wir als unendlich lang voraussetzen. Der Radius des innern Cylinders sei  $R_1$ , der des äußern sei  $R_2$ . Ein Schnitt parallel der Axe schneidet die innere Cylinderfläche in einer geraden Linie; nehmen wir den Radius des Cylinders als  $\varrho_1$ , so ist demnach der Krümmungsradius  $\varrho_2$  als Krümmungsradius der geraden Linie unendlich. Die Normale  $dz$  der Fläche fällt mit  $R$  zusammen. Wir erhalten daher für alle Punkte zwischen den beiden Cylinderflächen, welche auf einem mit den gegebenen konzentrischen Cylinder vom Radius  $R$  liegen,

$$\frac{d^2V}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{dV}{dR} = 0,$$

da die Niveauflächen der beiden konzentrischen Cylinder innerhalb des Raumes Cylinder sein müssen, welche mit den gegebenen konzentrisch sind, so gilt die Gleichung für jede Cylinderfläche vom Radius  $R$ , der zwischen  $R = R_1$  und  $R = R_2$  liegt.

Wir müssen aus dieser Gleichung zunächst die Potentialfunktion  $V$  der Cylinderfläche vom Radius  $R$  ableiten. Setzen wir für einen Augenblick

$$\frac{dV}{dR} = V',$$

können wir unsere Gleichung schreiben

$$\frac{dV'}{dR} + \frac{1}{R} V' = 0$$

oder

$$\frac{dV'}{V'} = - \frac{dR}{R}.$$

Daraus folgt unmittelbar, wenn wir mit  $C$  eine Konstante bezeichnen

$$\log V' = C - \log R = \log \frac{C_1}{R},$$

an  $\log C_1 = C$  gesetzt wird. Daraus folgt

$$V' = \frac{dV}{dR} = \frac{C_1}{R}$$

$$dV = C_1 \frac{dR}{R}$$

und hieraus gerade wie oben

$$V = C_2 + C_1 \log R,$$

wenn  $C_2$  eine zweite Konstante bedeutet. Zur Bestimmung der Konstanten setzen wir die Potentialfunktion auf der innern Fläche  $V_1$ , die dem äußern Cylinder  $V_2$ . Dann wird

$$V_1 = C_2 + C_1 \log R_1; \quad V_2 = C_2 + C_1 \log R_2$$

und hieraus

$$C_1 = - \frac{V_1 - V_2}{\log R_2 - \log R_1}; \quad C_2 = V_1 + \frac{V_1 - V_2}{\log R_2 - \log R_1} \cdot \log R_1$$

Mit diesen Werten der Konstanten wird

$$V = \frac{V_1 \log \frac{R_2}{R} + V_2 \log \frac{R}{R_1}}{\log \frac{R_2}{R_1}}.$$

Zur Bestimmung der Dichtigkeit auf den einander zugewandten Flächen der Cylinder benutzen wir den Satz

$$\left( \frac{dV}{dn} \right)_{+0} = -4\pi h,$$

welcher für die Oberfläche des innern Cylinders übergeht in

$$\left( \frac{dV}{dR} \right)_{R=R_1} = -4\pi h_1,$$

und für die innere Fläche des äußern, da die für diese Fläche nach au gerichtete Normale in der Richtung der abnehmenden  $R$  liegt,

$$-\left( \frac{dV}{dR} \right)_{R=R_2} = -4\pi h_2,$$

Differentiieren wir  $V$  nach  $R$ , so wird

$$\frac{dV}{dR} = - \frac{V_1 - V_2}{R \log \frac{R_2}{R_1}},$$

somit

$$h_1 = \frac{1}{4\pi} \frac{V_1 - V_2}{R_1 \log \frac{R_2}{R_1}}, \quad h_2 = - \frac{1}{4\pi} \frac{V_1 - V_2}{R_2 \log \frac{R_2}{R_1}}.$$

Auf einem Stücke des innern Cylinders, dessen Länge  $l$  ist, befindet sich demnach die Elektricitätsmenge

$$Q = 2\pi R_1 l \cdot h_1 = \frac{1}{2} \frac{V_1 - V_2}{\log \frac{R_2}{R_1}} \cdot l.$$

Ist der äußere Cylinder zur Erde abgeleitet, so wird  $V_2 = 0$ , somit

$$Q = \frac{1}{2} \frac{l}{\log \frac{R_2}{R_1}} \cdot V_1; \quad K = \frac{1}{2} \frac{l}{\log \frac{R_2}{R_1}},$$

wenn wir die Kapazität eines Stückes des innern Cylinders von der Länge mit  $K$  bezeichnen.

Es ergibt sich hiernach, daß es bei zwei parallelen Flächen in der That genügt, die Werte der Potentialfunktionen auf denselben zu kennen, die Dichtigkeiten der Elektrizität auf denselben und die Kapazität derselben zu bestimmen. Wie wir die Potentialfunktionen messen können, werden wir demnächst sehen.

### §. 42.

**Elektrisierte Leiter in Hohlräumen anderer Leiter.** Bei Behandlung der von einer leitenden Kugelschale umgebenen Kugel haben wir im vorigen Paragraphen gesehen, daß die auf der innern Fläche der Schale vorhandene Elektrizität an Menge der auf der eingeschlossenen Kugel vorhandenen genau gleich, dem Zeichen nach entgegengesetzt ist, und daß danach die Potentialfunktion des Systemes auf einen äußern Punkt nur hängig ist von der auf der äußern Fläche der Schale vorhandenen Elektrizität. Diese beiden Sätze sind ganz unabhängig von der Form der Schale und auch von der Form des in der Schale eingeschlossenen Körpers, sie gelten ganz allgemein für beliebige elektrische Leiter, welche in einer beliebigen leitenden Hülle ganz umschlossen sind. Ist Fig. 57 ein beliebig geformter leitender Körper, der in dem Hohlraume  $H$  einen oder auch mehrere mit Elektrizitäten  $q_1, q_2, q_3 \dots$  versehene Leiter enthält, so ist notwendig die auf der den Hohlraum umschließenden Fläche vorhandene Elektrizität  $Q$

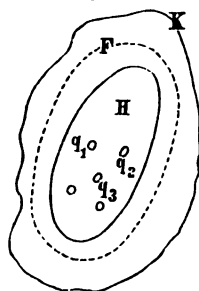
$$Q = -(q_1 + q_2 + q_3 + \dots).$$

folgt das einfach aus dem Satze, daß in der Schale die Potentialfunktion einen konstanten Wert haben muß und aus dem im §. 7 bewiesenen Satze, daß die in einer geschlossenen Fläche vorhandene Menge eines wirksamen Agens gleich ist der mit dividierten negativ genommenen Summe der in der geschlossenen Fläche in jedem Element nach außen in der Richtung der Normale wirkenden Kraft, also dem schon mehrfach benutzten Satze

$$M = - \frac{1}{4\pi} \int \frac{dV}{dn} d\omega.$$

Denken wir uns nämlich im Innern der Schale eine beliebige den Hohlraum ganz umschließende Fläche  $F$  gelegt, so giebt uns obiger Satz die Summe der auf der Innenfläche der Schale und in dem Innern des Hohlraums vorhandenen Elektrizität. Da nun im Innern der Schale die Potentialfunktion konstant sein muß, so folgt, daß an jedem Punkte der

Fig. 57.





Fläche  $F$  die parallel der Normale nach außen wirkende Kraft, also der Differentialquotient  $\frac{dV}{dn}$  gleich null ist. Daraus folgt notwendig, daß das Integral ebenfalls null ist, somit

$$M = 0.$$

Da indes weiter

$$M = Q + q_1 + q_2 + q_3 + \dots$$

so folgt

$$Q = -(q_1 + q_2 + q_3 + \dots).$$

Um die Richtigkeit des zweiten Satzes zu erkennen, genügt folgende Überlegung. Der soeben bewiesene Satz gilt allgemein, er bleibt also auch bestehen, wenn die äußere Schale zur Erde abgeleitet ist. Da bei dieser Ableitung nur die auf der äußern Grenze der Schale vorhandene Elektrizität fortgenommen ist, welche auf das Innere ganz ohne Einfluß ist, so folgt, daß bei Ableitung der äußern Schale auch die Verteilung der im Hohlraum und auf der den Hohlraum umschließenden Fläche vorhandenen Elektrizität ganz dieselbe bleibt, wie wenn die Schale eine beliebige Elektrizität besitzt. In der abgeleiteten Schale und auf deren Oberfläche ist, wie wir wissen, die Potentialfunktion notwendig null. Entfernen wir uns von der Oberfläche eines Körpers, auf welchem die Potentialfunktion einen bestimmten Wert hat, so folgt aus der Natur der Potentialfunktion als Quotient aus einer Menge wirksamen Agens und einer Entfernung, daß im äußern Raume die Potentialfunktion von dem auf der Oberfläche vorhandenen Werte mit wachsender Entfernung bis zur Null abnehmen muß, nicht aber durch Null hindurchgehen und ein entgegengesetztes Vorzeichen annehmen kann. Ist demnach in der Oberfläche die Potentialfunktion gleich null, so muß sie es auch im ganzen äußern Raume sein. Im Falle demnach die Schale abgeleitet ist, folgt notwendig, daß die Potentialfunktion der auf der Innenfläche der Schale und in dem Hohlraum vorhandenen Elektrizitäten auf jeden äußern Punkt gleich null sein muß. Wird nun der Schale Elektrizität mitgeteilt, so bleibt diese auf der äußern Fläche, es wird dadurch die Potentialfunktion der im Innern vorhandenen Elektrizitäten nicht geändert, dieselbe bleibt somit im äußern Raume auch dann gleich null, oder die Potentialfunktion des Systems ist einfach jene der der äußern Schale mitgeteilten Elektrizität. Es verhält sich demnach ein mit einem Hohlraume versehener Körper, in dessen Hohlraum sich irgend welche Elektrizitäten befinden, gerade wie ein neutraler Körper.

Es ergibt sich aus dem ersten dieser beiden Sätze, daß wenn der hohle Leiter ursprünglich unelektrisch war, nach dem Einbringen der Elektrizitäten  $\Sigma q$  in das Innere des Hohlraumes auf der äußern Oberfläche des Leiters genau dieselbe Elektrizitätsmenge  $Q = \Sigma q$  derselben Art erscheinen muß, welche wir in den Hohlraum eingeführt haben. Diesen Satz hat schon Faraday<sup>1)</sup> aufgestellt und dadurch experimentell bewiesen, daß er eine elektrisierte isolierte Kugel in ein Gefäß einsenkte, dessen

1) Faraday, Philosophical Magazin series III vol. XXII. Poggend. Ann. Bd. LVIII, p. 603.

platte mit einem Elektroskope leitend verbunden war. Es zeigt sich, daß die Divergenz der Goldblättchen ganz dieselbe bleibt, an welcher Stelle des nach dem Einsenken der Kugel wieder geschlossenen Gefäßes sich auch die elektrisierte Kugel befindet, und daß sich die Divergenz auch nicht ändert, wenn man die Kugel mit der innern Gefäßwand in Berührung bringt. Im letzteren Falle geht aber, wie wir wissen, die ganze Elektrizität der Kugel auf die Außenwand des Gefäßes über. Das Gleichbleiben der Divergenz der Goldblättchen beweist somit, daß durch Influenz auf der Außenfläche eines einen Hohlraum umschließenden Leiters erregte Elektrizität, wenn man in den Hohlraum irgend eine Elektrizität bringt, der letztern an Menge und dem Vorzeichen gleich ist.

## §. 43.

**Verteilung der Elektrizität auf getrennten Leitern.** Der schwierige Fall der Bestimmung der Menge und der Verteilung der auf verschiedenen Leitern vorhandenen Elektrizität ist derjenige, wenn die Leiter gegen welchen aber so kleinen Entfernungen sich von einander befinden, daß sie einflussierend auf einander einwirken, ohne daß die in den vorigen Paragraphen betrachteten Fälle vorhanden sind. Ein würde z. B. der sein, daß zwei leitende Kugeln in nicht zu großer Entfernung sich von einander befinden, von denen die eine mit einer gewissen Elektrizitätsmenge geladen ist. Welches ist infolge der Anwesenheit der zweiten Kugel die Verteilung der Elektrizität auf der ersten und der zweiten Kugel?

Die Grundlage der Rechnung bleibt auch für diesen Fall dieselbe; die Potentialfunktion muß an allen Stellen eines Leiters denselben Wert haben, dieselbe muß im Leiter konstant sein, ebenso gut, wenn er unter dem Einflusse anderer Leiter steht, wie wenn er isoliert ist; denn das ist unter allen Umständen die Bedingung des Gleichgewichtes für die auf dem Leiter vorhandene Elektrizität. Daraus folgt aber sofort, daß der Wert der Potentialfunktion auf einem Leiter ein anderer wird, wenn er unter dem Einflusse anderer Leiter steht, als wenn er isoliert für sich steht, und weiter, daß die Verteilung der Elektrizität auf einem Leiter, welcher unter dem Einflusse anderer Leiter steht, im allgemeinen eine andere sein muß, als auf dem isolierten Leiter gleicher Form.

Nehmen wir als Beispiel den erwähnten Fall zweier Kugeln; die Kugel *A* sei mit einer gewissen Elektrizitätsmenge versehen, die in ihrer Oberfläche befindliche Kugel sei zunächst unelektrisch. Durch die Wirkung der ersten Kugel wird die zweite beeinflusst und zwar so, daß die der Kugel *A* gewandte Seite von *B* Influenzelektrizität der ersten Art, die abgewandte Seite der zweiten Art erhält. Daß diese Verteilung eintreten muß, folgt aus dem oben aufgestellten Satze. Die Kugel *A* stehe zunächst mit der ihr mitgeteilten Elektrizität verteilt sich gleichmäßig über die Oberfläche, die die Niveaulinien der Potentialfunktion sind Kugelflächen; mit wachsendem Abstände vom Mittelpunkte nimmt die Potentialfunktion ab. Man bringe die Kugel *B* in die Nähe von *A* gebracht; dieselbe wird von der Kugel *A* beeinflusst, so daß sie in der Nähe von *A* eine große Schar Niveaulinien mit wachsenden Radien geschnitten. Es ergibt

sich somit, daß die Potentialfunktion der auf der ersten Kugel vorhandenen Elektrizität in der zweiten Kugel um so kleiner wird, je weiter die Schnitte der Niveauflächen in der zweiten Kugel vom Mittelpunkte der ersten entfernt sind. Es muß deshalb der neutrale Zustand in der zweiten Kugel gestört werden, und zwar derart, daß die Potentialfunktion in den der Kugel *A* näheren Stellen verkleinert, in den entfernteren vergrößert wird, soweit bis sie wieder in allen Punkten der Kugel *B* den gleichen Wert hat. In den der Kugel *A* nähern Teilen muß demnach Elektrizität auftreten, welche mit der auf *A* vorhandenen ungleichnamig ist, in den entfernteren gleichnamige. Da die Niveauflächen die Kugel *B* in Kreisen schneiden, welche auf der Verbindungslinie der Mittelpunkte beider Kugeln senkrecht sind, erkennt man ferner, daß die durch Influenz erregte Elektrizität auf allen Punkten eines zur Verbindungslinie der beiden Kreise senkrechten Kreises dieselbe Dichtigkeit haben muß. Ist *A* positiv geladen, so muß der Punkt, wo die Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte die zweite Kugel trifft, am stärksten negativ elektrisch sein. Die Dichtigkeit der negativen Elektrizität auf der Kugel *B* muß mit Entfernung von diesem Punkte abnehmen, auf einem Kreise null werden, und hinter diesem Kreise muß die Kugel positiv elektrisch werden, um so stärker, je weiter die betreffenden Schnitte von *A* entfernt sind.

Durch die so in der zweiten Kugel entwickelte Elektrizität muß rückwärts die Verteilung auf der ersten Kugel geändert werden, denn dadurch, daß in der Nähe derselben sich jetzt eine gewisse Menge ungleichnamiger Elektrizität befindet, muß an den dieser nähern Stellen der Kugel *A* die Potentialfunktion der jetzt wirksamen Elektrizitäten mehr verkleinert sein als an den entferntern Stellen. Es muß daher, um der Potentialfunktion wieder an allen Stellen der Kugel *A* den gleichen Wert zu geben, die Dichtigkeit der Elektrizität an den der Kugel *B* nähern Stellen wachsen, an den entferntern abnehmen. Die so dort eingetretene Verteilung bedingt neuerdings eine andere Verteilung in *B*, so zwar, daß in den der Kugel *A* näher liegenden Teilen die Dichtigkeit der Influenz-elektrizität der ersten Art weiter zunehmen muß. Dadurch muß die Verteilung in *A* wieder geändert werden und so fort.

Denken wir uns die Mittelpunkte der beiden Kugeln durch eine gerade Linie verbunden und diese Gerade verlängert, bis sie die Oberflächen der Kugeln schneidet, so wird an dem äußern Punkte, wo diese Gerade die Oberfläche der Kugel *A* trifft, die Dichtigkeit der Elektrizität für diese Kugel den kleinsten, auf dem innern, der Kugel *B* zugewandten Schnittpunkte den größten Wert haben. Auf allen Punkten eines zu dieser Verbindungslinie senkrechten Schnittes muß die Dichtigkeit dieselbe, auf den verschiedenen Schnitten aber verschieden und um so kleiner sein, je weiter der Schnitt von *B* entfernt ist.

Auf der Kugel *B* dagegen ist die Elektrizität auf dem innern Schnittpunkte jener von *A* entgegengesetzt und diese Elektrizität erstreckt sich mit abnehmender Dichtigkeit bis zu einem gewissen zu jener Verbindungslinie senkrechten Schnitte; von da an ist die Elektrizität mit jener der Kugel *A* gleichnamig, ihre Dichtigkeit nimmt zu bis zu jenem Punkte, wo die Verbindungslinie der Mittelpunkte die Kugelfläche an der äußern Seite trifft.

In ähnlicher Weise kann man im großen und ganzen auch die Verteilung übersehen, wenn die Kugel  $B$  von vornherein eine bestimmte Ladung hat. Bei zwei gleichen gleich stark geladenen Kugeln erkennt man leicht, daß die Verteilung der Elektrizität ähnlich ist, wie bei zwei sich berührenden Kugeln. Ist die eine Kugel stärker geladen oder größer, so kann auf der schwächer geladenen oder kleinern die der größern Kugel zugewandte Seite entgegengesetzt elektrisch oder neutral oder gleichnamig sein, je nach dem Verhältnis der Ladungen oder nach der Entfernung der Kugeln.

Sind zwei verschiedene Kugeln etwa in Berührung positiv elektrisiert, so zeigt sich bei Entfernung der kleinen Kugel auf ihrer der großen zugewandten Hälfte immer zuerst negative Elektrizität, welche in dem der großen Kugel nächsten Punkte am dichtesten ist. Entfernt man die kleinere Kugel weiter, so ist in einer gewissen Entfernung die der großen zugewandte Seite bis fast zur Hälfte unelektrisch und erst in noch größerer Entfernung ist die ganze Kugel positiv.

Steht die zweite Kugel mit der Erde in leitender Verbindung, so ist für dieselbe, wie wir wissen, die Gleichgewichtsbedingung, daß die Potentialfunktion der vorhandenen Elektrizität in ihr überall null sein muß. Da die Potentialfunktion einer mit positiver Elektrizität geladenen Kugel überall positiv ist, so folgt, daß, wenn die erste Kugel eine positive Ladung hat, auf der zweiten Kugel überall negative Elektrizität vorhanden sein muß, deren Dichtigkeit in den der ersten Kugel nächsten Stellen, wo deren Potentialfunktion am größten ist, den größten Wert haben muß, und welche abnimmt, je weiter wir uns auf der zweiten Kugel von der ersten entfernen.

So leicht es hiernach ist, im großen und ganzen die Verteilung der Elektrizität auf sich influenzierenden Leitern anzugeben, so schwierig ist es, die Dichtigkeit an den einzelnen Stellen genau zu berechnen. Die mathematischen Schwierigkeiten sind so groß, daß es bisher überhaupt nur gelungen ist, wenige einfachere Aufgaben zu lösen. Da die Untersuchungen wesentlich mathematisches Interesse haben, verweisen wir auf die Originalarbeiten und die Specialwerke über Elektrostatik<sup>1)</sup>. Nur die wirklich geniale Methode von William Thomson<sup>2)</sup> wollen wir kurz besprechen und nach derselben den einfachsten Fall behandeln, nämlich die Verteilung der Elektrizität auf einer zur Erde abgeleiteten Kugel, auf

1) *Poisson*, Mémoires de l'Acad. T. XII. Paris 1811. *Plana*, Memorie di Torino. 2 series T. VII. *F. Murphy*, Elementary principles of the theories of Electricity, Heat and Molecularactions part I. Cambridge 1833. *Hankel*, Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. III. Leipzig 1857. *Green*, An essay on the Application of mathematical Analysis to the theories of Electricity etc. Nottingham 1836, *Crelles Journal* Bd. XLIV. *Thomson*, Philos. Magazin 4 series, vol. V, vol. VI. Reprint of papers on electrostatics etc. London 1872. *Kirchhoff*, Crelles Journal Bd. LIX. *Beer*, Einleitung in die Elektrostatik etc. Braunschweig 1865. *Grünwiz*, Theorie der wrijwings Electriciteit. Utrecht 1869. *Maxwell*, Electricity and Magnetisme. Oxford 1873; deutsche Übersetzung nach der 2. Aufl. von *Weinstein*. Berlin 1883. Bd. I. *Kötteritsch*, Elektrostatik. Leipzig bei Teubner, 1872. *Mascart*, Traité de l'électricité statique. Paris 1876, deutsche Ausgabe von *Wallentin*. Wien 1883. 1. Bd.

2) *Thomson*, Cambridge and Dublin mathematical Journal 1848. Reprint of papers etc. p. 52.

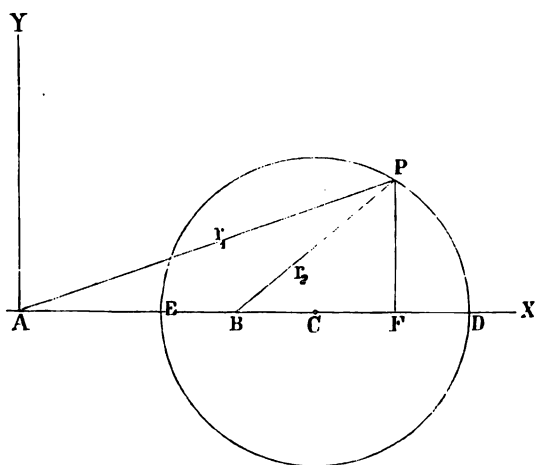


welche eine in einem Punkte konzentrierte elektrische Menge in sich ausübt, da dieser sich durch Anwendung rein geometrisch lösen läßt. Es ist das die Methode der elektrischen Bilder. Wir im wesentlichen der Darstellung dieser Methode von Maxwell<sup>1)</sup>.

In der abgeleiteten Kugel ist an allen Punkten der Oberfläche Potentialfunktion gleich null. Die Methode von William Thomson nun darin, im innern Raume der Kugel einen Punkt zu bestimmen mit einer gewissen ebenfalls zu bestimmenden Elektrizitätsmenge und anstatt der in der abgeleiteten Kugel vorhandenen mit der gegebenen Elektrizitätsmenge zusammen in der Fläche, welche die Oberfläche der abgeleiteten Kugel einnimmt, die Potentialfunktion gleich null. Dieser im Innern der Kugel vorhandene elektrische Punkt ist das elektrische Bild des gegebenen elektrischen Punktes. Da dieser Punkt dem gegebenen zusammen in der Kugel denselben Zustand hervorruft, wie der gegebene Punkt in der abgeleiteten Kugel erzeugt, ist die Berechnung der elektrischen Verteilung in der Kugel auf die Berechnung der Wirkung zweier elektrischer Punkte zurückgeführt.

Zur Ableitung der Methode weisen wir zunächst nach, daß zwei Punkten  $A$  und  $B$  Fig. 58 die Elektrizitätsmengen  $e_1$  und —

Fig. 58.



Potentialfunktion null ist, und deren Punkt und Radius aus dem Abstande dem Verhältnis der Elektrizitätsmengen bestimmt. Ist der Punkt  $P$  auf der Niveaufläche, so ist die Potentialfunktion gleich null. Die Gleichung gegeben  $AP = r_1$ ,  $BP = r_2$  setzt wird

$$\frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2} = 0$$

da die linke Seite der Gleichung die Potentialfunktion der beiden

gegebenen Elektrizitätsmengen ist. Zunächst erkennt man, daß die Fläche eine Rotationsfläche ist; denn denken wir uns die Figur um die Linie  $AB$  als Axe gedreht, so ist für alle Punkte des Kreises, welchen Punkt  $P$  dann beschreibt, der Wert von  $r_1$  und  $r_2$  derselbe, dies entspricht somit einem Schnitte der Niveaufläche senkrecht zu  $AB$ . Wir deshalb nach, daß der in der Ebene der Zeichnung liegende

1) Maxwell, Electricity and Magnetism vol. I, art. 156.



in Kreis ist, so folgt, daß die Niveaufläche selbst eine Kugel ist. Schreiben wir die Gleichung (1)

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{c_1}{c_2} = k,$$

so haben wir demnach jene Kurve zu bestimmen, deren Punkte  $P$  dadurch gegeben sind, daß ihre Abstände  $r_1$  und  $r_2$  von zwei festen Punkten  $A$  und  $B$  in einem konstanten Verhältnis stehen. Wir legen dazu am bequemsten durch den einen Punkt  $A$  ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen Axe der  $X$  in  $AB$  fällt, dessen Axe der  $Y$  dazu senkrecht ist. Wir können dann schreiben

$$r_1^2 = x^2 + y^2,$$

und wenn wir  $AB = a$  setzen

$$r_2^2 = (x - a)^2 + y^2,$$

somit wird die Gleichung der Kurve

$$\frac{x^2 + y^2}{(x - a)^2 + y^2} = k^2,$$

oder

$$x^2 + y^2 + 2 \frac{k^2}{1 - k^2} a x = \frac{a^2 k^2}{1 - k^2} \dots (2)$$

und man erkennt sofort, daß dies die Gleichung eines Kreises ist, dessen Mittelpunkt vom Punkte  $A$  um die Strecke  $b$  entfernt ist, wenn

$$b = \frac{k^2}{k^2 - 1} a \dots (3)$$

und dessen Krümmungsradius  $\varrho$  aus der Gleichung sich ergibt

$$\varrho^2 = b^2 - \frac{a^2 k^2}{k^2 - 1} \dots (4)$$

Denn für einen Kreis, dessen Radius gleich  $\varrho$  ist und dessen Mittelpunkt um  $b$  von  $A$  entfernt ist, haben wir die Gleichung

$$x^2 + y^2 - 2bx = \varrho^2 - b^2,$$

und diese Gleichung wird mit der Gleichung (2) identisch, wenn wir  $b$  und  $\varrho$  durch die Gleichungen (3) und (4) bestimmen.

Es folgt somit, daß die mit dem Radius  $\varrho$  um den Punkt, dessen Abstand von  $A$  gleich  $b$  ist, beschriebene Kugel für die beiden gegebenen Elektrizitätsmengen die Niveaufläche ist, auf welcher die Potentialfunktion gleich null ist.

Die Lage der Niveaufläche hängt wesentlich von dem Wert  $k$  ab, ist  $k > 1$ , so ist  $b$  positiv und größer als  $a$ , dagegen  $\varrho < b$ , die Kugel umschließt somit den Punkt  $B$ ; ist  $k = 1$ , so wird  $b$  sowohl als  $\varrho$  unendlich, die Kugel geht in eine Ebene über, welche den Abstand  $AB$  halbiert; ist  $k < 1$ , so wird  $b$  negativ, der Mittelpunkt liegt auf der andern Seite von  $A$  und da  $\varrho < b + a$ , so wird jetzt der Punkt  $A$  von der Niveaufläche umschlossen.

Nun sei eine zur Erde abgeleitete Kugel vom Radius  $\varrho$  gegeben, welche unter Wirkung der Influenz der im Punkte  $A$  vorhandenen positiven Elektrizitätsmenge  $c_1$  stehe; der Abstand ihres Mittelpunktes von  $A$

sei gleich  $b$ . Wir suchen zunächst den Punkt  $B$  und die in demselben zu konzentrierende Menge  $e_2$  negativer Elektricität auf, also das elektrische Bild von  $A$ , welche mit der gegebenen Elektricitätsmenge zusammen auf der Kugel den Wert der Potentialfunktion gleich null macht, auch wenn dieselbe nicht mit der Erde in leitender Verbindung ist. Da jetzt  $q$  und  $b$  gegeben sind, bestimmen wir den Abstand  $BC$  gleich  $b - a$  und den Quotienten  $k$  durch  $b$  und  $q$ .

Gleichung (3) liefert zunächst

$$a = \frac{k^2 - 1}{k^2} b$$

$$b - a = BC = b \left( 1 - \frac{k^2 - 1}{k^2} \right) = \frac{b}{k^2}.$$

Gleichung (4) liefert, indem wir in derselben  $a$  durch  $b$  ausdrücken und in leicht zu übersehender Weise reduzieren,

$$q = \frac{b}{k}, \quad k = \frac{b}{q},$$

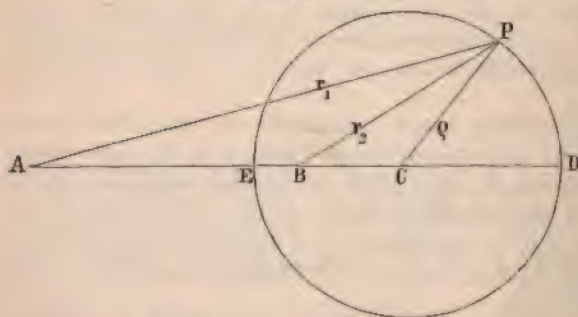
somit

$$BC = b - a = \frac{q^2}{b} \dots (5)$$

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{b}{q}; \quad e_2 = e_1 \frac{q}{b} \dots (6)$$

Wenn also in dem durch Gleichung (5) bestimmten Punkte die durch Gleichung (6) bestimmte Menge negativer Elektricität konzentriert wäre, so würde auch ohne daß die Kugel zur Erde abgeleitet wäre, die Potentialfunktion auf der Kugel gleich null sein. Damit ist auch der elektrische Zustand der Kugel und der Wert der Potentialfunktion im ganzen äußern Raum unter Wirkung des Punktes  $A$  und seines elektrischen Bildes  $B$  genau derselbe, wie wenn die Kugel abgeleitet wäre. Denn in der That ist es nach dem vorigen Paragraphen nur die Influenzelektricität zweiter Art auf der Kugel, die dort so verteilt ist, dass die Potentialfunktion auf der Kugel null wird, welche nach außen wirken würde, wenn diese Verteilung durch das elektrische Bild hervorgebracht wäre,

Fig. 59.



weil, wie wir im §. 42 sahen, die Influenzelektricität der ersten Art an Menge derjenigen des Bildes gleich und die Potentialfunktion beider außerhalb der Kugel gleich null wäre.

Um die Verteilung der Elektricität auf der Kugel zu berechnen, benutzen wir jetzt den Satz, daß die

Dichtigkeit in jedem Punkte der Oberfläche gleich ist der dort wirkenden resultierenden Kraft dividiert durch  $4\pi$ . Wir berechnen diese resultie-

de Kraft, indem wir einfach die auf einen Punkt  $P$  der Kugeloberfläche wirkende, von der im Punkte  $A$  konzentrierten Elektricität  $e_1$  und von in dem elektrischen Bilde vorhandenen gedachten Elektricität  $-e_2$  herrührende Kraft berechnen. Denn, es sei nochmals wiederholt, die Wirkung der durch Influenz von  $A$  auf der abgeleiteten Kugel verteilten Elektricität auf jeden äußern Punkt und auch den Punkt  $P$  ist genau wie wenn in der Kugelfläche gar keine Elektricität vorhanden, dafür im Punkte  $B$  die durch Gleichung (6) bestimmte Menge negativer Elektricität konzentriert wäre. Die auf  $P$  wirkende resultierende Kraft, selbe berechnet, wie wenn in  $P$  die Einheit der positiven Elektricität  $h$  befände, ist

$$\begin{aligned} &\text{in der Richtung } AP \text{ wirkend} \dots \frac{e_1}{r_1^2} \\ &\text{" " " } BP \text{ " } \dots - e_1 \frac{q}{b} \cdot \frac{1}{r_2^2}. \end{aligned}$$

Wir zerlegen nach dem Satz vom Kräfteparallelogramm beide Kräfte ihre Komponenten parallel dem Radius  $CP$  und parallel  $AC$ . Die Komponenten der ersten Kraft sind

$$\begin{aligned} &\text{parallel } CP \dots \frac{e_1}{r_1^2} \cdot \frac{CP}{AP} = \frac{e_1 q}{r_1^3} \\ &\text{" } AC \dots \frac{e_1}{r_1^2} \cdot \frac{AC}{AP} = \frac{e_1 b}{r_1^3}, \end{aligned}$$

die der zweiten Kraft

$$\begin{aligned} &\text{parallel } CP \dots - e_1 \frac{q}{b} \cdot \frac{1}{r_2^2} \cdot \frac{CP}{BP} = - e_1 \frac{q^2}{b} \cdot \frac{1}{r_2^3} \\ &\text{" } AC \dots - e_1 \frac{q}{b} \cdot \frac{1}{r_2^2} \cdot \frac{BC}{BP} = - e_1 \frac{q}{b} \cdot \frac{1}{r_2^2} \cdot \frac{b-a}{r_2} = - e_1 \frac{q^3}{b^2} \cdot \frac{1}{r_2^3}, \end{aligned}$$

so der letzte Ausdruck sich sofort ergibt, weil  $b-a = \frac{q^2}{b}$  nach Gleichung (5).

$$\text{Da} \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{e_1}{e_2} = k = \frac{b}{q},$$

so folgt für die beiden letzten Komponenten

$$\text{parallel } CP \dots - e_1 \frac{b^2}{q} \cdot \frac{1}{r_1^3}; \quad \text{parallel } AC \dots - e_1 \frac{b}{r_1^3}.$$

Die beiden Komponenten parallel  $AC$  sind somit bei entgegengesetztem Vorzeichen an GröÙe gleich, sie heben sich auf, und es bleibt nur die Komponente parallel dem Radius übrig, wie es auch sein muß, da die Kugel eine Niveaufläche für die vorhandene Elektricität ist. Die im Punkte  $P$  vorhandene Resultierende  $R$  ist demnach

$$R = e_1 \frac{q}{r_1^3} - e_1 \frac{b^2}{q} \cdot \frac{1}{r_1^3} = - e_1 \frac{b^2 - q^2}{q} \cdot \frac{1}{r_1^3}.$$

Für die Dichtigkeit  $h$  im Punkte  $P$  ergibt sich daraus

$$h = - \frac{1}{4\pi} \cdot e_1 \frac{b^2 - q^2}{q} \cdot \frac{1}{r_1^3},$$

und die gleiche Dichtigkeit ist in allen Punkten eines durch  $P$  zu  $AC$  gelegten Schnittes der Kugel vorhanden. Die elektrische Ladung auf den einzelnen Punkten einer zur Erde abgeleiteten, von elektrischen Punkten influenzierten Kugel ist somit der dritten Potenz des Abstandes der Punkte von dem influenzierenden Punkte umgekehrt proportional.

Die gesamte auf der Kugel vorhandene Elektrizität ist nun nach dem vorigen Paragraphen aus der Bedeutung des elektrischen Bildes gegeben, sie muß gleich der im elektrischen Bilde konzentrierten Gesamtelektrizitätsmenge oder

$$Q = -c_1 \frac{q}{b}$$

sein.

Die ganze Entwicklung läßt erkennen, daß ebenso wie  $B$  die Elektrizitätsmenge  $-c_2$  das elektrische Bild von  $A$  mit der Elektrizitätsmenge  $c_1$  ist, letzteres auch das Bild des ersteren ist, oder daß wie in der Optik ein leuchtender Gegenstand und sein Bild konjugiert sind, dasselbe auch von einem elektrischen Punkte und seinem Bilde gilt. Die obige Entwicklung liefert uns demnach auch sofort die Ladungsverteilung auf einer zur Erde abgeleiteten Kugel, wenn die Kugel von einem innern Punkte influenziert wird.

Man erkennt weiter, daß man ganz ebenso die Verteilung auf einer abgeleiteten Kugel erhält, wenn ein System elektrischer Punkte von einem Punkte selbst influenzierend einwirkt. Jedem Punkte entspricht ein Bildpunkt. Jedem System von Punkten also ein System von Bildern.

Ist die Kugel nicht isoliert, sondern vielleicht noch mit einer Ladung versehen, so entsteht unter Wirkung der einwirkenden Punkte die Potentialfunktion  $V$  auf derselben; wir können somit die Methode der Bilder unmittelbar anwenden, indem wir die Ladungen in der angegebenen Weise die Verteilung für das Potentialniveau null bei der Kugel und dann an jeder Stelle die Dichtigkeit addieren, welche bei gleicher Verteilung auf der Kugel die Potentialfunktion auf den Wert  $V$  liefert.

Ebenso erhält man unmittelbar die Verteilung in einer Ebene. Man erhält als Niveaufläche für den Potentialwert null, wenn  $c_1 r_1 = c_2 r_2$  ist, so daß das elektrische Bild in einer dem Abstande von der Kugel ebenen elektrischen Punktes gleichen Entfernung hinter der Kugel liegt und die gleiche Menge Elektrizität mit entgegengesetztem Vorzeichen erhält, wie der gegebene elektrische Punkt.

Es genügt an diesen Beispielen, um die Methode von Thomson zu machen, wegen weiterer Verwendung derselben verweisen wir auf die Arbeiten Thomsons<sup>1)</sup> und Maxwells<sup>2)</sup>.

#### §. 44.

**Eigenschaften der Spitzen.** Im §. 40 haben wir den Nachweis geliefert, daß an einer mit einem Leiter verbundenen Spitze die Dichtigkeit

1) Thomson, Reprint of papers on electricity etc.

2) Maxwell, A Treatise on electricity etc. Bd. I. Deutsche Übersetzung von Weinstein, Berlin 1883.

ricität immer unendlich groß sein muß, wie gering dieselbe an den übrigen Punkten des Leiters sein mag. Mathematische das heißt solche, welche wirklich in einem mathematischen Punkte sein sich in der Praxis nicht herstellen, alle, auch die feinsten sind mathematisch betrachtet abgestumpfte Kegel. Indem wir die als solchen Kegels nicht als eine Kugel von unendlich kleinem, nur von sehr kleinem Durchmesser betrachten, ergibt sich aus dem Satze, daß auch an solchen die Dichtigkeit der Elektricität viel größer sein muß als an den Punkten des Leiters, mit einer Verbindung sind, ein Satz, den die Versuche von Riess, welche die Dichtigkeit auf Kegeln verschiedener Öffnung bestimmten, bestätigt.

Dieser Verteilung der Elektricität auf den Spitzen und einer Ladung, welche sehr stark mit Elektricität geladene Körper zeigen, sind einige Eigenschaften der Spitzen von der größten Wichtigkeit. Wenn ein Leiter mit Elektricität geladen ist, so tritt immer ein Ladungsverlust durch Zerstreuung in die Luft ein; wird seine Ladung eine gewisse Grenze verstärkt, so tritt auch ein Verlust ein über die an den Spitzen. Wird seine Ladung noch weiter verstärkt, so daß die Dichtigkeit an einer Stelle eine gewisse noch höhere Grenze übersteigt, tritt noch eine andere Art des Verlustes ein, die Elektricität strömt von dieser Stelle in die umgebende Luft direkt aus. Daß ein solches Ausströmen eintreten muß, folgt schon aus der Bemerkung am Schlusse des vorigen Abschnitts, nach welcher auf die an einer Stelle eines Leiters vorhandene Elektricität eine vom Leiter fortgerichtete, dem Quadrate ihrer Dichtigkeit proportionale Kraft wirkt, die wir dort als Spannung bezeichneten. Dieser Druck hält der von aussen durch die isolierende Umgebung, für gewöhnlich also die Luft, wirkende Druck das Gleichgewicht, so daß nur so lange die Elektricität auf dem Leiter bleibt. Übersteigt nun aber die Ladung eine gewisse Grenze, so reicht dieser Druck nicht mehr aus, die Elektricität strömt so lange aus, bis die Spannung unter jene kritische abgesunken ist. Dieses Ausströmen der Elektricität ist mit Erscheinungen verknüpft, auf welche wir später eingehen werden, nur erwähnen wir hier werden, daß die ausströmende Elektricität im Dunkeln leuchtet und daß von der Ausströmungsstelle ein Luftstrom ausgeht, in manchen Fällen stark genug, um eine Lichtflamme auszublazen.

Wenn ein Leiter mit einer Spitze versehen, so ist immer die Dichtigkeit der Elektricität an der Spitze am größten; wäre die Spitze ganz abgerundet, so würde die Dichtigkeit der Elektricität an derselben immer noch größer sein, wie schwach auch die Ladung des Leiters wäre. Deshalb auch bei der geringsten Ladung schon ein Ausströmen der Elektricität stattfinden, so daß ein mit einer Spitze versehener Leiter nicht geladen werden könnte. Das ist nun bei unseren Spitzen nicht der Fall; da an ihnen aber immer die Dichtigkeit der Elektricität eine große ist, so folgt, daß man Leitern, welche mit Spitzen versehen sind, immer nur eine schwache Ladung geben kann, so schwach,



daß die Dichtigkeit an der Spitze unterhalb jener Grenze bleibt, bei welcher das Ausströmen beginnt.

Die Dichtigkeit an der Spitze eines Kegels hängt natürlich von derjenigen der Elektrizität auf dem Mantel des Kegels ab, deshalb wird auch die Wirkung der Spitze abhängig sein von der Stelle des Leiters, an welcher sie befestigt ist. Bei einem Cylinder z. B. wird die entladende Wirkung der Spitze immer am bedeutendsten sein, wenn sie an dem Ende des Cylinders befestigt ist, da ohnehin schon am Ende des Cylinders die Dichtigkeit der Elektrizität am bedeutendsten ist.

Bei Leitern, auf welche ein elektrisierter Körper influenzierend einwirkt, hängt die Wirkung der Spitze noch in anderer Weise von dem Punkte ab, wo die Spitze befestigt ist. Influenzieren wir einen Cylinder *ab* (Fig. 60) durch eine Kugel *c* und bringen an dem von der Kugel entfernten Ende *a* eine Spitze an, so wird dieselbe nur Influenzelektrizität der zweiten Art erhalten. Dieselbe wird daher ausströmen, da sie nur auf einen kleinen Teil des Cylinders beschränkt ist, und der Cylinder mit Influenzelektrizität der ersten Art geladen zurückbleiben. Wird *c* entfernt, so wird die Influenzelektrizität erster Art sich über den ganzen Cylinder

verbreiten und wenn die Spitze nicht sehr vollkommen ist, auf demselben verbleiben.

Eine an dem entfernten Ende eines influenzierten Leiters angebrachte Spitze ladet denselben also mit Influenzelektrizität der ersten Art.

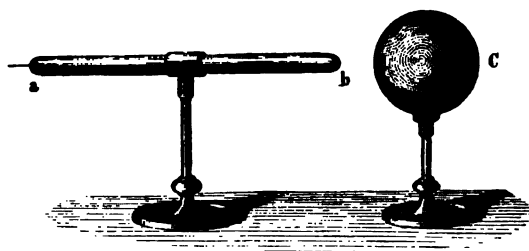
Wenn dagegen an dem der Kugel nächsten

Ende bei *b* eine Spitze befestigt wird, so strömt aus dieser die Influenzelektrizität erster Art aus, und der Cylinder bleibt mit Influenzelektrizität zweiter Art geladen zurück, welche sich nach Entfernung der Kugel *c* ebenso über den ganzen Cylinder verbreitet.

Bei dem letzteren Versuche zeigt sich noch eine andere merkwürdige Erscheinung. Vergleicht man nämlich die Elektrizitätsmenge der Kugel *c*, bevor und nachdem sie influenzierend gewirkt hat, so zeigt sich nach der Influenz die Elektrizitätsmenge bedeutend verkleinert und zwar ungefähr um die auf dem Cylinder *ab* übrigbleibende Menge der Influenzelektrizität der zweiten Art. Es hat also den Anschein, als wenn die Spitze von der Kugel eine gewisse Menge Elektrizität eingesaugt hätte.

Diese Saugwirkung der Spitzen zeigt sich in noch viel auffallenderer Weise, wenn man einem elektrisierten Körper eine Spitze nähert, welche mit dem Erdboden in leitender Verbindung steht. Sofort sinkt die elektrische Dichtigkeit bis auf eine geringe hinab, und man kann dieselbe durch Zufuhr von Elektrizität durchaus nicht steigern. Man stelle an einen isolierten elektrischen Cylinder ein Goldblatt-Elektroskop und nähere dann dem Cylinder eine in der Hand gehaltene Spitze; sofort wird die Divergenz

Fig. 60.



: Goldblättchen verkleinert, sie bleibt dieselbe, auch wenn man den Leiter mit einer kräftigen Elektrizitätsquelle in Verbindung bringt.

Diese Saugwirkung der Spitzen erklärt sich unmittelbar aus den schon beschriebenen Eigenschaften derselben; steht einer an einem Leiter befestigten oder mit dem Erdboden leitend verbundenen Spitze ein elektrisierter Körper gegenüber, so wird durch Influenz die Spitze so stark elektrisch, dass die Elektrizität von ihr ausströmt. Durch die elektrische Spitze tritt dann auch auf dem elektrisierten Körper eine andere Verdrängung der Elektrizität ein, so dass die Dichtigkeit der Elektrizität an der Spitze gegenüberliegenden Stelle so groß wird, dass auch dort ein Ausströmen stattfindet. Hierzu kommt noch ein anderer Grund; wie schon erwähnt, ist mit dem Ausströmen der Elektrizität immer ein Luftstrom verbunden, welcher von der Ausströmungsstelle fortbläst. Dieser Luftstrom ist besonders kräftig bei einer Spitze; derselbe hat seinen Grund offenbar darin, dass die an der Spitze angrenzende Luft durch die ausströmende Elektrizität kräftig elektrisiert und dann abgestoßen wird, er steht demnach aus Luft, welche mit der Spitze gleichnamig elektrisiert ist. Diese Luft strömt gegen den elektrisierten Körper um so mehr, da sie von der entgegengesetzten auf ihm vorhandenen Elektrizität angezogen wird; sie giebt bei der Berührung ihre Elektrizität an den Körper ab und neutralisiert dadurch eine derselben gleiche Elektrizitätsmenge auf dem Körper.

Daraus ergibt sich, dass die scheinbare Saugwirkung einer Spitze lange dauern wird, als die Elektrizität auf dem gegenüber stehenden Körper hinreichende Dichtigkeit besitzt, um die Spitze zum Ausströmen zu bringen; eine dem Körper sehr genäherte, mit dem Erdboden in leitender Verbindung stehende Spitze wird deshalb die elektrische Dichtigkeit auf demselben ebenso stark vermindern, als eine an dem Körper selbst befestigte Spitze.

Hieraus ergibt sich auch sofort, welche Wirkung eine an einem elektrisierten Körper befestigte Spitze auf einen genäherten nichtelektrischen Leiter haben wird; sie muß den Leiter mit Influenzelektrizität in zweier Art laden. Denn so lange die Dichtigkeit auf dem elektrisierten Körper so groß ist, dass ein Ausströmen stattfindet, wird Influenzelektrizität erster Art theils von dem influenzierten Leiter ausströmen, theils auf demselben durch die Luftströmung neutralisiert werden.

Dass in der That alle diese Wirkungen der Spitzen nur Folge der großen Dichtigkeit der Elektrizität an ihnen sind, ergibt sich noch außerdem aus dem von Riess<sup>1)</sup> geführten Nachweise, dass dieselben sofort unwirksam werden, wenn man sie mit einem hohlen Leiter umgiebt, also auf diese Weise in das Innere eines Leiters versetzt. Schon eine teilweise Umhüllung macht sie, wie Riess gezeigt hat, unwirksam. Er setzte auf eine Metallscheibe eine feine 8 mm lange Nadel und umgab sie mit einer 29 mm hohen, 18 mm weiten Kupferröhre; sie blieb auch bei der stärksten Elektrisierung unwirksam.

Ganz ähnliche Wirkungen wie die Spitzen haben auch glimmende oder

1) *Riess, Reibungselektricität. Bd. I, §. 254.*

flammende Körper; auch deren Wirkung ist, wie Riess<sup>1)</sup> ausführlich gezeigt hat, hauptsächlich auf diejenige der Spitzen zurückzuführen. Bei den glimmenden Körpern sind es die Spitzen, welche sich an denselben bei der Verbrennung bilden, bei den Flammen sind es die Spitzen der Flamme selbst, also des brennenden Gasstromes, welcher aufsteigt. Deshalb wirken nur leitende glimmende Körper oder Flammen aus leitenden Gasen wie Spitzen. Schwefel und schwefelige Säure sind nichtleitend, deshalb ist brennender Schwefel auch ganz unwirksam.

Glimmende und flammende Körper wirken viel stärker als künstliche Spitzen, da jedenfalls die an ihnen sich bildenden Spitzen viel vollkommener sind. Um einen nichtleitenden Körper vollkommen unelektrisch zu machen, giebt es deshalb kein besseres Mittel, als ihn einigemal mit der Flamme eines Bunsenschen Brenners zu bestreichen.

### §. 45.

**Messung der elektrischen Potentialfunktion; Torsionselektrometer von Kohlrausch.** Die Sätze der letzten Paragraphen, besonders die der §§. 40 und 42 setzen uns in den Stand, die Methoden kennen zu lernen, nach welchen wir die Ladungen von Leitern, das heisst die Werte der Potentialfunktionen, bis zu denen sie geladen sind, zu messen resp. zu vergleichen imstande sind. Auf verbundenen Leitern muß der Wert der Potentialfunktion überall der gleiche sein. Setzen wir deshalb etwa die Standkugel einer Torsionswaage, an welcher zunächst die Kugel des Wagebalkens anliegen möge, mit einem elektrisierten Körper in leitende Verbindung, so werden beide denselben Wert der Potentialfunktion annehmen wie der gegebene Körper. Ist der Abstand des gegebenen Körpers so groß, daß von ihm aus keine Influenz auf die Kugeln der Waage stattfinden kann, so hängt der Wert der Potentialfunktion auf den Kugeln nur ab von der ihnen mitgeteilten Elektrizitätsmenge. Ebenso indes hängt die Potentialfunktion der Kugeln nur ab von der ihnen mitgeteilten Elektrizitätsmenge, wenn wir die Hülle der Torsionswaage leitend machen und zur Erde ableiten. Denn wie wir wissen sind die Kugeln, und das gilt von jedem Leitersystem durch eine zur Erde abgeleitete Umhüllung, vor jedem äußern Einflusse bewahrt. Ist  $V$  die zu messende Potentialfunktion,  $C$  die Kapazität der beiden sich berührenden Kugeln, so ist die auf denselben vorhandene Elektrizität

$$Q = C \cdot V.$$

Im §. 33 haben wir gesehen, wie wir die den Kugeln der Torsionswaage mitgeteilte Elektrizität messen; in dem Ausdrucke

$$V = \frac{1}{C} \cdot Q$$

erhalten wir demnach die gesuchte Potentialfunktion auf dem leitend mit der Standkugel verbundenen elektrisierten Körper. Die Potentialfunktionen sind demnach der in der Torsionswaage gemessenen Elektrizitätsmenge proportional. Will man die Potentialfunktionen zweier geladenen Leiter mit

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LXI, LXXI, LXXIII, LXXIV. Reibungselektricität Bd. I, §. 255 ff.

einander vergleichen, so hat man hiernach nur die in die Wage übergetretene Elektrizitätsmenge zu vergleichen, die Potentialfunktionen verhalten sich direkt wie diese.

Will man die Potentialfunktion ihrem absoluten Werte nach bestimmen, so muß  $Q$  nach absolutem Maße gemessen werden. Am besten thut man dann, die Standkugel nicht in Berührung mit der Kugel des Wagebalkens zu elektrisieren, sondern wenn sie für sich steht und die Kugel des Wagebalkens weit entfernt ist. Denn in dem Falle ist die Potentialfunktion der Kugel, wenn wir nach der Ladung die leitende Verbindung mit dem elektrisierten Leiter unterbrochen haben, einfach gleich  $\frac{Q}{R}$ , wenn  $R$  der Radius der Standkugel ist. Wie dann  $Q$  zu messen ist, haben wir §. 33 gesehen; ist die Standkugel derjenigen des Wagebalkens ganz gleich, so geht, wenn man die Kugel des Wagebalkens mit der isolierten Kugel in Berührung bringt, auf die bewegliche Kugel  $\frac{Q}{2}$  hinüber, und diese wird nach den Methoden des §. 33 gemessen.

Mit der Torsionswage kann man somit die Potentialfunktionen geladener Leiter sowohl vergleichen, als ihrem absoluten Wert nach messen, somit auch, wenn man die Kapacitäten der Leiter kennt, die auf ihnen vorhandene Elektrizität in absolutem Maße bestimmen. In vielen Fällen ist sie jedoch in ihrer ursprünglichen Form nicht anwendbar, nämlich dann, wenn es sich darum handelt, sehr kleine Werte der Potentialfunktionen zu vergleichen, somit also, wenn man sehr geringe Mengen von Elektrizität vergleichen oder messen muß. Der Grund dafür ist der, daß die beiden mit Elektrizität geladenen und sich abstoßenden Kugeln immer nur von geringer Größe sind, und so gewissermaßen nur ein Punkt des Wagebalkens von der Standkugel abgestoßen wird. Da man den Wagebalken nicht zu lang und den Draht nicht zu fein wählen darf, weil dann derselbe zu leicht durch Luftströmungen bewegt wird, so hat die Empfindlichkeit der Torsionswage eine bestimmte Grenze. Bei geringen Elektrizitätsmengen werden daher die zu messenden Größen so klein, daß eine große Genauigkeit nicht zu erreichen ist. Durch eine kleine zuerst von Dellmann<sup>1)</sup> an der Torsionswage angegebene Änderung kann man derselben eine weit größere Empfindlichkeit geben und sie doch, wie Kohlrausch gezeigt hat<sup>2)</sup>, zu Messungen benutzen.

Die Änderung von Dellmann besteht darin, daß er anstatt des an einem Metalldrahte aufgehängten Wagebalkens von Schellack an einem Glasfaden einen Wagebalken von dünnem Metalldraht aufhängt und anstatt der Standkugel in dem Gefäße der Torsionswage einen horizontalen metallischen Bügel anwendet. Letzterer ist so aufgestellt, daß die durch ihn gelegte Vertikalebene den Glasfaden in sich aufnimmt; der Wagebalken ist so geformt, daß seine eine Hälfte an der einen, die andere Hälfte an der anderen Seite des metallischen Bügels, welcher die Stand-

1) Dellmann, Poggend. Ann. Bd. LV und LXXXIV. Ferner Programm des Gymnasiums zu Kreuznach 1842.

2) Kohlrausch, Poggend. Ann. Bd. LXXII u. LXXIV. Das Kohlrauschsche Elektrometer ist in vortrefflicher Ausführung von Herrn Mechaniker Schubart in Gent, früher in Marburg, zu beziehen.

kugel vertritt, sich befindet. Werden der feststehende Bügel an Wagebalken gleichnamig elektrisiert, so stoßen sich Bügel und balken der ganzen Länge nach ab.

Die Form, welche Kohlrausch dem Apparate gab, ist folgende: die Standkugel vertretende Bügel *aa* (Fig. 61) von Silber ist mit Schellackfüßchen *bb* auf das Glasrohr *c* gekittet, welches durch die

Fig. 61.



der Bodenplatte des Gefäßes von kreisförmigem Querschnitt hindurchgesteckt ist. Die Röhre *c* kann mit sanfter Bewegung mittels der Hebelvorrichtung *dd* in einer zweiten Röhre, welche in der Bodenplatte aufsteigend eingekittet ist, gehoben und gesenkt werden. Eine Drehung kann der Röhre *c* nicht erteilt werden. In dem Glasrohr *c* kann ein zweites Rohr *h* ebenfalls gehoben und gesenkt werden; es greift dazu eine der Vorrichtungen *dd* ähnlich in zwei an *h* befindliche Drähte. In der Achse des Rohres *h* befindet sich ein Draht, welcher oben in eine Nuss ausläuft; derselbe dient als Leitungsdraht für die Elektrizität, indem bei Hebung des Rohres *h* der Draht mit dem Bügel *a* berührt.

Etwas unterhalb befindet sich die Scheibe auf der eine Kreisteileingebracht ist, deren Mitte in der Achse des Instruments also in der Verlängerung des Aufhängefadens *i* liegt.

Das Gefäß, in welchem diese ganze Vorrichtung

befindet, ist von Messing und mit einer Spiegelglasplatte *ll* bedeckt, welche die Röhre mit dem Torsionskreise trägt, von dessen Mitte der Glasfaden *i* herabhängt. Der Wagebalken besteht aus einem Silberdraht; er senkt sich mit seiner Mitte in den Ausschnitt des Scheitels *aa*, dessen Hälften, wie es die Figur zeigt, so gebogen sind, daß der Wagebalken der Länge nach an dem Streifen liegt, wenn der Torsionskreis auf 0 steht, der Glasfaden also ohne Torsion ist. Wird die Röhre *c* gehoben, so ruht der Wagebalken mit seiner Mitte an



Streifen, wird sie gesenkt, so ist der Boden des Ausschnittes vom Wagebalken etwa 0,5 mm entfernt.

Um mit dem Apparate Messungen auszuführen, stellt man zunächst durch Drehung des Torsionskreises den Wagebalken senkrecht zum Streifen *aa*, hebt das Streifen und den Zuleitungsdraht und bringt den letzteren mit der betreffenden Elektrizitätsquelle in Berührung. Da der Wagebalken und das Streifen *aa* jetzt mit einander und dem Zuleitungsdrahte in Berührung sind, so entsteht auf allen diesen Körpern derselbe Wert der Potentialfunktion. Man hebt die Berührung des Streifchens mit dem Zuleitungsdrahte durch Senken des letzteren, und darauf diejenige des Wagebalkens mit dem Streifen auf, indem man das Streifen senkt. Man stellt dann den Torsionskreis auf 0 und beobachtet den Winkel, welchen der Wagebalken mit dem Streifen *aa* bildet, indem man von oben in den Apparat sieht und so den Wagebalken wie das Streifen *aa* auf die Kreisteilung der Platte *kk* projiziert sieht. Der bei der Drehung des Fadens um den beobachteten Ausschlagswinkel stattfindenden Torsion hält dann die elektrische Abstossung des Wagebalkens und Streifchens das Gleichgewicht, vorausgesetzt, daß die Stellung des Wagebalkens nicht durch Luftströmungen beeinflusst wird. Ob letzteres der Fall ist, davon überzeugt man sich durch den nachträglichen Versuch, indem man den Apparat entladet und nun den Torsionskreis um den vorhin beobachteten Ausschlagswinkel dreht. Sind keine Luftströmungen vorhanden, so nimmt der Wagebalken seine vorige Stellung wieder ein. Thut er das nicht, so bedarf es an dem beobachteten Ausschlagswinkel einer Korrektion, um ihn von dem Einfluß der Luftströmung zu befreien.

Die Bestimmung der Elektrizitätsmenge aus der beobachteten Torsion ist bei diesem Apparate, wenn die Beobachtung in der angegebenen Weise durchgeführt wird, d. h. wenn man einfach beobachtet, welchen Ausschlagswinkel der Balken infolge der elektrischen Abstossung annimmt, wenn der Zeiger des Torsionskreises auf 0 erhalten wird, nicht so einfach wie bei der gewöhnlichen Torsionswaage, da hier die Elektrizitäten nicht auf zwei sich abstossenden Kugeln angesammelt sind. Bei den Kugeln kann man immer ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Elektrizitäten im Mittelpunkte konzentriert seien, so leicht die Entfernung bestimmen, aus welcher die Kugeln auf einander einwirken, und aus dieser dann die Kraft berechnen, mit welcher die Kugeln in der Entfernungseinheit einander abstossen. Letzterer ist aber das Produkt der auf den Kugeln vorhandenen Elektrizitäten proportional. Bei dem Apparate von Kohlrausch dagegen wissen wir nicht, wie sich die Elektrizitäten auf dem Wagebalken und dem Streifen verteilen, in welchem Punkte man sich also die Elektrizitäten konzentriert denken darf; ja die Punkte, in welchen wir uns die gesamten Elektrizitäten angesammelt denken können, liegen verschieden, wenn der Wagebalken und das Streifen verschiedene Winkel mit einander bilden. Deshalb läßt sich von dem beobachteten Ausschlagswinkel nicht direkt auf die Elektrizitätsmengen schließen, welche dem Apparate mitgeteilt sind.

Würde man dagegen bei konstantem Ausschlagswinkel beobachten, also durch Torsion des Glasfadens immer dafür sorgen, daß der Wagebalken etwa einen Winkel von  $10^\circ$  mit dem Streifen bildet, so würde

die Verteilung der Elektrizität auf dem Wagebalken und dem Streifchen immer dieselbe sein, man würde sich also die vorhandenen Elektrizitäten immer in denselben Punkten konzentriert denken dürfen. Ist dann anfänglich dem Streifchen und Wagebalken, als sie zu einander senkrecht standen und sich berührten, die Elektrizitätsmenge  $e$  mitgeteilt, welche gleich ist dem Produkte aus der Kapazität des Bügels und des senkrecht zu demselben gestellten Wagebalkens und dem Werte der Potentialfunktion des mit dem Bügel verbundenen Leiters, so wird ein gewisser Bruchteil  $a \cdot e$  auf den Wagebalken übergegangen und die Menge  $(1 - a)e$  auf dem Streifchen geblieben sein. Hat man später durch eine Torsion  $\vartheta$  bewirkt, daß Wagebalken und Streifchen einen Winkel von  $10^\circ$  mit einander bilden, so wird die durch die Torsion  $\vartheta$  gemessene elektrische Abstossung, welches auch die Elektrizitätsmenge  $e$  sein mag, dem Produkte der auf dem Streifchen und der auf dem Wagebalken vorhandenen Elektrizitätsmenge proportional sein, da dann die Elektrizitäten immer aus der gleichen Entfernung auf einander einwirken. Daraus ergibt sich, daß in dem Falle die Elektrizitätsmenge  $e$ , welche wir messen wollen, der Quadratwurzel aus der Torsion  $\vartheta$  proportional sein würde.

Da indessen diese Beobachtungsmethode sehr viel umständlicher ist als die zuerst angegebene, so würde der Apparat an leichter Brauchbarkeit bedeutend einbüßen, wenn sie zur Messung notwendig wäre. Das ist, wie Kohlrausch gezeigt hat, nicht notwendig. Es läßt sich nämlich durch eine Reihe von Beobachtungen für jedes Instrument leicht finden, wie groß die Torsion  $\vartheta$  sein muß, damit der Ausschlagswinkel gleich  $10^\circ$  wird, wenn infolge der elektrischen Abstossung allein der Ausschlagswinkel ein anderer wird. Man hat zu dem Ende nur ein für allemal die Torsionen zu bestimmen, welche erforderlich sind, um dem Wagebalken die Ablenkung von  $10^\circ$  zu erteilen, wenn dem Apparat irgend eine Elektrizitätsmenge mitgeteilt ist. Kennt man diese, so kann man für jeden nach dem einfachen Verfahren beobachteten Ausschlagswinkel die Torsion  $\vartheta$  berechnen, welche den Wagebalken auf  $10^\circ$  zurückführen würde. Nennt man jene Elektrizitätsmenge eins, welche einen Ausschlagswinkel von  $10^\circ$  hervorbringen würde, so würde die Elektrizitätsmenge  $e$ , welche die Torsion  $\vartheta$  bedarf, um den Wagebalken auf  $10^\circ$  zurückzubringen, sein

$$e = \sqrt{\frac{\vartheta}{10}}.$$

Kohlrausch hat für seinen Apparat Tabellen angegeben, welche diese Berechnungen zu machen gestatten, und dieselben in einer weiteren Tabelle für seinen Apparat ausgeführt, so daß man dort für jeden Ausschlagswinkel die betreffende Elektrizitätsmenge angegeben findet. Mit Hilfe dieser kann man leicht für jeden anderen Apparat ähnliche Tabellen aufstellen.

#### §. 46.

**Das Sinuselektrometer von Kohlrausch.** Kohlrausch hat noch ein anderes Elektrometer konstruiert, in welchem er die elektrischen Abstossungen durch die Direktionskraft eines kleinen **Magnetes** mißt, und welches bei manchen Messungen, besonders wenn man sehr rasch nach einander den elektrischen Zustand eines Körpers oder Änderungen

desselben im Verlaufe der Zeit beobachten will, bequemer in der Anwendung ist als die vorhin beschriebene Torsionswaage<sup>1)</sup>. Die Einrichtung des Apparates ist folgende:

In die Messinghülse *b*, welche von einem Dreifuß getragen wird (Fig. 62), ist mit Schellack eine Messingsäule *a* eingekittet. Auf der Säule *a* steckt mittels eines Konus, also in der Säule leicht drehbar, der Messingstift *d*, welcher die mit dem doppelten Stahlspiegel *ss'* versehene Magnetnadel trägt. Außerdem ist mit diesem Stift der gebogene Messingstreif *ff* fest verbunden, in welchem die Magnetnadel gerade so hängt, wie der Wagebalken in dem Messingstreifen bei Kohlrauschs Torsions-elektrometer. Der Apparat wird so gestellt, daß die Nadel frei im magnetischen Meridiane steht und der Messingarm mit der magnetischen Axe der Nadel einen kleinen Winkel  $\alpha$  bildet.

Wird durch den Zuleitungsdrath *c* der Messingsäule *a* Elektrizität mitgeteilt, so verbreitet sich dieselbe über den Arm *ff* und die Nadel und die letztere wird von dem Arme abgestoßen, so weit, bis die elektrische Abstosungskraft dem der Nadel durch ihre magnetische Direktionskraft erteilten Drehungsmomente das Gleichgewicht halt. Bildet die Nadel mit dem Meridiane den Winkel  $\varphi$ , so ist das die Nadel in den Meridian zurückführende Drehungsmoment gleich

$$MT \cdot \sin \varphi,$$

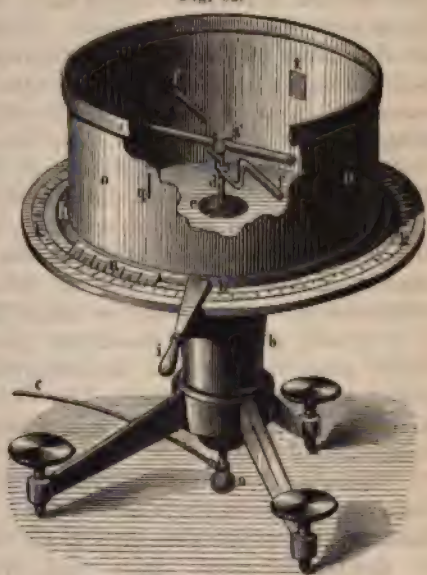
wenn *M* das magnetische Moment der Nadel und *T* die horizontale Intensität des Erdmagnetismus bedeutet.

Teilt man dem Drabte *c* und somit dem Arme *ff* und der Nadel eine andere Elektrizitätsmenge mit, so wird die Nadel bis zu einem andern Winkel  $\varphi'$  abgestoßen werden, und auch jetzt wird die elektrische Abstosungskraft gleich

$$MT \cdot \sin \varphi'$$

sein. Wenn so aber auch die elektrischen Abstosungskräfte dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional sind, so kann man doch nicht, und zwar aus denselben Gründen wie bei der zuletzt beschriebenen Torsionswaage aus den Ablenkungen auf die Elektrizitätsmengen schließen. Um das zu können, ist notwendig, daß bei allen Beobachtungen der Arm *ff* und die Nadel gleiche Winkel mit einander bilden.

Fig. 62.



<sup>1)</sup> Kohlrausch, Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII. Die Fig. 62 abgebildete Form ist diejenige, welche Herr Schubart jetzt dem Apparate giebt.

WOLFF, Physik. IV. 4. Aufl.

Zur Herstellung dieser Bedingung ist der Stift  $d$  mit Schellack in der horizontalen Bodenplatte  $e$  von Messing festgeklebt. Diese hat einen niedrigen emporstehenden Rand  $hh$ , trägt einen Griff  $i$  und einen Nonius  $a$  welcher auf den durch Streben an der Säule befestigten getheilten Kreis  $kl$  zeigt, in welchem die Bodenplatte konisch so eingeschliffen ist, daß sie mit sanfter Reibung gedreht werden kann. Dreht man die Bodenplatte um mit ihr den Arm  $ff$  der Nadel nach, so wird die Nadel weiter ausweichen doch wird der Winkel zwischen Nadel und Arm immer kleiner werden da das durch die magnetische Direktionskraft der Nadel erteilte Drehungsmoment mit dem Sinus des Ablenkungswinkels wächst. Man wird daher immer den Arm so weit drehen können, daß er mit der Nadel den Winkel  $\alpha$  bildet wie in der Ruhelage, oder einen andern Winkel  $\beta$ , vorausgesetzt daß die bei dem Winkel  $\alpha$  oder  $\beta$  stattfindende elektrische Abstosungskraft nicht größer ist als die Direktionskraft  $T \cdot M$ .

Um den Arm  $ff$  so einzustellen, daß die Magnetonadel mit ihm immer den Winkel  $\alpha$  oder  $\beta$  bildet, ist in den Rand der Bodenplatte ein Cylindermantel  $oo$  von Messing gesetzt, welcher oben mit einer Glasplatte geschlossen ist, und welcher an einer Stelle einen kleinen Planspiegel  $t$  und dem gerade gegenüber einen mit einem Planglase geschlossenen Schlitz  $q$  trägt. Über dem Schlitz ist auf weißem Papier ein vertikaler schwarzer Strich als Marke angebracht. Der Cylindermantel ist genau in den Rand  $l$  eingeschliffen, kann jedoch beim Festhalten des Griffes  $i$  in ihm gedreht werden.

Durch den Schlitz blickend sieht man im Spiegel  $t$  die Marke oberhalb  $q$  und den Stahlspiegel  $s'$ ; wenn außerdem die Ebene des Spiegels  $s$  genau senkrecht zur Visierlinie  $qt$  ist, sieht man im Spiegelbilde des Spiegels  $s'$  ebenfalls dieselbe Marke, und zwar gerade das Spiegelbild deckend welches im Spiegel  $t$  erscheint; denn das Licht, welches von der Marke auf  $t$  fällt, wird nach  $s'$  reflektiert, von diesem wieder, da  $s'$  ganz wenig gegen die Vertikale geneigt ist, nach  $t$  und von  $t$  wieder nach dem Schlitz  $q$ . Man kann daher durch Drehung des Cylindermantels immer die Visierlinie  $qt$  genau senkrecht zur Spiegelebene  $s'$  stellen.

Hat man bei der Ruhelage der Nadel den Arm  $ff$  so gestellt, daß er mit der magnetischen Axe der Nadel irgend einen Winkel  $\alpha$  bildet, so dreht man zunächst den Cylindermantel ohne Bodenplatte so, daß die Visierlinie  $qt$  senkrecht ist zur Spiegelebene  $s'$ . Wird der Apparat durch Verbindung mit einem elektrisirten Leiter mit einer gewissen Elektrizitätsmenge  $e$  versehen, so dreht man an dem Griff  $i$  die Bodenplatte, mit ihr den Arm  $ff$  und den Cylindermantel so weit, daß wieder die Visierlinie  $qt$  zur Ebene des Spiegels  $s'$  senkrecht steht. Dann bildet der Arm  $ff$  wieder genau den Winkel  $\alpha$  mit der magnetischen Axe der Nadel und der Winkel  $\varphi$ , um welchen die Bodenplatte gedreht wurde, ist zu gleich jener, welchen die magnetische Axe der Nadel mit dem magnetischen Meridiane bildet. Die elektrische, zwischen Arm und Nadel thätige Abstosung ist auch jetzt wieder gleich  $MT \cdot \sin \varphi$ .

Erhält bei einer zweiten Ladung der Apparat die Elektrizitätsmenge  $e$  und beobachtet man dann in derselben Weise den Winkel  $\varphi'$ , so ist die elektrische zwischen Nadel und Arm thätige Abstosung gleich  $MT \cdot \sin \varphi'$ .



Da nun in beiden Fällen Nadel und Arm gegen einander in derselben Ebene sind, so wird nach den Entwicklungen des vorigen Paragraphen beide die elektrische Abstossung dem Quadrate der dem Apparate mitgetheilten Elektricitätsmenge proportional sein. Daraus folgt, dafs das Quadrat der Elektricitätsmengen dem Sinus des Ablenkungswinkels der Nadel proportional ist, oder dafs

$$e : e' = \sqrt{\sin \varphi} : \sqrt{\sin \varphi'}.$$

Die dem Apparate mitgetheilten Elektricitätsmengen sind also den Quadratwurzeln aus dem Sinus der in der angegebenen Weise gemessenen Ablenkungswinkel der Nadel proportional.

In der angegebenen Weise ist der Gebrauch des Sinuselektrometers ziemlich beschränkter, d. h. die mit einander zu vergleichenden Elektricitätsmengen sind zwischen ziemlich engen Grenzen eingeschlossen, die grösste kann nur ungefähr sechsmal so gross sein als die kleinste, wenn letztere noch mit hinlänglicher Genauigkeit gemessen werden soll. Es erhebt sich das daraus, dafs der Winkel  $\varphi$  niemals absolut genau bestimmt werden kann, und dafs diese Ungenauigkeit auf das schliessliche Resultat um so grösserem Einflufs ist, je kleiner der Winkel  $\varphi$  ist.

Man kann indes den Gebrauch des Apparates bedeutend erweitern, wenn man nicht nur bei demselben Winkel  $\alpha$  zwischen Arm und Nadel, sondern auch bei andern Winkeln  $\beta$  und  $\gamma$  beobachtet. Je grösser nämlich der Winkel  $\beta$  oder  $\gamma$  ist, um so kleiner wird bei gleicher Elektricitätsmenge der Winkel  $\varphi$ . Um daher kleine Werte der Potentialfunktion zu vergleichen, also nur kleine Elektricitätsmengen zu vergleichen, wählt man einen kleinen Winkel  $\alpha$ , um grössere Mengen zu vergleichen, dagegen einen grösseren Winkel  $\beta$ . Man kann aber auch die Beobachtungen bei dem Winkel  $\alpha$  mit denen bei dem Winkel  $\beta$  vergleichen.

Bedingt nämlich bei dem Winkel  $\alpha$  eine Elektricitätsmenge die Ablenkung  $\varphi$ , bei dem Winkel  $\beta$  die Ablenkung  $\psi$ , so ist der Quotient

$$\sqrt{\frac{\sin \varphi}{\sin \psi}}$$

konstant, welches auch die Elektricitätsmenge  $e$  sein mag. Denn bewirkt eine andere Elektricitätsmenge bei dem Winkel  $\alpha$  die Ablenkung  $\varphi'$ , bei dem Winkel  $\beta$  aber  $\psi'$ , so ist nach dem Vorigen

$$e : e' = \sqrt{\sin \varphi} : \sqrt{\sin \varphi'}$$

$$e : e' = \sqrt{\sin \psi} : \sqrt{\sin \psi'},$$

also

$$\sqrt{\frac{\sin \varphi}{\sin \psi}} = \sqrt{\frac{\sin \varphi'}{\sin \psi'}} = v.$$

Dieser Quotient  $v$  läfst sich für eine Reihe von Winkeln durch Versuche finden, indem man die Ablenkungen  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\chi$  beobachtet, welche in und dieselbe Elektricitätsmenge hervorbringt, wenn Arm und Nadel die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  mit einander bilden.

Hat man diesen Quotienten z. B. für zwei Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  bestimmt, und beobachtet bei einem Winkel  $\alpha$  durch eine Elektricitätsmenge  $e$  die Ablenkung  $\varphi$ , durch eine andere Elektricitätsmenge  $E$  bei dem Winkel  $\beta$



die Ablenkung  $\psi$ , so weiß man zunächst, daß die Elektrizitätsmenge  $e$  bei dem Winkel  $\beta$  die Ablenkung  $\psi'$  hervorgebracht hätte, so daß

$$\sqrt{\sin \psi'} = \frac{\sqrt{\sin \varphi}}{v},$$

und daraus ergibt sich dann

$$e : E = \frac{\sqrt{\sin \varphi}}{v} : \sqrt{\sin \psi}$$

$$E = e \cdot v \cdot \sqrt{\frac{\sin \psi}{\sin \varphi}}.$$

Setzt man jene Elektrizitätsmenge als Einheit, welche bei dem Winkel  $\alpha$  zwischen Arm und Nadel  $\varphi = 90^\circ$  macht, so ist immer

$$e = \sqrt{\sin \varphi}$$

und

$$E = v \cdot \sqrt{\sin \psi}.$$

Es wird also die bei dem Winkel  $\beta$  zwischen Arm und Nadel gemessene Elektrizitätsmenge durch die angenommene Einheit ausgedrückt, wenn man die Quadratwurzel aus dem Sinus des beobachteten Ablenkungswinkels mit dem für den Winkel  $\beta$  gefundenen Quotienten  $v$  multipliziert.

Eine fernere Erweiterung im Gebrauche des Sinuselektrometers wird man dadurch erreichen, daß man Nadeln von verschieden starkem magnetischen Momente gebraucht. Die Angaben derselben werden dadurch sehr leicht vergleichbar, daß man sie bei Anwendung derselben Elektrizitätsquelle mit einander vergleicht. Indem man so Nadeln mit sehr großem und solche mit sehr kleinem Momente verwendet, kann man Elektrizitäten von sehr verschiedener Stärke mit einander vergleichen.

#### §. 47.

**Elektrometer von Thomson.** Die beschriebenen Elektrometer von Kohlrausch, wenn sie auch viel geringere Mengen von Elektrizität zu messen gestatten als die Drehwage, erfordern doch immerhin noch ziemlich starke Elektrizitäten, da die beiden Teile der Elektrometer, welche gegen einander beweglich sind, mit derselben zu untersuchenden Elektrizität geladen werden müssen. Für manche Messungen, bei denen es sich um sehr schwache Elektrizitäten handelt, sind sie deshalb nicht ohne weitere, später zu besprechende Hilfsmittel brauchbar. W. Thomson hat es sich deshalb zur Aufgabe gemacht, Elektrometer zu konstruieren, welche auch die schwächsten Elektrizitäten direkt zu messen gestatten, und hat deren eine ganze Reihe angegeben<sup>1)</sup>. Das von Thomson bei der Konstruktion dieser Elektrometer angewandte Princip ist dasjenige des Behrensschen Elektroskopes, ein kon-

1) W. Thomson, Report of British Association for advancement of sciences for 1867. Wieder abgedruckt und mit Zusätzen versehen in: Reprint of papers on electrostatics and magnetism by Sir William Thomson, London 1872. Article XX. Report on electrometers etc. p. 260 ff. Abbildung und Beschreibung des Quadrantenelektrometers S. 262—280. Das portable Elektrometer ist auch beschrieben von Dellmann in Carls Repertorium Bd. 3. Das Quadrantenelektrometer von Thomson ihm gegebenen Form ist vom Mechaniker White in Glasgow

auf elektrisirter Körper wirkt auf einen andern, welcher mit der zu untersuchenden Elektricität versehen wird, und versetzt den letztern in Bewegung oder wird von ihm selbst in Bewegung versetzt. Von den verschiedenen Formen, welche Thomson nach und nach konstruirt hat, dem absoluten Elektrometer, dem tragbaren Elektrometer u. s. f. hat nur eines die größere Verbreitung erlangt, wir begnügen uns deshalb hier mit der Beschreibung nur dieses einzigen, es ist das in seiner jetzigen Form als Quadrantenelektrometer bezeichnete. In demselben wird der bewegliche Teil in einem konstanten elektrischen Zustand gehalten und die zu messende Elektricität festen Leitern mitgeteilt, welche dann auf den beweglichen umhüllend oder abstossend einwirken.

Die Einrichtung des Apparates zeigt Fig. 63 in einer perspektivischen Seitenansicht und Fig. 64 in einem zur Seitenansicht Fig. 63 senkrechten Durchschnitte. Ein von bestisolierendem weissen Flintglas gefertigter Cylinder, oben offen mit abgeschliffenem ebenen Rande und halbkugelförmigem Boden ist in einem Messingdreifusse so aufgestellt, daß der obere Rand genau horizontal ist. Der Cylinder ist, wie die später zu besprechenden Leydner Flaschen innen und außen mit Stanniol beklebt und bis zu einer gewissen in den Figuren angedeuteten Höhe mit konzentrierter Schwefelsäure gefüllt. Die Schwefelsäure hat einmal den Zweck, den innern Raum der Flasche vollständig trocken zu halten, dann aber weiter den beweglichen Teil des Apparates mit der innern Stanniolbelegung in leitende Verbindung zu setzen. Die äußere Belegung ist mit der Erde in leitender Verbindung. Der Glaszylinder bildet so eine Leydner Flasche, welche, wie wir in einem spätern Paragraphen besprechen werden, dadurch dauernd elektrisch geladen werden kann, daß man der innern Belegung aus irgend einer Quelle Elektricität zuführt. Die auf der innern Belegung angesammelte Elektricität bleibt lange Zeit annähernd constant.

Auf den obern Rand des Glaszylinders ist ein Metalldeckel aufgelegt und mit Schrauben auf der Fassung desselben befestigt, der die weitem Teile des Apparates trägt. Zunächst sind mit gut isolierenden Glasstüben an demselben befestigt die vier Quadranten, denen die zu messende Elektricität zugeführt ist. Dieselben *a* und *b* Fig. 63 von der Seite *c* und *d* Fig. 64 im Durchschnitte und *a*, *b*, *c*, *d* Fig. 65 von oben gesehen, stehen aus den Teilen eines flachen Messingcylinders, der unten und oben durch einen Metallboden geschlossen ist, und durch zwei Schnitte, welche nach zwei zu einander senkrechte Durchmesser des Cylinders geführt sind, in 4 Quadranten zerlegt werden. Die Quadranten sind, wie Fig. 65 zeigt, so zusammengestellt, daß zwischen ihnen den Schnitten entsprechend nur ein kleiner Zwischenraum ist. Sie sitzen genau symmetrisch zur Axe des ganzen Instrumentes, so daß die Axe desselben mit der Axe der zu einem Cylinder wieder zusammen geschobenen Quadranten zusammenfällt. In der Mitte ist von jedem Quadranten durch einen mit dem Umfang konzentrischen Kreisschnitt ein Teil fortgenommen, so daß dort eine die Quadranten umschetzende cylindrische Öffnung hergestellt ist.

Von den vier Quadranten sind die je zwei sich gegenüberstehenden, *a* und *d* sowie *b* und *c* durch feine Drähte mit einander in metallische Verbindung gebracht, so daß die so verbundenen Quadranten je eines



Paares immer dieselbe elektrische Ladung besitzen, wenn in beiden Quadranten jedes Paares Elektrizität zugeführt. Diese Zuführung geschieht durch die beiden Elektroden *l* und *m*, Fig. 63, welche aus zwei dünnen Platten bestehen, die isoliert durch den Deckel der Flasche in

Fig. 63.



sind, und welche ebenfalls isoliert durch die obere Fläche des Deckels des Kastens, die Laterne, in *l* und *m* hervorstechen. Das untere Ende ist durch eine federnde Spirale mit den Quadranten leitend verbunden. Man verbindet in der Regel den einen Draht mit der Quelle, deren Potentialfunktion gemessen werden soll.

den andern mit der Erde, so daß also das eine der Quadrantenpaare geladen wird, das andere nicht.

In dem innern Raum der 4 Quadranten schwebt die Nadel *u* Fig. 64, welche von den elektrisierten Quadranten abgelenkt wird; dieselbe besteht,

Fig. 64.

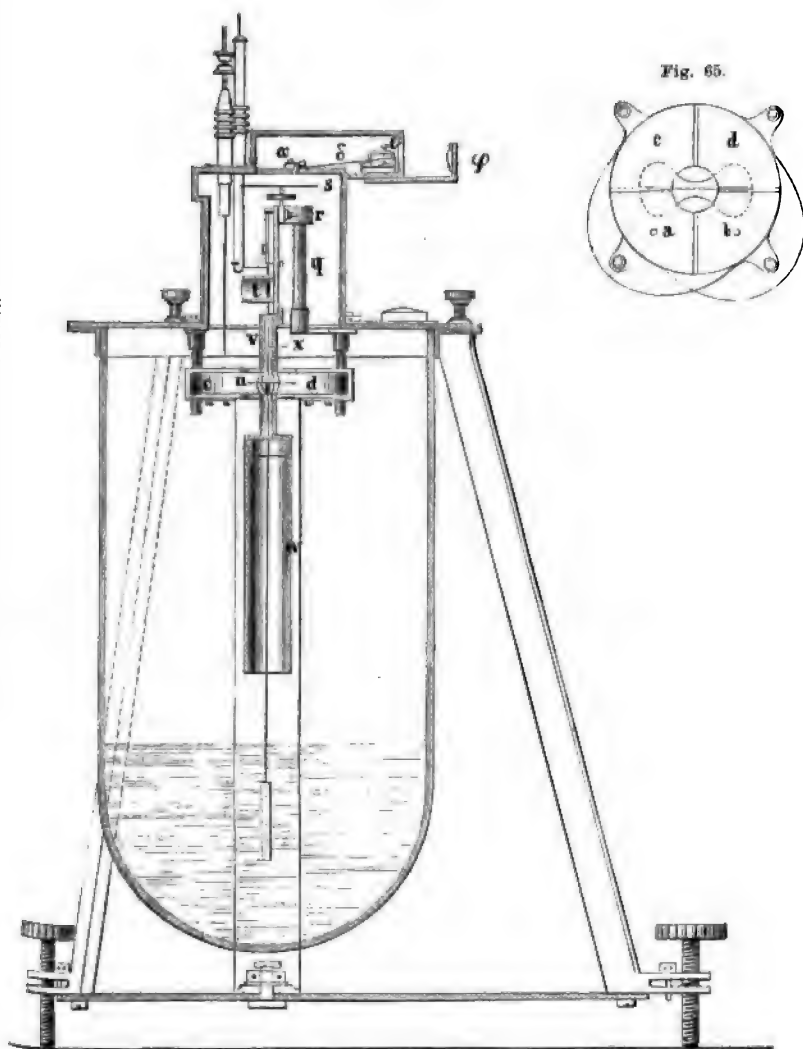


Fig. 65.

wie es Fig. 65 punktiert angedeutet ist, aus einem lemniskatenförmig geschnittenen Stück von dünnstem Aluminiumblech, welches an einem Platindraht *x* Fig. 64 befestigt ist, so daß der Draht genau normal zur Ebene der Nadel steht. Der Draht ist unterhalb der Nadel verlängert und durch einen feinen Platindraht, an dem unten ein kleines Platingewichtchen

hängt, welches, wie die Figuren zeigen, in die Schwefelsäure taucht, mit der Schwefelsäure und dadurch mit der innern Belegung der Flasche in leitende Verbindung gebracht. Nahe dem obern Ende des Platindrahtes ist an denselben ein kleiner äußerst leichter Hohlspiegel *t* Fig. 63 und 64 befestigt, dessen Brennweite etwa  $\frac{1}{2}$  Meter beträgt, und der das Bild eines passend aufgestellten feinen Lichtspaltes auf eine in der richtigen Entfernung von dem Apparate aufgestellte Skala wirft.

Dieses ganze System, Nadel, Platindraht und Spiegel hängt an einem Coconfaden, welcher an der Platte *r* des ebenfalls aus gut isolierendem Glas gefertigten Trägers *q* befestigt ist. Der den Spiegel und die Nadel tragende Platindraht hängt vertikal in der Axe der Schutzröhren *v* und *r*, welche an einer von der Platte herabkommenden Leiste befestigt sind. Der obere Teil der Schutzröhren ist durch einen erweiterten Teil im Innern der Quadranten mit dem untern verbunden; dieser erweiterte Teil hat seitliche Ausschnitte, welche die Nadel durchlassen, und ihr gestatten in einem gewissen nur kleinen Winkel in horizontaler Ebene zu beiden Seiten ihrer Gleichgewichtslage zu schwingen.

Die Gleichgewichtslage der Nadel ist, wie Fig. 65 zeigt, so, daß dieselbe von einem der Schnitte, welcher zur Herstellung der Quadranten durch den sie liefernden Cylinder geführt ist, genau halbiert wird; sie wird bei den frühern Instrumenten in dieser Lage durch die außerhalb der Flasche befestigten starken Magnete festgehalten, welche einen kleinen an dem Spiegel angehefteten Magnet anziehen. Bei den neueren Apparaten hat Thomson anstatt der magnetischen Direktionskraft eine solche durch bifilare Aufhängung angewendet, wodurch, wie wir bei Besprechung des Bifilarmagnetometers sahen, der Nadel ebenso ihre bestimmte Gleichgewichtslage gegeben werden kann.

Nach Beschreibung der wesentlichen Teile des Apparates ergibt sich der Gebrauch desselben unmittelbar; durch die mit der innern Belegung der Flasche in Verbindung stehende, ebenfalls aus der Laterne hervorragende Elektrode *p* wird der innern Belegung der Flasche eine gewisse Ladung erteilt, welche annähernd längere Zeit konstant bleibt. Setzen wir zunächst voraus, sie sei ganz konstant. Da die Nadel durch die Schwefelsäure und den mit ihr verbundenen Platindraht mit der innern Belegung in leitender Verbindung steht, so wird auch die Nadel geladen und erhält einen gewissen Wert der Potentialfunktion, welchen wir mit *C* bezeichnen wollen. Wir wollen annehmen, die Ladung sei positiv. So lange die Quadranten unelektrisch sind, wird bei der genau symmetrischen Stellung der Nadel zu denselben die Gleichgewichtslage der Nadel dadurch gar nicht gestört. Führt man aber dem einen Quadrantenpaar, etwa *a* und *d*, durch die zugehörige Elektrode Elektrizität zu, während die andere unelektrisch gehalten wird, so wird sofort die Nadel aus ihrer Gleichgewichtslage abgelenkt, wenn die Quadranten positiv geladen werden in dem einen, wenn sie negativ geladen werden in dem andern Sinne. Sind z. B. die Quadranten positiv geladen, so stößt jeder derselben die in ihm befindliche Hälfte der Nadel ab mit einer Kraft, welche dem Produkte der in dem Quadranten und der auf der Nadel vorhandenen Elektrizität proportional ist, und durch diese Kraft wird der in *d* Fig. 65 schwebende Teil der Nadel gegen *b*, der in *a* schwebende gegen *c* getrieben. Die



Nadel erhält dadurch ein Drehungsmoment und wird abgelenkt, bis das durch die magnetische Direktionskraft oder die bifilare Aufhängung erteilte Drehungsmoment dem erstern gleich geworden ist, und sie so in der abgelenkten Lage zur Ruhe kommt. Die ablenkenden Kräfte sind also ganz wie bei dem Sinuselektrometer dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional.

Die Ablenkung wird gemessen durch die Drehung des Spiegels, indem man die Verschiebung des Bildes einer feinen Lichtlinie auf einer horizontalen Skala beobachtet, welche senkrecht zu der Axe des kleinen Hohlspiegels steht, wenn derselbe sich in der unabgelenkten Gleichgewichtslage befindet. Man beobachtet also direkt die Tangente des doppelten Ablenkungswinkels, da indes die Ablenkungen stets nur wenige Grade betragen, kann man dieselben dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional setzen; dann sind also die ablenkenden Kräfte den an der Skala gemessenen Ablenkungen proportional.

Würde in der abgelenkten Lage die abstossende Kraft dieselbe sein wie in der unabgelenkten, so würde die so gemessene Ablenkung auch der in dem Quadranten *a* vorhandenen Ladung proportional zu setzen sein, da wir vorher sahen, daß die abstossende Kraft dem Produkte der auf dem Quadranten und auf der Nadel vorhandenen Elektrizität proportional zu setzen ist. Das ist nun in der That, so lange die Ablenkungen nur klein sind, der Fall; denn wenn auch in der abgelenkten Lage ein Teil der elektrisierten Nadel sich von dem gleichnamig elektrisierten Quadranten *a* entfernt hat und infolge dieser Entfernung die Abstossung kleiner geworden ist, so tritt gleichzeitig mit dieser Entfernung auch eine etwas andere Verteilung der Elektrizitäten in dem Quadranten und der Nadel ein, welche jene Verkleinerung wieder aufhebt, so lange eben die Ablenkung nur klein bleibt. Es ist somit die Ladung des Quadranten, so lange jene der Nadel konstant ist, einfach der an der Skala beobachteten Ablenkung proportional zu setzen.

Ganz dasselbe gilt auch, wenn wir den Quadranten *a* mit einer dem Vorzeichen nach derjenigen der Nadel entgegengesetzten Ladung versehen, nur daß in dem Falle die Ablenkung der Nadel die entgegengesetzte ist, wenn bei entgegengesetzter Ladung verwandelt sich die Abstossung zwischen Quadrant und Nadel in Anziehung.

Ladet man die beiden Quadrantenpaare, das Quadrantenpaar *a* bis zu dem Werte *A*, das Quadrantenpaar *b* bis zu einem Werte der Potentialfunktion gleich *B*, so ergibt eine der vorigen ganz gleiche Überlegung, daß die Ablenkung der Nadel der Differenz der Potentialfunktion proportional sein muß. Denn nennen wir die Ladung der Nadel *C*, so ist die Abstossung des Quadrantenpaares *a* proportional dem Produkte *A · C*, jene des Quadrantenpaares *b* proportional *B · C*. Da diese Abstossungen entgegengesetzte Ablenkungen hervorbringen, so ist die Ablenkung proportional

$$(A - B) C.$$

Ist die Ladung *B* von entgegengesetztem Vorzeichen, so geht diese Differenz in eine Summe über

$$(A - (-B)) C = (A + B) C.$$

Die in dem Vorigen angenommene strenge Proportionalität zwischen der Ablenkung der Nadel und den Ladungen der Quadranten besteht selbst bei Voraussetzung kleiner Ablenkungen nur, wenn die Ladungen  $A$  oder  $B$  nur klein sind, oder wenn die Ladung  $B$ , im Falle beide Quadranten geladen sind, dem Vorzeichen nach derjenigen  $A$  entgegengesetzt, der Größe nach aber genau gleich ist. Denn eine genauere Untersuchung der ablenkenden Kräfte liefert für dieselben den Ausdruck<sup>1)</sup>

$$\alpha(A - B)(C - \frac{1}{2}(A + B)),$$

worin  $\alpha$  eine Konstante bedeutet, welche von den Dimensionen in dem Apparate abhängig ist. Man sieht, daß aufser in dem Falle, daß  $B = -A$ , die Ablenkung nur dann der Differenz der Ladungen  $A - B$ , oder wenn  $B$  gleich Null gehalten wird, der Ladung  $A$  proportional gesetzt werden darf, wenn  $A$  gegen  $C$  sehr klein ist.

Das Thomsonsche Elektrometer ist also nur geeignet sehr schwache Ladungen zu messen, und seine Genauigkeit ist um so größer, je geringere Ablenkungen beobachtet werden.

Aber auch in dem Falle ergibt sich aus obiger Gleichung als eine Eigentümlichkeit des Thomsonschen Elektrometers, daß wenn man das Quadrantenpaar  $b$  ableitet, und nur  $a$  ladet, daß dem Vorzeichen nach entgegengesetzte, der Größe nach genau gleiche Ladungen  $A$  nicht genau gleiche Ablenkungen hervorbringen. Ist nämlich die Ladung  $A$  mit derjenigen  $C$  gleichnamig, so wird, wenn  $B = 0$ , die Ablenkung gegeben durch

$$\alpha A(C - \frac{1}{2}A);$$

ist dagegen  $A$  von entgegengesetztem Vorzeichen als  $C$ , so wird die Ablenkung

$$- \alpha A(C + \frac{1}{2}A).$$

Die Ablenkungen verhalten sich somit wie

$$C - \frac{1}{2}A : C + \frac{1}{2}A,$$

es wird also immer bei gleicher Ladung die mit der Nadel ungleichnamige Elektrizität eine etwas größere Ablenkung bewirken als die gleichnamige, ein Umstand, der bei Vergleichen von Elektrizitätsmengen verschiedenen Vorzeichens nicht außer Acht gelassen werden darf.

Die Messung mit dem Thomsonschen Elektrometer setzt, wie sich aus den vorgeführten Ableitungen ergibt, voraus, daß die Ladung der Flasche und damit der Nadel eine durchaus konstante ist. Das Instrument von Thomson bedarf deshalb eines Mittels, um diese Konstanz zu prüfen. Thomson hat zu dem Zwecke an demselben ein Elektrometer angebracht, welches jede Veränderung in der Ladung der Flasche zu erkennen gestattet. Dasselbe ist Fig. 64 sichtbar, wo die einzelnen Teile desselben mit  $s$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ,  $\varphi$  bezeichnet sind.

Auf dem Träger  $q$  ist eine kreisförmige Platte von 38 mm Durchmesser befestigt, welche mit der innern Belegung der Flasche in leitender Ver-

1) Man sehe Maxwell: A treatise on Electricity and Magnetism, Oxford 1873. Vol. I, p. 273; deutsche Übersetzung der zweiten Auflage S. 350 ff.

bindung ist, somit dieselbe Potentialfunktion erhält als die Flasche. Über denselben ist in dem Deckel der Laterne eine kleine quadratische Öffnung ausgeschnitten, so daß der Mittelpunkt der Öffnung sich über dem Mittelpunkte der kreisförmigen Scheibe  $s$  befindet. In dieser Öffnung schwebt ein kleines quadratisches Scheibchen von dünnem Aluminiumblech, dasselbe befindet sich an dem einen Ende des aus ebenfalls dünnem Aluminiumblech bestehenden Hebels  $\delta$ . Es wird getragen durch einen dünnen Platindraht, welcher durch zwei Löcher des Scheibchens und zwischen denselben über eine kleine auf dem Scheibchen angebrachte Erhöhung geht. Der Platindraht ist schwach tordiert und ausgespannt zwischen zwei Federn, welche neben der Öffnung stehen, so daß der gespannte Draht nahe der einen Seite des Quadrates und derselben parallel neben der Öffnung sich befindet. Das Scheibchen mit dem Hebel  $\delta$  wird durch die Torsion des Drahtes um die Axe des Drahtes gedreht, so daß das Scheibchen nach oben und das andere Ende des Hebels  $\delta$  nach unten geht. Die Bewegung wird gehemmt durch einen kleinen nahe dem Ende des Hebels auf dem Deckel der Laterne, bei  $\epsilon$ , angebrachten Stift, auf welchen sich der Hebel auflegt. Das Ende des Hebels  $\delta$  ist gabelförmig ausgearbeitet, und zwischen den Zinken der Gabel befindet sich auf dem Deckel der Laterne vertikal befestigt ein kleiner Streif, welcher auf der nach dem Außern des Instrumentes gerichteten Seite weiß emailliert ist. Zwischen den Gabelzinken ist, so daß es vor der weißen Fläche schwebt, ein feines schwarzes Haar ausgespannt.

Ist die Flasche und damit die Scheibe  $s$  geladen, so wird durch die elektrische Anziehung der Scheibe  $s$  das Aluminiumscheibchen  $\alpha$  herabgezogen, da dasselbe nur Influenzelektricität der ersten Art enthält, weil es ableitend mit der Erde verbunden ist. Die Anziehung hängt ab von dem Werte der Potentialfunktion, bis zu welchem die Flasche und damit die Scheibe  $s$  geladen ist. Das Scheibchen  $\alpha$  bewegt sich infolge der Anziehung soweit nach unten, bis die elektrische Anziehung der durch die Bewegung des Scheibchens verstärkten Torsion des Drahtes das Gleichgewicht hält. Wenn das Scheibchen herabsinkt, wird das andere Ende des Hebels  $\delta$  gehoben, und es wird nun die Ladung der Flasche stets so gewählt, daß das schwarze zwischen den Enden der Gabelzinken des Hebels ausgespannte Haar sich zwischen zwei um ganz wenig mehr als die Dicke des Haars auseinanderstehenden kleinen schwarzen Kreisen befindet, welche über einander auf der weißen Fläche des zwischen den Gabelzinken befindlichen Emailstreifens angebracht sind. Die Beobachtung der Stellung des Haars geschieht durch die plankonvexe Linse  $\phi$ , welche ihre konvexe Seite nach dem Instrumente wendet.

Wie man hierdurch erkennen kann, ob die Potentialfunktion des Apparates und damit die der Lemniskate konstant und genau die gewünschte ist, ergibt sich unmittelbar. Ist die Ladung geringer als die normale, so wird die Anziehung der Scheibe  $s$  auf die Aluminiumplatte kleiner, die letztere steigt infolge der Torsion, das Haar steht zu tief; ist die Ladung zu stark, so wird die Aluminiumplatte zu tief hinabgezogen, das Haar steht zu hoch. Im ersteren Falle muß man die Ladung verstärken, im letzteren schwächen.

Da mit der Zeit immer eine Schwächung der Ladung eintritt, hat

Thomson an dem Elektrometer einen kleinen Apparat angebracht, den er *replenisher* nennt und der durch die Drehung einer *Axe* in dem einen Sinne die Ladung zu verstärken, durch Drehung derselben im entgegengesetzten Sinne dieselbe zu schwächen gestattet. Das Princip des Apparates ist dasselbe, wie das der später zu beschreibenden Influenzmaschine; wegen genauerer Beschreibung desselben verweisen wir auf die Abhandlung von Thomson.

Der Thomsonsche Elektrometer in seiner ihm ursprünglich gegebenen Form ist ein sehr feiner und nicht ganz leicht zu handhabender Apparat; es sind deshalb später mehrfache Modifikationen respektive Vereinfachungen angegeben, welche zum Teil von Thomsons Konstruktion darin abweichen, daß sie das konstante Potentialniveau der Nadel nicht durch eine im Apparat angebrachte zu ladende Flasche herstellen, sondern daß sie die Schwefelsäure des Gefäßes mit einer Elektrizitätsquelle konstanten Potentialniveaus in leitende Verbindung setzen. Derartige Elektrizitätsquellen werden wir im nächsten Abschnitt kennen lernen. Manche geben auch den Quadranten eine konstante Potentialdifferenz und bringen den Leiter, dessen Potentialniveau bestimmt werden soll, durch Vermittelung der Schwefelsäure mit der Nadel in Verbindung. Wir erwähnen von den verschiedenen Formen diejenige von Kirchhoff, von dem Mechaniker Desaga in Heidelberg zu beziehen, von dem Mechaniker Stöhrer in Leipzig, von Edelman in München, von Branly und Angot<sup>1)</sup>, und von Mascart, dessen Konstruktion von dem Mechaniker Carpentier in Paris zu beziehen und in der von demselben publicierten Notice sur l'électromètre de M. Mascart beschrieben ist.

Die große Empfindlichkeit des Thomsonschen Elektrometers, durch welche es uns in den Stand setzt, Potentialdifferenzen zu messen, welche an den Elektrometern von Kohlrausch überhaupt noch keine Bewegung der Nadeln erzeugen, beruht darauf, daß die Nadel oder die Quadranten schon relativ kräftig elektrisiert sind und demnach auf das Bewegliche des Apparates schon einwirken, wenn die zu messende Elektrizität nur minimal ist. Es ist also das von Behrens bei seinem Elektroskop angewandte Princip, welches die Empfindlichkeit bedingt.

In einfachster Weise hat Hankel dieses Princip zur Messung benutzt, indem er direkt das Behrenssche Elektroskop in ein Elektrometer verwandelt hat<sup>2)</sup>. Die beiden Platten desselben, *K* und *Z* Fig. 41 sind mit Schrauben verstellbar, um so bewirken zu können, daß das Goldblättchen genau in der Mitte zwischen denselben hängt, die Bewegung des Goldblättchens wird mittels eines Mikroskops, das ein Okularmikrometer enthält, gemessen. Da überhaupt nur sehr kleine Ausschläge benutzt werden, ist bei konstanter durch eine der später zu besprechenden Elektrizitätsquellen hergestellter Differenz der Potentialniveaus in den Platten, der Wert der Potentialfunktion, welche im Goldblättchen vorhanden ist, dem Ausschlage des Goldblättchens proportional.

1) *Branly*, Annales de l'école normale 2. serie, T. II p. 209; *Angot*, Annales de l'école normale 2. serie, T. III.

2) *Hankel*, Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. V. *Poggend. Ann.* Bd. LXXXIV.



## §. 48.

**Elektrische Polarisation in Nichtleitern.** Bei Beprehung der Influenzerscheinungen (§. 35) haben wir schon erwähnt, daß auch die Nichtleiter dem Einflusse der Influenz unterliegen und haben Versuche von Ampère und Faraday mitgeteilt, welche das Vorhandensein der beiden Influenzelektricitäten in den Nichtleitern nachweisen.

In Bezug auf die Art der Elektrisierung der Nichtleiter nahm man früher an, daß ein qualitativer Unterschied zwischen Leitern und Nichtleitern nicht existiere, daß die Isolatoren eben nur schlechte Leiter seien. Demnach werden die Nichtleiter gerade so elektrisiert wie die Leiter, nur wird durch die mangelnde Leitung das Auseinandertreten der Elektricität verzögert; es bedarf deshalb Zeit, bis die Influenz zur vollen Wirkung kommt. Während in den Leitern die Verteilung der Elektricität momentan erfolgt, daß unter Wirkung der Influenz die Potentialfunktion in dem influenzierten Leiter überall denselben Wert annimmt, ist das in den Nichtleitern nicht der Fall; dort kann die Potentialfunktion an den verschiedenen Stellen einen verschiedenen Wert haben, und es findet in denselben so lange eine Bewegung der Elektricität statt, als die dem Unterschiede der Potentialfunktion an den verschiedenen Stellen entsprechende Kraft ausreicht, um den Widerstand des Nichtleiters zu überwinden. Es braucht deshalb die Potentialfunktion in dem Nichtleiter niemals überall denselben Wert anzunehmen, damit der Gleichgewichtszustand eintrete, sondern ähnlich wie bei einer Flüssigkeit in einer engen Röhre erst bei einem gewissen Drucke die Bewegung beginnt, ebenso kann auch in dem Nichtleiter die Bewegung so lange dauern, als die treibende Kraft eine gewisse von der Beschaffenheit des Leiters abhängige Größe hat.

Dieser früher wohl ganz allgemeinen Ansicht über das elektrische Verhalten der Nichtleiter ist in neuerer Zeit, wesentlich durch die Anschauungen Faradays<sup>1)</sup> veranlaßt, eine andere Auffassung der Nichtleiter gegenüber gestellt, welche in gewisser Weise einen qualitativen Unterschied zwischen Leiter und Nichtleiter annimmt. Nach dieser Auffassung sind die einzelnen Moleküle auch der Isolatoren in sich vollkommene Leiter, sie sind indes durch isolierende Zwischenräume von einander getrennt, welche einen Übergang der Elektricität zwischen diesen Molekülen nicht gestatten. Wird ein Nichtleiter der Wirkung der Influenz unterworfen, so tritt hiernach in denselben ein Zustand der Polarisation ein, indem in allen leitenden Molekülen die Elektricitäten getrennt werden, wie in einem der Wirkung der Influenz unterworfenen Leiter, so daß die Influenzelektricität der ersten Art sich an die dem influenzierenden Körper zugewandte Seite, jene der zweiten Art an die abgewandte Seite des Moleküls begiebt. Der elektrische Zustand eines influenzierten Isolators wäre also ganz ähnlich dem magnetischen Zustande eines unter der Wirkung eines Magnetpols stehenden Stabes von weichem Eisen, in welchem die Moleküle

1) Faraday, Experimental researches on electricity, 11. Reihe, §. 1164. Poggend. Ann. Bd. XLVI; 14. Reihe, §. 1669 und 1670, Poggend. Ann. Ergänzungsband I. Über früher schon ausgesprochene ähnliche Ansichten von Belli und Castiglioni siehe man Belli, Corso di fisica sperimentale Bd. III p. 227 ff. von Musotti, Atti della società Italiana delle Scienze Tom. XXIV.



magnetisch polarisiert sind, mit dem Unterschiede nur, daß in den Isolatoren die elektrische Polarität aller Moleküle die gleiche ist, während in dem Eisen das magnetische Moment der Moleküle verschieden ist, je nach der Lage derselben im Stabe.

Wenn wir auch erst im §. 52 die theoretischen Ansichten Faradays und deren Entwicklung durch William Thomson und Maxwell etwas näher besprechen werden, so sei hier doch schon erwähnt, daß für Faraday diese Auffassung der Nichtleiter sich aus der Ansicht ergab, daß eine elektrische Fernwirkung wenigstens dann nicht existiert, wenn nicht zwischen dem influenzierenden und influenzierten Körper ein absolut leerer Raum vorhanden ist. In dem letztern Falle giebt Faraday eine Wirkung in die Ferne zu<sup>1)</sup>. Befindet sich aber zwischen einem elektrisierten Körper und einem von demselben entfernten Leiter irgend ein isolierendes Zwischenmittel, Luft oder ein anderes, so wird von dem Leiter zunächst die ihn unmittelbar umgebende Moleküllschicht polarisiert, diese polarisiert die zweite Moleküllschicht, diese die dritte u. s. f. bis zu dem entfernten Leiter. Diese an den letztern angrenzende Moleküllschicht polarisiert ebenso die Moleküle des Leiters, von denen aber die Elektricitäten sich entfernen und auf dem Leiter nach den Gesetzen der elektrischen Verteilung sich verbreiten. Faraday nimmt also an, daß die Wirkung der auf dem Leiter vorhandenen Elektrizität nicht über die erste Moleküllschicht hinausgehe, und daß die scheinbare Wirkung in die Ferne dadurch zustande komme, daß die Elektrisierung von Molekül zu Molekül beziehungsweise von Schicht zu Schicht voranschreite. Faraday nennt deshalb die nichtleitenden Körper dielektrische Körper oder Dielektrika.

Es waren hauptsächlich zwei Beobachtungen, in denen Faraday eine Stütze dieser seiner Anschauung sah, nämlich erstens der, wie er glaubte, von ihm geführte Nachweis, daß die Verteilung auch in krummen Linien erfolgen könne und zweitens die Beobachtung, daß die Wirkung der Influenz von einem elektrisierten Körper auf einen entfernten Leiter ihrer Stärke nach sehr verschieden ist, je nach der Natur des Isolators, welcher sich zwischen dem influenzierenden und dem influenzierten Leiter befindet.

Den Beweis dafür, daß die Verteilung auch in krummen Linien erfolgen könne, sah Faraday<sup>2)</sup> in dem schon §. 36 beschriebenen und Fig. 43 dargestellten Versuche, dem er verschiedene Formen gab. Wie wir dort erwähnten, wird die kleine Kugel *f*, wenn sie sich in der Mitte auf der abgeleiteten, über den an seinem obern Ende durch Reiben elektrisierten Schellackcylinder gehaltenen, leitenden Platte befindet, durch Influenz nicht elektrisch, sie wird dagegen durch Influenz elektrisch, wenn sie nahe dem Rande bei *g* oder oberhalb der Scheibe bei *h* gehalten wird. Da die Kugel bei *f* durch Influenz nicht elektrisch wird, so hält es Faraday für erwiesen, daß die verteilende Wirkung des Schellackcylinders nicht durch die mit dem Erdboden in leitende Verbindung gesetzte Metallscheibe hindurchgehen könne. Da aber in *g* oder *h* die Kugel durch Verteilung

1) Faraday, Experimental researches etc. 13. Reihe §. 1613 ff. Poggend. Ann. Bd. XLVIII.

2) Faraday a. a. O. 11. Reihe, §. 1215 ff. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

Misch wird, und da ferner die geraden Linien, welche die Kugeln mit dem elektrischen Schellackcylinder verbinden, sämtlich durch die über den Schellack gehaltene abgeleitete Scheibe gehen, so schließt Faraday, daß die Verteilung auch in krummen Linien, welche die Kugel durch die dielektrische Luft mit dem Schellack verbinden, wirksam sei.

Man erkennt indes leicht, daß dieser Beweis auf einer *petitio principii* ruht, es wird in demselben das schon als richtig vorausgesetzt, was bewiesen werden soll, nämlich, daß die Elektrizität nur durch Polarisation angrenzenden Teile in die Ferne wirkt. Denn nur unter dieser Voraussetzung kann die Elektrizität nicht durch die abgeleitete Platte hindurch fließen, da gerade die Influenzelektrizität zweiter Art, welche in der Platte, wo sie nicht abgeleitet wäre, an der obern Seite vorhanden sein und die Polarisation weiter vermitteln würde, abgeleitet ist, dadurch, daß die Platte mit dem Erdboden in leitende Verbindung gesetzt ist. Nimmt man an Faradays Theorie, daß die Verteilung nur eine Wirkung angrenzender Teilchen ist, an, so beweist der Versuch, daß eine Verteilung in krummen Linien stattfinden kann. Nimmt man, dagegen Faradays Theorie an, daß sie von vornherein an, so beweist dieser Versuch nichts für dieselbe und nichts für die Verteilung in krummen Linien<sup>1)</sup>.

Denn wie wir schon §. 36 ableiteten ergibt sich die Elektrisierung der Kugel im grossen und ganzen, wie sie bei diesem Versuch sich zeigt, aus der Annahme der elektrischen Fernwirkung einfach aus dem Zusammenhange der auf dem Schellack vorhandenen und der in der abgeleiteten Platte induzierten mit derjenigen des Schellacks ungleichnamigen Elektrizität. Was wir damals ableiteten, das ergibt sich auch mit aller Strenge aus der Potentialtheorie. Denn eine Elektrisierung der Kugel oberhalb der abgeleiteten Platte muß eintreten, sobald die Potentialfunktion der vorhandenen Elektrizitäten oberhalb der Platte nicht überall denselben Wert hat, und daß das nicht der Fall ist, erkennt man nach den Principien der Potentialtheorie leicht, wenn man auch nicht imstande ist den Wert der Potentialfunktion wegen der Unkenntnis der elektrischen Verteilung auf dem Schellackcylinder zu berechnen. Die Potentialfunktion ist bei solchen Anordnungen oberhalb des abgeleiteten induzierten Körpers in seltenen Fällen konstant, so wenn der elektrisierte Körper ganz von dem abgeleiteten induzierten Körper umhüllt ist, wie wir im §. 42 gesehen haben.

Den zweiten Beweis für seine Theorie der Verteilung und das elektrische Verhalten nichtleitender Körper sah Faraday in dem von ihm sogenannten spezifischen Verteilungsvermögen der nichtleitenden oder dielektrischen Körper. Dasselbe zeigt sich darin, daß die Influenzierung eines Körpers von einem elektrisierten Körper davon abhängig ist, welche nichtleitende Substanz sich zwischen den auf einander einwirkenden Körpern befindet. Ist die Substanz, welche sich zwischen dem leitenden und induzierenden Körper befindet, Luft, so ist die auf dem erstern erregte Influenzelektrizität geringer, als wenn ein starrer Isolator zwischen denselben

<sup>1)</sup> Auch *Brongersma* (Poggend. Ann. Bd. CLII) scheint dies bei Besprechung der Faradayschen Theorie zu übersehen, wenn er auch später zugiebt, daß die Theorie der Fernwirkung dieselben Resultate liefere wie die Faradaysche.

sich befindet, und bei verschiedenen starren Isolatoren zeigt sich die Influenz ebenfalls verschieden.

Einen Versuch, den Faraday zum Nachweis dieses spezifischen Vertheilungsvermögens anführt, haben wir bereits §. 35 besprochen und Fig. 47 abgebildet. Wie wir dort erwähnten, wurden die beiden Platten *B* und *A*, welche mit den in der Glasglocke hängenden Goldblättchen leitend verbunden waren, durch die Scheibe *C* influenziert und dann ableitend berührt, so daß die beiden Goldblättchen, da durch die Ableitung das Potential auf ihnen null geworden war, einander parallel hingen. Darauf wurde zwischen die Scheiben *A* und *C* eine Schellackscheibe von 1 bis 2 cm Dicke gebracht, und sofort zeigte sich das mit *A* verbundene Goldblättchen *a* positiv elektrisch, ein Beweis, daß durch Zwischenbringen der Schellackscheibe die Wirkung der Influenz auf *A* verstärkt wurde<sup>1)</sup>. Er schloß daraus, daß die influenzierende Wirkung durch Schellack stärker hindurchgeht als durch Luft, daß also in dem Schellack eine stärkere Polarisation der Moleküle vorhanden ist als in Luft.

Nach einer andern Methode hat Faraday dieses spezifische Induktionsvermögen der Isolatoren oder dielektrischen Medien genauer untersucht<sup>2)</sup>, indem er die Verminderung des Potentialwertes auf einer von einer Hohl-

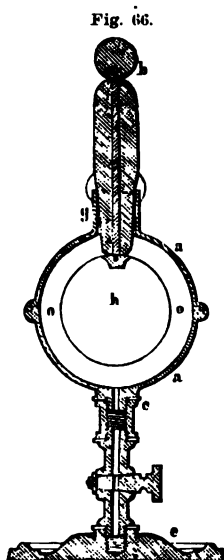
kugel umschlossenen Kugel untersuchte, je nachdem der Zwischenraum zwischen der Schale und der Kugel ganz mit Luft oder zum Teil mit andern Isolatoren angefüllt war. Die Einrichtung des von Faraday benutzten Apparates zeigt Fig. 66. Zwei hohle Halbkugeln *a*, *a* von Messing können wie Magdeburger Halbkugeln zu einer Hohlkugel vereinigt werden, welche luftdicht geschlossen ist. Durch das Verbindungsstück *c* kann die untere Halbkugel an einen Hahn angeschraubt und mit diesem entweder an den Teller einer Luftpumpe oder in den Fuß *e* eingeschraubt werden. Die obere Halbkugel ist mit einem Halse *g* versehen, welcher den Schellackpfropf aufnimmt, der an einem in seiner Axe befindlichen Metalldraht die ebenfalls aus Messing verfertigte innere Kugel *h* trägt. Der Schellackpfropf ist mit einem leichtflüssigen Harzkitt luftdicht in den Hals der Flasche eingekittet.

Die Kugel *h* hat einen Durchmesser von 63 Millimeter, die Kugel *a* von 93,4 Millimeter.

Derartiger Apparate wurden zwei in ganz genau gleichen Dimensionen hergestellt; der eine enthielt in dem ungefähr 15 Millimeter breiten Zwischenraum *oo* Luft, der andere konnte mit verdünnter Luft, verschiedenen Gasen, oder zur Hälfte mit starren Isolatoren ausgefüllt werden.

1) Eine große Zahl derartiger Versuche, die indes gegenüber den Versuchen von Faraday und ähnlichen von Riess (Poggend. Ann. Bd. XCII) nichts wesentlich neues bieten, hat auch Brongersma angestellt. Poggend. Ann. Bd. CLII.

2) Faraday, Experimental researches 11. Reihe Poggend. Ann. Bd. XLVI.



Die Versuche wurden folgendermaßen ausgeführt: die beiden Apparate wurden auf eine leitende Unterlage gestellt, und der mit Luft gefüllte Apparat, wir wollen ihn mit I bezeichnen, dadurch geladen, daß man die Kugel  $a$  mit dem Konduktor einer Elektrisiermaschine verband. Es wurde dann der Wert der Potentialfunktion auf der innern Kugel bestimmt, indem man den Scheitel  $k$  der Kugel  $b$  mit einer Prüfungskugel berührte und die Prüfungskugel in die Torsionswaage brachte. Sei der Wert der Potentialfunktion, durch die zu einer bestimmten Elongation notwendige Torsion gemessen, gleich  $d$ . Dann wurde die Kugel des Apparates I eine kurze Zeit mit dem Knopfe  $b$  des Apparates II in leitende Verbindung gebracht. Die Elektricitäten werden sich jetzt zwischen den Apparaten teilen und der Übergang der Elektricität von I zu II so lange dauern, bis der Wert der Potentialfunktion auf beiden in Verbindung stehenden Kugeln der gleiche geworden ist. Da die Dimensionen der beiden Apparate ganz dieselben sind, so wird, wenn das Zwischenmittel zwischen den Kugeln ohne Einfluß ist, diese Gleichheit der Potentialfunktion erreicht sein, wenn aus dem Apparate I die Hälfte der Elektricität nach II hinübergewandert ist, somit die Potentialfunktion in I halb so groß ist, wie vor der Verbindung. Denn bei genau gleichen Dimensionen und gleicher Form zweier, auch zusammengesetzter Leiter kann die Potentialfunktion nur dann denselben Wert haben, wenn dieselben die gleiche Menge von Elektricität haben. In der That ergaben die Versuche auch, als Probe der Gleichheit beider Apparate, daß wenn dieselben nur Luft enthielten, nach der leitenden Verbindung derselben die Potentialfunktion in jedem halb so groß war als in dem zuerst für sich geladenen Apparat.

Anders muß es aber sich zeigen, im Falle das Zwischenmittel von Einfluß ist, wenn der Zwischenraum zwischen den Kugeln ganz oder zum Teil mit einem andern Isolator als Luft ausgefüllt ist. Es wird das am besten hervortreten, wenn wir unter der Voraussetzung, daß eine Polarisation im Isolator nach Faradays Auffassung vorhandenen leitenden Moleküle eintritt, die Potentialfunktion einer von einer Hohlkugel umschlossenen Kugel berechnen, wenn der Zwischenraum von einem polarisierbaren Mittel ausgefüllt ist. Daß wir zu dieser Rechnung von unsern bisherigen Anschauungen ausgehen können beweist, daß auch diese Beobachtung kein Holog dafür ist, daß keine Fernwirkung existiert. Wir schlagen zu unserer Rechnung einen ähnlichen Weg ein, wie ihn vor kurzem Boltzmann<sup>1)</sup> gegangen ist.

Ist der Radius der innern Kugel gleich  $R$ , der Radius der innern Fläche der äußeren Kugelschale gleich  $R_1$ , so ist nach §. 41 die Potentialfunktion auf der innern Kugel, wenn zwischen den beiden Kugelschalen Luft ist,

$$v = q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right),$$

woin  $q$  die der innern Kugel mitgeteilte Elektricitätsmenge bedeutet, und vorausgesetzt ist, daß die äußere Kugel mit der Erde in leitender Verbindung ist.

<sup>1)</sup> L. Boltzmann, Wiener Berichte Bd. LXVII. Poggend. Ann. Bd. CLJ.



Nun sei statt der Luft ein anderer Isolator zwischen die Kugeln gebracht, ebenfalls in Form einer konzentrischen Kugelschale, von dem wir zunächst, um die Frage allgemein zu behandeln, voraussetzen wollen, er fülle nicht den ganzen Zwischenraum aus, sondern der innere Radius der isolierenden Schale sei gleich  $r_1$ , der äußere sei gleich  $r_2$ .

Durch die in der innern Kugel vorhandene Elektrizität  $q$ , die wir als positiv voraussetzen wollen, wird in der isolierenden Schale eine Polarisation der Moleküle bewirkt, so daß nach Faraday zunächst die innerste Schicht der Kugelschale nach innen die negative Elektrizität  $q_1$ , nach außen die positive Elektrizitätsmenge  $q_1$  erhält. Diese positive Elektrizitätsmenge  $q_1$  polarisiert die nächstfolgende konzentrische Molekülschicht ganz in derselben Weise, so daß auch diese an der innern Seite  $-q_1$ , an der äußern  $+q_1$  erhält, und so fort durch die ganze Schale, bis schließlich die äußerste Molekülschicht derselben ebenfalls nach innen  $-q_1$ , nach außen  $+q_1$  erhält. Die im Innern der Schale vorhandenen positiven und negativen Schichten heben sich dann in ihren Wirkungen nach außen auf, so daß als wirksam nur übrig bleiben die Elektrizitäten  $-q_1$  auf der innern und  $+q_1$  auf der äußern Fläche der isolierenden Schale. Genau dasselbe tritt auch nach den Entwicklungen der §§. 41 und 42 ein durch die Fernwirkungen, wenn der Isolator aus leitenden durch isolierende Zwischenräume getrennten Schichten zusammengesetzt ist.

Für die Potentialfunktion auf der äußern Kugel erhalten wir zunächst, wenn wir die dort influenzierte Elektrizität  $q_2$  nennen,

$$v_2 = \frac{q}{R_1} - \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_1},$$

somit wenn die äußere Kugel abgeleitet ist und dadurch  $v_2 = 0$  wird,

$$q_2 = -q.$$

Die Potentialfunktion auf der innern Kugel wird

$$v_1 = q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right) - q_1 \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

In diesem Ausdrucke haben wir noch die von der Beschaffenheit des Isolators abhängige GröÙe  $q_1$  zu bestimmen.

Nach der Theorie der dielektrischen Polarisation werden in jedem Moleküle die beiden Elektrizitäten getrennt, und wie die Magnetismen im magnetischen Molekül auseinander geschoben; es erhält also jedes Molekül ein elektrisches Moment, wie das magnetische Molekül ein magnetisches Moment, wenn wir wie dort als elektrisches Moment das Produkt aus einer der beiden geschiedenen Elektrizitäten in den Abstand, durch welchen sie getrennt sind, bezeichnen. Dieses Moment können wir als Maß der Elektrisierung für jedes Molekül setzen, gerade wie das magnetische Moment das Maß für den Magnetismus des magnetischen Moleküles ist.

Wir denken uns jetzt unsere dielektrische Kugelschale in lauter unendlich kleine Cylinder zerlegt, so daß deren Seitenflächen der Richtung parallel sind, nach welcher die gesamten außerhalb und innerhalb des Dielektricums vorhandenen Elektrizitäten wirksam sind, deren Grundflächen somit auf diesen Richtungen senkrecht stehen. In diesen Cylindern werden die beiden Elektrizitäten gegen die Endflächen hingetrieben, und wir



können annehmen, daß die gesamten Elektricitäten in den Endflächen angesammelt sind, respektive wir ersetzen die überhaupt geschiedenen Elektricitäten durch solche an den Enden angesammelte Mengen, daß das Moment des unendlich kleinen Cylinders dem wirklichen Momente gleich ist. Setzen wir den Isolator als ganz isotrop voraus, so daß die Polarisation nach allen Richtungen die gleiche ist, und nennen das in der Volumeinheit durch die wirkende Kraft eins erregte elektrische Moment  $\varepsilon$ , so können wir das in einem solchen unendlich kleinen Cylinder erregte Moment  $\alpha$  proportional setzen dem Volumen des Cylinders  $v$  und der Größe der gesamten wirksamen Kraft  $P$ , somit

$$\alpha = \varepsilon P v.$$

Die Konstante  $\varepsilon$  ist für das betreffende Medium charakteristisch, sie würde der Menge der in der Volumeinheit vorhandenen polarisierbaren Moleküle proportional sein.

Wir betrachten einen solchen Cylinder, der sich im Abstände  $r$  von dem Mittelpunkte der Kugel befindet, seine Axe parallel dem Radius, welcher ihn mit dem Mittelpunkte verbindet, und nach welchem die auf ihn wirksame Kraft gerichtet ist, sei  $dr$ , seine Basis sei das Flächenelement  $dw$ , so wird das elektrische Moment desselben nach den eben gemachten Annahmen

$$\alpha = \varepsilon dw \cdot dr \cdot P,$$

da  $dw \cdot dr$  das Volumen dieses Cylinders ist. Um die parallel der Cylinderaxe wirksame Kraft zu erhalten, haben wir den Differentialquotienten der in dem Cylinder vorhandenen Potentialfunktion nach  $r$  zu bilden. Die Potentialfunktion ist die Summe der Potentialfunktionen der vorhin abgeleiteten 4 elektrischen Schichten, von denen die Schichten  $q$  und  $-q_1$  auf Kugeln mit kleinern Radien, die beiden Schichten  $+q_1$  und  $-q$  auf Kugelschalen sich befinden, deren Radien  $r_2$  und  $R_1$  sind, welche also den betrachteten Cylinder in ihrem Innern haben. Die Potentialfunktion wird somit

$$v_r = \frac{q}{r} - \frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r_2} - \frac{q}{R_1}$$

und darnach

$$P = - \frac{dv_r}{dr} = \frac{q - q_1}{r^2};$$

somit wird

$$\alpha = \varepsilon dw dr \frac{q - q_1}{r^2}.$$

Andererseits sahen wir vorher, daß auf jeder unendlich dünnen Kugelschale in dem Dielectricum auf der innern Seite die Elektricitätsmenge  $-q_1$ , auf der äußern  $+q_1$  sich befindet, denn die Polarisation der Molekülschichten ist in dem ganzen Isolator überall dieselbe. Das Flächenelement  $dw$ , die dem Mittelpunkt zugewandte Basis des betrachteten Cylinders hat demnach die Elektricitätsmenge

$$- q_1 \frac{dw}{4\pi r^2},$$

da die Elektricitätsmenge  $q_1$  sich auf der Fläche  $4\pi r^2$  befindet; auf der nach außen gewandten Basis des Cylinderelementes ist dieselbe

positiver Elektrizität. Wir erhalten deshalb als elektrisches Moment des betrachteten Cylinders den Ausdruck

$$\alpha = q_1 \frac{dw}{4\pi r^2} \cdot dr,$$

somit zur Bestimmung von  $q_1$  die Gleichung

$$q_1 \frac{dw}{4\pi r^2} dr = \varepsilon dw dr \frac{q - q_1}{r^2}$$

oder

$$q_1 = \frac{4\pi\varepsilon}{1 + 4\pi\varepsilon} q.$$

Es ist somit  $q_1$  proportional der Elektrizitätsmenge  $q$  und außerdem ab von der für die Beschaffenheit des Mediums charakteristischen Konstante  $\varepsilon$ .

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für  $v_1$ , so wird

$$v_1 = q \left\{ \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} - \frac{4\pi\varepsilon}{1 + 4\pi\varepsilon} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right\}.$$

Setzen wir nun voraus, daß der ganze Zwischenraum zwischen innern und der äußern Kugel mit demselben Isolator ausgefüllt ist,

$$r_1 = R; \quad r_2 = R_1$$

und es wird

$$v_1 = q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right) \left( 1 - \frac{4\pi\varepsilon}{1 + 4\pi\varepsilon} \right) = q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right) \frac{1}{1 + 4\pi\varepsilon}$$

und schließlich

$$\frac{v}{v_1} = 1 + 4\pi\varepsilon$$

oder bei gleicher der innern Kugel mitgeteilter Elektrizitätsmenge  $q$  die Potentialfunktion im Verhältnis von  $1$  zu  $1 + 4\pi\varepsilon$  verkleinert, wenn Zwischenraum mit einem starren Isolator ausgefüllt ist, gegenüber jenigen Werte, den die Potentialfunktion besitzt, wenn der Zwischenraum zwischen den Kugeln mit Luft gefüllt ist. Da diese Verminderung den Einfluß des festen Isolators bedingt ist, so nennt man den Quotienten  $\frac{v}{v_1} = 1 + 4\pi\varepsilon$  die Dielektritätskonstante des betreffenden Isolators.

Ebenso wie aus der Vergleichung der Potentialfunktion bei gleicher der innern Kugel mitgeteilter Elektrizitätsmenge können wir die Dielektritätskonstante des starren Isolators auch aus der Vergleichung der Elektrizitätsmengen erhalten, welche unser System zur Herstellung gleichen Wertes der Potentialfunktion bedarf, wenn sich zwischen den Kugeln einmal nur Luft, das andere Mal ein anderer Isolator befindet. Bedarf es im ersten Falle zur Herstellung des Potentialwertes  $v$  der Elektrizitätsmenge  $q$ , im zweiten Falle der Elektrizitätsmenge  $q'$ , so

$$v = q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right) = q' \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right) \frac{1}{1 + 4\pi\varepsilon},$$

somit

$$\frac{q'}{q} = 1 + 4\pi\varepsilon.$$

Die Dielektricitätskonstante ist also ebenfalls gleich dem Verhältnis der Kapacitäten der innern Kugel, wenn sie einmal durch den betreffenden Isolator, das anderemal durch Luft von der umhüllenden Kugelschale getrennt ist, denn das Verhältnis der zur Herstellung eines gleichen Wertes der Potentialfunktion erforderlichen Elektrizitätsmenge ist eben das Verhältnis der Kapacitäten. Bei dieser Definition der Dielektricitätskonstanten ist jedoch zu beachten, daß nach der Faradayschen Theorie auch die Luft ein Dielektricum ist; die Dielektricitätskonstante nach dieser Bestimmung giebt uns also immer an, in welchem Verhältnis das spezifische Induktionsvermögen der betreffenden Substanz größer ist als dasjenige der Luft oder die unserer Dielektricitätskonstante zu Grunde liegende Einheit ist die Dielektricitätskonstante der Luft.

Ist nicht der ganze Zwischenraum zwischen den Kugeln mit dem betreffenden Isolator ausgefüllt, so müssen wir zur Bestimmung der Potentialfunktion  $v_1$  die vorhin erhaltene allgemeine Gleichung anwenden

$$v_1 = q \left\{ \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} - \frac{4\pi\epsilon}{1+4\pi\epsilon} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right\}.$$

Setzen wir den Abstand der beiden Kugeln  $R_1 - R = \delta$ , die Dicke der Schale des Dielektricums  $r_2 - r_1 = \delta_1$ , so wird

$$v_1 = q \left\{ \frac{\delta}{R R_1} - \frac{4\pi\epsilon}{1+4\pi\epsilon} \frac{\delta_1}{r_1 r_2} \right\};$$

ist  $\delta$  und dem entsprechend  $\delta_1$  gegen  $R$  nur klein, so können wir  $r_1 r_2 \approx R_1 R$  setzen und es wird

$$v_1 = q \frac{\delta}{R R_1} \left\{ 1 - \frac{4\pi\epsilon}{1+4\pi\epsilon} \frac{\delta_1}{\delta} \right\}$$

und

$$\frac{v_1}{v} = 1 - \frac{4\pi\epsilon}{1+4\pi\epsilon} \frac{\delta_1}{\delta},$$

ein Ausdruck, der wenn  $\delta_1$  und  $\delta$  bekannt sind, die Dielektricitätskonstante zu berechnen gestattet.

Hätte man in den zwischen der innern Kugel und der äußern Schale vorhandenen Hohlraum eine leitende Schale vom innern Radius  $r_1$  und dem äußern Radius  $r_2$  gebracht, so würde die Potentialfunktion

$$v_1' = q \left\{ \frac{1}{R} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_1} \right\}$$

oder

$$v_1' = q \left\{ \frac{\delta}{R R_1} - \frac{\delta_1}{r_1 r_2} \right\} = q \frac{\delta}{R R_1} \left\{ 1 - \frac{\delta_1}{\delta} \right\}.$$

Die Wirkung des Dielektricums ist also diejenige einer leitenden Schicht, auf deren Oberfläche die Elektrizitätsmenge im Verhältnis  $\frac{4\pi\epsilon}{1+4\pi\epsilon}$  zu 1 vermindert wäre. Man könnte deshalb füglich auch die Konstante

$$\alpha = \frac{4\pi\epsilon}{1+4\pi\epsilon}$$

als die Elektrisierungskonstante des Dielektricums bezeichnen, das heißt wenn wir die Dichtigkeit der Elektrizität, welche auf der leitenden Kugel

schale durch Influenz erregt wird, gleich eins setzen, können wir die dielektrische Schale als eine solche bezeichnen, auf deren Oberfläche die Dichtigkeit nur den Wert  $a$  erhält.

Kehren wir nach diesen Entwicklungen wieder zu den Versuchen Faradays zurück, so sieht man, daß dieselben strenge nur die Dielektritätskonstanten der Gase mit derjenigen der Luft zu vergleichen gestatten, da nur diese wie die Luft den ganzen Zwischenraum zwischen der innern und äussern Kugel anfüllten, während die andern Isolatoren nur die untere Hälfte des Zwischenraumes zwischen den beiden Kugeln ausfüllten. Indes wird auch in dem Falle nach der leitenden Verbindung der Kugeln  $b$  der beiden Apparate die Potentialfunktion auf den innern Kugeln nicht dann gleich werden, wenn die in beiden vorhandenen Elektricitäten gleich sind, sondern auch dann wird der Apparat mit teilweise starrem Isolator, wenn dessen spezifisches Induktionsvermögen gröfser ist als dasjenige der Luft, eine gröfsere Menge Elektricität verlangen, und zwar eine um so gröfsere, je gröfser das spezifische Induktionsvermögen des Isolators ist. Nennen wir deshalb  $d$  eine der Dielektritätskonstante annähernd proportionale Gröfse, so können wir die nach der leitenden Verbindung der beiden Apparate in beiden gleichen Potentialwerte schreiben

$$q_1 \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right) = \frac{q_2}{d} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right),$$

wenn  $R$  den Radius der innern,  $R_1$  den innern der äufsern Kugel bedeutet. Strenge ist allerdings unser für konzentrische Kugeln erhaltener Ausdruck der Potentialfunktion nicht anzuwenden, indes da nur die gleichgeformten Apparaten gemachten Beobachtungen verglichen werden, können wir diese Abweichung aufser Acht lassen. Dieselbe bewirkt nur, daß wir jeden der obigen Ausdrücke mit demselben Faktor multiplizieren müfsten, um den der wirklichen Form entsprechenden Wert der Potentialfunktion zu erhalten.

Aus obiger Gleichung folgt

$$\frac{q_2}{q_1} = d.$$

Zur Bestimmung dieses Wertes haben wir zunächst die Gleichung

$$q_2 + q_1 = q,$$

wenn wir mit  $q$  die dem Apparate I zunächst gegebene Elektricitätsmenge nennen. Ist dann  $v$  die dieser Elektricitätsmenge entsprechende gemessene Potentialfunktion, so ist

$$v = q \frac{R_1 - R}{R R_1}.$$

Ist  $v_1$  die Potentialfunktion des Apparates I, nachdem er mit II in leitender Verbindung war, so ist

$$v_1 = q_1 \frac{R_1 - R}{R R_1},$$

somit

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{q - q_1}{q_1} = \frac{v - v_1}{v_1} = d.$$

Die dem spezifischen Induktionsvermögen annähernd proportionale Gröfse  $d$  ist somit dem Quotienten aus der Differenz der am Apparate I

beobachteten Potentialfunktion und der Potentialfunktion vom Apparate I nach der Berührung proportional.

Der Wert von  $d$  ergab sich bei Durchführung dieser Versuche für alle Gase gleich 1, dagegen wurde der Wert stets größer als 1, wenn zwischen den leitenden Flächen sich ein starrer Isolator befand; es ergab sich bei Anwendung von Schellack  $a = 1,5$ , bei Anwendung von Glas 1,38 und bei Schwefel 1,62.

### §. 49.

**Messung der Dielektritätskonstanten.** I. Durch Kapacitätsmessungen. Nach den Versuchen Faradays ist es nicht zu bezweifeln, daß durch die Isolatoren hindurch eine je nach der Natur der Isolatoren verschieden starke Influenz hindurchwirkt, oder daß die Isolatoren momentan, ebenso schnell als die Leiter, bis zu einem von ihrer speciellen Beschaffenheit abhängigen Grade influenziert werden; genaue Zahlenwerte dieser Influenz lassen sich aus Faradays Versuchen nicht erhalten.

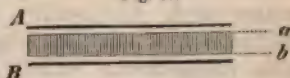
Teils um die Faradaysche Auffassung erneut zu prüfen, teils um genaue Werte der Dielektritätskonstanten zu erhalten, deren Kenntnis durch die am Schlusse des Bandes kurz zu erwähnende elektromagnetische Lichttheorie immer wichtiger wurde, sind seitdem eine große Zahl Versuche angestellt. Die elektromagnetische Lichttheorie kommt nämlich zu dem Resultate, daß die Dielektritätskonstanten dem Quadrate der Brechungsexponenten der betreffenden Medien gleich sein sollen.

Die hauptsächlichste Methode zur Bestimmung der Dielektritätskonstanten ist die Vergleichung der Kapazität zweier paralleler Platten, von denen die eine zur Erde abgeleitet ist, sogenannter Kondensatoren, je nachdem zwischen den Platten Luft oder der auf seine Dielektritätskonstante zu untersuchende Isolator sich befindet.

Wir können leicht ableiten, daß für einen solchen plattenförmigen Kondensator ganz dieselbe Beziehung gilt, welche wir vorher für die Kugel ableiteten, die Kapazität des Kondensators, dessen Zwischenraum zwischen den Platten mit einem Isolator ausgefüllt ist, verhält sich zur Kapazität desselben Kondensators, wenn zwischen den Platten Luft ist, wie die Dielektritätskonstante des Isolators zu eins.

Seien  $A$  und  $B$  Fig. 67 zwei parallele Platten, welche sich im Abstände  $\delta$  von einander befinden,  $B$  sei zur Erde abgeleitet. Zwischen den Platten sei ein Isolator, dessen obere Fläche  $a$  von der untern der Platte  $A$  um  $\delta_1$ , dessen untere Fläche  $b$  von der untern von  $A$  um  $\delta_2$  entfernt sei.

Fig. 67.



Ist die obere Platte mit Elektrizität von der Dichtigkeit  $h$  versehen, während die untere zur Erde abgeleitet ist, so würde, wenn zwischen den Platten kein Dielektricum ist, die Dichtigkeit der Elektrizität in der untern Platte nach §. 41

$$h_1 = -h \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)$$

sein, wenn  $R$  den Radius der Platten bedeutet. Für eine Ebene parallel den beiden Platten im Zwischenraum zwischen  $A$  und  $B$  gelegen, im Abstände  $x$  von der Platte  $A$ , erhalten wir dann die Potentialfunktion



$$V = 2\pi h(R - x) - 2\pi h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right)(R + x - \delta).$$

Setzen wir voraus, daß  $\delta$  und damit  $x$  gegen  $R$  sehr klein ist, so daß wir  $\delta^2$  und  $x\delta$  gegen  $R$  vernachlässigen dürfen, so wird

$$V = 4\pi h(\delta - x).$$

Für die Kraft, mit welcher die im Abstände  $x$  von  $A$  zwischen den Platten vorhandene Einheit der positiven Elektrizität in der Richtung der positiven  $x$ , also gegen  $B$  hin bewegt würde, ergibt sich darnach

$$-\frac{dV}{dx} = 4\pi h.$$

Dieselbe hat demnach an allen Stellen zwischen den beiden Platten die gleiche Größe; eine genau ebensolche Kraft treibt die negative Elektrizität gegen  $A$  hin.

Wir denken uns jetzt den Isolator zwischen die beiden Platten gebracht, der nach Faradays Annahme polarisierbar ist; auch wenn wir unsere bisherige Anschauung festhalten, daß eine direkte elektrische Fernwirkung vorhanden ist, wird nach dem eben abgeleiteten Satze, daß die Kraft, welche die beiden Elektrizitäten auseinandertreibt, an allen Punkten zwischen den beiden Platten den gleichen Wert hat, in allen Moleküllschichten des Isolators die Polarisation die gleiche sein, in allen muß die  $A$  zugewandte Seite negativ, die entgegengesetzte positiv elektrisch sein. Im Innern der Platte steht demnach überall jeder positiv elektrischen Schicht eine negative von gleicher Stärke, in molekularem Abstände gegenüber, die Wirkung je zweier solcher Schichten hebt sich auf und es bleiben als wirksam nur übrig die negativ elektrische Schicht auf  $a$  und die positiv elektrische auf  $b$ . Nennen wir die Dichtigkeit der Elektrizität, welche auf der Oberfläche  $a$  entstände, wenn die Dichtigkeit in der Platte  $A$  gleich 1 wäre,  $\alpha$ , so ist die durch die Dichtigkeit  $h$  erregte  $ah$ , und zwar ist diese Schicht negativ elektrisch. Eine genau ebensolche Dichtigkeit positiver Elektrizität befindet sich auf der Fläche  $b$ . Um die Veränderung der Potentialfunktion in  $A$ , welche durch das Auftreten dieser beiden elektrischen Schichten bedingt wird, zu bestimmen, müssen wir beachten, daß durch dieselben gleichzeitig die Dichtigkeit  $h_1$  in der Platte  $B$ , in welcher die Potentialfunktion gleich null ist, eine andere wird. Um beides, sowohl die Potentialfunktion in  $A$  als auch die Dichtigkeit  $h_1$  zu bestimmen, berechnen wir die Potentialfunktion der jetzt vorhandenen Elektrizitäten für irgend einen zwischen den Platten befindlichen Punkt. Der Abstand des Punktes von  $A$  sei gleich  $x$ , von der Fläche  $a$  gleich  $x'$ , von der Fläche  $b$  gleich  $x''$  und von der Fläche  $B$  gleich  $x_1$ . Die Potentialfunktion in dem betrachteten Punkte ist dann die Summe

$$1 \dots 2\pi h(R - x) - 2\pi ah(R - x') + 2\pi ah(R - x'') + 2\pi h_1(R - x_1),$$

indem wir das Vorzeichen von  $h_1$ , welches zunächst zu bestimmen ist, unbestimmt lassen, und deshalb das letzte Glied positiv setzen; das zweite setzen wir negativ, weil wir wissen, daß die Schicht auf  $a$  negativ ist. Für einen zwischen  $b$  und  $B$  liegenden Punkt ist

$$x - x' = \delta_1 \quad x - x'' = \delta_2 \quad x + x_1 = \delta,$$

einen Punkt in der Platte  $B$  erhalten wir, wenn wir  $x = \delta$  setzen.

Die Potentialfunktion in der Platte  $B$  wird durch Einsetzen der so bestimmten Werte

$$\pi h (R - \delta) - 2\pi ah(R - \delta + \delta_1) + 2\pi ah(R - \delta + \delta_2) + 2\pi h_1 R.$$

die Dichtigkeit  $h_1$ , welche der Potentialfunktion null in der abgetrennten Platte  $B$  entspricht, zu erhalten, haben wir diese Summe gleich null zu setzen und bekommen so

$$h_1 = -h \left( 1 - \frac{\delta}{R} + a \frac{\delta_2 - \delta_1}{R} \right).$$

Mit diesem Werte von  $h_1$  erhalten wir den Wert der Potentialfunktion in der Platte  $A$ , indem wir zunächst in der obigen Summe die Werte von  $x'$ ,  $x''$ ,  $x_1$ , für einen Punkt zwischen  $A$  und  $a$  bestimmen und dann  $x = 0$  setzen. Für einen solchen Punkt ist

$$x + x' = \delta_1 \quad x + x'' = \delta_2 \quad x + x_1 = \delta.$$

Setzen wir die hiernach für  $x = 0$  sich ergebenden Werte für  $x'$ ,  $x''$ ,  $x_1$  in die obige Summe ein, so ergibt sich nach einigen leicht zu übersehenden Reduktionen für die Potentialfunktion  $v_1$  in der Platte  $A$

$$v_1 = 4\pi h \delta \left\{ 1 - a \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta} \right\} \left\{ 1 - \frac{\delta}{2R} \right\},$$

somit, wenn  $\delta$  als gegen  $2R$  sehr klein angenommen wird, so daß  $\frac{\delta}{2R}$  außer Acht gelassen werden darf,

$$v_1 = 4\pi h \delta \left\{ 1 - a \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta} \right\}.$$

Die Potentialfunktion in der obern Platte  $V_1$ , wenn zwischen den beiden Platten Luft ist, fanden wir früher

$$V_1 = 4\pi h \delta,$$

somit ist

$$\frac{v_1}{V_1} = 1 - a \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta}.$$

Die Kapazitäten der obern Platte verhalten sich umgekehrt wie die Potentialfunktionen bei gleicher Ladung; nennen wir die Kapazität bei zwischengeschaltetem Isolator  $C_1$ , ohne denselben  $C$ , so ist

$$\frac{C_1}{C} = \frac{1}{1 - a \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta}}.$$

Die hier eingeführte GröÙe  $a$  ist dieselbe, welche wir vorhin als Elektrisierungskonstante bezeichneten, wie man unmittelbar erkennt, wenn man den Wert von  $a$  berechnet für den Fall, daß zwischen die beiden Platten eine leitende Platte von der Dicke  $\delta_2 - \delta_1$  geschoben wird.

Wir berechnen zu dem Zwecke den Wert der Potentialfunktion zwischen den beiden Flächen  $a$  und  $b$  und erhalten den Wert von  $a$  so

der Bedingung, daß derselbe an allen Punkten zwischen den beiden Flächen derselbe sein muß, weil wir die Platte jetzt als leitend voraussetzen.

Für einen zwischen den Ebenen  $a$  und  $b$  liegenden Punkt ist

$$x - x' = \delta_1 \quad x + x'' = \delta_2 \quad x + x_1 = \delta.$$

Mit Einsetzung dieser Werte in die Summe I, welche allgemein die Potentialfunktion der vier Schichten darstellt, wird dieselbe, wenn wir für  $h_1$  den vorhin abgeleiteten Wert einsetzen und im schließlichen Resultat  $\delta$  gegen  $R$  sehr klein annehmen, so daß Glieder von der Dimension  $\frac{\delta}{R}$  vernachlässigt werden dürfen,

$$v_x = 4\pi h \delta \left(1 - a \frac{\delta_2}{\delta}\right) - 4\pi h (1 - a) x.$$

Da der Wert der Potentialfunktion von  $x$  unabhängig sein muß, so folgt notwendig

$$a = 1,$$

es folgt somit, daß  $a$  die auf der Oberfläche der dielektrischen Platte durch Influenz erregte Dichte ist, wenn wir die unter denselben Umständen auf den Flächen der leitenden Platte erregte Dichte gleich 1 setzen. Es folgt somit, daß

$$a = \frac{4\pi\epsilon}{1 + 4\pi\epsilon}$$

$$\frac{1}{1 - a} = 1 + 4\pi\epsilon = D,$$

oder die Dielektricitätskonstante ist gleich dem reciproken Werte von  $1 - a$ . Ist der Zwischenraum zwischen den beiden Platten ganz mit dem Dielektricum angefüllt, so wird

$$\frac{C_1}{C} = \frac{1}{1 - a} = D,$$

oder die Capacität eines Kondensators, zwischen dessen Platten ein Dielektricum sich befindet, dividiert durch die Capacität desselben Kondensators, wenn zwischen den Platten Luft sich befindet, giebt uns die Dielektricitätskonstante des zwischen den Platten befindlichen Dielektricum.

Durch Vergleichung der Capacität eines plattenförmigen Kondensators, je nachdem zwischen den Platten Luft oder ein Dielektricum sich befand, hat zuerst Siemens<sup>1)</sup> die Dielektricitätskonstanten mehrerer Substanzen gemessen. Das Genauere dieser Methode werden wir im nächsten Abschnitte (§. 82) kennen lernen, wo wir die Versuche von Siemens noch von einem andern Gesichtspunkte aus besprechen müssen. Die gleiche Methode von Siemens haben Silow<sup>2)</sup> und Quincke<sup>3)</sup> später angewandt, um die Dielektricitätskonstanten einiger Flüssigkeiten zu bestimmen.

Boltzmann<sup>4)</sup> verglich die Capacitäten eines Kondensators, je nachdem

1) Siemens, Poggend. Ann. Bd. CII.

2) Silow, Poggend. Ann. Bd. CLVIII.

3) Quincke, Wiedem. Ann. Bd. XIX S. 714 und 726.

4) Boltzmann, Berichte der Wiener Akademie LXVII. Poggend. Ann. Bd. CLI.

wischen den Platten desselben Luft oder ein festes Dielektricum war, in folgender Weise.

Die eine Platte eines Kohlrauschschen Kondensators (§. 57) wurde mit einer Elektrizitätsquelle von konstanter Potentialfunktion, dem einen Pol einer Daniellschen Batterie (§. 67), deren anderer Pol zur Erde abgeleitet war, verbunden und so zu dem Potentialwert  $V$  geladen, welcher vorher an einem Quadrantenelektrometer gemessen war. Ist  $Q$  die in die Platte übergegangene Elektrizitätsmenge,  $C$  die Kapazität der Platte, so ist

$$Q = CV \dots (1)$$

Die Verbindung der Kondensatorplatte mit der Batterie wird darauf unterbrochen und sofort die Platte mit dem isolierten Quadrantenpaare des Quadrantenelektrometers verbunden, dessen anderes Quadrantenpaar zur Erde abgeleitet war. Das Elektrometer war dasselbe, an welchem vorher die Potentialfunktion  $V$  gemessen war, indem das eine Quadrantenpaar direkt mit dem Pole der Batterie verbunden wurde.

Die Elektrizitätsmenge  $Q$ , welche in die Platte übergeströmt war, zilt sich nach Verbindung derselben mit dem vorher entladene Quadrantenpaare des Elektrometers zwischen der Platte und dem Elektrometer. Der Wert der Potentialfunktion sinkt infolgedessen auf  $V_1$ . Nennen wir die Kapazität des Quadrantenpaares und der ein für allemal konstanten, mit derselben verbundenen Teile der Leitung zur Kondensatorplatte  $K$ , so ist jetzt

$$Q = (C + K) V_1 \dots (2).$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{C}{K} = \frac{V_1}{V - V_1} \dots (a),$$

worin für  $V$  und  $V_1$  direkt die Ablenkungen der Lemniskate im Elektrometer gesetzt werden, welche einmal bei Verbindung des Elektrometers mit der Batterie, das anderemal bei Verbindung desselben mit der Kondensatorplatte beobachtet wurden.

Nach diesen Messungen wird zwischen die Kondensatorplatten das Dielektricum geschoben, die nicht zur Erde abgeleitete Platte wieder mit der Batterie und darauf sofort, nachdem die Verbindung mit der Batterie unterbrochen ist, mit dem Elektrometer verbunden. Ist die Kapazität des Kondensators nach Zwischensetzung der dielektrischen Platte gleich  $C_1$ , so ist in die zu demselben Werte  $V$  der Potentialfunktion geladene Platte die Elektrizitätsmenge  $Q_1$  hinübergeströmt, welche gegeben ist durch

$$Q_1 = C_1 V \dots (3).$$

Nach Verbindung der geladenen Platte mit dem Elektrometer teilt sich die Elektrizität zwischen Platte und Elektrometer und infolgedessen wird die Potentialfunktion  $V_2$ , so daß

$$Q_1 = (C_1 + K) V_2 \dots (4)$$

st. Aus den beiden Gleichungen (3) und (4) folgt

$$\frac{C_1}{K} = \frac{V_2}{V - V_2} \dots (b)$$

und aus den Gleichungen (a) und (b)

$$\frac{C_1}{C} = \frac{V_2}{V_1} \frac{V - V_1}{V - V_2}.$$

Ist der Abstand der beiden Platten des Kondensators wie vorhin gleich  $\delta$  und setzen wir die Dicke der elektrischen Platte  $d = \delta_2 - \delta_1$ , so wird

$$\frac{C_1}{C} = \frac{V_2}{V_1} \frac{V - V_1}{V - V_2} = \frac{1}{1 - a} \frac{d}{\delta},$$

eine Gleichung, aus welcher sich, wenn  $d$  und  $\delta$  bekannt sind,  $a$  und somit die Dielektritätskonstante des Zwischenmittels berechnen läßt. Es wird, wenn wir  $\frac{C_1}{C} = \gamma$  setzen,

$$D = \frac{1}{1 - a} = \gamma \frac{d}{\delta - \gamma(d - \delta)}.$$

Boltzmann prüfte bei seinen Versuchen zugleich den sich aus jenen Gleichungen ergebenden Satz, daß es gleichgültig ist, ob die dielektrische Platte sich näher bei der geladenen oder der abgeleiteten Platte befindet. Es folgt das einfach, weil in dem Ausdruck für das Verhältnis der Kapacitäten nur  $d$  und  $\delta$  eingehen, oder in der frühern Form, in der wir die Abstände  $\delta_1$  und  $\delta_2$  der Oberflächen des Dielektricum von der Platte  $A$  eingeführt hatten, weil nur die Differenz  $\delta_2 - \delta_1$  dort vorkam. Boltzmann fand diese Folgerung durchaus bestätigt.

Wegen der Details der Versuche verweisen wir auf die Originalarbeit; die von Boltzmann nach dieser Methode gefundenen Werte der Dielektritätskonstanten werden wir nachher mit den von andern und auf anderem Wege gefundenen zusammenstellen.

Gibson und Barclay<sup>1)</sup> wandten eine im Princip gleiche Methode an, die Art, wie sie die Kapacitäten  $C_1$  und  $C$  verglichen, war jedoch eine sehr umständliche. Ebenso kommen die ziemlich komplizierten Methoden von Hopkinson<sup>2)</sup> und Gordon<sup>3)</sup> auf die Vergleichung der Kapacitäten von Kondensatoren mit und ohne Dielektricum heraus; eine Besprechung derselben ist wegen der Beschränkung des Raumes hier nicht möglich.

## II. Messung der Anziehung einer dielektrischen Kugel.

Eine wesentlich andere Methode wandte Boltzmann<sup>4)</sup> an, um die Dielektritätskonstante einiger fester Körper zu bestimmen; er beobachtete die Anziehung, welche Kugeln aus isolierendem Material von geladenen Metallkugeln erfuhren und verglich dieselben mit der Anziehung, welche leitende Kugeln unter denselben Umständen erhielten.

1) Gibson und Barclay, Philos. Magazin IV series, vol. XLI.

2) Hopkinson, Philosophical Transactions of the London Royal Society for 1878 und for 1881.

3) Gordon, A physical Treatise of Electricity and Magnetism vol. I p. 108 f. London 1880.

4) Boltzmann, Berichte der Wiener Akademie Bd. LXVI, LXVIII, LXX. Poggend. Ann. Bd. CLIII.



Die Theorie dieser Methode läßt sich im wesentlichen nach Boltzmann<sup>1)</sup> in folgender elementarer Weise geben. Es wird dabei vorausgesetzt, daß die dielektrische Kugel gegen den Abstand von dem Mittelpunkte der Metallkugel so klein ist, daß wir die Teile der Niveauflächen, welche die kleine Kugel schneiden, als Ebenen betrachten können, so daß die Normalen der Niveauflächen sämtlich einander und der Verbindungslinie der Mittelpunkte parallel sind.

So lange die dielektrische Kugel nicht dem Einfluß der sie polarisierenden Metallkugel unterworfen ist, können wir sie in elektrischer Beziehung als aus zwei genau gleichen Kugeln bestehend betrachten, deren eine positive und deren andere negative Elektrizität enthält, und deren Mittelpunkte zusammenfallen. Die beiden Elektrizitätsmengen sind von genau gleicher Größe. Die Kugel sei jetzt der Einwirkung der elektrisierten Metallkugel, welche die Elektrizitätsmenge  $E$  enthält, unterworfen. Wir können bei der gemachten Voraussetzung, daß die elektrische Kugel sehr klein gegen die Entfernung beider Kugeln sei, annehmen, die Elektrizität  $E$  sei im Mittelpunkte der Metallkugel konzentriert; ihre Verteilung auf der Metallkugel wird durch die Influenz der dielektrischen Kugel nicht geändert.

Da die von der geladenen Kugel auf die dielektrische Kugel wirkenden Kräfte in jedem Punkte der letztern als gleich und parallel gerichtet betrachtet werden können, so können wir den Effekt der eintretenden dielektrischen Polarisation einfach so auffassen, daß die beiden vorher sich ganz deckenden Kugeln um eine sehr kleine Strecke auseinandergezogen werden. Ist also  $E$  Fig. 68 der Mittelpunkt der influenzierenden,  $O$  derjenige der dielektrischen Kugel, so ist die Wirkung

Fig. 68.



der Influenz die, daß die negative Kugel etwas nach  $E$  hin verschoben wird, so daß ihr Mittelpunkt in  $O_1$  ist, während die positive Kugel um genau gleich viel nach der entgegengesetzten Richtung verschoben wird, so daß ihr Mittelpunkt in  $O_2$  ist. Sei die Elektrizitätsmenge in der negativen Kugel  $A$  gleich  $-e$  und jene in der positiven Kugel gleich  $+e$ . Der Abstand der beiden Mittelpunkte  $O_1$  und  $O_2$  sei gleich  $\delta$ .

Die Wirkung von  $E$  auf die Kugel, nachdem letztere influenziert worden ist, besteht weiter in der Anziehung der negativen Kugel  $A$  und der Abstoßung der Kugel  $B$ . Mit der Differenz dieser Kräfte wird die dielektrische Kugel gegen  $E$  hingezogen. Nennen wir den Abstand der

1) Die Entwicklung von Boltzmann ist in *Gordons Physical Treatise of Electricity and Magnetism* vol. I p. 135 mitgeteilt.

Elektritätsmenge  $E$  von dem Mittelpunkt der dielektrischen Kugel  $O$ , also den Abstand  $EO = r$ , so ist

$$EO_1 = r - \frac{\delta}{2} \quad EO_2 = r + \frac{\delta}{2}.$$

Elektrisierte Kugeln wirken auf einander, wie wenn die gesamte Elektrizität im Mittelpunkte konzentriert wäre. Es folgt somit, daß die gegen  $E$  hin gerichtete resultierende Anziehung gegeben ist durch die Differenz

$$W = \frac{Ee}{\left(r - \frac{\delta}{2}\right)^2} - \frac{Ee}{\left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2}$$

$$W = E \frac{2r\delta e}{\left(r - \frac{\delta}{2}\right)^2 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2} = E \frac{2\delta e}{r^3},$$

wenn wir, was bei der Kleinheit von  $\delta$  unbedenklich geschehen darf, im Nenner  $r - \frac{\delta}{2}$  und  $r + \frac{\delta}{2}$  durch  $r$  ersetzen.

Das in diesen Ausdrücken vorkommende Produkt  $\delta e$  können wir als das elektrische Moment der dielektrischen Kugel bezeichnen, in dem Sinne, wie wir im vorigen Paragraphen das elektrische Moment definierten, da nach aufsen hin die Elektrizitäten der homogenen Kugeln wirken, als wären sie im Mittelpunkte konzentriert. Bezeichnen wir das elektrische Moment eines Volumelementes  $dv$  der Kugel parallel der Verbindungslinie  $EO$  mit  $\alpha$ , so ist dasselbe nach dem vorigen Paragraphen

$$\alpha = \varepsilon P dv,$$

wenn  $P$  die im Volumelement, dort die Einheit der Elektrizität vorhanden gedacht, parallel  $EO$  wirksame Kraft ist. Das dielektrische Moment der Kugel ist dann die Summe der Momente für alle Elemente  $dv$  der Kugel, oder das über die Kugel ausgedehnte Integral von  $\varepsilon P dv$ . Die Gröfse  $\varepsilon$  ist, da sie nur von der Natur des Dielektricums abhängig ist und wir ein homogenes Dielektricum voraussetzen, durch die ganze Kugel konstant. Wir haben demnach, um die Integration ausführen zu können, nur die Kraft  $P$  zu bestimmen. Dieselbe setzt sich zusammen aus der von  $E$  ausgeübten Kraft, welche nach unserer Annahme, daß die Kugel gegen die Entfernung  $r$  sehr klein ist, gleich ist

$$\frac{E}{r^2},$$

und aus der von dem elektrischen Zustand der Kugel herrührenden Kraft. Um letztere zu erhalten, erinnern wir uns daran, daß wir den elektrischen Zustand der Kugel durch zwei homogene, gleichmäßig mit Elektrizität angefüllte Kugeln ersetzt haben, deren Mittelpunkte in der Richtung  $EO$  um  $\delta$  gegen einander verschoben sind. Sei  $P$  Fig. 69 ein Punkt der Kugel, in welchem das Volumelement  $dv$  sich befindet. Um die von dem Polarisationszustand der Kugel parallel  $EO$  resp.  $O_1 O_2$  wirkende Kraft zu erhalten, berechnen wir einzeln die Wirkung der negativen Kugel  $A$  und der positiven Kugel  $B$  mit der im Volumelement  $dv$  bei  $P$  gedachten

it der positiven Elektricität. Wir legen um  $O_1$  eine Kugel mit dem Radius  $O_1 P$  und um  $O_2$  eine solche mit dem Radius  $O_2 P$ .

Von der negativen Kugel  $A$  wirkt die außerhalb dieser mit dem Radius  $O_1 P$  beschriebenen Kugel liegende Elektricität gar nicht auf den Punkt  $P$ , die innerhalb der mit

Radius  $O_1 P = \varrho_1$  begrenzte Kugel vorhandene Elektricität, auf deren Oberfläche sich der Punkt  $P$  befindet, wirkt auf  $P$  wie wenn gesamte Elektricität der Kugel im Punkte  $O_1$  konzentriert wäre. Nennen wir diese Elektricitätsmenge  $q_1$ , so ist

Wirkung  $\frac{q_1}{\varrho_1^2}$ , und zwar

in  $O_1$  gerichtet. Nennen wir den Winkel  $AO_1 P = \varphi_1$ , so ist die  $O_1 O_2$  parallele in der Richtung von  $O_1$  nach  $O_2$  wirkende Komponente

$$\frac{q_1}{\varrho_1^2} \cos \varphi_1.$$

Nennen wir den Radius der um  $O_2$  gelegten Kugel  $\varrho_2$ , die in dieser Kugel vorhandene Elektricitätsmenge  $q_2$  und den Winkel  $O_1 O_2 P = \varphi_2$ , so ist die Wirkung der positiven Kugel, von  $O_2$  nach  $O_1$  gerichtet,

$$\frac{q_2}{\varrho_2^2} \cos \varphi_2.$$

wir die Elektricität in den Kugeln gleichmäßig verteilt vorausgesetzt, so verhalten sich die Mengen  $q_1$  und  $q_2$  zu den in den Kugeln vorhandenen Elektricitätsmengen wie die Volume der Kugeln, so ist, wenn wir den Radius der gegebenen Kugel mit  $b$  bezeichnen,

$$q_1 = c \frac{\varrho_1^3}{b^3} \quad q_2 = c \frac{\varrho_2^3}{b^3}.$$

Wenn wir jetzt von der zweiten Wirkung die erste ab, so erhalten wir die Differenz der Wirkungen

$$\frac{q_2}{\varrho_2^2} \cos \varphi_2 - \frac{q_1}{\varrho_1^2} \cos \varphi_1 = \frac{c}{b^3} (\varrho_2 \cos \varphi_2 - \varrho_1 \cos \varphi_1)$$

von dem elektrischen Zustande der Kugel herrührende Wirkung im Punkte  $P$ . In dieser Differenz ist aber stets

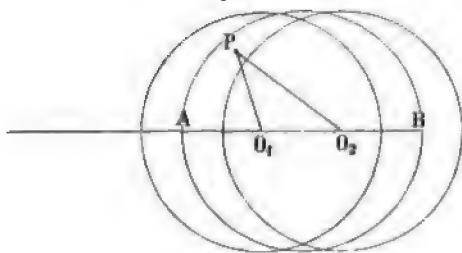
$$\varrho_2 \cos \varphi_2 - \varrho_1 \cos \varphi_1 = \delta$$

abhängig vom Abstände der beiden Kugelmittelpunkte, wir erhalten somit den zweiten Teil der Wirkung den Ausdruck

$$\frac{c}{b^3} \delta,$$

welche somit von der Lage des Punktes  $P$  in der Kugel unabhängig ist, ebenso wie  $E$  konstant. Da nach der Bildung dieser Differenz die resultierende wirkende Wirkung von  $O_2$  nach  $O_1$  gerichtet ist, so folgt

Fig. 69.



$$P = \frac{E}{r^3} - \frac{e}{b^3} \delta,$$

somit das dielektrische Moment der Kugel  $e\delta$ , welches gleich der Summe der Momente aller Volumelemente der Kugel ist,

$$e\delta = \int \epsilon P dv = \epsilon \int P dv = \epsilon \left( \frac{E}{r^3} - \frac{e}{b^3} \delta \right) \frac{4}{3} \pi b^3,$$

oder

$$e\delta = \frac{4\pi\epsilon}{3 + 4\pi\epsilon} b^3 \frac{e}{r^3}.$$

Die Anziehung der dielektrischen Kugel durch die mit der Elektrizitätsmenge  $E$  geladene Kugel wird demnach

$$W = 2E \frac{e\delta}{r^3} = \frac{4\pi\epsilon}{3 + 4\pi\epsilon} \cdot 2b^3 \frac{E^2}{r^6}.$$

Da die Dielektritätskonstante  $D = 1 + 4\pi\epsilon$ , so erhalten wir mit ausgedrückt

$$W = \frac{D-1}{D+2} \cdot 2b^3 \frac{E^2}{r^6},$$

oder mit unserer Elektrisierungskonstanten  $a = \frac{D-1}{D}$  ausgedrückt

$$W = \frac{a}{3-2a} \cdot 2b^3 \frac{E^2}{r^6}.$$

Wirkt unsere mit der Elektrizitätsmenge  $E$  geladene Kugel auf eine leitende Kugel von denselben Dimensionen und aus der gleichen Entfernung  $r$ , so erhalten wir deren Anziehung, wenn wir in dem vorhergeschriebenen Ausdrucke einfach  $a = 1$  setzen, da wie wir sahen die Leiter  $a = 1$  zu setzen ist. Es wird somit

$$W_1 = 2b^3 \frac{E^2}{r^6}$$

und

$$\frac{W}{W_1} = \frac{D-1}{D+2},$$

ein Ausdruck, welcher aus einer Vergleichung der Anziehungen  $W$  und  $W_1$  rechnet läßt<sup>1)</sup>.

Nach dieser Methode sind von Boltzmann und später von Reichenow und Nowak<sup>2)</sup> eine Anzahl Dielektritätskonstanten bestimmt, die später angegeben werden. Außerdem hat Boltzmann diese Methode zu andern Versuchen benutzt, von denen wir an dieser Stelle nur den einen erwähnen, daß die Dielektritätskonstanten von Krystallen, welche nicht zum regulären System gehören, nach verschiedenen Richtungen verschieden sind<sup>3)</sup>. Die verschiedene Polarisierbarkeit kann nur darin Grund haben, daß die Konstante  $\epsilon$  nach den verschiedenen Richtungen einen verschiedenen Wert hat. Schneidet man daher eine Kugel aus einem

1) Die genauere Berechnung dieser Versuche von Boltzmann siehe Wiener Berichte Bd. LXX.

2) Nowak und Romich, Wiener Berichte Bd. LXX.

3) Boltzmann, Wiener Berichte Bd. LXX.

hen Krystall und hängt sie einmal so, daß die eine Axe, das andere so, daß die andere Axe in die Verbindungslinie der beiden Kugeln fällt, so muß das dielektrische Moment je nach dem für die betreffende Anordnung verschiedenen Werte von  $\epsilon$  und damit die Anziehung verschieden ausfallen. Bei natürlichen, im rhombischen System krystallisierenden Schwefelkrystallen, aus denen Kugeln geschnitten waren, fand Röntgen in dieser Weise die Werte

parallel der größten Axe	$D = 4,773$
„ „ mittlern „	$D = 3,970$
„ „ kleinsten „	$D = 3,811.$

### III. Messung der Anziehung zweier Kondensatorplatten in verschiedenen dielektrischen Medien.

Noch nach einer dritten, besonders für Flüssigkeiten geeigneten Methode sind von Silow<sup>1)</sup> und Quincke<sup>2)</sup> Dielektritätskonstanten bestimmt worden. Dieselbe beruht auf dem von Helmholtz<sup>3)</sup> bewiesenen Satze, daß zwei Elektrizitätsmengen  $E$  und  $E_1$ , welche sich in einem dielektrischen Medium befinden, dessen Dielektritätskonstante  $D$  ist, sich in Abstände  $r$  mit einer Kraft abstossen, resp. wenn sie ungleichnamig sind, anziehen, welche gleich ist

$$K = \frac{E E_1}{r^2 D}.$$

Der Helmholtzsche Satz ergibt sich unmittelbar aus unserer Gleichung für die Potentialfunktion zwischen zwei Platten, zwischen denen sich ein dielektrisches Medium befindet. Wir fanden für die Potentialfunktion in dem dielektrischen Medium

$$V_x = 4\pi h \delta \left(1 - a \frac{\delta_2}{\delta}\right) - 4\pi h (1 - a) x.$$

Denken wir uns, die Platten befinden sich ganz im dielektrischen Medium, so wird  $\delta_2 = \delta$  und

$$V_x = 4\pi h (1 - a) (\delta - x).$$

Im Innern des dielektrischen Mediums, dessen Elektrisierungskonstante  $a$  ist, ergibt sich

$$\frac{dV}{dx} = -4\pi h (1 - a) = -\frac{4\pi h}{D},$$

während, wenn zwischen den beiden Platten Luft ist,

$$\frac{dV}{dx} = -4\pi h.$$

Befindet sich zwischen den beiden Platten an irgend einer Stelle die Elektrizitätsmenge  $E$ , so erhält dieselbe im Dielektricum den Antrieb

1) Silow, Poggend. Ann. Bd. CLVI.

2) Quincke, Wiedem. Ann. Bd. XIX.

3) von Helmholtz, Borcharts Journal Bd. LXXII.



$$W = \frac{4\pi h}{D} \cdot E,$$

in Luft dagegen

$$W_1 = 4\pi h E,$$

somit ist

$$W = \frac{W_1}{D}.$$

Wir gelangen zu dem Satze ebenso leicht auf anderem Wege. Denken wir uns in einem dielektrischen Medium eine Kugel. Für die Potentialfunktion einer Kugel vom Radius  $R$ , welche von einer leitenden Schale vom Radius  $R_1$  umhüllt ist, erhielten wir, wenn der Zwischenraum zwischen beiden Schalen mit einem Dielektricum angefüllt ist,

$$V_1 = q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} \right) \frac{1}{D};$$

setzen wir hierin den Radius  $R_1$  unendlich, so erhalten wir eine in einem Dielektricum mit der Konstanten  $D$  befindliche Kugel; für diese wird somit

$$V_1 = \frac{q}{R} \frac{1}{D}.$$

Für die Potentialfunktion  $V$  im Abstände  $\varrho$  vom Mittelpunkte ergibt sich hieraus der Wert

$$V = \frac{q}{\varrho} \frac{1}{D},$$

somit

$$\frac{dV}{d\varrho} = - \frac{q}{\varrho^2} \frac{1}{D}.$$

Befindet sich im Abstände  $a$  die Elektrizitätsmenge  $q_1$ , so wird dieselbe hiernach mit der Kraft

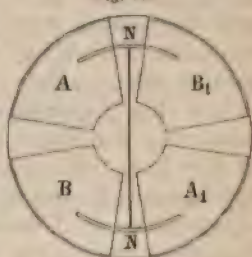
$$W = \frac{q q_1}{\varrho^2} \frac{1}{D}$$

abgestoßen. Zwei Elektrizitätsmengen  $q$  und  $q_1$  wirken demnach in einem Dielektricum mit der Konstanten  $D$  auf einander, wie die Elektrizitätsmengen  $\frac{q}{\sqrt{D}}$  und  $\frac{q_1}{\sqrt{D}}$  auf einander in Luft einwirken. Die letztere Entwicklung läßt auch den Grund dieser Erscheinung sofort erkennen; im Dielektricum ist der elektrisierte Körper mit einer Schicht entgegengesetzter Elektrizität umhüllt, welche an allen Stellen, wo auf dem elektrisierten Körper die Dichtigkeit  $h$  ist, die Dichtigkeit  $ah$  besitzt; an Stelle der nach außen wirkenden Elektrizität  $q$  des Körpers wirkt demnach  $q - aq = q(1 - a)$ . Die Wirkung auf eine außerhalb befindliche Elektrizitätsmenge  $q_1$  kann deshalb nur dem Produkte  $q_1 q(1 - a)$  proportional sein.

Silow hat diesen Satz zur Messung der Dielektritätskonstante benutzt, indem er in einem sehr vereinfachten Quadrantenelektrometer die Anziehung des einen Quadrantenpaares auf die Nadel maß, je nachdem das Elektrometer Luft oder Terpentinöl enthielt. Das Elektrometer bestand aus einem cylindrischen Glasgefäße; Wände und Boden desselben

waren mit vier Stanniolstreifen beklebt, wie es im Grundriß Fig. 70 zeigt. Die Quadranten  $A$  und  $A_1$ , sowie  $B$  und  $B_1$  waren leitend mit einander verbunden. In der Axe des Cylinders war an einem Platindrahte, welcher an einer auf dem Deckel des Cylinders, wie bei der Torsionswaage, befindlichen Röhre befestigt war, die Nadel  $NN$  aufgehängt, bestehend aus einem Platindraht, an dessen Enden sich cylinderförmig gebogene dünne Platinbleche befanden. Die Quadranten  $AA_1$  wurden mit einer Elektrizitätsquelle von konstantem Potentialniveau, dem einen Pole einer galvanischen Batterie, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet war, verbunden. Die Quadranten  $B$  wurden zur Erde abgeleitet. Ebenso war die Nadel durch den Platindraht zur Erde abgeleitet. Durch Torsion des Fadens erhielt die Nadel eine bestimmte Gleichgewichtslage. Wurden die Quadranten  $A$  bis zu einem Potentialwert  $V$  geladen, wenn der Apparat Luft enthielt, so erhielten die Quadranten eine gewisse Elektrizitätsmenge, die wir, wenn  $c$  die Kapazität der Quadranten ist, mit  $cV$  bezeichnen können. Die zur Erde abgeleitete Nadel wird durch Influenz von  $A_1$  auf einen gewissen negativen Potentialwert  $V_1$  gebracht, welcher, wenn  $\xi$  eine Konstante ist, gleich  $\xi V$  gesetzt werden kann. Ist  $c_1$  die Kapazität der Nadel, so ist  $c_1 \xi V$  die in derselben vorhandene Elektrizitätsmenge, somit die Anziehung von  $A$  auf die Nadel proportional  $cc_1 \xi V^2$ . Man kann dieser Anziehung durch Torsion des Drahtes das Gleichgewicht halten und so durch die Torsion die Anziehung messen.

Fig. 70.



Befindet sich bei derselben Lage der Nadel gegen die Quadranten im Cylinder eine dielektrische Flüssigkeit mit der Dielektricitätskonstanten  $D$ , so erhält, wenn jetzt das Quadrantenpaar bis zum Potentialwert  $V$  geladen wird, dasselbe die Elektrizitätsmenge  $DcV$ , da die Kapazität der Quadranten jetzt  $D$ mal größer ist. Die Nadel  $N$  wird dadurch wieder auf das Potentialniveau  $V_1 = \xi V$  influenziert, erhält dadurch aber jetzt, da die Kapazität auch dieser  $D$ mal größer ist, die Elektrizitätsmenge  $Dc_1 \xi V$ . Die Anziehungen dieser Elektrizitätsmengen würden in Luft  $D^2 cc_1 \xi V^2$  sein; im Dielektricum ist die Anziehung  $\frac{1}{D}$  derselben, sie muß also  $D cc_1 \xi V^2$  sein, oder die Anziehungen in Luft und im Dielektricum müssen sich wie  $1 : D$  verhalten.

Silow fand in der That die Anziehung im Terpentinöl erheblich größer als in Luft, der für Terpentinöl gefundene Wert von  $D$  stimmt recht gut mit dem auf anderen Wegen gefundenen überein.

Quinke bestimmte direkt die Anziehung zweier Platten, je nachdem dieselben sich in Luft oder\* in isolierenden Flüssigkeiten befanden. Die untere war isoliert fest in einer Glaswanne aufgestellt; dieselbe konnte an einem bestimmten Potentialwerte geladen werden, welcher letzterer an einem Elektrometer gemessen wurde. Die obere hing in einem bei allen Versuchen gleichen Abstände  $\delta$  über der untern; sie war an einem Arm einer feinen Waage aufgehängt und wurde durch in die am andern Arm hängende Wagschale eingelegte Gewichte im Gleichgewicht gehalten, sie

wurde außerdem in dieser Lage durch drei an der Glaswanne befestigte Schrauben gestützt, damit sie nicht bei etwaiger Schwankung der Wage sich der unteren Platte weiter nähern konnte.

Nachdem die Platte genau äquilibrirt war, wurde die Wage arretirt, auf die andere Wage eine Zulage  $G_1$  gelegt und dann die untere Platte durch Verbindung derselben mit einer Batterie Leydner Flaschen, die wir demnächst beschreiben werden, zu einem solchen Werte der Potentialfunktion geladen, daß die Anziehung der beiden Platten grösser war als der von dem Zulagegewicht herrührende Gegenzug. Hiernach wurde die Arretierung der Wage gelöst und nun die Ladung der Batterie und damit die Potentialfunktion in der untern Platte so langsam vermindert, daß man am Elektrometer den Gang derselben beobachten konnte. Mit Verminderung der Potentialfunktion der untern Platte nahm die Anziehung der beiden Platten ab, und hatte die Potentialfunktion einen bestimmten Wert erreicht, so war die Anziehung gleich dem Zuge des Zulagegewichtes. Der Wert der Potentialfunktion in dem Momente, in welchem die Wage eine Gleichgewichtsstörung erkennen liefs, war demnach jener, bei welchem die Anziehung der Platten gleich dem Zuge des Zulagegewichtes war.

Die Versuche wurden gemacht, wenn die Glaswanne nur Luft enthielt, oder wenn sie mit einer isolierenden Flüssigkeit gefüllt war. Wie sich aus den so gemessenen Anziehungen und Potentialfunktionen die Dielektritätskonstanten der Flüssigkeiten berechnen lassen, ergibt sich folgendermaßen:

In Luft ist die Potentialfunktion zwischen den Platten

$$V = 4\pi h(\delta - x),$$

somit

$$\frac{dV}{dx} = -4\pi h.$$

Dieser Differentialquotient, negativ genommen, giebt uns den der Einheit der Elektrizität zwischen den Platten erteilten Antrieb; der Antrieb, welchen die Elektrizitätsmenge eins in der zweiten Platte selbst gegen die erste hin erfährt, ist aber nur halb so groß. Denn für einen in der zweiten Platte befindlichen elektrischen Punkt wird von der in dieser Platte befindlichen Elektrizität keinerlei Antrieb parallel  $x$  bewirkt, wie wir schon §. 38 aus den Sätzen des §. 7 ableiteten, weil eben der Antrieb, welchen ein elektrischer Punkt durch die in der Platte vorhandene Elektrizität erfährt, bei dem Passieren der Platte sein Zeichen ändert. Daß dem so ist und daß infolgedessen die Wirkung auf einen Punkt der zweiten Platte gerade die Hälfte von derjenigen auf einen Punkt zwischen den Platten ist, erkennt man sofort, wenn man die beiden Glieder, aus denen sich  $\Gamma$  zusammensetzt, sowohl für einen Punkt zwischen den Platten ( $x < \delta$ ), als auch für einen Punkt außerhalb der Platten ( $x > \delta$ ) hinschreibt.

Für einen Punkt zwischen den Platten ist

$$V = 2\pi h(R - x) - 2\pi h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right)(R - \delta + x),$$

oder wenn die Glieder mit  $\delta^2$  und  $\delta x$  vernachlässigt werden,

$$V = 2\pi h(R - x) - 2\pi h(R - 2\delta + x)$$

$$\frac{dV}{dx} = -2\pi h - 2\pi h.$$

in einem Punkt außerhalb der Platten ist

$$V = 2\pi h(R - x) - 2\pi h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right)R - x + \delta)$$

$$V = 2\pi h(R - x) - 2\pi h(R - x) = 0$$

$$\frac{dV}{dx} = -2\pi h + 2\pi h = 0.$$

Im Durchgang durch die zweite Platte geht also der Differentialquotient der Potentialfunktion der zweiten Platte aus  $-2\pi h$  in  $+2\pi h$  über. In der Platte ist er somit null und es ist in der zweiten Platte

$$\frac{dV}{dx} = -2\pi h.$$

Platzieren wir diesen letzten negativ genommenen Differentialquotienten in der oberen Platte vorhandenen Elektrizitätsmenge, so erhalten wir die zwischen beiden Platten wirkende Kraft. Im §. 41 sahen wir, daß die Dichtigkeit der Elektrizität in der abgeleiteten Platte, in welcher die Potentialfunktion gleich null ist, gleich  $-h$  ist, wenn  $\delta$  gegen die Dimensionen der Platten sehr klein ist. Quincke wählte bei einem Durchgang der Platten von 85,3 mm einen Abstand  $\delta = 1,597$  mm an. Nennen wir die Größe der Plattenfläche  $S$ , so wird die Anziehung der beiden Platten

$$A = G_1 = -2\pi h^2 S.$$

Wir dieselbe durch die Potentialfunktion in der geladenen Platte auszuweisen, ist zu beachten, daß der Wert derselben  $V_1$  gegeben ist durch

$$V_1 = 4\pi h \delta,$$

ist

$$h^2 = \frac{1}{16\pi^2} \frac{V_1^2}{\delta^2},$$

setzen wir den Wert von  $h^2$  in die Gleichung für  $A$ , so wird

$$A = G_1 = -\frac{S}{8\pi} \frac{V_1^2}{\delta^2}.$$

Die Anziehung ist somit der Größe der Platten und dem Quadrate der Potentialfunktion der geladenen Platte direkt, dem Quadrate des Abstands der Platten umgekehrt proportional<sup>1)</sup>.

1) Die Messung der Anziehung zweier Platten, deren eine geladen, deren andere zur Erde abgeleitet ist, liefert uns gleichzeitig ein Mittel, die Potentialfunktion der geladenen Platte in absolutem Maße zu bestimmen, oder auch beide Platten geladen sind, die Differenz der Potentialfunktionen so zu messen. Ist  $G_1$  das die Anziehung messende Gewicht, somit  $G_1 g$  die Anziehung in absolutem Maße, so liefert die Gleichung

$$G_1 g = \frac{S}{8\pi} \frac{V_1^2}{\delta^2},$$

Befinden sich die Platten in einer dielektrischen Flüssigkeit Dielektritätskonstante gleich  $D$  ist, so ist die Potentialfunktion den Platten

$$V = 4\pi h(\delta - x) \frac{1}{D},$$

somit

$$\frac{dV}{dx} = -4\pi \frac{h}{D}.$$

Die Anziehung der Platten wird somit, weil auch jetzt die  $h$  in der obigen Platte gleich  $-h$  ist,

$$A' = G = -2\pi \frac{h^2}{D} \cdot S,$$

wenn  $G$  das die Anziehung messende Gewicht ist. Drücken wir die Potentialfunktion  $V_1'$  in der geladenen Platte aus, so ist

$$V_1' = 4\pi \frac{h}{D} \delta; \quad h^2 = \frac{D^2}{16\pi^2} \frac{V_1'^2}{\delta^2},$$

somit

$$A' = G = -D \frac{S}{8\pi} \frac{V_1'^2}{\delta^2}.$$

Die Anziehung ist also  $D$  mal gröfser als in Luft. Kombinieren wir die Beobachtung in einem Dielektricum mit derjenigen in Luft, so

$$\frac{G}{G_1} = D \frac{V_1'^2}{V_1'^2}; \quad D = \frac{G}{G_1} \frac{V_1'^2}{V_1'^2}.$$

Indem wir andere Methoden zur Bestimmung der Dielektritätskonstanten, die indes weniger zu genauen Messungen geeignet sind, gehen, stellen wir im Folgenden die Dielektritätskonstanten für feste und flüssige Körper nach den verschiedenen Beobachtungen der Quadrate der Brechungsexponenten der Medien zur Prüfung des erwähnten Maxwell'schen Satzes zusammen. Die Methoden, nach denen die von mir erhaltenen Werte gefunden sind, werden wir in den Paragraphen besprechen. Die von Schiller<sup>1)</sup> angewandte Methode wird wir erst später andeuten.

wo wir das negative Zeichen fortlassen, da es hier auf die Richtung nicht ankommt,

$$V_1 = \delta \sqrt{\frac{8\pi G_1 g}{S}}.$$

Ist auch die zweite Platte und zwar bis zur Potentialfunktion  $V_2$  so wird

$$V_1 - V_2 = \delta \sqrt{\frac{8\pi G_1 g}{S}}.$$

Bei dem schon im §. 45 erwähnten absoluten Elektrometer von Wiedemann (Reprint of papers on electrostatics etc., p. 287) ist dieser Satz angewandt. Wiedemann im Bd. I der Elektrizitätslehre S. 176.

1) Schiller, Poggend. Ann. Bd. CLII.



Dielektritätskonstanten einiger fester Körper<sup>1)</sup>.

Substanzen	Boltzmann <sup>2)</sup>		Schiller	Wüllner	Gordon	n <sup>3</sup>
	Kapazitäts- messung	Anziehung einer Kugel				
Glas <sup>3)</sup>	—	7,5	5,83	6,10	3,243	2,283 bis 3,048
Schwefel <sup>4)</sup>	3,84	3,90	—	3,04	2,58	4,16
Paraffin <sup>5)</sup>	2,32	2,32 — 2,34	1,85	1,96	1,99	2,02
Ebonit	3,15	3,48	2,21	2,56	2,28	—
Schellack <sup>6)</sup>	—	—	—	{ 2,95 3,73	2,74	—
Kolophonium	2,55	2,48	—	—	—	2,38
Guttapercha	—	—	—	—	2,46	—

## Dielektritätskonstanten einiger Flüssigkeiten.

Substanzen	nach Hopkinson	nach Silow aus Messungen der		n <sup>3</sup>
		Kapazität	Anziehung	
Petroleum	2,10	2,071	2,037	2,078
Terpentinöl	2,23	2,158	2,221	2,13
Benzol	—	2,198	—	2,196
Ricinusöl	4,78	—	—	2,153
Spermacetöl	3,02	—	—	2,135
Olivenöl	3,16	—	—	2,131

Die in diesen beiden Tabellen angegebenen Werte der Brechungs-  
exponenten sind nach der Cauchyschen Formel für unendlich lange Wellen  
berechnet.

In der nachfolgenden Tabelle sind einige Beobachtungen von Quincke  
zusammengestellt, die Dielektritätskonstanten unter I sind aus Kapaci-  
tätsmessungen eines Kondensators, bei längerer Ladungsdauer, unter II bei  
kürzerer Ladungsdauer, von G. Weber in Quinckes Laboratorium bestimmt,  
die unter III durch Anziehung der Kondensatorplatten gemessen. Die

1) Die hier angegebenen Werte entsprechen bei den Beobachtern, bei denen  
eine verschiedene Dauer angegeben ist, immer der kürzesten Dauer der Influenz  
(siehe den nächsten Paragraphen).

2) Der Wert für Glas in dieser Rubrik ist von Nowak und Romich nach  
Boltzmanns Methode erhalten.

3) Gordon findet für ganz verschiedene Gläser, Flintgläser, Kronglas Werte  
zwischen 3,01 und 3,16, und bei späterer Wiederholung der Versuche mit  
denselben Gläsern Werte zwischen 3,31 und 3,84. Hopkinson findet für ver-  
schiedene Gläser Werte zwischen 6,61 und 9,09, den größten für ein schweres,  
den kleinsten für ein leichtes Flintglas, für Tafelglas (also bleifreies Glas), erhält  
derselbe 8,45.

4) Siemens findet für Schwefel 2, 9.

5) Barklay und Gibson finden für Paraffin 1,976, Schiller für rasch erkal-  
tetes durchsichtiges Paraffin 1,68.

6) Der von mir benutzte Schellack war mit venetianischem Terpentin ge-  
mischt, die beiden Zahlen beziehen sich auf verschiedene Mischungen.

Brechungsexponenten sind für die dunkle Linie *D* bestimmt; die Temperaturen gelten für die unter I und III angegebenen Zahlen, bei den unter II angegebenen Zahlen waren sie einige Grade höher.

Substanzen	Temperatur	$n^2$	I	II	III
Äther	6,6	1,851	3,364	3,960	4,851
Äther getrocknet	8,37	1,848	3,323		4,623
Schwefelkohlenstoff					
mit Schwefel	8,68	2,822	2,113	2,494	2,870
Schwefelkohlenstoff I	7,50	2,685	2,217	—	2,669
„ II	12,98	2,671	1,970	—	2,692
„ III	21,00	2,643	—	2,149	—
Benzol I	13,20	2,261	1,928	—	2,389
„ II	14,40	2,265	2,050	—	2,325
Rapsöl	16,41	2,174	2,443	2,571	2,385
Terpentinöl	16,71	2,161	1,940	2,282	2,259
Steinöl	16,62	2,098	1,705	2,033	2,138

Für Schwefelkohlenstoff erhielt Gordon<sup>1)</sup> den Wert 1,81.

Eine Vergleichung der von den verschiedenen Beobachtern oder auch der von demselben Beobachter nach den verschiedenen Methoden erhaltenen Werte der Dielektricitätskonstanten derselben Substanzen zeigt keinesweges die wünschenswerte Übereinstimmung. Einen Grund hierfür werden wir im nächsten Paragraphen darin finden, daß die Dauer der Influenz bei den Versuchen eine verschiedene ist. Wir werden sehen, daß wenigstens bei den festen Körpern durch die längere Dauer der Influenz die sich ergebende Wert der Dielektricitätskonstanten erheblich wachsen muß. Bei den Flüssigkeiten wird der Wert durch längere Dauer des Versuchs kleiner werden, wenn die Flüssigkeiten direkt mit den Platten in Berührung sind. Wenn demnach die Werte der Dielektricitätskonstanten noch einigermaßen unsicher sind, so wird man doch aus den vorliegenden Zahlen den Schluß ziehen müssen, daß sie eine Bestätigung des Maxwell'schen Satzes über die Beziehung zwischen den Dielektricitätskonstanten und Brechungsexponenten nicht liefern.

#### IV. Messung der Dielektricitätskonstanten der Gase.

Faraday sowohl wie Siemens kamen bei ihren vorhin besprochenen Versuchen über das spezifische Induktionsvermögen zu dem Resultate, daß dasselbe für alle Gase gleich, also wenn, wie bei allen Bestimmungen die Dielektricitätskonstante der Luft als Einheit genommen wird, für alle Gase gleich eins wäre.

Boltzmann<sup>2)</sup> hat deshalb später die Versuche über das spezifische Induktionsvermögen der Gase wieder aufgenommen, und kam zu dem E

1) Gordon, A physical Treatise of Electricity. Bd. I.

2) W. Boltzmann, Poggend. Ann. Bd. CLV.



dreier Schellackstäbchen befestigt war. Durch die eine Durchbohrung der Platten  $g$  und  $f$  und die Durchbohrung der Platte  $c$  führte ein Draht zur Platte  $d$ , welcher von einem Schellackpfropf getragen wurde, der in einer Durchbohrung der den Apparat überdeckenden Luftpumpenglocke getragen wurde. Durch diesen Draht  $p$  konnte die untere Platte  $d$  des Kondensators entweder mit einem Quadrantenelektrometer und mit der Erde oder nur mit dem Quadrantenelektrometer allein verbunden werden. Wenn der durch ein Schellackstäbchen an einer isolierenden Decke aufgehängte und ein dünnes Messingblech  $r$  tragende Drahtwinkel niedergelassen wurde, so daß  $r$  mit  $p$  zur Berührung kam, war die Platte  $d$  mit dem Elektrometer verbunden. Wurde gleichzeitig der zweite Drahtwinkel niedergelassen, daß  $m$  mit  $l$  und  $n$  mit  $r$  in Berührung kam, so war  $d$  und das Elektrometer mit der Erde in leitender Verbindung. Ein zweiter ebenso wie  $p$  befestigter Draht  $q$  führte zur Platte  $c$ ; wurde der Drahtwinkel mit der Platte  $s$  niedergelassen, so wurde die Platte  $c$  mit einer Elektrizitätsquelle von konstanter Potentialfunktion, dem einen Pole einer Batterie von Daniellschen Elementen in Verbindung gesetzt, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet war. Das ganze Plattensystem war mit einer Messinghülle  $h$  umgeben und schliesslich mit einer Luftpumpenglocke bedeckt.

Zunächst überzeuete sich Boltzmann, daß das Auspumpen der Luft aus der Glocke und das Zurückströmen derselben in die Glocke in dem nicht geladenen Platten keinerlei elektrische Wirkung zeigte, indem  $d$  mit dem Elektrometer verbunden wurde und dann Luft ausgepumpt oder einströmen gelassen wurde. Ebenso überzeuete sich Boltzmann, daß von der geladenen Platte  $c$  direkt keine Elektrizität zu  $d$  gelangte, indem  $c$  geladen, darauf nach einiger Zeit entladen und dann  $d$  mit dem Elektrometer verbunden wurde.

Zur Messung der Dielektritätskonstanten der Gase wurde die Platte  $c$  durch die Batterie zu einem Potentialwerte  $V$  geladen, während  $d$  mit dem Elektrometer und der Erde verbunden war, und die Glasglocke etwa mit Luft gefüllt war. Durch die Verbindung mit der Erde wurde die Potentialfunktion in der Platte  $d$  auf null gehalten. Nun wurde die Verbindung der Platte  $d$  mit der Erde unterbrochen, so daß dieselbe nur mehr mit dem Elektrometer in Verbindung war, und dann, während  $c$  mit der Batterie in Verbindung blieb, die Luft ausgepumpt. Ist die Dielektritätskonstante der verdünnten Luft eine andere als die der dichtern Luft, so muß der Potentialwert in der Platte  $d$  jetzt ein anderer werden; ist sie größer, so muß der Potentialwert der Platte positiv werden, vorausgesetzt, daß  $c$  positiv geladen ist, ist sie kleiner, so muß derselbe negativ werden. Die Nadel des Elektrometers muß deshalb in dem einen oder anderen Sinne aus der Nulllage abgelenkt werden. In der That fand sich ein Ausschlag in dem Sinne, der zeigte, daß die Dielektritätskonstante der verdünnten Luft kleiner wurde. Sei der beobachtete Ausschlag gleich  $\beta$ .

Um aus der Größe des Ausschlags die Änderung der Potentialfunktion ableiten zu können, wurde eine zweite Messung gemacht. Während die Glocke mit Luft gefüllt und die Platte  $d$  zur Erde abgeleitet war, wurde wieder die Platte  $c$  mit der gegebenen Batterie von  $n$  Elementen

laden. Darauf wurde die Verbindung von  $d$  mit der Erde gelöst und die Batterie um ein Element vermehrt, wodurch, wie wir später besprochen werden, die Potentialfunktion des Batteriepoles im Verhältnis von zu  $n + 1$  vergrößert wurde. Infolgedessen wurde der Wert der Potentialfunktion in der Platte  $d$  positiv und die Nadel des Galvanometers gelenkt.

Um zu erkennen, wie sich hieraus das Verhältnis der Dielektritätskonstanten der dichtern und verdünnten Luft ergibt, berechnen wir die Potentialfunktion  $V_2$  in der Platte  $d$  für beide Versuche, nachdem sie liiert und nun entweder die Luft ausgepumpt oder ohne daß sie ausgepumpt war, die Potentialfunktion in  $c$  vergrößert wurde.

Wir gehen von der im Anfange dieses Paragraphen benutzten Gleichung I für die Potentialfunktion zwischen zwei Platten aus, zwischen denen sich ein Dielektricum mit der Elektrisierungskonstanten  $a$  befindet; dieselbe war

$$2\pi h(R - x) - 2\pi ah(R - x') + 2\pi ah(R - x'') + 2\pi h_1(R - x_1);$$

hierin ist  $x$  der Abstand des betrachteten Punktes von der obern Platte,  $x'$  der Abstand desselben von der obern Fläche des Dielektricums, welche selbst von der obern Platte den Abstand  $\delta_1$  hat,  $x''$  der Abstand des betrachteten Punktes von der untern Fläche des Dielektricums, welche von der obern Platte um  $\delta_2$  entfernt ist, und  $x_1$  der Abstand des Punktes von der untern Platte.

Für einen Punkt der obern Platte erhalten wir die Potentialfunktion  $V_1$ , wenn wir zunächst  $x'$ ,  $x''$ ,  $x_1$  für einen Punkt zwischen der obern Platte und der obern Fläche des Dielektricums durch  $x$  ausdrücken und dann  $x = 0$  setzen. Für einen solchen Punkt ist

$$x + x' = \delta_1, \quad x + x'' = \delta_2, \quad x + x_1 = \delta.$$

Setzen wir hierin  $x = 0$  und die dann sich ergebenden Werte in obige Gleichung, so wird

$$V_1 = 2\pi hR - 2\pi ah(R - \delta_1) + 2\pi ah(R - \delta_2) + 2\pi h_1(R - \delta).$$

Zur Bestimmung der Potentialfunktion in der zweiten Platte  $V_2$  drücken wir zunächst  $x'$ ,  $x''$ ,  $x_1$  für einen Punkt zwischen der untern Fläche des Dielektricums und der untern Platte durch  $x$  aus und setzen dann  $x = \delta$ . Für einen solchen Punkt ist

$$x - x' = \delta_1, \quad x - x'' = \delta_2, \quad x + x_1 = \delta.$$

Setzen wir diese Werte mit  $x = \delta$  in unsere Gleichung, so wird

$$V_2 = 2\pi h(R - \delta) - 2\pi ah(R - \delta + \delta_1) + 2\pi ah(R - \delta + \delta_2) + 2\pi h_1 R.$$

Ziehen wir die Gleichungen  $V_1$  und  $V_2$  von einander ab, so wird

$$V_1 - V_2 = 2\pi h\delta + 4\pi ah\delta_1 - 4\pi ah\delta_2 - 2\pi h_1\delta.$$

Hierin ist noch  $h_1$ , die Dichtigkeit der Elektrizität in der zweiten Platte zu bestimmen. Wir leiten dieselbe aus der Gleichung für  $V_2$  ab, indem wir gleichzeitig beachten, daß, weil die Gase den ganzen Raum



zwischen den Platten ausfüllen, somit die Platten berühren,  $\delta_1$   
 $\delta_2 = \delta$ ,

$$h_1 = \frac{V_2}{2\pi R} - h \left( 1 - \frac{\delta}{R} + a \frac{\delta}{R} \right) = \frac{V_2}{2\pi R} - h \left( 1 - (1-a) \frac{\delta}{R} \right)$$

Setzen wir diesen Wert in den Ausdruck für die Differenz  $V_1 - V$  erhält man ohne weiteres

$$V_1 - V_2 \left( 1 - \frac{\delta}{R} \right) = 4\pi h \delta (1-a) \left( 1 - \frac{\delta}{2R} \right),$$

und wenn wir  $\delta$  gegen  $R$  als sehr klein voraussetzen

$$V_1 - V_2 = 4\pi h \delta (1-a),$$

setzen wir jetzt die Dielektricitätskonstante  $D = \frac{1}{1-a}$  ein, so wird

$$V_2 = V_1 - 4\pi h \delta \frac{1}{D}.$$

Bei dem ersten Versuche wurde, wenn die Glocke Luft enthielt obere Platte zum Potentialwert  $V_1$  geladen, während die untere abge war. Es war somit zunächst

$$V_2 = 0, \quad V_1 = 4\pi h \delta \frac{1}{D}.$$

Dann wurde die Platte isoliert, und während die Potentialfunktion obere Platte auf dem konstanten Wert  $V_1$  gehalten wurde, die Luft gepumpt. Die Dielektricitätskonstante der verdünnten Luft sei  $D_1$ , jetzt die Potentialfunktion in der untern Platte

$$V_2' = V_1 - 4\pi h \frac{1}{D_1};$$

Setzen wir für  $V_1$  den vorhin bestimmten Wert, so wird

$$V_1 = 4\pi h \delta \frac{1}{D}; \quad V_2' = 4\pi h \delta \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{D_1} \right).$$

Bei dem zweiten Versuche wird wieder, während der Apparat enthält, die obere Platte bis zu dem Potentialwert  $V_1$  geladen, während die untere Platte abgeleitet ist, es ist  $V_2 = 0$

$$V_1 = 4\pi h \delta \frac{1}{D_1}.$$

Nachdem die Platte  $d$  isoliert war, wurde der Wert der Potentialfunktion  $V_1$  im Verhältnis  $n$  zu  $n+1$  vermehrt. Die Potentialfunktion in der untern Platte wird demnach

$$V_2'' = V_1 \left( 1 + \frac{1}{n} \right) - 4\pi h \delta \frac{1}{D}$$

$$V_2'' = \frac{1}{n} 4\pi h \delta \frac{1}{D}.$$

Die beiden Potentialfunktionen  $V_2'$  und  $V_2''$  verhalten sich direkt die in dem Elektrometer bei den beiden Versuchen beobachteten  $\Delta$

en  $\beta : \alpha$ , da in der Zusammenstellung von Platte und Elektrometer  $s$  geändert war. Es folgt somit

$$4\pi h\delta \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{D_1} \right) : \frac{1}{n} 4\pi h\delta \frac{1}{D} = \beta : \alpha$$

$$1 - \frac{D}{D_1} = \frac{1}{n} \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\frac{D}{D_1} = 1 - \frac{1}{n} \frac{\beta}{\alpha}$$

man sieht, daß, wie wir vorhin bemerkten,  $\beta$  negativ sein muß, in  $D > D_1$ , dagegen positiv, wenn  $D < D_1$ . Die Versuche Boltzmanns geben das erstere.

Um eine Vorstellung von den zu beobachtenden Größen zu geben, merken wir, daß wenn die Potentialfunktion  $V_1$  durch 300 Daniellsche Elemente hergestellt war, bei Hinzufügung eines Elementes die mit Spiegel und Skala beobachtete Ablenkung  $\alpha$  am Elektrometer etwa 60 Teilstriche betrug, als dagegen bei konstantem Werte  $V_1$  die Luft bis auf 10–20 mm Quecksilberdruck ausgepumpt war, ergab sich die Ablenkung  $\beta$  etwa gleich 60 Teilstrichen, und zwar im negativen Sinne.

Boltzmann schloß aus seinen Versuchen, daß die Dielektricitätskonstante mit der Dichtigkeit der Gase und zwar derselben proportional zunimmt. Ist dieser Satz allgemein gültig, und setzen wir die Dielektricitätskonstante des leeren Raumes gleich 1, so läßt sich diejenige bei dem Drucke  $b$  darstellen durch

$$D = 1 + \lambda \frac{b}{760},$$

wo  $\lambda$  eine Konstante, die Zunahme der Dielektricitätskonstante bei Zunahme des Druckes um eine Atmosphäre bedeutet. Für einen Druck  $b_1$  wird ebenso

$$D_1 = 1 + \lambda \frac{b_1}{760}$$

da  $\lambda$  sehr klein ist,

$$\frac{D}{D_1} = 1 + \lambda \frac{b - b_1}{760} = 1 - \frac{1}{n} \frac{\beta}{\alpha}.$$

Ist  $D > D_1$ , so ist, wie schon oben bemerkt wurde, die Ablenkung positiv. Wie erwähnt, war die beobachtete Ablenkung negativ, setzen wir deshalb dieselbe  $\beta = -\beta_1$ , so wird

$$\lambda = \frac{1}{n} \frac{\beta_1}{\alpha} \frac{760}{b - b_1}$$

und mit dem so bestimmten  $\lambda$  erhalten wir

$$D = 1 + \lambda$$

die Dielektricitätskonstante des untersuchten Gases für den Druck der Atmosphäre, wenn jene des leeren Raumes gleich eins gesetzt wird. Die von Boltzmann erhaltenen Resultate werden wir mit den von den übrigen Experimentatoren erhaltenen nachher zusammenstellen.

Ayrton und Perry<sup>1)</sup> wandten zu ihren Versuchen zwei Kondensatoren an, von denen der eine in einem rings geschlossenen Kasten sich befand, welcher luftleer gemacht oder mit beliebigen Gasen gefüllt werden konnte. Die Kapacitäten der beiden Kondensatoren wurden verglichen, indem einmal die nicht zur Erde abgeleiteten Platten derselben auf den gleichen Potentialwert geladen, darauf mit einander und mit dem Elektrometer verbunden wurden, und indem bei einem zweiten Versuche die beiden nicht zur Erde abgeleiteten Platten mit entgegengesetzter Elektrizität, die eine zum Potentialwert  $V$ , die andere bis  $-V$  geladen, dann ebenso mit einander und dem Elektrometer verbunden wurden. Die Ladungen geschahen durch Verbindung der Kondensatorplatten mit den Polen einer Batterie von Daniellschen Elementen.

Ist die Kapazität des einen Kondensators  $C$ , die des andern, in dem geschlossenen Kasten aufgestellten  $C_1$ , so ist bei dem ersten Versuche die auf die Platten übergegangene Elektrizitätsmenge

$$q = (C + C_1) V.$$

Werden die beiden Platten mit dem Elektrometer verbunden, dessen Kapazität gleich  $K$  ist, so verteilt sich die Elektrizität zwischen den Platten und dem Elektrometer und die Potentialfunktion sinkt auf  $V_1$ , so daß

$$q = (C + C_1 + K) V_1.$$

Nennen wir die bei dem zweiten Versuche in den Platten vorhandene positive Elektrizität  $q'$ , so ist

$$q' = (C - C_1) V,$$

durch Verbindung mit dem Elektrometer geht jetzt die Potentialfunktion auf  $V'$  herunter, und es ist

$$q' = (C - C_1 + K) V'.$$

Aus diesen vier Beobachtungen läßt sich das Verhältnis der Kapacitäten und damit das der Dielektritätskonstanten der im geschlossenen Kasten vorhandenen Gase aus den für den Kondensator bei Füllung mit den verschiedenen Gasen erhaltenen Werten von  $C_1$  berechnen.

Ganz vor kurzem hat schließlich Klemenčić<sup>2)</sup> die Dielektritätskonstanten verschiedener Gase und Dämpfe gemessen. Klemenčić wählte die schon erwähnte im nächsten Abschnitt zu besprechende Methode von Siemens zur Vergleichung der Kapacitäten eines Kondensators an, wenn derselbe zwischen den Platten verschiedene Gase enthielt, beziehungsweise sich in einem mit verschiedenen Gasen gefüllten Raume befand.

In nachfolgender Tabelle sind die von den drei Physikern gefundenen Werte für den Druck der Atmosphäre mit den für den gleichen Druck geltenden Quadraten der Brechungsexponenten zusammengestellt.

1) Ayrton und Perry, Gordon Electricity Bd. I, p. 130.

2) Klemenčić, Berichte der Wiener Akademie Bd. XCI, S. 712 ff.

Name der Gase	Dielektricitätskonstanten nach			Quadrate der Berechnungs-exponenten
	Boltzmann	Ayrton-Perry	Klemenčić	
Luft	1,000590	1,0015	1,000586	1,000588
Kohlensäure	1,000946	1,0023	1,000984	1,000898
Wasserstoff	1,000264	1,0013	1,000264	1,000276
Kohlenoxyd	1,000690	—	1,000694	1,000680
Stickoxydul	1,000994	—	1,001158	1,001006
Äthylen	1,001312	1,0019	1,001458	1,001356
Grubengas	1,000944	—	1,000952	1,000886
Schweflige Säure	—	1,0052	1,00954	1,001330
Schwefelkohlenstoff	—	—	1,00290	1,002956
Äthyläther	—	—	1,00744	1,003074
Chloräthyl	—	—	1,01552	1,002348
Bromäthyl	—	—	1,01546	1,002436

Die auf die gleichen Substanzen sich beziehenden Zahlen von Boltzmann und Klemenčić stimmen recht gut überein, dagegen weichen die Zahlen von Ayrton und Perry erheblich von diesen ab. Für die ersten zwei finden die beiden erstern Physiker auch Zahlen, welche dem Maxwell'schen Gesetze entsprechen, für die Dämpfe dagegen ist diese Beziehung absolut nicht bestätigt.

### §. 50.

**Leitung in dielektrischen Medien.** Wir haben schon beim Beginne der Besprechung der Influenz in Nichtleitern erwähnt, daß in denselben die Influenz mit der Zeit wächst, und auch schon im §. 35 bei der ersten Besprechung der Influenzerscheinungen einiger älteren Versuche gedacht, welche dafür den Beweis liefern, daß die Influenz mit der Zeit zunimmt, und daß die so erregte Influenz auch nur allmählich wieder verschwindet. Mehrere der im vorigen Paragraphen besprochenen Untersuchungen haben ebenfalls eine solche mit der Zeit wachsende Influenz erkennen lassen; so auch Boltzmann und in gleicher Weise Nowak und Romich, daß die Anziehung einer dielektrischen Kugel unter dauernder Wirkung der elektrischen Kugel eine erheblich größere wurde. Nowak und Romich fanden in dieser Weise schon, daß Solen, Glas und Quarz bei dauernder Einwirkung nahezu so stark elektrisch werden wie Leiter. Zu dem gleichen Resultate gelangte auch Gaugain<sup>1)</sup>, als er die Kapazität eines Kondensators bestimmte, zwischen dessen Metallplatten verschiedene dielektrische Platten gelegt wurden. Er fand, daß mit der Zeit die Kapazität stets die gleiche und zwar jene wurde, welche der Kondensator besaß, wenn die dielektrische Zwischenplatte durch eine Metallplatte ersetzt wurde.

Hiernach kann es zweifelhaft erscheinen, ob es für die im vorigen Paragraphen mitgeteilten Erfahrungen in der That notwendig ist, eine Polarisation leitender Moleküle in dem Dielektricum anzunehmen, ob nicht vielmehr die Vergrößerung der Kapazität eines Kondensators durch Zunimmt

1) Gaugain, Ann. de chim. et de phys. 4 Serie. T. II.

legung eines dielektrischen Zwischenmittels darin ihren Grund hat, auch bei sehr kurzer Dauer der Ladung schon die Influenz in den schlechten Leitern merkbar wird, welche dann erst langsam bis zu ihrer ganzen Grösse sich entwickelt. Nimmt man das an, so ist das spezifische Induktionsvermögen abhängig von der Leitungsfähigkeit des isolierenden Mediums. Die verteilende Wirkung erstreckt sich von dem elektrisierten Körper sofort durch die ganze Masse des isolierenden Körpers, indem Influenzelektricität der ersten Art angezogen, die der zweiten Art abgestoßen wird. Es tritt deshalb sofort eine Bewegung der Elektricität durch die Masse ein, und es bedarf gerade wie bei der Faradayschen Annahme nur einer Verschiebung um molekulare Strecken, um an der einen Seite des Isolators eine Schicht freier positiver Elektricität, an der andern eine solche negativer Elektricität zu erhalten. Je grösser nun aber, bei im Vorausgesetzten molekularen Strecken, die Verschiebung der Elektricitäten in dem Isolator ist, je besser derselbe also leitet, um so mehr Elektricität tritt auf den Grenzflächen des Isolators hervor, einen um so stärker influenzierenden Einfluß muß somit die im Isolator geschiedene Elektricität haben. Das spezifische Induktionsvermögen Faradays würde also in dem Falle nur von dem Leitungsvermögen des Isolators abhängig sein.

Ich habe von diesem Gesichtspunkte aus die Frage zu entscheiden gesucht, ob wir eine besondere dielektrische Polarisierung annehmen müssen oder nicht, indem ich die mit der Zeit wachsende Influenz in Nichtleitern messend verfolgt habe, um so die durch die Geschwindigkeit der Zunahme der Influenz gemessene Leitungsfähigkeit des Isolators mit dem spezifischen Induktionsvermögen zu vergleichen. Zunächst untersuchte ich die Influenz auf Flüssigkeiten<sup>1)</sup>.

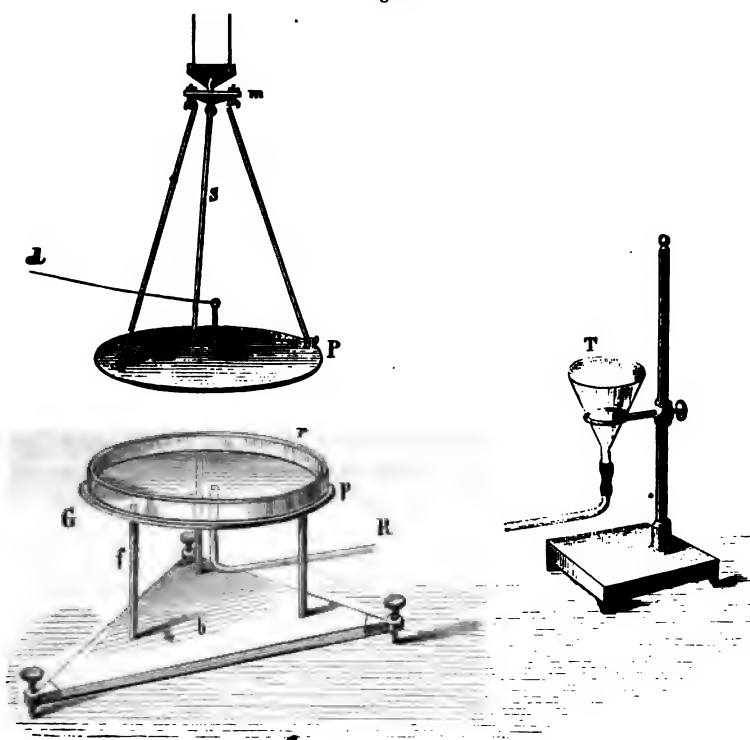
Ich stellte zu dem Ende flüssige Platten her, über denen ich in bestimmter meßbarer Entfernung eine leitende elektrisierte Platte aufhing, die Potentialfunktion gemessen wurde. Die Einrichtung des Apparates ist in Fig. 72 dargestellt. Die Metallplatte *P*, welche elektrisiert wurde, hing, mit drei dünnen Glasstäbchen von 25 cm Länge befestigt, an einem kleinen Messingdreieck, das seinerseits mit zwei über Rollen geführten feinen Kupferdrähten an einem Galgen hing, so daß die Metallplatte auf und niedergelassen in beliebiger Höhe festgehalten werden konnte. Unterhalb der schwebenden Platte stand das Gefäß *G*. Dasselbe bestand aus einer kreisförmigen Bodenplatte *p*, welche bei einigen Versuchen aus Metall, bei den eigentlichen Messungen aus Glas war, auf welche ein Glasring *r* gekittet war, dessen Durchmesser, gleich dem der Platte *P*, 12,5 cm, dessen Höhe 1,2 cm war. Die Glasplatte *p* war auf drei 10 cm hohe Glasfüße, mit Siegellack innen und außen überzogene dünne Glasröhrchen, gekittet, welche ihrerseits auf der großen dreieckigen Glasplatte *b* aufgesetzt waren. Die Fußplatte war mit Stellschrauben versehen, so daß man das Gefäß genau horizontal stellen konnte. Die Bodenplatte *p* war in der Mitte durchbohrt, und in die Durchbohrung war mit einem Kautschukpfropfen eine Glasröhre dicht eingesetzt, welche nahe unter der Platte horizontal umgebogen und durch eine im ganzen etwa 11 Meter lange aus Glas hergestellte Röhrenleitung mit dem Trichter *T* in Verbindung stand.

1) *Wüllner*, Sitzungsberichte der Münchner Akademie Bd. V, Jahrg. 18



Gefäß  $G$  und mit demselben die ganze 11 m lange Röhrenleitung und der Trichter  $T$  wurden mit der betreffenden Flüssigkeit gefüllt, so daß das Niveau derselben genau gleich dem Rande des Glasringes  $r$  war; bei leicht verdampfenden Flüssigkeiten ließ man aus einem Tropfglase in den Trichter  $T$  nachträpfeln, um das Niveau der Flüssigkeit in dem Gefäße  $G$  stets konstant zu halten

Fig. 72.



Zur Untersuchung der Influenz auf die Flüssigkeit wurde die durch einen feinen Draht  $d$  mit dem Sinuselektrometer in Verbindung stehende Platte  $P$  mit Elektrizität versehen und der Wert der Potentialfunktion im Sinuselektrometer gemessen, wenn die Platte in solcher Entfernung von der Flüssigkeit sich befand, daß eine gegenseitige Einwirkung nicht stattfinden konnte; der Abstand war etwas mehr als 10 cm. Dann wurde die Platte bis auf eine genau bestimmte Entfernung, bei allen Versuchen 2,93 mm, über der Flüssigkeit herabgelassen und wieder die Potentialfunktion der Platte beobachtet und zwar anfangs von 20 zu 20 Sekunden, später mit größern Zwischenzeiten. Nach einer längern Zeit wurde die Platte wieder emporgezogen und die Potentialfunktion neuerdings gemessen, um die während der Dauer der Beobachtung etwa stattgefundene Abnahme der Ladung in Rechnung zu ziehen. Letzteres geschieht unter der Annahme, daß in gleichen Zeiten die Ladung stets um den gleichen Bruchteil abgenommen hat.

Bezeichnen wir mit  $V_1$  die Potentialfunktion der Elektrizität, wenn die Platte  $P$  für sich allein steht, mit  $V_2$  die Potentialfunktion der in der Flüssigkeit durch Influenz erregten Elektrizität in der Platte  $P$ , wenn dieselbe über der Flüssigkeit in der Entfernung 2,93 mm schwebt, so ist die in dem letztern Falle in der Platte  $P$  vorhandene und im Sinuselektrometer beobachtete Potentialfunktion  $v$

$$v = V_1 + V_2.$$

Da die Menge der influenzierten Elektrizität jedenfalls der Menge der auf der Platte  $P$  vorhandenen Elektrizität proportional ist, können wir setzen

$$V_2 = \alpha V_1$$

und

$$v = V_1 (1 + \alpha)$$

$$\frac{v}{V_1} = 1 + \alpha.$$

Diese Werte  $\frac{v}{V_1}$  sind es, die bestimmt wurden.

Zunächst wurde der ganze Apparat mit einer leitenden Flüssigkeit gefüllt, nämlich mit Wasser. Es ergab sich, daß der Quotient  $\frac{v}{V_1}$  sofort konstant wurde, und daß derselbe den gleichen Wert annahm, einerlei ob die Bodenplatte  $p$  aus Glas oder aus einer zur Erde abgeleiteten Metallplatte bestand, ein Beweis, daß die angewandte Röhrenleitung von 11 mm Länge hinreichend lang war, so daß auch ohne Verbindung mit der Erde die Potentialfunktion der Elektrizität in der Flüssigkeit gleich null zu setzen war. Es fand sich nämlich

Wasser	
	$\frac{v}{V_1}$
isoliert	abgeleitet
0,3976	0,3981
0,3849	0,3888
0,3828	0,3935
0,3927	0,3876
0,3982	0,3879
Mittel 0,3912	0,3912

$$\alpha = -0,6088.$$

Da, wenn die Potentialfunktion in der Flüssigkeit null ist, keine Influenzelektrizität zweiter Art vorhanden ist, so muß  $\alpha$  negativ sein.

Denselben Wert für  $\alpha$  erhielt man, wenn man auf den Glasring eine zur Erde abgeleitete Metallplatte legte und die Platte  $P$  bis zur Entfernung 2,93 mm von derselben herabließ, ein weiterer Beweis, daß in der obern Grenzfläche der leitenden Flüssigkeit der Wert der Potentialfunktion sofort gleich null wurde.

Auch bei nichtleitenden Flüssigkeiten ergab sich, wenn die Platte  $p$  zur Erde abgeleitete Metallplatte war, daß die Influenz so rasch





Punkt in der Flüssigkeit ist die von der Elektrizität der Platte herrührende Potentialfunktion

$$V = 2\pi h(R - x).$$

Schwebt die Platte über der Flüssigkeit im Abstände  $\delta$ , so muß sofort eine Influenzierung in der Flüssigkeit eintreten; sei die Dichtigkeit der Elektrizität in der obern Grenzfläche der Flüssigkeit, im Falle dieselbe leitend ist, gleich  $h_1$ , so wird in einem gegebenen Momente, wenn  $a$  die von uns früher definierte Elektrisierungskonstante ist, die wir aber jetzt besser, da die Influenz mit der Zeit wächst, also  $a$  mit der Zeit größer wird, als Elektrisierungskoeffizient bezeichnen, die Dichtigkeit in der obern Grenzfläche einer isolierenden Flüssigkeit  $ah_1$ . Die Potentialfunktion der in der obern Grenze der Flüssigkeit hiernach vorhandenen elektrischen Schicht in einem um  $x$  von der obern Platte, also um  $x - \delta$  von dieser Schicht entfernten Punkt ist

$$V' = 2\pi ah_1(R - (x - \delta)).$$

Die in dem betrachteten Punkte überhaupt vorhandene Potentialfunktion ist somit

$$v = V + V' = 2\pi h(R - x) + 2\pi ah_1(R - (x - \delta)).$$

Der Wert von  $h_1$  ergibt sich aus der Überlegung, daß in der Oberfläche der leitenden Flüssigkeit, für welche  $a = 1$  und  $x = \delta$  ist, der Wert der Potentialfunktion gleich null ist. Es ist somit

$$0 = 2\pi h(R - \delta) + 2\pi h_1 R$$

$$h_1 = -h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right).$$

Mit diesem Werte von  $h_1$  wird

$$v = 2\pi h(R - x)(1 - a) \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn wir die  $\frac{\delta}{R}$  und  $\frac{x}{R}$  enthaltenden Werte außer Acht lassen.

Die Gleichung (1) zeigt, daß so lange  $a < 1$  die Potentialfunktion in der Flüssigkeit mit wachsendem  $x$  kleiner wird, in allen mit der Platte resp. der obern Grenzfläche parallelen Flächen aber denselben Wert hat. Daraus folgt, daß parallel der Richtung  $x$  in der ganzen flüssigen Platte eine elektromotorische Kraft wirkt, welche die negative Elektrizität gegen die Grenzfläche der Flüssigkeit, die positive nach der entgegengesetzten Richtung treibt. Die Größe dieser elektromotorischen Kraft ist

$$+\frac{dv}{dx} = 2\pi h(1 - a),$$

mit welcher die negative Elektrizität einen Antrieb nach der Oberfläche, in der Richtung der abnehmenden  $x$ , die positive nach der entgegengesetzten Richtung getrieben wird.

Setzen wir voraus, daß die Elektrizität in den schlechtleitenden Substanzen ebenso bewegt wird wie in einem Leiter, und nennen die Leitungsfähigkeit der schlechtleitenden Substanz, also die Elektrizitätsmenge, welche *pro* die Flächeneinheit der schlechtleitenden Substanz parallel der Rich-

tung  $x$  in der Zeiteinheit hindurchtritt, wenn die treibende Kraft gleich 1, obiger Differentialquotient somit, der uns diese treibende Kraft giebt, gleich 1 ist, gleich  $k$ , so wird parallel der Richtung  $x$  durch die Flächeneinheit des Isolators in dem Zeitelement  $dt$  die Elektrizitätsmenge

$$dq = \mp k \frac{dv}{dx} dt = 2\pi h(1 - a)k$$

hindurchgehen und zwar die Menge  $-dq$  nach oben, jene  $+dq$  nach unten. Infolgedessen wächst die Dichtigkeit der Elektrizität in der obern Fläche der Flüssigkeit. Ist sie in dem gegebenen Moment

$$-ah\left(1 - \frac{\delta}{R}\right),$$

so drücken wir diese Zunahme aus, indem wir  $a$  als Funktion der Zeit betrachten, somit für  $a$  setzen  $a + da$ , so daß die Dichtigkeit der negativen Elektrizität um

$$da \cdot h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right) \text{ oder } h \cdot da$$

zunimmt, wenn wir  $\frac{\delta}{R}$  als gegen 1 sehr klein vernachlässigen. Die Dichtigkeitszunahme bedeutet die Vermehrung der Elektrizitätsmenge auf der Flächeneinheit; da  $dq$  die durch die Flächeneinheit jedes Querschnittes des Leiters hindurchtretende Elektrizitätsmenge ist, so ist sie auch die auf die Flächeneinheit der Oberfläche des Leiters in dem Zeitelemente  $dt$  übertretende Elektrizität. Somit ist

$$h da = dq$$

oder

$$h da = 2\pi h(1 - a)k dt$$

und schliesslich

$$da = 2\pi(1 - a)k dt.$$

Hiernach müßte der Elektrisierungskoeffizient  $a$  stets bis 1 zunehmen, denn  $da$  wird erst null, wenn  $1 = a$  wird; alle Isolatoren müßten also mit wachsender Zeit in gleichem Grade elektrisiert werden wie die Leiter. Wie wir aber schon in der Einleitung zu §. 48 sagten, ist es möglich, daß die Elektrizität in den Isolatoren einen solchen Widerstand findet, daß dieselbe im Gleichgewicht sein kann, auch wenn die Potentialfunktion nicht überall denselben Wert hat, somit schon wenn  $a$  noch nicht den Wert 1 erreicht hat.

Dieser Möglichkeit tragen wir Rechnung, wenn wir die Annahme machen, daß in jedem Isolator der Scheidung der Elektrizitäten eine gewisse von der Natur des Isolators abhängige Gegenkraft entgegenwirkt, die man als eine molekulare Anziehung auf die getrennten Elektrizitäten ansehen kann. Die Kraft kommt zur Wirkung, sowie die beiden Elektrizitäten geschieden sind und nimmt zu mit der Dichtigkeit der geschiedenen Elektrizitäten. Damit wird die in dem Zeitelemente  $dt$  durch die Querschnittseinheit des Isolators nach beiden Seiten hindurchgehende Elektrizitätsmenge nicht einfach der scheidenden Kraft, sondern der Differenz dieser und der molekularen Gegenkraft proportional, oder es wird



$$dq = + k \left( \frac{dv}{dx} - \mu' a h \right) dt,$$

wenn  $\mu' a h$  jene der Dichtigkeit  $ah$  der geschiedenen Elektricitäten proportionale Gegenkraft, also  $\mu'$  eine von der Natur des Isolators hängige Konstante ist.

Damit wird

$$dq = h da = k 2\pi h (1 - a - \mu a) dt,$$

wenn  $\frac{\mu'}{2\pi} = \mu$  gesetzt wird, oder

$$da = k 2\pi (1 + \mu) \left( \frac{1}{1 + \mu} - a \right) dt.$$

Setzen wir

$$\frac{1}{1 + \mu} = \varepsilon, \quad 2\pi k (1 + \mu) = c,$$

so ist

$$da = (\varepsilon - a) c dt.$$

Hiernach ergibt sich  $a$  aus der Gleichung

$$\frac{da}{\varepsilon - a} = c dt.$$

Setzen wir den der Zeit  $t = 0$  entsprechenden Wert  $a$  gleich  $a$  ergibt sich aus dieser Gleichung bekanntlich

$$\frac{\log(\varepsilon - a_0)}{\log(\varepsilon - a)} = c \cdot t$$

oder

$$\varepsilon - a = (\varepsilon - a_0) e^{-ct} = (\varepsilon - a_0) b^{-t} \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

Der der Zeit  $t = 0$  entsprechende Wert von  $a$ , also  $a_0$  giebt un im vorigen Paragraphen untersuchte dielektrische Polarisation, er ist was wir im vorigen Paragraphen die Elektrisirungskonstante nan so daß  $\frac{1}{1 - a_0} = D$  die Dielektritätskonstante des betreffenden Med ist. Wenn nun in der That die dielektrische Polarisation nur die in unmelsbar kleinen Zeit infolge der Leitungsfähigkeit des Mediums tretende molekulare Verschiebung der Elektricitäten bedeutet, so mu und damit  $D$  um so gröfser sein, je gröfser die Leitungsfähigkeit  $k$  Mediums ist; wenn dagegen eine von der Leitung des Isolators u hängige dielektrische Polarisation vorhanden ist, so darf sich eine artige Beziehung zwischen  $a_0$  und  $k$  nicht zeigen.

Es sei gleich hier bemerkt, daß wir den Gang der Influenz gar derselben Weise beobachten können, vorausgesetzt, daß keine Ströme vorhanden sind, wenn wir die Bodenplatte  $p$  aus einer zur Erde a leiteten Metallplatte herstellen, also das Dielectricum zwischen zwei tallplatten bringen. Wie wir im vorigen Paragraphen bei Ableitung Helmholtzschen Satzes über die Anziehung elektrischer Massen in e dielektrischen Medium, dessen Elektrisirungskonstante  $a$  ist, zeigten die Potentialfunktion im Innern eines zwischen zwei Metallplatten liege

Mediums im Abstände  $x$  von der obern Platte, wenn die untere zur Erde abgeleitet ist

$$v = 4\pi h(1 - a)(\delta - x),$$

somit

$$-\frac{dV}{dx} = 4\pi h(1 - a) \dots (2)$$

Bei gleichem Werte von  $a$  ist somit in diesem Falle die treibende Kraft doppelt so groß als in dem vorhin betrachteten Falle, im übrigen führt dieser Ausdruck zu einer Gleichung genau der gleichen Form, welche sich von der vorher abgeleiteten nur dadurch unterscheidet, daß der Wert von  $c$  doppelt so groß ist.

Ist die Annahme richtig, daß in den Isolatoren eine Leitung der Elektrizität ähnlich wie bei den Leitern stattfindet, so müssen demnach die aus den Beobachtungen sich ergebenden Werte von  $a$  einer geometrischen Reihe angehören, wenn die Zeiten um gleiche Größen wachsen. Wir haben deshalb zunächst zu untersuchen, wie die Größe  $a$  für jede Zeit aus unsern Beobachtungen abzuleiten ist. Wir beobachten stets den Wert der Potentialfunktion in der Platte  $P$ . Wäre, wie wir schon vorhin angenommen haben, die Platte vollkommen isoliert, so daß also während der ganzen Beobachtung die in ihr vorhandene Elektrizität dieselbe wäre, so ergäbe sich  $a$  aus dem in jedem Momente  $t$  beobachteten Werte der Potentialfunktion  $v_1$  in folgender Weise.

Schwebt die Platte fern von der Flüssigkeit und ist in derselben der Wert der Potentialfunktion  $V_1$  beobachtet, so ist

$$V_1 = 2\pi hR,$$

wenn wie immer  $h$  die Dichtigkeit der Elektrizität in der Platte ist. Wird die Platte bis zum Abstände  $\delta$  über der Flüssigkeit herabgelassen, so geht der Wert der Potentialfunktion über in

$$v_1 = 2\pi hR - 2\pi ah\left(1 - \frac{\delta}{R}\right)(R - \delta)$$

$$v_1 = 2\pi hR(1 - a) + 4\pi ah\delta.$$

Über der leitenden Flüssigkeit wird derselbe, da in dieser  $a = 1$  ist,

$$v_1' = 4\pi h\delta;$$

somit ist

$$v_1 - v_1' = 2\pi hR(1 - a) - 4\pi h\delta(1 - a)$$

oder da

$$2\pi hR = V_1, \quad 4\pi h\delta = v_1'$$

$$v_1 - v_1' = (V_1 - v_1')(1 - a)$$

$$1 - a = \frac{v_1 - v_1'}{V_1 - v_1'} \dots (II)$$

Die Werte  $v_1$  und  $v_1'$  sind es aber nicht, welche wir direkt beobachten, da die Platte  $P$  stets mit dem Elektrometer verbunden ist. Demnach sind Platte und Elektrometer, wenn die Platte entfernt von der Flüssigkeit schwebt, bis zum Potentialniveau  $V_1$  geladen. Wird die Platte über die Flüssigkeit bis zum Abstände  $\delta$  herabgelassen, so sinkt in ihr

der Wert der Potentialfunktion, es fließt deshalb aus dem Elektrometer Elektrizität in die Platte hinüber. Daher sinkt der Wert der Potentialfunktion über der leitenden Flüssigkeit nicht zu dem Werte  $v_1'$ , sondern nur bis zu einem Werte  $V_1'$ . Wir können indes aus dem beobachteten Werte  $V_1'$  den Wert  $v_1'$  ableiten, wenn wir die Kapacitäten der Platte, wenn sie entfernt oder nahe über der Flüssigkeit schwebt, kennen. Denn nennen wir die in der Platte vorhandene Elektrizität  $q$ , welcher, wenn die Platte entfernt von der Flüssigkeit schwebt, der Potentialwert  $V_1$  entspricht, und ist die Kapazität der Platte dann  $P$ , so ist

$$q = P V_1.$$

Ist die Kapazität der im Abstände  $\delta$  über der leitenden Flüssigkeit schwebenden Platte gleich  $P_1$ , so würde bei konstanter Elektrizitätsmenge die Potentialfunktion  $v_1'$  gegeben durch die Gleichung

$$q = P_1 v_1',$$

somit ist

$$v_1' = \frac{P}{P_1} V_1.$$

Ist die Kapazität der Platte über der nichtleitenden Flüssigkeit zur Zeit  $t$  gleich  $P_t$ , so würde wieder bei konstanter Elektrizitätsmenge die Potentialfunktion  $v_1$  gegeben sein durch

$$q = P_t v_1,$$

somit

$$v_1 = \frac{P}{P_t} V_1.$$

Diese Kapacitäten erhalten wir auf folgende Weise. Sei die Kapazität des Elektrometers mit der zur Platte führenden Leitung  $E$ , so ist die Elektrizitätsmenge, welche das ganze System bei dem beobachteten Potentialwert  $V_1$  enthält,

$$Q = (P + E) V_1 \quad \dots \quad (a)$$

Sinkt bei dem Niederlassen der Platte bis zum Abstände  $\delta$  über der leitenden Flüssigkeit der Wert der Potentialfunktion bis zu dem Werte  $V_1'$ , so ist

$$Q = (P_1 + E) V_1' \quad \dots \quad (b)$$

Setzen wir den Quotienten  $\frac{V_1'}{V_1} = A$ , so liefern die beiden Gleichungen (a) und (b)

$$\frac{P}{P_1} = \frac{\frac{P}{E} A}{1 + \frac{P}{E} - A}.$$

Ist nach dem Niederlassen über die dielektrische Flüssigkeit der beobachtete Wert der Potentialfunktion gleich  $V_1$ , so ist

$$Q = (P_t + E) V_1 \quad \dots \quad (c)$$

Diese und die Gleichung (a) liefern, wenn  $\frac{V_t}{V_1} = B$  gesetzt wird,

$$\frac{P}{P_t} = \frac{\frac{P}{E} B}{1 + \frac{P}{E} - B}.$$

Es handelt sich demnach noch um Bestimmung des Quotienten  $\frac{P}{E}$ . Das geschieht durch folgenden Versuch; man ladet das Elektrometer mit der Leitung zur Platte, ehe letztere mit der Leitung verbunden ist. Ist die beobachtete Potentialfunktion  $V_0$ , die im Elektrometer vorhandene Elektrizitätsmenge  $Q$ , so ist

$$Q = E V_0.$$

Man bringt, ohne die Leitung ableitend zu berühren, es ist zu dem Zwecke ein dünnes Schellackstäbchen an dieselbe angeschmolzen, die Leitung mit der Platte in Verbindung. Sinkt dadurch der Wert der Potentialfunktion auf  $v_0$ , so ist

$$Q = (E + P) v_0,$$

somit

$$1 + \frac{P}{E} = \frac{V_0}{v_0}.$$

Hiermit sind alle Größen gegeben, um aus den zur Zeit  $t$  beobachteten Werten  $V_t$  und den Werten  $V_1$  und  $V_1'$  die Werte, welche  $a$  zu den verschiedenen Zeiten annimmt, zu berechnen.

Setzen wir  $1 + \frac{P}{E} = C$ , so kann man leicht die Gleichung (II) für  $1 - a$  auf die Form bringen

$$1 - a = \frac{C - 1}{1 - \frac{A}{C}} \frac{B - A}{C - B}.$$

Bei meinen Versuchen war

$$C \doteq 1,51$$

und wie schon vorhin angegeben wurde  $A = 0,3912$ ; mit diesen Werten wird

$$1 - a = 0,8377 \frac{B - A}{C - B} = 0,8377 \frac{B - 0,3912}{1,51 - B}.$$

In der nachfolgenden Tabelle sind die an einer Sorte Schwefelkohlenstoff gemachten Beobachtungen zusammengestellt; in der ersten Reihe stehen die Zeiten der Beobachtung in Minuten, als null gilt der Moment des Niederlassens der Platte; die zweite Reihe giebt die beobachteten  $B$ , die dritte die hieraus berechneten Werte  $1 - a$ , die vierte die nach der Gleichung (I) mit

$$\varepsilon = 1, \quad 1 - a_0 = 0,5007, \quad b = 1,1074$$

berechneten Werte von  $1 - a$  und die letzte Reihe die Unterschiede zwischen der dritten und vierten Reihe. Auf die folgenden beiden Reihen kommen wir am Schluß des Paragraphen zurück.

## Influenz im Schwefelkohlenstoff.

Zeit	$B$	$1 - a$ (beob.)	$1 - a$ (ber.) I	Diff.	$(1 - a)$ ber. II	Diff. II
1'	0,8095	0,5024	0,4522	+ 502	0,5024	+ 0
2	0,7680	0,4254	0,4084	+ 170	0,4250	+ 4
3	0,7365	0,3738	0,3688	+ 50	0,3746	— 8
4	0,7081	0,3309	0,3315	— 6	0,3347	— 38
6	0,6576	0,2617	0,2716	— 99	0,2721	— 104
8	0,6196	0,2225	0,2215	+ 10	0,2216	+ 9
10	0,5846	0,1750	0,1806	— 56	0,1806	— 56
14	0,5272	0,1159	0,1201	— 42	0,1201	— 42
18	0,4854	0,0770	0,0798	— 28	0,0798	— 28
22	0,4589	0,0539	0,0531	+ 8	0,0531	+ 8
26	0,4337	0,0331	0,0353	— 22	0,0353	— 22
30	0,4217	0,0236	0,0235	+ 1	0,0235	+ 1
34	0,4158	0,0188	0,0156	+ 32	0,0156	+ 32
38	0,4099	0,0142	0,0104	+ 38	0,0104	+ 38

Mit Ausnahme der für die ersten zwei Minuten berechneten Werte  $1 - a$  ist die Übereinstimmung zwischen den nach unserer Gleichung rechneten Werten von  $1 - a$  und den beobachteten Werten eine recht befriedigende. Auf die Abweichung für die ersten Minuten komme nachher noch zurück; ich bemerke, daß sich diese bei allen Beobachtungen ergibt, und daß ich früher dieselben einem Mangel der Beobachtungsmethode zuschrieb, der sich nicht fortschaffen läßt. Bei der Ladung geht etwas Elektrizität auf die Glasstäbchen, welche bei Abnahme Potentialfunktion infolge Niederlassens der Platte jedenfalls zum Teil die Platte zurückkehrt; infolgedessen muß die Potentialfunktion zu  $g$  werden. Bei Berechnung der Reihe  $(1 - a)$  ber. I sind deshalb nur Beobachtungen von der dritten Minute an benutzt. Die Reihe  $(1 - a)$  ber. II ist unter einer andern Voraussetzung berechnet, die nachher besprochen werden soll.

Für die Dielektricitätskonstante im Sinne des vorigen Paragraphen folgt aus diesen Beobachtungen

$$D = \frac{1}{1 - a_0} = \frac{1}{0,5007} = 1,997.$$

Gordon erhielt, wie wir im vorigen Paragraphen sahen,  $D = 1$ , Quincke einmal 1,970, ein anderesmal 2,217.

Das Maß der Leitung im Dielektricum ist die Leitungsfähigkeit da wir setzen

$$\frac{2\pi k}{\varepsilon} = c \quad c = b,$$

so folgt

$$k = \frac{\varepsilon \log b}{2\pi \log e}.$$

Mit den von  $\varepsilon$  und  $b$  gegebenen Werten wird  $k$

$$k = 0,016228.$$



Der Schwefelkohlenstoff wird hiernach in der That nach etwa 50 Minuten ebenso stark influenziert wie ein Leiter, ich fand nach 46' schon den Wert 0,4053 für  $B$ , da das Flüssigkeitsniveau bei den letzten Beobachtungen etwas sank, nahm der Wert von  $B$  nicht weiter ab, die Gleichung ergäbe nach 50' den Wert 0,3929 für  $B$ .

Erheblich langsamer erfolgte die Influenz bei Petroleum und Terpentinöl. bei beiden erreichte die Influenz auch nicht ganz den Wert wie bei leitenden Flüssigkeiten, denn die Werte  $1 - a$  ließen sich nicht durch die Gleichung I darstellen. Für Petroleum muß gesetzt werden  $\varepsilon = 0,80$ . Die beobachteten Werte von der dritten Minute an ließen sich dann recht gut nach Gleichung I darstellen mit den Konstanten

$$\varepsilon - a_0 = 0,2740 \quad b = 1,0685 \quad \varepsilon = 0,80,$$

wie folgende Tabelle zeigt, welche neben den Beobachtungen unter  $\varepsilon - a$  ber I die berechneten Werte von der dritten Minute an enthält:

#### Influenz im Petroleum.

Zeit	$B$	$\varepsilon - a$ beob.	$\varepsilon - a$ ber. I	Diff. I	$\varepsilon - a$ ber. II	Diff. II
0' 20"	0,8627	0,4102	—	—	0,4052	+ 50
40"	0,8430	0,3674	—	—	0,3721	— 47
1' —	0,8316	0,3438	—	—	0,3443	— 5
2' —	0,8005	0,2834	—	—	0,2828	+ 6
3' —	0,7784	0,2432	0,2246	+ 186	0,2433	— 1
4' —	0,7624	0,2159	0,2103	+ 56	0,2159	+ 0
6' —	0,7411	0,1815	0,1842	— 27	0,1769	+ 46
8' —	0,7234	0,1543	0,1619	— 76	0,1546	— 3
10' —	0,7101	0,1306	0,1413	— 107	0,1344	— 38
14' —	0,6866	0,1017	0,1084	— 67	0,1028	— 11
18' —	0,6718	0,0803	0,0831	— 28	0,0818	— 15
26' —	0,6457	0,0481	0,0490	— 9	0,0465	+ 16
44' —	0,6198	0,0163	0,0148	+ 15	0,0141	+ 22
56' —	0,6122	0,0063	0,0067	— 4	0,0063	+ 0

Sowohl nach der unter  $\varepsilon - a$  ber. I aus obiger Gleichung dargestellten Berechnung, als nach der später zu besprechenden Gleichung, welche die Reihe  $\varepsilon - a$  ber. II liefert, würde in 80 Minuten der Wert von  $B$  auf etwa 0,6 heruntergehen und nicht merklich weiter sinken, ich fand in der 80. Minute 0,6007, es wurde der Versuch abgebrochen, weil schon in den letzten 10 Minuten die Abnahme kaum mehr merklich war.

Es ergibt sich

$$D = \frac{1}{1 - a_0} = \frac{1}{0,4740} = 2,110,$$

während Hopkinson 2,10 und Silow 2,071 und 2,037 gefunden hatten. Für die Leitungsfähigkeit ergibt sich

$$k = 0,008537.$$

Während also  $k$  nur ungefähr halb so groß ist als bei Schwefelkohlen-

stoff, ist die Dielektricitätskonstante gröfser bei Petroleum als bei Schwefelkohlenstoff.

Gleiches fand sich für ein bei meinen Versuchen mit Nr. IV bezeichnetes Terpentinöl, es war

$$\varepsilon = 0,92 \quad \varepsilon - a_0 = 0,3624 \quad b = 1,0606.$$

Darnach wird

$$D = 2,26 \quad k = 0,0089276,$$

somit auch hier der Wert von  $D$  erheblich gröfser als für Schwefelkohlenstoff, während  $k$  fast denselben Wert hat wie bei Petroleum. Hopkinson erhielt für Terpentinöl 2,23, Silow 2,158 und 2,221, Quincke 1,940—2,282.

Mit den festen Isolatoren sind die Beobachtungen in der Weise angestellt<sup>1)</sup>, dafs auf den Glasring  $r$  Fig. 72 zunächst eine zur Erde abgeleitete Metallplatte und auf diese eine Platte des Dielektricums von gleicher Gröfse gelegt wurde. Die geladene Platte  $P$  wurde darauf ebenfalls bis auf eine geringe Entfernung über der dielektrischen Platte herabgelassen und ebenfalls der Gang der Potentialfunktion am Elektrometer verfolgt. Wie vorhin abgeleitet wurde, ist die Theorie der Versuche dieselbe wie die der soeben beschriebenen, nur mufs der Wert der vorhin schon eingeführten Konstanten  $c$  der doppelte sein bei gleicher Leitungsfähigkeit<sup>2)</sup>. Es wird

$$c = 4\pi k(1 + \mu).$$

Es wird überflüssig sein, die Beobachtungen so detailliert anzugeben, wie vorhin; ich begnüge mich damit für eine einzige Substanz, nämlich für Ebonit die beobachteten und die nach Gleichung I berechneten Werte von  $1 - a$  mitzuteilen. Die Konstanten der Gleichung sind

$$\varepsilon = 0,9584 \quad a_0 = 0,6141 \quad b = 1,0151.$$

Die unter  $1 - a$  ber. II angegebenen Werte besprechen wir nachher.

#### Influenz im Ebonit.

Zeit	$1 - a$ beob.	$1 - a$ ber. I	Diff. I	$1 - a$ ber. II	Diff. II
1'	0,4080	0,3802	+ 278	0,4082	— 2
2'	0,3908	0,3753	+ 155	0,3905	+ 3
3'	0,3787	0,3703	+ 84	0,3785	+ 2
4'	0,3697	0,3654	+ 43	0,3699	— 2
6'	0,3544	0,3559	— 15	0,3572	— 28
8'	0,3359	0,3466	— 107	0,3469	— 110
12'	0,3248	0,3229	+ 19	0,3229	+ 19
16'	0,3124	0,3122	+ 2	0,3122	+ 2
20'	0,2961	0,2965	— 4	0,2965	— 4
24'	0,2754	0,2817	— 63	0,2817	— 63
32'	0,2626	0,2547	+ 79	0,2547	+ 79

1) Wüllner, Sitzungsberichte der Münchner Akademie Jahrgang 1877. Wiedemann, Annalen Bd. I.

2) Hieraus folgt, was vorhin schon ausgesprochen wurde, dafs bei den Versuchen mit Flüssigkeiten auf leitender Bodenplatte der rapide Verlauf der

übrigen sollen nur die aus den Versuchen sich ergebenden Werte von  $\epsilon$  und  $D$  mit den Grenzwerten, bis zu denen der Elektrisierungskoeffizient  $\alpha$  ansteigt, von  $D = \frac{1}{1 - \alpha_0}$ , sowie von  $k$ , letzteres zur bequemern Über- mit  $10^4$  multipliziert, zusammengestellt werden.

Substanzen	$\epsilon$	$D$	$k \cdot 10^4$
Paraffin	0,800	1,96	5,0
Schwefelkohlenstoff	1,000	1,997	162,28
Petroleum	0,80	2,110	85,37
Terpentinöl	0,92	2,260	89,27
Ebonit	0,958	2,56	11,40
Schwefel	1,00	3,04	19,30
Schellack II	1,00	2,95	1,90
Schellack I	1,00	3,73	7,50
Glas	1,00	6,10	128,70

Substanzen sind geordnet nach steigenden Werten von  $D$ ; die vierte Spalte zeigt deutlich, daß irgend welcher Zusammenhang zwischen den Werten von  $D$  und der Leitungsfähigkeit nicht existiert, daß mit Ausnahme des Glases die Leitungsfähigkeiten der festen Isolatoren ganz erheblich kleiner sind, als diejenige der Flüssigkeiten, daß aber die Dielektrizitätskonstanten der festen Körper fast sämtlich erheblich größer sind als diejenige der Flüssigkeiten. Es folgt somit, daß wir in der That von der Leitung des Dielektriums durchaus unabhängige dielektrische Polarisation annehmen müssen.

Die obigen Versuche und neuere Versuche, welche zu Ende zu führen leider noch die Zeit mangelte, scheinen mir den Beweis zu liefern, daß sogar zweierlei Leitungsfähigkeiten annehmen müssen, daß neben der Leitung des Dielektriums in der ersten Zeit noch eine von dieser unabhängige Zunahme der dielektrischen Polarisation, eine wahre dielektrische Wirkung vorhanden ist. Ich erwähnte, daß bei allen Versuchen sich für die ersten Minuten beobachteten Werte von  $B$  und damit von  $\alpha$  gegenüber den berechneten zu groß zeigen, woraus auch für die ersten Minuten ein erheblich rascheres Abnehmen von  $1 - \alpha$  oder  $\epsilon - \alpha$  folgt als in der spätern Zeit. Ich habe das früher damit erklärt und

Erklärung oben angeführt, daß von den Glasstäbchen, an welchen die Platte  $P$  hängt, etwas Elektrizität auf die Platte zurückkehrt. Ich vermute indes jetzt, besonders weil auch bei den Flüssigkeiten, bei denen die Potentialfunktion sehr wenig abnimmt, sich die gleiche Abhängigkeit zeigt, daß dieser Fehler nur von sehr geringem Einfluß ist, die Zahlen vielmehr darauf hinweisen, daß neben der Leitung des Dielektriums noch eine in den ersten Minuten schon beendigte dielektrische Wirkung den Gang der Potentialfunktion beeinflusst.

An Stelle der Gleichung (1) tritt dann eine andere von der Form

welche wesentlich auf Strömungen zurückzuführen ist, sonst hätte sich der Gang der Potentialfunktion sehr wohl beobachten lassen müssen. Dafür spricht gleichfalls, daß bei Petroleum und Terpentinöl die Versuche auf Werte  $\epsilon < 1$  führen, während bei der Bodenplatte stets  $\alpha$  bis zum Wert 1 zunahm.

$$\varepsilon - \alpha = Ab^{-t} + Bd^{-t} \dots (\text{II}),$$

worin  $b$  dieselbe Bedeutung hat wie früher und  $d$  die dielektrische Nachwirkung bedeuten würde; für die Zeit  $t = 0$  würde

$$\varepsilon - \alpha_0 = A + B,$$

und die mit dem so berechneten  $\alpha_0$  berechnete Dielektricitätskonstante  $D$  wäre die eigentliche Dielektricitätskonstante des betreffenden Mediums. In der That lassen sich die oben einzeln mitgetheilten Beobachtungen vom ersten beobachteten Werte an ganz vortreflich durch solche Gleichungen darstellen, wie die unter  $1 - a$  resp.  $\varepsilon - \alpha$  ber. II angegebenen Werte zeigen. Dieselben sind für Schwefelkohlenstoff berechnet nach der Gleichung (II) mit den Konstanten

$$\varepsilon = 1, \quad A = 0,5007, \quad b = 1,1074, \quad B = 0,1506, \quad d = 3,000.$$

Hiernach würde

$$1 - \alpha_0 = 0,6513, \quad D = 1,535,$$

die wahre Dielektricitätskonstante würde also erheblich kleiner.

Für Petroleum werden die Konstanten

$$\varepsilon = 0,80, \quad A = 0,2600, \quad b = 1,0685, \quad B = 0,1845, \quad d = 1,8293$$

Es wird

$$1 - \alpha_0 = 0,6445, \quad D = 1,552.$$

Für Ebonit schliesslich werden die Konstanten

$$\varepsilon = 0,9584, \quad A = 0,3443, \quad b = 1,0151, \quad B = 0,0516, \quad d = 1,8452,$$

woraus folgt

$$1 - \alpha_0 = 0,4375, \quad D = 2,286.$$

So liefern die Versuche einen noch deutlicheren Beweis, dass wir eine dielektrische Polarisation unabhängig von jeder Leitung annehmen müssen, denn trotz des sehr viel raschern Verlaufs der dielektrischen Nachwirkung in Schwefelkohlenstoff ist der Wert von  $D$  für denselben am kleinsten.

## §. 51.

**Mechanische und optische Erscheinungen bei der Einfluss auf Dielektricia.** Nachdem schon früher einzelne Beobachtungen derart gemacht waren<sup>1)</sup>, hat zunächst Dutet<sup>2)</sup> gezeigt, dass eine mit Wasser gefüllte Glaskugel, wenn man sie mit einer leitenden Oberfläche versieht und dieselbe dann elektrisiert, ihr Volumen vergrößert. Wurde ein Thermometer mit grosser Kugel und engem kapillaren Rohr bis zu einer gewissen Höhe mit Wasser gefüllt, in ein zur Erde abgeleitetes, ebenfalls mit Wasser gefülltes Gefäß gesenkt und dann das innere Wasser elektrisiert, so trat ein Sinken des Wassers in dem Thermometer ein. War die Thermometerkugel in ein rings geschlossenes, mit Wasser gefülltes Gefäß gehängt, aus welchem ein Kapillarrohr hervorragte, bis in welches das Wasser des

1) Man sehe die frühere Litteratur in der S. 335 unter 1) angeführten Abhandlung von Quincke.

2) Dutet, Comptes Rendus Bd. LXXXVII p. 828, 960, 1036.

efäßes reichte, so zeigte das Ansteigen des Wassers in dem Kapillarrohr, als sich auch das äußere Volumen der Thermometerkugel vergrößerte. Das Wasser stieg in dem Kapillarrohr, welches mit dem äußern Wasser in Verbindung stand, ebensoviel, als es in dem Thermometerrohr sank, ein Beweis, daß die Erscheinung einfach in einer Ausdehnung der Kugelschale ihren Grund hat.

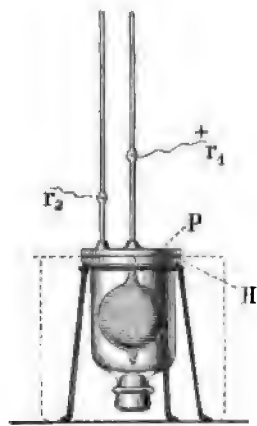
Die Ausdehnung der Glaskugel ist nach Duter dem Quadrate der Potentialfunktion auf der geladenen Fläche der Hohlkugel proportional, sie nimmt ab, wenn die Dicke der Glaswand wächst.

Sehr ausführlich ist diese Ausdehnung später von Quincke untersucht worden<sup>1)</sup>. Die Anordnung, welche Quincke dem Apparate gab, um gleichzeitig die innere und äußere Volumvergrößerung der Kugel zu messen, zeigt Fig. 73. Auf eine in einem Dreifuß hängende, unten mit einem eingekitteten Glasfropfen verschlossene Glasglocke wurde eine doppelt durchbohrte Glasplatte luftdicht aufgekittet. In die centrale Durchbohrung war ein Thermometer eingekittet, dessen Kugel einen Durchmesser von 62,2 mm hatte, während das Kaliber der Glasröhre sehr enge war. Die Wandstärke der Kugel war 0,286 mm. In die zweite Durchbohrung war ein sehr enges kapillares Rohr eingekittet. Die Glocke und das Thermometer waren mit luftfreiem destillierten Wasser gefüllt, so daß das Wasser in den Röhren höher als bis zu den Einschmelzstellen der Drähte  $r_1$  und  $r_2$  reichte. Die Glasglocke mit ihrem Dreifuße stand in einem größeren, mit schmelzendem Schnee gefüllten Metallgefäß, um so die Temperatur des Apparates genau konstant zu halten. Wurde der Draht  $r_1$  mit einer Elektrizitätsquelle von konstantem Potentialniveau, der inneren Belegung einer geladenen Batterie von Leydener Flaschen in Verbindung gesetzt, der Draht  $r_2$  mit der Erde, so bildete die innere Wasserkugel eine leitende Kugel, welche durch die gläserne Kugelschale von der leitenden Hohlkugel des äußern Wassers getrennt war. Wasser und Glas bildeten somit einen kugelförmigen Kondensator, dessen innere leitende Fläche bis zu einem gewissen Potentialniveau geladen ist, während die äußere Fläche mit der Erde in leitender Verbindung stand. Sofort wenn in dieser Weise eine Ladung des Kondensators eintrat, sank die Flüssigkeit in dem Thermometer und stieg gleichviel in dem seitlichen Kapillarrohr, so daß das schon von Duter erhaltene Resultat bestätigt wurde, daß durch die Elektrisierung eine Ausdehnung der Kugel eintrat.

Zur genauern Untersuchung, von welchen Umständen diese Volumänderung abhängig war, wurde das wie in Fig. 73 eingerichtete Thermometer direkt in schmelzendem Schnee getaucht.

Quincke zeigte zunächst, daß die Volumänderung der Kugel die gleiche war, ob man das Wasser im Innern derselben positiv oder negativ

Fig. 73.



1) Quincke, Wiedem. Ann. Bd. X.



elektrisierte, und weiter dafs dieselbe unabhängig ist von der Natur der die Kugel erfüllenden Flüssigkeit, vorausgesetzt nur, dafs die Flüssigkeit die Elektrizität leitet, somit eine Ladung der innern und äufsern Fläche der Glaskugel eintritt. Um diese Unabhängigkeit der Ausdehnung von der Flüssigkeit zu erkennen, mufs man aber dafür sorgen, dafs die Flüssigkeit in der Glasröhre immer dieselbe ist, da die Bewegung derselben in der Glasröhre durch die Reibung bedingt ist. Als Quincke die Kugel und Röhre einmal mit Wasser, das anderemal mit Quecksilber füllte, fand er bei einer gewissen, in beiden Fällen gleichen Ladung die Volumvergrößerung der Kugel mit Wasser in Milliontheilen des ursprünglichen Volumens gleich 5,68, mit Quecksilber nur 3,41. Als er aber nur die Kugel mit Quecksilber füllte und auf dieses Wasser brachte, so dafs die Volumänderung durch Verschiebung des Wasserfadens angegeben wurde, fand sich unter sonst gleichen Umständen die Volumveränderung gleich derjenigen, welche eintrat, wenn die Kugel mit Wasser gefüllt war.

Die Resultate Duters hat Quincke im grofsen und ganzen bestätigt, auch er schliesst aus seinen Versuchen, dafs die Volumänderung bei gleichem Werte der Potentialfunktion dem Quadrate der Wanddicke umgekehrt, bei gleicher Wanddicke dem Quadrate der Potentialfunktion der geladenen Kugel direkt proportional sei. Im übrigen ist sie für verschiedene Glasarten verschieden. Zu dem gleichen Resultat gelangen auch Korteweg und Julius<sup>1)</sup>, welche ausserdem bei der Vergleichung der Volumänderung von Kautschuk und Glas zu dem Satze gelangen, dafs die Ausdehnungen dem Elasticitätskoeffizienten des Materials umgekehrt proportional sind, aus welchem die Kugel hergestellt ist. Bei der Schwierigkeit, die Wanddicken genau zu messen und die Kugeln bis zu genau gemessenen Potentialniveaus zu laden, lassen sich die erwähnten Gesetzmässigkeiten nur annähernd erkennen, um so mehr da die Volumänderungen nur klein sind.

Righi<sup>2)</sup> und Quincke<sup>3)</sup> haben auch die Verlängerung gemessen, welche eine auf der innern und äufsern Seite mit einer leitenden Belegung versehene hohle Glasröhre durch Elektrisierung erfährt; Quincke schliesst aus seinen Versuchen, dafs die Verlängerung denselben Gesetzen folgt wie die Volumänderung, Righi gelangt zu dem Resultate, dafs die Verlängerung nicht dem Quadrate der Wanddicke, sondern der Dicke selbst umgekehrt proportional sei.

Quincke glaubt aus seinen Versuchen den Schluss ziehen zu müssen, dafs eine besondere elektrische Ausdehnung existieren müsse, indes haben schon Röntgen<sup>4)</sup> und Korteweg<sup>5)</sup> darauf hingewiesen, dafs sich die ganze Erscheinung im wesentlichen durch den von den Belegungen her auf das isolierende Zwischenmittel ausgeübten Druck erklären läfst, welcher dadurch entsteht, dafs die beiden Belegungen entgegengesetzt elektrisch sind.

Wir haben im §. 49 gezeigt, dafs zwischen zwei Platten, zwischen denen ein isolierendes Zwischenmittel sich befindet, dessen Dielektricitätskonstante  $D$  ist, welche die Gröfse  $S$  haben, den Abstand  $\delta$ , und von

1) Korteweg und Julius, Wiedem. Ann. Bd. XII.

2) Righi, Comptes Rendus Bd. LXXXVIII p. 1262.

3) Quincke, Wiedem. Ann. Bd. X.

4) Röntgen, Wiedem. Ann. Bd. XI.

5) Korteweg, Wiedem. Ann. Bd. IX.

denen die eine bis zum Werte  $V$  der Potentialfunktion geladen ist, eine Anziehung vorhanden ist, welche gegeben ist durch

$$A = D \frac{S}{8\pi} \cdot \frac{V^2}{\delta^3}.$$

Genau den gleichen Ausdruck leitet man auch ohne Mühe für die Anziehung der beiden kugelförmigen Belegungen ab, wenn etwa die innere Fläche bis zum Potentialniveau  $V$  geladen,  $\delta$  die Dicke der isolierenden Kugelfläche und  $S$  die Oberfläche der innern Kugelfläche ist. Für den auf die Flächeneinheit der inneren Fläche wirkenden Druck ergibt sich hieraus

$$P_i = \frac{A}{S} = \frac{D V^2}{8\pi \delta^3}.$$

Der auf die Flächeneinheit der äußern Kugelfläche wirkende Druck  $P_a$  ist kleiner. Denn die Gesamtfläche erhält genau denselben Druck wie die innere Fläche, der Druck für die Flächeneinheit muß demnach in demselben Verhältnisse kleiner sein als die äußere Fläche größer ist wie die innere, oder

$$P_a : P_i = R_i^2 : R_a^2,$$

wenn wir den innern Radius  $R_i$ , den äußern  $R_a$  nennen; da  $R_a = R_i + \delta$ , wird

$$P_a = P_i \frac{R_i^2}{(R_i + \delta)^2} = P_i \left(1 - 2 \frac{\delta}{R_i}\right),$$

wenn wir die höhern Potenzen von  $\frac{\delta}{R}$  vernachlässigen.

Im §. 50 des ersten Bandes haben wir gezeigt<sup>1)</sup>, daß die Volumverminderung einer Hohlkugel, wenn auf der Außenfläche und Innenfläche Drucke wirken, gegeben ist durch

$$\frac{\Delta v}{v} = 3\varphi_0,$$

wenn

$$\varphi_0 = c + \frac{b}{R_i^3}$$

und

$$c = \frac{1}{3K + k} \cdot \frac{P_a R_a^3 - P_i R_i^3}{R_a^3 - R_i^3} \quad b = \frac{1}{2k} \frac{R_i^3 R_a^3 (P_a - P_i)}{R_a^3 - R_i^3}.$$

Die Konstanten  $K$  und  $k$  sind mit dem Elasticitätskoeffizienten  $E$  und dem Querkontraktionskoeffizienten  $\mu$  derart gegeben, daß

$$K = E \frac{\mu}{(1 - 2\mu)(1 + \mu)} \quad k = \frac{E}{1 + \mu}.$$

Setzen wir in diese Ausdrücke

$$P_a = P_i \left(1 - 2 \frac{\delta}{R_i}\right) \quad R_a = R_i \left(1 + \frac{\delta}{R_i}\right),$$

so erhält man leicht zunächst

1) Man sehe Bd. I. S. 211.

$$c = \frac{1}{3} \frac{1}{3K + k} P_i,$$

und ebenso

$$b = - \frac{1}{2k} \frac{2}{3} R_i^3 P_i,$$

somit

$$\varphi_0 = \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{3K + k} - \frac{1}{k} \right\} P_i,$$

und

$$\frac{\Delta v}{v} = 3\varphi_0 = \left( \frac{1}{3K + k} - \frac{1}{k} \right) P_i.$$

Drücken wir  $K$  und  $k$  durch die beiden Elasticitätskonstanten  $\mu$  und  $E$  aus, so wird

$$\frac{\Delta v}{v} = -3 \frac{\mu}{E} P_i = -3 \frac{\mu}{E} \frac{DV^2}{8\pi\delta^2}.$$

Das negative Vorzeichen auf der rechten Seite bedeutet, da  $\frac{\Delta v}{v}$  die Volumverminderung des innern Volumens giebt, daß eine Volumvermehrung eintritt, welche dem Querkontraktionskoeffizienten des Materials, der Dielektricitätskonstanten und dem Quadrate der Potentialfunktion direkt, dem Elasticitätskoeffizienten des Materials und dem Quadrate der Dichte der Wandschicht umgekehrt proportional ist.

Die Änderung des von der äußern Kugelfläche umschlossenen Volumens ist

$$\frac{\Delta v}{v} = 3 \left( c + \frac{b}{R_a^3} \right);$$

man sieht, dieselbe muß bis auf eine Größe, welche sich der Beobachtung entzieht, der Volumänderung der innern Hohlkugel gleich sein.

Hiernach sind die beobachteten Volumänderungen keine besondere elektrische Erscheinung, sondern nur Folge der durch die Elektrisierung eintretenden Drucke auf die Oberfläche der Isolatoren<sup>1)</sup>.

Quincke<sup>2)</sup> glaubte auch in Flüssigkeiten eine besondere mechanische Wirkung zu finden, welche bei einigen eine Ausdehnung, bei anderen eine Kontraktion bewirke. Röntgen<sup>3)</sup> hat dagegen auch bei den Flüssigkeiten, bei denen Quincke eine Kontraktion fand, eine Ausdehnung beobachtet, und allgemein diese scheinbare elektrische Wirkung durch eine infolge des Durchganges der Elektrizität durch die Flüssigkeit eintretende Erwärmung erklärt. Es bedarf weiterer Versuche um zu konstatieren, ob in der That bei einigen Flüssigkeiten eine durch anderweitige Um-

1) Die Gründe, welche Quincke gegen diese Auffassung daraus ableitet, daß die beobachtete lineare Ausdehnung gleich  $\frac{1}{3}$  der kubischen, daß also  $\frac{\Delta v}{v} = 3 \frac{\Delta l}{l}$  ist, beruhen auf einem Mißverständnis; bei der oben besprochenen Verlängerung wurde die Querdilatation gemessen; bei andern Versuchen maß Quincke die Verlängerung nach der einen Dimension, welche bei der kubischen Ausdehnung eintrat; daß diese  $\frac{1}{3}$  der beobachteten kubischen sein muß, ist selbstverständlich.

2) Quincke, Wiedem. Ann. Bd. X S. 521 ff.

3) Röntgen, Wiedem. Ann. Bd. XI.

stände nicht bedingte Kontraktion eintritt, ehe man eine besondere elektrische Einwirkung auf das Volumen der Flüssigkeit annehmen muß.

Durch die infolge der Elektrisierung der Oberflächen durchsichtiger Körper eintretenden Drucke können dieselben doppelbrechend werden; der erste, dem es gelang, diese Doppelbrechung in festen sowohl wie in flüssigen Körpern nachzuweisen, war Kerr<sup>1)</sup>. Die Bedingung, daß die Doppelbrechung auftritt, ist diejenige, daß die elektrischen Drucke im Gesichtsfeld nicht überall dieselben sind. Deshalb zeigt ein Glasstreifen, der auf seinen beiden Flächen gleichmäßig mit einer leitenden Schicht versehen ist, nach dem Elektrisieren der einen Fläche, wenn die andere zur Erde abgeleitet ist, keine Doppelbrechung, wenn man parallel der Richtung der Breite polarisiertes Licht hindurchgehen läßt. Die Doppelbrechung tritt dagegen sofort auf<sup>2)</sup>, wenn man an Stelle der einen Belegung etwa auf die Mitte der obern Seite des Streifens eine Glasröhre in vertikaler Stellung mit den unten abgeschliffenen Rändern fest aufkittet, die Röhre dann mit Quecksilber füllt und durch dieses Elektrizität auf die Platte leitet. Die Polarisationsrichtungen der beiden Strahlen sind die Richtung des elektrischen Druckes, also die Normalen der Niveaulächen und die dazu senkrechte Richtung. Läßt man nämlich Licht quer durch den Glasstreifen gehen, dessen Polarisationsebene gegen die Krafrichtung, also gegen die Normale der Grenzfläche des Glasstreifens um  $45^\circ$  geneigt ist, und stellt den analysierenden Nikol dazu senkrecht, so wird nach dem Elektrisieren das Gesichtsfeld hell, stellt man den polarisierenden Nikol parallel der Krafrichtung den analysierenden dazu senkrecht, so bleibt das Gesichtsfeld dunkel.

Daß die Erscheinung Folge der durch die elektrischen Drucke bewirkten Kompression ist, kann man durch Kompensation der Doppelbrechung mit einem gedehnten Glasstreifen zeigen. Kerr brachte in den Weg des Lichts, ehe es in den Analysator eintrat, einen Glasstreifen, so daß das Licht durch die Seitenflächen desselben hindurchging. Wurde der Glasstreifen dann schwach gebogen und die obere gedehnte Hälfte in den Weg des Lichtes gebracht, so konnte durch passende Biegung das Gesichtsfeld wieder dunkel gemacht werden; wurde dagegen die untere Hälfte, welche komprimiert ist, in den Weg des Lichtes gebracht, so nahm die Helligkeit des Gesichtsfeldes zu. Es folgt demnach, daß in dem gedehnten Glase die Phasendifferenz, welche die beiden Strahlen in dem elektrisierten Glase erhalten hatten, wieder aufgehoben wurde. Da in dem gedehnten Teile des Glasstreifens der Strahl, welcher parallel der zur konvexen Fläche normalen Richtung polarisiert ist, der schnellere ist, so folgt, daß im elektrisierten Glase der zu der Krafrichtung senkrecht polarisierte Strahl der schnellere ist. Dieses Verhalten bezeichnet Kerr als elektrooptisch negativ.

Um die Erscheinung in Flüssigkeiten zu sehen, nimmt man ein Gefäß mit zwei parallelen Glaswänden, etwa eine viereckige Flasche aus wohlpolierendem Glase, führt durch den Hals den einen Metalldraht ein und führt in eine Durchbohrung des Bodens einen zweiten. Die Enden der

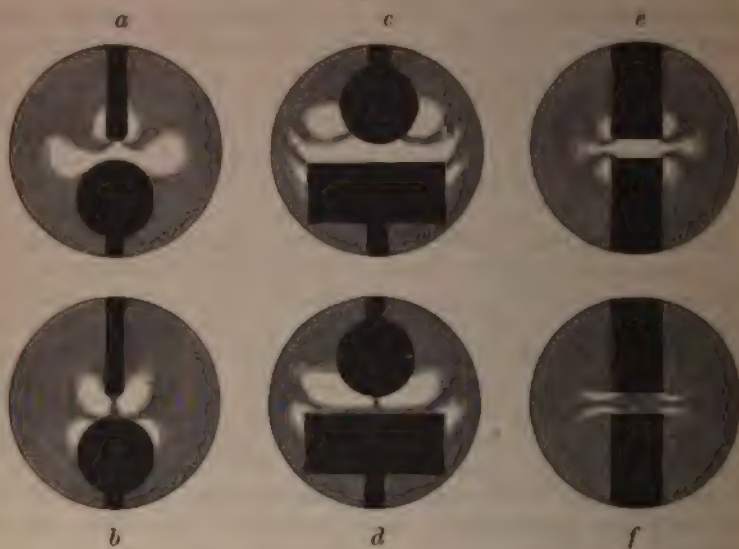
1) Kerr, Philos. Magazin 4. series vol. L p. 337 und 446. 5. series vol. VII. p. 85 und 229; vol. IX p. 157; vol. XIII p. 153 und 248.

2) Quincke, Wiedem. Ann. Bd. X S. 536.



Drähte kann man mit verschiedenen Ansätzen, Platten, Kugeln oder dergleichen versehen. Die Figuren 74 *a* und *b*, *c* und *d*, *e* und *f* zeigen nach der Darstellung von Röntgen<sup>1)</sup> die Erscheinungen in Schwefelkohlenstoff

Fig. 74.



wenn die in der Figur erkennbaren Endigungen der Drähte genannt werden, *a*, *c*, *e*, wenn die Polarisations Ebenen der Nikols mit der kürzesten Verbindungslinie der die Elektrizität zuführenden Drähte, der Elektrode, Winkel von  $45^\circ$  bildeten, *b*, *d*, *f*, wenn die Polarisations Ebene des einen Nikols mit der kürzesten Verbindungslinie parallel, die des andern dazu senkrecht war. Da in den Figuren *b*, *d*, *f* die kürzeste Verbindungslinie der Elektroden, welche dort notwendig mit der Normalen der Niveauflächen zusammenfällt, dunkel erscheint, erkennt man sofort, daß auch hier die Polarisations Ebenen den Normalen der Niveauflächen parallel und zu denselben senkrecht sind.

Kerr hat eine große Zahl Flüssigkeiten auf ihr elektrooptisches Verhalten untersucht und gelangt zu dem merkwürdigen Resultat, daß eine Anzahl Flüssigkeiten elektrooptisch negativ, andere wie der Schwefelkohlenstoff elektrooptisch positiv sind, das heißt daß sie senkrecht zu den Normalen der Niveauflächen polarisierter Strahlen die langsameren sind.

Diese Beobachtung von Kerr läßt es zweifelhaft erscheinen, ob man nicht für die Flüssigkeiten eine eigene, von der thermischen verschiedene elektrische Ausdehnung annehmen muß, wie Quincke will, welche für einige Flüssigkeiten auch eine Kontraktion sein kann. Denn man wird zunächst geneigt sein diese sämtlichen Erscheinungen auf Spannung

1) Röntgen, Wiedem. Ann. Bd. X. Ähnliche Abbildungen giebt Brongersma Wiedem. Ann. Bd. XVI.



und Dichtigkeitsverschiedenheiten in den elektrisierten Körpern zurückzuführen. Das entgegengesetzte Verhalten des Schwefelkohlenstoffes und des Glases ist dann verständlich, da die thermische Ausdehnung des Glases eine Vergrößerung der Brechungsexponenten, die des Schwefelkohlenstoffes eine Verkleinerung derselben zur Folge hat. Gleiches gilt aber für alle Flüssigkeiten, und so müßte man für dieselben qualitativ das gleiche Verhalten erwarten, wenn nicht eben die Flüssigkeiten darin verschieden sind, daß sie eine eigene elektrische Ausdehnung beziehungsweise Kontraktion besitzen. Es bedarf noch mannigfacher Untersuchungen, um diese Erscheinungen aufzuklären.

### §. 52.

**Faraday-Maxwells Theorie der elektrischen Fernwirkung.** Wir haben bereits im §. 48 erwähnt, daß Faraday die elektrische Anziehung und Abstößung von einem, wir wollen der Kürze des Ausdrucks wegen jetzt stets annehmen positiv, geladenen Leiter auf einen andern nicht durch direkte Fernwirkung, sondern durch Vermittelung des Zwischenmittels zustande kommend ansah, indem in dem letztern die Polarisation von Schicht zu Schicht fortschreite, sei es in geraden, sei es in krummen Linien. Die in der an den zweiten Leiter angrenzenden letzten Schicht des Dielektricum durch diese Polarisation vorhandene elektrische Schicht ist es dann, welche auf den zweiten Leiter einwirkt, die negative Elektrizität des Leiters gegen sich hinzieht, und damit auch die ganze Anziehung des influenzierten Leiters bedingt. Die Linien, nach welchen die Influenz fortschreiten soll, sind die Linien, nach welchen sich im elektrischen Felde, so wird der unter Wirkung der Elektrizität stehende Raum genannt, ein elektrisierter Punkt unter Wirkung der Elektrizität bewegt, es sind also in jedem Punkte die Normalen der Niveauflächen. Diese Linien nannte Faraday Kraftlinien. In der Richtung dieser Kraftlinien soll in einem isotropen, also nach allen Richtungen gleichartig beschaffenen Medium die Influenz von Schicht zu Schicht fortschreiten, bis sie die Polarisation den zweiten Leiter erreicht hat. In dem Dielektricum ist jede Molekülschicht an der einen Seite positiv, an der andern Seite negativ elektrisch; wegen der großen Nähe dieser entgegengesetzten elektrischen Flächen kann man deshalb im Dielektricum den elektrischen Zustand nicht wahrnehmen. Grenzt indes das Dielektricum an einen Leiter, so wirkt die letzte Schicht elektromotorisch auf die Elektrizität des Leiters, in welchem die Elektrizität sich sofort verteilt, da im Leiter eine Polarisation nicht eintreten kann, weil die Elektrizität sich in demselben ohne merklichen Widerstand bewegt. Die an dem zweiten Leiter anliegende letzte Schicht positiver Elektrizität stößt die positive des Leiters ab, welche so lange abfließen muß, bis der Wert der Potentialfunktion an allen Stellen des Leiters derselbe geworden ist.

Während nach unserer bisherigen Auffassung die Kraftlinien nur eine mathematische Bedeutung haben, als die Richtungen der resultierenden Kräfte, haben sie in Faradays Anschauung eine physikalische Bedeutung, in ihnen herrscht ein Zwangszustand, welcher parallel zu den Linien eine Spannung infolge der Anziehung der verschobenen Elektrizitäten ist. Faraday

charakterisiert den Zustand im Art. 1298 seiner Experimentaluntersuchungen über Elektricität<sup>1)</sup> folgendermaßen:

Die Influenz scheint in einem gewissen, durch den elektrisirten Körper in den einzelnen Partikeln des Dielektricums erzeugten und erhaltenen Zustande der Polarisirung zu bestehen, der dadurch charakterisirt ist, daß die Partikel zwei entgegengesetzt elektrische, positive und negative Theile haben, welche gegen einander und gegen die induzierenden Flächen symmetrisch geordnet sind. Der Zustand, in den das Dielektricum dadurch gerät, ist ein Zwangszustand, denn er entsteht durch eine äußere Kraft, besteht nur so lange die Kraft wirkt, verschwindet mit dem Aufhören deren Wirkung. Dieser Zustand wird aber nur in Isolatoren durch ein und dieselbe Elektricitätsmenge dauernd erhalten, denn nur bei ihnen bleiben die einzelnen Partikelchen in ihrer erzwungenen Lage, so lange die Elektricitätsmenge vorhanden ist.

An einer andern Stelle sagt Faraday<sup>2)</sup>, die in der Richtung der Induktionslinien zwischen den Theilchen des dielektrischen Mediums wirkende Attraktion ist von einer seitlich wirkenden und eine Divergenz der Induktionslinie verursachenden abstossenden Kraft begleitet.

W. Thomson<sup>3)</sup> und ganz besonders Maxwell<sup>4)</sup> haben die Faradaysche Auffassung weiter verfolgt, wodurch Maxwell schließlich dahin gelangte, die elektrischen Kräfte ganz in das Dielektricum zu verlegen.

Maxwell geht von der Faradayschen Auffassung aus und weist zunächst nach, daß dieselbe in der That geeignet ist die elektrischen Erscheinungen darzustellen. Indem er die mechanischen Kräfte zwischen zwei elektrischen Systemen untersucht, wie dieselben durch die Sätze der Potentialtheorie gegeben werden, gelingt er zu dem Resultate, daß sich diese Kräfte vollständig darstellen lassen, wenn man von einer Fernwirkung absieht und den Faradayschen Zwangszustand annimmt, demzufolge das zwischen den elektrischen Systemen vorhandene dielektrische Medium in jedem Punkte tangential zu der durch ihn hindurchgehenden Kraftlinie einen Zug proportional dem Quadrate der elektrischen Kraftintensität und senkrecht zu demselben einen dem Zuge gleichen Druck erleidet. Das dielektrische Medium kann dabei eine beliebige Substanz, auch der den Raum erfüllende Äther sein. Die elektrische Kraftintensität an einem Punkte des Raumes ist der Differentialquotient der Potentialfunktion für die betreffende Stelle des Raumes nach der Normalen der Niveaufläche. Die Spannung ist wie diejenige eines Seiles, wenn dasselbe an zwei Körpern befestigt ist, welche mittels desselben einen Zug auf einander ausüben, oder wie diejenige einer Stange, welche zwei Körper auseinanderhält, die gegen einander gedrückt werden.

Durch diesen Zwang entsteht nach Maxwell im Dielektricum die

1) *Faraday*, Experimental researches on electricity 11 series art. 1298 Poggend. Ann. Bd. XLVI.

2) *Faraday* a. a. O. art. 1224.

3) *Thomson*, reprint of papers on electrostatics etc. London 1872.

4) *Maxwell*, Treatise on Electricity and Magnetism., 1. Aufl. London 1873 2. Aufl. 1881. Deutsche Übersetzung von *Weinstein*, Berlin 1883. Die theoretischen Ansichten Maxwells sind kurz zusammengefaßt am Schlusse der Einleitung und am Schlusse des 5. Kapitels.

dielektrische Polarisirung, die selbst so lange andauert, als der Zwang andauert und mit demselben aufhört. Dieselbe ist eine durch die elektromotorische Kraft hervorgebrachte Verschiebung der Elektricität in den Theilen des Dielektricums. Wirkt die elektromotorische Kraft in einem Leiter, so versetzt sie die Elektricität in Strömung; in einem Nichtleiter ist sie aber nicht imstande der Elektricität eine solche strömende Bewegung zu erteilen, sie verschiebt nur die Elektricität der einzelnen Theilchen in der Richtung ihrer Wirkung in dem Mafse, wie es durch die Intensität der Kraft bedingt ist.

Die Gröfse der elektrischen Verschiebung wird durch die Elektricitätsmenge gemessen, welche durch eine Flächeneinheit vom Beginne der Verschiebung an hindurchgeht, und diese Menge ist auch das Mafse für die dielektrische Polarisirung.

Maxwell weist bei dieser Gelegenheit darauf hin, dafs die elektrische Verschiebung durch eine elektromotorische Kraft ihr Analogon finde in der Thatsache, dafs eine mechanische Kraft eine elastische Verschiebung hervorbringe; daraus ist zu schliessen, dafs er sich den Zwangszustand im Innern des Dielektricums durch diese elektrische Verschiebung fortgepflanzt denkt. Denn dehnen wir etwa einen Stab, der an seinem obern Ende befestigt ist, durch einen an seinem untern Ende angebrachten Zug aus, so rücken die einzelnen Molekülschichten von einander, und die Folge dieser Verschiebung ist die zwischen zwei benachbarten Schichten auftretende elastische Spannung. Gerade so kann man sich denken wird dadurch, dafs in dem Theilchen des Dielektricums die Elektricität aus ihrer Gleichgewichtslage durch die elektromotorische Kraft verschoben wird, ein Spannungszustand erregt, indem an jeder Stelle die Elektricität soweit verschoben wird, bis das Bestreben derselben, in die Gleichgewichtslage zurückzukehren, der elektromotorischen Kraft gleich ist. Maxwell nennt deshalb auch das Verhältnifs der elektromotorischen Kraft zu der eintretenden Verschiebung den elektrischen Elasticitätskoeffizienten, wie das Verhältnifs des an einem Stabe vom Querschnitt eins angebrachten Zuges an der Verlängerung der Elasticitätskoeffizient der Mechanik ist.

Die Gröfse der Verschiebung können wir für einen speciellen Fall leicht angeben. Wir denken uns eine Kugel vom Radius eins mit der Elektricitätsmenge  $e$  belegt. Die Kugel befinde sich in einem Medium, dessen Dielektricitätskonstante  $D$  ist. Befindet sich im Abstände  $r$  von der Kugel die Einheit der Elektricität, so ist nach dem von uns im §. 49 bewiesenen Helmholtzschen Satze die auf diese in der Richtung des Radius wirkende, also die elektromotorische Kraft gleich

$$\frac{1}{D} \frac{e}{r^2}.$$

Da die elektrische Verschiebung dieser elektromotorischen Kraft proportional ist, so können wir, wenn  $C$  eine Konstante bedeutet, die durch die Flächeneinheit stattfindende Verschiebung setzen

$$\varepsilon = C \cdot \frac{1}{D} \frac{e}{r^2}.$$

Die Verschiebung  $E$  durch die Oberfläche der ganzen Kugel vom Radius  $r$  ist somit



$$E = 4\pi r^2 C \frac{1}{D} \frac{e}{r^2} = 4\pi \frac{C}{D} \cdot e;$$

die gesamte verschobene Elektrizität ist also unabhängig von dem Radius der Kugel, es geht durch alle konzentrische Kugelschalen genau die gleiche Menge.

Um die Konstante  $C$  zu bestimmen, suchen wir das Verhältniß der Elektrizitätsmengen  $e$  und  $E$ . Wir gelangen dahin, indem wir die Zunahme der elektrischen Energie bestimmen, wenn auf der Kugel vom Radius eins die Elektrizitätsmenge um  $\delta e$  wächst. Diese ist nach §. 9 und §. 39, wenn die Potentialfunktion auf der Kugel gleich  $V$  ist, gegeben durch  $V\delta e$ . Nach Maxwell besteht nun diese Vermehrung der Energie überhaupt nur darin, daß durch die von der elektromotorischen Kraft bewirkte elektrische Verschiebung der Spannungszustand in dem Dielektricum vermehrt wird, indem die Elektrizitätsmenge  $\delta E$  im Dielektricum verschoben und infolgedessen die elektrische Elasticität geweckt wird. Läßt die elektromotorische Kraft nach, so geht die Elektrizität zurück, die Spannung wird in lebendige Kraft verwandelt, welche in der Regel als Erwärmung des Dielektricums hervortritt. Ist in zwei konzentrischen Kugeln auf der innern die Potentialfunktion  $V_1$ , auf der äußern die Potentialfunktion  $V_2$ , so ist nach §. 9 die durch Verschiebung der Elektrizitätsmenge  $\delta E$  geleistete Arbeit, also gewonnene Energie gleich  $(V_1 - V_2) \delta E$ . Die Vermehrung der Ladung der Kugel um  $\delta e$  bedeutet nach Maxwell nichts anders als die Zunahme der Polarisation des Dielektricums, beziehungsweise Zunahme der verschobenen Elektrizitätsmenge um  $\delta E$ . Was nach unserer Auffassung die Ladung eines Konduktors ist, das ist nämlich nach Maxwells Auffassung nichts anders als die durch Polarisation bedingte Ladung der an dem Konduktor anliegenden Fläche des Dielektricums. Nach der Faraday-Maxwellschen Auffassung ist die Herstellung eines elektrischen Zustandes nichts anders als die durch eine elektromotorische Kraft bewirkte Polarisation des Dielektricums. Wird also im Innern eines Dielektricums ein Teil durch eine geschlossene Fläche abgetrennt, so geht durch diese Fläche eine Verschiebung nach außen vor sich, wenn innerhalb derselben eine elektromotorische Kraft wirkt (wenn also etwa im Innern eine nach unserer Auffassung geladene Kugel wäre). Es muß demnach jedes Element der gedachten geschlossenen Fläche eine Ladung besitzen, deren Größe durch die durch dies Flächenelement in die Teile des Dielektricums, deren Oberflächen die gedachte Grenzfläche bilden, verschobene Elektrizität gemessen wird.

Die Ladung ist positiv auf jener Seite der kleinsten Theilchen des Dielektricums, durch welche die Elektrizität in dieselben eintritt, negativ auf jener, durch welche die Elektrizität aus denselben austritt. In einem aus zwei horizontalen Platten, welche durch ein Dielektricum getrennt sind, bestehenden Kondensator, dessen obere Platte nach unserer Auffassung positiv geladen ist, wird nach dieser Auffassung im Dielektricum eine Verschiebung der Elektrizität gegen die untere Platte hin eintreten. Denken wir uns eine unendlich dünne, den Platten parallele Schicht des Dielektricums, so tritt durch die obere Fläche Elektrizität in diese Schicht ein, durch die untere aus, die obere Fläche ist somit nach Maxwell positiv, die untere negativ elektrisch.

Befindet sich diese unendlich dünne Schicht zwischen den Platten ganz im Innern des Dielektriums, so hebt sich die Ladung der oberen Grenzfläche durch die untere Grenzfläche der unmittelbar darüber befindlichen Schicht, welche negativ ist, auf; die Ladung der untern Grenzfläche durch diejenige der obern Grenzfläche der darunter befindlichen Schicht, und so durch das ganze Dielektrium. Liegt dagegen eine solche Grenzfläche an einem Leiter, welcher nicht in den polarisierten Zustand versetzt werden kann, so wird in dieser Grenzfläche die Flächenladung nicht mehr neutralisiert, sondern sie bringt die scheinbare Ladung des Konduktors hervor.

Was wir also die Ladung des Leiters nennen, ist nach Maxwell das Zutagetreten der nicht neutralisierten Polarisation einer Grenzschicht des Dielektriums. Die Polarisation existiert zwar in dem ganzen Medium, aber ihre Wirkungen werden in dem Innern des Dielektriums durch die entgegengesetzte Ladung benachbarter Teile aufgehoben und treten nur da hervor, wo eben eine solche Neutralisierung nicht stattfinden kann, weil ein Leiter die Stetigkeit des Mediums unterbricht.

Hiernach ist also das, was wir Energie der Ladung nennen, nichts anderes als die im Dielektrium, das unsere Kugel umgibt, durch die Verschiebung der Elektrizitätsmenge  $\delta E$  bewirkte Energie. Befindet sich unsere Kugel in einem unendlich ausgedehnten Medium, so tritt die Verschiebung an der Oberfläche der Kugel selbst ein, wo das Potential  $V_1 = V$  ist, und durch jede mit der Kugel konzentrische Kugelfläche tritt dieselbe Elektrizitätsmenge  $\delta E$  bis zu der Kugel mit unendlich großem Radius, wo die Potentialfunktion  $V_2 = 0$  ist. Die Verschiebung geschieht also von einem Orte, wo  $V_1 = V$  bis zu einem Orte, wo  $V_2 = 0$ , somit ist die in Energie umgesetzte Arbeit  $V\delta E$ . Dieselbe ist gleich der Energievermehrung der Ladung, oder es ist

$$V\delta e = V\delta E,$$

somit ist auch

$$\delta e = \delta E; \quad E = e.$$

Die Ladung ist somit der Verschiebung  $E$  einfach gleich. Demnach ist

$$4\pi \frac{C}{D} = 1; \quad C = \frac{1}{4\pi} D.$$

Setzen wir demnach an einem Punkte des Raumes die elektromotorische Kraft, welche wir vorher in der Auffassung, daß sie von der leitenden Kugel ausging, gleich  $\frac{1}{D} \frac{e}{r^2}$  setzten, jetzt gleich  $R$ , so ist die durch die Einheit der Fläche der durch den Punkt gehenden Niveaufläche parallel der Richtung der Kraft stattfindende Verschiebung

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi} DR.$$

Man erkennt sofort, daß dieser Ausdruck unabhängig davon ist, ob die elektromotorische Kraft, wie wir annahmen, von einer Kugel ausgeht, daß er ebenso gilt für eine beliebige Form der Niveauflächen.

Durch eine besondere Betrachtung zeigt Maxwell, daß der von ihm angenommene Zwangszustand infolge der Verschiebung in Flüssigkeiten



bestehen kann, ohne die Gleichgewichtsbedingungen derselben zu ändern wir verweisen deshalb auf das Werk von Maxwell<sup>1)</sup>.

Der Spannungszustand in dem Dielektricum, also die Ladung des Leiters nach unserer Auffassung bleibt nur konstant, wenn das Medium vollständig isoliert. Ist das nicht der Fall, so läßt der Zwangszustand stetig nach, der Zwang erlahmt und der in demselben aufgespeicherte Arbeitsvorrat geht in Molekularbewegung, in Wärme über. Wenn also die Abnahme der Potentialfunktion auf einer konstant geladenen Platte eines Kondensators der wachsenden Influenz im Dielektricum durch die Leitung desselben zugeschrieben, ist sie nach Maxwell der Abnahme des Zwanges der Abnahme der Polarisation zuzuschreiben.

Es genüge, soweit die Maxwell'schen Anschauungen dargelegt zu haben eine Erklärung, wie dieser Zwangszustand durch molekulare Kräfte zustande kommt, was also eigentlich der elektrische Zustand sei, giebt er nicht. Er sagt, es sei ihm nicht gelungen, diese Erklärung zu finden. Ebenfalls behält er auch insoweit die Sprache der früheren Auffassung, als wenn die Elektrizität ein Fluidum sei, das verschoben werden könnte und das insoweit die Eigenschaften einer nicht zusammendrückbaren Flüssigkeit hat.

Die Maxwell'sche Auffassung führt zu denselben Resultaten wie unsere Auffassung, und muß es thun, da in dem einen wie in dem andern Fall die Potentialfunktion und das Potential es ist, welche zur Bestimmung der elektrischen Kräfte und der durch dieselben geleisteten Arbeiten benutzt werden. Wir werden deshalb unsere bisherige Auffassung beibehalten und eine elektrische Fernwirkung annehmen, es ganz unbestimmt lassen, wodurch dieselbe zustande kommt. Bis jetzt noch können wir die elektrischen Erscheinungen hiermit in einfacherer Weise beschreiben.

### §. 53.

**Die Elektrisiermaschine.** Auf der im §. 44 besprochenen Wirkung der Spitzen beruht die Einrichtung eines der wichtigsten elektrischen Apparate, der Elektrisiermaschine, welche bei den meisten elektrischen Versuchen als Elektrizitätsquelle dient.

Als Elektrisiermaschine bezeichnen wir mit Riess<sup>2)</sup> einen Apparat, welcher auf einem Leiter Elektrizität ansammelt dadurch, daß ein in der Nähe desselben geriebener Isolator von dem Leiter die Influenzelektrizität der ersten Art fortschafft. Mechanische Vorrichtungen, also, welche auf einem Isolator durch Reibung Elektrizität erregen, welche sich auf dem Isolator ansammelt, unterscheiden wir von der einfachsten Elektrizitätsquelle, einem in der Hand gehaltenen Isolator, welcher mit Wolle, Seide oder Pelz gerieben wird, unterscheiden, rechnen wir nicht dazu.

Die erste wirkliche Elektrisiermaschine scheint, obwohl man sehr lange mechanische Vorrichtungen zum Reiben eines Isolators hergestellt hatte, um die Mitte des vorigen Jahrhunderts von Wilson konstruiert zu sein<sup>3)</sup>. Seitdem hat dieselbe, ohne in ihren wesentlichen Bestandteilen

1) Maxwell a. a. O. Artikel 110.

2) Riess, Reibungselektrizität. Bd. I, §. 272.

3) Man sehe Gehlers physikal. Wörterbuch, neue Bearbeitung, Artikel Elektrizität, „Geschichte der Elektrisiermaschine“.

bert zu sein, eine ganze Reihe von Veränderungen und Verbesserungen, und noch jetzt hat wohl jeder Verfertiger etwas Eigentümliches. Wesentlichen ist die jetzige Form der Elektrisiermaschinen jene, welche von Marum gegeben hat. Wir wollen deshalb der Beschreibung eine Marumsche Maschine zu Grunde legen.

Die wesentlichen Teile einer Elektrisiermaschine sind erstens der gemeine Isolator, zweitens das Reibzeug und drittens der Konduktor, welcher die Influenzelektricität der ersten Art entzogen und der dadurch solcher der zweiten Art geladen wird.

Als geriebenen Isolator wendet man jetzt meistens Scheiben oder Kugeln von Glas an. In der Fig. 75 abgebildeten Maschine ist die Scheibe

Fig. 75.



in ihrer Mitte an dem Ende einer Axe befestigt. Diese Axe wird von einem nicht isolierenden Fusse *A* von Holz getragen. Die Axe besteht aus der der Scheibe nächsten Hälfte aus wohl gedörrtem und ebenso gut als Glas isolierendem Holze; die andere Hälfte ist aus Stahl und ruht in einem langen, auf dem Fusse *A* befindlichen Pfanne. An dem andern Ende der Axe befindet sich eine Kurbel, mit welcher man die Scheibe dreht. Zwischen der Pfanne und der Kurbel ist an der Axe ein Bleigewicht befestigt, welches dazu dient, der Scheibe das Gleichgewicht zu halten. Die Säulen *BB* tragen jede ein Reibzeug. Die Säulen sind aus Glas, 0,6 m hoch und 8—9 cm dick. Sie stehen in Holzfüßen, welche auf derselben Bodenplatte befestigt sind, wie die übrigen Tragsäulen *A* und *C*. Die Glassäulen tragen oben Holzfassungen und auf diesen hohle Kugeln von Messing. An diese Kugeln sind gabelförmige Federn von Messing geschraubt, welche die Glasscheibe zwischen ihren Zinken haben. Die

Federn sind nahe an der Kugel von einem Stift durchbohrt, welcher an seinen Enden Schraubengewinde hat, so daß durch aufgeschraubte Kugeln die Federn einander genähert werden können.

Jede der Federn trägt zwei Reibkissen, so daß die Glasscheibe auf beiden Seiten und auf jeder Seite von zwei Reibkissen gerieben wird. Das Reibkissen besteht aus einer Holzleiste, auf deren einer Seite mehrere Tuchstreifen über einander gelegt sind. Die Tuchstreifen sind mit einem weichen Leder bedeckt, welches sie ganz vollständig umgibt und welches an dem Holz selbst befestigt ist.

Auf der anderen Seite trägt die Holzleiste einen Metallstreifen, an welchem ein Metallstift senkrecht zur Ebene der Leiste befestigt ist. Dieser Stift hat an seinem Ende eine Schraube; durch ihn wird das Reibkissen befestigt, indem er in einen Schlitz der Feder eingeschoben wird. Durch eine aufgeschraubte Kugel wird dann das Reibkissen an die Feder geklemmt.

Als das beste Reibzeug hat sich für Glas das Kienmaiersche Amalgam, ein Zink-Zinn-Amalgam bewährt; dasselbe liefert die meiste und der Art nach immer dieselbe, auf dem Glase positive Elektrizität. Man bestreicht daher das Leder des Reibzeuges mit diesem Amalgam, indem man das Leder ein wenig einfettet, mit dem pulverförmigen Amalgam bestreut und dann vor dem Einsetzen die Kissen mit den zugewandten Reibflächen ein wenig an einander reibt. Als Fett wendet man am besten, nach einer Mitteilung von Quincke, welche ich sehr bewährt gefunden habe, ein wenig Knochenöl an.

Die Reibzeuge werden schliesslich durch Anziehen der Federn gegen die Glasscheibe gedrückt, so daß sich die Scheibe mit einiger, aber nicht zu starker Reibung zwischen ihnen bewegt. Die Reibzeuge müssen mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt werden. Denn wie wir bereits §. 30 erwähnten, werden bei der Reibung immer beide Elektrizitäten erzeugt, die Scheibe wird bei der Reibung positiv elektrisch, und das Reibzeug erhält ebensoviel negative Elektrizität. Würde nun das Reibzeug nicht von dieser Elektrizität befreit, so würde bald ein Zeitpunkt eintreten, wo die Scheibe durch Reibung nicht ferner mehr erregt würde, nämlich dann, wenn die Elektrizität auf dem Reibzeuge so dicht geworden wäre, daß die Anziehungskraft derselben und der auf der Scheibe erregten positiven Elektrizität so stark wäre, daß sich eine ebensolche Elektrizitätsmenge wieder vereinigte, als in derselben Zeit durch Reibung getrennt würde. Entzieht man aber dem Reibzeuge sofort die auf ihm erregte Elektrizität, so bleibt es immer wirksam. Zu diesem Zwecke dient der Metallbogen *b*, welcher an der stählernen Axe der Scheibe drehbar befestigt ist, indem er die Axe röhrenförmig umgibt. Die Enden des Bogens an den Reibzeugen tragen messingene hohle Halbcylinder, welche dicht an den Federn der Reibzeuge anliegen, die hohle Seite mit ihren Schärpen den Federn zugekehrt. Um die Ableitung ganz vollkommen zu machen, wird noch von dem Zapfenlager *A* eine Metallkette auf den Boden herabgehängt.

Die Säule *C* trägt als Konduktor eine Kugel von hohlem Messingblech von etwa 20 c Durchmesser. Dieselbe ist horizontal durchbohrt und trägt in dieser Durchbohrung eine Messingröhre, auf deren eines Ende eine Schraube eingeschnitten ist, welche die Kugel *c* trägt; an dem andern

an der Röhre ist der Messingbogen  $d$  befestigt, dessen Enden fast um den Durchmesser der Scheibe auseinanderstehen und die Einsauger tragen. Der Bogen ist mit der Röhre drehbar und kann in jeder Lage durch Anheben der Kugel  $e$  festgestellt werden. Soll er als Einsauger dienen, so wird er, wie die Figur zeigt, vertikal gestellt. Die an den Enden des Bogens befestigten Einsauger bestehen (Fig. 76) aus hohlen messingenen Cylindern  $ec$ , welche zum größten Teil zur Hälfte aufgeschnitten sind, so weit, wie die Scheibe zwischen sie hineinreicht. Die scharfen Kanten der durchgeschnittenen Cylindermäntel sind der geriebenen Scheibe zugekehrt, und überdies sind in den Cylindern, in einer der Cylindreraxe parallelen Linie eine Anzahl feiner Spitzen befestigt, welche genau bis in die Ebene der Schnittflächen reichen. Der Cylinder  $c$  kann abgenommen werden, er ist mit einer hohlen Röhre  $f$  einfach in eine Durchbohrung des Cylinders  $c$  eingeschoben.

FIG. 76.



Es hat sich für die Wirkung der Maschine vorteilhaft gezeigt, wenn man den Raum zwischen dem Reibzeug und den Einsaugern mit einem isolierenden Stoffe bedeckt: man befestigt deshalb an den Reibzeugen Stücke von Wachstaft, welche, wie Fig. 75 zeigt, mit ihren über die Scheibe hervorragenden Rändern zusammengeklüfft sind und theils durch ihre Steifigkeit, theils auf dem Rande der Scheibe ruhend dieselbe auf beiden Seiten bis zu den Einsaugern bedecken.

Das Spiel der Maschine ist offenbar folgendes: An der Stelle der Scheibe, welche das Reibzeug passiert, wird auf derselben positive Elektrizität durch die Reibung erregt. Die Elektrizität bleibt dort, bis dieselbe den Einsaugern gegenübersteht; dieselbe erregt in dem Konduktor Elektrizität durch Influenz, die Kugel, als der entfernteste Teil, wird positiv, die Einsauger werden negativ elektrisch; da die Einsauger mit scharfen Kanten und Spitzen versehen sind, so strömt dort die negative Elektrizität aus und neutralisiert die auf der Scheibe vorhandene positive Elektrizität und zwar auf beiden Seiten, da die Einsauger beiden Seiten der Scheibe gegenüberstehen. Die so unelektrisch gewordene Stelle bewegt sich zum folgenden Reibzeuge und wird dort wieder wie vorher elektrisirt.

Auf diese Weise wird der Konduktor nach einiger Zeit geladen, und zwar mit Influenzelektrizität zweiter Art, also der Elektrizität, welche mit der auf dem Glase vorhandenen gleichnamig ist. Würde die Elektrizität nicht von dem Konduktor entfernt, so würde die Wirksamkeit der Maschine nach einiger Zeit aufhören. Ist nämlich die Dichtigkeit der positiven Elektrizität auf demselben so groß geworden, daß die geringste Vermehrung derselben ein Ausströmen der positiven Elektrizität aus den Spitzen zur Folge haben würde, wenn den Spitzen die Scheibe unelektrisch gegenüberstände, so kann die Elektrizität der Scheibe in den Spitzen die Dichtigkeit der Influenzelektrizität der ersten Art nicht mehr so erhalten, daß ein Ausströmen derselben eintritt. Wenn dann aber von dem Konduktor durch Zerstreung in die Luft Elektrizität fortgenommen wird, so wird bei fortgesetzter Drehung der Scheibe diese stets wieder geladzt, bis die Dichtigkeit der Elektrizität auf dem Konduktor der oben angegebenen gleich geworden ist. Bei fortgesetzter Drehung der Scheibe

ist also der Konduktor der Elektrisiermaschine eine stetige Quelle von positiver Elektricität.

Man kann aber den Konduktor auch zu einer stetigen Quelle von negativer Elektricität machen, indem man die beiden metallischen Bogen *b* und *d* verstellt. Stellt man den Bogen *b* vertikal, so nimmt derselbe, als mit der Erde in leitender Verbindung stehender Einsauger, von der der Kurbel zugewandten Scheibenseite die Elektricität fort; zieht man von dem Bogen *d* die Hälften *c'* der Einsauger ab und stellt ihn horizontal, so daß die Einsauger *e* die Federn der Reibkissen berühren, so tritt die negative Elektricität der Reibkissen auf den Konduktor über. Wie man sieht, ist das Princip der Wirkung jetzt ein ganz anderes wie vorher, indem jetzt einfach von dem geriebenen leitenden Reibzeug die Elektricität auf den Konduktor abgeleitet wird; es wird also jetzt gewissermaßen ein Teil des Konduktors gerieben. Da in diesem Falle der geriebene Teil des Konduktors fest an der Glasscheibe anliegt, somit auch mit nichtelektrisiertem Glase in Berührung kommt, so ist die negative Elektricität auf dem Konduktor nie in so großer Menge zu erhalten als die positive.

Die Wirksamkeit der Maschine, d. h. die dem Konduktor mitgetheilte Elektricitätsmenge, hängt von der Güte und der Isolation der einzelnen Teile ab.

Die Glasscheibe muß von möglichst isolierendem Glase sein; frische Scheiben sind gemeinlich viel schlechter als solche, welche schon längere Zeit gebraucht sind, da die frische Glasoberfläche viel hygroskopischer ist als die abgeriebene. Wenn durch längeren Gebrauch Amalgamteile auf dem Glase sich festgesetzt haben, so muß die Scheibe mit Schwefeläther und Alkohol rein abgewaschen und getrocknet werden. Da alles Glas hygroskopisch ist, so ist die Wirksamkeit der Maschine bei feuchtem Wetter meist geringer als bei trockenem; Abreiben mit warmen Tüchern und Bestreichen mit etwas Knochenöl verstärkt die Wirksamkeit auch bei dem feuchtesten Wetter sehr bedeutend.

Damit die Scheibe vollkommen isoliert sei, muß die Axe, auf welche sie aufgesetzt ist, möglichst gut isolieren; man überzieht deshalb die Oberfläche derselben mit dem gut isolierenden Bernsteinfirnis.

Ebenso muß der Konduktor natürlich möglichst isoliert sein, deshalb wird auch die ihn tragende Glassäule mit Bernsteinfirnis überzogen und durch häufiges Abreiben mit warmen Tüchern dafür gesorgt, dass die Oberfläche derselben möglichst trocken ist.

Die Form des Konduktors ist nur insofern von Einfluß, als man dadurch an einzelnen Stellen eine größere Dichtigkeit hervorbringen kann. Stellt man an die Kugel einen Cylinder von bedeutend kleinerem Durchmesser, der von Halbkugeln geschlossen ist, so ist auf dem von der Kugel entferntesten Ende des Cylinders die Elektricität am dichtesten.

Man wird außer der beschriebenen manche anders geformte Elektrisiermaschinen finden, indes ist eine wesentliche Abweichung an denselben nicht vorhanden, weshalb es überflüssig sein wird darauf einzugehen.

Nur einer Elektrisiermaschine müssen wir noch erwähnen, da deren Einrichtung und Wirkung eine wesentlich andere ist, der Armstrongschen Dampfelektrisiermaschine.

Im Jahre 1840 machte ein Maschinenwärter zu Seghill in Nordengland



Beobachtung, daß sich elektrische Erscheinungen zeigten, als er durch einen Körper den aus dem Sicherheitsventile einer Lokomotive strömenden Dampf mit dem Metalle der Maschine und insbesondere mit dem Sicherheitsventile selbst in leitende Verbindung brachte.

Die Thatsache wurde unmittelbar darauf von Armstrong und Pattinson<sup>1)</sup> bestätigt, welche zugleich den Nachweis lieferten, daß der ausströmende Dampf positiv, die Maschine selbst aber negativ elektrisch wurde, indem sie den Dampf auf ein Spitzensystem strömen ließen, welches mit einem isolierten Konduktor in Verbindung stand, und die Maschine selbst auf isolierende Unterlagen stellten. In letzterem Falle zeigte sich die Maschine nur dann elektrisch, wenn Dampf ausströmte, nicht aber, wenn die Ventile geschlossen waren, so daß kein Dampf ausströmte.

Anfänglich glaubte man, daß der Akt der Verdampfung selbst die Elektrizität erzeuge, indem bei Verwandlung des Wassers in Dampf der Dampf positiv und das zurückbleibende Wasser negativ elektrisch werde. Daß der Kessel nicht elektrisch werde, wenn der Dampf nicht ausströmt, glaubte man darin begründet, daß der Kessel sowohl das negative Wasser, als auch den positiven Dampf umschlösse. Man glaubte also darin einen neuen Beweis für die schon früher vermutete Elektrizitätserregung beim Verdampfen zu erkennen<sup>2)</sup>.

Daß dem nicht so sei, wurde indes bald durch einen Versuch von Armstrong bewiesen<sup>3)</sup>. Er isolierte die Öffnung, aus welcher der Dampf ausströmte, von dem Kessel und fand, daß dann nur die Ausflußöffnung, nicht der Kessel positiv elektrisch wurde. Daraus zog er den Schluss, daß die Reibung des Dampfes die Quelle der Elektrizität sei.

Indes auch diese Erklärung reichte nicht aus, da man häufig bei häufig ausströmendem Dampfe kaum eine Spur von Elektrizität wahrnahm. Faraday endlich wies die wirkliche Ursache dieser Entwicklung nach<sup>4)</sup>; er zeigte, daß der Dampf nur elektrisch wurde, wenn er feucht war, wenn also Wasserteilehen mit sich forttrifs, und wenn dieser feuchte Dampf sich an der Ausflußöffnung rieb.

Um diesen Nachweis zu liefern, befestigte Faraday an einem kleinen Kesselfessel eine Ausflußröhre, welche sich in eine Kugel erweiterte (Fig. 77), an welche dann verschiedene Ausflußöffnungen angeschraubt werden konnten. War an die Kugel eine enge Röhre angeschraubt, so zeigte der unter 1,4 Atmosph. Druck ausströmende Dampf anfänglich eine geringe Elektrizität, welche aber verschwand, als die Kugel heiß geworden war, und überhaupt nicht auftrat, wenn die Röhre mit der Kugel vorher so weit erhitzt war, daß kein Dampf sich kondensierte. Wenn die Kugel dagegen abgekühlt erhalten wurde, oder wenn in die Kugel

Fig. 77.



1) Armstrong, Philosophical Magazin. Vol. XVII, XVIII. III. Sér. 1840. Poggend. Ann. Bd. LII. Pattinson, Philosoph. Magazin. Vol. XVII. 1840.

2) Frühere Versuche über Elektrizitätserregung beim Verdampfen siehe Poggend. Ann. Bd. XI, die Versuche von Pouillet. Riess, Reibungselektrizität. II. S. 246 ff.

3) Armstrong, Philosophical Magazin. vol. XX. 1841.

4) Faraday, Experimental researches. Ser. XVIII. Poggend. Ann. Bd. LX.

Wasser gethan wurde, so daß der ausströmende Dampf feucht wurde, also Wasserteilchen enthielt, dann zeigte er sich nach dem Austritt kräftig positiv und der auf isolierende Unterlagen gestellte Dampfkessel kräftig negativ elektrisch.

Damit auf diese Weise Elektrizität erregt wird, darf das dem Dampf beigemengte Wasser keine Substanzen gelöst enthalten, welche es besser leitend machen. Das Wasser in der Kugel mußte destilliert sein, am besten aus der Kondensation des Dampfes selbst entstanden. Wurde Brunnenwasser hineingegossen, oder wurde in dem kondensierten Wasser etwas Salz, Glaubersalz, Kochsalz, oder etwas Schwefelsäure oder Borsäure gelöst, so hörte die Elektrizitätsentwicklung auf. Der Grund dieser Erscheinung ist nach Faraday der, daß die elektrisierten leitenden Tröpfchen bei fernerer Berührung mit dem Metalle an dasselbe sofort die Elektrizität abgeben.

Isolierende Substanzen hatten diesen Einfluß nicht, sie hatten dagegen den Erfolg, daß die erregten Elektrizitäten sich umkehrten. Als in die Kugel auf das Wasser Terpentinöl gebracht war, wurde der Dampf negativ und der Kessel positiv; dasselbe war der Fall als Speck, Wallrath, Bienenwachs, Olivenöl, Ricinusöl in die Kugel gebracht waren. Die Umkehrung der Elektrisierung dauerte so lange, als von diesen Stoffen in der Kugel war.

Da man annehmen darf, daß bei der Reibung der mit diesen Stoffen bedeckten Tröpfchen an den Wänden der Ausflußöffnung dieselben mit diesen Stoffen überzogen werden, so folgt, daß die Elektrizitätsart der geriebenen Wassertröpfchen abhängig ist von der Substanz, an welcher das Wasser gerieben wird.

Bei Anwendung reinen Wassers ist auch die Substanz der Ausflußöffnung auf die erregte Elektrizität von Einfluß; zwar bewirkten alle von Faraday angewandten festen Körper, daß der Dampf positiv elektrisch wurde, aber die Menge der erregten Elektrizität war sehr verschieden. Am kräftigsten wurde sie erregt, als ein mit destilliertem Wasser getränktes Buxbaumröhrchen angewandt wurde, sie war fast unmerklich, als eine Ausflußröhre von Elfenbein oder ein Federkiel angewandt wurde.

Auch die Form der Ausflußöffnung ist von Einfluß auf die Stärke der erregten Elektrizität; sehr wirksam fand Faraday die Form Fig. 78, Armstrong die Form Fig. 79, welche er bei seiner Hydroelektrisiermaschine anwandte. Faraday brachte vor der Öffnung (Fig. 78) einen Kegel an, mit der Spitze gegen die Öffnung gewandt, so daß der Dampf auf dem ganzen Mantel des Kegels sich rieb.

Armstrong verschloß die Ausflußröhre fast ganz mit einer Holzplatte, gegen welche der Dampf zuerst stieß, und um welche er dann herumströmte. Wie man sieht, ist in beiden Fällen die sehr verstärkte Reibung die Ursache der stärkern Wirkung.

Bei der Armstrongschen Maschine sind die Erfahrungen von Faraday zur Erzielung

Fig. 78.



Fig. 79.



kräftigen Wirkung benutzt worden. Dieselbe besteht (Fig. 80) aus

auf Glasfüßen stehenden Dampfkessel, der in seinem Innern geheizt wird. Auf einem Dome, der in der Mitte der obern Seite angebracht ist, befindet sich das Ausflußrohr. Der Dampf strömt zuerst in ein Reservoir, welches einen Teil des Dampfes verdichtet und so die Stelle der Kugel Faradays Ausflußrohr vertritt. An diesem Reservoir sind seitlich kleine Ausflußöffnungen von der Einrichtung Fig. 79 angesetzt.

Fig. 80.



Den Dampf läßt man in einiger Entfernung auf ein Spitzensystem wirken, welches entweder mit der Erde oder mit einem von der Maschine getrennten Konduktor in leitender Verbindung steht. Man kann so die positive Elektricität des Dampfes oder die negative der Maschine zu den Versuchen benutzen.

Die Maschine der royal polytechnic institution in London, welche Ausflußöffnungen für den Dampf hat, ist wohl die wirksamste Elektrisirmaschine, welche es überhaupt giebt.

Ebenso wie feuchter Dampf giebt auch feuchte Luft und, wie Jolly gezeigt hat, gasförmige mit wässriger gemengte Kohlensäure beim Aus-

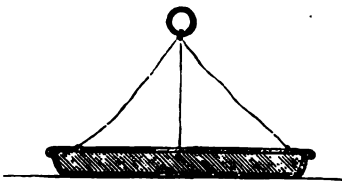
strömen aus der Nattererschen Flasche durch Reibung aus der Ausströmungsöffnung Elektricität.

### §. 54.

**Der Elektrophor.** Ein ebenfalls zur Elektricitäts-erregung dienender Apparat, dessen Wirksamkeit wie diejenige der Elektrisiermaschine auf der Influenz beruht, ist der zuerst von Volta<sup>1)</sup> konstruierte Elektrophor, dessen Princip jedoch schon viel früher von Wilcke erkannt war. Bei dem Elektrophor wird durch einen erregten Isolator ein in der Nähe befindlicher Leiter durch Influenz elektrisch; von diesem wird die Influenzelektricität der zweiten Art entfernt, indem man ihn einen Augenblick mit dem Erdboden in leitende Verbindung setzt, und dann die Influenzelektricität der ersten Art benutzt.

Die Form, welche schon Volta dem Apparate gab und welche er noch jetzt im wesentlichen hat, zeigt Fig. 81;

Fig. 81.



etwa 1 cm hohen Rande wird mit Harz ausgegossen und beim Abkühlen dafür gesorgt, daß die Oberfläche des Kuchens gut geglättet und ganz ohne Blasen ist. Auf diesem Kuchen liegt eine Metallscheibe, welche an einer isolierenden Handhabe oder an isolierenden Schnüren abgehoben werden kann.

Der Harzkuchen wird durch Peitschen mit einem Fuchsschwanze elektrisch gemacht. Wird der Deckel auf ihn gelegt, so wird derselbe durch Influenz elektrisch; die mit der des Harzkuchens ungleichnamige Elektricität wird auf die untere Seite des Deckels gezogen, die gleichnamige negative auf die obere Seite hin abgestoßen. Wird vor dem Abheben der Deckel einen Augenblick mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt, so bleibt nur die positive Elektricität auf ihm zurück, welche benutzt werden kann.

Daß in der That dieses die Wirkungsweise des Elektrophors ist, davon kann man sich dadurch überzeugen, daß man als Schild zwei Metallplatten nimmt, welche durch isolierende Schnüre mit einander verknüpft sind, und welche man zugleich einander und der Ebene des Kuchens parallel abheben kann, so daß nach dem Abheben dieselben wenige Centimeter von einander hängen. Man findet nach dem Abheben stets die obere Scheibe negativ, die untere positiv.

Interessant ist nach den Untersuchungen von Riess<sup>2)</sup> der elektrische Zustand des Elektrophors bei seiner Wirkung, aus welchem sich zugleich die eigentümliche Fähigkeit des mit seinem Deckel bedeckten Elektrophors erklärt, seine Elektricität Monate lang zu bewahren.

Zur Untersuchung dieses Zustandes setzt man den Elektrophor auf eine isolierende Unterlage und berührt die einzelnen Teile mit einer Prüfungsscheibe.

1) Man sehe Riess, Reibungselektricität. Bd. 1, §. 296.

2) Riess, Reibungselektricität. Bd. 1, §. 298 ff.



Wird die obere Fläche des Harzkuchens elektrisiert, so wird die Form sofort negativ, leitet man die negative Elektrizität ab, so bleibt die Form unelektrisch. Diese negative Elektrizität der Form ist in derselben nicht direkt durch Influenz erregt, sondern ist von der untern Seite des Kuchens in die Form übergegangen. Denn stellt man den Kuchen für sich isoliert auf, so findet man auch die Hinterfläche desselben negativ elektrisch, woraus folgt, daß durch die Influenz der Oberfläche in dem Kuchen zwei elektrische Schichten entstehen, eine im Innern des Kuchens, welche positive (Influenzelektrizität der ersten Art), und eine an der untern Seite des Kuchens, welche negative Elektrizität besitzt und auf die Form übergeht, wenn der Kuchen in die Form gelegt wird. Dadurch tritt zugleich die positiv elektrische Schicht an die Hinterfläche des Kuchens, die man sich durch Umkehr desselben und Untersuchung der hinteren Fläche überzeugen kann.

Hat man die in die Form übergegangene negative Elektrizität der Form abgeleitet, so bleibt dieselbe unelektrisch, weil die Influenzwirkungen der vorderen negativen und der hinteren durch Influenz von der vorderen erregten positiven Schicht an der Grenze der letzteren sich gerade aufheben.

Wird nun der Schild aufgesetzt, so bleibt zunächst der elektrische Zustand des Elektrophors ungeändert, da auf dem Schilde die beiden elektrischen Schichten zu nahe bei einander sind, als daß sie nach außen wirksam sein könnten. Wird aber von dem Schilde die negative Elektrizität abgeleitet, so wird die Form durch die beiden positiv elektrischen Schichten, des Schildes und die untere des Kuchens, stärker influenziert als durch die eine obere negative Schicht des Kuchens. Die dem Kuchen zugewandte Seite der Form wird daher negativ, während die positive Influenzelektrizität der zweiten Art sich frei über die Form verbreitet und abgeleitet werden kann. Wird der Schild abgehoben, so wird die Form wieder negativ, so daß die negative Elektrizität abgeleitet werden kann.

Die vorhin erwähnte Eigenschaft des Elektrophors, seine Elektrizität so lange zu bewahren, wenn er mit dem Schilde bedeckt und die Form mit dem Erdboden in leitender Verbindung ist, ergibt sich aus diesem elektrischen Zustande des Elektrophors folgendermaßen.

Zunächst ziehen sich die obere und untere Schicht, welche entgegengesetzt elektrisch sind, an, und verhindern durch diese Anziehung, daß die Elektrizitäten sich so rasch in die Luft zerstreuen können, wie sie sonst thun würden. Das wird noch mehr dadurch bewirkt, daß die obere negativ elektrische Schicht von der positiv elektrischen Schicht des Schildes, die untere positive Schicht von der negativen der Form bedeckt wird. Denn durch diese Bedeckung wird einmal überhaupt die Berührung mit der Luft vermindert, dann aber auch die Luft, welche die Schichten des Harzkuchens berührt, verhindert sich zu laden, da die Luft von den Elektrizitäten des Schildes und der Form gerade entgegengesetzt durch Influenz erregt wird, als durch Berührung mit dem Kuchen. Es wird deshalb zwischen Schild und Kuchen einerseits, Form und Kuchen andererseits eine stagnierende Luftschicht bilden, welche die Zerstreung der Elektrizitäten verhindert.

Dieser von Riess gegebenen Theorie des Elektrophors hat vor ku



Bezold eine andere gegenübergestellt<sup>1)</sup>, welche die Influenz des Kuchens leugnet oder wenigstens als für das Verhalten des Elektrophors nicht von Einfluß ansieht. Bezold nimmt nicht, wie Riess, in der Masse des Kuchens verschiedene elektrische Schichten an, sondern nur die auf der Oberfläche des Kuchens direkt durch Reibung erzeugte; die an der untern Fläche des Kuchens sowie an der Form beobachteten elektrischen Erscheinungen erklärt er als Influenzerscheinungen, herrührend von der Elektrizität auf der Oberfläche des Kuchens.

Zunächst macht Bezold darauf aufmerksam, daß die Berührung mit der Prüfungsscheibe bei Isolatoren keine zuverlässigen Resultate geben könne, wenn sich in der Nähe der zu prüfenden Stelle noch anderweitig Elektrizität befindet. Die Prüfungsscheibe nimmt nämlich nicht nur von der berührten Stelle des Isolators Elektrizität fort, sondern wird auch als ein leitender Körper von den nahen elektrischen Schichten influenziert. So ist es kein Beweis, daß die Rückseite eines isoliert aufgestellten auf der vordern Seite geriebenen Kuchens negativ elektrisch ist, wenn die Prüfungsscheibe negative Elektrizität anzeigt, sondern diese negative Elektrizität muß die Prüfungsscheibe auch dann zeigen, wenn die Rückseite ganz unelektrisch ist, einfach, weil die auf der Vorderseite des Kuchens vorhandene Elektrizität die Prüfungsscheibe influenziert, und die positive Elektrizität der Scheibe, als Influenzelektrizität der ersten Art, auf die berührten Stellen der Rückseite übertritt.

Bezold wandte deshalb zur Untersuchung des elektrischen Verhaltens des Elektrophorkuchens ein anderes Mittel an, nämlich ein Gemisch zweier Pulver, deren eines positiv elektrisch, deren anderes negativ ist. Ein solches Gemisch erhält man in feingepulvertem Schwefel und Mennige. Siebt man ein solches Gemisch durch Musselin, so wird der Schwefel negativ, die Mennige positiv elektrisch. Wenn man deshalb aus einer mit Musselin überbundenen Streubüchse ein solches Gemisch auf eine Fläche siebt, so wird die Mennige an negativ elektrischen Stellen, der Schwefel an positiven festgehalten, oder strenger ausgedrückt, an Stellen wo Schwefel haftet, wird negative, an Stellen wo Mennige haftet, wird positive Elektrizität gegen die Fläche gezogen. Aus dem Haften dieser Pulver kann deshalb auch noch nicht mit Sicherheit auf den elektrischen Zustand der Fläche geschlossen werden, denn ähnlich wie Eisenfeile an einer unter einem Magnetpole gehaltenen Glastafel haften, haftet Mennige auch an einer nicht selbst elektrischen Fläche, wenn über derselben sich eine negative elektrische Schicht befindet. Die Art und Weise, wie das Pulver auf einer Fläche verteilt ist, läßt dann aber mit ziemlicher Sicherheit die Art der Elektrisierung erkennen. Eine geriebene Fläche zeigt nach dem Bestäuben Streifen, welche die Richtung des Reibens angeben. Ist die Elektrizität in Form von Funken auf die isolierende Fläche gebracht, so ordnet sich der Staub zu den nach ihrem Entdecker Lichtenberg als Lichtenbergsche bezeichneten Figuren, welche, wenn die Elektrizität positiv ist, aus einer großen Zahl von Strahlen bestehen, welche, wie bei einem Stern, von dem Punkte ausgehen, an dem der Funke die Fläche getroffen hat. Ist die Elektrizität negativ, so wird

1) von Bezold, Sitzungsberichte der Münchener Akademie 1870, Sitzung vom 2. Juni; und 1871, Sitzung vom 7. Januar.

die Figur ein strahlenloser geschlossener Kreis, dessen Durchmesser sehr viel kleiner ist als jener der positiven Figur. Auf diese Figuren werden wir noch an einer andern Stelle kurz eingehen. Ist die Elektrizität aus Spitzen auf die Fläche übergeströmt, so zeigt der Staub nur mehr oder weniger ausgedehnte Flecke, welche bei negativer Elektrizität rot, bei positiver gelb sind, ohne Unterschied der Zeichnung. Ist dagegen die bestäubte Fläche nicht selbst elektrisch, sondern wird das elektrische Pulver nur durch die Wirkung einer über demselben vorhandenen elektrischen Schicht an der Fläche festgehalten, so findet sich immer ein größeres Flächenstück gleichmäßig mit dem betreffenden Pulver bedeckt.

Man kann diese verschiedenen Anordnungsweisen der Pulver schön sichtbar machen, wenn man einen Funken auf eine Ebonitplatte überspringen läßt. Ist die Platte isoliert außerhalb des Wirkungskreises von Spitzen aufgelegt, und läßt man auf die obere Seite einen positiven Funken springen, so erhält man dort einen gelben Stern. Auf der untern Fläche erhält man einen gelben Fleck, dessen Größe derjenigen des Sternes fast gleich ist. In dem Falle wird das negativ elektrische Pulver nur durch die auf der andern Seite vorhandene positive Elektrizität festgehalten.

Befand sich in der Nähe der untern Fläche bei dem Überspringen des Funkens eine Spitze, so zeigt sich auf der Fläche ein verwaschener oder Fleck, weil aus der Spitze negative Elektrizität auf die Fläche geströmt ist. Lag dagegen die Platte, als der Funke auf sie übersprang, auf einer leitenden Metallplatte, so zeigt beim Bestäuben die untere Fläche die negative Lichtenbergsche Figur, die viel kleiner ist als die obere positive Figur, weil jetzt von der untern leitenden Platte ein negativer Funke auf die untere Fläche übersprungen ist.

Die Ansicht nun, welche Bezold über den elektrischen Zustand und die Wirkungsweise des Elektrophors ausspricht und mit Hilfe des Pulverversuches nachzuweisen sucht, ist einfach die, daß am Elektrophor durch das Reiben nur die geriebene Fläche elektrisch wird, daß im Innern des Kuchens eine merkliche Influenzierung nicht stattfindet, und daß die an der Form und hintern Fläche des Kuchens beobachteten elektrischen Erscheinungen Folge sind der von der obern Fläche aus in der leitenden Form stattfindenden Verteilung, und der von der obern Fläche ausgehenden Fernwirkung.

Der scheinbar negativ elektrische Zustand der Rückseite des isolierten Kuchens ist in der schon oben gegebenen Erklärung nur die Folge der Fernwirkung der auf der obern Fläche durch Reibung entstandenen elektrischen Schicht. Deshalb ist auch die negative Elektrizität der Form, die abgeleitet werden kann, nicht von der Rückseite des Kuchens auf die Form übergegangen, dieselbe ist vielmehr Influenzelektrizität in der Form erzeugt durch die Elektrizität des Kuchens. Die positive Elektrizität auf der Rückseite des Kuchens, wenn man den Kuchen in der Form umkehrt, ist die Influenzelektrizität der ersten Art, welche von der Form zu dem Kuchen hinübergegangen ist.

Gerade für das Letztere liefern die Versuche mit dem Pulver den überzeugendsten Beweis. Hat man den Kuchen in der abgeleiteten Form stark gerieben, kehrt ihn dann um, so daß er jetzt mit der geriebenen Seite in der Form liegt, so findet man nach dem Bestäuben der Rückseite

dieselbe ganz mit gelben Sternen, der positiven Figur, übersät, welche zum Teil noch einen roten centralen Fleck besitzen. Hebt man den Kuchen aus der Form und legt ihn auf isolierende Stützen, so fliegt der Schwefel von den Stellen, an denen er vorher haftete, fort; bestäubt man nun mit dem Gemische, so wird nur die Mennige angezogen, die Stellen, welche vorher mit Schwefel bedeckt waren, bleiben aber frei. Das Auftreten der positiv elektrischen Figuren auf der Rückseite, wenn der Kuchen sich umgekehrt in der Form befindet, beweist, daß die Elektrizität in einzelnen Funken aus der Form auf die Rückseite des Kuchens übergegangen ist, und das Fortfliegen des Schwefels von den Stellen, an denen er vorher haftete, beim Herausnehmen des Kuchens aus der Form beweist die Fortdauer der Fernwirkung der primär erregten obern Fläche des Kuchens. Die positive Elektrizität der Rückseite kann eben nur dann zur Wirkung kommen, wenn die durch das Reiben erregte negative Elektrizität der vordern Seite in ihrer Wirkung durch die in der Form hervortretende positive Influenzelektrizität der ersten Art neutralisiert wird. Deshalb giebt sich ihr Vorhandensein bei isolierten Kuchen auch nur dadurch zu erkennen, daß an den Stellen, an welchen sich die positive Elektrizität befindet, die rote Mennige nicht haftet.

Die Versuche von Bezold sind indes nicht geeignet, die Theorie des Elektrophors von Riess zu erschüttern, sondern nur in einem Punkte zu korrigieren. Nach den mitgetheilten Erfahrungen über die Influenz der Isolatoren kann es nicht in Zweifel gezogen werden, daß der Kuchen des Elektrophors in der That so influenziert wird, wie es Riess annimmt. Denn die durch die Reibung der obern Fläche des Kuchens mitgetheilte Elektrizität muß auf die Masse des Kuchens verteilend wirken, gerade so wie wenn wir die obere Fläche des Kuchens mit einer leitenden elektrisierten Scheibe bedecken. Es muß deshalb entsprechend den Versuchen von Riess und auch von Bezold die untere Fläche des Kuchens, wenn er isoliert aufgestellt ist, negativ elektrisch sein, und die auf der Rückseite sich zeigenden Wirkungen der negativen Elektrizität sind nicht lediglich der Fernwirkung der auf der obern Fläche durch Reibung erregten Elektrizität zuzuschreiben<sup>1)</sup>.

Dagegen ergibt sich aus den Versuchen von Bezold, daß die positive Elektrizität, welche die Rückseite des Kuchens in der abgeleiteten Form erhält, die in der Form erregte Influenzelektrizität der ersten Art ist, welche durch die Influenz sämtlicher Schichten im Elektrophor erregt wird, und daß die in der Form abgeleitete Elektrizität die entsprechende Influenzelektrizität der zweiten Art ist. Nur so ist es in der That verständlich, daß die Rückseite des Kuchens in der abgeleiteten Form positiv wird, da gar kein Grund abzusehen ist, wie denn nach der Annahme von Riess die im Kuchen durch Influenz erregte positive Schicht an die Rückfläche treten könnte. Wie man sieht, wird indes die weitere Theorie von Riess dadurch nicht berührt, denn ob die positive Elektrizität der Rückfläche des im Kuchen vorhandene Influenzelektrizität der ersten Art oder von der Form auf sie übergegangen ist, das ist für die weiter betrachteten In-

1) In einer neuern Arbeit (Wiedem. Ann. Bd. XXIII) hat Bezold selbst jetzt seine Theorie in dem Sinne modifiziert.



fluenzen gleichgültig, jedenfalls ist die Influenz, welche von der im Kuchen vorhandenen Influenzelektricität der ersten Art und der mit ihr gleichnamigen der Rückfläche bedingt wird, derjenigen entgegengesetzt, welche von der auf der Oberfläche des Kuchens durch Reibung erzeugten bewirkt wird, und das ist die Grundlage der Theorie von Riess.

### §. 55.

**Die Influenzmaschinen.** Zu der Elektrisiermaschine und dem Elektrophor, welche lange Zeit die einzigen Quellen größerer Elektricitätsmengen waren, sind in der letzten Zeit die fast gleichzeitig von Töpler<sup>1)</sup> und Holtz<sup>2)</sup> konstruierten, auf dem Princip des Elektrophor basierten Influenzmaschinen, oder wie Riess sie nennt, Elektrophormaschinen hinzugekommen, welche eine viel größere Menge Elektricität zu liefern imstande sind als die bisher besprochenen Apparate. Wir begnügen uns damit, von den mancherlei Formen, welche die Apparate erhalten haben<sup>3)</sup>, die einfache Holtzsche Maschine zu beschreiben, da wesentlich diese es ist, welche eine große Verbreitung bekommen hat, und die Theorie aller übrigen wesentlich mit derjenigen der Holtz'schen Maschine übereinstimmt.

Die Holtzsche Maschine Fig. 82 besteht aus einer festen Glasscheibe und einer derselben parallelen sehr nahe stehenden, welche in rasche Rotation versetzt werden kann, deren Durchmesser etwa 2 cm kleiner ist, als der der festen Scheibe. Die Scheiben sind, um sie möglichst gut isolierend zu machen, mit Schellackfirnis versehen. Die feste Scheibe hat drei Durchbohrungen resp. Ausschnitte, die erste in der Mitte, um die Axe der rotierenden Scheibe durchzulassen, die andern in der Nähe des Randes. Die letztern sind, wie es die Figur zeigt, so verteilt, daß der obere Rand des einen Ausschnittes  $A'$  etwas unter, der untere Rand des andern  $A$  etwas über dem horizontalen Durchmesser der festen Scheibe sich befinden. Der obere Rand des ersten, der untere des zweiten Ausschnittes ist mit einer Papierbelegung überklebt,  $S, S'$ , welche auf beiden Seiten der Scheibe bis einige Centimeter von dem Rande der Ausschnitte sich erstreckt. Von den Rändern ragen ein oder zwei steife, oben zugespitzte und gegen die rotierende Scheibe gebogene Papierstreifen,  $s, s'$ , bis in die Mitte des Ausschnittes, gut ist es, wenn diese Papierspitzen mit Stanniol beklebt sind<sup>4)</sup>. Gegenüber den Papierbelegungen, von ihnen getrennt durch die rotierende Scheibe, befinden sich Saugkämme von Messing, horizontale Messingröhren, deren Länge jener der Papierbelegungen gleich ist, und welche mit einer Anzahl feiner, gegen die rotierende Scheibe gerichteter Spitzen versehen sind. Diese Saugkämme sind an cylindrischen Messingstangen befestigt, welche durch das isolierende Querstück aus

1) Töpler, Poggend. Ann. Bd. CXXV. Bd. CXXVII.

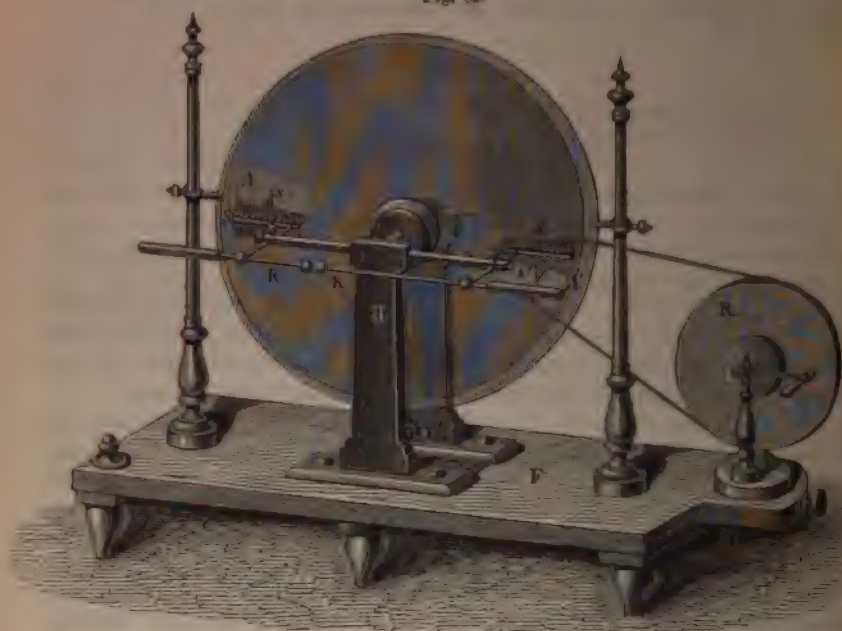
2) Holtz, Poggend. Ann. Bd. CXXVI. CXXVII. CXXX. CXXXVI.

3) Über die verschiedenen Formen der Influenzmaschinen sehe man die Berliner Berichte über die Fortschritte der Physik seit 1865 und Carls Repertorium für physikalische Technik von demselben Zeitpunkte an, ebenso besonders eine Reihe interessanter Abhandlungen von Poggendorff in den Monatsberichten der Berliner Akademie und Poggendorffs Annalen seit 1867.

4) Man sehe Carl in Carls Repertorium Bd. IV.

Hartgummi, das von dem einen Träger *II* der Axe der rotierenden Scheibe getragen wird, hindurchgehen und vorn in Kugeln endigen. Durch diese Kugeln gehen senkrecht gegen die Stangen zwei verschiebbare, vorn in

Fig. 82.



kleinen Kugeln, *K*, *K'*, endigende Messingstäbe von solcher Länge, daß die Kugeln zur Berührung gebracht werden können. An den andern Enden sind diese Stäbe mit isolierenden Handhaben versehen.

Um die drehbare Scheibe in rasche Rotation zu versetzen, ist auf der Axe eine kleine Rolle befestigt, welche durch einen Schnurlauf, der um eine größere auf dem Fuße des Apparates aufgestellte Rolle geführt ist, gedreht wird. Die Bewegung der Scheibe erfolgt von den Spitzen zu den Papierbelegen hin.

Um die Maschine in Thätigkeit zu bringen, schiebt man die mit den Saugkämmen in leitender Verbindung stehenden Messingstäbe so weit zusammen, daß sich die kleinen Kugeln berühren, so daß also die beiden Saugkämme in metallischer Verbindung sind. Man verschiebt den einen der Papierbelege, während die bewegliche Scheibe rasch rotiert, mit Elektrizität, indem man in ihre Nähe einen elektrisierten Körper, etwa einen geriebenen Streifen von Hartgummi oder eine geriebene Porzellanröhre hält. Wenn man dann nach kurzer Zeit die an den Saugkämmen befestigten Messingstäbe auseinanderzieht, so geht die Elektrizität zwischen den beiden Kugeln in einem fast kontinuierlichen Strome über. Die Entfernung, bis zu welcher man die Kugeln von einander entfernen kann, hängt ab von den Dimensionen der Scheiben und dem Zustande der Maschinen. Bei einem Durchmesser der Scheiben von etwa 50 cm kann man, wenn



Oberfläche der rotierenden Scheibe gut isoliert, die Kugeln bis etwa 1 cm von einander entfernen. Überschreitet man diese Grenze, so hört die Wirkung der Maschine plötzlich auf; um sie wieder in Gang zu versetzen, muß man sie neu erregen. Zuweilen gelingt es indes, die Maschine schon dadurch wieder wirksam zu machen, daß man die beiden Messingstäbe rasch bis zur Berührung der Kugeln wieder zusammenschiebt. Man ist aber oft der elektrische Zustand der Maschine der entgegengesetzte von vorher, das heisst jene Kugel, welche vorher positive Elektrizität lieferte, liefert jetzt negative und umgekehrt.

Die Wirkungsweise der Maschine läßt sich einfach als eine Wirkung der Influenz von seiten der Papierbelege und der rotierenden Scheibe auf den mit den Spitzen versehenen Leiter des Apparates auffassen<sup>1)</sup>. Nehmen wir an, dem einen Papierbeleg, er möge als *a* bezeichnet werden, sei eine gewisse Menge positiver Elektrizität mitgeteilt. Dieselbe wird in dem ihr gegenüberstehenden Leiter durch Influenz die Spitzen negativ elektrisch machen, während die positive Elektrizität abgestossen wird und sich bis zu den Spitzen, welche dem Papierbeleg *b* gegenüberstehen, begiebt. Da in den Spitzen die Dichtigkeit der Elektrizität immer sehr groß ist, so wird gerade gegenüber *a* die negative Elektrizität auf die bewegliche Scheibe strömen, während gerade gegenüber *a* die Scheibe isoliert eine große Dichtigkeit haben. Die dort angesammelte negative Elektrizität influenziert dann rückwärts wieder den Papierbeleg, so daß dessen positive Elektrizität verstärkt wird, während die negative Elektrizität aus der Papierspitze auf die dem Beleg zugewandte Seite der beweglichen Scheibe ausströmt.

Auf der anderen Seite tritt gleichzeitig eine Elektrisierung des halbbeweglichen Papierbelegs *b* durch Influenz von den ihm gegenüberstehenden Spitzen ein. Diese Spitzen sind, wie wir sahen, positiv elektrisch, und wegen der großen Dichtigkeit in den Spitzen strömt diese positive Elektrizität auf die den Spitzen gerade gegenüber befindliche Stelle der beweglichen Scheibe. Diese positive Elektrizität influenziert den Papierbeleg so, daß er selbst negativ wird, während die positive Elektrizität aus der Papierspitze auf die dem Beleg zugewandte Seite der beweglichen Scheibe strömt.

Alle diese Influenzen werden wesentlich verstärkt durch die Influenz der beweglichen Glasscheibe einmal von dem Papierbeleg her und dann durch die von Riess sogenannte Doppelinfluenz, welche nach ihm immer dann eintritt, wenn ein Isolator sich in solcher Nähe eines Leiters befindet, wie bei der Influenzierung beider aus dem Leiter die Influenzelektrizität der einen Art auf den Isolator strömt. Die Influenz in dem Isolator durch diese ihm mitgeteilte Elektrizität, welche gerade so erfolgen muß, wie bei dem Kuchen des Elektrophors durch die auf der obern Fläche durch Reibung erzeugte elektrische Schicht, ist dann das, was den ganzen Vorgang zur Doppelinfluenz macht. Bei der Influenzmaschine influenziert nämlich der elektrische Papierbeleg die bewegliche Scheibe und den Saugnapf; auf die dem Beleg zugewandte Seite der Scheibe tritt deshalb zuerst durch einfache Influenz ungleichnamige Elektrizität und gleichzeitig

<sup>1)</sup> Riess, Poggend. Ann. Bd. CXXI. Über Doppelinfluenz und die Theorie der Elektrophormaschinen. Ferner Poggend. Ann. Bd. CLIII.

strömt aus den Spitzen des metallischen Saugkammes diese selbe Elektrizität auf die andere Scheibe. Diese Elektrizität influenziert die Scheibe, wie es bei dem Elektrophor besprochen wurde, und bewirkt, daß die dem Beleg zugewandte Seite der Scheibe ebendieselbe Elektrizität erhält, wie die den Spitzen zugewandte. Die dem Beleg zugewandte Seite der beweglichen Scheibe erhält also nicht nur aus der Papierspitze, sondern auch durch Influenz die mit dem Beleg ungleichnamige Elektrizität, und ebenso erhält die dem Saugkamme zugewandte Fläche Elektrizität nicht nur infolge der Influenz des Papierbelegs auf die Spitzen, sondern auch durch Rückinfluenz der in der Scheibe erregten Influenzelektrizität auf die Spitzen. Beide Flächen der beweglichen Glasscheibe erhalten also durch die Influenz auf das Glas mehr Elektrizität, als sie ohne diese Influenz erhalten würden.

Daß diese Influenz auf das Glas der beweglichen Scheibe in der That von merklichem Einfluß ist, folgt unmittelbar aus den Erfahrungen über die dielektrische Polarisation.

Bei *a* wird also die bewegliche Scheibe auf beiden Seiten negativ, bei *b* auf beiden Seiten positiv. Wird die bewegliche Scheibe in Rotation versetzt, so daß sie von *a* nach oben, von *b* nach unten sich bewegt, und wobei wir voraussetzen, daß der Sinn der Rotation von der Spitze gegen den Papierbeleg hin gerichtet ist, so wiederholt sich der Vorgang bei der ersten halben Rotation an allen die Spitzen passierenden Stellen der Scheibe, so daß nach dieser halben Rotation auf der obern Scheibe ein Halbring, dessen Breite gleich ist der Länge des Saugkammes, auf beiden Seiten negativ, auf der untern Hälfte ein Halbring von der gleichen Breite auf beiden Seiten positiv elektrisch ist. Bei weiterer Bewegung der Scheibe wird zuerst die Papierspitze von *a* von dem untern positiven Halbringe, die Papierspitze von *b* von dem obern negativen Halbringe getroffen, und der Erfolg ist eine Verstärkung der Ladungen durch die Saugwirkung der Spitzen auf beiden Papierbelegungen und einmal hierdurch, dann aber auch weil die rotierende Scheibe jetzt vor die Spitzen mit der in den Spitzen vorhandenen entgegengesetzten Elektrizität hintritt, eine verstärkte Influenz auf den mit den Spitzen verbundenen Leiter. Die Folge dieser verstärkten Influenz ist wieder eine Verstärkung der Ladung auf den Belegen und besonders auf der rotierenden Scheibe, die dann rückwärts die Spitzen immer stärker influenziert, so daß nach kurzer Zeit die mit den Spitzen verbundenen Messingstäbe auseinandergezogen werden können, ohne das Spiel der Maschine zu unterbrechen. Die Dichtigkeit der positiven Elektrizität an dem Ende des *a* gegenüberstehenden, die Dichtigkeit der negativen an dem Ende des andern Messingstabes ist so groß, daß die Elektrizitäten aus dem einen Stabe in den andern hinüberströmen, auch wenn die Kugeln durch eine Luftschicht von beträchtlicher Dicke getrennt sind.

Daß in der That der elektrische Zustand der Maschine der hier geschilderte ist, davon kann man sich durch elektroskopische Untersuchung der rotierenden Scheibe leicht überzeugen. Aus diesem Zustande ergiebt sich auch sofort, weshalb die Wirksamkeit der Maschine aufhört, sobald man die Messingstäbe so weit von einander entfernt, daß die Elektrizität nicht mehr von der einen zur andern Kugel übergehen kann. Es tritt dann nämlich sofort ein Ausströmen der vorher abgestoßenen Elektrizität

auf die vorübergehenden Teile der rotierenden Scheibe ein, so daß also bei *a* die vorher negative Oberfläche jetzt positiv elektrisch wird. Diese positive Elektrizität influenziert gleichzeitig den Papierbeleg *a*, so daß die auf demselben vorhandene positive Elektrizität durch die Spitze ausströmt, und so den Beleg neutralisiert. Ähnlich ist der Vorgang bei dem Belege *b*. Ist die Dichtigkeit auf den Leitern sehr groß, so erkennt man, daß unter günstigen Umständen auch ein Umelektrisieren der Belege eintreten kann, so daß, wenn die Messingstäbe nach Aufhören des Übergehens der Elektrizitäten sofort zusammengeschoben werden, das Spiel der Maschine das entgegengesetzte wird.

Die Theorie erklärt weiter sofort, weshalb die Wirkung der Maschine wesentlich von der Isolationsfähigkeit der Scheiben und besonders der rotierenden Scheibe abhängt, da die Wirkung gerade darauf beruht, daß auf einer und derselben Scheibe in nicht weit entfernten Stellen entgegengesetzte Elektrizitäten von großer Dichte vorhanden sind. Ebenso ist es natürlich notwendig, daß die Saugkämme und die mit ihnen verbundenen Leiter sorgfältig von der Erde isoliert sind, da sonst die Influenzelektrizitäten der zweiten Art von diesen Leitern sofort in die Erde abfließen.

Außer in der schon vorhin angeführten Weise tritt bei der Influenzmaschine die Influenz auf Nichtleiter noch in einer andern in Wirksamkeit, um die Wirkung der Maschine auf ihre ganze Höhe zu bringen und auf derselben zu erhalten. Denn durch die Influenz der beiden Hälften der rotierenden Scheibe wird in der festen Glasscheibe auf der der rotierenden angewandten Seite eine ungleichnamig elektrische Schicht erregt, welche durch ihre anziehende Wirkung auf die Elektrizität der ihr gegenüberliegenden Hälfte der rotierenden Scheibe die Zerstreuung der Elektrizität mindert<sup>1)</sup>.

Nach der vorgeführten Theorie der Influenzmaschine ist dieselbe im Princip identisch mit dem Elektrophor. Man kann entweder den Papierbeleg als Kuchen und die rotierende Scheibe als den Schild ansehen, von dem die Saugkämme die Influenzelektrizität der zweiten Art fortnehmen, oder man kann die rotierende Scheibe als den Kuchen und die Saugkämme als den Schild betrachten; der Unterschied zwischen Elektrophor und Influenzmaschine liegt nur in der Art der Elektrisierung, welche bei der Influenzmaschine in so sinnreicher Weise erfolgt, daß sie dadurch die ergiebigste Menge der Elektrizität wird, und daß sie die geringste Menge der aufgewandten Arbeit zur Erzeugung einer gewissen Elektrizitätsmenge beansprucht.

#### §. 56.

**Der elektrische Ansammlungsapparat.** Mit Hilfe der in den letzten Paragraphen beschriebenen die Elektrizität erregenden Apparate kann man einen beliebigen Konduktor mit Elektrizität laden; die Ladung des Konduktors hat aber eine bestimmte nicht zu überschreitende Grenze, welche nach §. 40 dann eintritt, wenn das Potentialniveau des Konduktors gleich ist dem des die Elektrizität erregenden Apparates. Es kann also z. B. bei der Elektrisiermaschine irgend ein beliebiger Leiter durch leitende

1) *Riess, Poggend.-Ann. Bd. CXXXI, S. 231.*

Verbindung mit dem Konduktor der Maschine so weit geladen werden, daß das Potentialniveau des Leiters gleich ist dem des Konduktors. Die Grenze der Ladung des letztern ist dadurch bedingt, daß durch die Scheibe der Elektrisiermaschine keine weitere Influenz auf denselben ausgeübt werden kann, also dadurch, daß auf dem Konduktor so viel positive Elektrizität angesammelt ist, daß die Dichtigkeit derselben in den Spitzen gleich der Dichtigkeit der auf der Scheibe erregten positiven Elektrizität geworden ist.

Diese Ladung kann ferner nur eintreten, wenn auf dem Konduktor durch dieselbe an keiner Stelle die Dichtigkeit erreicht ist, bei welcher die Elektrizität auszuströmen beginnt, und sie kann dauernd nur erhalten werden, wenn der durch Zerstreuung in jedem Augenblicke stattfindende Verlust immer durch fortgesetzte Wirkung der Elektrizitätsquellen wieder ersetzt wird.

Es läßt sich indes ein auf die Wirkung der Influenz gestützter Apparat konstruieren, welcher eine weit größere Elektrizitätsmenge ansammeln gestattet, der in verschiedenen Formen als Franklinsche Tafel, Leydener Flasche, Kondensator im vorigen Jahrhundert schon konstruiert wurde. Der elektrische Ansammlungsapparat besteht in allen Fällen aus zwei sich gegenüberstehenden, parallelen leitenden Flächen, welche durch einen Isolator von einander getrennt sind. Die eine dieser Flächen ist isoliert und durch eine Leitung mit dem Konduktor verbunden, welcher diese Fläche elektrisiert; diese Fläche führt den Namen Kollektor; die andere Fläche ist mit der Erde in leitender Verbindung, sie ist der Kondensator.

Nach dieser Angabe über die Einrichtung des Ansammlungsapparates ist die Theorie desselben vollständig in unsern Untersuchungen des §. 41 über die Potentialfunktion auf parallelen Leitern und in dem Satze gegeben, daß auf zwei verbundenen Leitern die Potentialfunktion immer denselben Wert haben muß. Ist die Potentialfunktion etwa auf dem Konduktor der Elektrisiermaschine  $V$ , so kann eine einzeln stehende Platte, deren Kapazität  $C$  ist, eine solche Elektrizitätsmenge aufnehmen, daß

$$q = CV$$

ist. Setzen wir der Platte eine zweite gegenüber, so wird die Kapazität der Platte gleich  $C_1$ ; damit dieselbe jetzt bis zur Potentialfunktion  $V$  geladen werde, bedarf sie der Elektrizitätsmenge

$$Q = C_1 V.$$

Das Verhältnis der in die Kollektorplatte in den beiden Fällen überströmenden Elektrizitäten, wenn dieselbe mit dem zu gleichem Werte der Potentialfunktion geladenen Konduktor in leitende Verbindung gebracht wird, ist demnach

$$\frac{Q}{q} = \frac{C_1}{C},$$

es ist somit gleich dem Verhältnis der Kapacitäten des einzeln stehenden Leiters und desselben, nachdem ihm ein ihm paralleler gegenüber gestellt ist. Man nennt dieses Verhältnis die Verstärkungszahl des Ansammlungsapparates.

Diese Verstärkungszahl hängt nach den Untersuchungen des §. 41



essentlich von der Form und den Dimensionen des Ansamlungsapparates und nach den Untersuchungen der §§. 48 ff. von der Substanz des dielektrischen Zwischenmittels ab. Für gewisse einfache Formen ergeben sich diese Verstärkungszahlen aus unsern frühern Untersuchungen unmittelbar. So fanden wir für eine Kugel

$$C = R;$$

ist dieselbe von einer zur Erde abgeleiteten Schale umgeben, deren innerer Radius gleich  $R_1$  ist, und befindet sich in dem Raume zwischen Kugel und Schale ein Medium, dessen Dielektricitätskonstante  $D$  ist, so ist

$$C_1 = D \frac{R R_1}{R_1 - R} = D \frac{R R_1}{\delta},$$

demit ist die Verstärkungszahl

$$\frac{C_1}{C} = D \frac{R_1}{\delta}.$$

Für einen plattenförmigen Kondensator vom Radius  $R$  ist die Verstärkungszahl

$$\frac{C_1}{C} = D \frac{R}{2\delta},$$

wenn  $\delta$  der Abstand der Platten ist.

Man wird indessen in der Praxis die so bestimmten Werte der Verstärkungszahlen kaum jemals erhalten, da die bei den Berechnungen vorausgesetzten Formen schon deshalb sich nicht herstellen lassen, weil an den Apparaten stets Ansätze der verschiedensten Art angebracht sein müssen, um dieselben mit dem Konduktor in Verbindung zu bringen und zu andern Zwecken. Man wird deshalb stets, wenn man die Ladung eines Ansamlungsapparates bestimmen will, die Kapazität desselben direkt bestimmen müssen. Methoden der Kapazitätsbestimmung haben wir in den §§. 49 ff. besprochen, wir brauchen daher hier nicht mehr darauf zurückzukommen.

Erwähnt muß jedoch noch werden, daß außer dem oben angeführten direkten Einfluß auf die Kapazität des Ansamlungsapparates ein fester Isolator noch weiter den Einfluß hat, daß der Ansamlungsapparat seine Ladung länger behält. Denn ist die Zwischenschicht Luft, so findet immer noch von den zugewandten Flächen der Leiter eine Zerstreuung der Elektrizität statt, welche vollständig aufhört, wenn die Flächen durch einen festen Isolator getrennt sind. Wie wir bei Besprechung des Thomsonschen Elektrometers §. 45 erwähnten, tritt bei demselben, dessen Gefäß ein Ansamlungsapparat mit einem aus Glas hergestellten Zwischenraum ist, nur ein sehr geringer Verlust der demselben mitgetheilten Ladung ein.

Ferner aber kann man einen Ansamlungsapparat mit starrem Isolator zu einem höhern Potentialwert laden. Wir erwähnten im Anfange dieses Paragraphen, daß ein Leiter, und dasselbe gilt für einen Ansamlungsapparat, soweit geladen werden kann, bis die Elektrizität aus demselben ausströmt. Aus einer einzeln stehenden Fläche tritt allerdings keine Elektrizität ausströmen nicht ein, wenn ihr indes eine andere mit einer entgegengesetzten Elektrizität geladene Fläche gegenübersteht, so kann die Elektrizität doch in einer bestimmten Form stattfinden.



strömen, welches mit einer Lichterscheinung in Form eines elektrischen Funkens verbunden ist, findet statt, wenn die Anziehung der gegenübergestellten Elektricitäten dort, wo sich etwa eine kleine Unebenheit, eine kleine Erhöhung in einer der Platten befindet, so stark geworden ist, daß die Luft ihrer Vereinigung keinen hinreichenden Widerstand mehr entgegengesetzt. Eine solche Entladung kann allerdings auch stattfinden, wenn zwischen den leitenden Flächen des Ansammlungsapparates ein starrer Isolator vorhanden ist; indes wegen des bedeutend größern Widerstandes, welchen die starren Isolatoren einer solchen Entladung entgegensetzen, tritt die Entladung bei gleicher Dicke der isolierenden Schicht erst bei einem viel höhern Werte des Potentials, also viel stärkerer Ladung ein. Wo es sich deshalb um Herstellung starker Ladungen handelt, wird man stets Ansammlungsapparate mit starren Isolatoren anwenden.

### §. 57.

**Der Kondensator.** Der elektrische Ansammlungsapparat wird in der Elektricitätslehre besonders zu zwei verschiedenen Zwecken angewandt, als Kondensator und als Ladungsapparat.

Als Kondensator hat ihn zuerst Volta<sup>1)</sup> angewandt; er hat als solcher den Zweck, Elektricitäten von äußerst geringer Dichtigkeit, also von Quellen, welche derselben nur sehr wenig liefern, zu verdichten, so daß sie noch leicht nachgewiesen oder gemessen werden können.

Legt man eine schwache Elektricitätsquelle an eine einzeln stehende Platte, so geht auf die Platte nur so lange Elektricität über, bis der Potentialwert der Elektricität auf der Scheibe gleich demjenigen auf der Quelle geworden ist. Stellt man der Scheibe eine zweite abgeleitete gegenüber, und wird der Wert der Potentialfunktion auf  $\frac{1}{n}$  vermindert, so kann jetzt wieder die  $n$ -fache Menge der Elektricität auf die Scheibe übergehen. Wird dann die Kondensatorscheibe von der Kollektorscheibe entfernt, so verteilt sich auf letzterer die Elektricität wieder wie auf der einzeln stehenden Scheibe und die Dichtigkeit der Elektricität ist in allen Punkten derselben die  $n$ -fache von derjenigen, welche dort stattfand, als die Scheibe für sich geladen wurde. Bringt man die Scheibe an ein Elektroskop, so kann dasselbe häufig diese Menge erkennen lassen, während vorher die einfach geladene Scheibe ganz unelektrisch zu sein schien.

Am gewöhnlichsten ist zu diesem Zwecke der Kondensator gleich mit dem Elektroskope verbunden; er besteht dann einfach aus zwei gleichen Metallscheiben, deren Größe meistens von der Größe des angewandten Elektroskopes abhängig ist. Die Platten sind auf der einen Seite mit einer möglichst gleichmäßigen dünnen Firnissschicht überzogen, welche, wenn die Platten auf einander liegen, als Isolator dient. Die eine der Platten ist meistens (Fig. 83) direkt auf den Stift des Elektroskopes selbst aufgeschraubt, mit der Firnissschicht nach oben hin; die andere, mit einer isolierenden Handhabe versehen und auf der unteren Seite ebenfalls gefirnist, wird auf die erstere aufgelegt.

1) Volta, Philosophical Transactions for 1783. Man sehe Fischer, Geschichte der Physik. Bd. VIII, S. 379.

Man kann sowohl die obere als auch die untere Platte als Kollektorplatte benutzen, muß sich dann nur, wenn zugleich die Art der erregten Elektrizität etwa an einem Säulenelektroskop bestimmt werden soll, daran erinnern, daß wenn die obere Platte als Kollektorplatte benutzt wird, das Elektroskop die mit der untersuchten ungleichnamige Elektrizität enthält.

Bei dem Gebrauche eines solchen, und überhaupt eines Elektroskopes mit starrem Isolator ist darauf mit großer Vorsicht zu achten, daß der Isolator nicht selbst elektrisch ist. Die geringste Reibung beim Abheben der einen Platte bewirkt, daß der Firniß elektrisch wird und dann der Kondensator als Elektrophor wirkt. Man wird deshalb immer gut thun, vor dem Gebrauche des Kondensators die Firnißschicht schnell durch eine Flamme zu ziehen.

Ein solcher Kondensator, an welchen die zu untersuchenden Elektrizitätsquellen einfach angelegt werden, ist nur dazu geeignet, den Nachweis zu liefern, daß dieselbe Elektrizität liefert, nicht aber die von verschiedenen Quellen gelieferten Mengen mit einander zu vergleichen. Denn damit das der Fall ist, müßte die von den verschiedenen Quellen auf den Kondensator überfließende Elektrizitätsmenge zu der Dichtigkeit der auf der Quelle vorhandenen Elektrizität immer in denselben Verhältnisse stehen, oder was dasselbe ist, dem gleichen Werte der Potentialfunktion im Kondensator müßte auch immer die gleiche Elektrizitätsmenge entsprechen. Das ist aber nur dann der Fall, wenn durch das Anlegen der Elektrizitätsquelle die Form des Kondensators immer in derselben Weise geändert wird, da die Verteilung der Elektrizität auf einem Körpersystem durch die Form desselben wesentlich bedingt ist.

Einen zu Messungen geeigneten Kondensator hat Kohlrausch<sup>1)</sup> durch eine Umformung des einfachen Ansammlungsapparates konstruiert; die Form desselben, wie er jetzt von dem Universitätsmechaniker Schnbarth in Gent verfertigt wird, zeigt Fig. 84. Auf eine mit einer Stellschraube in ihrem einem Fuße versehene Bodenplatte *a* sind die Träger der Kondensatorplatten aufgestellt. Dieselben bestehen aus ganz trockenem Holze; der eine *c* ist fest, der andere *b* verschiebbar. Zu dem Ende gleitet der letztere mittels zwei unterhalb angebrachter Gabeln auf einem dreiseitigen, in die Bodenplatte eingelegten Stahlprisma; er steht auf demselben durch ein eigenes Gewicht hinlänglich fest und wird durch zwei seitlich angebrachte Stellschrauben, welche auf Messinglinealen schleifen, vor dem Umpippen geschützt. Ein Gewicht zieht durch eine über eine Rolle geleitete Seidene Schnur den Halter *b* nach dem Halter *c* hin, sobald man den

Fig. 83.

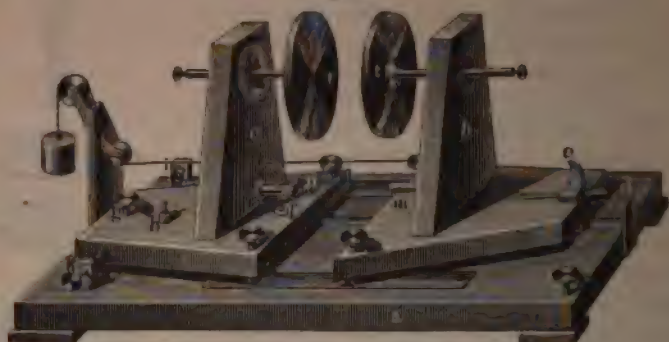


1) Kohlrausch, Poggend. Ann. Bd. LXXV u. LXXXVIII.

Haken der Feder *d* hebt, während am Griffe *e* die Hand das Gleiten müssigt oder die entgegengesetzte Bewegung ausübt.

Die vertikalen Teile der Träger sind oben durchbohrt, und in diese Durchbohrungen sind mit Schellack der Bewegungsrichtung des einen

Fig. 84.



Trägers parallel starke Messingdrähte eingekittet. An den einander zugewandten Enden der Messingdrähte sind kreisförmige Messingscheiben angeschraubt, von etwa 15 cm Durchmesser, welche auf den einander zugewandten Flächen vergoldet sind. Hinter den Scheiben an den Drähten sind Klemmschrauben angebracht; in die Klemmschraube der als Kollektorscheibe benutzten Platte wird der Zuleitungsdraht von der Elektrizitätsquelle, in die Klemmschraube der anderen Platte der zur Erde ableitende Draht angeschraubt.

Um die Platten einander vollkommen parallel zu stellen, ist der Halter *c* bei *f* durch Spindel und Mutterschraube so befestigt, daß er außer einer drehenden Bewegung auch ein geringes Neigen nach vorn und hinten und nach den Seiten gestattet. Das Drehen wird durch eine gegen den Pfosten *i* sich stemmende starke stählerne Spiralfeder und die entgegengesetzte Stellschraube *k* bewirkt, das Neigen vornüber durch die Stellschraube *g* und eine ihr entgegenwirkende Spiralfeder, welche im Fußbrett gehalten und durch die Schraubenmutter *h* angezogen wird; das seitliche Neigen durch die beiden Stellschrauben vorn.

Um bei der Ladung des Apparates die beiden Platten immer in den gleichen Abstand zu bringen, ist an dem einen Träger eine kleine Schraube *n* befestigt, deren Ebene um ein Geringes vor der Ebene der Scheibe hervorsteht. An dem anderen Träger ist ein kleiner Pfosten *m* befestigt, dessen Kopf gegen die Schraube *n* stößt, wenn die Scheiben einander genähert sind. Durch Drehung der Schraube *n* können die Scheiben etwas näher oder weiter von einander gestellt werden.

Sind die Platten einander genähert, so wird der Apparat geladen; dann werden die Platten von einander entfernt, die Kondensatorplatte entladen und die Kollektorplatte auf ihre Elektrizität untersucht. Der Abstand der beiden Platten, wenn sie von einander entfernt sind, beträgt ungefähr 0,1 m, er ist so groß, daß die Verteilung auf jeder derselben fast genau diejenige ist, als wenn die andere nicht zugegen wäre.



Es ergibt sich aus der Theorie des Ansammlungsapparates, daß hier, da die Zuleitung und Ableitung immer dieselbe ist, und wo noch dazu der Zuleitungsdraht eine bedeutende Länge hat, die Verstärkungszahl des Apparates konstant ist, daß also auf die Kollektorscheibe eine zur Dichtigkeit der Elektrizitätsquelle in gleichem Verhältnis stehende Elektrizitätsmenge überfließt. Man kann deshalb den Apparat zur Messung der von schwachen Elektrizitätsquellen, welche aber stetig Elektrizität erzeugen, lieferten Elektrizitätsmengen benutzen.

### §. 58.

**Der Ladungsapparat.** Während der Kondensator den Zweck hat, auf einem Leiter Elektrizität anzusammeln aus einer Quelle, welche nur geringe elektrische Dichtigkeit besitzt, daß die auf die alleinstehende Platte übergehende Elektrizität gar nicht oder kaum merklich ist, hat die zweite Anwendung des Ansammlungsapparates, der Ladungsapparat, gewissermaßen einen entgegengesetzten Zweck. Er dient dazu, auf einen Leiter mehr Elektrizität zu übertragen, als dieser für sich aufnehmen kann, so es sich darum handelt, mit größern Elektrizitätsmengen zu experimentieren. Während also bei dem Kondensator das Maximum der aufgenommenen Elektrizität abhängig ist von der Dichtigkeit der Elektrizitätsquelle, hängt dasselbe bei dem Ladungsapparate wesentlich ab von der Beschaffenheit des Apparates selbst. Zur Ladung dienen daher in der Regel Elektrizitätsquellen, welche hohe Werte der elektrischen Potentialfunktion zu liefern imstande sind, wie Elektrisiermaschinen oder Influenzmaschinen u. s. w.

Dem Zwecke des Ladungsapparates können wir nach §. 56 nur dann entsprechen, wenn wir einen Ansammlungsapparat mit starrem Isolator anwenden, da eine Luftschicht zwischen den beiden Leitern zu leicht von den in beiden angehäuften entgegengesetzten Elektrizitäten durchbrochen wird. Dem entsprechend wendet man als Ladungsapparate auch meistens auf ihren beiden Seiten mit leitenden Flächen versehene Gläser an.

Der Ladungsapparat wird meistens in zwei verschiedenen Formen angewandt, als Ladungsflasche oder als Ladungsplatte.

Die Ladungsflasche und an ihr das Princip des Ansammlungsapparates überhaupt wurde zufällig im Jahre 1745 von dem Prälaten von Kleist zu Berlin in Pommern entdeckt<sup>1)</sup>. Er elektrisierte einen Nagel oder einen starken Messingdraht, welcher in einem Medieinfläschchen stand, in dem sich einige Tropfen Spiritus oder Quecksilber befanden. Das Gläschen wurde in der Hand gehalten. Als er dann den Draht mit der anderen Hand berührte, fühlte er infolge der Entladung einen heftigen Schlag, so stark, daß Arme oder Schultern davon erschüttert wurden. Trotzdem Kleist der Entdecker des Apparates ist, wird derselbe nicht nach ihm benannt, da er die Bedingungen seiner Wirksamkeit nicht erkannte. In dem Kleistschen Versuche bildete das Quecksilber mit dem Drahte den Kollektor, die Hand den Kondensator; Kleist aber glaubte nicht, daß wesentlich sei, in das Innere der Flasche eine leitende Substanz zu legen, oder die Flasche in der Hand zu halten.

<sup>1)</sup> Man sehe *Fischers Geschichte der Physik*. Bd. V, S. 491 ff.

Diese wesentlichen Bedingungen wurden aber sofort von dem dischen Physiker Musschenbroek erkannt, als zufällig ein gewisser zu Leyden dieselbe Beobachtung machte und sie Musschenbroek in Musschenbroek wiederholte den Versuch und beschrieb ihn mit allen Einzelheiten dem französischen Physiker Nollet<sup>1)</sup>, welcher ihn den Leydener Versuch und den Apparat die Leydener Flasche nannte. Deren Namen hat die Ladungsflasche seitdem behalten.

Der Leydener Flasche wurde bald die Form gegeben, welche noch jetzt hat. Ein Glaszylinder von der Form der gewöhnlichen

Fig. 85.



machgläser Fig. 85, von überall möglichst förmiger Glasdicke wird inwendig und aus bis etwa 0,66 oder 0,75 seiner Höhe mit S belegt, indem man den Stanniol auf seiner Seite mit Kleister bestreicht und ihn dann auf das Glas aufdrückt. Das freibleibende wird bis oben hin innen und außen mit Siegfirnis bestrichen, um die Oberfläche besser isolieren zu machen. Das Glas wird mit einem Deckel trockenem Holze versehen. Durch die Mitte des Deckels reicht ein starker Messingdraht in die Flasche hinein, welcher durch die Reibung auf einer Holzplatte getragen wird. Der Draht steht an beiden Seiten einige Centimeter aus der Platte heraus. Das äußere Ende des Drahtes trägt eine Kugel, zur Aufnahme der Elektrizität mit dem Kommutator der Elektrisiermaschine in leitende Verbindung

gebracht wird. Von dem innern Ende des Drahtes hängt eine Messingkugel herab bis auf den Boden der Flasche, welche die innere Belegung des Drahtes in leitende Verbindung bringt.

Zur Benutzung der Flasche wird der Knopf derselben, das Ende des Drahtes, mit dem Konduktor der Elektrisiermaschine verbunden. Die äußere Belegung mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt, durch, daß man sie in der Hand hält oder auf eine leitende Unterlage stellt, oder auf andere Weise. Die innere Belegung dient sonst als Kollektorplatte, die äußere als Kondensator. Man bezeichnet auch bei Ladungsapparaten anderer Form gewöhnlich die Kollektorplatte als innere, den Kondensator als äußere Belegung.

Die Flasche kann positiv oder negativ geladen sein; diese Belegung bestimmt immer die Art der der inneren Belegung zugeführten Elektrizität; ist dieselbe positiv, so heißt die Flasche positiv geladen.

Die zweite, aber weit weniger angewandte Form des Ladungsapparates ist die Ladungsplatte oder Franklinsche Tafel. Letzteren Namen führt der Apparat, weil Franklin es war, welcher ihm zuerst diese Form gab. Die Franklinsche Tafel besteht aus einer meist viereckigen Platte von Flintglas, welche auf ihren beiden Seiten bis auf 3 cm etwa vom Rande mit Stanniol beklebt ist. Die vom Stanniol freie Fläche des Glases wird bei der Leydener Flasche, mit Siegelackfirnis bedeckt. Um den Apparat

1) *Mémoires de l'Acad. de Paris* 1746.



genem laden zu können, ist meist an dem Stanniol jeder Seite ein Draht befestigt, welcher bis über den Rand der Platte hervorsteht. Natürlich sind die Drähte möglichst weit von einander entfernt. Die Benützung der Ladungsplatte ist dieselbe wie diejenige der Leydener Flasche.

Da nach §. 56 die Wirksamkeit eines Ansammlungsapparates mit der Größe der Platten zunimmt, nicht allein, weil ein größerer Apparat mehr Elektrizität aufnehmen kann, sondern weil auch die Verstärkungszahl größer wird, so wird man, um starke Ladungen zu erhalten, große Flaschen anwenden. Die Größe der Flaschen bestimmt sich nach derjenigen der innern Belegung; es giebt Flaschen der verschiedensten Größe, doch oben hin ist die Größe derselben aber durch die Schwierigkeit, große Gefäße oder Glasplatten herzustellen, begrenzt, die größten Flaschen sind vielleicht solche von 0,333 qm. Belegung.

Um noch größere Ladungsapparate zu erhalten, stellt man die einzelnen Flaschen oder Platten zu Batterien zusammen, indem man die sämtlichen Flaschen auf eine leitende Unterlage stellt und die Knöpfe durch Drähte mit einander in leitende Verbindung bringt. Diese Verbindung wirkt allerdings nicht so wie eine einzelne Flasche von gleicher innerer Belegung, da durch die Verbindung nicht die Verstärkungszahl der einzelnen Flaschen wächst, sondern sie wirkt nur dadurch, daß eine größere Fläche die Elektrizität aufnimmt. Da man annehmen darf, daß jede Flasche in der Batterie ebenso viel Elektrizität aufnehme, als wenn sie allein steht, so ist die Wirksamkeit einer aus Flaschen gleicher Größe hergestellten Batterie einfach der Flaschenzahl proportional. Zugleich ergibt sich daraus, daß es bei der Wirksamkeit einer Batterie nicht allein auf die Größe der gesamten inneren Belegung, sondern zugleich auf die Größe der einzelnen Flaschen ankommt. Bei gleicher innerer Belegung kann die Batterie um so mehr Elektrizität aufnehmen, je weniger Flaschen sie enthält.

Fig. 86.



Eine sehr bequeme Anordnung mehrerer Flaschen zu einer Batterie, welche sehr schnell die zu den Versuchen angewandte Flaschenzahl zu ändern gestattet, hat Riess<sup>1)</sup> angegeben. Auf einer mit Stanniol über-

1) Riess, Reibungselektricität. Bd. I, §. 363

zogenen, auf Glasfüßen stehenden Holzscheibe (Fig. 86) stehen 7 Flaschen. Die Verbindungsdrähte der an der Peripherie stehenden Flaschen sind in Gelenken drehbar, so daß sie an die Kugel der mittleren Flasche angelegt oder, um die Verbindung zu unterbrechen, von ihr fort gedreht werden können. Die Kugel der mittleren Flasche hat an den Stellen, wo die in kleinen Kugeln endenden Verbindungsdrähte anliegen, kleine halbkugelförmige Vertiefungen. An der Fußplatte ist eine Klemmschraube befestigt, welche den ableitenden Draht aufnimmt. Das von der mittleren Kugel ausgehende gebogene Metallrohr dient zur Entladung der Batterie.

Die Ladung geschieht einfach dadurch, daß man den Konduktor der Elektrisiermaschine mit der mittleren Kugel durch einen Leitungsdraht in Verbindung setzt, den man nach der Ladung isoliert abhebt.

Man kann eine Batterie, wenn die äußeren Belegungen der Flaschen nicht in leitender Verbindung stehen, noch in anderer Weise rascher, aber nicht so stark laden. Kann nämlich jede Flasche der Batterie die Elektrizitätsmenge  $E$  aufnehmen, und hat man  $n$  Flaschen, so wird die Batterie in der angegebenen Weise erst geladen sein, wenn man die Elektrizitätsmenge  $n \cdot E$  in dieselbe eingeführt hat. Stellt man aber die Flaschen von einander und von dem Erdboden isoliert, verbindet die innere Belegung der ersten Flasche mit dem Konduktor der Maschine, die äußere Belegung aber mit der inneren der zweiten, die äußere der zweiten mit der inneren Belegung der dritten Flasche u. s. f. und die äußere Belegung der  $n$ . Flasche erst mit der Erde, so ladet die auf der äußeren Belegung der ersten Flasche erregte Influenzelektrizität der zweiten Art die zweite Flasche, und so die auf jeder äußeren Belegung der vorhergehenden Flasche erregte Influenzelektrizität der zweiten Art die nachfolgende Flasche. Die Batterie ist dann schon geladen, wenn wir in die erste Flasche die Elektrizität  $E$  übergeführt haben. Die Ladung ist aber jetzt nicht so stark, denn während die Batterie bei der direkten Ladung die Menge  $n \cdot E$  enthält, hat sie jetzt bedeutend weniger. Wird nämlich durch die Menge  $+E$  auf der inneren Belegung in der äußeren die Elektrizitätsmenge  $+mE$  influenziert, so fließt in die zweite Flasche die Elektrizität  $+mE$ ; diese influenziert auf der äußeren Belegung  $+m^2E$ , und in die dritte Flasche fließt  $+m^2E$  und so fort, so daß in die  $n$ . Flasche die Elektrizitätsmenge  $+m^{n-1}E$  überfließt. Die gesamte Ladung ist also

$$E(1 + m + m^2 + \dots + m^{n-1}) = E \frac{1 - m^n}{1 - m},$$

ein Ausdruck, welcher, sobald  $m$  kleiner als 1 ist, kleiner ist als  $n$ , der sich aber um so mehr  $n$  nähert, je mehr  $m = 1$  ist.

Eine so zusammengestellte Batterie nennt man Kaskadenbatterie.

Ebenso wie die Größe der Flasche ist auch die Dicke und die Natur des starren Isolators von Einfluß. Je weniger dick das Glas ist, um so stärker kann die Flasche geladen werden, da mit Annäherung der elektrischen Schichten die Verstärkungszahl zunimmt.

Wird die Glasdicke zu klein genommen, so kann man den Ladungsapparat oft nicht bis zu der Grenze laden, welche er seiner sonstigen Beschaffenheit nach annehmen kann, da dann die Anziehung der auf den

Beladungen vorhandenen Elektricitäten so groß ist, daß sie den Isolator durchbrechen und durch den Isolator hin sich ausgleichen.

Die Stärke der Ladung, welche ein Ladungsapparat erhalten, d. h. die Elektricitätsmenge, welche er aufnehmen kann, läßt sich direkt, ohne Kenntnis der Verstärkungszahl, nicht bestimmen; dagegen läßt sich leicht mit Hilfe des Elektroskops erkennen, ob ein Apparat geladen ist, und selbst, wenn man weiß, welche Dichtigkeit z. B. der Knopf einer Flasche aufnehmen kann, welchen Bruchteil der möglichen Ladung die Flasche angenommen hat.

Um die Ladung durch das Elektroskop nachweisen zu können, muß man wissen, welches die innere Belegung ist, d. h. welche Belegung vorher mit der Erde in leitender Verbindung war. Denn nur auf der nicht mit der Erde verbundenen Belegung ist an den der anderen Belegung nicht gegenüberliegenden Stellen Elektricität vorhanden. Weiß man das nicht, so muß man während oder ehe man die eine Fläche an das Elektroskop anlegt, die andere ableitend berühren. Denn welche Belegung man auch anlegt, jedenfalls muß dann das Elektroskop Elektricität anzeigen, wenn der Apparat geladen ist. Hat man nämlich der inneren Belegung die Elektricität  $E$  mitgeteilt, während die äußere ableitend berührt war, so hat dieselbe, z. B. der Knopf einer Leydener Flasche, einen bestimmten Wert der Potentialfunktion, während die äußere Seite, die äußere Belegung den Potentialwert null hat.

Nun werde der Knopf ableitend berührt; da auf der äußeren Belegung durch Influenz die Menge  $-mE$  erregt war, so wird es dasselbe wie, als hätte man denselben, während der Knopf abgeleitet war, die Menge  $-mE$  erteilt, wodurch dann die innere Belegung die Menge  $+m^2E$  erhalten hätte, welche sie deshalb auch nach der ableitenden Berührung behalten wird. Jetzt wird also das Elektroskop an der äußeren Belegung Elektricität anzeigen, an der inneren nicht. Berührt man dann die äußere Belegung wieder, so bleibt auf dieser  $-m^2E$  zurück, und die innere Belegung wieder die Ladung an u. s. f.

Wie man sieht, kann man auf diese Weise dem Ladungsapparate durch successive Berührung der einzelnen Flächen sämtliche Elektricität abnehmen.

An einem gegebenen Ladungsapparate ist die Dichtigkeit an einem bestimmten Punkte der inneren Belegung, z. B. am Knopfe, ein Maß für die der Flasche erteilte Ladung, indem in demselben Verhältnisse, als die Ladung zunimmt, auch die Dichtigkeit aller einzelnen Punkte zunimmt. Um die Stärke zweier Ladungen zu vergleichen, hat man also nur die Dichtigkeiten am Knopfe der Flasche etwa mit einem Prüfungskörper zu untersuchen. Bequemer aber ist es noch, die Flaschen während der Ladung mit einem Elektrometer zu verbinden und so jedesmal die Potentialfunktionen zu messen, bis zu welchen die Flasche geladen ist. \*

Andere Methoden zur Bestimmung der Ladung werden wir später kennen lernen.



## Zweites Kapitel.

### Die Entladung der Elektrizität und deren Wirkungen.

#### §. 59.

**Die Entladung der Elektrizität.** Wir haben bereits im §. 29 gesehen, daß ein elektrisierter Körper sofort seine Elektrizität verliert, wenn er mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt wird; diese rasche Abnahme der Elektrizität bezeichnet man als die Entladung desselben. Es ist jetzt unsere Aufgabe, die Vorgänge bei dieser Entladung und die Wirkungen der Elektrizität während derselben zu betrachten.

Die Entladung selbst haben wir damals als ein Abfließen der Elektrizität durch die leitenden Körper angesehen, indem wir sahen, daß stets, wenn ein weniger elektrischer Körper mit einem elektrisierten Körper in Verbindung gebracht wird, ein Teil der Elektrizität auf den weniger elektrischen Körper übergeht. Während der Entladung selbst findet also eine Bewegung der Elektrizität durch den leitenden Körper statt, indem dieselbe von Punkten größerer zu Punkten geringerer Dichtigkeit sich hinbewegt. Diese bewegte Elektrizität bezeichnet man als den Entladungsstrom. Ein solcher Strom tritt jedesmal dann ein, wenn wir einen Körper, dessen Potentialniveau höher ist, mit einem anderen von niedrigerem Potentialniveau in leitende Verbindung setzen, eine vollständige Entladung aber nur dann, wenn wir den elektrisierten Körper mit der Erde verbinden, deren Potentialniveau immer null ist.

Der Entladungsstrom dauert so lange, als der ableitend berührte Körper noch Elektrizität enthält; die Zeit ist bei der Entladung eines einfach elektrisierten Körpers jedenfalls nur sehr klein; wir werden später suchen sie zu messen und zu bestimmen, ob nach der Beschaffenheit des ableitenden Körpers die Dauer verschieden ist. Nach den Erfahrungen, welche uns zu der Unterscheidung der Körper in Leiter und Halbleiter führten, werden wir indessen zu der Annahme berechtigt sein, daß ein solcher Unterschied in der Dauer der Entladung je nach Art des ableitenden Körpers vorhanden ist.

Noch eine andere Entladung haben wir bereits kennen gelernt, welche dann eintritt, wenn zwei mit entgegengesetzten Elektrizitäten geladene Körper mit einander in leitende Verbindung gebracht werden. Infolge der Anziehungen der beiden Elektrizitäten gehen dieselben durch den Leitungsdraht zu einander über und gleichen sich aus. Eine solche Entladung findet z. B. statt, wenn wir den Konduktor einer Elektrisiermaschine mit dem Reibzeuge verbinden und die Maschine in Thätigkeit versetzen, oder auch, wenn wir die innere Belegung eines Ladungsapparates mit der äußeren leitend verbinden. Im ersten Falle fließt die in jedem Augenblicke auf dem Konduktor erregte positive Elektrizität zum Reibzeuge, die auf dem Reibzeuge erregte dagegen auf den Konduktor ab. In den Ladungsapparaten geht die Elektrizität der inneren Belegung zur äußeren, und die auf letzterer Belegung angesammelte zur inneren über. Denn sobald eine Verbindung von der inneren Belegung zur äußeren Belegung her-

stellt ist, tritt ein Teil der auf der inneren Belegung angesammelten Elektricität in die Leitung über; deshalb ist dann auch an dem Punkte, wo die Leitung die äußere Belegung berührt, die Dichtigkeit der Elektricität nicht mehr gleich null, da das nur so lange der Fall ist, als die äußere Belegung alle ihr mitgeteilte Elektricität enthält. Es wird also auch von der äußeren Belegung Elektricität in den Leitungsdraht übergehen und infolgedessen die Dichtigkeit an dem Punkte der inneren Belegung, an welchem die Leitung angebracht ist, wieder zunehmen, so daß eine neue Elektricität von dort zur äußeren Belegung übergeht, und so fort, bis der ganze Apparat entladen ist.

Hiernach würde in diesen Fällen der Entladungsstrom ein doppelter sein, ein Strom positiver Elektricität von der inneren zur äußeren Belegung und ein Strom negativer Elektricität in entgegengesetzter Richtung. Man könnte zwar auch in diesen Fällen nur einen einfachen Strom sich denken, indem man annimmt, daß nur von dem Teile des Apparates, auf welchem die Elektricität die größere Dichtigkeit hat, und von welchem deshalb der Strom nach dem vorigen zuerst beginnt, die Elektricität zum anderen Teile übergehe und dort einfach die angesammelte Elektricität neutralisiere, daß also in allen Fällen ein Abfließen der Elektricität von Punkten größerer zu Punkten geringerer Dichtigkeit stattfinde. Es scheint indes wohl naturgemäßer, auch in dem zuerst betrachteten Falle, wo die Elektricität einfach abzufließen schien, einen Doppelstrom wie in den beiden Fällen anzunehmen.

Es tritt nämlich in allen Fällen, wo eine Entladung stattfindet, dieselbe nicht erst dann ein, wenn die Berührung des Leitungsdrahtes mit den zu entladenden Körpern hergestellt ist, sondern schon früher, schon wenn noch eine Luftschicht zwischen dem ableitenden Drahte und dem zu entladenden Körper vorhanden ist.

Nähern wir z. B. dem geladenen Konduktor einer Elektrisiermaschine einen Leitungsdraht, welcher an seinem, dem Konduktor genäherten Ende eine kleine Kugel trägt, so nehmen wir jedesmal einen Funken wahr, welcher mit knatterndem Geräusch zwischen den beiden Leitern überspringt. Dieser Funke ist die Entladung der Elektricität, welche der Konduktor abgibt; denn untersuchen wir nach dem Überspringen desselben die Dichtigkeit der Elektricität auf dem Konduktor, so ist dieselbe sehr vermindert. Die Bildung dieses Funkens ist nach der Theorie der Influenz dadurch veranlaßt, daß in dem genäherten Leiter durch Influenz die entgegengesetzte Elektricität erregt ist. Wenn dann an den genäherten Punkten die Dichtigkeit der Elektricitäten groß genug geworden ist, dann wird infolge der gegenseitigen Anziehung die trennende Luftschicht durchbrochen. Es ist in der That dieses die Entstehungsweise des Funkens ist, daß bei uns also eine entgegengesetzte Bewegung beider Elektricitäten stattfindet, das folgt daraus, daß die Funkenbildung nur eintritt, wenn dem Konduktor ein Leiter, nicht aber, wenn ihm ein Nichtleiter genähert wird. Letzterem tritt aber die Influenzelektricität wegen der geringen Beweglichkeit nur in sehr geringem Maße auf.

Es wird also in allen Fällen, auch wenn einem elektrisierten Leiter ein neutraler Leitungsdraht genähert wird, eine entgegengesetzte Bewegung und Ausgleichung der beiden Elektricitäten angenommen werden müssen,



also ein doppelter Entladungsstrom. Trotzdem spricht man bei demselben von einer bestimmten Richtung; sagt z. B. er geht von der innern Belegung zur äussern, vom Konduktor zur Erde; man bezeichnet dabei immer als die Richtung des Stromes die Richtung, nach welcher die positive Elektrizität sich bewegt.

Eine genauere theoretische Verfolgung der Art und Weise, wie der Strom entsteht und verläuft, ist uns wegen der grossen mathematischen Schwierigkeiten, welche die Behandlung dieses Gegenstandes bietet, nicht möglich<sup>1)</sup>, wir begnügen uns hier mit der experimentellen Untersuchung der dahin gehörigen Fragen und werden nach Behandlung der konstanten Ströme kurz auf die theoretischen Entwicklungen zurückkommen.

Wie erwähnt, tritt in allen Fällen die elektrische Entladung schon vor der Berührung des Leiters mit dem elektrisierten Körper in Form eines Funkens auf; man bezeichnet diese Entladung als Entladungsschlag, und nennt die Entfernung, aus welcher der Funke überspringt, die Schlagweite. Man überzeugt sich leicht, daß die Schlagweite sehr verschieden ist, je nach der Dichtigkeit der Elektrizität an den Punkten, an denen die Entladung stattfindet. Ladet man einen Konduktor und nähert ihm dann einen zur Erde abgeleiteten Draht, dessen Ende eine Kugel trägt, einen sogenannten Funkenzieher, so tritt die Entladung bei um so grösserem Abstände der Kugel vom Konduktor ein, je mehr Elektrizität dem Konduktor gegeben ist, je grösser also die Dichtigkeit der Elektrizität oder der Potentialwert auf dem Konduktor ist. Dasselbe zeigt sich bei den Ladungsapparaten, je grösser die Dichtigkeit der Elektrizität auf der innern Belegung, z. B. auf dem Knopfe der Leydener Flasche ist, um so grösser ist auch die Schlagweite.

In welcher Weise der Abstand der Leiter, bei welchem schon die Entladung eintritt, also die Schlagweite mit der Dichtigkeit verknüpft ist, darüber hat man mehrfache Versuche angestellt. Aus den Versuchen von Lane, Harris<sup>2)</sup> und insbesondere denen von Riess<sup>3)</sup> am einfachen Ansammlungsapparate und an Leydener Flaschen leitete man das Gesetz ab, daß die Schlagweite, bei gleichem Zustande der zwischen dem Entlader und dem elektrischen Körper vorhandenen Luftschicht, einfach der elektrischen Dichtigkeit an der Entladungsstelle, also dem Potentialwerte auf der innern Belegung proportional sei.

Zur Untersuchung der Schlagweite wandte Riess das Funkenmikrometer an. Auf einem schweren Metallfusse A (Fig. 87) ist eine 7,5 cm lange, 2,5 cm breite Metallplatte befestigt, auf welcher ein horizontal liegender Schlitten durch eine Mikrometerschraube fortbewegt wird. Ein 6 cm langer Glasstab ist an dem einen Ende der Platte, ein anderer ebensolcher auf dem Schlitten vertikal befestigt; jeder trägt einen vertikalen Metallzapfen und eine horizontale Klemmschraube, in welche die Leitungsdrähte eingeschraubt werden. Auf den Metallzapfen werden die Körper,

1) Man sehe über diesen Gegenstand: *Helmholtz*, die Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. *Kirchhoff*, Poggend. Ann. Bd. C, CII, CXXI. *Thomson*, Philos. Magazin. 4. Series. Bd. V. Reprint of papers on electrostatics etc.

2) *Harris*, Philosophical Transactions f. th. year 1834.

3) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XL, LIII, LXXIII. Reibungselektrizität Bd. I, §. 330 ff. und §. 393.

wischen welchen man die Funken überspringen lassen will, also Kugeln oder dergl. aufgesteckt. Die Entfernung der Kugeln wird durch eine Teilung auf dem Schlitten, einen Nonius auf der Metallplatte und durch die Teilung auf dem Kopfe der Mikrometerschraube gemessen.

Bei seinen Versuchen mit dem Ansammlungsapparate verfuhr Riess folgendermaßen. Die feststehende Kugel wurde mit der Kollektorscheibe eines großen, aus zwei kreisförmigen Platten bestehenden Ansammlungsapparates durch einen Metalldraht in leitende Verbindung gebracht, während die bewegliche Kugel mit den Gasröhren des Hauses, zu welchen auch die Kondensatorplatte abgeleitet war, leitend verbunden wurde.

Darauf wurde die Kollektorplatte geladen, zunächst wenn sie allein stand, und die Schlagweite bestimmt, indem mit der Mikrometerschraube die bewegliche Kugel der festen so weit genähert wurde, bis der Funke übersprang, und an der Teilung der Abstand der Kugeln bestimmt. Dann wurde ganz genau ebenso verfahren, wenn die Kondensatorplatte der Kollektorplatte, nachdem letztere geladen war, gegenüberstand, also die Dichtigkeit an der mit der Kollektorplatte verbundenen Kugel in einem aus der Verstärkungszahl des Apparates bekannten Verhältnisse vermindert war.

Um aus diesen Versuchen das Gesetz der Schlagweiten abzuleiten, mußte bei jedem Versuche die Kollektorplatte immer dieselbe Elektrizitätsmenge erhalten haben. Um das zu erreichen, wandte Riess zur Elektrisierung eine Leydener Flasche an, deren Knopf an das Ende des Zuleitungsdrahtes zur Kollektorscheibe angelegt wurde, während die äußere Belegung mit der Erde in leitender Verbindung stand. Es war durch Messung in der Torsionswaage zunächst festgestellt worden, daß die Leydener Flasche bei jeder Berührung mit der Kollektorplatte 0,014 ihrer Elektrizität abgab, indem gezeigt war, daß die Dichtigkeit am Knopfe nach jeder Berührung in dem Verhältnisse abnahm. Daraus, und weil in der Zeit zwischen den einzelnen Ladungen die Leydener Flasche durch Zerstreuung an Elektrizität verlor, folgt, daß bei jeder folgenden Ladung die Kollektorscheibe etwas weniger Elektrizität erhielt als bei der vorhergehenden. Wegen der Zerstreuung liefs sich dieser Unterschied nicht durch Rechnung bestimmen. Um die dadurch unvermeidliche Ungenauigkeit zu eliminieren, machte Riess zur Bestimmung des Verhältnisses der Schlagweiten bei einer bestimmten Entfernung der Scheiben eine Anzahl Versuche, indem er zuerst die Schlagweite bei entferntem, dann bei genähertem, dann wieder bei entferntem, wieder bei genähertem Kondensator bestimmte u. s. f. Das Mittel der ersten und dritten Ladung der Kollektorscheibe wird dann gleich der zweiten, das Mittel zwischen der zweiten und vierten gleich der dritten Ladung sein u. s. f. Die Vergleichung des ersten Mittels mit der ersten Schlagweite bei vorgesetztem Kondensator, des zweiten Mittels mit der zweiten Entladung bei entferntem Kondensator, wird das richtige Verhältnis der Schlagweiten liefern.

Fig. 57.



Zum bessern Verständniß lassen wir hier eine Versuchsreihe von Riess vollständig folgen. Die Entfernung der Scheiben bei vorgesetzter Kondensatorscheibe betrug 4,5 mm.

Schlagweite in mm			
Ohne Kondens.	Mit Kondens.	Mittel	Verhältnis
3,278			
	0,337	3,143	0,106
3,008		0,320	0,106
	0,303	2,932	0,104
2,857		0,295	0,104
	0,292	2,799	0,105
2,742		0,287	0,105
	0,283		0,105.

Wird also die Schlagweite ohne Kondensator gleich 1 gesetzt, so wird sie, wenn der Kondensator der Kollektorscheibe in einem Abstände von 4,5 mm gegenübergestellt wird, auf 0,105 verkleinert. Für andere Abstände der beiden Scheiben erhielt Riess folgende Werte:

Entfernung der Scheiben $\infty$	112,8	67,8	45,2	22,6	11,3	4,5
Schlagweiten 1	0,914	0,794	0,687	0,451	0,272	0,105.

Die direkt mit Hilfe von Prüfungsscheiben gefundenen Werte für die Dichtigkeiten am Ende des Zuleitungsdrahtes der Kollektorscheibe, wenn die Kondensatorscheibe vorgesetzt war, jene bei entferntem Kondensator gleich 1 gesetzt, waren:

Entfernung der Scheiben $\infty$	112,8	45,2	22,6	11,3	4,5
Dichtigkeiten 1	0,897	0,683	0,492	0,335	0,173.

Die beiden Reihen für die Schlagweiten und die Dichtigkeiten am Ende des Zuleitungsdrahtes unterscheiden sich besonders bei den größeren Entfernungen nicht wesentlich von einander; Riess schließt daher, daß die Schlagweiten an einem Punkte der innern Belegung eines Ansammlungsapparates der elektrischen Dichtigkeit in diesem Punkte proportional seien. Daß bei den kleineren Schlagweiten die Werte etwas anders werden, meint Riess, habe darin seinen Grund, daß durch die Nähe der beweglichen Kugel die Dichtigkeit auf der festen etwas geändert würde.

Dieses von Riess aus seinen Versuchen abgeleitete Gesetz folgt schon aus der Theorie des Ansammlungsapparates. Ist die innere Belegung desselben bis zu einer Dichtigkeit  $h$  geladen, so ist auf der äußern Belegung, auf welcher die Potentialfunktion gleich null ist, eine dem Werte  $h$  proportionale Dichtigkeit negativer Elektrizität vorhanden. In den Kugeln des Funkenmikrometers, welche sich im Abstände  $r$  gegenüber stehen, ziehen sich somit die auf den beiden Kugeln vorhandenen Elektrizitäten mit einer dem Quadrate von  $h$  proportionalen Kraft an, da in demselben Maße, wie auf der positiven Kugel  $h$  wächst, auch die Dichtigkeit auf der negativen Kugel zunimmt. Im Abstände  $r$  der beiden Kugeln ist daher die Anziehung proportional  $\frac{h^2}{r^2}$ . Nehmen wir nun an, daß, welches auch der Abstand  $r$  sei, stets dieselbe Anziehung nötig sei, damit die Elektrizität



in Form eines Funkens die Luft durchbreche, so muß stets  $\frac{h^2}{r^2}$  denselben Wert haben, also  $h$  und  $r$  einander proportional sein.

Man erkennt auch, daß wenn durch Influenz der beiden Kugeln auf einander, in sehr geringen Entfernungen, die Verteilung der Elektrizität auf dem Ansammlungsapparat etwas geändert wird, die Schlagweite nicht mehr den mit den Prüfungsscheiben gemessenen Dichtigkeiten genau proportional sein kann.

Man wird deshalb das Gesetz der Schlagweiten der obigen Entwicklung entsprechend auch prüfen können, indem man direkt die Kugeln des Funkenmikrometers etwa mit den Elektroden einer Holtzschen Maschine in Verbindung setzt und die Dichtigkeit in den Kugeln bestimmt, wenn der Funke überspringt. In dieser Weise hat Rossetti<sup>1)</sup> das Gesetz geprüft; er brachte die Kugeln des Funkenmikrometers in verschiedene Abstände von einander und zählte die Umdrehungen, welche die Scheibe der Holtzschen Maschine machen mußte, damit zwischen den Kugeln des Funkenmikrometers die gleiche Anzahl von Funken übersprang. Da die Holtzsche Maschine unter sonst gleichen Umständen bei jeder Umdrehung die gleiche Elektrizitätsmenge liefert, ist die Dichtigkeit der Elektrizität auf den Kugeln beim Überspringen eines Funkens der Zahl der zur Erzeugung des Funkens erforderlichen Umdrehungen proportional. Rossetti fand in dieser Weise, daß bis zu einer Schlagweite von 8 mm die Zahl der Umdrehungen für die gleiche Funkenzahl genau der Schlagweite proportional war, daß dagegen bei weiterer Vergrößerung der Schlagweite die notwendige Zahl der Umdrehungen für die gleiche Funkenzahl nicht so rasch zunahm als die Schlagweite. Wir werden nachher, bei Besprechung der Versuche von Rijke sehen, wie Riess diese Abweichung erklärt. Ähnliche Resultate wie Rossetti erhielt auch Gaugain<sup>2)</sup>.

In anderer Weise fand dagegen Rossetti das Gesetz der Schlagweiten streng bestätigt. Wir sahen früher, daß in einem Ansammlungsapparat bei gegebener Potentialfunktion die Dichtigkeit der Elektrizität dem Abstände der parallelen Flächen umgekehrt proportional ist. Verbinden wir die Platten eines Ansammlungsapparates mit den Kugeln des Mikrometers, so ist auf diesen die Dichte der Elektrizität der Potentialfunktion der geladenen Platte proportional; es folgt somit, daß bei konstanter Stellung der Kugeln die zur Erzeugung eines Funkens dem Ansammlungsapparate zuzuführende Elektrizität dem Abstand der Platten umgekehrt proportional sein muß, ein Satz, den Rossetti genau bestätigt fand.

Aus diesem Gesetze folgt weiter, daß die Schlagweite eines Ladungsapparates, also z. B. einer Batterie, wenn sie immer an derselben Stelle der innern Belegung entladen wird, der mittleren Dichtigkeit der Elektrizität in der Batterie proportional ist. Denn bei einer gegebenen Batterie ist die Dichtigkeit eines gegebenen Punktes der mittleren Dichtigkeit der Elektrizität in der Batterie proportional; wenn also die Schlagweite der Dichtigkeit der Elektrizität an dem Entladungspunkte proportional ist, so folgt auch, daß sie der mittleren Dichtigkeit der Batterie proportional ist.

1) Rossetti, *Nuovo Comento*, 2 series Bd. V und VI, Bd. VII und VIII.

2) Gaugain, *Ann. de chim. et de phys.* 4 série T. VIII.

Bezeichnen wir demnach, nach irgend einer Einheit gemessen, die einer Batterie von  $s$  Flaschen gegebene Elektrizitätsmenge mit  $q$ , so ist die Dichtigkeit der Elektrizität in derselben, wenn wir als Einheit der Oberfläche die Oberfläche einer Flasche annehmen,  $\frac{q}{s}$ . Ist die Schlagweite derselben gleich  $d$ , so muß

$$d = a \cdot \frac{q}{s}.$$

Riess<sup>1)</sup> maßt nun durch ein demnächst zu betrachtendes Mittel die Elektrizitätsmengen  $q$ , welche der Batterie gegeben werden mußten, um bestimmte Schlagweiten zu erhalten, berechnete aus einigen Versuchen die Konstante  $a$  nach der Gleichung

$$a = d \cdot \frac{s}{q}$$

und dann mit der so gefundenen Konstanten in den folgenden Versuchen die zur Erzielung einer bestimmten Schlagweite  $d$  notwendigen Elektrizitätsmengen aus

$$q = \frac{1}{a} \cdot s \cdot d.$$

Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung zeigt folgende kleine Tabelle; von 5 ganz gleichen Flaschen wurden entweder 2 oder 3 oder 4 oder alle 5 zu einer Batterie verbunden. Der Wert von  $a$  ergab sich aus

$$\frac{1}{a} = 0,833.$$

Die Einheit der Entfernung für die Schlagweiten ist 1,13 mm.

Schlagweite $d$	Batterie von							
	2 Flaschen		3 Flaschen		4 Flaschen		5 Flaschen	
	$q$		$q$		$q$		$q$	
	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
1			3	2,5	3,5	3,3	4,3	4,2
2	3	3,3	5,5	5,0	7,0	6,7	8,5	8,3
3	4,6	5,0	8	7,5	10,1	10,0	12,5	12,5
4	6,4	6,7	10,3	10,0	13,5	13,3	16,0	16,7
5	7,5	8,0			16,0	16,7		

Wie man sieht, stimmen die beobachteten und unter Voraussetzung des Gesetzes berechneten Werte von  $q$  sehr gut mit einander überein, so daß hiernach der Schluß berechtigt erscheint, daß in der That die Schlagweiten der mittlern elektrischen Dichtigkeit in der Batterie proportional seien.

1) Riess, Poggend. Ann. Bd. XL.



Gegen diese Schlussfolgerung wandte Rijke<sup>1)</sup> ein, daß Riess die Schlagweiten nicht bis zu den kleinsten Entfernungen der beiden Kugeln verfolgt habe, daß die kleinste von Riess beobachtete Schlagweite 1,1 mm trage. Wenn man dagegen Schlagweiten von 0,5 mm und darunter mit Betracht ziehe, so erkenne man, daß jenes einfache Gesetz nur eine ste Annäherung sei, daß in Wirklichkeit Dichtigkeit der Elektrizität ad Schlagweite in einem verwickelteren Verhältnisse zu einander ständen. Da einer großen Zahl mit äußerster Sorgfalt durchgeführter Versuche stütze er folgenden die Dichtigkeit und Schlagweite mit einander verknüpfenden Ausdruck her. Bezeichnet  $\delta$  die Dichtigkeit der Elektrizität der Batterie und  $d$  die Schlagweite derselben, so ist

$$\delta^2 = ad + b \cdot d^3,$$

so daß also die Schlagweite nicht der Dichtigkeit proportional zunimmt, sondern rascher, d. h. also, daß der doppelten Dichtigkeit mehr als die doppelte Schlagweite, der halben Dichtigkeit eine kleinere als die halbe Schlagweite entspricht.

Die Versuche von Rijke sind an einer Leydener Flasche nach zwei Methoden ausgeführt; die erste derselben war genau der letzten von Riess gleich, die zweite entsprach der ersten Methode von Riess, indem zugleich die Schlagweiten und die Dichtigkeit der Elektrizität an der innern Belegung der Batterie bestimmt wurden. Um letztern Zweck zu erreichen, war die innere Belegung mit einem Sinuselektrometer verbunden; der Stand der Nadel des Sinuselektrometers im Augenblicke der Entladung gab die Dichtigkeit der Elektrizität, auf eine willkürliche Einheit bezogen. Aus allen Versuchen ergibt sich die oben erwähnte Beziehung gleich gut, wie z. B. folgende Zahlen zeigen:

## I. Methode.

Schlagweite	Dichtigkeit	
	beob.	ber.
0,5	5,33	5,44
1	9,25	9,07
1,5	13,00	12,57
2	16,25	16,03
2,5	19,50	19,47
3	22,75	22,89
3,5	25,90	26,31
4	29,00	29,72

## II. Methode.

Schlagweite	Dichtigkeit	
	beob.	ber.
0,025	0,2047	0,2044
0,05	0,2988	0,2941
0,1	0,4213	0,4300
0,2	0,6345	0,6460
0,3	0,8251	0,8350
0,525	1,2328	1,2249
0,775	1,6679	1,6355
1,025	2,0248	2,0361

Wie man sieht, stimmen diese Zahlen durchaus nicht mit dem von Riess angenommenen Gesetze für die Schlagweiten überein. Einige andere Versuchsreihen lassen sich jedoch auch mit dem einfachen Gesetze sehr wohl vereinigen, so unter andern am meisten eine Reihe, bei welcher die Kugeln des Funkenmikrometers durch zwei kleine Kupferscheiben ersetzt waren. Diese Reihe ist in folgender Tabelle zusammengestellt mit  $a$  nach dem einfachen und nach dem Gesetze von Rijke berechneten Schlagweiten:

1) Rijke, Poggend. Ann. Bd. CVI.

Schlagweiten mm	Dichtigkeiten		
	beob.	ber. nach Riess	ber. nach Rijke
0,5	4,73	4,21	4,88
1,0	9,33	8,42	8,82
1,5	13,00	12,63	12,73
2,0	16,83	16,85	16,62
2,5	20,50	21,05	20,51
3,0	24,33	25,27	24,39
3,5	28,00	29,48	28,28
4	31,17	33,69	32,16.

Rijke schließt aus diesen Versuchen, daß das einfache die Dichtigkeiten mit der Schlagweite verknüpfende Gesetz nicht richtig sei, daß vielmehr die oben angegebene Formel, wenn sie auch nicht der Ausdruck des physikalischen Gesetzes sei, doch die Versuche vollständig wiedergebe.

Mit dem ersten Teil dieses Schlusses hat sich Riess<sup>1)</sup> nicht einverstanden erklären können, er glaubt dennoch, daß in Wirklichkeit die Schlagweite der mittleren elektrischen Dichtigkeit der Batterie proportional sei, daß aber dieses Gesetz sich in derartigen Versuchsreihen nie rein darstelle, weil stets an der mit der innern Belegung verbundenen Kugel des Funkenmikrometers durch die Anwesenheit der zweiten Kugel Dichtigkeitsänderungen eintreten; einmal dadurch, daß die Elektrizität anders verteilt wird, dann aber auch vorzugsweise dadurch, daß dem eigentlichen Entladungsschlage ein Ausströmen der Elektrizität vorhergehe. Dieses Ausströmen muß um so eher von Einfluß sein, wenn die Kugeln einander bedeutend genähert sind, und deshalb müssen die Beobachtungen um so mehr von dem Gesetze abweichen, von je kleineren Schlagweiten man ausgeht.

Rijke<sup>2)</sup> glaubt dagegen, dieses Ausströmen nicht in jener Regelmäßigkeit annehmen zu können, wie Riess es thut, und erkennt deshalb die Unrichtigkeit seiner Schlussfolge nicht an. Indes wird man der Bemerkung von Riess doch wohl beipflichten müssen, da es sonst kaum verständlich ist, daß die für grössere Schlagweiten erforderlichen Elektrizitätsmengen relativ kleiner sind als die für kleine Schlagweiten, während doch die Influenz der einander nahestehenden Kugeln des Funkenmikrometers den entgegengesetzten Einfluß haben müßte. Unter den von Rijke gewählten Umständen der Versuche stellt selbstverständlich die Rijkese Formel die Beobachtungen besser dar, weil eben durch dies Ausströmen der Elektrizität vor dem Entladungsschlage die Dichtigkeit kleiner geworden ist.

Zu durchaus von denen von Riess sowohl als denen von Rijke abweichenden Resultaten gelangte später von Oettingen<sup>3)</sup>; nach dessen Beobachtungen läßt sich die Schlagweite auch nicht annähernd der Dichtigkeit proportional setzen, und ebensowenig läßt sich die Beziehung zwischen Schlagweite und Dichtigkeit durch die hyperbolische Gleichung Rijkes darstellen. Oettingen maßt nicht wie Rijke die Potentialfunktion des Ladungs-

1) Riess, Poggend. Ann. Bd. CVI, CVIII, CIX.

2) Rijke, Poggend. Ann. Bd. CVII, CIX.

3) von Oettingen, Poggend. Ann., Jubelband.

apparates im Momente der Entladung, sondern wie Riess, jedoch nach einer andern im §. 82 angegebenen Methode die für eine bestimmte Schlagweite der Batterie zu gebende Ladung. Folgende Tabelle enthält einige Beobachtungen von von Oettingen über die zu den Entladungen einer und derselben Flasche in den in Spalte I angegebenen Schlagweiten erforderlichen Elektrizitätsmengen  $q$ . In der dritten Spalte sind die Quotienten aus  $q$  und der Schlagweite  $d$  gegeben, welche nach Riess konstant sein sollten, in der vierten die mit der Rijkeschen Formel berechneten Werte von  $q$ , welche, da stets nur eine Flasche genommen wurde, der Dichtigkeit  $\delta$  proportional sind. Die Konstanten der Rijkeschen Formel sind

$$a = 162,57, \quad b = 2,57.$$

In der fünften Spalte sind die nach der von von Oettingen aufgestellten Formel

$$q = a \log (1 + cd)$$

mit den Konstanten

$$a = 140,4, \quad c = 0,1$$

berechneten Werte von  $q$  angeführt.

I	II	III	IV	V
2 mm	11,7	5,85	18,3	11,1
4 "	20,5	5,125	26,3	20,5
8 "	36,3	4,537	38,3	36,0
12 "	48,7	4,06	48,2	48,1
16 "	57,1	3,57	57,1	58,3
20 "	66,1	3,30	65,4	67,0
24 "	74,2	3,09	73,3	74,6
28 "	81,6	2,91	81,0	81,4
32 "	87,5	2,73	88,5	87,5

Man sieht, die Differenz zwischen den Beobachtungen von Oettingens einerseits und denen von Riess und Rijke andererseits ist eine derartige, daß es unmöglich ist, dieselben durch irgend welche Deutung mit einander in Einklang zu bringen. Weitere Versuche müssen über diese große Differenz Aufklärung bringen. Vorläufig müssen wir es ganz unbestimmt lassen, welche Beziehung zwischen der Potentialfunktion der Ladung und der Schlagweite besteht.

Die einer bestimmten elektrischen Dichtigkeit der Batterie entsprechende Schlagweite ist unabhängig von dem Schließungsbogen, d. h. von der Beschaffenheit der die Kugeln des Funkenmikrometers mit den Bewegungen verbindenden Drähte. Es folgt das schon daraus, daß die Schlagweite von der Dichtigkeit der Elektrizität in der Batterie abhängt, diese aber unabhängig ist von dem Schließungsbogen.

Riess<sup>1)</sup> hat diesen Satz durch direkte Versuche bestätigt; er verband eine der Kugeln eines Funkenmikrometers durch einen Kupferdraht mit der innern Belegung einer Batterie, die andere mit dem einen Arme eines allgemeinen Ausladers, dessen anderer Arm mit der äußern Belegung der Batterie in Verbindung stand.

1) Riess, Poggend. Ann. Bd. LIII. Reibungselektrizität §. 627.

Der allgemeine Auflader ist ein Apparat, welcher den Zweck hat, in den Schließungsbogen einer Batterie beliebige Gegenstände, durch welche der Entladungsstrom hindurchgehen soll, einzuschalten. Er besteht (Fig. 88)

Fig. 88.



aus zwei Metallarmen, welche in Gelenken auf isolierenden Glasfüßen befestigt sind; die Arme sind in Hülsen eingesteckt, welche in den Gelenken beweglich sind, so daß sie in einer beliebigen Neigung festgestellt werden können; in den Hülsen können die Arme verschoben werden, so daß ihre Enden mehr oder weniger einander genähert werden können. Das Tischchen *T* in der Mitte zwischen den Glassäulen dient dazu, allenfalls die Gegenstände zu tragen, durch welche die Entladung stattfinden soll.

Die beiden Kugeln wurden nach einander verbunden durch einen 1,1 mm dicken, 9 mm langen Kupferdraht, einen 0,12 mm dicken, 2,766 m langen Platindraht, und durch eine mit destilliertem Wasser gefüllte Glasröhre von 10,17 mm Weite und 22,5 c Länge. Es wurde nun bei einer bestimmten Schlagweite die Elektrizitätsmenge bestimmt, welche in den drei Fällen eine Entladung hervorbrachte. Dieselbe war in allen genau dieselbe, so daß sich daraus ergibt, daß die Schlagweite von der Beschaffenheit des Schließungsbogens unabhängig ist.

Die Schlagweite ändert sich indes mit der Form und dem Material der Elektroden und besonders mit der Beschaffenheit der zwischen den Kugeln enthaltenen Luftschicht. Nach den Untersuchungen von Harris<sup>1)</sup> wird die Schlagweite um so kleiner, je dichter die Luft zwischen den Kugeln des Funkenmikrometers ist. Die Messungen wurden angestellt, indem eine Flasche, der immer dieselbe Ladung erteilt war, unter der Glocke der Luftpumpe bei verschiedener Verdünnung entladen wurde. Es ergab sich, daß unter sonst gleichen Umständen die Schlagweite der Dichtigkeit der Luft umgekehrt proportional ist.

Um zu untersuchen, ob diese Veränderung der Schlagweite in dichter Luft von dem vergrößerten Drucke der Luft auf die Enden des Schließungsbogens herrühre, oder von der größern Menge Luft, welche sich zwischen denselben befand, wurden die Kugeln eines Aufladers in eine verschließbare Glaskugel gebracht, und die Elektrizitätsmenge bestimmt,

1) Harris, Philosophical Transactions 1834.



welche eine Entladung veranlafste, als die Temperatur der Luft  $10^0$  betrug. Darauf wurde die Kugel geschlossen und auf  $148^0$  C. erwärmt. Es fand sich dann, dafs trotz der bedeutend erhöhten Spannung der abgeschlossenen mit die Entladung stattfand, wenn dieselbe Elektrizitätsmenge in die Flasche übergeführt war. Wurde dagegen die Kugel erhitzt, als sie offen war, so nahm die Schlagweite zu, oder die Elektrizitätsmenge, welche eine Entladung hervorbrachte, ab. Wurde die offene Kugel bei  $148^0$  geschlossen und auf  $10^0$  abgekühlt, so blieb die Schlagweite dieselbe. Es folgt daraus, dafs die Schlagweite bei gleicher Dichte der Luft von dem Drucke und der Temperatur derselben unabhängig ist, dafs also die durch vermehrte Dichtigkeit eintretende Verminderung der Schlagweite nicht in dem vermehrten Drucke der dichteren Luft, sondern darin ihren Grund hat, dafs zwischen den Enden des Schließungsbogens eine gröfsere Menge von Luft sich befindet.

Dafs auch mit der Natur des Gases sich die elektrische Schlagweite ändert, ergibt sich aus den Versuchen Faradays<sup>1)</sup>, welche an einem einfachen Konduktor angestellt sind. Er verband mit dem Konduktor einer Elektrisiermaschine einen Draht, welcher sich an einer Stelle gabelte. Beide Zweige des Drahtes trugen Kugeln ganz gleichen Durchmessers; der eine Zweig war luftdicht in eine Glasglocke geführt, welche\* mit einem beliebigen Gase gefüllt war. Beiden Kugeln standen gröfsere, aber unter einander ganz gleiche Kugeln gegenüber, welche mit der Erde in leitender Verbindung standen. Der Abstand der Kugeln in der Glasglocke betrug 1,6 cm, der Abstand der in freier Luft befindlichen Kugeln konnte beliebig geändert werden.

Die Elektrizität konnte somit auf zwei Wegen zur Erde kommen, und hatte auf beiden eine Luftschicht zu durchdringen; ist der Widerstand beider Luftschichten gleich, so wird sie abwechselnd auf beiden Wegen überspringen, ist er an einer Seite kleiner, so wird sie an dieser Stelle überspringen.

War in der Glocke Luft von der Dichtigkeit der äufseren, so sprang bei gleichen Abständen der Kugeln der Funke ebenso oft in der Glocke als ausserhalb über, wurde der Abstand der äufseren Kugeln aber auf 2 cm vergrößert, so sprang der Funke immer bei den im Gefäfse befindlichen Kugeln über. War indes in der Glocke ein anderes Gas, so mufste die Entfernung der äufseren Kugeln eine sehr verschiedene sein, um zu bewirken, dafs der Funke immer in der Glocke übersprang. Während der Abstand in der Glocke immer 1,6 cm war, sprang bei einer Versuchsreihe dort der Funke immer über, als sie Wasserstoff enthielt, wenn die äufseren Kugeln 0,99 cm entfernt waren, als sie Chlorwasserstoff enthielt dagegen, wenn die äufseren Kugeln 3,5 cm entfernt waren. Zu genauen Messungen ist diese Methode natürlich nicht geeignet, man darf aber daraus schliessen, dafs unter sonst gleichen Umständen die Schlagweite in den verschiedenen Gasen verschieden ist, sie ist nach obigen Angaben in Wasserstoff bedeutend gröfser, in Chlorwasserstoff bedeutend kleiner als in Luft<sup>2)</sup>.

1) Faraday, Experimental Researches 12. ser. §. 1483 ff. Poggend. Ann. Bd. XLVII.

2) Denselben Gegenstand betreffende Versuche von Macfarlane sehe man Philos. Magazin 6 series vol. X.



## §. 60.

**Messung der elektrischen Dichtigkeit einer Batterie.** Nach dem im vorigen Paragraphen mitgetheilten Erfahrungen entspricht jeder Dichtigkeit, also jedem bestimmten Potentialwerte der Elektrizität eine bestimmte Schlagweite, und die Versuche von Rijke setzen uns in den Stand aus den verschiedenen Schlagweiten einer Batterie bei den verschiedenen Ladungen die mittleren elektrischen Dichtigkeiten mit einander zu vergleichen. Dieses Mittel der Bestimmung der elektrischen Dichtigkeit ist indes ein Übelstand, nämlich den, daß die Messung der Dichtigkeit immer zugleich die Batterie entladet, so daß man dadurch nicht imstande ist der Batterie eine gewisse vorher bestimmte Dichtigkeit zu geben.

Man kann indes doch mit Hilfe der Entladungen in einer bestimmten Schlagweite die einer Batterie gegebene Elektrizitätsmenge und somit die mittlere elektrische Dichtigkeit derselben bestimmen, indem man die in der äußeren Belegung erregte Influenzelektrizität benutzt. Man leitet dieselbe nicht direkt zur Erde ab, sondern läßt sie entweder an einer Stelle in einem Funken überspringen, oder führt sie erst in eine Leydener Flasche, welche sich dann bei bestimmter Schlagweite von selbst entladet.

Hat man nur eine Leydener Flasche zu laden, so ist zu dieser Messung das von Riess<sup>1)</sup> angegebene Ladungsstativ sehr bequem. Dasselbe besteht aus einem auf isolierendem Glasfusse stehenden Metallteller, an welchem seitlich eine Kugel angebracht ist. Dieser gegenüber steht, auf einem Schlitten wie bei dem Funkenmikrometer verschiebbar, eine vollkommen zur Erde abgeleitete Kugel. Bringt man diese in einen bestimmten Abstand von der ersten Kugel, so springt, wenn die von der äußeren Belegung auf den Teller übergehende Influenzelektrizität der zweiten Art eine bestimmte Dichtigkeit erhalten hat, ein Funke über. Wenn die durch diesen Funken abgeleitete Elektrizität wieder ersetzt ist, so springt ein neuer Funke über und so fort, so daß jeder überspringende Funke die Erregung einer bestimmten Menge von Influenzelektrizität anzeigt. Da nun die erregte Influenzelektrizität der Menge der erregenden proportional ist, so folgt auch, daß jeder Funke eine bestimmte Menge der Flasche gegebene Elektrizität anzeigt. Setzt man deshalb die Menge der Elektrizität, welche einen Funken veranlaßt, gleich 1, so giebt die Anzahl der übergesprungenen Funken die Menge der der Batterie mitgetheilten Elektrizität in einer bestimmten Einheit an. Man kann diese Einheit beliebig bestimmen, indem man die Schlagweite des Meßapparates verändert. Je größer man die Schlagweite wählt, um so größer ist die zu Grunde gelegte Einheit.

Die beschriebene Methode läßt sich nur bei Ladung einer einzelnen Flasche gut anwenden, bei Ladung einer Batterie wendet man bequemer die Lanesche Maßflasche an<sup>2)</sup>. Diese ist eine Leydener Flasche (Fig. 89), welche auf einer leitenden Bodenplatte aufgesetzt ist; auf derselben Platte neben der Flasche steht ein Glasfuß, welcher oben eine Messingröhre

1) Riess, Reibungselektrizität Bd. I, §. 359.

2) Riess, Poggend. Ann. Bd. XL. Reibungselektrizität Bd. I, §. 386.

an der ein Messingstäbchen horizontal verschoben und mit einer Schraube festgestellt werden kann. Das Stäbchen trägt eine Teilung. Am dem Kopfe der Flasche zugewandten Ende des Stäbchens ist eine Kugel, an dem abgewandten Ende ein Ring befestigt. Um die Belegung ist unten ein Kupferstreifen herumgelegt, welcher an Stelle in der Nähe des Glasfusses einen kleinen Ring trägt. Der Streifen ist mit dem des Messingfusses durch einen dünnen Draht verbunden. Bei feineren Apparaten ist die Kugel ähnlich wie bei dem Elektroskop auf einem Schlitten montiert und kann mit einer Führung der Kugel der inneren Belegung mehr oder weniger genähert

Fig. 89.



die einer Batterie gegebene Elektrizitätsmenge zu bestimmen, stellt dieselbe isoliert auf und verbindet sie mit der Belegung der Batterie mit der inneren Belegung der Maßflasche.

Die der äußeren Belegung der Maßflasche verbundene Kugel wird am Kopfe der Maßflasche in einer bestimmten Entfernung gegenüber-

Wird nun der inneren Belegung der Batterie die Elektrizitätsmenge  $q$  mitgeteilt, so wird auf der äußeren Belegung die Menge  $m \cdot q$  Influenz erregt, welche sich über die mit der äußeren Belegung verbundenen Leiter und insbesondere über die innere Belegung der Leydenflasche verbreitet. Reicht die durch die Menge  $m \cdot q$  der Flasche erregte Ladung bei dem gewählten Abstände der beiden Kugeln, also bei der gewählten Schlagweite, zur Entladung der Flasche hin, so wird sich die Flasche entladen, und damit aus der ganzen Flasche, sowie von der mit der äußeren Belegung verbundenen äußeren Belegung die durch Ladung der Batterie erregte Elektrizität der zweiten Art verschwinden. Führt man dann fort, der Batterie Elektrizität zu geben, so wird wieder, wenn dieselbe die Elektrizitätsmenge  $q$  erhalten hat, die Menge  $m \cdot q$  erregt werden und eine neue Entladung der Maßflasche eintreten. Jede Entladung der Maßflasche zeigt also hier an, daß der Batterie die Elektrizitätsmenge  $q$  gegeben ist. Nach  $n$  Entladungen der Maßflasche hat also die Batterie die Elektrizitätsmenge  $n \cdot q$  erhalten; ist nun  $s$  die Anzahl der Flaschen, so ist

$$d = \frac{n \cdot q}{s}$$

die elektrische Dichtigkeit der Elektrizität in der Batterie.

Um diese Messungen genau sind, ist es jedoch zunächst notwendig, daß die Batterie kontinuierlich, also durch Verbindung der inneren Belegung mit dem Konduktor der Elektrisiermaschine geladen wird. Denn wenn die Batterie stofsweise, also durch überspringende Funken geladen, so können die Messungen zu sehen, die Entladungen der Flasche nicht gleichwertig sein. Man sei durch eine Anzahl von Funken die Batterie so weit geladen,

daß nur eine sehr kleine Menge Elektrizität fehlt, so wird bei dem folgenden Funken die Entladung eintreten, einerlei ob derselbe der Batterie gerade die noch zur Entladung fehlende oder eine bedeutend größeren Elektrizitätsmenge giebt; die äußere Belegung wird dann aber ebenso gut die gesamte Influenzelektrizität der zweiten Art verlieren, als wenn sie nur die Menge  $mq$  besäße.

Damit jede Entladung bei derselben Elektrizitätsmenge eintrete, ist es ferner nötig, daß die Kugeln der Maßflasche an den Stellen, wo der Funke übergeht, durchaus rund und gut poliert sind und bleiben. Man giebt an, daß kupferne Kugeln sorgfältig mit Öl und Zinnasche poliert am besten dem Zwecke entsprechen.

Die angeführte Methode zur Messung der elektrischen Dichtigkeit bedarf noch einer Korrektion aus im nächsten Paragraphen zu betrachtenden Gründen; sie macht nämlich die Voraussetzung, daß es immer derselben Elektrizitätsmenge  $mq$  bedürfe, um die Maßflasche zu entladen, und daß es immer der Elektrizitätsmenge  $q$  bedürfe, um die Menge  $mq$  zu erregen, deshalb, schließt sie, zeigen  $n$  Entladungen der Maßflasche die Menge  $nq$  Elektrizität an, welche der Flasche gegeben ist. Die zweite dieser Voraussetzungen ist nach der Theorie der Influenz, nach welcher unter sonst gleichen Umständen die Menge der Influenzelektrizität der Menge der erregenden proportional ist, unbestritten; sie ist überdies noch durch Versuche von Riess<sup>1)</sup>, nach welchen die Abstossung einer am Knopfe einer Leydener Flasche oder einer Batterie anliegenden Kugel der Quadratwurzel aus der in der angegebenen Weise gemessenen Dichtigkeit der Batterie proportional ist, bestätigt worden. Die erste der beiden Voraussetzungen gilt aber nur für die der ersten folgenden Entladungen der Maßflasche. Es bleibt nämlich nach jeder Entladung ein Rückstand der Elektrizität in der Flasche zurück; nach der ersten Entladung wird daher nur die bei der Entladung verschwundene Elektrizitätsmenge ersetzt, während zur ersten Entladung außer dieser auch die zurückbleibende Elektrizität der Maßflasche mitgeteilt werden mußte. Um den dadurch bei der Messung entstehenden Fehler zu korrigieren, ist es am besten, daß man vor den Messungen die Flasche einmal bei der gewählten Schlagweite ladet und entladet.

In allen den Fällen, in denen man nicht durch Messung der Potentialfunktion aus der gemessenen Kapazität einer Batterie die Ladung derselben bestimmen kann, ist die Messung der Ladung mit der Maßflasche das beste Mittel, die Kapazität der Maßflasche, sowie die einer bestimmten Schlagweite entsprechenden Werte der Potentialfunktion kann man ein für allemal bestimmen.

#### §. 61.

**Partialentladungen. Dauer der Entladung einer Batterie.** Wenn man eine Batterie in der Schlagweite entladet, so verschwindet aus ihr nicht die gesamte in ihr aufgehäuften Elektrizität; man kann sich davon leicht überzeugen, indem man die Kugeln eines in den Schließungsbogen einer Batterie eingeschalteten Funkenmikrometers vorsichtig einander nähert.

1) Riess, Poggend. Ann. Bd. XL. Reibungselektrizität Bd. I, §. 389.

man die Batterie bei dem größten Abstände der Kugeln entladen, und immer bei einer gewissen bedeutend kleineren Entfernung eine zweite Entladung, und in manchen Fällen noch bei einer dritten von der ersten zu unterscheidenden Entfernung eine dritte Entladung statt.

Man hat diesen Satz noch auf eine andere Weise nachgewiesen<sup>1)</sup>. Er nahm die Elektrizitätsmenge mit der Maßflasche, welche erforderlich ist, um eine gegebene Batterie zu laden, so daß sie bei einer bestimmten Schlagweite sich entlud. Ohne an der Batterie dann etwas zu ändern, ließ er sie nach der Entladung sofort wieder geladen, bis bei derselben Schlagweite eine neue Entladung eintrat. Die in dem zweiten Falle der ersten zu gebende Elektrizitätsmenge war bedeutend kleiner als die zur zweiten Entladung notwendige, wie folgende Tabelle zeigt:

Flaschenzahl der Batterie $s$	Schlagweite $d$	Elektrizitätsmenge		$\frac{q'}{q}$
		vor der ersten Entladung $q$	nach der ersten Entladung $q'$	
3	1	6	5	0,833
	2	10,2	8,8	0,862
	3	15	13	0,866
4	1	8	6,5	0,812
	2	14,5	12,5	0,862
	3	21,5	17	0,798
5	1	10	9	0,900
	2	18	15	0,833
	3	27	22,5	0,833

Wie man sieht, betrug die nach der ersten Entladung der Batterie zur zweiten Entladung zu gebende Elektrizitätsmenge immer nur im Mittel 0,844 der ursprünglich zu einer gleichen Entladung nötigen Elektrizitätsmenge. Da nun immer, damit die Entladung bei derselben Schlagweite stattfindet, die Dichtigkeit der Elektrizität an den Punkten der Entladung dieselbe sein muß, so folgt, daß durch die Zufuhr dieser geringeren Elektrizitätsmenge die Dichtigkeit an den Kugeln wieder die frühere gewesen ist, und daraus, daß von der ursprünglich der Batterie gegebenen Elektrizitätsmenge bei der Entladung nur 0,844 verschwunden, in der zweiten also 0,156 der ursprünglichen Ladung zurückgeblieben ist.

Aus dieser Thatsache ergibt sich, daß die Entladung einer Batterie, welche dadurch geschieht, daß man einem Punkte der äußeren Belegung mit der inneren Belegung verbundenen Leiter bis zur Berührung bringt, nicht mit einem Schlage erfolgt, wenn der Leiter jenem Punkte in der Schlagweite genähert ist, sondern daß die gesamte Entladung aus der Reihenfolge von Partialentladungen besteht. Die erste Entladung tritt in der Schlagweite der Batterie statt; die Dichtigkeit der Elektrizität an den genäherten Stellen wird dadurch vermindert, so daß bald keine

1) *Ries*, Poggend. Ann. Bd. LIII. Reibungselektricität Bd. II, §. 628.

Elektricität mehr überspringen kann; kommt dann bei der stetigen Annäherung des mit der inneren Belegung verbundenen Leiters derselbe in die der rückständigen Ladung entsprechende Entfernung, so tritt eine neue Entladung ein und so fort bis zur Berührung, in welcher die Batterie vollständig entladen wird. Die auf angegebene Weise stattfindende Entladung hat also eine Dauer, welche von der Schnelligkeit abhängt, mit welcher die mit den beiden Belegungen der Batterie verbundenen Leiter einander genähert werden.

Aber auch die erste Entladung in der Schlagweite geschieht nicht momentan, nicht mit einem Schlage gleichen sich die aus der Batterie verschwindenden Elektricitäten aus, sondern auch diese Ausgleichung erfolgt nach und nach. Denn würde die Entladung momentan sein, d. h. würden mit einem Schlage die sich in der Schlagweite ausgleichenden Elektricitäten überspringen, so dürfte, da die Schlagweite von der Beschaffenheit des Schließungsbogens unabhängig ist, auch der Rückstand in der Batterie nicht von der Beschaffenheit des Schließungsbogens abhängig sein. Das ist aber nach den Versuchen von Riess<sup>1)</sup> und Feddersen<sup>2)</sup> der Fall; es ergibt sich aus denselben, daß der Rückstand der Batterie um so größer ist, je größer der Widerstand ist, welchen der Schließungsbogen der Bewegung der Elektricitäten entgegensetzt. Riess schaltete in den Schließungsbogen der Batterie in der §. 59 angegebenen Weise die dort beschriebene Wasserröhre ein, und verfuhr dann ganz in der soeben angegebenen Weise bei Benutzung derselben Batterie. Die Resultate seiner Versuche enthält folgende Tabelle.

Flaschenzahl <i>s</i>	Schlagweite <i>d</i>	Elektricitätsmenge		$\frac{q}{q'}$
		vor der ersten Entladung <i>q</i>	nach der ersten Entladung <i>q'</i>	
3	1	6	3,5	0,583
	2	10,5	7	0,666
	3	14,5	10,5	0,724
4	1	8	4,5	0,562
	2	14	9	0,642
	3	19,5	13,5	0,692
5	1	11	5	0,454
	2	19	11,7	0,616
	3	26	17	0,653

Während also bei ganz metallischem Schließungsbogen 0,844 der ursprünglichen Ladung verschwunden waren, sind aus derselben Batterie, bei derselben Ladung nur 0,621 der Ladung verschwunden, wenn in den Schließungsbogen eine Wasserröhre von 10,17 mm Weite und 22,5 cm

1) Riess, Poggend. Ann. Bd. LIII. Reibungselektricität Bd. II. §. 634.

2) Feddersen, Poggend. Ann. Bd. CIII.



Länge eingeschaltet wurde. Der Rückstand war also ungefähr dreimal so groß als vorher. Noch viel bedeutendere Rückstände fand Feddersen, als er größere Widerstände einschaltete. Feddersen untersuchte die Schlagweite, indem er nach der ersten Entladung die Kugeln des Funkenmikrometers bis zur zweiten Entladung näherte. Wenn man die Schlagweiten der Dichtigkeit der Elektrizität in den Batterien proportional setzt, eine Annahme, welche bei den Versuchen Feddersens, wo die kleinste Schlagweite immer mehr als 2 mm betrug, und die verglichenen Schlagweiten nur sehr wenig verschieden waren, durchaus gestattet ist, so ist der Quotient der zweiten und ersten Schlagweite gleich dem Bruchteile der bei der ersten Entladung in der Batterie zurückgebliebenen Elektrizität. Bei Einschaltung einer Wasserröhre von 240 mm Länge und 1 mm Dicke fand Feddersen einen je nach der Stärke der Ladung allerdings verschiedenen, zum mindesten aber die Hälfte der ursprünglichen Ladung betragenden Rückstand. Bei einer Wassersäule von 2830 mm Länge und 1 mm Dicke betrug der Rückstand nach der ersten in der Schlagweite stattgefundenen Entladung sogar 0,97 der ursprünglichen Ladung, so daß nur 0,03 derselben verschwunden waren.

Daraus folgt mit Notwendigkeit, daß nicht mit einem Schlage bei der Entladung die Elektrizitäten sich ausgleichen, sondern daß die Entladung nur nach und nach vor sich geht, denn nur so ist es möglich, daß die Menge der ausgeglichenen Elektrizität mit der Beschaffenheit des Schließungsbogens sich ändert. Wheatstone und Feddersen haben nun auch in der That nachgewiesen, daß die Entladung eine meßbare Zeit dauert, und daß die Dauer der Entladung je nach Beschaffenheit des Schließungsbogens verschieden ist. Die von beiden Beobachtern angewandte Methode ist im wesentlichen dieselbe, beide beobachteten den Entladungsfunk mit einem rotierenden Spiegel.

Läßt man vor einem leuchtenden Punkte einen ebenen Spiegel rotieren, so scheint das Spiegelbild in demselben einen Bogen zu beschreiben, welcher im Winkelmaße doppelt so groß ist als der Winkel zwischen den beiden Stellungen, bei welchen der Punkt beginnt und aufhört gespiegelt zu werden. Ist die Rotation des Spiegels langsam, so sieht man beim Hineinblicken in den Spiegel den leuchtenden Punkt nach und nach an den verschiedenen Stellen des Sehfeldes; ist dagegen die Rotation des Spiegels rasch, so sieht man wegen der Dauer des Lichteindrucks im Auge das Sehfeld von einer leuchtenden Linie durchschnitten. Leuchtet der Punkt jedoch nur kurze Zeit, fängt er später an zu leuchten als die Stelle, wo er sich befindet, dem Beobachter im Spiegel sichtbar wird, und hört er früher auf zu leuchten, als die Stelle aufhört sichtbar zu sein, so wird die leuchtende Linie nicht das ganze Sehfeld durchschneiden, sondern nur einen Teil desselben, sie wird länger oder kürzer sein, je nach der größeren oder kleineren Leuchtdauer des Funkens. Aus der Länge der Funkenlinie und der bekannten Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels kann man die Leuchtdauer des Funkens berechnen. Beträgt z. B. die Länge der Funkenlinie im Winkelmaße  $\alpha^0$ , so folgt daraus, daß der Funke so lange Zeit leuchtete, als der Spiegel brauchte, um  $\frac{\alpha}{2}$  Grad bei seiner Drehung zurückzulegen. Wenn nun der Spiegel in der Sekunde  $n$  Rota-

tionen machte, so brauchte er, um den Weg von  $\frac{\alpha}{2}$  Grade zurückzulegen, die Zeit

$$\frac{\alpha}{2 \cdot n \cdot 360}.$$

Wheatstone<sup>1)</sup> unterbrach den metallischen Schließungsbogen einer Batterie an einer Stelle, befestigte an den Enden der Teile kleine Kugeln und entfernte dieselben etwa 2 mm von einander, während die Schlagweite der Batterie mehr als das Doppelte betrug. Wenn nun die Batterie sich entlud, sprang an dieser Stelle des Schließungsbogens ein Funke über, dessen Leuchtdauer gleich der Dauer der Entladung der Elektrizitäten war. In der Nähe dieser Stelle war ein kleiner ebener Spiegel aufgestellt, welcher um eine der Richtung, in welcher der Funke übersprang, parallele Achse rotierte. Als der Spiegel nur langsam rotierte, erschien der überspringende Funke als eine scharfe, die beiden Kugeln verbindende helle Linie; als aber der Spiegel rascher rotierte, wurde diese helle Linie in die Breite gezogen, und bei 800 Rotationen erschien sie als ein Lichtband, dessen Breite ungefähr 24° betrug. Die Leuchtdauer des Funkens und somit die Dauer des Entladungsstromes beträgt demnach

$$\frac{24}{2 \cdot 800 \cdot 360} = 0,000042 \text{ Sekunde.}$$

Feddersen hat eine Reihe von Untersuchungen angestellt, um die Dauer einer Entladung zu bestimmen. Bei der ersten<sup>2)</sup> wandte er im wesentlichen das Verfahren von Wheatstone an, um die Entladungsdauer eines Stromes zu bestimmen, in dessen Schließungsbogen Flüssigkeiten eingeschaltet waren. Er fand die Dauer der Entladung um so größer, je größer der Widerstand des Schließungsbogens ist, und bei verschiedenen Batterien um so größer, je größer die elektrische Oberfläche der Batterie ist. Als er eine Leydener Flasche bis zu 10 mm Schlagweite lud, fand er die Dauer bei Einschaltung eines 9 mm langen, 1 mm dicken Wasserrohres gleich 0,0014 Sekunden, bei Einschaltung eines Wasserrohres von 180 mm Länge und 1 mm Dicke gleich 0,0183, also ungefähr 14mal so groß. Bei denselben Widerständen fand er, als eine Batterie von zwei der vorigen gleichen Flaschen zu derselben Schlagweite geladen war, 0,0020 und 0,0310 Sekunden.

Bei seinen späteren Untersuchungen änderte Feddersen<sup>3)</sup> seine Methode wesentlich ab, indem er an Stelle eines rotierenden Planspiegels einen rotierenden Hohlspiegel anwandte. In einer dem Radius des Hohlspiegels gleichen Entfernung, und etwas über dem Mittelpunkt desselben war die Stelle des Schließungsbogens angebracht, an welcher der Funke übersprang. War die spiegelnde Fläche dem Funken zugewandt, so bildete sich deshalb etwas unterhalb des Funkens selbst bei ruhendem Spiegel das

1) *Wheatstone*, Philosophical Transactions f. the y. 1834. Poggend. Ann. Bd. XXXIV.

2) *Feddersen*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

3) *Feddersen*, Poggend. Ann. Bd. CXIII und CXVI.

lle Bild des Funkens. Dasselbe wurde auf einer matten Glastafel aufhängen, damit es von allen Seiten gesehen werden konnte. Wenn nun Spiegel rotierte, so wurde das reelle Bild gerade so in die Breite gezogen, wie das virtuelle Bild in dem rotierenden ebenen Spiegel. Mit Hilfe einiger geometrischen Sätze, welche wir hier wohl nicht näher zu entwickeln brauchen, läßt sich aus der Breite des Bildes und der Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels die Leuchtdauer des Funkens und somit die Dauer des Entladungsstromes berechnen.

Ein Teil des Rotationsapparates von Feddersen war in den Schließungsgeräten selbst eingeschaltet, so daß jedesmal dann, wenn der Spiegel dem Unkenapparate zugewandt war, die geladene Flasche entladen wurde. Die Breite des Bildes auf der Glastafel wurde entweder dadurch bestimmt, daß die Stelle, welche das Bild bedeckt hatte, mit einem Maßstabe ausgemessen wurde, oder daß man Papierstreifen von bekannter Breite auf die Glastafel klebte und mit diesen die Breite des Funkenbildes verglich. In späteren Versuchen ersetzte Feddersen auch die Glastafel durch eine präparierte photographische Platte von großer Empfindlichkeit, auf welcher das Bild sich photographierte und nachher mit Ruhe ausgemessen werden konnte.

Mit Hilfe dieses Verfahrens kam Feddersen zu ganz überraschenden Resultaten. Zunächst bestätigte er die früher schon gefundenen Sätze, nämlich, daß wenn in den Schließungsbogen überhaupt ein großer Widerstand durch einen Flüssigkeitsfaden eingeschaltet war, die Dauer der Entladung mit der Größe des Widerstandes zunahm, daß ferner die Dauer der Entladung mit der Größe der Batterie bei gleicher Schlagweite zunahm, und daß ferner mit der Schlagweite die Dauer größer wurde.

So fand Feddersen z. B. folgende Werte, als der Widerstand des Schließungsbogens gleich dem einer in Glasröhren eingeschlossenen Säule verdünnter Schwefelsäure von 1 mm Dicke und folgenden Längen war:

2 Flaschen		6 Flaschen		8 Flaschen		16 Flaschen	
Widerst.	Dauer	Widerst.	Dauer	Widerst.	Dauer	Widerst.	Dauer
mm	"	mm	"	mm	"	mm	"
41	0,00002	25	0,00003	18	0,00004	14	0,00006
71	0,000035	48	0,00006			25	0,00010
		71	0,00008				

Wurde indes nun von dem kleinsten der bei jeder Versuchsreihe beobachteten Widerstände der Widerstand des Schließungsbogens noch weiter verkleinert, so nahm die Dauer der Entladung wieder bedeutend zu, und sie wurde am größten bei kurzem metallischen Schließungsbogen von sehr kleinem Widerstande. So erhielt Feddersen folgende Werte bei kurzem metallischen Schließungsbogen, welche zugleich die Abhängigkeit der Dauer von der Schlagweite und Oberfläche der Batterie nachweisen.

Zahl der Flaschen	Schlagweite mm	Dauer Sekunden
1	1,5	0,00004
	3,75	0,00007
	6,65	0,00010
	10,00	0,00015
2	1,5	0,00006
	3,75	0,00014

Wie man sieht, ist die Dauer der Entladung nach diesen Beobachtungen bedeutend größer bei kurzem metallischen Schließungsbogen, als bei Einschaltung großer Widerstände.

Aus den mitgetheilten Erfahrungen über die Dauer der in der Schlagweite stattfindenden Entladung lassen sich wichtige Schlüsse ziehen über den Mechanismus der Entladung, es folgt daraus, daß die Entladung in der Schlagweite im allgemeinen ebenfalls aus einer Reihenfolge von Partialentladungen besteht. Da nämlich die Schlagweite einer Batterie nur von der Dichtigkeit der Elektrizität an den Stellen des überspringenden Funkens abhängt, so zwar, daß der mit der Batterie verbundene und dann von ihr getrennte Leiter dieselbe Schlagweite besitzt, so folgt, daß zunächst bei der Entladung nur der Schließungsbogen selbst entladen wird. Infolge dieser Entladung kann sich von der inneren Belegung wieder Elektrizität über den Schließungsbogen verbreiten, und ist die Dichtigkeit an den Stellen, wo der Funke überspringt, wieder hinreichend, so springt ein neuer Funke über und so fort, bis die in der Batterie vorhandene Elektrizitätsmenge die Dichtigkeit an der Entladungsstelle nicht mehr so weit steigern kann, daß noch ein Funke übertreten kann.

Ehe wir diese Hypothese über den Vorgang der Entladung mit den aufgestellten Gesetzen vergleichen, müssen wir zunächst eine Schwierigkeit wegräumen, welche dieselbe auf den ersten Blick für unmöglich erscheinen läßt. Wir sahen nämlich, jeder elektrischen Dichtigkeit entspricht eine bestimmte Schlagweite; durch die erste Partialentladung wird nun die elektrische Dichtigkeit der Batterie um eine gewisse Größe vermindert, so daß sie an den Stellen, wo die Entladung stattfindet, nie wieder die frühere werden kann. Es würde deshalb der ersten Entladung ohne Verringerung der Schlagweite durchaus keine zweite folgen können. Wir haben indes in den Versuchen von Harris bereits den Beweis gesehen, daß die Schlagweite einer Batterie größer wird, wenn die Luft zwischen den Kugeln des Funkenapparates verdünnt ist. Wir werden später den Beweis liefern, daß die elektrische Entladung, welche die Luft durchbricht, dieselbe zugleich nach den Seiten treibt, so stark, daß leichte Körper dadurch fortgeblasen werden können. Daraus folgt also, daß nach der ersten und der folgenden Partialentladung zwischen den Kugeln ein luftverdünnter Raum ist, es können also bei neuer Ladung des Leiters, selbst bei geringerer Dichte der Elektrizität neue Entladungen stattfinden, und zwar so lange, als die Schlagweite der Batterie dieser verdünnten Luft entspricht.

Die Möglichkeit der Partialentladungen ergibt sich daraus mit Sicher-



ist; ihre wirkliche Existenz ist später auch von Feddersen<sup>1)</sup> nachgewiesen worden; er sah nämlich bei Betrachtung des Funkens im rotierenden Spiegel mehrfach, daß sich das in die Breite gezogene Bild des Funkens in Fig. 90 in einzelne helle einander parallele Linien auflöste, welche

Fig. 90.



manngs näher beisammen, später weiter von einander standen. Jeder dieser hellen Linien entspricht ein besonderer überspringender Funke, so daß also bei diesen Entladungen, welche Feddersen intermittierende nennt, die Partialentladungen aus einzelnen überspringenden Funken bestehen. In anderen Fällen beobachtete Feddersen diese einzelnen Funken nicht, dann schien nach dem ersten einleitenden scharf als Linie auftretenden Funken das ganze Bild schwach, aber mit abnehmender Stärke leuchtend. Die Partialentladungen bestanden dann also nicht aus einzelnen scharf genannten Funken, sondern aus einem mehr gleichmäßigen Überströmen der Elektrizität. Letztere Art der Entladung trat bei relativ geringeren Widerständen leichter auf, es war aber oft, wie

Fig. 91.



Fig. 91 zeigt, mit einzelnen Funken untermischt, die gegen das Ende der Entladung immer weiter von einander entfernt waren.

Die von Feddersen angegebenen Gesetze, sowie die von Riess und Feddersen gemachte Beobachtung über die Größe des Rückstandes ergeben sich, wenn wir zunächst die Schließungsbogen von größerem Widerstande beachten, unmittelbar. Zunächst nimmt die Dauer der Entladung bei gleichem Schließungsbogen und gleicher Schlagweite mit der Größe der Batterie, also mit der Menge der Elektrizität zu. Da wir sahen, daß die Partialentladungen jedesmal dann eintreten, wenn die Unterbrechungsstelle des Schließungsbogens die erforderliche elektrische Dichtigkeit erhalten hat, so wird bei gleicher Dichtigkeit, aber größerer Elektrizitätsmenge in der Batterie die Zahl der Partialentladungen zunehmen, und deshalb die Dauer der gesamten Entladung eine größere sein müssen, da man nach den Versuchen von Riess annehmen darf, daß jedesmal nach beendeter Gesamtentladung in der Batterie derselbe Bruchteil der ursprünglichen Ladung zurückbleibt. Je größer daher die disponible Elektrizitätsmenge ist, um so häufiger wird der Schließungsbogen die zur Entladung erforderliche Dichtigkeit erhalten.

1) Feddersen, Poggend. Ann. Bd. CIII.



Die Dauer der Entladung nimmt bei gleicher Batterie und gleichem Schließungsbogen mit der Schlagweite, aber nur langsam zu. Daraus würde zu folgern sein, daß der Rückstand in der Batterie um so kleiner wird, je größer die Schlagweite ist, denn dann würde mit der Dichtigkeit der Elektrizität in der Batterie ebenfalls die Zahl der Partialentladungen zunehmen. In der That hat Feddersen dieses nachgewiesen. Der Rückstand der Batterie nahm in einem Falle<sup>1)</sup> ab von 0,63 bis 0,5, als die Schlagweite von 3,8 auf 8,30 mm zunahm. Andererseits scheint nach den Beobachtungen von Feddersen die zwischen zwei Partialentladungen liegende Zeit abzunehmen, so daß aus beiden zusammen eine nur geringe Zunahme der Dauer der Gesamtentladung folgt.

Der Einfluß vergrößerten Widerstandes auf die Entladung ist ein doppelter; zunächst muß die Zwischenzeit zwischen zwei Entladungen wachsen, da die Elektrizität größere Zeit notwendig hat, um an die Stellen zu kommen, an welchen der Funke überspringt. In der That fand Feddersen in einem Falle bei Verdreifachung eines eingeschalteten Widerstandes den Zeitabstand zwischen zwei Partialentladungen auf das Achtfache wachsen. Zugleich aber muß mit der Größe des Widerstandes die Zahl der Partialentladungen eben wegen des größeren Zeitabstandes abnehmen. Denn nach jeder Partialentladung wird durch den Druck der umgebenden Luft in den Funkenkanal Luft hineingetrieben werden, durch die folgende Partialentladung wird, da sie schwächer ist als die vorhergehende, nur ein Teil dieser Luft wieder fortgetrieben, die Dichtigkeit der Luft im Funkenkanal nimmt deshalb allmählich wieder zu. Je weiter der Zwischenraum zwischen zwei Partialentladungen ist, um so stärker muß deshalb die Dichtigkeit der Luft wieder zunehmen. Da die Partialentladungen aufhören, wenn die Dichtigkeit der Luft im Funkenkanal so groß ist, daß bei der an den Enden des Schließungsbogens vorhandenen elektrischen Dichtigkeit der Funke nicht mehr überspringen kann, so folgt, daß bei vergrößertem Widerstande des Schließungsbogens die Partialentladungen früher aufhören müssen. Deshalb ist der Rückstand in der Batterie größer. Bei sehr großem Widerstande wird es vorkommen können, daß letzterer Einfluß überwiegt, dann wird die Dauer der Entladung wieder kleiner werden.

Die eigenthümlichen Beobachtungen Feddersens, daß bei Verkleinerung des Widerstandes von einem gewissen Widerstande an, den er Grenzwiderstand nennt, die Dauer der Entladung wieder zunimmt, und zwar um so mehr, je kleiner der Widerstand des Schließungsbogens wird, lassen sich mit dem vorigen nicht vereinigen. Feddersen wurde dadurch dazu geführt, die Entladung bei kleinerem Widerstande des Schließungsbogens als eine ganz andere anzusehen, die er oscillierende nennt, bei welcher nämlich durch den Schließungsbogen der Batterie nicht nur ein Strom oder eine Anzahl gleichgerichteter Partialströme hindurchgehen, bei welcher vielmehr ein Hin- und Herfließen von Elektrizität stattfindet, der Strom abwechselnd von der inneren zur äußeren und wieder zu der innern Belegung zurückfließt u. s. f.

1) *Feddersen*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

Man hat sich nach Feddersen<sup>1)</sup> diesen Vorgang so zu denken, daß die Elektrizität im Schließungsdraht sich nicht nur so lange bewegt, bis die disponible Ladung verschwunden, also die Hälfte der positiven Elektrizität von der inneren zur äußeren und die Hälfte der negativen Elektrizität zur inneren Belegung geflossen ist, sondern daß sie infolge eines gewissen Beharrungsvermögens sich auch, nachdem so die bewegende Kraft aufgehört hat, noch weiter bewegt. Daraus wird dann folgen, daß die Batterie jetzt neuerdings geladen wird und zwar entgegengesetzt wie früher; ist diese Ladung soweit vorgeschritten, daß die auf den Belegungen neuerdings angesammelte Elektrizität infolge ihrer abstoßenden Kraft den fernern Zufluß hindert, so tritt momentane Ruhe ein, und auf diese folgt ein Zurückströmen der Elektrizität, eine Entladung der neuen Ladung, welche eine der frühern Ladung entgegengesetzte Richtung hat. Nach dem Schlusse dieser Entladung wird sich der Vorgang wiederholen und so fort, so daß ein Hin- und Herströmen der Elektrizität im Schließungsdrahte stattfindet. Wenn der Schließungsbogen ganz ohne Widerstand wäre, dann würden diese Oscillationen niemals aufhören, da dann jede neue Ladung mit der vorhergehenden gleiche Stärke haben müßte, um die Bewegung der Elektrizität aufhören zu machen; da aber jeder Leiter der Bewegung der Elektrizität einen Widerstand entgegensetzt, so wird dadurch die Bewegung der Elektrizität gemindert, und deshalb ist jede folgende Ladung schwächer als die frühere. Daraus folgt, daß nach einiger Zeit die Bewegung der Elektrizität aufhört, daß also nur eine bestimmte Zahl von Oscillationen stattfindet. Die Zahl dieser Oscillationen wird abnehmen mit zunehmendem Widerstande des Leiters, und es wird einen gewissen Widerstand geben, wo überhaupt keine Oscillation mehr stattfindet, dann wird die einfache von uns bisher betrachtete Entladung eintreten, deren GröÙe mit der GröÙe des Widerstandes zunimmt.

Daß also, wenn der Widerstand unter den vorhin erwähnten Grenzwiderstand hinabsinkt, die Dauer der Entladung wieder zunimmt, hat seinen Grund darin, daß eine Anzahl von Entladungen eintritt, deren jede einzelne gleichwertig mit der Entladung bei größerem Widerstande, aber von kürzerer Dauer ist.

Die Betrachtung des Funkenbildes auf der matten Glasplatte bestätigte diese Theorie. Bei Anwendung eines Schließungsbogens von kleinem Widerstande erhielt Feddersen das Funkenbild Fig. 92, eine Anzahl heller Streifen, getrennt durch mehr oder weniger dunkle Zwischenräume. Die Rotationsgeschwindigkeit war dabei viel kleiner als jene, welche die Bilder Fig. 90 und 91 gab. Die Breite der einzelnen hellen Streifen beweist deshalb schon, daß dieselben nicht den dort abgebildeten Partialentladungen entsprechen. Wurde der Widerstand des Schließungsbogens vergrößert, so nahm die Zahl der Streifen ab, ohne daß, natürlich bei gleichbleibender Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels, die Breite der einzelnen Streifen vergrößert wurde. Bei einem bestimmten, nach der GröÙe der angewandten Batterie verschiedenen Widerstande

Fig. 92.



1) Feddersen, Poggend. Ann. Bd. CXIII.\*

zeigte sich nur ein Streifen mehr, und bei fernerer Vergrößerung nahm dann in der vorher angegebenen Weise die Breite des einzelnen Streifens zu. So fand Feddersen z. B. bei Entladung einer Flasche und den in Längen einer 1 mm dicken Säule von verdünnter Schwefelsäure angegebenen Widerständen:

Wider- stände	Zahl der Streifen	Breite	Wider- stände	Zahl der Streifen	Breite
mm		mm	mm		mm
7	6	3—4	58	1	3—4
9	5	dieselbe	72	1	5
12	4	"	91	1	7
19	3	"	105	1	10
35	2	"	1000	1	40

Bei 58 mm Widerstand trat immer nur ein Streifen auf, der von da mit wachsendem Widerstande breiter wurde.

Ein genaueres Stadium der oscillierenden Entladung wurde Feddersen dadurch möglich, daß er das Funkenbild anstatt auf einer matten Glasplatte auf einer photographisch präparierten Platte auffing und es so fixierte<sup>1)</sup>. Aus der Messung der Breite der Funkenbilder und der bekannten Rotationsgeschwindigkeit sowie den Abständen des Funkens und des Bildes vom Spiegel konnte er direkt die Dauer der einzelnen Oscillationen sowie die Abhängigkeit der Oscillationsdauer von den verschiedenen Umständen bestimmen. Es wurde zu dem Ende stets die Breite einer Anzahl von unter denselben Verhältnissen erhaltenen Streifen gemessen, und die so erhaltene Breite durch die Anzahl der Streifen dividiert.

Aus diesen Versuchen ergab sich zunächst, daß bei gegebener Batterie und gegebenem Schließungsbogen die Oscillationsdauer unabhängig war von der in der Batterie aufgehäuften Elektrizitätsmenge, also von der Höhe der Ladung. So fand Feddersen, als eine Batterie von 10 Flaschen durch einen kurzen Schließungsbogen entladen wurde

bei 4 mm Schlagweite 8 mm Schlagweite  
die Dauer gleich 0,00000304 Sekunde 0,00000305 Sekunde;  
als 16 Flaschen durch einen langen Schließungsbogen entladen wurden

bei 1,5 mm Schlagweite 9 mm Schlagweite  
die Dauer gleich 0,0000511 Sekunde 0,0000514 Sekunde.

Bei gegebener Leitung zeigte sich dagegen, wenn eine verschiedene Anzahl von Flaschen gleicher Größe entladen wurde, die Dauer der Oscillationen der Quadratwurzel aus der Anzahl der Flaschen proportional, also

$$t = a \cdot \sqrt{s},$$

wenn  $t$  die Dauer der Oscillation,  $s$  die Zahl der Flaschen und  $a$  eine von der Beschaffenheit der Flaschen abhängige Konstante bedeutet.

1) Feddersen, Poggend. Ann.\* Bd. CXVI.



So ergab sich bei einem Schließungsbogen, dessen Länge 161,3 m betrug, folgende Oscillationsdauer:

Flaschenzahl	Oscillationsdauer in Sekunden	
	beobachtet	berechnet
16	0,0000446	0,0000445
8	0,0000314	0,0000315
4	0,0000224	0,0000222
2	0,0000156	0,0000157.

Die als berechnet angegebenen Zahlen sind mit dem aus den vier Beobachtungen sich ergebenden Mittelwerte für  $a = 0,000011125$  berechnet.

Bei Leitungen verschiedener Länge zeigte sich die Dauer der Oscillationen mit zunehmender Länge des Schließungsbogens vergrößert, ohne daß sich jedoch ein einfaches Gesetz dafür ergab. So erhielt Feddersen unter andern folgende Werte bei Entladung einer Batterie von 10 Flaschen

Länge des Schließungsbogens in Meter	Oscillationsdauer in Sekunden
5,26	0,00000132
25,26	0,00000410
65,26	0,00000753
115,26	0,00000935
317,0	0,0000177
1343	0,0000398.

Außerdem hängt die Oscillationsdauer von der Art und Weise ab, wie die Drähte des Schließungsbogens gegen einander gelagert sind, da davon die im letzten Kapitel dieses Bandes zu besprechende Induktion der Leiter auf einander abhängig ist.

Die Deutung Feddersens, daß die beobachteten Erscheinungen als hin und hergehende aufzufassen seien, daß also zunächst die positive Elektrizität bei positiver Ladung von innen nach außen sich bewegt, dann wieder von außen nach innen, stimmt vollständig mit der Theorie der Entladung überein.

Zunächst hat Helmholtz<sup>1)</sup> die Notwendigkeit einer solchen Entladungsweise aus den Wärmewirkungen des Entladungsschlages und dem Principe der Erhaltung der Kraft vorausgesagt; wir werden darauf demnächst zurückkommen.

Ferner haben W. Thomson<sup>2)</sup> und Kirchhoff<sup>3)</sup> bei einer Untersuchung über die Elektrizitätsbewegung dasselbe gezeigt.

Kirchhoff weist nach, daß bei einem Strome derart, wie ihn die Leydener Flasche liefert, die Bewegung der Elektrizität bei kleinen Widerständen eine oscillierende, bei großen eine einfach fortschreitende nach Art der geleiteten Wärme sein muß. Er gelangt nämlich zu folgendem

1) Helmholtz, Die Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. S. 44.

2) W. Thomson, Philosophical Magazin. 4. Series. vol. V.

3) Kirchhoff, Poggend. Ann. Bd. C. CXI. CXXI.

Ausdrücke<sup>1)</sup> für die auf der innern Belegung der Flasche vorhandene Elektrizitätsmenge  $Q$

$$Q = e^{-ht} \left( A \cdot \cos \pi \frac{t}{T} + B \cdot \sin \pi \frac{t}{T} \right),$$

worin  $t$  die Zeit von dem Beginne einer Entladung,  $h$  eine von der Beschaffenheit des Schließungsbogens abhängige Konstante, und  $T$  die Oscillationsdauer ist.  $A$  und  $B$  sind zwei Konstante.

Für  $T$  ergibt die Theorie bei nicht zu großem Widerstande des Schließungsbogens einen reellen, kleinen Wert, welcher der Quadratwurzel aus der zu entladenden Fläche proportional ist, und der etwas rascher wächst als die Länge des Schließungsbogens.

Ist der Widerstand des Schließungsbogens sehr groß, so wird  $T$  imaginär, und es tritt die andere Entladungsart ein.

Ist  $T$  reell, so ergeben sich für  $Q$  die Werte

$$Q = A \quad \text{für } t = 0,$$

so daß also  $A$  die ursprünglich der Batterie gegebene Ladung bedeutet; bezeichnen wir dieselbe mit  $Q_0$ , so wird

$$Q = -Q_0 e^{-hT} \quad \text{für } t = T$$

$$Q = Q_0 e^{-2hT} \quad \text{„ } t = 2T$$

$$Q = -Q_0 e^{-3hT} \quad \text{„ } t = 3T$$

$$Q = Q_0 e^{-4hT} \quad \text{„ } t = 4T$$

u. s. w.

oder es muß nach der ersten Oscillation die innere Belegung negativ geladen sein, nach der zweiten, in welcher die positive Elektrizität zurückkehrte, wieder positiv u. s. f. oder nach irgend einer ungeraden Zahl von Oscillationen muß die Flasche ihrer ursprünglichen Ladung entgegengesetzt geladen sein, während nach irgend einer Anzahl geraden Oscillationen die Ladung das ursprüngliche Vorzeichen haben muß. Die Stärke dieser Ladungen muß in einer geometrischen Reihe abnehmen.

Da man die Entladungen nicht willkürlich unterbrechen kann, so ist es nicht möglich, diesen Gang der Ladungen der Batterie wirklich zu konstatieren, indes muß es doch wenigstens möglich sein zu zeigen, daß nach einer Entladung der ursprünglich positiv geladenen Batterie in derselben eine negative Ladung vorhanden sein kann. Das ist in der That Oettingen<sup>2)</sup> gelungen; die von ihm benutzte Einrichtung zeigt schematisch Fig. 93. Durch den mit dem Konduktor der Elektrisiermaschine in Verbindung stehenden Draht  $CK$ , an welchem bei der Ladung die Kugel  $A$  anlag, wurde die Batterie  $B$  geladen, bis in dem Schließungsbogen  $BFSJ$ , welcher bei  $F$  ein Funkenmikrometer enthielt, das für eine beliebige Schlagweite gestellt werden konnte, die Entladung eintrat. In dem Momente der Entladung wurde die Kugel  $A$ , welche an dem

1) Kirchhoff, Poggend. Ann. Bd. CXXI, S. 554.

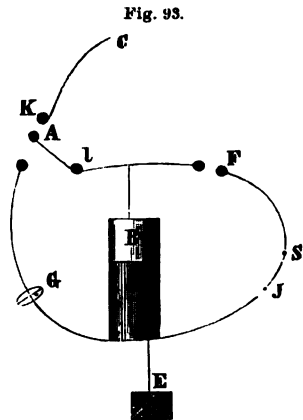
2) v. Oettingen, Poggend. Ann. Bd. CXV. Man sehe auch die Versuche von v. Oettingen in Poggend. Ann. Jubelband und Wiedem. Ann. Bd. II.



drahte *LA* befestigt war, herabgedrückt, so daß der Schließungsbogen *BIG* ohne Funkenstrecke geschlossen war. In diesem Schließungsbogen trat dann die Entladung des nach der ersten Entladung in der Flasche enthaltenen Rückstandes ein. Die Richtung des Stromes der positiven Elektrizität in diesem Schließungsbogen gab die Art der Ladung der Batterie nach der ersten Entladung an. Die Richtung des Stromes erkannte man an der Bewegung der Nadel des bei *G* in den Stromkreis eingeschalteten Galvanometers, und die Menge der entladenen Elektrizität an der Größe des Ausschlags, welchen die Nadel des Galvanometers erhielt.

Auf diese Weise gelang es Oettingen die Existenz negativer Rückstände nachzuweisen, und so einen neuen Beweis dafür zu liefern, daß entsprechend den theoretischen Untersuchungen von Kirchhoff bei nicht zu großen Widerständen und nicht zu kleiner Schlagweite die Entladungen im allgemeinen oscillierende sind.

Einen ebenso eclatanten Beweis für die Existenz dieser Entladungsart hat schließlich Paalzow<sup>1)</sup> gegeben, der die beiden Entladungsströme entgegengesetzter Richtung direkt sichtbar machte, indem er in den Schließungsbogen eine Geisslersche Röhre einschaltete und diese dem Einfluß eines Magnetes aussetzte. Die dann auftretenden Erscheinungen werden wir im letzten Kapitel besprechen<sup>2)</sup>.



## §. 62.

**Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität.** An die im vorigen Paragraphen behandelte Frage über die Dauer des elektrischen Zustandes eines Schließungsbogens knüpft sich sofort die Frage über die Schnelligkeit, mit welcher sich derselbe in dem Schließungsbogen fortpflanzt. Der erste Versuch, dieselbe zu bestimmen, rührt von Watson her<sup>3)</sup>, welcher die Erfahrung dazu benutzte, daß ein durch unseren Körper hindurchgehender elektrischer Strom uns einen deutlich fühlbaren Schlag erteilt. Er spannte auf trocknen Holzpfosten einen Draht von 374,2 m Länge aus, so daß seine beiden Enden und seine Mitte in demselben Zimmer waren. Die Mitte des Drahtes war durchschnitten und die leitende Verbindung zwischen den Teilen dann durch den Körper des Beobachters hergestellt. Das eine Ende war mit der inneren Belegung in Verbindung, und das andere Ende wurde der äußeren Belegung genähert, bis ein Funke übersprang. Der Beobachter sah also den überspringenden Funken und fühlte den Schlag; es gelang aber nicht, diese Empfindungen als zeitlich verschieden wahrzunehmen.

1) Paalzow, Poggend. Ann. Bd. CLII.

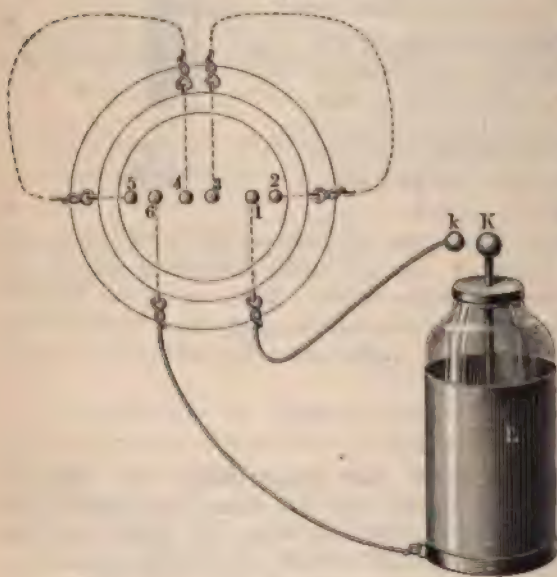
2) Man sehe im letzten Kapitel §. 156. Einfluß des Magnets auf das elektrische Licht.

3) Watson. Man sehe Fischers Geschichte der Physik. Bd. V, S. 515 ff.

Wheatstone<sup>1)</sup> nahm diese Frage bei Gelegenheit des vorhin erwähnten Versuches wieder auf, und es gelang ihm unter Anwendung des rotierenden Spiegels und eines Drahtes von 804 m Länge zu zeigen, daß der elektrische Zustand Zeit braucht, um sich fortzupflanzen.

Von einem circa 1,5 mm dicken Kupferdraht wurden 20 Stücke von 36,576 m Länge neben einander isoliert ausgespannt, und je zwei Enden mit Ausnahme der beiden mittelsten mit einander verbunden, so daß die sämtlichen Drähte zwei Längen von 402 m bildeten. Die beiden Enden jeder dieser Längen waren mit Kugeln versehen, welche isoliert von einander auf einem einzigen Brette, dem Funkenbrette Fig. 94 befestigt

Fig. 94.



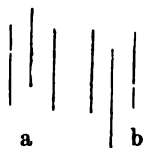
waren. Mit Kugel 2 wurde der Anfang des einen Drahtstückes, mit Kugel 3 das Ende desselben, mit Kugel 4 der Anfang des zweiten Drahtes, mit Kugel 5 das Ende dieses Drahtes in Verbindung gesetzt. Die Kugel 1 war dann durch einen Draht mit einer Kugel *k* verbunden, welche dem Knopfe der Leydener Flasche gegenüberstand, während die Kugel 6 mit der äußeren Belegung der Batterie *L* verbunden war. Der Abstand der Kugel *k* vom Knopfe ist größer als die Abstände der Kugeln 1—2, oder 3—4, oder 5—6. Wenn nun die Flasche bis zu einer bestimmten Dichtigkeit,

welche der Schlagweite *kk* entspricht, geladen ist, so tritt, wie wir bereits früher sahen, trotz der dreimaligen Unterbrechung des Schliessungsbogens die Entladung ein, und der positive Strom geht von *k* nach 1, dort springt ein Funke über nach 2, von dort geht der Strom durch 402 m Draht nach 3, springt als Funke nach 4, geht wieder durch 402 m Draht nach 5 und als Funke nach 6, von wo er zur äußeren Belegung der Batterie kommt. Wie man sieht, springen also auf dem Funkenbrett drei Funken, welche in gerader Linie neben einander liegen, über, als Anfang, Mitte und Ende des Stromes. Diesem Funkenbrett gegenüber war der Spiegel aufgestellt, welcher um eine der Linie 5—2 parallele Axe rotierte. Wenn man nun in einer bestimmten Richtung

<sup>1)</sup> *Wheatstone*, Philosophical Transactions f. the y. 1834. Poggend. Ann. XIV.

in den ruhenden oder nur langsam rotierenden Spiegel sah, so beobachtete man drei Funken, welche in einer geraden Linie lagen. Als indes der Spiegel in einer Sekunde 800 Umdrehungen machte, da erschienen die Funken als drei in die Breite gezogene Lichtstreifen, deren mittlerer gegen die beiden äußeren verschoben war, entweder wie Fig 95 a, oder wenn der Spiegel entgegengesetzt rotierte wie Fig. 95 b. Es ergab sich daraus, daß der mittlere Funke später zu leuchten begann und später zu leuchten aufhörte, als die Funken an den Enden des Drahtes. Die Größe der Verschiebung schätzte Wheatstone auf  $0,5^0$ , so daß also der mittlere Funke um

Fig. 95.



$$\frac{0,5}{2 \cdot 800 \cdot 360} = 0,000000868 \text{ Sekunden}$$

später leuchtete. Da nun der Funke zu leuchten beginnt, wenn der elektrische Strom beginnt, so folgt, daß der elektrische Zustand in der Mitte des Drahtes später beginnt als an beiden Enden, daß also der elektrische Zustand im Entladungsstrom, wie wir es auch bei demselben annehmen, gleichzeitig von den beiden Belegungen aus sich fortpflanzt. Der elektrische Strom ist also ein doppelter, er besteht in der gleichzeitigen, aber entgegengesetzt gerichteten Bewegung der beiden Elektrizitäten.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des elektrischen Zustandes in dem von Wheatstone angewandten Drahte ergibt sich hiernach, da er 0,000000868 Sekunden brauchte, um eine Drahtlänge von 402 m zu durchlaufen, zu

$$\frac{402000000000}{868} = 463133 \text{ Kilometer}$$

oder ungefähr 62500 Meilen in der Sekunde.

Dieses Resultat kann nur ein angenähertes sein und nur den Beweis liefern, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität sehr groß und mit derjenigen des Lichtes vergleichbar ist; es würde aber nicht richtig sein, daraus mit Sicherheit schließen zu wollen, daß sie in dem von Wheatstone angewandten Drahte größer ist als jene des Lichtes, da von einer exakten Messung nach dieser Methode keine Rede sein kann.

Siemens hat die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität in einem eisernen Telegraphendraht gemessen<sup>1)</sup>; er benutzte dazu einen rotierenden beruften Stahlcylinder von 125 mm Umfang, der genau 100mal in der Sekunde rotierte. Zwei Leydener Flaschen, die eine von großer, die andere von kleiner Oberfläche, deren innere Belegungen mit einander verbunden waren, wurden sorgfältig von einander und vom Erdboden isoliert aufgestellt. Die äußere Belegung der kleinern war durch einen kurzen Metalldraht mit einer isolierten Platinspitze verbunden, diejenige der größern Flasche durch einen mehrere Kilometer langen Telegraphendraht mit einer zweiten ebenso sorgfältig isolierten Platinspitze verbunden. Die Spitzen befanden sich nahe neben einander in der Nähe der Oberfläche des rotierenden Cylinders und zwar so aufgestellt, daß ihre Verbindungslinie senkrecht war zu der Rotationsrichtung der Cylinderoberfläche. Der

1) Siemens, Poggend. Ann. Bd. CLVII.

Telegraphendraht zwischen der äußern Belegung der großen Flasche der mit derselben verbundenen Spitze hatte bei einigen Versuchen Länge von 23,372, bei andern von 7,352 km. Der rotierende Cyl war mit der Erde in leitender Verbindung. Wurde nun eine leitende Verbindung zwischen der innern Belegung und der Erde hergestellt, und der Abstand der Platinspitzen von dem Stahlcylinder nicht größer als Schlagweite, so trat gleichzeitig eine Entladung beider Flaschen ein, welcher von beiden Platinspitzen ein Funke auf den Stahlcylinder sprang und auf dessen Oberfläche teils durch Fortnahme des Rufses, auf der polierten Stahlfläche eine Funkenmarke erzeugte. Der Funke sprach der von der äußern Belegung zur Erde abfließenden Elektri Da die von der kleinen Flasche herkommende Elektrizität nur den k die von der großen Flasche herkommende dagegen den Draht von reren Kilometer Länge bis zu dem Stahlcylinder hatte durchfließen sen, so mußte der dieser Entladung entsprechende Funke um so später auftreten, als die Elektrizität Zeit brauchte, um den Dral durchlaufen. War der Cylinder bei der Entladung in Rotation ver so mußte demnach die Marke dieses Funkens gegen die Marke des kens der kleinen Flasche um eine Strecke verschoben sein, welche Oberfläche des Cylinders innerhalb der Zeit, welche die Elektrizität Durchlaufen des Drahtes brauchte, zurückgelegt hatte. Die Funken wurde durch ein mit Fadenkreuz versehenes Mikroskop beobachtet, die Verschiebung der Funkenmarke wurde dadurch gemessen, daß zun das Mikroskop auf die erste Funkenmarke eingestellt wurde, wenn Cylinder nicht mehr rotierte, und dann der Cylinder durch eine Sch ohne Ende, welche in ein in die Cylinderaxe eingeschnittenes Ge eingriff, langsam weiter gedreht wurde, bis das Fadenkreuz des Mikro auf der zweiten Funkenmarke einstand. Man konnte so Drehunge Cylinders mit Sicherheit erkennen, welche bei der vorhin angegel Rotationsgeschwindigkeit einem Milliontel einer Sekunde entsprach. Zehnmilliontel ließen sich noch schätzen.

Im Folgenden sind die bei 22 von Frölich ausgeführten Beobach gen gemessenen Verschiebungen in Milliontel Sekunden angegeben, ein Telegraphendraht von 23,372 km Länge zwischen der äußern legung der großen Flasche und der betreffenden Spitze eingeschaltet

100,4	88,7	108,7	102,5
102,7	103,6	101,1	104,2
91,2	95,6	108,3	104,2
100,8	97,5	102,0	107,3
100,6	100,5	104,2	110,3
91,4	104,7		

Im Mittel beträgt die Verschiebung somit 101,4 Milliontel Sekunden. der durchlaufene Weg 23,372 km war, so ergibt sich die Fortpflanz geschwindigkeit zu 230 500 km oder 31 060 geogr. Meilen.

Andere Messungen an der 7,352 km langen Leitung erg 241 800 km; und eine zweite Reihe mit dem ersten Draht 256 600. Die Zahlen sind etwas mehr als halb so groß wie die von Wheat gefundenen; man könnte geneigt sein den Unterschied darin zu su



daß Wheatstone mit Kupfer, Frölich dagegen mit Eisen experimentierte, somit in dem Unterschiede einen Beweis zu sehen, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den verschiedenen Leitern eine verschiedene sei. Indes ist die Beobachtung Wheatstones wohl soviel weniger genau als die von Frölich, daß man zu einem solchen Schlusse nicht berechtigt ist; auch Siemens hält die hier gefundenen Werte nicht für abschließend. Jedenfalls bedarf es neuer Messungen, um zu konstatieren, ob eine Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität in verschiedenen Metallen vorhanden ist.

Ob man eine solche Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität annehmen will oder nicht, die Thatsache, daß die Fortpflanzung des elektrischen Zustandes eine gewisse Zeit braucht, giebt uns die Berechtigung anzunehmen, daß die Entladung einer gewissen Elektrizitätsmenge durch verschiedene Leiter eine verschiedene Zeit in Anspruch nimmt, entsprechend der im Beginne dieses Abschnittes erkannten verschiedenen Leitungsfähigkeit der Leiter. Es ist für die Darstellung der Wirkungen des elektrischen Stromes in vielen Fällen bequem, die Entladungszeit oder eine derselben proportionale Eigenschaft des Schließungsbogens, den Leitungswiderstand, welchen Riess als Verzögerungskraft bezeichnet, in Rechnung zu ziehen. Der Widerstand ist das Umgekehrte der Leitungsfähigkeit; denken wir uns einen Leiter, durch welchen in der Zeiteinheit die Elektrizitätsmenge 1 hindurchfließt, so wird ein anderer Leiter, durch welchen in derselben Zeit die Elektrizitätsmenge  $\frac{1}{2}$  hindurchfließt, den Widerstand 2 haben, wenn jener erste den Widerstand 1 hat. Daß das auch bei gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit möglich ist, erkennt man durch Betrachtung einer analogen Erscheinung; wenn man an ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäß zwei Röhren mit verschiedenem aber so großem Querschnitt anbringt, daß die Reibung nicht mehr in Betracht kommt, so kommt in einer gewissen Tiefe unter dem Niveau der Flüssigkeit die durch die Röhren abfließende Flüssigkeit gleichzeitig an, aber trotzdem fließt durch die Röhre mit engerem Querschnitt in dem Maße weniger Flüssigkeit ab, als der Querschnitt enger ist. Daß wir uns die Fortpflanzung der Elektrizität in einem Leiter ähnlich wie das Fließen der Flüssigkeit in einer Röhre denken könnten, soll damit keineswegs behauptet werden, das Bild soll uns nur zeigen, daß es bekannte Erscheinungen giebt, die uns bei gleicher Geschwindigkeit des austretenden Stromes doch in gleicher Zeit ganz verschiedene Mengen desselben liefern.

### §. 63.

**Der elektrische Rückstand in der Batterie.** Wenn man eine elektrische Batterie dadurch entladet, daß man die innere und äußere Belegung mit einander in leitende Verbindung bringt, so wird auch dann die Batterie nicht vollständig entladen. Denn unterbricht man die Verbindung und stellt sie nach einiger Zeit wieder her, so findet eine zweite Entladung statt, der häufig wieder nach einiger Zeit noch eine dritte und selbst eine vierte Entladung folgen kann. Es folgt daraus, daß trotz der leitenden Verbindung der beiden Belegungen in der Batterie Elektrizität zurückgeblieben ist, welche nicht auf den Leiter, der die Belegungen



verband, übergehen konnte. Diese in der Batterie zurückgebliebene Elektrizität nennt man den Rückstand.

Derselbe ist noch in anderer Weise zu erkennen. Ladet man eine Batterie und bringt den Knopf derselben sofort nach der Ladung mit einem Sinuselektrometer in Verbindung, so erkennt man an der Bewegung der Nadel desselben, daß die elektrische Dichtigkeit des Knopfes unmittelbar nach der Ladung sehr viel rascher abnimmt als einige Zeit später, sehr viel rascher, als sie infolge der Zerstreuung der Elektrizität in die Luft abnehmen kann.

Diese Beobachtung in Verbindung mit der vorigen beweist, daß in der Batterie unmittelbar nach der Ladung sich eine gewisse Elektrizitätsmenge gewissermaßen verbirgt, derart, daß infolgedessen die Dichtigkeit der Elektrizität, welche über die mit der inneren Belegung verbundenen Leiter verbreitet ist, bedeutend abnimmt, und daß sie bei einmaliger metallischer Verbindung der beiden Belegungen nicht mit entladen wird. Diese verborgene Elektrizität tritt wieder hervor und kann entladen werden, wenn die Batterie entladen ist.

Kohlrausch<sup>1)</sup> hat in einer ausgedehnten Experimentaluntersuchung die Gesetze dieser Rückstandsbildung zu bestimmen gesucht, indem er mit größter Sorgfalt die Dichtigkeit der Elektrizität am Knopfe der Leydener Flasche mit dem Sinuselektrometer maß, sowohl gleich nach der Ladung als auch nachdem die Flasche einmal oder mehrmals ihrer entladbaren Elektrizität, oder wie Kohlrausch diese nennt, der disponiblen Ladung beraubt war.

Schon früher war es bekannt, daß ein solcher Rückstand überhaupt nur auftritt bei Ansammlungsapparaten mit starren, niemals bei solchen mit luftförmigen Isolatoren; Kohlrausch hat dann gezeigt, daß die Größe dieses Rückstandes wesentlich von der Beschaffenheit des starren Isolators abhängig ist, er schloß aus seinen Versuchen, daß er auch abhängig sei von der Dicke desselben. Der Rückstand wird um so größer, je dicker der Isolator ist.

Unter sonst gleichen Umständen ist der Rückstand, der also bei der selben Flasche in derselben Zeit sich bildet, der anfänglichen Ladung proportional. Es ergab sich nämlich, daß immer nach Bildung des Rückstandes die Dichtigkeit der Elektrizität der anfänglichen Ladung proportional ist. Da nun die disponible Ladung, welche der so gemessenen Dichtigkeit proportional ist, gleich ist der anfänglichen Ladung weniger dem gebildeten Rückstand, so folgt auch, daß der gebildete Rückstand der anfänglichen Ladung proportional ist.

Die Größe des gebildeten Rückstandes überhaupt ist abhängig von der seit der Ladung verstrichenen Zeit; er nähert sich immer mehr, je länger man wartet, einem gewissen für jede Flasche konstanten Bruchtheile der ursprünglichen Ladung.

Daß die Größe des Rückstandes von der Beschaffenheit und, wie Kohlrausch meint, auch von der Dicke des Isolators abhängig sei, soll demnach heißen, daß der in gleichen Zeiten gebildete Rückstand ein je nach diesen Umständen verschiedener Bruchtheil der ursprünglichen Ladung sei.

1) Kohlrausch, Poggend. Ann. Bd. XCI.

Da ein Rückstand sich überhaupt nur dann bildet, wenn ein starrer Isolator sich zwischen den Belegungen befindet, so folgt, daß bei der Bildung desselben der Isolator eine wesentliche Rolle spielt. Faraday, welcher bei seiner Untersuchung des spezifischen Induktionsvermögens die allmähliche Abnahme der Ladung einer Batterie zuerst ausführlicher behandelte<sup>1)</sup>, schrieb dieselbe einem Eindringen der Elektrizität in die Isolatoren zu, und hauptsächlich diese Abnahme der Ladung war es, welche ihn veranlaßte, die Isolatoren neben ihrer Eigenschaft als Dielektrica auch als wenn auch schlechte Leiter anzusehen. Bei den Ladungsapparaten mit starren Isolatoren, auf welche die Leiter dicht aufgelegt sind, verläßt nämlich nach einem schon älteren Versuche von Franklin die Elektrizität fast vollständig die leitenden Belegungen und begibt sich auf die Oberflächen des Isolators. Wenn man nämlich etwa eine Franklinsche Tafel mit abnehmbaren Belegungen ladet, und dann eine oder beide Belegungen abnimmt, so findet man dieselben kaum merklich elektrisch; entladet man die abgenommenen Belege und setzt die Tafel wieder zusammen, so findet man die Ladung der Tafel kaum schwächer, wie vor Abnahme der Belege. Faraday nimmt nun an, daß von den Oberflächen aus die Elektrizitäten allmählich immer tiefer in die Isolatoren eindringen, was natürlich eine stetige Abnahme des Potentials oder der elektrischen Dichtigkeit zur Folge haben muß. Bei der Entladung wird dann eben wegen der schlechten Leitungsfähigkeit der Isolatoren nicht alle die Elektrizität, welche in den Isolator eingedrungen ist, sofort wieder hervortreten können; es kann vielmehr die in den Isolator eingedrungene Elektrizität, ebenso wie sie nach vollendeter Ladung allmählich in den Isolator eindringt, auch nur allmählich an die Oberfläche des Isolators und auf die Belegungen zurückkehren. Es wird sich deshalb die Batterie einige Zeit nach der Entladung neuerdings laden müssen.

Gegen diese früher wohl allgemein angenommene Theorie der Rückstandsbildung erhob jedoch Kohlrausch einen bedeutsamen Einwand; nämlich während der Entladung und auch noch eine kurze, aber gegen die Dauer der Entladung selbst immer ziemlich lange Zeit nach der Entladung die innere sowohl wie die äußere Belegung mit der Erde in leitender Verbindung ist, so muß durch Influenz der im Isolator haftenden Elektrizität auf den beiden Belegungen Elektrizität erregt werden, wovon diejenige erster Art auf jeder Belegung festgehalten wird. Nehmen wir an, die Batterie sei positiv geladen gewesen, so ist im Isolator der innern Belegung zunächst positive Elektrizität, der äußern zunächst negative. Auf der innern Belegung würde also nach der Entladung negative Elektrizität vorhanden sein müssen, auf der äußeren positive. Wenn nun, meint Kohlrausch, die Elektrizitäten aus dem Glase wieder hervortreten, dann müßte die anfänglich hervortretende durch die auf der Belegung vorhandene entgegengesetzte Elektrizität neutralisiert werden; der wieder auftretende Rückstand könne deshalb nur gleich sein der Differenz zwischen dem gebildeten Rückstande und dieser Influenzelektrizität. Nun liegt aber die Erfahrung, daß der auftretende Rückstand um so viel größer ist, je länger die Batterie geladen war, und daß er auch nach der Differenz zwischen der ursprünglich der Batterie

1) Faraday, Experimental researches XI. series. Poggendorff.

und der disponibeln Ladung sei, je rascher nach der Entladung die Rückstände untersucht seien, je geringer also der Elektricitätsverlust durch Zerstreuung in die Luft sei.

Kohlrausch erklärte deshalb die Rückstandsbildung durch die allmählich anwachsende Influenz auf die Isolatoren, für welche er eine der Faradayschen ähnliche Konstitution annahm. Seine Ansicht ist im wesentlichen folgende. Durch die Elektricitäten der Belegungen werden die Moleküle des Isolators in einen polaren Zustand versetzt, oder vielmehr ist es wahrscheinlich, daß die Moleküle des Isolators sich von vornherein in einem solchen polaren Zustande befinden, so zwar, daß in den Molekülen die beiden Elektricitäten schon getrennt sind, ähnlich wie in den magnetischen Substanzen die Moleküle von vornherein magnetisch sind. Wie nun in einer magnetischen Substanz durch Einwirkung eines Magneten die Moleküle gerichtet werden, so in dem Isolator die elektrischen Moleküle infolge der auf den Belegungen vorhandenen Elektricitäten. Wie dann ferner an einem Magnete in folgedessen ein Nord- und Südende auftritt, muß auch der Isolator an der der inneren Belegung zugewandten Seite entgegengesetzt elektrisch werden, als an der der äußeren Belegung zugewandten Seite, und zwar muß, wenn die Batterie positiv geladen war, die innere Seite des Isolators negativ, die äußere positiv, also entgegengesetzt wie die Belegungen selbst oder ihre Oberflächen elektrisch werden. Diese Elektricitäten der Isolatoren wirken influenzierend auf die Belegungen; die von ihnen erregte Influenzelektricität zweiter Art vermindert die Dichtigkeit auf den mit der inneren Belegung verbundenen Leitern, und die Influenzelektricität der ersten Art, oder ein Teil der ursprünglichen Ladung wird an der Entladung verhindert und auf den Belegungen festgehalten. Wenn durch die Entladung die Belegungen unelektrisch geworden sind, so hört auch die Richtung der Moleküle in dem Isolator auf, ebenso wie der Magnetismus des weichen Eisens aufhört, wenn die Wirkung des Magneten aufhört. Deshalb hört auch die Influenzwirkung des Isolators auf, und die Elektricität verbreitet sich nach den gewöhnlichen Gesetzen der elektrischen Verteilung auf den Belegungen, so daß eine neue Entladung stattfinden kann.

Um es schließlic zu erklären, daß die Bildung des Rückstandes sowohl, als das Wiederauftreten nur allmählich geschieht, nimmt Kohlrausch an, daß in den Isolatoren der Drehung der Moleküle ein gewisser Widerstand entgegenstehe, so daß sie in beiden Fällen nur ganz allmählich erfolge.

Auch Clausius<sup>1)</sup> schließt sich der Theorie von Kohlrausch an, indem er gegen die ältere Theorie des Eindringens noch bemerkt, daß man gar nicht absehen könne, wie nach dieser eine neue Ladung nach der ersten Entladung aus den eingedrungenen Elektricitäten sich entwickeln könne, indem die eingedrungenen Elektricitäten sich gegenseitig anziehen, demnach eine Rückkehr auf die Belegungen nur in dem Maße stattfinden könne, als die eingedrungenen von den durch sie auf den Belegungen influenzierten zurückgezogen werden. Die so zurückkehrenden Mengen

1) *Clausius*, Abhandl. zur mechan. Wärmetheorie II, S. 135 ff. Poggend. Ann. Bd. CXXXIX.

wen aber nur dazu dienen, die influenzierten Elektricitäten zu neutralisieren, während die nicht zurückkehrenden Elektricitäten sich im Innern des Glases ausgleichen. Die Bildung des Rückstandes sei demnach durch die eingedrungene Elektricität nicht zu erklären, sondern das Eindringen bewirke die Ladung, wie der Verlust durch Zerstreuung.

Indem Clausius diese Theorie dann mathematisch formuliert, gelangt zu einem Ausdrucke für die Rückstandsbildung, das heißt für die Abnahme des Potentials auf der innern Belegung, welcher direkt das von Clausius abgeleitete Gesetz liefert, daß die Abnahme der Potentialfunktion auf der innern Belegung dem anfänglichen Werte derselben proportional sein muß. Ist nämlich, unter Voraussetzung, daß die äußere Belegung abgeleitet ist,  $V$  die Potentialfunktion der auf den Belegungen vorhandenen Elektricität auf der innern Belegung und  $U$  die Potentialfunktion der in dem Isolator influenzierten Elektricität auf der innern Belegung, so ist nach erfolgter Rückstandsbildung die Potentialfunktion auf der innern Belegung

$$V + U = (1 - a) V,$$

worin  $a$  eine von der Natur des Isolators abhängige Konstante ist. Diese Gleichung von Clausius gilt indes nicht nur unter der Voraussetzung, daß die Influenz in einer Polarisation der Moleküle besteht, sondern ganz allgemein, wenn man nur annimmt, daß die Influenz auf den Isolator die Ursache der Rückstandsbildung sei.

Es läßt sich das leicht nachweisen. Ist  $V$  die Potentialfunktion auf der innern Belegung, und  $Q$  die auf ihr vorhandene Elektricität, so ist

$$Q = K \cdot V,$$

wenn  $K$  die Kapazität des Ansammlungsapparates ist. Es ist somit

$$V = \frac{Q}{K}.$$

Für einen Ansammlungsapparat mit starrem den ganzen Zwischenraum erfüllenden Isolator fanden wir, daß die Kapazität  $K$  wird  $K_1$ , worin

$$K_1 = \frac{K}{1 - \alpha}$$

und  $\alpha$  die durch die dem Potentialwerte eins entsprechende auf der innern Belegung vorhandene Elektricitätsmenge in dem Isolator bewirkte Influenz war. Bezeichnen wir bei dem letztern Ansammlungsapparat das durch die der innern Belegung zugeführte Elektricitätsmenge  $Q$  auf dieser Belegung vorhandene Potential mit  $V + U$ , so wird

$$V + U = \frac{Q}{K} (1 - \alpha) = V (1 - \alpha).$$

Wir können ebenso mit  $K$  die Kapazität des Ansammlungsapparates mit starrem Isolator unter Berücksichtigung der momentanen Influenz des Isolators bezeichnen. Durch die im Isolator wachsende Influenz nimmt dann die Kapazität des Ansammlungsapparates

zu. Bezeichnen wir mit  $a$  die nach einer gewissen Zeit im Isolator statt gefundene Zunahme der Influenz in demselben Sinne, wie wir sie für die momentane mit  $\alpha$  bezeichnen, so wird jetzt

$$V + U = \frac{Q}{K} (1 - a) = V (1 - a)$$

ganz in der Weise wie bei der Berechnung von Clausius.

Wird der Ansammlungsapparat entladen, so muß, da die innere Belegung dabei mit der Erde in leitende Verbindung kommt, die Potentialfunktion auf derselben gleich null werden. Würde alle Elektrizität abfließen, so würde die Potentialfunktion auf derselben gleich  $U$  werden, es muß deshalb eine solche Menge Elektrizität auf derselben bleiben, daß deren Potentialfunktion  $R$  sich aus der Gleichung ergibt

$$R + U = 0, \quad R = aV,$$

es muß also die Rückstandsladung mit der ursprünglichen von gleichem Vorzeichen und der ursprünglichen Ladung proportional sein.

Nach stattgehabter Entladung ist die Ursache, welche die Influenz-  
elektricitäten im Isolator getrennt erhalten hat, verschwunden, sie müssen somit allmählich sich vereinigen und damit muß die Potentialfunktion der im Isolator vorhandenen Elektrizität kleiner werden, damit wird

$$R + U > 0,$$

und es tritt wiederum die Ladung der Batterie hervor. Da indes, sobald die Potentialfunktion auf der Belegung von null verschieden ist, der Wert derselben im Isolator nicht konstant ist, so kann der Wert von  $U$  nicht gleich null werden; es kann deshalb die Potentialfunktion der Ladung auf der innern Belegung nicht gleich  $R$  werden, oder es kann bei einer zweiten Entladung nicht der ganze Rückstand verschwinden, sondern nur ein Teil derselben. Nach der zweiten Entladung ist deshalb noch eine dritte möglich u. s. f.

Aus der Annahme, daß die allmählich anwachsende Influenz im Isolator die Ursache der Rückstandsbildung ist, ergeben sich somit die Erscheinungen im wesentlichen den Versuchen von Kohlrausch entsprechend, nur in einem Punkte weichen die Folgerungen der Theorie von den Angaben von Kohlrausch ab. Nach Kohlrausch soll die in gleichen Zeiten stattfindende Rückstandsbildung abhängig sein von der Dicke des Isolators, das heißt also der gleichen Zeiten nach der Ladung entsprechende Wert von  $a$  soll von der Dicke des Isolators abhängig sein, er soll mit zunehmender Dicke wachsen, während die Theorie von Kohlrausch und Clausius  $a$  als unabhängig von der Dicke erscheinen lassen.

Bezold hat dies als Einwand gegen diese Theorie hervorgehoben<sup>1)</sup> und noch besonders darauf aufmerksam gemacht, daß sich aus der Theorie des Potentials ergebe, daß die Influenzwirkung der auf den Belegen befindlichen Elektrizität im Isolator in der That von der Dicke desselben unabhängig sein müsse. Bezold schließt sich deshalb wieder der älteren

1) von Bezold, Poggend. Ann. Bd CXIV. CXXV, CXXXVII.



theorie an, und versucht den Nachweis zu liefern, daß die von Kohlrausch und Clausius in der älteren Theorie gefundenen Schwierigkeiten der That nicht existieren, indem er zeigt, daß die nach der älteren Theorie in den Isolator eingedrungenen Elektricitäten auf die Belegungen eine geringe Influenzwirkung ausüben, und weiter, daß an der Grenze des Isolators in der That Kräfte vorhanden seien, welche die eingedrungenen Elektricitäten wieder auf die Belegungen zurückkehren lassen.

Ich habe deshalb später durch einen direkten Versuch zwischen den beiden Theorien zu entscheiden versucht<sup>1)</sup>, indem ich auf den schon von Kohlrausch bemerkten Umstand zurückging, daß unmittelbar nach der Entladung der Rückstand nach der Theorie des Eindringens dem Vorzeichen der ursprünglichen Ladung entgegengesetzt sein muß, während nach der Theorie, daß die Ursache der Rückstandsbildung in der Influenz des Isolators liegt, der Rückstand mit der ursprünglichen Ladung das gleiche Vorzeichen haben muß. Man hat deshalb nur das Vorzeichen des Rückstandes im Momente der Entladung zu bestimmen. Es ist das sehr leicht, indem man einen Kondensator anwendet, welcher gestattet, beliebig die Belegungen von dem Isolator zu trennen. Entfernt man die Kollektorplatte im Momente der Entladung von dem Isolator, so läßt sich direkt das Vorzeichen der auf ihr befindlichen Elektricität bestimmen.

Ich habe den Versuch mit dem bereits §. 50 Fig. 72 beschriebenen Apparate ausgeführt. Auf den Rand des Gefäßes *G* wurde eine durch einen feinen Draht mit der Erde ableitend verbundene Metallplatte gelegt, auf diese eine gefirniste Glasscheibe, und auf diese wurde die Platte *P* Fig. 72 bis zur Berührung herabgelassen, welche, wie §. 50 erwähnt wurde, durch einen feinen Draht mit dem Sinuselektrometer verbunden war. Die Platte wurde, und zwar stets positiv, geladen und indem man den Wert des Potentials auf derselben am Sinuselektrometer verfolgte, eine längere oder kürzere Zeit liegen gelassen. Dann wurde der Apparat entladen und sofort die Platte *P* emporgezogen. Der auf ihr vorhandene Rückstand gab sich sofort dadurch zu erkennen, daß die Nadel des Sinuselektrometers wieder je nach der Stärke des Rückstandes mehr oder weniger abgelenkt wurde. Zur Erkennung der Natur des Rückstandes, ob positiv ob negativ, hatte man dann der Platte *P* nur ein geriebenes Porcellanrohr, welches durch das Reiben mit Amalgam stets positiv elektrisch wurde, zu nähern. War der Rückstand positiv, so mußte die Ablenkung der Nadel im Sinuselektrometer wachsen, war er negativ, so mußte die Ablenkung kleiner werden.

Der Versuch entschied stets für die Theorie, nach welcher der Rückstand Folge der Influenz im Isolator ist, denn der Rückstand hatte stets das positive Vorzeichen.

Ich theile im Folgenden einige Beobachtungsreihen mit, welche den Gang der Rückstandsbildung zeigen; es sind die von Minute zu Minute beobachteten Werte der Potentialfunktion der geladenen Platte, bei Anwendung verschiedener, stets mit Firnis überzogener Glasplatten, die von Kohlrausch sogenannten disponibeln Ladungen.

1) *Waller, Poggend. Ann. Bd. CLIII.*

Zeit nach der Ladung Minuten	Werte der Potentialfunktion.				
	Spiegelglasplatte 8 mm dick	desgl. 6 mm dick	desgl. 4 mm dick	Fensterglas 2,4 mm dick	
1	1,424	1,394	1,380	1,370	1,250
2	1,164	1,147	1,143	1,137	1,075
3	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
4	0,9020	0,8912	0,8972	0,8950	0,9478
5	0,8092	0,8113	0,8238	0,8174	0,9130
6	0,7302	0,7461	0,7601	0,7552	0,8820
8	0,6284	0,6503	0,6726	0,6659	0,8400
12	0,8497	0,5175	0,5642	0,5331	0,7854
16	0,4131	0,4292	0,4983	0,4503	0,7363

Die Zahlen zeigen, daß ein Einfluß der Dicke, wie ihn Kohlrausch annahm, sich mit Sicherheit nicht erkennen läßt, denn für die Spiegelgläser ist der Gang der Potentialwerte nur wenig verschieden, für das Spiegelglas mittlerer Dicke ist die Abnahme die geringste; ganz anders ist es allerdings für die dünnste Platte, für die Fensterglasplatte. Man wird indes den Unterschied eher der Verschiedenheit des Materials als der Dicke zuschreiben. Auf Verschiedenheit des Materials und zum Teil auch Verschiedenheit des Elektrizitätsverlustes durch Ableitung ist nach meiner Ansicht der von Kohlrausch und von v. Bezold beobachtete verschiedene Gang der Potentialfunktion bei verschiedenen dicken Gläsern zurückzuführen.

Wurden die Spiegelgläser unterhalb der Platte *P* von Firnis entblößt, so daß die Platte direkt auf dem Glase auflag, so trat allerdings auch ein merkliches Eindringen der Elektrizität in das Glas ein, und es zeigten sich unter Umständen gleich nach der Entladung negative Rückstände. Wenn man indes dann die Platte nach der Entladung längere Zeit liegen ließ, so wurde der Rückstand niemals positiv, sondern er blieb negativ und immer sehr schwach. Es kann deshalb auch durch Eindringen der Elektrizität eine Rückstandsbildung eintreten, aber auch dann ist der Rückstand Folge der Influenz auf die Belegungen, ein Wiederhervortreten der eingedrungenen Elektrizitäten ist, entsprechend der Bemerkung von Clausius, niemals wahrzunehmen. Wendet man demnach Batterien mit Gläsern an, in welche die Elektrizität eindringt, so ist dieses Eindringen ein Verlust der Ladung, gleich dem Verluste durch Zerstreuung.

Giese hat gegen die hier vorgetragene Theorie des Rückstandes, welche denselben lediglich auf die mit der Zeit wachsende Influenz im Dielektricum zurückführt, den Einwand erhoben<sup>1)</sup>, daß nach meinen eigenen Versuchen diese Erklärung nicht zulässig sei, da der Gang der Potentialfunktion bei der Rückstandsbildung ein ganz anderer sei, als der von mir bei der Influenz der Isolatoren beobachtete. Ich hätte den Gang der Influenz in den Isolatoren dargestellt durch eine Gleichung von der Form

$$\varepsilon - a = (\varepsilon - a_0) b^{-t},$$

1) Giese, Wiedem. Ann. Bd. IX.

aus den Untersuchungen von Kohlrausch, welche durch Gieses bestätigt werden, sich ergebe, daß der Gang der Potentialfunktion bei der Rückstandsbildung ein anderer sei. Die Kurve der Potentialfunktion, welche deren Abhängigkeit von der Zeit darstelle, falle anfangs steiler ab, als daß dieselbe durch eine geometrische Reihe dargestellt werden könne.

Der Einwurf Gieses ist gegenüber der Deutung, die ich früher meinen gegeben habe, ganz richtig, nicht aber gegenüber den Versuchen. Ich habe schon in meiner Abhandlung über die Influenz in festen Körpern<sup>1)</sup> hervorgehoben, daß obige Gleichung die Werte  $1 - a$  oder nur etwa von der dritten Minute an darstellt, nicht für die ersten Minuten, wie das auch die im §. 50 mitgetheilten Tabellen zeigen. Ich habe schon §. 50 mitgeteilt, daß ich diesen Umstand früher darauf hingeführt hatte, daß von den die leitende Platte meines Apparates umgebenen Glasstäbchen Elektrizität, welche bei der Ladung der Platte auf die Stäbchen begeben hätte, auf die Platte zurückgekehrt sei, so daß in den ersten Minuten die beobachtete Potentialfunktion zu groß sein sei. Ich habe indes auch schon §. 50 darauf hingewiesen, daß die Deutung meiner Versuche nach den Ergebnissen der Beobachtungen die Influenz in Flüssigkeiten nicht mehr zulässig sei, daß in den ersten Minuten angenommen werden muß, der Gang der Influenz in den Isolatoren sei ganz anders als später, es bestehe neben der Leitung durch den Isolator auch eine wahre dielektrische Nachwirkung, durch welche die Steilheit der Potentialfunktion in den ersten Minuten erheblich rascher als später. Wir sahen, daß sich die Werte  $1 - a$  oder  $\epsilon - a$  auch in den ersten Minuten ganz vortrefflich durch Gleichungen von der Form

$$\epsilon - a = Ab^{-t} + Cd^{-t}$$

beschreiben lassen, worin  $d$ , das die Schnelligkeit der dielektrischen Nachwirkung misst, stets einen recht großen Wert hat.

Kohlrausch giebt in seiner Abhandlung den Gang der Potentialfunktion wie er mit dem Sinuselektrometer bei der Rückstandsbildung beobachtet wurde, für drei Ladungsapparate an, für zwei Leydener Flaschen und eine Franklinsche Platte. Die in den Tabellen von Kohlrausch angegebenen Werte der Potentialfunktion entsprechen allerdings nicht genau den Werten  $V(1 - a)$ , da die Ladungsapparate stets mit dem Elektrometer verbunden waren und deshalb bei Verminderung der Potentialfunktion Ladungsapparate Elektrizität aus dem Elektrometer auf die innere Bezugsfläche des Ladungsapparates hinüberfloß. Infolgedessen nimmt die Potentialfunktion etwas langsamer ab, als wenn der Ladungsapparat von dem Elektrometer getrennt wäre, bezw. die Kapazität des Elektrometers gegen das Ladungsapparates verschwindend klein wäre. Andererseits findet am Ladungsapparat auch ein geringer Verlust durch Zerstreuung statt, durch welchen die Potentialfunktion kleiner wird. Letztere giebt auch an, so daß man den Gang der Potentialfunktion bei konstanter Ladung berechnen könnte. Bei der nachstehenden Vergleichung des Ganges der Potentialfunktion, wie sie Kohlrausch beobachtet hat, mit

<sup>1)</sup> Wallner, Wiedem. Ann. Bd. I.

dem Gange der Influenz, nach meinen Beobachtungen, in Ebonit Petroleum habe ich indes die Werte der Kohlrausch'schen Tabelle auf konstante Ladung umgerechnet, sondern die Zahlen von Kohlrausch direkt genommen, indem ich annahm, daß die Vergrößerung der Potentialfunktion wegen der Kapazität des Elektrometers und die Verminderung derselben wegen der Zerstreuung sich ungefähr ausgleichen, so daß direkt beobachteten Zahlen dem wirklichen Gange der Potentialfunktion am nächsten kommen.

In folgender Tabelle sind unter *K* die von Kohlrausch in seiner Tabelle *b* gegebenen Potentialfunktionen bezogen auf diejenige der ersten Minute als eins, welche Kohlrausch als die disponibeln Ladungen benutzte, auf volle Minuten durch lineare Interpolation aus den benachbarten Werten berechnet, unter *E* die von mir bestimmten Werte von 1 für Ebonit, unter *P* die für Petroleum angegeben, ebenfalls bezogen auf den am Ende der ersten Minute beobachteten Wert von 1 —  $\alpha$  als Einheit. Für die Zeit  $t = 0$  sind die Werte aus den im §. 50 mitgeteilten Formeln gesetzt:

Zeit	<i>K</i>	<i>E</i>	<i>P</i>
0'	1,185	1,073	1,184
1	1,000	1,000	1,000
2	951	958	889
3	918	928	815
4	893	906	765
5	872	—	—
6	853	869	702
8	821	823	652
12	771	778	586
16	731	765	533
20	697	726	—
24	666	675	—

Der gleichartige Verlauf der Reihen ist unverkennbar, die Reihen *E* und *P* geben in den ersten Minuten eine ebenso rasche Abnahme wie die Reihe *K*, für das Petroleum bleibt die Abnahme überhaupt stärker als in der Reihe von Kohlrausch, bei Ebonit dagegen ist die Abnahme eine etwas kleinere als bei der Leydener Flasche von Kohlrausch.

Jedenfalls ist der Gang der Rückstandsbildung ein derartiger mit jenem der Influenz übereinstimmender, daß man darin den experimentellen Beweis für die Richtigkeit der Auffassung der Rückstandsbildung als Folge der mit der Zeit wachsenden Influenz im Isolator erkennt. Annahme eines Eindringens der Elektrizität in den Isolator oder in einen andern bedarf es nicht. Die Isolatoren sind eben in elektrischer Beziehung als sehr komplizierte Medien aufzufassen.

Zu ganz dem gleichen Schlusse gelangt Maxwell<sup>1)</sup> in seiner Theorie des elektrischen Rückstandes, er findet, daß bei einem durchweg gleichartigen Dielektricum überhaupt keine Rückstandsbildung mit

1) Maxwell, A Treatise on Electricity Bd. I, Kap. X.

theorie an, und versucht den Nachweis zu liefern, daß die von Kohlrausch und Clausius in der älteren Theorie gefundenen Schwierigkeiten der That nicht existieren, indem er zeigt, daß die nach der älteren Theorie in den Isolator eingedrungenen Elektricitäten auf die Belegungen nur eine geringe Influenzwirkung ausüben, und weiter, daß an der Grenze des Isolators in der That Kräfte vorhanden seien, welche die eingedrungenen Elektricitäten wieder auf die Belegungen zurückkehren lassen.

Ich habe deshalb später durch einen direkten Versuch zwischen den beiden Theorien zu entscheiden versucht<sup>1)</sup>, indem ich auf den schon von Kohlrausch bemerkten Umstand zurückging, daß unmittelbar nach der Entladung der Rückstand nach der Theorie des Eindringens dem Vorzeichen nach der ursprünglichen Ladung entgegengesetzt sein muß, während nach der Theorie, daß die Ursache der Rückstandsbildung in der Influenz des Isolators liegt, der Rückstand mit der ursprünglichen Ladung das gleiche Vorzeichen haben muß. Man hat deshalb nur das Vorzeichen des Rückstandes im Momente der Entladung zu bestimmen. Es ist das sehr leicht, wenn man einen Kondensator anwendet, welcher gestattet, beliebig die Belegungen von dem Isolator zu trennen. Entfernt man die Kollektorstreife im Momente der Entladung von dem Isolator, so läßt sich direkt das Vorzeichen der auf ihr befindlichen Elektricität bestimmen.

Ich habe den Versuch mit dem bereits §. 50 Fig. 72 beschriebenen Apparate ausgeführt. Auf den Rand des Gefäßes *G* wurde eine durch einen feinen Draht mit der Erde ableitend verbundene Metallplatte gelegt, auf diese eine gefirniste Glasscheibe, und auf diese wurde die Platte *P* Fig. 72 bis zur Berührung herabgelassen, welche, wie §. 50 erwähnt wurde, durch einen feinen Draht mit dem Sinuselektrometer verbunden war. Die Platte wurde, und zwar stets positiv, geladen und indem man den Wert des Potentials auf derselben am Sinuselektrometer verfolgte, die längere oder kürzere Zeit liegen gelassen. Dann wurde der Apparat entladen und sofort die Platte *P* emporgezogen. Der auf ihr vorhandene Rückstand gab sich sofort dadurch zu erkennen, daß die Nadel des Sinuselektrometers wieder je nach der Stärke des Rückstandes mehr oder weniger abgelenkt wurde. Zur Erkennung der Natur des Rückstandes, ob positiv ob negativ, hatte man dann der Platte *P* nur ein geriebenes Glimmerrohr, welches durch das Reiben mit Amalgam stets positiv elektrisch wurde, zu nähern. War der Rückstand positiv, so mußte die Ablenkung der Nadel im Sinuselektrometer wachsen, war er negativ, so mußte die Ablenkung kleiner werden.

Der Versuch entschied stets für die Theorie, nach welcher der Rückstand Folge der Influenz im Isolator ist, denn der Rückstand hatte stets das positive Vorzeichen.

Ich theile im Folgenden einige Beobachtungsreihen mit, welche den Verlauf der Rückstandsbildung zeigen; es sind die von Minute zu Minute beobachteten Werte der Potentialfunktion der geladenen Platte, bei Anwendung verschiedener, stets mit Firnis überzogener Glasplatten, die von Kohlrausch sogenannten disponibeln Ladungen.

1) Wüllner, Poggend. Ann. Bd. CLIII.



des obern horizontalen Verbindungsstückes befinde sich ein wasserdicht schließender verschiebbarer Stempel, wenn alles im Gleichgewicht ist, also das Quecksilberniveau in den vier Schenkeln das gleiche ist. Nun werde der Stempel nach  $P_1$  verschoben. Da wir die Flüssigkeiten soweit als inkompressibel ansehen können, muß in der Röhre I das Niveau des Quecksilbers bis  $A$  sinken, so daß  $AN = PP_1$  ist, in II ebensoviel bis  $B$  steigen, in III ebensoviel bis  $C$  sinken und in IV wieder ebensoviel bis  $D$  steigen. Nennen wir die Strecke, um welche der Stempel  $P$  verschoben ist,  $h$ , so hat der Stempel auf der Seite gegen  $A$  einen Druck einer Quecksilbersäule zu tragen, deren Höhe  $4h$  ist, der Druck sucht ihn in die Gleichgewichtslage zurückzutreiben.

Stellt man sich unter Wasser positive, unter Quecksilber negative Elektrizität und unter den zu beiden Seiten des Stempels herrschenden Druckkräften eine elektromotorische Kraft vor, so stellt jene Anordnung den Zustand eines Dielektricum dar, das von einer elektromotorischen Kraft  $4h$  angegriffen ist; die Röhre  $D$  erhält einen Überschuß an negativer,  $A$  einen solchen an positiver Elektrizität. Die Differenz der Potentialfunktion auf der positiven Seite des Dielektricum gegen den Wert derselben auf der negativen Seite wird durch die Differenz des Druckes auf der  $A$  zugewandten Seite des Stempels gegen den auf der andern Seite des Stempels wirkenden Druck dargestellt.

Kann sich der Stempel frei bewegen, so geht er in seine frühere Lage zurück und die Verschiebung der Flüssigkeiten in den Röhren wird rückgängig. Der Vorgang entspricht der vollständigen Entladung, bei welcher die elektrische Verschiebung im Dielektricum ganz zurückkehrt.

Nun sei der Stempel wieder nach  $P_1$  geschoben, und während er dort festgehalten wird, werde der Hahn  $H$  geöffnet. Damit treten die Röhren  $A$  und  $D$ , sowie  $B$  und  $C$  direkt in Verbindung. In  $A$  und  $D$  bleibt auch dann das Quecksilberniveau ungeändert, in  $B$  und  $C$  gleicht es sich dagegen aus, bis es in beiden wieder im Niveau  $N$  ist. Die Druckdifferenz auf den Stempel sinkt bei ungeänderter Niveaudifferenz in  $A$  und  $D$  auf  $2h$ , also die Hälfte.

Dem geöffneten Hahn entspricht in dem Dielektricum die Existenz eines Bestandtheiles, welcher ein schwaches Leitungsvermögen besitzt, der aber nicht das ganze Dielektricum durchzieht, also keinen leitenden Kanal bildet.

Die Ladungen der entgegengesetzten Seiten des Dielektricum bleiben ungeändert, aber die Spannung, die Potentialdifferenz vermindert sich ganz so wie hier die Druckdifferenz abnimmt.

Wird der Hahn jetzt geschlossen und der Stempel losgelassen, so geht der Stempel nicht in die frühere Lage zurück nach  $P$ , sondern bleibt in der Mitte zwischen  $P$  und  $P_1$ , indem in  $D$  das Quecksilber um  $\frac{1}{2}h$  sinkt bis  $N_2$  und in  $C$  um ebensoviel bis  $N_2$  steigt, in  $B$  sinkt es wieder um  $\frac{1}{2}h$  und in  $A$  steigt es um  $\frac{1}{2}h$  bis  $N_1$ . In den Schenkeln der einzelnen  $U$  steht also das Quecksilber gleich hoch, in den verschiedenen  $U$  aber verschieden. Es entspricht das der teilweisen Entladung nach der Rückstandsbildung, welche den normalen Zustand noch nicht hergestellt, sondern hier erst die halbe Elektrizität entladen hat. Wird der Hahn  $H$  wieder geöffnet, so gleicht sich der Quecksilberstand in  $B$  und  $C$  wieder

und man erhält am Stempel wieder eine Druckdifferenz  $h$ ; durch die Ladung werden die in  $B$  und  $C$  entstandenen entgegengesetzten Verschiebungen wieder ausgeglichen, der wieder auftretenden Druckdifferenz  $h$  entspricht die Rückstandsladung. Würde jetzt der Hahn wieder geschlossen und der Stempel frei gelassen, so geht er, entsprechend der Entladung des Rückstandes, zurück, aber wieder nicht bis  $P$ , weil in  $B$  und  $C$  wieder wie vorher eine der ursprünglichen entgegengesetzte Verschiebung entsteht u. s. f. Durch öfteres Wiederholen des Vorganges tritt allmählich der frühere Zustand wieder ein. Was wir hier durch abwechselndes Schließen und Öffnen des Hahns bewerkstelligt haben, tritt natürlich ebenso ein, wenn wir uns an Stelle desselben eine stets offene enge Öffnung denken; die ursprüngliche Verschiebung, die ursprüngliche Ladung wird dadurch kaum geändert; setzen wir aber den Stempel in  $P$  fest, so tritt der Ausgleich allmählich ein, es entspricht das der mit der Zeit wachsenden Abnahme der Potentialfunktion, dem wachsenden Rückstande.

Man sieht, die Vorstellungen Maxwells sind den unseren gerade entgegengesetzt, doch gelangt er zu demselben Resultat. Wir nehmen eine mit der Zeit wachsende Elektrisierung der Oberfläche des Isolators infolge der Influenz und der im Dielektricum vorhandenen Leitung an. Von der Oberfläche des Dielektricums kann die Elektrizität nicht auf die Leiter übergehen, da letztere den Isolator nur in einigen Punkten berühren; die durch die Influenz in der Nähe der positiven Belegung vorhandene negative Elektrizität vermindert nur durch ihre Anziehung den Wert der Potentialfunktion und hält bei der Entladung einen Teil der Ladung fest. Nach Maxwell ist die Abnahme der Potentialfunktion eine wirkliche Abnahme der Spannung im Dielektricum, die Entladung bringt eine der ursprünglichen entgegengesetzte Verschiebung im Innern des Dielektricums hervor, deshalb kann sie nicht vollständig stattfinden. Die Ausgleichung dieser entgegengesetzten Verschiebung liefert die neue, dem wieder aufgetretenen Rückstande entsprechende Ladung.

#### §. 64.

**Wärmeerregung durch die elektrische Entladung.** Die Wirkungen des elektrischen Entladungsstromes haben wir in diesem Abschnitte nur kurz zu betrachten, da die folgenden Abschnitte uns die Wirkungen der elektrischen Entladung oder des elektrischen Stromes unter viel günstigeren Umständen kennen lehren werden. Wir werden dort die Mittel finden, einen konstanten Strom von beliebiger Dauer herzustellen, und können so die Wirkungen des Stromes viel bequemer und viel vollständiger kennen lernen. Hier haben wir nur die Wirkungen des Stromes zu betrachten, welche infolge seines raschen Verlaufes und der plötzlichen Ausgleichung großer Elektrizitätsmengen dem Entladungsstrom der Leydener Flasche eigentümlich sind. Aber auch von diesen werden wir einen Teil am besten später genauer betrachten, wenn wir die Wirkungen des konstanten Stromes kennen.

Die Wirkungen des elektrischen Entladungsstromes teilen wir in zwei Gruppen, in solche, welche in dem Schließungsbogen der Batterie sich zeigen, und in jene, welche ausserhalb desselben auftreten. Von ersteren

können wir noch eine Unterabtheilung absondern, nämlich jene Wirkungen, welche sich an der Unterbrechungsstelle eines Schließungsbogens zeigen.

Die im Schließungsbogen selbst sich zeigenden Wirkungen sind Wärmewirkungen, chemische, physiologische, mechanische und Lichtwirkungen; letztere zwei treten hauptsächlich an der Unterbrechungsstelle des Schließungsbogens auf. Die außerhalb des Schließungsbogens auftretenden Wirkungen sind magnetische und elektrische.

Wir betrachten zunächst die Wärmewirkungen des Entladungsstromes.

Dafs die elektrische Entladung mit Wärmeentwicklung verbunden ist, davon kann man sich leicht schon am Konduktor der Elektrisiermaschine überzeugen; läßt man nämlich einen Funken von dem Konduktor in einen mit Schwefeläther gefüllten Löffel überspringen, so wird der Äther sofort entzündet. Alkohol, Terpentinöl und andere ätherische Öle kann man ebenso entzünden, es gelingt am besten, wenn man dieselben vorher etwas erwärmt. Ebenso gelingt es leicht, Knallgas zu entzünden und ähnliche brennbare Gasgemische. Man wendet bei dem Versuche der Entzündung des Knallgases gewöhnlich die sogenannte elektrische Pistole an, einem an seinem einen Ende offenen Messingcylinder, in dessen Wand an einer Stelle ein Draht isoliert und luftdicht eingesetzt ist, welcher nahe bis an die gegenüberstehende Wand reicht. An seinem äußeren Ende trägt derselbe ein kleines Metallknöpfchen. Man füllt die Pistole, indem man die Mündung einige Zeit über einen Wasserstoffapparat hält. Schließt man sie dann mit einem Pfropfen und läßt einen Funken von dem Konduktor einer Maschine überspringen, so entzündet sich das gebildete Knallgas und der Pfropfen wird mit einem lauten Knalle ausgetrieben.

Die Zündung fester Körper gelingt mit dem Entladungsschlage der Batterie ziemlich leicht. Man bringt auf den Tisch des allgemeinen Ausladers einen mit fein gepulvertem Harz versehenen Baumwollbausch und läßt über oder durch denselben einen Funken springen, indem man die Kugeln des Ausladers so weit einander nähert, dafs sie die Baumwolle eben oder kaum berühren. Der überspringende Funke entzündet das Harzpulver.

Man kann in dieser Weise auch Schiefspulver, Zunder, Phosphor entzünden, doch ist es dafür gut, wenn man in den Schließungsbogen einen feuchten Leiter einschaltet, da ohne diesen das Pulver zerstreut wird ohne zu zünden. Der feuchte Leiter verzögert den Entladungsstrom oder giebt ihm eine längere Dauer, so dafs man sieht, dafs zur Entzündung des Pulvers eine gewisse Zeit erforderlich ist.

Um die Gesetze der Wärmeentwicklung durch den Entladungsschlag, also die Abhängigkeit von der Elektrizitätsmenge, welche entladen wird, und deren Dichtigkeit ferner von der Beschaffenheit des Schließungsbogens zu bestimmen, wandte Riess<sup>1)</sup> das elektrische Luftthermometer an. Die Form, welche Riess demselben gab, zeigt Fig. 97.

Eine Glaskugel von 8—10 cm Durchmesser, deren Rauminhalt genau bestimmt ist, ist an eine möglichst cylindrische Glasröhre von 450 mm Länge und von kleiner lichter Weite, deren Querschnitt vorher bestimmt ist, angesetzt. An das Ende der Glasröhre ist, zur Axe derselben senk-

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XL. Reibungselektricität. Bd. I, §. 410 ff.



ist, ein kleines Glasgefäß von circa 12 mm Weite und 4,5 cm Länge ersetzt. Dasselbe dient dazu, die Flüssigkeit aufzunehmen, welche die Kugel und Röhre enthaltene Luft absperrn soll. Die Röhre ist einem getheilten Metallstreifen und mit diesem auf einem Brette befestigt, welches in einer Scharniere drehbar ist, und mittels des Gradzeigers und der Klemmschraube *k* gegen die Horizontale verschieden geneigt werden kann. Die Kugel ruht auf dem kleinen Ringe *r*.

Fig. 97.

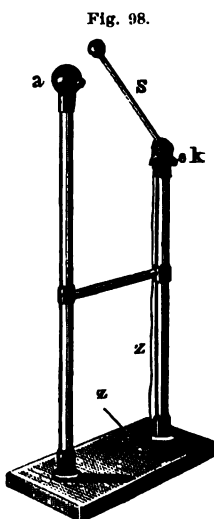


Die Kugel hat drei Öffnungen, welche mit aufgekitteten Metallröhren versehen sind. Die eine derselben *c* ist für gewöhnlich mit einem eingeschliffenen Metallstöpsel luftdicht verschlossen; sie dient zur Regulierung der Luftdichtigkeit in der Kugel und somit der Stellung der Flüssigkeit in der engen Röhre. Die beiden anderen Öffnungen liegen in einem horizontalen Durchmesser der Kugel sich diametral gegenüber, sind durch aufgeschraubte Köpfe und Liederung luftdicht verschlossen; zwischen denselben ist quer durch die Kugel ein meist spiralförmiger Metalldraht ausgespannt, welcher mit den Metallfassungen in metallischer Verbindung ist. Von den Metallfassungen gehen kurze Drähte zu den auf der Fußbrette stehenden Klemmschrauben *ss*, in welche, um den Apparat in den Stromkreis einzuschalten, die Enden des Schließungsbogens eingeklemmt werden.

Um den Schließungsbogen beliebig ändern zu können, ist in denselben der allgemeine Auslöser eingeschaltet, zwischen dessen Armen beliebige Drähte oder feuchte Leiter eingeschaltet werden können.

Damit der Stromkreis immer in derselben Weise geschlossen wird,

und die Entladung immer vollständig stattfindet, ist neben der B ferner der Entladungsapparat Fig. 98 eingeschaltet<sup>1)</sup>. Auf einer gef Glasstütze ist eine Metallkugel *a* aufgesetzt, welche mit der inner legung der Batterie fest verbunden ist. Dieser Glassäule gegenübe eine zweite, welche oben ein Kugelgelenk tr welchem der Messingstab *s* drehbar ist. Der M stab trägt eine Kugel. In der in der Figur g neten Stellung wird derselbe durch einen S getragen, welchen eine Feder in die Höhe Der Schieber kann durch die Schnur *z*, welc eine auf dem Fußbrette des Apparates befestigt geht, niedergezogen werden. Der Messingsta dann durch das Gewicht der Kugel hinabge auf die Kugel *a*; die Batterie wird so in der f weite entladen, und bleiben die Kugeln i rührung, so wird auch der Rückstand entlade die Klemmschraube *k* wird die Fortsetzung Schließungsbogens eingeschaltet.



Die Anordnung des Schließungsbogens l Versuchen von Riess über die Wärmeentwic war im wesentlichen folgende. Die innere Be der Batterie war mit dem Entladungsapparat, mit dem allgemeinen Auslader und dieser n einen Klemmschraube des Luftthermometers v den. Von der anderen Klemmschraube des Luft

mers ging ein Draht auf einigen Umwegen, welche den Zweck bequeme die Maßflasche einschalten zu können, zur äußeren Belegu Batterie. Bei der Entladung war der Schließungsbogen außerdem die Gasröhren des Hauses mit dem Erdboden in leitender Verbindu daß in der Batterie kein Rückstand bleiben konnte.

Wird auf diese Weise durch den Draht des Luftthermomete Entladungsstrom geführt, so wird zunächst der Draht erwärmt. Die desselben dient zu einer Temperaturerhöhung der in der Kuge geschlossenen Luft, und infolge dieser zeigt sich eine Depressi Flüssigkeitssäule in der mit der Kugel verbundenen Röhre. Um a Beobachtung dieser Depression auf die Wärmewirkung des Entla schlages schließen zu können, müssen wir zunächst untersuch welcher Beziehung die Erwärmung des Drahtes zu der beobachtet pressure steht.

Nehmen wir zur Untersuchung dieser Beziehung an, alle Tei Thermometers hätten dieselbe Temperatur  $t^0$ , etwa  $15^0$ , und der der Luft sei innen und außen gleich 760 mm. Der Barometersta während des Versuches konstant. Nun sei durch den Entladungs die Temperatur des Drahtes gleich  $T$  geworden und die Temperat Luft in der Kugel durch die vom Drahte abgegebene Wärme auf stiegen. Infolge dieser Temperaturerhöhung sei die Flüssigkeitssä der Röhre um  $\phi$  mm zurückgedrängt; der Neigungswinkel der Röhre

1) Riess, Poggend. Ann. Bd. XLIII. Reibungselektricität. Bd. I, §. 4



die Horizontale sei  $\varphi$ . Wir werden annehmen dürfen, daß das Niveau der Flüssigkeit in dem kleinen, mit der Röhre in Verbindung stehenden Gefäße ungeändert geblieben ist. Der Kubikinhalt der Kugel sei  $K$ , der Querschnitt der Röhre gleich  $q$ .

Sei der Druck der Luft durch die Temperaturerhöhung auf  $t'$  gleich  $b'$  geworden, so ist nach dem Gay-Lussacschen Gesetze bei konstantem Volumen der abgesperrten Luft:

$$b : b' = 1 + \alpha t : 1 + \alpha t' \dots (a).$$

Wäre durch die Depression der Flüssigkeit in der engen Röhre das Volumen der abgesperrten Luft nicht geändert, so gäbe die Beobachtung der Depression sofort  $b'$ ; in Folge der stattfindenden Ausdehnung durch das Zurückweichen der Flüssigkeit in der Röhre sinkt aber die Spannung der Luft auf  $b''$ , und diese ist es, welche wir beobachten. Nach dem Mariotteschen Gesetze erhalten wir aber

$$b' : b'' = K + \vartheta q : K,$$

oder wenn wir das Volumen der Kugel  $K = kq$  setzen, so wird

$$b' : b'' = k + \vartheta : k$$

$$b' = b'' \left( 1 + \frac{\vartheta}{k} \right).$$

Der beobachtete Druck der inneren Luft ist gleich  $b$  plus der auf Quecksilberdruck reduzierten Niveaudifferenz der Sperrflüssigkeit in der engen Röhre und im Gefäße. Diese ist, da vor der Depression der Flüssigkeitsstand in beiden gleich hoch war, und da wir annehmen dürfen, daß das Flüssigkeitsniveau in dem Gefäße sich nicht geändert hat,  $\vartheta \sin \varphi$ . Ist  $\delta$  die Dichtigkeit des Quecksilbers in Bezug auf die Sperrflüssigkeit, so ist

$$b'' = b + \frac{\vartheta \sin \varphi}{\delta},$$

und somit

$$b' = \left( b + \frac{\vartheta \sin \varphi}{\delta} \right) \left( 1 + \frac{\vartheta}{k} \right).$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung (a), so erhalten wir zur Berechnung von  $t'$  die Gleichung

$$b : \left( b + \frac{\vartheta \sin \varphi}{\delta} \right) \left( 1 + \frac{\vartheta}{k} \right) = 1 + \alpha t : 1 + \alpha t'.$$

Man erhält daraus leicht

$$kb \frac{\alpha(t' - t)}{1 + \alpha t} = \vartheta^2 \frac{\sin \varphi}{\delta} + \vartheta \left( b + k \frac{\sin \varphi}{\delta} \right).$$

Setzen wir nun  $\frac{\delta}{\sin \varphi} = c$ ,  $\frac{1}{\alpha} = a$ , multiplizieren mit  $c$  und lösen die Gleichung nach  $\vartheta$  auf, so wird

$$\vartheta = -\frac{1}{2}(bc + k) \pm \sqrt{\frac{t' - t}{a + t} kbc + \frac{1}{4}(bc + k)^2},$$

oder da das Vorzeichen vor der Wurzel, weil  $\vartheta$  einen positiven Wert hat, wenn  $t' > t$ , jedenfalls positiv sein muß,

$$\vartheta = -\frac{1}{2}(bc+k) + \frac{1}{2}(bc+k) \sqrt{\frac{t'-t}{a+t} \cdot 4 \frac{kbc}{(bc+k)^2} + 1}.$$

Entwickeln wir die Wurzel in eine Reihe und begnügen uns mit den beiden ersten Gliedern derselben, da die Reihe wegen der Gröfse von  $k$  sehr rasch konvergiert, so wird

$$\vartheta = (t' - t) \frac{kbc}{(bc+k)(a+t)},$$

und somit

$$t' - t = \vartheta \cdot \frac{(bc+k)(a+t)}{kbc}.$$

Hiernach ist also die Temperaturerhöhung der Luft in der Kugel der beobachteten Depression des Flüssigkeitsfadens in der Röhre proportional, und zwar um so genauer, je gröfser der Kubikinhalte der Kugel im Verhältnis zum Querschnitt der Röhre ist. Ganz dasselbe gilt für die Temperaturerhöhung des Drahtes  $T - t$ ; denn ist das Gewicht des Drahtes gleich  $p$ , das Gewicht der Luft in der Kugel gleich  $p'$ , und sind die specifischen Wärmen des Drahtes und der Luft gleich  $s$  und  $s'$ , so besteht zwischen  $T - t'$  und  $t' - t$  bekanntlich die Gleichung

$$(T - t') \cdot ps = (t' - t) \cdot p's',$$

und daraus folgt

$$T - t = (t' - t) \frac{ps + p's'}{ps},$$

somit

$$T - t = \vartheta \frac{(bc+k)(a+t)}{kbc} \cdot \frac{ps + p's'}{ps},$$

oder wenn wir den Koeffizienten von  $\vartheta$  mit  $A$  bezeichnen,

$$T - t = A \cdot \vartheta,$$

so dafs also die Temperaturerhöhung des Drahtes der beobachteten Depression proportional ist.

Um die im Drahte entwickelte Wärmemenge zu erhalten, hat man die gefundene Temperaturerhöhung nur mit  $ps$  zu multiplizieren.

Der Koeffizient  $A$  hängt aufser von den Konstanten des Instrumentes  $k, c, \delta, \sin \varphi$ , auch ab von der Temperatur der Luft und dem Barometerstande. Untersucht man aber die Veränderungen, welche  $A$  erhält, wenn  $t$  und  $b$  sich innerhalb der Grenzen ändern, innerhalb welcher die Temperatur der Luft und der Barometerstand sich zu ändern pflegen, so findet man diese Veränderungen so klein, dafs man ohne merklichen Fehler  $A$  als konstant setzen und alle mit demselben Thermometer erhaltenen Resultate als vergleichbar ansehen darf.

Um zunächst die Abhängigkeit der Erwärmung von der Menge der entladenen Elektrizität und der Gröfse der angewandten Batterie zu untersuchen, entlud Riess durch einen und denselben Schließungsbogen, der zugleich das Luftthermometer enthielt, nach einander verschiedene und zu verschiedener Stärke geladene Batterien. Die Stärke der Ladung wurde durch eine Maafsflasche gemessen, deren Kugeln 2,26 mm von einander

stärkt waren. Die Resultate einer grossen Zahl Versuche sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die oberste Horizontalreihe enthält die Anzahl  $s$  der Flaschen, welche zur Batterie zusammengestellt waren, die erste Vertikalreihe die denselben gegebene Elektrizitätsmenge, gemessen durch Entladungen der Maßflasche, die mit  $\vartheta$  überschriebenen Spalten enthalten die Depressionen des Luftthermometers, wenn die an der Spitze der Spalten stehende Flaschenzahl mit der in der gleichen Horizontalreihe stehenden Elektrizitätsmenge  $q$  geladen war.

Flaschenzahl = $s$	2	3	4	5	6					
Elektrizitätsmenge $q$	Depressionen $\vartheta$									
	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
2	1,5	1,8								
3	4,3	4,0	3	2,6	2,0	2,0	1,5	1,6		
4	6,7	7,0	4,5	4,7	3,2	3,5	3,0	2,8	2,6	2,3
5	9,3	11,0	7,0	7,3	5,2	5,5	4,5	4,4	3,8	3,7
6	13,4	15,8	9,7	10,6	7,3	7,9	6,5	6,3	5,5	5,3
7			15	14,4	11,0	10,8	8,8	8,6	7,3	7,2
8			17,5	18,8	14,1	14,1	11,3	11,3	9,3	9,4
9					17,8	17,8	14,3	14,3	11,7	11,9
10							16,7	17,6	14,3	14,7

Vergleichen wir zunächst die in den einzelnen Vertikalreihen stehenden Zahlen, so folgt, daß unter sonst gleichen Umständen die Depression  $\vartheta$  und somit die Temperaturerhöhung des Drahtes zunimmt und zwar dem Quadrate der Elektrizitätsmenge proportional, denn es ist z. B.

$$\frac{6,7}{1,5} = 4,4; \quad \frac{13,4}{4,3} = 3,35; \quad \frac{17,5}{4,5} = 3,9; \quad \frac{14,1}{3,2} = 4,4.$$

Eine Vergleichung der in derselben Horizontalreihe stehenden Werte von  $\vartheta$  zeigt, daß bei Entladung derselben Elektrizitätsmenge die Depressionen der Zahl der Flaschen oder der GröÙe der Batterieoberfläche umgekehrt proportional sind.

Bezeichnet demnach  $a$  die Depression des Thermometers, wenn die Elektrizitätsmenge 1 von einer Flasche durch den Schließungsbogen entladen wird, so ist allgemein

$$\vartheta = a \frac{q^2}{s} = a q \frac{q}{s}.$$

Die Konstante  $a$  ergibt sich bei obigen Versuchen gleich 0,88, mit dieser sind aus jener Formel die als berechnet angegebenen Werte von  $\vartheta$  gefunden worden, welche die Übereinstimmung dieser Formel mit den Versuchen beweisen.

Es ist somit die Temperaturerhöhung eines Metalldrahtes in einem Schließungsbogen dem Quadrate der in der Batterie enthaltenen Elektrizitätsmenge direkt, der Oberfläche der Batterie umgekehrt proportional. Wir bezeichnen wir den Quotienten  $\frac{q}{s}$  als die Dichtigkeit der Elektrizität

in der Batterie, so ergibt sich die Erwärmung dem Produkte aus der Elektrizitätsmenge in die Dichtigkeit derselben proportional.

Nachdem Riess auf diese Weise die Abhängigkeit der Erwärmung von der Menge und Dichtigkeit der entladenen Elektrizität festgestellt hatte, untersuchte er den Einfluß, welchen Veränderungen in dem Schließungsbogen hervorbrachten. Schaltete er in denselben zwischen den Armen des allgemeinen Ausladers feuchte Leiter, befeuchtete Schnüre oder Wassersäulen ein, so wurde die Erwärmung ganz unmerklich; schaltete er Metalldrähte ein, so nahm die Erwärmung ab, wenn die Länge der Drähte zunahm; sie nahm bei gleicher Länge der eingeschalteten Drähte zu, wenn die Dicke der Drähte zunahm. Es wird überflüssig sein, die einzelnen Versuche von Riess, welche den obigen ganz analog waren, anzuführen; er erhielt bei denselben das Resultat, daß bei Einschaltung verschiedener Drähte von der Länge  $l$  und dem Radius  $r$  die Depression wurde

$$\vartheta = \frac{a}{1 + c \frac{l}{r^2}} \cdot \frac{q^2}{s},$$

worin  $c$  eine von dem Stoffe des angewandten Drahtes abhängige Konstante ist.

Um dieser Formel eine physikalische Deutung zu geben, nimmt Riess an, daß die Erwärmung im Schließungsbogen von der Dauer der Entladung abhängig ist, und zwar, daß sie der Dauer derselben umgekehrt proportional sei. Gehen wir von der Dauer der Entladung durch den einfachen Schließungsbogen aus, so wird dieselbe um einen gewissen Wert verzögert werden, wenn man einen gewissen Draht einschaltet. Nennt man die Verzögerung der Entladung, welche ein bestimmter Draht zur Folge hat,  $z$ , so wird die Dauer der Entladung bei Einschaltung dieses Drahtes  $1 + z$ , und nach der Hypothese von Riess wird die Temperaturerhöhung, welche bei dem einfachen Schließungsbogen war

$$T = a \frac{q^2}{s},$$

nach Einschaltung des Drahtes

$$T' = \frac{a}{1 + z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Vergleichen wir diesen Ausdruck mit dem empirischen, so wird

$$z = c \cdot \frac{l}{r^2}.$$

Das in der Formel bei Einschaltung eines Drahtes von der Länge  $l$  und dem Radius  $r$  auftretende Glied bedeutet also die Verzögerung, welche der Strom durch Einschaltung des Drahtes erfährt. Die Konstante  $c$  giebt die Verzögerung eines Drahtes von der Länge  $l = 1$  und dem Radius  $r = 1$ . Bezeichnet man diesen Wert für irgend ein bestimmtes Metall mit  $c'$ , so kann man ihn für jedes andere setzen  $c' \cdot x$ , wodurch die Verzögerung durch irgend einen Draht wird

$$z = c' \cdot \frac{x l}{r^2}.$$

Riess setzt  $x$  für Platin gleich 1 und nennt die allein von der Natur des Metalles abhängige Konstante eines anderen Metalles, welche angiebt, welchem Verhältniss ein Draht desselben den Strom mehr verzögert als ein gleicher Platindraht, die Verzögerungskraft des Metalles.

Den Quotienten  $\frac{x l}{r^2}$  nennt Riess den Verzögerungswert eines bestimmten Metalldrahtes; er giebt an, in welchem Verhältnisse der Draht den Strom stärker verzögert als ein Platindraht, dessen Länge und Radius der Einheit gleich sind. Bezeichnen wir diesen mit  $Z$ , so wird der Ausdruck  $r$  die Temperaturerhöhung

$$T = \frac{a}{1 + c' Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Die im Bisherigen mitgetheilten Untersuchungen von Riess beziehen sich auf die Temperaturänderungen eines bestimmten, im Schliessungs-  
batterie eingeschalteten Drahtes und deren Abhängigkeit von der Menge und Dichtigkeit der entladenen Elektrizität und der sonstigen Beschaffenheit des Schliessungsbogens. Um vollständigen Aufschluss zu erhalten, welche Wärmemenge durch die Entladung erregt wird, erübrigt sich die Untersuchung der Wärmeentwicklung der verschiedenen Theile des Schliessungsbogens.

Zu dem Ende schaltete Riess in den einfachen Schliessungsbogen eine Anzahl verschiedener Drähte ein, welche dann nach und nach in das Luftthermometer eingezogen werden. Es wurde so zunächst neben dem Luftthermometer ein Draht desselben Metalles von verschiedener Länge, aber derselben Dicke, ferner Drähte von verschiedener Dicke, und Drähte anderer Metalle eingesetzt. Nun wurde zunächst die Temperaturerhöhung in dem Luftthermometer nach Einschaltung aller dieser Drähte untersucht. Bezeichnet jetzt  $Z$  den Verzögerungswert sämtlicher eingeschalteter Drähte, ist nach dem Vorigen

$$T = \frac{a}{1 + c' Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Wurden nun in das Luftthermometer die andern Drähte aus demselben Metall, aus welchem der Draht des Luftthermometers bestand, es war Platin, und von derselben Dicke eingeschaltet, so findet Riess die Temperaturerhöhung derselben ganz gleich, so dass also die Temperaturerhöhung an allen gleich beschaffenen Stellen eines und desselben Schliessungsbogens dieselbe ist.

Wurden dagegen Drähte desselben Metalles aber anderer Dicke in das Luftthermometer eingezogen, so wurde die Temperaturerhöhung eine andere, und zwar ergab sich, wenn man mit  $\varrho$  den Radius der Drähte bezeichnet, dass die Temperaturerhöhung der Drähte der vierten Potenz von  $\varrho$  umgekehrt proportional ist, oder dass

$$T = \frac{a}{\varrho^4} \cdot \frac{1}{1 + c' Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Unter sonst gleichen Umständen änderte sich die Temperaturerhöhung mit der Natur der Drähte, und zwar in der Art, dass wenn  $a'$  die Kon-



stante in obiger Formel für Platin bedeutet, man für jedes andere Metall setzen kann

$$a = a' y,$$

also

$$T = \frac{a' y}{c' e^4} \cdot \frac{1}{\frac{1}{c'} + Z} \cdot \frac{q^3}{c'} = A \frac{y}{e^4} \frac{1}{\frac{1}{c'} + Z},$$

wenn wir  $\frac{a'}{c'} = A$  setzen, und  $y$  eine nur von der Natur des angewandten Metalles abhängige Konstante ist. Riess nennt dieselbe das Erwärmungsvermögen der Metalle. Dieses Erwärmungsvermögen steht in einer sehr einfachen Beziehung zu der Verzögerungskraft, es ist nämlich, wenn  $\gamma''$  die Dichtigkeit des Metalles und  $k''$  seine spezifische Wärme, beide bezogen auf jene des Platins gleich 1, und  $x'$  die Verzögerungskraft des im Luftthermometer befindlichen Drahtes ist,

$$y = \frac{x'}{k'' \gamma''},$$

also das Erwärmungsvermögen der Verzögerungskraft des Metalles direkt, seiner Dichtigkeit und spezifischen Wärme umgekehrt proportional.

Hiernach kann man sofort die Temperaturerhöhung irgend einer Stelle des Schließungsbogens berechnen, wenn man für denselben die beiden Konstanten  $a'$  und  $c'$  durch den Versuch bestimmt hat. Die Konstante  $A$  bedeutet, wie man sieht, die Temperaturerhöhung eines Platindrahtes, dessen Radius  $\varrho = 1$  ist, wenn  $q = 1$ ,  $s = 1$  und zugleich  $\frac{1}{c'} + Z = 1$  ist. Die Konstante  $c'$  hängt von der Beschaffenheit des konstanten Theiles des Schließungsbogens ab, sie giebt in Bruchtheilen der Entladungsdauer durch den konstanten Teil des Schließungsbogens die Verzögerung durch einen Platindraht, dessen Länge und Querschnitt der Einheit gleich sind. Setzen wir die Dauer der Entladung der in der Batterie enthaltenen Elektrizität durch diesen Platindraht, also durch den Platindraht, dessen Länge und Radius der Einheit gleich ist, gleich der Einheit und schreiben

$$\frac{1}{c'} = B,$$

so wird

$$\frac{1}{c'} + Z = B + Z$$

und der Nenner giebt uns die Entladungsdauer der Batterie in Einheiten an, deren jede gleich ist der Entladungsdauer der Batterie durch einen Platindraht, dessen Länge und Querschnitt der Einheit gleich sind. Für  $A$  folgt daraus weiter, daß es die Temperaturerhöhung des erwähnten Drahtes ist, wenn er allein den Schließungsbogen der Batterie ausmacht.

Man kann hieraus nun auch leicht die Wärmemenge  $W'$  bestimmen, welche in einem Drahte von der Länge  $\lambda$  und dem Radius  $\varrho$  durch den Entladungsschlag frei wird. Ist  $k$  die spezifische Wärme,  $\gamma$  die Dichtigkeit des Drahtes, so ist

$$W' = T \lambda \varrho^2 \pi k \gamma,$$

$$W' = \frac{A \cdot \frac{x'}{k'' \gamma''} \varrho^2 \lambda k \gamma \pi}{\varrho^4} \cdot \frac{1}{B + Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Bezeichnen nun  $k'$  und  $\gamma'$  die spezifische Wärme und Dichtigkeit des Metalls, so ist

$$k'' = \frac{k}{k'}, \quad \gamma'' = \frac{\gamma}{\gamma'},$$

somit

$$W' = (A k' \gamma' \pi) \frac{x' \cdot \lambda}{\varrho^2} \cdot \frac{1}{B + Z} \cdot \frac{q^2}{s} = C \frac{Z'}{B + Z} \cdot \frac{q^2}{s},$$

so setzen wir  $A k' \gamma' \pi = C$  und den Verzögerungswert  $\frac{x' \cdot \lambda}{\varrho^2}$  des in dem Thermometer befindlichen Drahtes gleich  $Z'$  setzen. Es ergibt sich also, daß die in einem bestimmten Drahte entwickelte Wärmemenge dem Verzögerungswerte des Drahtes proportional ist.

Denken wir uns den gesamten Schließungsbogen in lauter einzelne Theile zerlegt, deren Verzögerungswerte sind  $Z', Z'' \dots Z^n$ , so werden die in den Theilen entwickelten Wärmemengen

$$W' = C \cdot \frac{Z'}{B + Z} \cdot \frac{q^2}{s}, \quad W'' = C \cdot \frac{Z''}{B + Z} \cdot \frac{q^2}{s} \dots W^n = C \cdot \frac{Z^n}{B + Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Die Summe aller dieser einzelnen Wärmemengen

$$W' + W'' + \dots W^n = W$$

ist jedenfalls die gesamte in den Schließungsbogen entwickelte Wärmemenge. Die Summe aller Verzögerungswerte  $Z' + Z'' + \dots Z^n$  ist jedenfalls, den Schließungsbogen als ganz kontinuierlich vorausgesetzt, gleich der ganzen Entladungsdauer, also gleich  $B + Z$ ; es folgt somit

$$W = C \cdot \frac{B + Z}{B + Z} \cdot \frac{q^2}{s} = C \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Es ergibt sich also der wichtige, zuerst von Vosselmann de Heer<sup>1)</sup> aus den Versuchen von Riess abgeleitete Satz, daß die Entladung einer mit derselben Elektrizitätsmenge geladenen Batterie in einem ganz kontinuierlichen, das heißt ganz metallischen Schließungsbogen immer dieselbe Wärmemenge hervorbringt.

Der Satz gilt nur, wenn in dem Schließungsbogen keine Unterbrechungsstelle vorhanden, also kein Funke auftritt, und durch den Entladungsstrom im Schließungsbogen überhaupt keine andere Wirkung ausgeübt wird. Die Erwärmung wird an allen Stellen des Schließungsbogens geringer, sobald der Entladungsschlag irgend eine Arbeit leistet. Riess<sup>2)</sup> hat dies durch eine Anzahl Versuche nach, bei welchen er in den Schließungsbogen eine Funkenstrecke einschaltete, und den Funken zwang, durch verschiedene feste Körper hindurchzugehen, also den Widerstand dieser

1) Vosselmann de Heer, Poggend. Ann. Bd. XLVIII. Bemerkung dazu von Riess in demselben Bande.

2) Riess, Poggend. Ann. Bd. XLIII, S. 82.

Körper zu überwinden. So erhielt er unter andern folgende Depressio des Luftthermometers, als er in den Schließungsbogen ein Funkenmikrometer einschaltete und zwischen die Kugeln, oder Spitzen oder Scheiben desselben, welche immer 0,5 mm von einander entfernt waren, den Ladungsfunkten derselben Batterie bei immer gleicher Ladung hindurchgehen ließ

	durch	zwischen Scheiben	Kugeln	Spitzen
Luft		15,9	15,4	15,1
ein Kartenblatt		11,7	12,0	11,6
zwei Kartenblätter		8,0	8,8	10,4
Glimmerblatt		6,8	4,7	4,8.

Die Versuche von Riess, welche längere Zeit vor Begründung mechanischen Wärmetheorie angestellt wurden, beweisen, daß die Prinzipien dieser Theorie auch in den Wirkungen der Elektrizität ihre Anwendung finden, indem die von Riess beobachteten Thatsachen und die daraus abgeleiteten Gesetze sich unmittelbar aus den Sätzen der mechanischen Wärmetheorie ableiten lassen<sup>1)</sup>.

Wir haben schon §. 9 den Nachweis geliefert, daß die Arbeit, welche eine gegebene Elektrizitätsmenge zu leisten imstande ist, wenn sie unter solchen Umständen gebracht wird, daß sie verschwindet, also indem etwa einen geladenen Konduktor entladet, gleich ist dem Producte der Elektrizitätsmenge auf sich selbst. In den Ansammlungsapparaten haben wir eine gewisse Elektrizitätsmenge angehäuft, wenn wir dieselben zu einem bestimmten Werte der Potentialfunktion geladen haben; laden wir dieselbe, so muß in dem Schließungsbogen die soeben bestimnte Arbeit geleistet werden, also die dem Producte der in demselben vorhandenen Elektrizität auf sich selbst gleiche Arbeitsmenge. Tritt diese nicht als wirklich geleistete Arbeitsmenge hervor, so muß sie als entwickelte Wärmemenge erscheinen, es muß also dann die mit dem Wärmewert der Arbeitseinheit multiplizierte Arbeitsmenge als Wärme in dem Schließungsbogen entwickelt werden. Wird irgend eine Arbeit wirklich geleistet, so muß die entwickelte Wärmemenge um den Wärmewert der Arbeit kleiner sein. Die zuletzt erwähnten Versuche von Riess ließen schon ohne weiteres eine Bestätigung dieser Folgerung, indem sie zeigten, daß die Erwärmung einer beliebigen Stelle des Schließungsbogens, und auch des ganzen, kleiner wird, wenn der Entladungsfunkten im Funkenmikrometer einen Widerstand zu überwinden hat, und daß die Abnahme der Wärmewirkung um so stärker ist, je größer dieser Widerstand ist.

Um die Übereinstimmung der von Riess erhaltenen Resultate mit der Theorie weiter zu zeigen, haben wir das Potential der in einem Ansammlungsapparate vorhandenen Elektrizität auf sich selbst zu berechnen.

Wie wir §. 9 nachgewiesen haben, ist das Potential einer gegebenen Elektrizitätsmenge auf sich selbst, welches wir, da das früher angewandte Zeichen  $W$  bereits oben für die entwickelte Wärmemenge benutzt ist,  $P$  bezeichnen wollen, gegeben durch

1) *Helmholtz*, Erhaltung der Kraft. S. 38 ff. *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVI.

$$P = \frac{1}{2} \int V dq,$$

die Potentialfunktion der gesamten Elektrizitätsmenge auf den bezeichnet, der das Element  $dq$  enthält, und wo die Summe aller  $Vdq$  der gesamten vorhandenen Elektrizitätsmenge zu nehmen ist. den Ladungsapparaten hat die Potentialfunktion für alle Punkte der Belegung ein und denselben Wert, den wir stets mit  $V_1$  bezeichnen, dieselbe ist dagegen für alle Punkte der äußern Belegung für die äußere Belegung sind somit alle einzelnen Produkte mit auch die ganze Summe gleich 0. Wir haben deshalb jene nur für die innere Belegung zu bilden. Da auf dieser die Potentialfunktion an allen Stellen denselben Wert  $V_1$  hat, somit jede einzelne  $Vdq$  diesen konstanten Faktor hat, so können wir denselben das Summenzeichen setzen, und erhalten

$$P = \frac{1}{2} V_1 \int dq.$$

Summe ist nun aber nichts als die auf der innern Belegung vorhandene Elektrizitätsmenge  $Q$ , somit wird

$$P = \frac{1}{2} V_1 \cdot Q.$$

haben früher die Potentialfunktion für einen kugelförmigen und plattenförmigen Ansammlungsapparat berechnet, also für eine Leydener Flasche und für eine Franklinsche Tafel. Ist der innere Kugel gleich  $R$ , der der äußern  $R_1$ , ist weiter  $D$  die Dielektrizitätskonstante des Isolators, so ist

$$V_1 = Q \frac{R_1 - R}{R \cdot R_1} \frac{1}{D}.$$

Wir setzen  $R_1 - R = \delta$ , und berücksichtigen, daß  $\delta$  nur sehr klein ist, so daß wir  $R \cdot R_1 = R(R + \delta) = R^2$  setzen können, so

$$V_1 = Q \frac{1}{D} \frac{4\pi\delta}{4R^2\pi} = \frac{Q}{S} \frac{1}{D} 4\pi\delta,$$

die Oberfläche der Kugel mit  $S$  bezeichnen. Damit wird  $P$  für kugelförmige Leydener Flasche

$$P = \frac{Q^2}{S} 2\pi\delta \frac{1}{D}.$$

die Franklinsche Tafel mit kreisförmigem Beleg, deren Platten mit  $S$  und  $\delta$  hatten, war

$$V_1 = 4\pi\delta h \frac{1}{D}.$$

Wird hier  $Q$  die auf der innern Belegung vorhandene Elektrizitätsmenge, so ist  $h$ , die als gleichförmig vorausgesetzte Dichtigkeit

$$h = \frac{Q}{S},$$

die Größe der Platte bedeutet. Damit wird

$$V_1 = \frac{Q}{S} \frac{1}{D} 4\pi\delta,$$

und daraus

$$P = \frac{Q^2}{S} 2\pi\delta \frac{1}{D}.$$

Dieselben Ausdrücke gelten auch für beliebig geformte Flaschen Abweichungen, welche nur Glieder vernachlässigen, welche gegen die beibehaltenen sehr klein sind, so daß wir allgemein für jede Leyd Flasche setzen können

$$V_1 = k \frac{Q}{S}, \quad P = \frac{k}{2} \frac{Q^2}{S}.$$

Werden mehrere Flaschen zu einer Batterie verbunden, so bleiben die Ausdrücke für  $V_1$  und  $P$  ganz dieselben, wenn  $S$  die Fläche sämtlicher innerer Belegungen und  $Q$  die gesamte der Batterie gegebene Elektrizität bedeutet. Sind die Flaschen ganz gleich, und  $n$  solcher verbunden ist der auf allen Belegungen gleiche Wert des Potentials

$$V_1 = k \frac{q}{s} = k \frac{Q}{n \cdot S} = k \frac{Q}{S}$$

und damit auch

$$P = \frac{k}{2} \frac{Q^2}{S}.$$

Da nun nach der Entladung der Wert des Potentials gleich wird, so muß die geleistete Arbeit gleich  $P$  sein, somit die entwickelte Wärmemenge gleich dem Wärmewert dieser Arbeit oder, wenn der Wärmewert der Arbeitseinheit gleich  $A$  gesetzt wird,

$$W = A \frac{k}{2} \frac{Q^2}{S}.$$

Die entwickelte Wärmemenge muß somit dem Quadrate der in der Batterie vorhandenen Elektrizitätsmenge direkt, der Oberfläche der Batterie umgekehrt proportional sein.

Genau dieselbe Gleichung für die im Schließungsbogen entwickelte Wärme hat, wie vorhin gezeigt wurde, Vosselmann de Heer aus den Versuchen von Riess abgeleitet.

Auf einen Umstand sei noch hingewiesen. Die Konstante  $k$  in der Gleichung für entwickelte Wärmemenge ist der Dielektritätskonstante umgekehrt proportional. Bei gleichen verschiedenen Batterien gegebene Elektrizitätsmengen muß also die entwickelte Wärmemenge der Dielektritätskonstanten umgekehrt proportional sein, weil die Potentialfunktion bei gleichem Werte von  $Q$  der Dielektritätskonstanten umgekehrt proportional ist. Werden dagegen Batterien mit verschiedenen Isolatoren bei gleicher Potentialfunktion geladen, so muß die Erwärmung bei der Entladung der Dielektritätskonstanten proportional sein, da die einer gegebenen Potentialfunktion entsprechende Elektrizitätsmenge  $Q$  der Dielektritätskonstanten proportional ist.

Schwedoff<sup>1)</sup> hat diesen Einfluß des Dielektriums auf die im Schließungsbogen entwickelte Wärme untersucht.

1) Schwedoff, Poggend. Ann. Bd. CXXXV, Bd. CXXXVII.



ngskreis bei der Entladung entwickelte Wärme direkt gezeigt. Es wurden zwei Franklinsche Platten hergestellt, die eine hatte als Isolator eine Glasplatte, die andere eine Ebonitplatte; die Dicke des Isolators und die Größe der Belegung war bei beiden ganz gleich. Bei der Entladung gleicher Elektrizitätsmengen war die Erwärmung im Schließungskreise der aus Ebonit hergestellten Franklinschen Tafel ungefähr doppelt so groß als im Schließungskreise der aus Glas hergestellten Tafel. Wir wissen nun, ist die Dielektricitätskonstante des Glases erheblich größer als die des Ebonit.

Eine numerische Vergleichung der im Schließungsbogen entwickelten und der von der Theorie geforderten Wärmemenge ist nicht leicht zu erreichen, da die Entladung immer in der Schlagweite stattfindet, und es nicht leicht möglich ist, die bei der Erzeugung dieses Funkens geleistete Arbeit zu messen. Auf den ersten Blick könnte es scheinen, als sei es leicht, durch Variirung der Schlagweite diese Arbeit zu bestimmen<sup>1)</sup>, indes eine genauere Betrachtung des Funkens zeigt doch, daß das nicht einfach zu erreichen ist, da mit geänderter Schlagweite der Funke selbst sehr geändert wird; mit größerer Schlagweite wird er glänzender, und bringt mit einem lauterem Knalle über, ein Beweis, daß die zur Herstellung des Funkens verwandte lebendige Kraft je nach der Schlagweite sehr verschieden ist.

Weiter aber ist auch ein Teil der Energie im Dielektricum in Form der dort vorhandenen Polarisirung aufgespeichert, welche bei der Entladung eine Erwärmung des Isolators zur Folge haben muß. Diese Erwärmung der Isolatoren ist auch direkt von Siemens<sup>2)</sup> beobachtet worden; die in den Isolatoren entwickelte Wärmemenge zu messen bietet indes große Schwierigkeit.

### §. 65.

**Mechanische Wirkungen der Entladung.** Die mechanische Wirkung der elektrischen Entladung läßt sich ebenfalls schon an dem Konduktor der Elektrisirmaschine nachweisen, indem die von demselben aus strömende Elektrizität mehrfache Bewegungen hervorzubringen imstande ist. Bringt man an den Konduktor einer Elektrisirmaschine eine Spitze an, so geht, wenn man den Konduktor dauernd geladen erhält, von der Spitze ein stetiger Luftstrom aus, den man leicht nachweisen kann, indem man nahe vor die Spitze eine Lichtflamme hält, welcher bei kräftig geladenen Konduktoren aber auch fühlbar ist. Die Entstehung dieses elektrischen Windes erklärt sich leicht; die an der Spitze vorhandene Luft wird durch die von der Spitze ausströmende Elektrizität elektrisirt und infolgedessen von dem elektrischen Konduktor und besonders von der Spitze, auf welcher die Elektrizität am dichtesten ist, abgestoßen, so daß der Luftstrom von der Spitze auszugehen scheint. Dieser elektrische Wind ist selbst auch imstande, andere Bewegungen zu erzeugen. Bringt man auf dem Konduktor eine vertikale Spitze an und legt auf dieselbe ein leichtes

1) Man sehe dahin gerichtete Versuche von Schwedoff, Poggend. Annalen Bd. CXXXV.

2) Siemens, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

Rädchen von Metall, dessen Speichen sämtlich in der Art wie bei dem Reaktionswasserrad nach einer Seite umgebogen und mit Spitzen versehen sind, so nimmt bei stetiger Ladung des Konduktors das Rädchen bald eine rasche Rotation an, und zwar in der der ausströmenden Elektrizität entgegengesetzten Richtung. Der Grund dieser Bewegung ist im wesentlichen derselbe, wie jener der Bewegung des Reaktionswasserrades; die Bewegung ist Folge der zwischen der Luft und der Spitze thätigen Abstossung, nicht eine Reaktion der ausströmenden Elektrizität. Man überzeugt sich davon, indem man ein solches elektrisches Flugrädchen unter die Glocke der Luftpumpe bringt und elektrisiert, nachdem die Luft aus der Glocke fortgenommen ist. Die Bewegung des Rades ist dann eine viel langsamere.

Viel kräftigere mechanische Wirkungen kann man mit dem Entladungsschlage der Batterie hervorbringen und zwar besonders, wenn man den Schließungsbogen an einer Stelle durch Luft oder durch einen festen Isolator oder flüssigen Halbleiter unterbricht.

Ist der Schließungsbogen durch Luft unterbrochen, so wird derselbe wie wir wissen, von einem Funken durchbrochen und dabei mit grobter Heftigkeit nach allen Seiten fortgestossen. Leichte Körper, wie Korkstückchen oder Pulver, welche sich in der Nähe befinden, werden durch den Luftstrom auf die Seite geworfen und auseinandergefeht. Läßt man den Entladungsfunken nahe über einer mit einem feinen Pulver bestreuten Fläche hinschlagen, so werden auf der Fläche durch die nach allen Seiten hin ausweichende Luft ziemlich regelmäßige Zeichnungen hervorgebracht.

Mit welcher Kraft die Luft durch den Funken zur Seite geschleudert wird, davon kann man sich überzeugen, wenn man den Funken in einem verschlossenen Gefäße überspringen läßt. Riess giebt an<sup>1)</sup>, daß ein Entladungsfunken von 7 mm Länge imstande ist, den Pfropfen aus einer eingekorkten Flasche mit Heftigkeit herauszuschleudern.

Schaltet man in den Schließungsbogen einer kräftig geladenen Batterie an einer Stelle einen festen Isolator ein, so wird derselbe durch die Entladung durchbohrt und zerschmettert. Am besten ist es, dazu die Leitung an den Einschaltungsstellen mit geraden Spitzen zu versehen und die Spitzen dem Isolator bis zur Berührung zu nähern. Durch Karttblätter, Pappe oder eine Glastafel wird durch die Entladung leicht ein Loch durchgeschlagen, eine Holzplatte wird gespalten und die Stücke umheworfen. Damit der Versuch bei Anwendung einer Glasplatte gelinge, muß man, weil das Glas sehr hygroskopisch ist, die Oberfläche des Glases vorher sorgfältig mit Alkohol und Schwefeläther abwaschen; gut ist es auch, auf der Platte, dort wo die eine Spitze sie trifft, einen Tropfen Olivenöl anzubringen, da sonst die Entladung sehr leicht über die Glasplatte hin stattfindet.

Wenn eine Pappescheibe von dem Entladungsschlage durchbohrt wird, so findet man die Ränder des Loches auf beiden Seiten nach aussen erhoben, als wenn die Durchbohrung von innen nach aussen stattgefunden hätte. Man hat wohl darin einen Beweis für die Existenz des Doppelstromes, des positiven und negativen, sehen wollen, indes bemerkt Riess<sup>2)</sup> mit

1) Riess, Reibungselektrizität. Bd. II. §. 550.

2) Riess, a. a. O. §. 554.

Weist, daß dem nicht so sei, daß daraus nur folge, daß die mechanische Wirkung nach allen Richtungen stattfindet; die zerrissenen Fasern der Pappe werden nach jener Seite hingewandt, wo sie keinen Widerstand finden.

Führt man die Enden der Unterbrechungsstelle des Schließungsbogens in eine Flüssigkeit, welche in einer Röhre eingeschlossen ist, so wird bei starker Ladung die Flüssigkeit von einem Funken durchbrochen, und wegen der gleichmäßigen Fortpflanzung des Druckes nach allen Seiten hin entsteht durch das Verdrängen der Flüssigkeit aus dem Funkenkanal ein starker Druck auf die Wände, so zwar, daß dieselben häufig zerschmettert werden. Durch leitende Flüssigkeiten geht die Entladung zuweilen auch ohne Funken hindurch; dann zeigen sich keine mechanischen Wirkungen.

Auch in einem ganz metallischen Schließungsbogen zeigen sich bei Entladung großer Elektrizitätsmengen, wenn dünne Metalldrähte eingeschaltet sind, mechanische Wirkungen, und das Glühen und Schmelzen. Dieser Drähte ist nach den Versuchen von Riess<sup>1)</sup> nicht eine reine Wirkung der durch den Entladungsstrom bewirkten Wärme.

Wenn man in dem Schließungsbogen einer Batterie einen dünnen Draht anbringt und die Batterie ziemlich stark ladet, so zeigt sich die erste mechanische Wirkung in einer Erschütterung des ganzen Drahtes und in dem Losreißen von Metallteilchen von der Oberfläche, die sich in Gestalt eines dichten grauen Dampfes von ihm erheben. Zugleich erscheinen glühende Funken an den Stellen, wo der Draht in dem Schließungsbogen befestigt ist. Durch Verstärkung der Ladung wird der Draht bleibend verändert, indem er plötzlich an einer, oder je nach der Stärke der Ladung, an mehreren Stellen Biegungen oder Knickungen erhält, wie wenn er von einem kantigen Instrumente eingedrückt wäre. Bei einer ersten Entladung sind diese Einbiegungen nur schwach, sie nehmen bei jeder folgenden Entladung bis zu einer gewissen Grenze an Tiefe zu. Bei einem Versuche mit einem in dem allgemeinen Auslader eingeschalteten nicht gespannten, 0,05 mm dicken Platindrahte fand Riess bei Anwendung von 3 Flaschen und folgenden Elektrizitätsmengen:

Elektrizitätsmenge

- |    |  |
|----|--|
| 8  | einen Funken an der äußeren Befestigung des Drahtes, |
| 9  | Erschütterung, Einbiegung,                           |
| 10 | Einbiegung vertieft,                                 |
| 11 | noch mehr vertieft, neue Einbiegungen.               |

Die Einheit der Elektrizitätsmenge entsprach jener, welche zwei Entladungen der Maßflasche bei 1,1 mm Abstand der Kugeln hervorbrachte.

Steigert man die Ladung der Batterie noch weiter, so kommt der Draht zum Glühen und zwar je nach der Stärke der Ladung erst zum Rotglühen, dann zum Weißglühen. Das Glühen tritt bei einem Drahte von bestimmtem Querschnitte immer bei derselben durch die Erwärmung eines Luftthermometers gemessenen Stärke des Entladungsstromes ein; die zu einem bestimmten Glühen notwendige Stärke des Entladungsstromes

1) Riess, Abhandlungen der Berliner Akademie 1845. Poggend. Annalen Bd. LXV. Reibungselektricität §§. 557–585.

muß aber um so größer sein, je dicker der Draht ist, und zwar ist der vierten Potenz des Radius proportional. Die Stärke des Stromes ferner bei den Drähten verschiedenen Metalles verschieden sein.

Bei noch stärkerer Ladung zerreißen die Drähte in mehrere Stü und zersplittern selbst in eine Menge kleiner Stücke, welche bei w verstärkter Ladung immer kleiner werden, zuerst an der Oberfläche schzen und zuletzt in geschmolzene Kugeln zusammenfließen. Die le durch die stärkste Ladung zu erzielende Wirkung ist das Zerstäuben Drähte; die Zerstäubung geschieht unter glänzender Lichterscheinung mit einem starken Knalle.

Daß das Glühen und Zerschmelzen der Drähte nicht einfach R der durch die Stärke der Ladung gesteigerten Wärmeentwicklung ist, ergibt sich zunächst aus den stets dem Glühen vorhergehenden me nischen Änderungen des Drahtes. Riess hat das aber auch direkt dad nachgewiesen, daß er die Temperatur des Drahtes berechnete, unter Voraussetzung, daß die Temperaturerhöhung in demselben einfach Gesetzen der Wärmeerregung folge. Wie das geschehen kann, erg sich aus den Entwicklungen des vorigen Paragraphen. Es wurde in Schließungsbogen ein Luftthermometer eingeschaltet, und aus der B achtung desselben ergaben sich die Konstanten der Wärmeformel. dem bekannten Verzögerungswerte des eingeschalteten dünnen Dra konnte die Temperatur desselben unter obiger Voraussetzung bei der zum Schmelzen bringenden Batterieladung berechnet werden. So Riess für einen schmelzenden dünnen Platindraht die Temperatur nicht  $250^{\circ}$  C., eine Temperatur, bei welcher der Draht noch lange z zum Glühen kommt.

In welcher Weise beim Glühen und Schmelzen die mechanischen Wärmewirkungen zusammenkommen, das läßt sich nicht vollkommen t sehen. Riess hält dafür, daß die Drähte durch den Entladungssc aufgelockert werden, wodurch der Verzögerungswert des Drahtes sich ändert, und wodurch die Fortpflanzung des Stromes eine ganz andere v In manchen Fällen, nämlich bei der Entladung durch leicht oxydier Drähte, ist das Glühen und Schmelzen jedoch als eine sekundäre Wirt der Entladung zu betrachten, indem bei diesen das Glühen nach dem ladungsschläge an Stärke zunimmt und dann erst das Schmelzen eint das ist zuweilen der Fall bei Eisendrähten. Der Grund dafür ist, durch die Entladung eine oberflächliche Verbrennung des Eisens eingele wird, welche dann eine solche Wärme entwickelt, daß der Draht w glüht und abschmilzt.

#### §. 66.

**Lichtwirkung der elektrischen Entladung.** Jedesmal dann, w die elektrische Entladung durch Luft oder irgend ein Gas und häufig a wenn sie durch Flüssigkeiten hindurch stattfindet, ist sie mit einer Li erscheinung verbunden, welche je nach Art der Entladung verschieden kann. Die einfache Entladung der Batterie ist stets von einem, auch hellem Zimmer sichtbaren Funken begleitet, welcher bei Annäherung Kugeln in dem Entladungsapparate mit lautem Geräusche überspri Bei gleicher Schlagweite der Batterie ist der Funke um so heller und



Geräusch um so stärker, je größer die entladene Elektrizitätsmenge ist und je besser der Schließungsbogen leitet.

In ganz ähnlicher Weise lassen sich durch die Entladung des Konduktors einer Elektrisiermaschine Funken hervorbringen, wenn man demselben Leiter mit abgerundeten Flächen hinreichend nähert. Die Bahn des Funkens ist bei geringer Schlagweite eine gerade, ebenso wie bei dem Entladungsfunken der Batterie; bei größerer Schlagweite wird sie zickzackförmig und schon bei einer Länge von 5–10 cm zeigt sie mehrere Einknickungen. Bei großer Schlagweite und großer durch dieselbe entladener Elektrizitätsmenge fahren dann auch wohl von den Winkelspitzen Äste aus. Man kann auf diese Weise Funken von 0,33 m und mehr Länge erhalten. Die Länge der Funken hängt natürlich wesentlich ab von der Form des Konduktors und des funkenziehenden Leiters, da die Schlagweite von der Dichtigkeit der Elektrizität an den Stellen abhängt, an welchen der Funke überspringt. Der Funke wird um so länger, je größer die Dichtigkeit ist, ohne daß ein Ausströmen stattfindet, er wird deshalb im allgemeinen am größten sein, wenn man an den Konduktor der Maschine eine kleine Kugel ansetzt und dieser eine mit der Erde in leitender Verbindung stehende Kugel nähert. Befestigt man an dem Konduktor eine Spitze oder nähert man demselben eine Spitze, so werden wegen der stattfindenden Ausströmung nur in sehr kleinen Schlagweiten Funken überspringen können, nämlich in solchen, welche der auf der Spitze möglichen Dichtigkeit entsprechen, die ihr trotz des Ausströmens verbleibt. Entfernt man sich dann mit der Spitze so weit, daß von ihr keine Ausströmung mehr stattfindet, dann wird im allgemeinen die Entfernung zu groß sein, als daß noch ein Funke überspringen könnte. In manchen Fällen ist das aber möglich, dann zeigen sich die zuerst von Gross<sup>1)</sup> beobachteten, später von Riess<sup>2)</sup> genauer untersuchten elektrischen Pausen; bei sehr kleinem Abstände der Spitze vom Konduktor springen Funken über, bei etwas größerem nicht, und bei noch größerem springen sie weder über, bis sie schließlich bei zu großer Schlagweite überhaupt nicht mehr entstehen können.

Die Funken sind nur bei kleinerer Schlagweite überall gleich hell, bei größerer findet sich in denselben in der dem negativen Leiter zugewandten Hälfte eine lichtschwächere Stelle; häufig zeigt sich dann auch der Funke selbst an den verschiedenen Stellen verschieden gefärbt, nämlich in der größeren, dem positiven Leiter zugewandten Hälfte bläulich weiß, in der andern rötlich. Die Farbe desselben ändert sich indes sehr mit den Metallen, zwischen denen er überspringt. Eine prismatische Untersuchung der Funken zeigt, wie zuerst Fraunhofer<sup>3)</sup> fand, und später Wheatstone<sup>4)</sup> und Masson<sup>5)</sup> genauer untersuchten, daß das Funkenspektrum

1) Gross, Elektrische Pausen. Leipzig 1776. Riess, Reibungselektricität II. S. 671.

2) Riess, Poggend. Ann. Bd. XCIX.

3) Fraunhofer, Denkschriften der Münchener Akademie aus den Jahren 1814 u. 1815. Bd. V.

4) Wheatstone, Poggend. Ann. Bd. XXXVI.

5) Masson, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXI. Kröniga normal Bd. II.



nicht wie das der Sonne oder sonstiger Flammen ein kontinuierliches, sondern daß es aus einer Anzahl durch dunkle Zwischenräume getrennter heller Streifen besteht. Die Farbe oder Lage dieser Streifen im Spektrum und ihre Zahl hängt wesentlich ab von den Metallen, aus welchen die Funken gezogen werden. Wie Kirchhoff schliesslich gezeigt hat<sup>1)</sup>, sind die Streifen, welche in dem aus einem bestimmten Metalle gezogenen Funken auftreten, ganz dieselben, welche eine Flamme zeigt, in welcher der Dampf eines Salzes jenes Metalles glüht, so zwar, daß der elektrische Funke das bequemste Mittel ist, um das Spektrum der Metalle zu untersuchen.

Auf die Farbe des Funkens ist ferner von Einfluß das Gas, in welchem er überspringt. Nach den Versuchen von Faraday<sup>2)</sup> ist der atmosphärischer Luft überspringende Funke bläulich weiß, in Stickstoff blau oder purpurn, in Sauerstoffgas weiß, in Wasserstoffgas hochrot, Kohlensäure grünlich und von auffallend unregelmäßiger Gestalt, in Sauerstoffsäure ist er weiß. Mit der Dichtigkeit des Gases nähert sich die Farbe in allen mehr dem Weißen.

Die Thatsache, daß die Farbe des Funkens wesentlich, ja allein abhängt von der Natur der Metalle, zwischen denen der Funke überspringt und der Natur des zwischen denselben befindlichen Gases, führt auf die Vermutung, daß das elektrische Licht nur eine sekundäre Wirkung der Elektrizität, nur eine Folge der Wärmewirkung ist. Es würden darnach dem Funken nur die von den Metallen losgerissenen Teilchen und die Gase in dem Funkenkanal glühend, und das Leuchten dieser glühenden Teilchen wäre das elektrische Licht. Daß in der That in den Funken Metallteilchen mitgerissen werden, das läßt sich auch direkt nachweisen. Denn wenn man die Flächen, aus denen man viele Funken gezogen hat, allmählich rau und zeigen Gruben, aus denen das Metall fortgeschleudert ist, und andererseits zeigt sich nach mehrfacher Entladung zwischen verschiedenen Metallen auf dem einen ein Anflug des anderen. Läßt man so Funken zwischen Kupfer und Silber überschlagen, so zeigt das Silber einen Anflug von Kupfer und das Kupfer einen Anflug von Silber. Wir haben bei der Besprechung der Spektralerscheinungen im zweiten Bande ebenfalls schon gezeigt, daß das von den glühenden Gasen ausgesandte Licht nur von der Natur und der Dicke der leuchtenden Schicht abhängt, somit daß es ein eigentümliches elektrisches Licht nicht giebt.

Über die Lichtstärke des Funkens beim Entladungsstrom einer Batterie hat Masson<sup>3)</sup> Messungen angestellt und gefunden, daß in einem konstanten Schließungsbogen die Lichtstärke des Funkens immer der einer konstanten Stelle des Schließungsbogens erregten Wärmemenge proportional ist. Mit einer Veränderung des Schließungsbogens verändert sich auch die Lichtstärke, und zwar wieder in demselben Sinne und denselben Verhältnisse, in welchem die Erwärmung einer konstanten Stelle des Schließungsbogens sich ändert. Auch dieser Satz, welcher ganz allgemeine

1) Kirchhoff, Abhandlungen der Berliner Akademie aus dem Jahre 1845. Über das Sonnenspektrum und das Spektrum der chemischen Elemente.

2) Faraday, Experimental researches. XII. Reihe, Art. 1423. Poggenpoe, Ann. Bd. XLVII.

3) Masson, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XIV u. XXX.

Lichtwirkung der Entladung mit der Wärmewirkung in die innigste Beziehung setzt, beweist, daß die Lichtwirkung nur sekundärer Natur, eine Folge der Wärmewirkung ist.

Bei der Entladung des Konduktors einer Elektrisiermaschine können noch andere Lichtwirkungen zeigen. Wenn nämlich die Dichtigkeit der Elektricität an einem Punkte des Konduktors so groß wird, daß die Elektricität ausströmt, und kein Leiter in der Nähe ist, welcher die Bildung eines Funkens veranlaßt, so zeigen sich an der Ausströmungsstelle leuchtende Büschel. Dieselben sind bedeutend lichtschwächer als die Funken, so daß sie nur in verfinsterten Räumen wahrgenommen werden können. Sie erscheinen dann als bläuliche Lichtkegel, deren Spitze die Ausströmungsstelle des Leiters bildet; die Kegelform rührt daher, daß die ausströmenden elektrischen Strahlen sich abstoßen. Man kann die Büschel an jedem Konduktor erhalten, wenn man auf denselben ein zugespitztes Holzstück oder einen an seinem Ende rund gefeilten Draht setzt. Nähert man einem Konduktor, von welchem die Elektricität ausströmt, einen Leiter, jedoch nicht so weit, daß ein Funke überspringt, kann man die Länge des Büschels bedeutend vergrößern und seine Gestalt abändern.

Die Helligkeit und Farbe des Büschels ändert sich nach den Versuchen Faradays<sup>1)</sup> mit dem Gase, in welchem er sich bildet, die Farbe ist allgemein ebenso wie diejenige des Funkens. Die Größe des Büschels ist immer der Dichtigkeit der Elektricität an der Ausströmungsstelle proportional. In Bezug auf die Größe zeigen sich die Büschel positiver und negativer Elektricität meist verschieden, und zwar der positive Büschel meist größer als der negative. Der Grund dieses Unterschiedes ist aber wohl eher in einer gewissen Elektrisierung der Luft, als in einem charakteristischen Unterschiede der beiden Elektricitäten zu suchen.

Eine eigentümliche Art des Büschels zeigt sich an den Spitzen, aus welchen die Elektricität ausströmt, das Spitzenlicht oder der elektrische Stern; er zeigt sich als im Dunkeln sichtbarer leuchtender Punkt auf den ausströmenden Spitzen. Daß an solchen Spitzen trotz der starken Ausströmung der Elektricität sich nur ein auf die Spitze beschränkter Lichtpunkt zeigt, hat seinen Grund in dem schon früher erwähnten, von den Spitzen ausgehenden elektrischen Winde. Wie wir bereits anführten, ist dieser Wind eine Hauptursache der Ausströmung, indem an der Spitze die Luft infolge der großen dort vorhandenen elektrischen Dichtigkeit elektrisch wird und dann abgestoßen wird. Die Elektricität wird also gewissermaßen ähnlich dort weggenommen, als wenn man in rascher Folge die Stelle des Konduktors mit kleinen Kugeln berührte und diese dann wegnimmt. Daß dieser Umstand in der That die Beschränkung des Lichtes auf den Stern bewirkt, zeigt sich auch dadurch, daß man an nicht gerade mit Spitzen versehenen Körpern, welche in gewöhnlicher Luft Büschel zeigen, Glimmlicht erhält, wenn man sie in einen luftverleerten Raum bringt, also in einen Raum, in welchem die Luft beweg-

1) Faraday, Experimental researches. XII. Reihe, Art. 1454 ff. Poggend. Bd. XLVII.

lieher ist, daß man ferner einen Büschel in Glimmlicht verwandeln kann, wenn man gegen die Ausströmungsstelle bläst.

Fig. 99.



Die elektrischen Lichterscheinungen nehmen bedeutend an Schönheit zu, wenn man sie in einem luftverdünnten Raume hervorbringt. Sehr bequem dazu ist das elektrische Ei Fig. 99. Dasselbe besteht aus einem eiförmigen rings geschlossenen Glasgefäße, welches an den Enden der großen Axe durchbohrt und mit Metallfassungen versehen ist; die untere Fassung setzt sich in eine mit einem Hahne verschließbare Röhre fort, welche auf die Luftpumpe aufgeschraubt werden kann. Von der unteren Fassung und mit ihr in metallischer Verbindung steigt in das Gefäß ein Metallstab auf, welcher oben in einer kleinen Kugel endet. Ein ebensolcher Stab, mit einer kleinen Kugel an seinem unteren Ende versehen, reicht durch eine Stopfbüchse der oberen Fassung in das Gefäß hinab und kann der unteren Kugel beliebig genähert werden.

Verdünn't man die Luft in dem Ei sehr weit und bringt den oberen Metallstab mit dem Konduktor einer Elektrisiermaschine in Verbindung, während der untere mit der Erde in leitender Verbindung ist, so geht die Elektricität in Form eines leuchtenden Büschels von großer Breite von einer Kugel zur anderen über, in welchem man oft deutliche Schichtungen beobachten kann.

Es genüge hier, auf diese Erscheinungen aufmerksam gemacht zu haben; wir werden bei Betrachtung der Geisslerschen Röhren im letzten Abschnitte darauf zurückkommen.

### §. 67.

#### Übersicht über die weiteren Wirkungen des Entladungsstromes.

Außer den in den letzten Paragraphen betrachteten drei Gruppen von Wirkungen des Entladungsschlages lassen sich leicht noch einige andere erkennen, welche theils in dem Schließungsbogen, theils außerhalb desselben sich zeigen. Wir werden dieselben, wie erwähnt, in den nächsten Abschnitten ausführlicher betrachten, da wir sie dann erst vollständig verstehen können, wenn wir die Wirkungen des einfachen konstanten galvanischen Stromes kennen gelernt haben; hier werden wir sie nur kurz der Vollständigkeit halber anführen.

Wenn man in den Entladungsstrom einer Batterie chemisch zusammengesetzte Flüssigkeiten einschaltet, so werden dieselben durch den Strom in ihre näheren oder entfernteren Bestandtheile zerlegt; den Nachweis davon lieferte Wollaston<sup>1)</sup>, indem er einen Silberdraht, welcher mit dem Konduktor einer Elektrisiermaschine in leitender Verbindung stand, und welcher außer an seinem freien Ende mit Siegelack überzogen war, in eine Lösung von Kupfervitriol tauchte, in welche zugleich ein ebensolcher mit einem Reibzeuge in Verbindung stehender Draht eintauchte. Nachdem die



Scheibe der Maschine 100mal umgedreht war, zeigte sich die metallische Oberfläche des mit dem Reibzeuge verbundenen Drahtes mit Kupfer bedeckt. An dem mit dem Konduktor verbundenen Drahte wurde Schwefelsäure frei, wie dadurch bewiesen wurde, daß sich das Kupfer wieder auflöste, als der vorhin mit dem Reibzeuge verbundene Draht mit dem Konduktor verbunden wurde. An dem Draht, aus welchem der Strom in die Flüssigkeit eintrat, wurde also die Säure frei, an dem anderen das Metall. Ebenso gelang es Wollaston, das Wasser zu zersetzen, es zeigte sich jedoch meist an beiden Spitzen Wasserstoff und Sauerstoff. Andere Zersetzungen hat Faraday ausgeführt.

An den Unterbrechungsstellen des Schließungsbogens zeigen sich ebenfalls chemische Einwirkungen der Funken auf die Gase. Läßt man den Funken häufig durch feuchte Luft schlagen, so bildet sich stets etwas Salpetersäure; zugleich tritt ein eigentümlicher, der sogenannte elektrische Geruch auf, welcher nach Schönbein in einer Modifikation des Sauerstoffs, welche sich bildet und die er Ozon nennt, seinen Grund hat. Der Sauerstoff ist ein zweiatomiges Gas, der elektrische Funke oder schon die ausströmende Elektrizität zerreißt die Doppelatome des Sauerstoffs, welche dann gesondert oder indem die einzelnen Atome an unzerrissene Moleküle sich ansetzen und so dreiatomige Moleküle bilden, als Ozon auftreten. Weiteres darüber sehe man in den Lehrbüchern der Chemie.

Läßt man den Funken durch entzündliche Gasgemische, so durch Wasserstoff und Sauerstoff, Wasserstoff und Chlor schlagen, so verbinden sich dieselben, eine Thatsache, welche in der Chemie bei der Gasanalyse im Eudiometer vielfach angewandt wird.

Umgekehrt werden zersetzbare Gase, so Stickoxydul durch den Funken zerlegt.

Welche von diesen Wirkungen als chemische, welche als sekundäre zu betrachten sind, darauf werden wir später zurückkommen.

Eine fernere Gruppe von Wirkungen im Schließungsbogen sind die physiologischen, welche sich wahrnehmen lassen, wenn man seinen Körper in den Schließungsbogen einschaltet, so daß der Entladungsstrom durch denselben hindurchgeht; im Augenblicke der Entladung fühlt man einen Schlag im Innern des Körpers, besonders an den Gelenken, welcher mit der Stärke der Ladung zunimmt. Bei sehr starken Ladungen kann dieser Schlag sogar dauernde Lähmungen und selbst den Tod zur Folge haben.

Außer diesem Schlage zeigt sich die Einwirkung auf den Organismus in einem örtlichen Schmerze an den Stellen, wo man auf denselben einen Funken überspringen läßt. Bei vielfachem Überspringenlassen auf dieselbe Stelle bildet sich eine Blase aus, welche zu Geschwüren Anlaß geben kann.

Die Wirkungen außerhalb des Schließungsbogens sind magnetische und elektrische; erstere zeigen sich darin, daß durch den Entladungsstrom Magnetenadeln, um welche derselbe geführt wird, aus dem Meridiane abgelenkt werden, und daß Stahlnadeln, welche in der Nähe des Schließungsbogens liegen, oder um welche derselbe geführt wird, bleibend magnetisch werden.

Die elektrischen Wirkungen der Entladungen in neben den ursprünglich elektrisierten stehenden Leitern sind Wirkungen der Influenz. Wir

erwähnen an dieser Stelle nur den sogenannten Rückschlag in Leitern, welche dem Konduktor einer Elektrisiermaschine, welche plötzlich entladen wird, nahe stehen. In isolierten Leitern, welche dem elektrisierten Konduktor nahe stehen, werden die beiden Elektricitäten durch Influenz getrennt; wird nun der elektrische Zustand des Konduktors plötzlich aufgehoben, so treten die getrennten Elektricitäten ebenfalls wieder zusammen; dieses Zusammentreten bezeichnet man als Rückschlag. Man nimmt den Rückschlag sehr gut wahr an Froschschenkeln, welche frisch präpariert isoliert in der Nähe eines Konduktors hingelegt sind; jedesmal, wenn man dem Konduktor einen Funken entzieht, beobachtet man infolge des Rückschlages eine Zuckung des Froschschenkels.

Man kann den Rückschlag ferner leicht beobachten, wenn man in der Nähe eines Konduktors zwei Leiter so aufstellt, daß die Verbindungslinie beider gegen den Konduktor gerichtet ist, und daß sie nur durch eine schmale Luftschicht getrennt sind. Ist der nähere von beiden isoliert, der von dem Konduktor entferntere mit der Erde in leitender Verbindung, so wird der nähere durch Influenz elektrisch und die Influenzelektricität der zweiten Art springt auf den entfernteren über und wird zur Erde abgeleitet. Ist der Gleichgewichtszustand hergestellt, so ist der erste Leiter mit Influenzelektricität der ersten Art versehen, welcher in dem zweiten auf der dem ersten zugewandten Seite entgegengesetzte Elektricität induziert. Wird der Konduktor plötzlich unelektrisch, so daß auf dem ersten Leiter die Elektricität sich frei verbreiten kann, so findet auch zwischen den beiden nahen Leitern die Ausgleichung statt.

Auf die ferneren elektrischen Wirkungen, die von Riess beobachteten Seitenentladungen wie auf die Nebenströme, werden wir in dem letzten Abschnitte eingehen.



## Dritter Abschnitt.

### Der Galvanismus.

---

#### Erstes Kapitel.

#### Die Entstehung des galvanischen Stromes und die Gesetze der Stromstärke.

##### §. 68.

**Elektricitätserregung durch Berührung zweier Metalle.** Bereits bei Gelegenheit der Aufzählung der verschiedenen Elektricitätsquellen haben wir erwähnt, daß bei der Berührung heterogener Substanzen sich Elektricität entwickle. Die erste, jedoch nicht so verstandene Beobachtung dieser Art rührt von Sulzer her<sup>1)</sup>, welcher folgenden Versuch beschreibt. Wenn man zwei Stücke Metall, ein bleiernes und ein silbernes, so mit einander vereinigt, daß ihre Ränder eine Fläche bilden, und man bringt sie an die Zunge, so wird man einen gewissen Geschmack daran merken, welcher dem des Eisenvitriols nahe kommt, während jedes einzelne Metall denselben nicht zeigt. Diese Beobachtung blieb mehr als 30 Jahre eine vereinzelte Thatsache, bis in den neunziger Jahren des vorigen Jahrhunderts Volta sie wieder hervorhob und erklärte.

Die zweite Beobachtung dieser Elektricitätserregung machte im Jahre 1789 Luigi Galvani, Professor zu Bologna<sup>2)</sup>, zufällig, veranlaßt durch einen falsch verstandenen elektrischen Versuch. In der Nähe des Konduktors einer Elektrisiermaschine waren präparierte Froschschenkel wie Fig. 100 auf einen Tisch gelegt, und man fand, daß dieselben jedesmal zuckten, wenn aus dem Konduktor ein Funke gezogen wurde. Galvani erkannte nicht, daß diese Zuckung einfach eine Folge des Rückschlages war, welche das noch nicht abgestorbene Präparat ebenso zucken macht, wie der durch den menschlichen oder tierischen Organismus geführte Entladungsschlag in demselben eine Zuckung hervorruft, er glaubte vielmehr in demselben eine Einwirkung der Elektricität auf die von ihm angenommene tierische Elektricität zu erkennen.

---

1) Sulzer, Mémoires de l'Académie de Berlin 1760.

2) Galvani, De viribus in motu musculari Commentarius, in den Commentariis Acad. Bonnoniae. T. VII. 1791.

Um zu untersuchen, ob die atmosphärische Elektricität auf die Thiere einen ebensolchen Einfluß habe, hing Galvani mehrere Froschpräparate an einem kupfernen Haken an das eiserne Gitter seines Gartens. Die Froschpräparate bestanden (Fig. 100) aus den von ihrer Haut entblößten Hinter-

Fig. 100.



schenkeln eines Frosches, welche durch die Schenkelnerven noch mit einem Stücke der Wirbelsäule verbunden waren. Die kupfernen Haken waren durch die Wirbelsäule gesteckt, so daß sie mit dem Rückenmark in leitender Verbindung waren, mit welchem andererseits noch die Schenkelnerven verbunden waren.

Ein Einfluß der atmosphärischen Elektricität zeigte sich allerdings nicht, denn so lange die Froschschenkel an den Kupferdrähten hingen, ohne das eiserne Gitter zu berühren, zeigte sich an ihnen gar nichts. Als aber Galvani die Kupferdrähte zurückbog, so daß die Froschschenkel das Eisen berührten, zeigten sich an denselben die lebhaftesten Zuckungen; Galvani erkannte sofort, daß dieselben nicht Folge der atmosphärischen Elektricität sein konnten, und überzeugte sich noch weiter davon, indem die Zuckungen ganz ebenso auftraten, als er in einem Zimmer die Froschschenkel auf eine Eisenplatte legte und mit den Kupferdrähten dann die Eisenplatte berührte. Bei weiteren Versuchen zeigte sich, daß die wesentliche Bedingung zum Auftreten der Zuckungen in der Herstellung eines metallischen Bogens vom Rückenmark des Frosches zu den Schenkelmuskeln bestand, daß sie, so lange das Präparat noch nicht abgestorben war, jedesmal mit Heftigkeit auftraten, wenn dieser Bogen aus zwei Metallen, wie in den ersten Versuchen aus Kupfer und Eisen, bestand, daß sie aber auch auftreten konnten, wenn auch schwächer und nicht so regelmäßig, wenn dieser Bogen nur aus einem Metalle bestand.

Galvani sah in diesen Versuchen eine Bestätigung seiner Lichtheorie einer tierischen, durch den Lebensprozeß entwickelten Elektricität und nahm an, daß das Froschpräparat einer mit dieser geladenen Leydener Flasche zu vergleichen wäre, deren innere Belegung der Nerv, deren äußere der Muskel bildete. Wenn durch den metallischen Bogen die leitende

Verbindung zwischen beiden hergestellt werde, trete die Entladung ein, infolge dieser die Zuckung.

Die Bekanntmachung dieser Versuche erregte das grösste Aufsehen, und die Versuche wurden allerorten wiederholt. Eine aufmerksame Wiederholung erregte aber zunächst bei Alexander Volta<sup>1)</sup>, Professor zu Pavia, Zweifel an der Richtigkeit der Erklärung, welche Galvani ihnen gegeben; wurde darauf aufmerksam, daß die Versuche am besten gelangen, wenn ein Nerv und Muskel verbindende Bogen aus zwei Metallen bestand, daß die Zuckungen nur höchst unregelmässig auftraten und oft ganz ausbleiben, wenn der Bogen nur aus einem Metalle bestand. Er nahm daher an, daß die eigentliche Quelle der die Zuckungen erregenden Kraft in der Berührung der beiden Metalle liege, daß bei dieser Berührung Elektrizität entwickelt werde und daß die Ausgleichung dieser Elektrizität durch das Froschpräparat dasselbe zum Zucken bringe. Das Froschpräparat werde demnach nur als ein sehr empfindliches Elektroskop zu betrachten. Daß auch bei einem Metalle der Versuch wohl gelinge, das glaubte Volta daraus zu erklären, daß wohl auch in einem von demselben Metalle genommenen Streifen Ungleichartigkeiten vorkämen, oder später auch, daß die ungleiche Berührung des Metalls mit Nerv und Muskel schon Elektrizität hervorbrächte.

Es entspann sich jetzt ein heftiger Streit zwischen Galvani und seinen Anhängern einerseits und Volta andererseits, auf welchen wir hier nicht näher eingehen können<sup>2)</sup>, der aber mit dem Siege Voltas endete, als er sich auf andere Weise unzweideutig den Nachweis lieferte, daß bei der Berührung zweier Metalle Elektrizität entwickelt wird. Dadurch wurde Volta der eigentliche Begründer dieses Zweiges der elektrischen Erscheinungen, welche indes nach demjenigen, der sie zuerst beobachtet, wenn auch falsch verstanden hat, galvanische Erscheinungen genannt werden.

Die Versuche Voltas, welche seitdem als Fundamentalversuche bezeichnet werden, sind, wenn auch in etwas anderer Form, folgende<sup>3)</sup>:

Man nehme zwei eben auf einander geschliffene Platten, die eine von Kupfer, die andere von Zink, von circa 10 cm Durchmesser, welche mit isolierenden Handhaben versehen sind, und setze sie auf einander. Dann hebe man sie einander parallel von einander, und berühre mit der Kupferplatte die Kollektorplatte eines kondensierenden Elektroskopes. Als solches wendet man am besten ein Behrensches nach der Einrichtung von Fechner oder Riess an, welches mit einem Kondensator versehen ist; auf den Metallstift des Elektroskopes ist zu dem Ende eine Kupferplatte geschraubt, welche auf ihrer oberen Fläche mit einer sehr dünnen Firnissschicht versehen ist, auf dieser steht eine Zinkplatte, welche auf ihrer unteren Seite ebenfalls mit einer möglichst dünnen Firnissschicht versehen ist.

Ist das Elektroskop recht empfindlich, so wird man bei dem Abheben

1) Volta, *Giornale Physico-medico* di D. Brugnatelli 1794. *Grens Journal für Physik*. Bd. II.

2) Eine äußerst interessant geschriebene Geschichte des Streites zwischen Galvani und Volta giebt Du Bois Reymond in dem ersten Bande seiner *Untersuchungen der tierischen Elektrizität*.

3) Voltas Fundamentalversuche sind mitgeteilt in *Grens Neues Journal für Physik* Bd. IV, *Gilberts Ann.* Bd. X.



der Kondensatorplatte schon jetzt eine Bewegung des Goldblättchens wahrnehmen, welche anzeigt, daß die Kollektorplatte negative Elektrizität erhalten hat. Viel stärker wird aber die Ladung, wenn man den Versuch einigemal wiederholt; man berührt dann mit der Kupferplatte die kupferne Kollektorscheibe, mit der Zinkplatte zugleich die Kondensatorscheibe von Zink, setzt sie darauf wieder wie vorher zusammen und berührt nach dem Abheben der Zinkplatte die Kollektorplatte wieder mit der Kupferscheibe, die Kondensatorplatte mit der Zinkscheibe. Nach einigen Wiederholungen dieses Verfahrens wird man in der Kollektorplatte des Elektroskopes ziemlich kräftige negative Elektrizität finden.

Wendet man als Kollektorscheibe des Kondensators eine Zinkplatte an, als Kondensatorscheibe eine Kupferplatte, und wiederholt den beschriebenen Versuch ganz in der angegebenen Weise, nur mit dem Unterschiede, daß man jetzt mit der unteren Kollektorplatte die Zinkplatte mehrmals in Berührung bringt, so zeigt das Elektroskop jetzt ebenso starke positive Elektrizität an wie vorher negative.

Dieser Versuch beweist, daß bei der Berührung der Kupfer- und Zinkscheibe Elektrizität entwickelt wird, indem nach der Berührung der beiden Platten die Zinkplatte sich positiv, die Kupferplatte sich negativ elektrisch zeigte.

Man kann diesen Versuch in mannigfacher Weise mit gleich günstigen Erfolge abändern. Zunächst kann man die erregenden Platten selbst als Kondensatorplatten anwenden in der Art, daß man die eben benutzte Kupfer- oder Zinkplatte direkt auf das Elektroskop schraubt und auf dieselbe die andere der beiden Platten isoliert aufsetzt, so daß die beiden Metalle sich in der ganzen Fläche berühren. Ist das Elektroskop hinreichend empfindlich, so wird es nach dem Abheben der oberen Platte negative Elektrizität zeigen, wenn dieselbe die Zinkplatte war, positive, wenn dieselbe die Kupferplatte war.

Ist das Elektroskop nicht empfindlich genug, um bei diesem Versuche Elektrizität zu zeigen, so setze man auf dasselbe wieder den zuerst angewandten Kupferzink-Kondensator und verbinde die Rückflächen der beiden Scheiben durch einen Kupfer- oder Zinkdraht, welchen man isoliert hält. Auch nach einer noch so kurzen Verbindung der beiden Platten wird man nach dem Abheben der Kondensatorplatte kräftige Anzeigen von Elektrizität erhalten, von negativer, wenn Kupfer, von positiver, wenn Zink unten war. Bei diesem Versuche wird die Elektrizität an der Berührungsstelle des Drahtes mit dem ungleichartigen Metalle erregt, von dort fließt dieselbe in die Platten des Kondensators und zwar so lange, bis die Dichtigkeit auf der Kollektorscheibe oder dem damit in Verbindung stehenden Drahte gleich ist der Dichtigkeit der durch die Berührung erregten Elektrizität. Es ist bei diesem Versuche ganz gleichgültig, ob man den Draht an den Scheiben einfach anlegt, oder ob man mit demselben die Platten reibt, ein Beweis, daß die allenfalls bei allen diesen Berührungen vorkommende Reibung nicht die Quelle der beobachteten Elektrizität ist.

Ebenso wie bei der Berührung von Kupfer und Zink zeigen sich auch *Stromwirkungen* bei der Berührung irgend zweier anderer Metalle, so daß eine von zweien positiv, das andere negativ elektrisch wird.

Es ergibt sich demnach, daß stets bei der Berührung zweier verschiedenen Metalle und infolge dieser Berührung auf den beiden Metallen solche Mengen entgegengesetzter Elektricität auftreten. Wir sind daher nötigt anzunehmen, daß bei der Berührung eine Kraft auftritt, welche in den neutralen Metallen verbundenen Elektricitäten von einander trennt und veranlaßt, daß eine gewisse Menge positiver Elektricität von dem ersten auf das zweite, eine gewisse Menge negativer Elektricität von dem zweiten auf das erste übergeht. Diese Kraft, welche bei und infolge der Berührung der Metalle auftritt, nennt man die elektromotorische Kraft.

Das Bedingende dieser Kraft sieht Helmholtz<sup>1)</sup> in einer verschiedenen Anziehung der verschiedenen Metalle auf die beiden Elektricitäten; nimmt an, daß die Materie der Metalle eine Anziehung auf die Elektricitäten ausübt, und daß diese Anziehung eine verschiedene Größe habe nach Art der Elektricität. Diese Anziehung soll nach Art der Molekularkräfte nur in unmeßbar kleinen Entfernungen wirken, während die Elektricitäten auf einander aus endlichen Entfernungen wirken.

In wie weit durch solch eine verschiedene Anziehung der beiden Metalle auf die verschiedenen Elektricitäten eine Trennung derselben und Verteilung über die Metalle eintreten kann, läßt sich leicht erkennen. Im Innern jedes der einzelnen Metalle ist die Anziehung auf beide Elektricitäten dieselbe, in einem gewissen Abstände von der Grenzfläche dagegen muß infolge dieser Verschiedenheit eine Trennung der Elektricitäten eintreten. Nehmen wir z. B. Kupfer und Zink und setzen voraus, daß Kupfer stärker die negative, letzteres stärker die positive Elektricität zieht, so wird auf die in den der Berührungsstelle nahe liegenden Teilen des Kupfers vorhandene positive Elektricität eine gegen das Zink gerichtete, auf die negative dagegen, welche in den der Grenze nahe liegenden Zinkteilen vorhanden ist, eine gegen das Kupfer gerichtete Kraft wirken. Infolgedessen wird negative Elektricität auf das Kupfer, positive auf das Zink fließen, bis die Anziehung der getrennten Elektricitäten zu beiden den Anziehungen der Metalle auf die verschiedenen Elektricitäten entgegengesetzt gleich ist, oder bis die Differenz der Potentialwerte der getrennten freien Elektricität in den beiden Metallen der elektromotorischen Kraft gleich ist. Die getrennten Elektricitäten verbreiten sich endlich über die beiden Metalle und verteilen sich so, daß ein den elektrischen Gesetzen entsprechender Gleichgewichtszustand hergestellt wird. Man muß die Potentialfunktion der gesamten Elektricitäten an allen Punkten eines und desselben Metalles, welche hinreichend weit von der Berührungsstelle entfernt sind, einen und denselben Wert haben, in den verschiedenen Metallen muß aber der Wert verschieden, in dem einen etwa  $V_1$ , in dem anderen etwa  $V_2$  sein. Die Werte ändern sich in der Nähe der Berührungsfläche und gehen, indem man aus dem einen Metall zum andern fortschreitet, von  $V_1$  in  $V_2$  über. Die Niveauflächen dieser veränderlichen Potentialfunktion  $V$  müssen der Berührungsfläche der beiden Metalle parallel sein, da in gleichen Abständen von der Grenze an jeder Stelle die von dem andern Metall ausgeübten Kräfte gleich sein müssen. Ändert sich die Potentialfunktion, wenn wir von einer Niveaufläche zur

1) Helmholtz, Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. S. 47.



andern übergehen, welche in der Richtung der Normale um  $dn$  entfernt ist, um  $dV$ , so giebt uns

$$- \frac{dV}{dn}$$

die Kraft, mit welcher die in einem Punkte der betrachteten Niveaufäche vorhandene Einheit der freien Elektrizität nach der einen oder andern Seite getrieben wird. Die Kraft, welche auf die in der Länge  $dn$  vorhandene freie Elektrizität wirkt, ist dann

$$- \frac{dV}{dn} \cdot dn$$

und die Kraft, welche die freie Elektrizität überhaupt in der Richtung dieser Normalen nach der einen oder andern Seite treibt, ist gleich der Summe aller dieser Werte, dieselbe ausgedehnt über alle Punkte der Normale, in denen überhaupt die Potentialfunktion einen veränderlichen Wert hat. Rechnen wir die Normale von der Berührungsfläche aus, und setzen den Abstand von der Berührungsfläche, in welchem die Potentialfunktion den konstanten Wert  $V_1$  hat, gleich  $+n$ , den, in welchem den Wert  $V_2$  hat, gleich  $-n$ , so ist diese Summe

$$- \int_{-n}^{+n} \frac{dV}{dn} dn = V_2 - V_1.$$

Da nun die elektromotorische Kraft nach Herstellung des Gleichgewichtszustandes dieser so bestimmten Kraft, welche die getrennten Elektrizitäten wieder zu vereinigen sucht, entgegengesetzt gleich sein muß, so wird dieselbe

$$E = V_1 - V_2.$$

Da unserer Voraussetzung nach die Anziehungen der Metalle auf die Elektrizitäten sich nur auf unmeßbar kleine Entfernungen erstrecken, so folgt, daß die elektromotorische Kraft  $E$  unabhängig ist von der Größe und Ausdehnung der sich berührenden Körper und von der Ausdehnung der Berührungsfläche, daß sie nur abhängig ist von der Verschiedenheit der Metalle. Damit folgt dann aus obiger Gleichung, daß durch die Berührung zweier Metalle eine Zerlegung der Elektrizitäten eintreten muß, derart, daß das eine Metall eine gewisse Menge positiver, das andere eine gewisse Menge negativer Elektrizität erhält, bis die Werte der elektrischen Potentialfunktion in den beiden Metallen eine bestimmte Differenz haben, welche nur abhängig ist von der Natur der Metalle.

Daß durch die elektromotorische Kraft die Elektrizitäten nur bis zu einer bestimmten Differenz der elektrischen Potentiale getrennt werden können, das ergibt sich schon aus dem zweiten der vorhin erwähnten Versuche, nach welchem die Divergenz der Goldblättchen erst eintritt, wenn von den beiden sich berührenden auf dem Elektroskop befindlichen Platten die eine fortgehoben wird. Denn würde die Trennung der Elektrizitäten in beiden Platten eine unbegrenzte sein, das heißt, würde sie nicht aufhören, wenn die Dichtigkeit der getrennten Elektrizitäten eine bestimmte geworden ist, so müßte auch, wenn die obere Platte nicht abgehoben wird,

er bald eine solche Menge von Elektrizität in die Goldblättchen einströmen, dass dieselben zur Divergenz kämen.

Dafs nach dem Abheben der obern Platte die Goldblättchen divergieren, hat seinen Grund darin, dafs die getrennten Elektrizitäten sich gegenseitig anziehen, und dafs deshalb die grösste Menge derselben sich auf beiden Seiten der Berührungsfäche ansammelt, gerade wie bei dem Kondensator.

Die bei dem einfachen Kondensator vorhandene isolierende Zwischenschicht wird hier durch die elektromotorische Kraft ersetzt, welche die Elektrizitäten getrennt erhält.

Wir können aus der Theorie des kreisförmigen Ansammlungsapparates sehr leicht bestimmen, welcher Bruchteil der Elektrizität sich frei in das Elektroskop verbreiten, welcher an der Berührungsfäche bleiben wird. Nehmen wir von den Ansätzen der Platten ab, und betrachten sie als einzelne kreisförmige Platten, so können wir direkt die für den plattenförmigen Ansammlungsapparat im §. 41 durchgeführten Rechnungen benutzen. Ist die Dichtigkeit der Elektrizität auf der obern Zinkplatte gleich  $h$ , somit auf der untern Platte  $-h$ , ist der Radius der Platte gleich  $R$ , und ist der Abstand der elektrischen Schichten, wenn wir uns die Elektrizitäten in je einer Schicht angehäuft denken, gleich  $\delta$ , so wird aus der Theorie der Platten derselbe Bruchteil der Elektrizität sich in das Elektroskop verbreiten, welcher von der untern Platte abfließen würde, wenn wir uns diese Platte mit der Erde in leitender Verbindung denken; derjenige Bruchteil wird an der Berührungsfäche festgehalten, welcher in der Kondensatorplatte des Ansammlungsapparates durch Influenz erregt und festgehalten wird. Wie wir sahen, ist die Dichtigkeit  $h_1$  auf der abgeleiteten Kondensatorplatte, da auf dieser das Potential  $V_2$  gleich null ist,

$$h_1 = -h \left(1 - \frac{\delta}{R}\right).$$

Da die Dichtigkeit der negativen Elektrizität auf der Kupferplatte null ist, so folgt, dafs die der Dichtigkeit  $h \frac{\delta}{R}$  entsprechende Elektrizitätsmenge sich in dem Elektroskop verbreiten wird, jedenfalls nur ein sehr kleiner Bruchteil der gesamten erregten Menge; wir werden später einen Versuch von Fechner kennen lernen, welcher die Menge dieser sich frei verbreitenden Elektrizität bestimmt.

Ein weiterer Beweis dafür, dafs bei der Berührung die Elektrizitäten bis zu einer bestimmten Differenz ihrer Potentialwerte getrennt werden können, ergibt sich ferner aus der Erfahrung, dafs Elektrizität, welche auf einen der beiden Platten mitgeteilt wird, auch auf die andere übergeht, und dafs der elektrische Zustand der einen der Platten wesentlich von demjenigen der andern Platte abhängt. Schichten wir z. B. auf eine Kupferplatte eine Zinkplatte und auf diese wieder eine Kupferplatte, so wird auf beiden Kupferplatten keine Spur von Elektrizität nachzuweisen. Durch die Berührung der Zinkplatte mit der untern Kupferplatte tritt keine solche Trennung der Elektrizitäten ein, dafs die freie Fläche der untern Kupferplatte die dem Potentialwerte  $V_2$  entsprechende Dichtigkeit  $h$  erhält, und die Rückfläche der Zinkplatte, dieselbe als frei gedacht,

die Dichtigkeit  $+h$  bekäme. Die Rückfläche der oberen Kupferplatte erhält durch die Berührung mit der Zinkplatte die Dichtigkeit  $-h$ , die untere Fläche der Zinkplatte die Dichtigkeit  $+h$ . Da nun Kupferplatten sich unelektrisch erweisen, so folgt, daß die freie Elektrizität der Zinkplatte, welche durch die Berührung mit der Kupferplatte entsteht, auch auf die obere Kupferplatte übergeht, dort durch die Berührung mit der Zinkplatte verbreitete neut und daß ganz dasselbe an der untern Kupferplatte stattfindet.

Betrachten wir die drei Platten als drei Flächen, so können wir hier, zum genauern Verständnis dieses Versuches die Rechnung §. 41 für den plattenförmigen Ansammlungsapparat benutzen. Bezeichnen die Dichtigkeit der Elektrizität auf der untern Kupferplatte folge der Berührung mit der Zinkplatte als  $-h$ , dieselbe als gleich über die ganze Platte, dieselbe als Fläche gedacht verbreitet. Die Dichtigkeit auf der Zinkplatte ist dann  $+h$ . Sind die beiden Platten abgetrennt, so ist die Potentialfunktion auf der Zinkplatte, wie mittelbar aus den Rechnungen des §. 41 ergibt, indem dort die Dichtigkeit  $h_1 = -h$  gesetzt wird,

$$V_1 = 2\pi\delta h$$

und auf der Kupferplatte

$$V_2 = -2\pi\delta h.$$

Somit

$$V_1 - V_2 = 4\pi\delta h.$$

Durch die Berührung der Zinkplatte mit der obern Kupferplatte wird der Wert der Potentialfunktion auf der Zinkplatte um  $2\pi h\delta$ , also

$$V_1' = 4\pi h\delta.$$

Ist in der That die Potentialdifferenz zwischen zwei Metalplatten, so muß durch diese Steigerung das Potential auf der untern Platte gleich null werden, das heißt der Zustand der beiden muß derselbe sein, wie der einer abgeleiteten Belegung einer isolierten Tafel, sie können keine ableitbare Elektrizität enthalten, der Versuch ergab.

Daß die elektromotorische Kraft unabhängig ist von der GröÙe der Ausdehnung der sich berührenden Körper und der Berührungsfläche läßt sich durch eine Variierung der zuletzt erwähnten Form des Versuchs, bei welchem die Rückflächen des Kupferzinkkondensators durch einen Draht verbunden wurden, leicht zeigen. Ob man da einen einfachen Kupferdraht oder einen breiten Streifen, oder einen in einer zusammengelöteten Kupfer-Zinkstreifen anwendet, dessen Zink mit der Zinkplatte, dessen Kupfer die Kupferplatte berührt, ist für den Erfolg gleichgültig. Bei Anwendung desselben Kondensators erhält man dieselben Elektrizitätsmengen. In diesem Falle dienen die Platten des Ansammlungsapparats, die Erregung der Elektrizität findet dort, wo sich die Metalle berühren, und von dort fließt die Elektrizität auf die Platten ab, bis auf der Zinkplatte das Potential  $V_1$ , auf der Kupferplatte  $V_2$  geworden ist. Die Menge der auf der Zinkplatte vorhandenen positiven Elektrizität ist:

$$Q = \frac{F}{4\pi\delta} (V_1 - V_2),$$

Da  $F$  die GröÙe der Platten,  $\delta$  die Dicke der isolierenden Zwischenschicht bedeutet. Die Menge der in die Platten überfließenden Elektrizität hängt mit wesentlich ab von der GröÙe der Platten und von der Dicke der isolierenden Zwischenschicht. Da die Differenz der Potentialwerte auf sich berührenden Metallen nun immer nur eine sehr kleine ist, so muß man ein sicheres Gelingen der Fundamentalversuche immer möglichst große Platten benutzen.

### §. 69.

**Die elektrische Spannungsreihe.** Das elektromotorische Verhalten verschiedener sich berührender Metalle ist sehr verschieden je nach der Natur der Metalle sowohl in Bezug auf die Art der erregten Elektrizität, als in Bezug auf die GröÙe der Differenz der Potentialwerte. Bei der Berührung mit Zink z. B. wird das Kupfer negativ elektrisch, ebenso, aber bedeutend schwächer bei der Berührung mit Zinn oder Eisen; mit Platin oder Silber dagegen berührt wird das Kupfer positiv elektrisch. Sowohl in Bezug auf die Art der Erregung als auch auf die GröÙe derselben lassen sich die Metalle in eine Reihe, die von Volta sogenannte Spannungsreihe, ordnen, derart, daß die Stellung zweier Metalle in dieser Reihe angiebt, welche Elektrizitätsart jedes der Metalle erhält und wie groß die elektrische Differenz derselben ist.

Zur Bestimmung der Stellung, welche die Metalle in der Spannungsreihe haben, untersucht man, welche Elektrizität dieselben bei der Berührung unter einander und mit solchen, deren Stellung in der Spannungsreihe bekannt ist, annehmen. Hat man ausgedehnte Flächen der Körper zu Gebote, so kann man die erregte Elektrizität einfach auf den Kondensator übertragen. Man habe z. B. einen Kondensator von Messingscheiben, und wolle untersuchen, in welcher Weise Zinn und Silber elektrisch werden, wenn sie sich berühren. Man versieht die beiden zu untersuchenden Metalle mit isolierenden Handhaben, hält sie an einander, hebt sie isoliert ab und legt eine derselben an die Kollektorscheibe, indem man letztere in einem Punkte berührt. Man wiederholt dieses mehreremale, indem man vor jedem neuen Zusammenlegen die beiden zu prüfenden Platten mit einem Drahte ihres Metalles ableitend berührt. Die Kollektorplatte wird dann immer die Elektrizität der angelegten Platte annehmen. Denn wenn auch durch die Berührung der letzteren mit der Kollektorplatte Elektrizität frei wird, so ist die hierdurch auf die Kollektorplatte übergehende Elektrizität jedenfalls nur höchst unbedeutend, so daß sie kaum einen störenden Einfluß haben kann. Es folgt das aus der Theorie des Kondensators; bei der Berührung wird auf beiden Platten an der Berührungsstelle Elektrizität einer gewissen Dichtigkeit erzeugt, und da die angelegte Platte isoliert ist, nur soviel, daß das berührte Flächenstück die erwähnte Dichtigkeit erhält. Diese geringe Elektrizitätsmenge ist es dann, welche sich nach Fortnahme der Platte über dem Kondensator verbreitet und zu der von der Platte auf den Kondensator übergegangenen summiert oder davon subtrahiert. Das qualitative der Resultate wird deshalb dadurch nicht gestört sein können.

Eine andere Methode zur Aufstellung der Spannungsreihe ist von

Pfaff angewandt worden; er berührte mit den zu untersuchenden Metall die Zink-Kollektorplatte eines Kondensators und beobachtete die Stärke der elektrischen Erregung. Das Zink wurde mit allen Metallen positiv elektrisch; je stärkere Elektrizität es annahm, wenn es mit einem Metall berührt wurde, um so weiter war es von dem Zink in der Spannungsreihe entfernt. So findet man z. B., daß Zink mit Eisen berührt schwach elektrisch wird als mit Kupfer, deshalb steht Eisen zwischen Zink und Kupfer. Das Gesetz der Spannungsreihe als richtig vorausgesetzt schließt man dann daraus schon, daß Eisen mit Kupfer berührt positiv wird, was auch der direkte Versuch zeigt.

Das genaueste Verfahren ist indes die Anwendung von Kondensatoren der zu untersuchenden Metalle und dieses, wie es von Kohlrausch angewandt wurde, ist das einzige, welches zu Messungen über die Größe der elektromotorischen Kraft oder der elektrischen Differenz zweier Metalle angewandt werden kann.

Nach diesem oder ganz ähnlichen Verfahren hat zuerst Volta<sup>1)</sup> den Nachweis geliefert, daß sämtliche Metalle sich in eine Reihe derart ordnen lassen, daß jedes vorhergehende Metall bei der Berührung mit allen nachfolgenden positiv elektrisch, jedes nachfolgende bei der Berührung mit einem vorhergehenden negativ elektrisch wird. Außer den Metallen ordnen sich in diese Spannungsreihen noch Kohle, einige Superoxyde und einige Schwefelmetalle. Die Voltasche Spannungsreihe ist später von verschiedenen Physikern vervollständigt worden; es folgen hierunter die Angaben von Seebeck<sup>2)</sup>, Munk af Rosenschöld<sup>3)</sup>, Pfaff<sup>4)</sup> und Péclet<sup>5)</sup>.

#### Spannungsreihe der Metalle

nach:

Volta +	Seebeck +	Munk +	Pfaff +	Péclet +
Zink	Zink		Zink	Zink
Blei	Blei poliert		Kadmium	Blei
Zinn	Zinn		Zinn	Zinn
Eisen	Blei rauh		Blei	Wismut
Kupfer	Antimon		Wolfram	Antimon
Silber	Wismut	Kupfer	Eisen	Eisen
Gold	Eisen	Silber	Wismut	Kupfer
Graphit	Kupfer	Gold	Antimon	Gold
Braunstein	Platin	Schwarzes Schwefelquecksilber	Kupfer	—
—	Silber	Schwefelkies	Silber	
	—	Braunstein	Gold	
		Bleisuperoxyd	Uran?	
		—	Tellur	
			Platin	
			Palladium	
			—	

1) Volta, Gilberts Annalen. Bd. X.

2) Seebeck, Abhandlungen der Berliner Akademie 1822 — 1823.

3) Munk af Rosenschöld, Poggend. Ann. Bd. XXXV.

4) Pfaff, Poggend. Ann. Bd. LI.

5) Péclet, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. II.



Wie man sieht, stimmen die Zahlen in gütigen gut mit einander überein, nur in Bezug auf einige wenige Metalle, so bei Eisen. Obgleich wir wissen, sind die Angaben nicht übereinstimmend. Der Grund davon ist darin liegen, daß die Metalle meistens nicht vollkommen abgemessen waren, denn die geringste Verschiedenheit in denselben bedingt auch eine Veränderung in der elektromotorischen Kraft, was bis eben zu verschiedenen Stellungen von galvanischen Zellen in Seebeck's Reihe zeigt.

Die elektrische Spannungsreihe geht nicht über die Art und die elektrische Erregung bei der Verbindung zweier Metalle an, sondern es sich die relative Größe derselben in dem Sinne, daß die elektromotorische Differenz zweier Metalle in der Spannungsreihe gleich ist der Summe der elektrischen Differenzen aller zwischenliegenden.

Dieser Satz wurde zuerst von Volta<sup>1)</sup> bewiesen durch Messung der elektrischen Differenzen an einem Stahnelektromotor, welcher mit dem Condensator in Verbindung war. Er bewies, allerdings, wie wir vorangehend sahen, eigentlich die erregte Elektrizität der Phosphorsäure rohralme proportional.

In dieser Weise gemessen fand Volta für die elektrischen Differenzen folgende Werte:

Zink   Blei 5	Zink   Silber 12
Blei   Zinn 1	Zink   Eisen 9
Zinn   Eisen 3	Zinn   Kupfer 3
Eisen   Kupfer 2	
Kupfer   Silber 1	

Bezeichnen wir die Metalle mit ihren chemischen Zeichen, und die elektromotorische Kraft zwischen denselben durch die mit einem vertikalen Strich getrennte Zusammenstellung der Zeichen der Metalle, wobei im Allgemeinen das mit positiver Elektrizität versehene Metall zuerst geschrieben werden soll, so ergibt sich aus obigen Zahlen

$$\text{Zn} | \text{Ag} = \text{Zn} | \text{Pb} + \text{Pb} | \text{Sn} + \text{Sn} | \text{Fe} + \text{Fe} | \text{Cu} + \text{Cu} | \text{Ag}$$

$$\text{Zn} | \text{Fe} = \text{Zn} | \text{Pb} + \text{Pb} | \text{Sn} + \text{Sn} | \text{Fe}$$

$$\text{Sn} | \text{Cu} = \text{Sn} | \text{Fe} + \text{Fe} | \text{Cu}$$

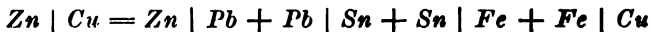
Die Zahlen von Volta sind wie gesagt nicht genau, man kann indessen die Richtigkeit dieses Spannungsgesetzes noch durch eine andere Erfahrung beweisen, welche keine genaue Messung erfordert.

Legt man an einen Kupfer-Zink-Kondensator eine Kupferplatte, welche auf einer in der Hand gehaltenen Zinkplatte liegt, und berührt zugleich die Zinkplatte des Kondensators ableitend, so erhält der Kondensator eine gewisse Elektrizitätsmenge, welche nach Abheben der Zinkplatte eine gewisse Ablenkung des Goldblättchens zur Folge hat. Wiederholt man jetzt den Versuch, indem man zwischen Zink und Kupfer eine Anzahl beliebiger anderer Metalle einschaltet, so zeigt die Ablenkung des Goldblättchens, daß die in den Kondensator übergegangene Elektrizitätsmenge derjenigen bei dem vorigen Versuche ganz genau gleich ist. Es ergibt

1) Volta, Gilberts Annalen. Bd. X.

sich aus diesem Versuche, daß die elektrische Differenz der Endglieder einer Reihe von einander sich berührenden Metallen nur abhängig ist von derjenigen der Endglieder, daß es einerlei ist, ob zwei Metalle sich direkt oder mit Zwischenschaltung einer beliebigen Anzahl Metalle berühren.

Dieser Satz ist eine unmittelbare Folge des Spannungsgesetzes, dem er sagt aus, daß z. B.



ist; die Bestätigung desselben in der Erfahrung ist also rückwärts ein Beweis für die Richtigkeit des Spannungsgesetzes.

Eine Folgerung dieses Satzes ist, daß bei einer Metallkette, deren Endglieder aus denselben Metallen bestehen, die elektrische Dichtigkeit auf den Endgliedern stets gleich null sein muß, und daß auf einem Metallringe, der in sich geschlossen ist, die Dichtigkeit der Elektrizität überall gleich null sein muß, Folgerungen, welche sich in der Erfahrung leicht bestätigen lassen.

Das Spannungsgesetz ist schließlich von Kohlrausch durch exakte Messungen an dem von ihm konstruierten Kondensator bestätigt worden<sup>1)</sup>.

Kohlrausch wandte zu dem Ende in dem schon früher beschriebenen Kondensator Platten der verschiedenen Metalle, oder nachdem er sich von der Zulässigkeit des Verfahrens überzeugt hatte, Messingplatten oder andere an, welche auf den einander zugewandten Flächen mit den zu untersuchenden Metallen gleichmäßig galvanisch überzogen waren. Die Platten des Kondensators wurden, während sie einander genähert waren, durch einen Draht mit einander in Berührung gebracht, dann von einander entfernt und bald die eine bald die andere an dem von Kohlrausch verbesserten Dellmannschen Elektrometer geprüft. Aus den Angaben des Elektrometers ergibt sich nach §. 45 der Potentialwert oder die Dichtigkeit der auf der geprüften Platte vorhandenen Elektrizität.

Nach den Entwicklungen des vorigen Paragraphen tritt auf den beiden sich gegenüberstehenden Platten  $M$  und  $M_1$ , nachdem sie durch einen beliebigen isolierten Draht verbunden waren, eine bestimmte Differenz der Werte der elektrischen Potentialfunktion ein, so daß die elektromotorische Kraft wird

$$M | M_1 = V_1 - V_2.$$

Ist die Dichtigkeit der Elektrizität auf der positiven Platte  $M$  gleich  $h$ , auf der negativen demzufolge gleich  $-h$ , und ist der Abstand der Platten im Kondensator gleich  $\delta$ , so ist nach §. 41

$$\begin{aligned} V_1 &= 2\pi\delta h & V_2 &= -2\pi\delta h \\ V_1 - V_2 &= 4\pi\delta h = 2V_1 = -2V_2, \end{aligned}$$

so daß wir also die elektromotorische Kraft auch einfach dem Potentialwerte der durch diese Berührung erregten Elektrizität auf jeder einzelnen der Platten proportional setzen können. Wir wollen deshalb, da wir bei vorausgesetzter gleicher Gestalt der beiden sich berührenden Metalle stets  $V_2 = -V_1$  haben, weil die Dichtigkeiten auf beiden Metallen dann gleich

1) Kohlrausch, Poggend. Ann. Bd. LXXXII.

an müssen, unter elektromotorischer Kraft den Potentialwert auf einem **z** Metalle verstehen, so daß

$$M \mid M_1 = V_1$$

immer den Potentialwert auf dem vor dem Vertikalstrich stehenden Metalle bedeutet. Damit wird

$$M_1 \mid M = V_2 = - V_1$$

$$M_1 \mid M = - M \mid M_1.$$

Werden zu den Messungen die beiden Platten so weit von einander entfernt, daß die eine auf die andere nicht mehr einwirkt, so wird das Potential auf denselben

$$V = \pm 2\pi h R,$$

worin das obere Vorzeichen für die positive, das untere für die negative Platte gilt. Es wird somit

$$V = V_1 \frac{R}{\delta}.$$

Das Potential  $V$  ist es, welches mit dem Elektrometer gemessen wird; für die elektromotorische Kraft ergibt sich aus demselben

$$M \mid M_1 = V \frac{\delta}{R}.$$

Wenn man nun das Verhältnis der so bei verschiedenen Metallen gemessenen Potentialwerte demjenigen der elektromotorischen Kräfte zwischen diesen Metallen einfach gleich setzen wollte, dann müßten nach der letzten Gleichung  $\delta$  und  $R$  immer die gleichen Werte haben, eine Bedingung, welche besonders in Bezug auf  $\delta$  schwer oder gar nicht zu erreichen ist<sup>1)</sup>.

Deshalb begnügte sich Kohlrausch auch nicht damit, einfach die Potentialwerte der verschiedenen Platten mit einander zu vergleichen, welche durch die zwischen den Metallen thätige elektromotorische Kraft entstanden; sondern er verglich bei jedem Plattenpaar zunächst den durch den Kontakt erhaltenen Potentialwert mit jenem, welchen die betreffenden Platten durch die Verbindung mit einer konstanten Elektrizitätsquelle erhielten, welche so beschaffen war, daß die eine der beiden Platten stets positive Elektrizität, die andere negative von genau gleicher Dichtigkeit erhielt. Diese Elektrizitätsquelle war ein später genauer zu beschreibendes Daniellsches Element. Dasselbe besteht aus einem hohlen Kupfercylinder, welcher in einer Lösung von Kupfervitriol steht; im Innern dieses Cylinders steht eine mit verdünnter Schwefelsäure gefüllte poröse Thonzelle und in dieser ein Zinkcylinder. Wie wir später nachweisen werden, ist auf dem Kupfercylinder positive Elektrizität, auf dem Zinkcylinder negative von gleicher Dichtigkeit. Sei der Potentialwert auf denselben  $\pm k$ . Der Gang der Versuche von Kohlrausch war nun folgender. Zunächst wurden die Platten  $M$  und  $M_1$  durch einen Draht direkt verbunden und dann am Elektrometer das Potential  $\pm V$  der Platten gemessen; es ist

1) Man sehe darüber Gerland, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

$$M | M_1 = V_1 = \frac{\delta}{R} V = a V.$$

Darauf wird die Platte  $M$ , welche wir als die positive der beiden Metalle annehmen wollen, mit dem Kupfer,  $M_1$  mit dem Zink des Daniellschen Elementes verbunden. Die Flüssigkeit des Daniellschen Elementes leitet die Elektrizität. Sei das in dieser Anordnung gemessene Potential  $+V'$ ; dann ist gerade wie eben die Potentialfunktion  $V_1'$ , welche die positive Platte annahm, als ihr die andere im Abstände  $\delta$  gegenüberstand,

$$V_1' = a V'.$$

Die Potentialfunktion  $V_1'$  setzt sich folgendermaßen zusammen:

1) Infolge der Verbindung mit dem Kupfer, auf welchem der Potentialwert  $k$  konstant vorhanden ist und auch bleibt, wenn es mit einem begrenzten Leiter in Verbindung gesetzt wird, nimmt die Platte den Potentialwert  $k$  an.

2) Durch die Berührung von  $M$  mit dem Kupfer würde die Platte den Potentialwert  $+M | Cu$  annehmen, worin das obere Vorzeichen gilt, wenn  $M$  gegen  $Cu$  positiv, das untere, wenn es gegen  $Cu$  negativ ist; wir wollen, indem wir die Art der erregten Elektrizität unbestimmt lassen, das positive Vorzeichen wählen.

3) Durch die Berührung des Zinks im Elemente mit  $M_1$  nimmt das Zink den Potentialwert  $Zn | M_1$  an; da nun die Flüssigkeit die Elektrizität leitet, so fließt die diesem Potentialwerte entsprechende Elektrizität auch auf das Metall  $M$ , so daß das ohnedem auf  $M$  vorhandene Potential um diesen Wert vergrößert wird.

Der Potentialwert auf dem Kupfer ist die Summe dieser drei Werte, so daß

$$a V' = V_1' = k + M | Cu + Zn | M_1.$$

Nun ist nach dem Gesetze der Spannungsreihe

$$\begin{aligned} M | Cu + Zn | M_1 &= M | Cu + Cu | Zn + Zn | M_1 - Cu | Zn \\ &= M | M_1 - Cu | Zn, \end{aligned}$$

somit wird

$$a V' = k - Cu | Zn + M | M_1 = F + M | M_1.$$

Die Platte  $M_1$  erhält, wie man leicht auf gleichem Wege findet, denselben Wert der Potentialfunktion mit entgegengesetztem Vorzeichen.

Bei einem dritten Versuche wird die Platte  $M$  mit dem Zink, die Platte  $M_1$  mit dem Kupfer verbunden. Wird dann an der Platte  $M$  die Potentialfunktion  $V''$  beobachtet, so ist

$$V_1'' = a V''.$$

Die Potentialfunktion  $V_1''$  setzt sich jetzt aus folgenden Teilen zusammen:

1) Vom Zink her, welches den Potentialwert  $-k$  konstant besitzt,  $-k$ .

2) Durch die Berührung mit dem Zink  $M | Zn$ .

3) Durch die Berührung des Kupfers mit  $M_1$  kommt hinzu  $Cu | M_1$ , somit wird

$$\begin{aligned} a V'' &= -k + M | Zn + Cu | M_1 \\ &= -k + M | M_1 - Zn | Cu. \end{aligned}$$

Da nun

$$Zn | Cu = - Cu | Zn,$$

wird

$$aV'' = -k + Cu | Zn + M | M_1 = -F + M | M_1.$$

Aus diesen beiden Versuchen folgt dann

$$\frac{1}{2}(V' + V'') = \frac{M | M_1}{a} \quad \frac{1}{2}(V' - V'') = \frac{F}{a}$$

$$\frac{V' + V''}{V' - V''} = \frac{M | M_1}{F}.$$

Diese beiden Versuche geben also schon allein das gesuchte Verhältnis  $M | M_1$  zu der konstanten GröÙe  $F$ ; der erste der erwähnten Versuche, welcher direkt den Wert von  $M | M_1$  liefert, hat daher nur die Aufgabe eines Kontrollversuches.

Zur vollständigen Sicherheit bedarf es noch einer Korrekektionsbeobachtung; der Wert von  $k$  ist nämlich nicht, wie wir oben vorläufig annahmen, vollkommen konstant, sondern mit der Zeit einigen Schwankungen erworfen. Um diese Schwankungen zu eliminieren, beobachtete Kohlrausch stets zugleich an zwei Kondensatoren, einem bei allen Versuchen konstanten Zink-Kupfer-Kondensator und an dem eben erwähnten. An dem k-Kupfer-Kondensator wurde ebenso die Ladung beobachtet, wenn Kupfer Kupfer, Zink mit Zink durch einen Draht verbunden war, als auch, in das Kupfer des Kondensators mit dem Zink des Elementes und das k des Kondensators mit dem Kupfer des Elementes verbunden war.

Den obigen ganz gleiche Betrachtungen zeigen, da bei der Berührung Zink gegen Kupfer positiv ist, daß in dem letzten Falle die Ladung Zinkplatte des Kondensators wird

$$A = \frac{1}{a} (F + Zn | Cu),$$

ersten

$$B = \frac{1}{a} (Zn | Cu - F).$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt wieder

$$\frac{Zn | Cu}{F} = \frac{A + B}{A - B}.$$

Setzen wir nun die elektrische Differenz oder den Potentialwert  $Cu | Cu$  gleich 100, und beziehen auf diese die elektrischen Differenzen der übrigen Metalle, so können wir  $F$  selbst eliminieren und erhalten

$$\frac{M | M_1}{Zn | Cu} = \frac{(V' + V'')(A - B)}{(V' - V'')(A + B)} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (a)$$

Kohlrausch beschreibt vollständig einen Versuch zur Ermittlung der elektrischen Differenz zwischen Zink und Platin. Da Zink positiv gegen Platin ist, erhalten wir bei Verbindung des Platins mit dem negativen



Zink der Kette den Wert  $\frac{1}{a} (F + Zn | Pt)$ , bei umgekehrter Verbindung erhalten wir  $V'' = \frac{1}{a} (Zn | Pt - F)$ .

Die von Kohlrausch auf den Kondensatorplatten gefundenen Ladungen sind in den von ihm für das Torsionselektrometer gewählten Einheiten

Zink-Platin-Kondensator				Zink-Kupfer-Kondensator			
	Zink-platte	Platin-platte	Mittel		Zink-platte	Kupfer-platte	Mitte
$V'$	+ 11,98	— 12,02	12,000	$A$	+ 11,0	— 11,12	11,0
$V''$	— 3,01	+ 2,92	— 2,965	$B$	— 3,15	+ 3,01	— 3,0
$V$	+ 4,46	— 4,46	4,46	$\frac{1}{a} Zn   Cu$	+ 3,92	— 4,05	3,9

Dafs die Vorzeichen der Werte  $V''$  und  $B$  denen von  $V'$  und entgegengesetzt sind, beweist, dafs  $F'$ , oder die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes, gröfser ist als die elektrische Differenz  $Zn | Pt$  beziehungsweise als  $Zn | Cu$ .

Die halbe Differenz  $V' - V''$  giebt die Ladung des ersten Kondensators durch das Daniellsche Element allein oder den Wert  $\frac{F}{a}$  zu 7,48 die halbe Summe  $V' + V''$  giebt die Ladung  $\frac{M | M'}{a}$  zu 4,5175, ein Wert, welcher von dem direkt beobachteten  $V = \frac{M | M'}{a}$  gleich 4,46 nur auferst wenig abweicht.

Für den zweiten Kondensator ist

$$\frac{F'}{a'} = \frac{A - B}{2} = 7,07.$$

$$\frac{Zn | Cu}{a'} = \frac{A + B}{2} = 3,99;$$

während die direkte Beobachtung für den letzten Wert 3,98, also fast genau dasselbe liefert. Für die elektromotorische Kraft  $Zn | Pt$  in ihrem Verhältnis zu  $Zn | Cu$  liefert uns dann die Gleichung (a)

$$\frac{Zn | Pt}{Zn | Cu} = \frac{9,03 \cdot 14,14}{14,96 \cdot 7,98} = 1,064.$$

Wird also die elektrische Differenz  $Zn | Cu$  gleich 100 gesetzt, so wird  $Zn | Pt = 106,4$ .

Kohlrausch hat auf diese Weise direkt folgende Spannungsdifferenzen bestimmt:

	Beob.	·Ber.	Beob. II.	Beob. III.	Beob. IV.
$Zn   Cu$	100		100	100	100
$Zn   Au$	112,7		115	115,0	
$Zn   Ag$	105,6		109	108,7	
$Zn   Pt$	107,0		123		
$Zn   Fe$	74,7				88
$Zn   Hg$	—				125,3
$Fe   Cu$	31,9	25,3			12
$Fe   Pt$	32,3	32,3			
$Fe   Au$	39,7	38			
$Fe   Ag$	29,8	30,9			
$Cu   Au$					
$Cu   Hg$					25,3
$Fe   Hg$					37,4.

Die als berechnet angegebenen Zahlen sind nach dem Spannungszwe berechnet, indem z. B.  $Fe | Ag = Zk | Ag - Zk | Fe$  gesetzt e. Wie man sieht, stimmen aufser bei  $Fe | Cu$  die berechneten an fast vollkommen mit den beobachteten überein.

Bei der Untersuchung des Bleis fand Kohlrausch den Einfluss der ersten Änderung des Metalls bestätigt, indem er für  $Zn | Pb$  ganz re Werte fand, als er eine frisch gereinigte glänzende Bleiplatte anlte, wie als dieselbe Bleiplatte bei dem Liegen an der Luft mit einer Ischicht sich bedeckt hatte.

Da bei der beschriebenen Versuchsreihe auch die Zinkplatte nicht ganz end geblieben war, so sah sich Kohlrausch dadurch veranlaßt, seine uche zu wiederholen<sup>1)</sup>, indem er vor jeder Beobachtung die Zink- e wieder sorgfältig reinigte. Die Resultate dieser Beobachtungen oben unter Beob. II mitgeteilt. Für die elektrische Differenz zwischen reinen und einer mit Zinkoxyd bedeckten Platte, also für  $Zn | ZnO$  Kohlrausch bei dieser Gelegenheit den Wert 39,9.

Die unter Beob. III angegebenen Werte sind ganz nach der Methode Kohlrausch von Gerland in meinem Laboratorium bei Gelegenheit r im nächsten Paragraphen zu besprechenden Untersuchung bestimmt len<sup>2)</sup>.

Die unter Beob. IV angegebenen Zahlen sind von Clifton<sup>3)</sup> ebenfalls i der Methode von Kohlrausch erhalten.

Außerdem hat Hankel<sup>4)</sup> die elektromotorischen Kräfte zwischen veredenen Metallen untersucht, nach einer Methode, welche im Princip derjenigen von Kohlrausch übereinstimmt, welche aber nicht der glei- Genauigkeit fähig ist, da Hankel die an verschiedenen Kondensatoren ltenen Werte direkt vergleicht. Die Einrichtung, welche Hankel dem ensator gab, war folgende. Eine Kupferplatte wurde auf einem Glas-

1) Kohlrausch, Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.

2) Gerland, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

3) Clifton, Proceedings of the London Royal Society vol. XXVI, Beiblätter Poggend. Ann. Bd. I, p. 568.

4) Hankel, Abhandl. der mathem. Klasse der Königl. Sächs. Gesellschaft Wissenschaften zu Leipzig. Bd. IV. 1864.

cylinder genau horizontal befestigt, über derselben schwebte an drei Fäden eine zweite Kupferplatte von genau gleicher GröÙe, welche an einer Führung gehoben und gesenkt werden konnte, so daß sie in jeder Höhe vollkommen horizontal blieb. Von dieser Platte führte ein zu einer lockeren Spirale gewundener Platindraht zu dem Goldblättchen eines Behrenschen Elektroskops, dessen trockne Säule durch eine Zink-Wasser-Kupfersäule ersetzt war. Die der beweglichen Platte erteilte Ladung, respektive deren Potentialwert wurde durch den Ausschlag des Goldblättchens gemessen, den Hankel immer nur sehr klein werden ließ, und den er deshalb durch ein Mikroskop mit Okularmikrometer beobachtete. Dem Ausschlage des Goldblättchens setzte er den Potentialwert der beweglichen Platte proportional. Zur Untersuchung der elektromotorischen Kräfte legte nun Hankel die sorgfältig gereinigten und abgeschliffenen Metallplatten, deren Durchmesser wie jener der Kupferplatten 95 mm betrug, auf die untere Kupferplatte, ließ die obere herab, so daß sie der aufgelegten Platte bis zu 0,94 mm genähert wurde, und stellte kurze Zeit die Verbindung der unteren und oberen Kupferplatte durch zwei zur Erde abgeleitete Platindrähte her. Darauf wurde die Verbindung unterbrochen, die obere Platte gehoben, bis sie 330 mm von der untern entfernt war, und sofort der Ausschlag an dem Elektroskop beobachtet.

Bezeichnen wir den Wert der Potentialfunktion auf der beweglichen Kupferplatte  $K$  im Momente des Ablesens mit  $V$ , zur Zeit, als sie der untern auf der Kupferplatte liegenden Metallplatte  $M$  bis auf den Abstand 0,94 mm =  $\delta$  genähert war, mit  $V_1$ , den Potentialwert auf der untern Platte  $M$  mit  $V_2$ , so ist nach §. 41

$$V = \frac{R}{2\delta} (V_1 - V_2),$$

wenn  $R$  den bei allen Platten gleichen Radius bedeutet. Der Potentialwert  $V_1$  ist nun gleich

$$V_1 = K | Pt + Pt | A,$$

wenn wir annehmen, daß das mit der Erde leitend verbundene Platin infolge dieser Verbindung einen gewissen elektrischen Zustand erhalten habe, der mit  $Pt | A$  bezeichnet sei.

Ebenso erhalten wir für  $V_2$

$$V_2 = M | Cu + Cu | Pt + Pt | A = M | Pt + Pt | A.$$

Damit wird

$$V = \frac{R}{2\delta} (K | Pt - M | Pt) = \frac{R}{2\delta} K | M.$$

Ersetzen wir das Metall  $M$  durch ein anderes  $M'$ , so wird, unter der Voraussetzung, daß  $R$  und  $\delta$  genau dieselben Werte haben, der Potentialwert  $V'$  der beweglichen Platte

$$V' = \frac{R}{2\delta} K | M'.$$

Für ein drittes Metall  $M''$  wird ebenso

$$V'' = \frac{R}{2\delta} K | M''.$$

Daraus ergibt sich dann

$$V - V' = \frac{R}{2\delta} (K | M - K | M') = \frac{R}{2\delta} (K | M' + M' | M - K | M')$$

$$V - V' = \frac{R}{2\delta} M' | M; \quad V - V'' = \frac{R}{2\delta} M'' | M,$$

und daraus schliesslich

$$\frac{V - V''}{V - V'} = \frac{M'' | M}{M' | M},$$

ein Quotient, der uns die elektromotorische Kraft zwischen irgend zwei Metallen bezogen auf diejenige zwischen irgend zwei andern als Einheit liefert.

Wie man sieht, ist hier bei allen Versuchen die Gleichheit von  $R$  und  $\delta$  vorausgesetzt, eine Voraussetzung, welche sich kaum ganz vollkommen realisieren lässt.

Die von Hankel an frisch geputzten Metallen gefundenen Werte sind

$Zn   Al = -20$	$Zn   Fe = 84$
$Zn   Zn = 0$	$Zn   Cu = 100$
$Zn   Cd = 19$	$Zn   Au = 110$
$Zn   Pb = 44$	$Zn   Pd = 115$
$Zn   Sn = 51$	$Zn   Ag = 118$
$Zn   Sb = 69$	$Zn   C = 122$
$Zn   Bi = 70$	$Zn   Pt = 123$
$Zn   Hg = 81$	

Als Kohle war eine Platte von Gaskohle benutzt. Die von Hankel gefundenen Werte stimmen bei denselben Metallen ziemlich gut mit den von Kohlrausch gefundenen Werten überein<sup>1)</sup>.

Hankel fand den Einfluss der Oberflächenänderung bestätigt, indem er für die elektrischen Differenzen ganz andere Werte erhielt, nachdem die Metalle eine Zeit lang an der Luft gelegen hatten.

Pellat<sup>2)</sup> hat bei Messungen der elektromotorischen Kräfte den Einfluss der oberflächlichen Beschaffenheit etwas näher verfolgt und kommt zu dem Resultate, dass nicht nur chemische, sondern auch physikalische Änderungen der Oberfläche die elektromotorische Kraft verändern können, ganz besonders glaubt er, dass eine oberflächliche Härtung der Metalle von Einfluss sei. So fand er, dass die elektrische Differenz einer mit feinem Schmirgel geputzten, dann mit Alkohol gewaschenen Zinkplatte gegen Gold nach 14 tägigem Liegen auf 0,75 ihres Wertes herabging. Wurde sie sorgfältig mit Tripel, einem weniger harten Material, blank geputzt und in Alkohol gewaschen, so stieg die Differenz auf 0,87 des frühern Wertes. Eine erneuerte Behandlung mit Schmirgel und Alkohol hob den Wert der Differenz

1) Weitere Bestimmungen sehe man von *Ayrton und Perry*, *Philosophical Transactions* für 1880. *Hoover*, *Wiedem. Ann.* Bd. IX. *Fr. Exner*, *Wiedem. Ann.* Bd. IX.

2) *Pellat*, *Comptes Rendus T. LXXX* p. 990, *Journal de physique T. X.*

höher, wie er anfänglich gewesen war auf 1,06, von welchem Wert nach längerem Liegen auf 0,99 zurückging, ein Wert, der durch Behan mit Tripel und Alkohol nicht mehr erheblich gesteigert wurde.

Man wird daher kleinere Schwankungen in den für die elektrischen Kräfte bei verschiedenen Beobachtungen erhaltenen Werten auffallend finden.

Das aus den Beobachtungen sich ergebende Gesetz der Spannungsreihe wird von der Helmholtzschen Auffassung der elektromotorischen Kraft durch folgende Überlegung als notwendig verlangt<sup>1)</sup>.

Liegen eine Zinkplatte und eine Kupferplatte auf einander, so wird durch Überführung einer gewissen Elektrizitätsmenge aus dem einen Metall in das andere eine gewisse Arbeit geleistet. Nennen wir  $K_c$  die Potentialfunktion der molekularen Kräfte des Kupfers an der Grenze, wo diese aufhören zu wirken, so wird  $K_c e$  das Potential dieser molekularen Kräfte auf eine dort befindliche Elektrizitätsmenge  $e$ . Wird bei dem Übertritt dieser Elektrizitätsmenge in das Kupfer die Potentialfunktion desselben gleich  $V_c$ , so ist die hierbei gewonnene oder geleistete Arbeit nach Gleichung (1) gleich  $e(K_c - V_c)$ . Haben  $K_z$  und  $V_z$  dieselbe Bedeutung für das Zink, so folgt, daß wenn die Elektrizitätsmenge  $e$  aus dem Zink in das Kupfer übertritt, die dabei geleistete oder gewonnene Arbeit wird

$$e(K_c - V_c) - e(K_z - V_z),$$

denn das Austreten der Elektrizität aus dem Zink erfordert die Arbeit, welche bei dem Eintreten geleistet wird oder umgekehrt. effektiv in dem Falle gewonnene oder geleistete Arbeit ist somit

$$e(K_c - K_z - (V_c - V_z)).$$

Ist der elektrische Gleichgewichtszustand erreicht, so hört das Weiterfließen der Elektrizität auf, weil zu dem Transport der Elektrizität in dem einen Sinne ebensoviel Arbeit verlangt wird wie zu demjenigen in dem andern Sinne, es muß demnach  $V_c$  und  $V_z$  einen solchen Wert nehmen, daß

$$K_c - V_c = K_z - V_z,$$

oder daß

$$V_z - V_c = K_z - K_c.$$

Nehmen wir ein drittes Metall und bedeuten  $K_m$  und  $V_m$  das Potential für das dritte Metall, so tritt bei Berührung desselben mit dem Kupfer der Gleichgewichtszustand ein, wenn

$$V_m - V_c = K_m - K_c$$

bei Berührung mit dem Zink, wenn

$$V_m - V_z = K_m - K_z = (K_m - K_c) + (K_c - K_z)$$

und das ist das Spannungsgesetz. Man erkennt gleichzeitig, daß das Gesetz nur gelten kann, wenn zwischen den Körpern sich ein elektrischer Gleichgewichtszustand herstellen kann, für solche, wo das nicht der Fall ist, gilt der Satz nicht

1) von Helmholtz, Wiedem. Ann. Bd. VII.



Aus den Versuchen von Kohlrausch, deren einen wir vorhin im Detail gegeben haben, ergibt sich für das Verhältnis der elektromotorischen Kraft  $Zn | Cu$  zu derjenigen eines Daniellschen Elementes, welche früher gemein und noch jetzt vielfach als eine bequeme Einheit der elektromotorischen Kraft angewandt wird,

$$\frac{Zn | Cu}{F} = \frac{A + B}{A - B} = \frac{3,99}{7,07} = 0,564;$$

ist also findet für dieses Verhältnis 0,789, Ayrton und Perry 0,67.

Von Helmholtz hat darauf aufmerksam gemacht, daß wir hiernach mit einem Zink-Kupfer-Kondensator, wenn eine geschliffene Zinkplatte unmittelbar auf einer geschliffenen Kupferplatte steht, so daß die Elektricität durch den Kontakt der beiden stattfindet, einen ganz enormen Wert der Potentialfunktion erhalten müßten, wenn wir die beiden Platten voneinander trennen. Ist  $R$  der Radius der Platten,  $\delta$  der Abstand der beiden Schichten der elektrischen Doppelschicht, und ist  $V_1$  die Potentialfunktion der obern Platte, so wird die Potentialfunktion der Platte nach dem Abheben, wenn alle in ihr vorhandene Elektricität auch nach dem Abheben noch in ihr bliebe,

$$V = \frac{R}{2\delta} V_1,$$

da der Faktor das Kapacitätsverhältnis des Kondensators zu der einzelnen abgehobenen Platte darstellt. Der Abstand  $\delta$  ist jedenfalls eine molekulare Entfernung, so daß der Koeffizient  $\frac{R}{2\delta}$ , wenn man etwa Platten von

Decimeter nähme, viele Millionen beträgt. Es würde daher auf der abgehobenen Platte eine Potentialfunktion sein, welche ebenfalls, da  $V_1$  gleich etwa 0,66 Daniell ist, einer Ladung von vielen Millionen Daniellschen Elementen entspräche. Nach Thomson kann man durch eine Ladung mit 5500 Daniellschen Elementen einen Funken von mehr als 1 mm Länge erhalten, die abgehobene Platte müßte deshalb einen Funken von vielen Hundert Centimetern geben, wenn man das Gesetz, daß die Schlagweite der Potentialfunktion proportional ist, soweit anwenden wollte. Es folgt somit, daß bei dem Abheben der Platten, weil wir sie nie parallel sich selbst abheben können, der größte Teil der getrennten Elektricitäten wieder zusammenfließt.

## §. 70.

**Elektricitätserrregung bei Berührung von Metallen und Flüssigkeiten.** Nach der ersten Entdeckung der Elektricitätserrregung durch Berührung glaubte Volta, daß nur bei der Berührung zweier Metalle Elektricität errregt würde; er liefs diese Ansicht jedoch fallen, als Galvani zeigte hatte, daß auch bei Anwendung eines ganz homogenen Bogens Inductionen an dem Froschpräparat eintraten. Es gelang ihm später auch mit einem besonders konstruierten Kondensator, dem sogenannten Duplikator, die Elektricitätserrregung bei dem Kontakt von Metallen und Wasser nachzuweisen<sup>1)</sup>. Er fand, als er isolierte Platten von Zink, Messing,

1) *Volta*, Brief an Green übersetzt in dem ersten Bande von Ritters Beiträgen.

Silber, Zinn mit gehörig benetztem Holze in Berührung brachte, daß alle diese Metalle negativ elektrisch wurden.

Um die elektrische Erregung der Metalle und Flüssigkeiten direkt nachzuweisen, kann man, wie Buff es gethan hat<sup>1)</sup>, auf die Platte eines Säulenelektroskopes eine dünne Glasplatte legen, deren untere Fläche und Ränder gefirnißt sind, um die allenfallsige Oberflächenleitung des Glases abzuschneiden. Auf die von dem Firniß frei gelassene obere Glasfläche bringt man eine dünne Schicht der zu untersuchenden Flüssigkeit, indem man entweder eine mit derselben getränkte Scheibe von Fließpapier darauf legt, oder indem man die Flüssigkeit mit dem Pinsel aufträgt. Darauf wird ein Draht von demselben Metalle, aus welchem die Kondensatorplatte gefertigt ist, mit einer isolierten Handhabe zugleich mit der auf der Glasplatte befindlichen Flüssigkeit und mit der Platte des Kondensators in Berührung gebracht. Die elektrische Erregung findet dann statt an der Stelle, wo der Draht die Flüssigkeit berührt; von dort aus verbreitet sich die eine Elektricität in der Flüssigkeit, die andere über der Platte des Kondensators, so lange, bis die Dichtigkeit der Elektricität an dem Punkte, wo der Draht die Kondensatorplatte berührt, gleich ist der Dichtigkeit der Elektricität auf dem Drahte. Nimmt man den Draht fort und hebt die Glasplatte ab, so verbreitet sich die vorher an der Oberfläche der Kondensatorplatte angehäuften Elektricität in das Elektroskop, und die Bewegung des Goldblättchens giebt die Art der auf dem Metalle durch die Berührung mit der Flüssigkeit erregten Elektricität.

Nach diesem Verfahren hat Buff eine Anzahl Metalle und Flüssigkeiten geprüft und folgende Resultate erhalten.

Es werden bei Berührung mit

Wasser	Zink stark, Platin schwach negativ elektrisch.
verd. Schwefelsäure	Zink, Eisen, Kupfer negativ, Zink am stärksten, Kupfer am schwächsten; Gold, Platin positiv.
verd. Salpetersäure	Eisen, Zink negativ, Platin, Gold positiv, Kupfer wird nicht elektrisch.
konzentr. Salpetersäure	Zink negativ, sehr schwach, Platin, Gold, Kupfer, Eisen positiv.
Kalilauge	alle Metalle negativ.
konzentrierter Lösung von Zinkvitriol	Zink stark, Kupfer schwach negativ, Platin positiv.

Eine große Anzahl Versuche hat in ähnlicher Weise Pfaff angestellt<sup>2)</sup>. Nach ihm sind in Berührung mit alkalischen Flüssigkeiten, wie Kalilauge, Natronlauge alle Metalle positiv.

Bei den Säuren theilten sich die Metalle in zwei Gruppen, von denen die einen meist positiv, die anderen meist negativ werden, ein Resultat, welches die Versuche Buffs bestätigen. So werden nach Pfaff mit konzentrierter Schwefelsäure, Salpetersäure, Salzsäure Silber, Gold, Platin stets positiv, Zink wurde stets negativ elektrisch; mit Schwefelsäure wurden außerdem positiv Blei, Kupfer und weiches Eisen, negativ Antimon

1) Buff, Liebigs Annalen der Chemie etc. Bd. XLII u. XLIV.

2) Pfaff, Poggend. Ann. Bd. LI.

nn, mit Salpetersäure positiv Stahl, Blei, Zinn und Kupfer, negativ Eisen und Antimon.

Für die Lösungen von Salzen giebt Pfaff an, daß Metalle, welche in eine getaucht wurden, im allgemeinen der Art nach ebenso elektrisch sind, als wenn sie mit dem Metalle, aus welchem die Salze gebildet sind, in Berührung standen; so machen die Zinksalze alle Metalle aus, die in eine Lösung von Goldchlorid dagegen wurden alle positiv.

Überblicken wir die in dem Vorigen zusammengestellten Beobachtungen, so ergibt sich zunächst in Bezug auf die Art der erregten Elektricität das wichtige Resultat, daß die Flüssigkeiten sich nicht in die für Metalle aufgestellte Spannungsreihe einordnen lassen. Bei den Säuren steht wir z. B., daß Zink von denselben stets negativ erregt wird; das steht nun an der Spitze der Spannungsreihe, wenn deshalb die Säuren der Spannungsreihe gehörten, so müßten alle übrigen Metalle bei Berührung mit ihnen ebenfalls negativ werden. Es ist das aber nicht der Fall, vielmehr werden gerade die an dem negativen Ende der Spannungsreihe stehenden Metalle von den Säuren positiv erregt.

Daß die Flüssigkeiten nicht in die Spannungsreihe gehören, läßt sich leicht durch einen Versuch beweisen, welcher analog demjenigen ist, aus welchem direkt das Spannungsgesetz folgte. Wenn man eine Reihe von Metallen zusammenstellt, so ist die Dichtigkeit der Elektricität an den Endgliedern gleich null, wenn die Endglieder aus demselben Metalle sind. Unterbricht man dagegen die Reihe an einer Stelle und fügt die Unterbrechungsstellen in eine Flüssigkeit, so ist auf den Endgliedern wieder Elektricität vorhanden, vorausgesetzt nur, daß die Unterbrechungsstellen von verschiedenem Metalle sind. Daraus folgt unmittelbar, daß die Flüssigkeiten sich nicht in die Spannungsreihe der Metalle einordnen lassen.

Man unterscheidet deshalb die Metalle und die Flüssigkeiten als Leiter erster und Leiter zweiter Klasse; jene Körper, welche in die Spannungsreihe der Metalle sich einordnen, heißen Leiter erster Klasse, jene, welche die Elektricitäten leiten, aber nicht in die Spannungsreihe gehören, heißen Leiter zweiter Klasse. Wir werden später sehen, daß auch in der Art, wie diese Körper die Elektricität leiten, ein Unterschied besteht.

Früher glaubte man vielfach, daß die Elektricitäts-erregung der Metalle bei Flüssigkeiten gegen diejenigen der Metalle bei wechselseitiger Berührung nur sehr schwach sei: schon Pfaff indes giebt an<sup>1)</sup>, daß, wenn man im allgemeinen die elektrische Erregung der Metalle durch Flüssigkeiten vergleicht, schwächer sei als die der Metalle unter einander, doch in manchen Fällen die elektrische Erregung von Metallen durch Flüssigkeiten stärker sei, selbst der in der Spannungsreihe am weitesten von einander entfernten Metalle.

Es ergibt sich das direkt aus einem Versuche Becquerels<sup>2)</sup> an einem Platin-Kondensator. Verbindet man die beiden Metalle durch einen Leiter, so wird das Platin negativ, das Zink positiv; verbindet man aber

<sup>1)</sup> Pfaff, Poggend. Ann. Bd. LI.

<sup>2)</sup> E. Becquerel, Comptes Rendus. T. XXII. p. 677.

die beiden Metalle durch die feuchten Finger, so wird das Zink negativ, das Platin positiv, woraus folgt, daß die negative Erregung des Zinks durch Feuchtigkeit viel größer ist als die positive Erregung desselben durch Platin.

Péclet<sup>1)</sup> hat in dieser Beziehung einige Messungen angestellt unter Anwendung eines Gold-Zink-Kondensators. Wurden beide Platten durch einen Draht verbunden, so zeigte nach dem Abheben der Zinkplatte das Goldblatt des Elektroskopes eine Ablenkung, welche nach einem willkürlichen Maße gemessen gleich  $-3$  war; das negative Vorzeichen bedeutet, daß die Elektricität des Goldes negativ war. Wurden dagegen die Platten durch die feuchten Finger verbunden, so zeigte sich nach dem Abheben der Zinkplatte die Ablenkung  $+20$ . Die Ladung rührt in diesem Falle hauptsächlich von der Erregung des Zinks durch die Feuchtigkeit der Hand, so daß daraus folgen würde, daß die Erregung des Zinks durch diese Feuchtigkeit fast siebenmal so stark ist als diejenige des Zinks bei der Berührung mit Gold.

Auch die genauen Messungen von Kohlrausch<sup>2)</sup> haben den Beweis geliefert, daß die elektrischen Erregungen von Metallen und Flüssigkeiten oft diejenigen von Metallen unter einander überwiegen. Das von Kohlrausch benutzte Verfahren war demjenigen gleich, welches bei den im vorigen Paragraphen beschriebenen Versuchen gedient hatte.

An einem Kupfer-Zink-Kondensator wurde zunächst die Ladung bestimmt, wenn die beiden Platten direkt durch einen Draht verbunden waren. Die Ladung fand sich am Torsionselektrometer an der von Kohlrausch gewählten Einheit gleich 4,17. Darauf wurde das Kupfer des Kondensators mit dem Kupfer, das Zink mit dem Zink eines Daniellschen Elementes verbunden, dessen Zink in einer Lösung von Zinkvitriol, dessen Kupfer in einer Lösung von Kupfervitriol stand. Die in diesem Falle vorhandenen elektromotorischen Kräfte sind der Kontakt des Zinks mit dem Zinkvitriol, des Kupfers mit dem Kupfervitriol und der Kontakt der beiden Flüssigkeiten. Letzterer ist indes zu vernachlässigen, da, wie wir später noch besonders zeigen werden, die elektromotorische Kraft bei der Berührung der Flüssigkeiten kaum merklich ist. Zink wird bei der Berührung mit Zinkvitriol negativ, die Flüssigkeit positiv; Kupfer wird bei der Berührung mit Kupfervitriol ebenfalls negativ, die Flüssigkeit positiv. Die Ladung des Zinks in der Flüssigkeit und somit auch des Zinks des Kondensators ist daher proportional der Differenz zwischen den elektromotorischen Kräften zwischen Zink, Zinkvitriol und Kupfer, Kupfervitriol. An dem Torsionselektrometer zeigte sich die Ladung des Kondensators gleich 4,51. Aus diesen beiden Beobachtungen folgt, da bei beiden derselbe Kondensator diente,

$$Zn | Cu : (Zn | Zn SO_4 - Cu | Cu SO_4) = 4,17 : 4,51.$$

Zur Bestimmung des Verhältnisses der elektromotorischen Kräfte  $Zn | Zn SO_4$  und  $Cu | Cu SO_4$  zur elektromotorischen Kraft  $Zn | Cu$ , bedarf es außer obiger noch einer Gleichung. Um diese zu erhalten,

1) Péclet, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. II.

2) Kohlrausch, Poggend. Ann. Bd. LXXIX.

andte Kohlrausch die Methode von Buff an. Auf eine als Kollektorplatte dienende Zinkplatte wurde eine dünne Glasscheibe gelegt, und auf diese eine mit Zinkvitriol getränkte Scheibe von Fliesspapier. Die Zinkplatte wurde dann negativ elektrisch und am Torsionselektrometer ergab sich die Zahl 4,41. Diese Zahl ist mit den vorigen indes nicht vergleichbar, da die Verstärkungszahl des Kondensators jetzt eine andere ist als vorher.

Deshalb wurde weiter anstatt der mit Zinkvitriol getränkten Scheibe von Fliesspapier eine ebensolche mit Kupfervitriol getränkte auf die Glasplatte des Kondensators gelegt, und die Verbindung zwischen der Flüssigkeit und der Zinkplatte durch einen Kupferdraht hergestellt. Die Zinkplatte lud sich jetzt durch die Differenz der elektromotorischen Kräfte  $Zn | Cu$  und  $Cu | CuSO_4$ , da das Kupfer bei der Berührung mit Kupfervitriol negativ elektrisch wird. Am Torsionselektrometer ergab sich für die Ladung 2,94.

Da die beiden letzten Zahlen an demselben Kondensator erhalten sind, so sind sie vergleichbar, es ist deshalb

$$Zn | ZnSO_4 : (Zn | Cu - Cu | CuSO_4) = 4,41 : 2,94.$$

Setzt man nun die elektromotorische Kraft  $Zn | Cu = 4,17$ , so ergibt sich aus diesen beiden Gleichungen

$$Zn | ZnSO_4 = 5,21; \quad Cu | CuSO_4 = 0,70.$$

Durch eine Reihe ähnlicher Versuche fand Kohlrausch für einige andere Flüssigkeiten folgende Werte:

Zink	Kupfer . . . . .	100
Zink	Zinkvitriol . . .	— 129
Zink	Schwefelsäure . .	— 115
Kupfer	Zinkvitriol . . .	— 36
Kupfer	Kupfervitriol . .	— 21,5,

zu welchen er später<sup>1)</sup> noch folgende Werte fügte:

Amalgamiertes Zink	Schwefelsäure	— 149
Platin	Salpetersäure	149.

Es ergibt sich daraus, daß in vielen Fällen die elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten jene zwischen Metallen ganz bedeutend übersteigt. Die von Kohlrausch untersuchten Fälle sind für die Praxis die wichtigsten, da gerade diese es sind, welche in den galvanischen Kombinationen stets angewandt werden<sup>2)</sup>.

Wenn wir auch an dieser Stelle noch nicht auf die theoretische Streitfrage eingehen, welches denn eigentlich die Ursache der elektrischen Erregung ist, so müssen wir doch eine Ansicht schon hier erwähnen, die Ansicht nämlich, daß eine Elektrizitätserregung bei dem Kontakte zwischen Metallen überhaupt nicht stattfindet, sondern daß nur bei Berührung von Flüssigkeiten mit Metallen Elektrizität erregt würde. In einer anderen, später zu betrachtenden Weise ist diese Ansicht schon sehr alt; schon

1) Kohlrausch, Poggend. Ann. Bd. LXXXII. S. 407.

2) Messungen von Clifton sehe man Proceedings of London Royal Society vol. XXVI, von Ayrton und Perry ebendort vol. XXVII und Philos. Transactions (London) for 1880 part. I.



bald nach Voltas Entdeckung und nach der Beobachtung der chemischen Wirkungen des durch die Kontaktelektricität entstehenden galvanischen Stromes nahmen viele an, daß Elektricitäts-erregung nur Folge von chemischer Aktion sei, daß nur dann bei der Berührung zweier Körper Elektricität auftrete, wenn zwischen denselben eine chemische Einwirkung vorhanden wäre, und daß die erregte Elektricität Folge dieser chemischen Aktion wäre. Diese Physiker mußten deshalb die elektrische Erregung zwischen chemisch indifferenten Körpern und selbstverständlich beim Kontakte von Metallen leugnen. Es wird uns später leicht sein, die Unhaltbarkeit dieser Ansicht nachzuweisen. Aber auch ohne so weit zu gehen, daß sie jede elektrische Erregung auf eine chemische Aktion zurückführen wollen, halten manche die Erregung von Elektricität beim Kontakte von Metallen für nicht erwiesen, und glauben die dabei beobachtete Elektricität auf den Kontakt von Flüssigkeiten und Gasen mit den Metallen zurückführen zu können.

Wenn bei dem Voltaschen Fundamentalversuch nicht strenge alle Flüssigkeiten ausgeschlossen werden, so ist er allerdings nicht beweisend; deshalb habe ich keiner der Modifikationen desselben Erwähnung gethan, bei denen ein einseitiger Kontakt von Flüssigkeiten und Metallen vorkommt. Aber auch die vorggeführten Versuche gelten nicht für beweisend und man hält es wenigstens für möglich, daß bei ihnen auch der Flüssigkeitskontakt es sei, welcher die Elektricität erregt, indem man auf die Erklärung dieser Versuche von De la Rive zurückgeht.

De la Rive glaubt<sup>1)</sup>, daß die Feuchtigkeit der Luft die Ursache der bei dem Metallkontakte beobachteten Elektricität sei. Jeder Körper kondensiert auf seiner Oberfläche Gas aus seiner Umgebung; die zu den Fundamentalversuchen benutzten Platten sind daher mit kondensierter Luft und Feuchtigkeit bedeckt. Der Kontakt dieser Feuchtigkeit mit den Metallen macht letztere, und zwar in den meisten Fällen negativ, elektrisch, während die Feuchtigkeit selbst positiv elektrisch wird. Da beide Elektricitäten gleich dicht sind, so kann ein einzeln stehender Körper nicht elektrisch erscheinen. Wird aber mit einem solchen ein anderer in metallische Berührung gebracht, welcher durch die auf ihm kondensierte Feuchtigkeit weniger stark negativ oder gar positiv erregt wird, so fließt die negative Elektricität so lange in denselben über, bis die Dichtigkeit der negativen Elektricität in beiden gleich ist. Da zwei Platten sich immer nur in wenigen Punkten der Berührungsflächen wirklich metallisch berühren, während sonst zwischen ihnen noch jene Gas- und Feuchtigkeitsschicht sich befindet, so wird, so lange die Platten zusammen sind, die positive Elektricität der Gasschicht die negative in dem Metalle an den einander zugewandten Flächen kondensieren. Hebt man nun aber die Metalle von einander ab, so wird in dem durch die Flüssigkeit stärker negativ erregten wegen des Abflusses eines Theiles der negativen Elektricität die positive jetzt überwiegen und zum Theil fortgenommen werden können; deshalb erscheint die Platte jetzt positiv elektrisch, während die andere wegen des Überschusses der negativen Elektricität jetzt negativ erscheint.

1) De la Rive, Poggend. Ann. Bd. XV. Traité de l'électricité. T. II. p. 774.

So bei einer Zink- und Kupferplatte. Das Zink wird von der Feuchtigkeit stärker negativ erregt als das Kupfer; legt man die Platten auf einander, so tritt durch die wirklichen Berührungspunkte derselben ein Teil der negativen Elektrizität zum Kupfer; hebt man die Zinkplatte ab, so erweist sich die Kupferplatte negativ und die Zinkplatte mit ihrer Gasschicht positiv elektrisch. Der Versuch, bei welchem eine Kupferplatte und eine Zinkplatte wiederholt isoliert von einander abgehoben und an den Kondensator gelegt werden, soll sich in derselben Weise erklären, indem jedesmal unmittelbar nach der Abgabe der Elektrizitäten der Platten die kondensierten Feuchtigkeitsschichten wieder elektromotorisch wirken. Bei dem Aufeinanderlegen der Platten wird sich daher der Proceß in der angegebenen Weise wiederholen.

Gegen diese Erklärung der Voltaschen Fundamentalversuche sind besonders Pfaff<sup>1)</sup> und Fechner<sup>2)</sup> aufgetreten, indem sie zeigten, daß Elektrizität erregt wird, wenn Metalle unter der Glocke der Luftpumpe oder in Räumen, welche mit vollkommen getrocknetem Wasserstoffgas gefüllt waren, mit einander in Berührung gebracht wurden, oder indem sie nachwiesen, daß ein Messingdraht oder ein Platindraht negativ elektrisch wurden, als sie an eine vollständig mit Firnis überzogene Zinkplatte angelötet waren.

Gegen diese Versuche könnte eingewandt werden, daß weder unter der Glocke der Luftpumpe, noch bei dem Übertragen in vollkommen trockne, mit Wasserstoff gefüllte Räume, noch auch bei dem Überziehen mit Firnis die kondensierte Feuchtigkeitsschicht fortgenommen wird, daß daher in allen Fällen die supponierte Erregungsursache noch fortdaure.

Es wäre jedenfalls gut, wenn derartige Versuche wiederholt würden, indem nach der Methode von Waidele<sup>3)</sup> Platten von den kondensierten Gas- und Feuchtigkeitsschichten befreit und dann unter der Glocke der Luftpumpe oder in mit trockenem Wasserstoffgas gefüllten Räumen die Metalle zur Berührung gebracht würden. Bei solchen Versuchen könnte der Einwurf, daß auf den Metallen die kondensierte Feuchtigkeitsschicht vorhanden sei, nicht gemacht werden.

Indes auch ohnedem ist, wie mir scheint, die erwähnte Ansicht aus mehreren Gründen nicht haltbar.

Zunächst nämlich ist es eine willkürliche Annahme, daß die kondensierte Gasschicht jedes Metalles auch nach der Berührung mit dem andern ihren elektrischen Zustand ganz ungeändert beibehalte. Nehmen wir zwei Platten, eine Zink- und eine Kupferplatte, welche mit ihren Flächen auf einander liegen, so soll nach dieser Ansicht die Elektrizität der Metalle sich ausgleichen. Nun durchdringen sich aber die Gasschichten der zugewandten Flächen jedenfalls teilweise; ich kann deshalb keinen Grund einsehen, weshalb sich nicht auch die Elektrizitäten der Gasschichten wenigstens teilweise ausgleichen sollen. Diese Ausgleichung müßte zudem jedenfalls verschieden sein, je nachdem die Platten mehr oder weniger stark und längere oder kürzere Zeit zusammengepreßt wären. Man

1) Pfaff, Revision der Lehre vom Galvano-Voltaismus. Altona 1837.

2) Fechner, Poggend. Ann. Bd. XLII.

3) Man sehe im 1. Bd. §. 113.

müßte also je nachdem eine verschiedene elektrische Erregung erhalten, was nach allen vorliegenden Erfahrungen, wie wir sahen, nicht der Fall ist.

Ein zweiter gegen diese Ansicht sprechender Grund ist die nachgewiesene Richtigkeit des Gesetzes der Spannungsreihe. Will man dieses Gesetz mit der erwähnten Hypothese vereinigen, so muß man annehmen, daß die Berührung mit der kondensierten Gasschicht die Metalle gerade in der Reihenfolge negativ elektrisch erzeuge, in welcher sie nach dem Spannungsgesetze positiv elektrisch werden, daß also das Zink am stärksten, das Platin oder Gold am schwächsten negativ elektrisch werde. Es müßte ferner die elektrische Differenz, welche zwei Metalle zeigen, proportional sein dem Unterschiede in der elektrischen Erregung derselben durch die kondensierte Gasschicht.

Das elektromotorisch Wirksame in der auf den Metallen kondensierten Gasschicht kann nur die Feuchtigkeit sein, da, wie wir später noch besonders nachweisen werden, Stickstoff und Sauerstoff bei der Berührung mit den Metallen kaum elektromotorisch wirksam sind<sup>1)</sup>; die Feuchtigkeit der Luft ist aber Wasser, es müßte sich daher genau dieselbe Art der elektrischen Erregung zeigen, wenn man die Metalle in Wasser taucht, d. h. auch bei der Berührung mit Wasser müßte der Unterschied in den elektrischen Erregungen zweier Metalle der elektrischen Differenz der Metalle proportional sein.

Das ist jedoch nach Versuchen von Hankel<sup>2)</sup> und von Gerland<sup>3)</sup> nicht der Fall. Hankel stellte seine Versuche nach der schon im vorigen Paragraphen beschriebenen Methode an, dieselbe wurde dem Zwecke der Versuche entsprechend nur so abgeändert, daß die untere Kupferplatte durch eine Wasserfläche ersetzt wurde. Zu dem Ende wurde an die Stelle der untern Kupferplatte ein Glastrichter gebracht, dessen oberer Rand so weit abgeschliffen war, daß er einen Durchmesser von 95 mm, also denselben wie alle untersuchten Metallplatten erhielt. Das Rohr dieses Trichters war verlängert und dann unten U-förmig umgebogen, so daß das nach oben gebogene Ende des Rohres etwas höher war als der Rand des Trichters. Durch dieses Rohr konnte dann der Trichter mit Wasser gefüllt werden, so daß dasselbe den Rand des Trichters gerade bedeckte, so daß also die kreisförmige Wasserfläche einen Durchmesser von genau 95 mm besaß.

Zu den Messungen wurde dasselbe Differenzverfahren angewandt, nach welchem die elektrischen Erregungen der Metalle bestimmt waren. Auf den Trichter wurde zunächst, ehe er mit Wasser gefüllt war, eine Zinkplatte gelegt, die Kupferplatte *K* bis auf 0,94 mm von der Zinkplatte herabgelassen, und dann in der im vorigen Paragraphen angegebenen Weise *K* | *Zn* gemessen. Darauf wurde die Zinkplatte durch die eines Metalles *M* ersetzt und *K* | *M* gemessen, die Differenz *K* | *Z* — *K* | *M* lieferte den Wert von *M* | *Zn*.

Nun wurde der Trichter bis an den Rand mit Wasser gefüllt, die

1) Auf die Ansicht von *Exner* kommen wir später zurück. Man s. §. 113.

2) *Hankel*, Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. zu Leipzig. Klasse. Bd. VII. 1865.

3) *Gerland*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.



Scheibe  $K$  der Wasseroberfläche bis auf 0,94 mm genähert, und dann in das Wasser des seitlichen Rohres ein sorgfältig mit feinem Schmirgel geputztes oder mit einer Feile abgeriebenes Stück des Metalles  $M$  eingetaucht, welches ebenso wie die Platte  $K$  durch einen Platindraht zur Erde abgeleitet war. Da, wie wir §. 50 sahen, die der Platte  $K$  gegenüberstehende Wasseroberfläche sich in Bezug auf die Leitung der Elektrizität, wie die vorher an derselben Stelle befindliche zur Erde abgeleitete Metalloberfläche verhält, so können wir annehmen, daß die Kapazität oder die Verstärkungszahl des jetzt hergestellten Kondensators dieselbe ist, wie die des Metall-Metall-Kondensators. Demnach ist das an der Platte  $K$  gemessene Potential proportional der Summe  $K | M + M | H_2O$ , und die Differenz des jetzt bestimmten Wertes und des vorher gefundenen  $K | M$  giebt die gesuchte elektrische Erregung zwischen dem Metall  $M$  und Wasser. Da nun  $K | M$  in der gewählten Einheit  $Zn | Cu$  bekannt ist, so kann auch  $M | H_2O$  in dieser Einheit ausgedrückt werden.

Die von Hankel gefundenen Zahlen werden wir gleich mit denen von Gerland zusammenstellen.

Die von Gerland in meinem Laboratorium angestellten Versuche waren etwas anders angeordnet. Die eine Platte eines Kohlrauschschen Kondensators wurde durch ein achteckiges ganz aus Glas verfertigtes Kästchen ersetzt. Die der Metallplatte zugewandte vordere Platte dieses Kästchens war von dünnem Spiegelglase, ~~g~~ mit Schellackfirnis überzogen, und so groß, daß sie die Metallplatte, wenn dieselbe der Glasplatte bis zur Berührung genähert war, rings etwas überragte. Die entgegengesetzte Wand des Kästchens war von gleicher Größe und von der erstern etwa 1 cm entfernt. Die den acht Seiten der Platte entsprechenden acht Seitenwände des Kästchens waren durch 1 cm breite Glasstreifen hergestellt, welche durch Glaserkitt an den beiden Platten wasserdicht befestigt waren. Das Kästchen war rings geschlossen, nur der die obere Seitenwand bildende Glasstreifen hatte eine Durchbohrung, durch welche das Kästchen mit Wasser gefüllt wurde, und durch welche der Metalldraht eingeführt wurde, dessen elektrische Erregung durch Wasser geprüft werden sollte. Es war auf diese Weise der Metallplatte des Kondensators eine Wasserplatte von 1 cm Dicke gegenübergestellt.

Bei den Versuchen wurde das Glaskästchen mit Wasser gefüllt, die Metallplatte der gefirnisten Vorderseite des Glaskästchens bis zur Berührung genähert, und dann ein gabelförmig gebogener isolierter Metalldraht mit der einen Zinke in das Wasser des Kästchens getaucht, mit der andern Zinke an die Metallplatte des Kondensators angelegt, und die Verbindung einige Sekunden unterhalten. Die Metallplatte wurde dann nach Unterbrechung der Verbindung von dem Glaskästchen entfernt, und der auf ihr vorhandene Potentialwert am Torsionselektrometer gemessen.

Dann wurde das Glaskästchen vom Wasser entleert, neuerdings gefüllt, die Platte angeschoben und zunächst etwa  $\frac{1}{2}$  Minute stehen gelassen, um zu untersuchen, ob der Kondensator unelektrisch sei. Stellte sich das heraus, so wurde die Platte wieder angeschoben, mit einem zweiten Metalldraht die Verbindung der Platte mit dem Wasser hergestellt, und wieder das Potential auf der Metallplatte gemessen. Ebenso wurde mit dem Drahte eines dritten Metalls verfahren u. s. f.

müßte also je nachdem eine verschiedene elektrische Erregung erhalten was nach allen vorliegenden Erfahrungen, wie wir sahen, nicht der Fall ist.

Ein zweiter gegen diese Ansicht sprechender Grund ist die nachgewiesene Richtigkeit des Gesetzes der Spannungsreihe. Will man dieses Gesetz mit der erwähnten Hypothese vereinigen, so muß man annehmen, daß die Berührung mit der kondensierten Gasschicht die Metalle genau in der Reihenfolge negativ elektrisch erzeuge, in welcher sie nach dem Spannungsgesetze positiv elektrisch werden, daß also das Zink am stärksten, das Platin oder Gold am schwächsten negativ elektrisch werde. Es müßte ferner die elektrische Differenz, welche zwei Metalle zeigen, proportional sein dem Unterschiede in der elektrischen Erregung derselben durch die kondensierte Gasschicht.

Das elektromotorisch Wirksame in der auf den Metallen kondensierten Gasschicht kann nur die Feuchtigkeit sein, da, wie wir später noch besonders nachweisen werden, Stickstoff und Sauerstoff bei der Berührung mit den Metallen kaum elektromotorisch wirksam sind<sup>1)</sup>; die Feuchtigkeit der Luft ist aber Wasser, es müßte sich daher genau dieselbe Art der elektrischen Erregung zeigen, wenn man die Metalle in Wasser taucht, d. h. auch bei der Berührung mit Wasser müßte der Unterschied in den elektrischen Erregungen zweier Metalle der elektrischen Differenz der Metalle proportional sein.

Das ist jedoch nach Versuchen von Hankel<sup>2)</sup> und von Gerland<sup>3)</sup> nicht der Fall. Hankel stellte seine Versuche nach der schon im vorigen Paragraphen beschriebenen Methode an, dieselbe wurde dem Zwecke der Versuche entsprechend nur so abgeändert, daß die untere Kupferplatte durch eine Wasserfläche ersetzt wurde. Zu dem Ende wurde an die Stelle der untern Kupferplatte ein Glastrichter gebracht, dessen oberer Rand so weit abgeschliffen war, daß er einen Durchmesser von 95 mm, also denselben wie alle untersuchten Metallplatten erhielt. Das Rohr dieses Trichters war verlängert und dann unten U-förmig umgebogen, so daß das nach oben gebogene Ende des Rohres etwas höher war als der Rand des Trichters. Durch dieses Rohr konnte dann der Trichter mit Wasser gefüllt werden, so daß dasselbe den Rand des Trichters gerade bedeckte, so daß also die kreisförmige Wasserfläche einen Durchmesser von genau 95 mm besaß.

Zu den Messungen wurde dasselbe Differenzverfahren angewandt, nach welchem die elektrischen Erregungen der Metalle bestimmt waren. Auf den Trichter wurde zunächst, ehe er mit Wasser gefüllt war, eine Zinkplatte gelegt, die Kupferplatte  $K$  bis auf 0,94 mm von der Zinkplatte herabgelassen, und dann in der im vorigen Paragraphen angegebenen Weise  $K | Zn$  gemessen. Darauf wurde die Zinkplatte durch die eines Metalles  $M$  ersetzt und  $K | M$  gemessen, die Differenz  $K | Z - K | M$  lieferte den Wert von  $M | Zn$ .

Nun wurde der Trichter bis an den Rand mit Wasser gefüllt, die

1) Auf die Ansicht von *Erner* kommen wir später zurück. Man s. §. 113.

2) *Hankel*, Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. zu Leipzig. Mathem. Klasse. Bd. VII. 1865.

3) *Gerland*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.



schiede der absoluten Werte und besonders der große Unterschied beim Zink rührt, das lässt sich nicht erklären, er kann nicht darin liegen, daß bei den Gerlandschen Versuchen die Zinkplatte etwa nicht rein gewesen sei, da die für  $Zn | H_2O$  gefundene Zahl nicht nur aus Beobachtungen an der Zinkplatte, sondern auch aus solchen an Kupfer-, Gold- und Silberplatten sich ergibt. Wir werden außerdem an einer andern Stelle noch eine weitere Bestätigung der Gerlandschen Zahlen erhalten<sup>1)</sup>.

Wenn demnach über die wahren Werte der elektrischen Erregungen der Metalle durch Wasser immerhin noch Unsicherheit vorhanden ist, so stimmen die Versuche Gerlands und Hankels doch soweit überein, daß sie die Erklärung der elektrischen Erregungen der Metalle bei der Berührung als durch die Unterschiede in den Erregungen durch die Luftfeuchtigkeit möglich machen, wir müssen deshalb eine Erregung durch den Kontakt der Metalle allein annehmen.

### §. 71.

**Spannungsreihe der Metalle in Flüssigkeiten.** Die Thatsache, daß die Flüssigkeiten nicht in die Spannungsreihe der Metalle gehören, setzt uns in den Stand, auch in geschlossenen Kreisen freie Elektrizität zu erhalten. Verbinden wir (Fig. 101) ein Zinkblech  $Z$  durch irgend einen

Fig. 101.



Draht mit einem Kupferbleche  $C$ , und tauchen dann die beiden Bleche in eine Flüssigkeit, etwa eine Lösung von Zinkvitriol, so wird durch den Kontakt des Kupfers mit dem Zink von der Berührungsstelle aus positive Elektrizität sich über das Zink, negative sich über das Kupfer hin verbreiten. Da die Flüssigkeit nicht mit zur Spannungsreihe gehört, so können wir sie zunächst als einen elektrisch indifferenten Leiter betrachten. Die auf dem Zink erregte positive Elektrizität wird daher in die Flüssigkeit übertreten, und dasselbe wird die negative Elektrizität des Kupfers thun. Aus der Flüssigkeit wird sich aber auch die positive Elektrizität dem Kupfer mitteilen und die negative dem Zink, so daß infolge der leitenden, zwischen Zink und Kupfer hergestellten Verbindung eine Veränderung der Dichtigkeit der auf den beiden Platten erregten Elektrizität stattfinden wird. Da nun aber die elektrische Differenz zweier sich berührender Metalle konstant ist, so wird durch die bei der Berührung stattfindende elektromotorische Kraft sofort eine neue Scheidung der Elektrizitäten eintreten, welche positive Elektrizität von  $C$  durch den Draht  $d$  nach  $Z$  und negative Elektrizität durch den Draht nach  $C$  hintreibt. Es entsteht somit eine Bewegung der beiden Elektrizitäten durch den ganzen Strom-

<sup>1)</sup> Clifton findet, daß Zink und Kupfer durch Wasser gleich stark positiv erregt werden. *Proceedings of Royal Society* vol. XXVI. Beiblätter Bd. I p. 566. Auch Thomson kommt zu diesem Resultate, Beiblätter a. a. O. Pellat findet, daß die Erregung der Metalle durch die Flüssigkeiten wesentlich von der Dauer der Einwirkung abhängt (*Journal de physique* T. XVI) und ist der Ansicht, daß zunächst die auf den Metallen befindliche Gasschicht die Einwirkung der Flüssigkeit verhindert.

kreis, indem die positive Elektrizität von dem positiven Metalle *Z* durch die Flüssigkeit zu dem negativen Metalle *C*, und von diesem wieder durch den Draht *d* nach dem positiven Metalle *Z* hindiefst, die negative Elektrizität dagegen den umgekehrten Weg einschlägt.

Diese Bewegung der Elektrizitäten durch einen geschlossenen Kreislauf bezeichnet man als einen galvanischen Strom; in dem galvanischen Strome bewegen sich also, wie in dem Entladungsstrome der Leydener Flasche, die beiden Elektrizitäten durch den Stromkreis nach entgegengesetzten Richtungen. Wie man aber dem Entladungsstrome der Leydener Flasche eine bestimmte Richtung giebt, indem man dieselbe nach der Richtung bestimmt, welche die positive Elektrizität verfolgt, so auch bei dem galvanischen Strome. Man bezeichnet als die Richtung des galvanischen Stromes ebenfalls jene, welche die positive Elektrizität in ihm hat; in dem obigen Beispiele ist also die Richtung des Stromes innerhalb der Flüssigkeit vom Zink zum Kupfer, außerhalb der Flüssigkeit im Drahte von dem Kupfer zum Zink gerichtet.

Würde man in dem obigen Beispiele die Zinkplatte durch eine andere ersetzen, welche in der Spannungsreihe zwischen dem Zink und Kupfer stände, so würde inuner noch, die elektrische Unwirksamkeit der Flüssigkeit vorausgesetzt, die Richtung des Stromes, wie sich aus den obigen ganz gleichen Betrachtungen ergibt, dieselbe sein, es würden sich in dem Stromkreise aber nur geringere Mengen von Elektrizität bewegen, der Strom würde schwächer sein.

Vertauschte man indes *Z* mit einem Metalle, welches gegen Kupfer negativ wäre, so würde die Richtung des Stromes umgekehrt sein und seine Stärke würde abhängen von der elektrischen Differenz der beiden Metalle.

Zu der Kontaktwirkung der beiden Metalle tritt nun aber noch die elektrische Erregung zwischen Metall und Flüssigkeit. In unserem Beispiele wird das Zink sowohl als das Kupfer von der Lösung negativ erregt; erstere Erregung vergrößert, letztere vermindert die in dem Stromkreise cirkulierende Elektrizitätsmenge. Ohne schon hier auf die Theorie des galvanischen Stromes einzugehen, ist es nach dem Früheren wohl ohne weiteres ersichtlich, daß die in dem Stromkreise infolge des Kontaktes Zink-Kupfer cirkulierende Elektrizitätsmenge der elektromotorischen Kraft oder der Differenz der Potentialwerte zwischen diesen Metallen proportional ist; setzen wir dieselbe gleich 100. Durch den Kontakt zwischen Zink und Zinkvitriol wird nun in der vorhin betrachteten Weise von der Berührungsstelle aus negative Elektrizität in das Zink und weiter von diesem durch den Draht zum Kupfer fließen müssen, positive Elektrizität dagegen durch die Flüssigkeit zum Kupfer und von diesem durch den Draht zum Zink. Die Bewegung der Elektrizitäten durch diesen Kontakt ist also dieselbe, welche sie infolge des Zink-Kupfer-Kontaktes haben. Die Menge der infolge desselben fließenden Elektrizitäten ist wieder der elektrischen Differenz zwischen Zink und Zinkvitriol proportional, und da diese, jene zwischen Zink und Kupfer gleich 100 gesetzt, gleich 129 ist, so ist die infolge des Kontaktes zwischen Zink und Zinkvitriol cirkulierende Elektrizität gleich 129 zu setzen. Das Kupfer wird durch die Berührung mit dem Kupfervitriol negativ, von der Berührungsstelle fließt



also negative Elektricität in das Kupfer und von diesem durch den Draht zum Zink, positive aber durch die Flüssigkeit zum Zink und von diesem durch den Draht zum Kupfer. Die Menge der so den beiden anderen entgegengesetzt cirkulierenden Elektricität ist gleich 36. Man wird nun ohne weiteres zugeben, daß diese Menge sich mit einer gleich großen aber entgegengesetzten, mit ihr nach gleicher Richtung sich bewegenden Elektricität neutralisiert, so daß dann die durch den Stromkreis sich nach gleicher Richtung bewegenden Elektricitäten sind

$$100 + 129 - 36 = Zn | Cu + ZnSO_4 | Zn + Cu | ZnSO_4.$$

Es ergibt sich daraus, daß die Menge der in dem Stromkreise cirkulierenden Elektricitäten der Summe der in demselben thätigen elektromotorischen Kräfte proportional ist.

Würde nun in einem anderen Falle in dem Gefäße sich eine Flüssigkeit befinden, welche das Zink positiv elektrisch macht, das Kupfer negativ, so würde, wenn wir die Flüssigkeit mit  $F$  bezeichnen, die in dem Stromkreise cirkulierende Elektricitätsmenge proportional sein

$$Zn | Cu + F | Zn + Cu | F,$$

und je nach der Größe des Wertes  $F | Zn + Cu | F$  könnte diese Summe gleich null oder selbst negativ sein, d. h. also die wirklich cirkulierende Elektricität könnte derjenigen entgegengesetzt gerichtet sein, welche infolge des Metallkontaktes sich darin bewegt.

Nach den früheren theoretischen Ansichten glaubte man, daß die Kontaktwirkung zwischen Flüssigkeiten und Metallen verschwindend wäre gegen die Kontaktwirkung zwischen den Metallen; um deshalb die zuletzt erwähnte Erscheinung zu erklären, nahm man an, daß die elektrische Differenz zweier Metalle in Flüssigkeiten eine andere sein könne als in Luft, daß also z. B. die elektrische Differenz zwischen Zink und Kupfer in einer Lösung von Zinkvitriol gleich 193 sei, während sie sonst gleich 100 ist. Daraus folgte dann, daß die Spannungsreihe der Metalle in den Flüssigkeiten verschieden sein konnte, je nach der Natur der Flüssigkeit, in welcher dieselben stehen, indem immer nach jener Anschauungsweise, nach welcher nur durch die Berührung der Metalle der Strom entsteht, jenes von zweien in einer Flüssigkeit stehenden das positive ist, zu welchem durch den Draht die positive Elektricität sich hinbewegt. In dieser Voraussetzung hat man die Spannungsreihen der Metalle in verschiedenen Flüssigkeiten bestimmt.

Wenn nun auch die so bestimmten Spannungsreihen nicht jene Bedeutung haben, so ist die Kenntnis derselben doch von großem Nutzen, da sie uns sofort das elektrische Verhalten der Metalle in Flüssigkeiten erkennen lassen.

Die Spannungsreihen der Metalle in Flüssigkeiten lassen sich nur bestimmen durch Beobachtung des Stromes, wir müssen deshalb hier vorzuehend einige Wirkungen des Stromes erwähnen, welche uns in den Stand setzen, die Richtung und Stärke des Stromes zu erkennen.

Von den Wirkungen des Stromes sind zu diesem Zwecke vorwiegend geeignet die chemischen und magnetischen.

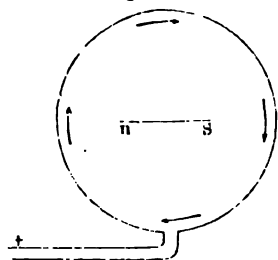
Wenn man den Draht, welcher Fig. 101 die Platten Z und C ver-

bindet, an einer Stelle unterbricht, die Unterbrechungsstellen mit Platinblechen verbindet und nun diese in ein Gefäß mit angesäuertem Wasser taucht, so wird das Wasser von dem hindurchgehenden Strome zersetzt. Der Sauerstoff zeigt sich an dem mit der Kupferplatte verbundenen Platinblech, der Wasserstoff an dem mit dem Zink verbundenen Bleche; Sauerstoff zeigt sich also dort, wo der positive Strom in das Wasser eintritt, an der sogenannten positiven Elektrode, oder wie Faraday nennt, der Anode, während der Wasserstoff sich dort zeigt, wo der Strom das Wasser verläßt, an der negativen Elektrode oder Kathode. Man kann demnach in anderen Fällen, in denen man die Richtung des Stromes nicht kennt, dieselbe dadurch bestimmen, daß man in den Stromkreis ein Gefäß mit angesäuertem Wasser bringt, und beobachtet, an welcher der in das Wasser getauchten Bleche der Sauerstoff, an welchem der Wasserstoff auftritt; ersteres ist die positive, letzteres die negative Elektrode, und der Strom geht von ersterem zu letzterem.

Da die durch das Wasser fließende Elektrizität die Ursache der Wasserzersetzung ist, so wird zur Zersetzung derselben Wassermenge immer dieselbe Elektrizitätsmenge erforderlich sein; wir werden deshalb in der Menge des in der Zeiteinheit zersetzten Wassers ein Maß für die in dieser Zeit durch den Stromkreis fließende Elektrizität erhalten. Wenn nun bei allen vergleichenden Versuchen der Stromkreis ungeändert bleibt und nur die Platten *Z* und *C* mit anderen vertauscht werden, so werden die durch den Stromkreis in der Zeiteinheit fließenden Elektrizitätsmengen der Summe der in dem Stromkreis vorhandenen elektromotorischen Kräfte oder der elektrischen Differenz der Metalle in der Flüssigkeit proportional sein. Wir werden also unter diesen Voraussetzungen in der Menge des in der Zeiteinheit zersetzten Wassers ein Maß für die elektrische Differenz der in Flüssigkeit stehenden Metalle haben.

Die Messung der elektromotorischen Kraft nach diesem, dem sogenannten chemischen Maße, ist nur dann mit Erfolg anwendbar, wenn man bedeutende Kräfte hat, da zur Zersetzung meßbarer Wassermengen schon große Elektrizitätsmengen erfordert werden. Ein viel empfindlicheres Prüfungsmittel für das Vorhandensein eines Stromes und ein Mittel zur Messung auch schwächerer Kräfte wird uns durch eine magnetische Wirkung des Stromes geboten, durch die Ablenkung der Magnet-

Fig. 102.



bewegt sich die positive Elektrizität in der Richtung der Pfeile, so daß sie in dem Leitungsdrahte an der Nordseite der Nadel aufsteigt, aber

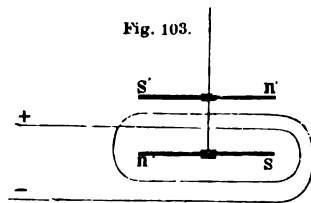
man den Draht, durch welchen ein Strom kreist, um eine im magnetischen Meridiane befindliche Nadel, so wird dieselbe aus dem Meridiane abgelenkt, so daß sie je nach der Stärke des Stromes einen mehr oder weniger großen Winkel mit dem Meridiane bildet. Diese Ablenkung ist dem Sinne nach verschieden, je nach dem Sinne, in welchem der Strom um die Nadel kreist. Ist Fig. 102 *ns* die Nadel, und zugleich die Richtung des Meridianes, so daß *n* der Nordpol, *s* der Südpol der Nadel ist, und

Die Nadel sich von Norden nach Süden bewegt, im Süden der Nadel abgelenkt und unter derselben wieder sich von Süden nach Norden bewegt, wird die Nadel so abgelenkt, daß der Nordpol nach Osten, der Südpol nach Westen zeigt. Bewegt sich der Strom nach der entgegengesetzten Richtung, so wird die Nadel auch nach der entgegengesetzten Seite abgelenkt. Die Regel, welche die Ablenkung der Nadel durch den Strom bestimmt, ist folgende: man denke sich in der Richtung des Stromes schwimmend, das Gesicht der Nadel zugewandt, so wird der Nordpol der Nadel immer nach der linken Seite abgelenkt.

Man hat daher, um die Richtung des Stromes zu bestimmen, nur die Ablenkung einer Nadel zu beobachten, um welche in der angedeuteten Weise ein Strom geführt ist. Die Stärke des Stromes, d. h. die Menge, die in jedem Augenblicke in dem Stromkreise fließenden Elektrizität, läßt sich aus der GröÙe der Ablenkung bestimmen, und zwar ist sie, wie wir an einer späteren Stelle nachweisen werden, der Tangente des Ablenkungswinkels proportional, wenn der Strom in einem Kreise um die Nadel geführt wird, dessen Radius gegen die Länge der Nadel sehr groß ist.

Um durch sehr schwache Ströme noch hinreichend merkbare Ablenkungen zu erhalten, führt man den Strom in mehrfachen Windungen um die Nadel und verkleinert den Radius des Stromkreises, da die ablenkende Wirkung des Stromes auf die Nadel um so größer wird, je geringer der Abstand desselben von der Nadel ist. Die größte Empfindlichkeit hat dieser Apparat, wenn er eine astatische Doppelnadel enthält, d. h. zwei Magnetnadeln, welche mit einander fest so verbunden sind (Fig. 103), daß wenn eine unter sich in ihrer normalen Lage, nördlich gegen Süden, befindet, die andere entgegengesetzt liegt. Die Nadeln sind gleich stark magnetisch, so daß sie mit einer sehr geringen Differenz ihrer magnetischen Direktionskräfte in dem Meridiane zurückgehalten werden. Der Strom wird zwischen den Nadeln durch und unter denselben hergeführt (Fig. 103); wie sich aus der vorhin angeführten Regel ergibt, wirkt er dann auf beide Nadeln in gleichem Sinne ablenkend. Durch vielfache Windungen und Anwendung eines möglichst astatischen Systemes kann man so auch die schwächsten Ströme nachweisen.

Die Spannungsreihen der Metalle in den Flüssigkeiten lassen sich nun leichtesten mit Hilfe der Ablenkungen der Magnetnadel bestimmen. Diese Weise sind auch meist die folgenden erhalten worden, welche das elektromotorische Verhalten der Metalle in den wichtigsten Flüssigkeiten angeben. Es ist auch bei diesen Reihen stets das vorhergehende Metall positiv gegen das nachfolgende, d. h. der Strom geht in der Verbindungsdrähte von dem nachfolgenden zu dem vorhergehenden über.





## Spannungsreihen der Metalle in

Wasser nach Fechner <sup>1)</sup>	Verd. Schwefelsäure nach Poggendorff <sup>2)</sup>	Verd. Salpetersäure nach Faraday <sup>3)</sup>	Konzentr. Salpetersäure nach Faraday <sup>4)</sup>	Konzentr. Salpetersäure nach Schönbein <sup>5)</sup>	Cyankalium nach Poggendorff <sup>6)</sup>
+	+	+	+	+	+
Zink	Zink	Zink	Kadmium	Passives Eisen	Amalgam. Zink
Blei	Kadmium	Kadmium	Zink	Platin	Zink
Zinn	Eisen	Blei	Blei	Bleisuperoxyd	Kupfer
Eisen	Zinn	Zinn	Zinn	Silberauper- oxyd	Kadmium
Antimon	Blei	Eisen	Eisen		Zinn
Wismut	Aluminium	Nickel	Wismut		Silber
Kupfer	Nickel	Wismut	Kupfer		Nickel
Silber	Antimon	Antimon	Antimon		Antimon
Gold	Wismut	Kupfer	Silber		Blei
	Kupfer	Silber	Nickel		Quecksilber
	Silber				Palladium
	Platin				Wismut
					Eisen
					Platin
					Gufseisen
					Kohle.

Die angeführten Spannungsreihen gelten besonders in den Flüssigkeiten, welche auf die Metalle chemisch einwirken, für den Moment des Eintauchens und unter der Voraussetzung, daß die Metalle gleichzeitig eingetaucht werden. Geschieht das nicht, oder beobachtet man erst längere Zeit nach dem Eintauchen, so findet man oft ganz andere Resultate, da die durch die Flüssigkeiten veränderten Metalle häufig ganz anders elektromotorisch wirksam sind als die nicht geänderten.

Im allgemeinen stimmen die verschiedenen Spannungsreihen unter einander und mit der früher für die Metalle aufgestellten Spannungsreihe überein, woraus sich ergibt, daß die Metalle durch die Flüssigkeiten im allgemeinen um so stärker negativ erregt werden, je näher sie dem positiven Ende der Spannungsreihe stehen. Es zeigen sich jedoch einige Abweichungen selbst bei gleichen aber verschiedenen konzentrierten Flüssigkeiten. In konzentrierter Salpetersäure steht Kadmium über Zink, Kupfer über Antimon, in verdünnter Säure stehen sie umgekehrt; es folgt daraus, daß Kadmium von konzentrierter Säure stärker, von verdünnter schwächer negativ erregt wird als Zink. Sehr auffallend ist die Spannungsreihe der Metalle in Cyankaliumlösung, in welcher das Kupfer unmittelbar auf Zink folgt und das Eisen unmittelbar vor dem Platin steht. Es folgt daraus, daß Kupfer durch Cyankaliumlösung stärker negativ erregt wird als Zink, und überhaupt, daß diese Lösung die Metalle nicht um so stärker negativ erregt, als sie dem positiven Ende der Spannungsreihe näher stehen.

1) *Fechner*, Schweiggers Journal. Bd. LIII. Jahrg. 1828.

2) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

3) *Faraday*, Experimental researches. XVII. Reihe, art. 2012. Poggend. Ann. Bd. LIII.

4) *Faraday* a. a. O.

5) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XLIII.

6) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXVI.

Hülfe der Beobachtung des galvanischen Stromes hat Poggendorff in ähnlicher Weise einen experimentellen Nachweis für das Spannungsgesetz geliefert<sup>1)</sup>, für das Gesetz nämlich, daß die elektromotorische Differenz irgend zweier der Spannungsreihe angehöriger Metalle gleich der Summe der elektrischen Differenzen der dazwischen liegenden Metalle.

folgt nämlich aus diesem Gesetze ein anderes, welches Poggendorff elektromotorische nennt, und welches er folgendermaßen formuliert: Man ordne die Metalle in eine Reihe von dem positivsten zum negativsten. Nimmst du irgend drei Metalle aus der Reihe heraus, so muß die elektromotorische Kraft, welche die beiden äußersten Metalle in der Flüssigkeit entwickeln, gleich der Summe der elektromotorischen Kräfte der beiden mittleren Metalle sein.

Summe der elektromotorischen Kräfte, welche das mittlere mit jedem der beiden äußeren in derselben Flüssigkeit entwickeln, gleich

Fig. 104.



dieses Gesetz aus dem der Spannungsreihe folgt, ergibt sich leicht folgen. Man habe Zink, Kupfer und Platin wie in Fig. 104 zuordnen und ordne wie in Fig. 104 zu Zink und Platin zu einem galvanischen Element. Die elektromotorische Kraft ist dann, wenn wir die mit  $F$  bezeichnen, gleich

$$\text{Zn} | \text{Pt} + F | \text{Zn} + \text{Pt} | F = a.$$

tauschen wir jetzt das Platin mit Kupfer, so wird die elektromotorische Kraft

$$\text{Zn} | \text{Cu} + F | \text{Zn} + \text{Cu} | F = b.$$

legen wir dann an die Stelle des Zinks Platin, so wird die elektromotorische Kraft, da das Kupfer gegen Platin positiv ist,

$$\text{Cu} | \text{Pt} + F | \text{Cu} + \text{Pt} | F = c.$$

ist

$$= \text{Zn} | \text{Cu} + \text{Cu} | \text{Pt} + F | \text{Zn} + \text{Pt} | F + F | \text{Cu} + \text{Cu} | F,$$

$$F | \text{Cu} = - \text{Cu} | F$$

$$b + c = \text{Zn} | \text{Cu} + \text{Cu} | \text{Pt} + F | \text{Zn} + \text{Pt} | F.$$

Wenn das Spannungsgesetz richtig ist, dann ist

$$\text{Zn} | \text{Cu} + \text{Cu} | \text{Pt} = \text{Zn} | \text{Pt},$$

ist

$$b + c = \text{Zn} | \text{Pt} + F | \text{Zn} + \text{Pt} | F = a.$$

tätigt sich demnach das elektromotorische Gesetz, so ist dadurch bewiesen, wenn man überhaupt annimmt, daß der Kontakt der Metalle elektromotorisch wirkt, das Spannungsgesetz bewiesen.

Poggendorff hat in einer grossen Anzahl von Versuchen die elektromotorischen Kräfte der gebräuchlichsten Metalle mit einander verglichen; die Methode, welche er dabei anwandte, können wir erst an einer späteren Stelle auseinandersetzen; es genüge, hier einige von Poggendorffs Angaben mitzuteilen, wobei nur bemerkt werden mag, dass die Angabe der elektromotorischen Kräfte nach chemischem Masse geschieht.

#### I. Flüssigkeit: verdünnte Schwefelsäure.

Metall: Zink, Zinn, Kupfer:  $b = 7,70$ ;  $c = 7,79$ ;  $b + c = 15,49$ ;  $a = 15,52$

Zink, Kupfer, Silber:  $b = 15,76$ ;  $c = 4,04$ ;  $b + c = 19,80$ ;  $a = 19,83$

Eisen, Kupfer, Silber:  $b = 7,86$ ;  $c = 4,02$ ;  $b + c = 11,86$ ;  $a = 11,87$ .

#### II. Flüssigkeit: verdünnte Salpetersäure.

Amalg. Zink, Kupfer, Platin:  $b = 16,61$ ;  $c = 11,60$ ;  $b + c = 28,21$ ;  $a = 28,18$ .

#### III. Flüssigkeit: Lösung von Ätzkali.

Metall: Zink, Eisen, Silber:  $b = 18,88$ ;  $c = 3,78$ ;  $b + c = 22,66$ ;  $a = 22,57$

Zink, Antimon,

Platin:  $b = 10,20$ ;  $c = 13,66$ ;  $b + c = 23,56$ ;  $a = 23,67$ .

#### IV. Flüssigkeit: Lösung von Cyankalium.

Metall: Zink, Silber, Eisen:  $b = 10,27$ ;  $c = 7,91$ ;  $b + c = 18,18$ ;  $a = 18,21$

Zink, Kupfer,

Wismut:  $b = 0,98$ ;  $c = 15,41$ ;  $b + c = 16,39$ ;  $a = 16,46$ .

Die Summen  $b + c$  sind also in allen Fällen bis auf äusserst kleine Bruchteile, welche man unbedenklich den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben darf, den beobachteten Werten von  $a$  gleich, so dass diese Versuche der schönste Beweis für die Richtigkeit des Spannungsgesetzes, als auch des Satzes sind, dass die in dem Stromkreise sich bewegenden Elektrizitäten der Summe der elektromotorischen Kräfte proportional sind.

Gerland hat das Poggendorffsche Gesetz auch nachgewiesen, wenn die Flüssigkeit reines Wasser ist, und die Versuche zugleich benutzt, um die Richtigkeit der im vorigen Paragraphen mitgetheilten Zahlenwerte der Erregungen Metall-Wasser zu prüfen<sup>1)</sup>. Werden nämlich in die Gleichungen für  $a$ ,  $b$ ,  $c$  die Werte  $M | M'$  und  $M | H_2O$ ,  $M' | H_2O$ , wie sie Gerland gefunden hat, eingesetzt, so müssen sich die daraus berechneten Werte verhalten wie die nach diesem Verfahren beobachteten Werte von  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Dass dies wirklich der Fall ist, zeigt folgende Zusammenstellung, in welcher mit  $a$ ,  $b$ ,  $c$  wie vorher die beobachteten elektromotorischen Kräfte in einer willkürlichen aus den Versuchen sich direkt ergebenden Einheit und darunter mit  $E_a$ ,  $E_b$ ,  $E_c$  die aus den Gerlandschen Zahlen sich ergebenden elektromotorischen Kräfte bezogen auf  $Zn | Cu = 100$  angegeben sind.

1) Gerland, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

Flüssigkeit: Wasser.

Kupfer, Silber:  $b = 130,44$ ;  $c = 24,54$ ;  $b + c = 154,98$ ;  $a = 155,21$

$$E_a = 128,6 \quad E_c = 24,7 \quad E_b = 153,3$$

$$\frac{a}{b} = 1,190 \quad \frac{E_a}{E_b} = 1,192$$

$$\frac{c}{b} = 0,188 \quad \frac{E_c}{E_b} = 0,192$$

Kupfer, Gold:  $b = 154,13$ ;  $c = 17,34$ ;  $b + c = 171,47$ ;  $a = 171,19$

$$E_b = 128,6 \quad E_c = 14,3 \quad E_a = 142,9$$

$$\frac{a}{b} = 1,111 \quad \frac{E_a}{E_b} = 1,111$$

$$\frac{c}{b} = 0,113 \quad \frac{E_c}{E_b} = 0,111$$

Kupfer, Platin:  $b = 145,72$ ;  $c = 13,34$ ;  $b + c = 159,06$ ;  $a = 158,97$

$$E_b = 128,6 \quad E_c = 11,3 \quad E_a = 139,9$$

$$\frac{a}{b} = 1,091 \quad \frac{E_a}{E_b} = 1,088$$

$$\frac{c}{b} = 0,092 \quad \frac{E_c}{E_b} = 0,088.$$

Mittelwerte einer größeren Anzahl Versuche erhielt Gerland für die Verhältnisse der elektromotorischen Erregungen zu Zink-Wasser-Kupfer

von Zink-Wasser-Silber 1,194 berechnet 1,192

„ Zink-Wasser-Gold 1,113 „ 1,111

„ Zink-Wasser-Platin 1,085 „ 1,088.

man sieht, stimmen die so gefundenen Zahlen mit den frühern vollkommen überein.

## §. 72.

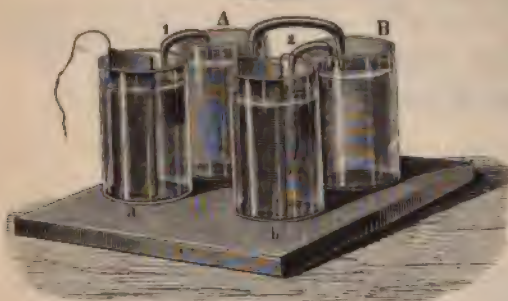
**Elektricitäts-erregung bei Berührung zweier Flüssigkeiten.** Dafs Flüssigkeiten bei der Berührung elektromotorisch auf einander wirken, ist von Nobili<sup>1)</sup> nachgewiesen; die ausgedehntesten und sichersten Versuche aber verdanken wir Fechner. Fechner<sup>2)</sup> stellte seine Versuche an. Von den vier Gefäßen  $a$ ,  $b$ ,  $A$ ,  $B$ , Fig. 105, werden die vorderen  $a$  und  $b$  mit derselben Flüssigkeit, Brunnenwasser, Lösung oder dergl. gefüllt. Die Gefäße  $A$  und  $B$  werden mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt. Um die Gefäße in leitende Verbindung zu bringen, dienen die drei  $\Omega$ -förmig gebogenen Röhren, deren

<sup>1)</sup>Nobili, Poggend. Ann. Bd. XIV. Annales de chim. et de phys. T. XXXVIII.  
<sup>2)</sup>Fechner, Poggend. Ann. Bd. XLVIII.



umgebogene Teile bis zu kapillaren Öffnungen ausgezogen werden. Das Niveau der Flüssigkeiten in den Gefäßen *a*, *b* war bei dem Beginne der Versuche immer etwas höher als in den Gefäßen *A* und *B*, damit, wenn die gebogenen Röhren als Heber wirkten, nur Flüssigkeit von *a* nach *A* und von *b* nach *B* fließen konnte, so daß die Flüssigkeit der Gefäße *a* und *b* nicht verunreinigt werden konnte. Die Röhren 1 und 2 waren

Fig. 105.



stets mit derselben Flüssigkeit gefüllt, welche sich in den Gefäßen *a* und *b* befand; die Röhre, welche die Gefäße *A* und *B* verband, wurde mit einer der in den beiden Gefäßen enthaltenen Flüssigkeiten gefüllt, also mit einer der Flüssigkeiten, deren elektromotorisches Verhalten gegen einander geprüft werden sollte.

In die Gefäße *a* und *b* tauchten in jedes eine Platin-

platte, welche mit den Enden eines Galvanometerdrahtes, also eines Drahtes, welcher in vielfachen Windungen um eine Magnetnadel ging, verbunden waren. Die Platinplatten müssen möglichst sorgfältig und gleichartig gereinigt sein, da man sonst bei Beobachtung eines elektrischen Stromes nicht sicher sein kann, daß derselbe wirklich in dem Kontakt der Flüssigkeiten seinen Grund hat. Besitzen die beiden Platinplatten nur die geringste Verschiedenheit, so entsteht schon ein Strom, wenn sie in dieselbe Flüssigkeit tauchen, weshalb man immer, wenn man sichere und zuverlässige Resultate erhalten will, erst untersuchen muß, ob nicht schon ein Strom entsteht, wenn die beiden Platinplatten in eine und dieselbe Flüssigkeit tauchen. Bei der Anordnung von Fechner kann man sich von dieser Homogenität der Platten überzeugen, indem man vor dem eigentlichen Versuche die beiden Gefäße *a*, *b* durch eine den anderen gleiche Röhre verbindet, welche mit der in denselben Gefäßen enthaltenen Flüssigkeit gefüllt ist. Man wird bei ähnlichen Versuchen finden, daß es äußerst schwierig ist, die Platten vollkommen gleichartig zu machen, wenn man sie vorher auch noch so gleichartig behandelt hat. Wenn indes die Platten wirklich aus ganz gleichem Platin hergestellt sind, so stellt sich die Gleichartigkeit der Platten immer nach einiger Zeit her, was man daran erkennt, daß die Galvanometernadel nicht mehr abgelenkt wird. War diese Gleichartigkeit erreicht, so setzte Fechner die Röhren 1 und 2 ein, welche *a* mit *A* und *b* mit *B* verbanden, und wartete, ob nicht allenfalls durch dieses Einsetzen eine Ungleichartigkeit der in den Gefäßen *a* und *b* enthaltenen Flüssigkeit hervorgebracht wurde. Man erkennt das daran, ob nach dem Einsetzen der Röhren 1 und 2, während die Verbindungsröhre zwischen *a* und *b* noch nicht fortgenommen ist, die Nadel des Galvanometers abgelenkt wird oder nicht. Bleibt sie in Ruhe, so kann man

daß die Flüssigkeiten in *a* und *b* gleichartig sind.

wurde dann die Röhre 3 eingesetzt, welche mit einer der



en in *A* und *B* enthaltenen Flüssigkeiten gefüllt war, und die Ab-  
 ung der Nadel beobachtet.

Bezeichnen wir die Flüssigkeiten in den Gefässen *a* und *b* mit *F*,  
 mit *F*<sub>1</sub>, in *B* mit *F*<sub>2</sub>, so sind die in dieser Kombination vorhandenen  
 tromotorischen Kräfte

$$F \mid F_1 + F_1 \mid F_2 + F_2 \mid F.$$

Wenn sich ein Strom zeigt, so folgt deshalb, daß die Flüssigkeiten  
 einander elektromotorisch wirken, und zugleich, daß dieselben nicht  
 ine Spannungsreihe gehören.

Fechner beobachtete bei allen seinen Versuchen eine Ablenkung der  
 el, woraus also folgt, daß die von ihm untersuchten Flüssigkeiten  
 nicht in eine Spannungsreihe ordnen lassen. Wir lassen hier einige  
 aben Fechners folgen.

Flüssigkeit in <i>a</i> und <i>b</i>	Flüssigkeit in <i>A</i>	Flüssigkeit in <i>B</i>	Richtung des Stromes in der Flüssigkeit
Brunnenwasser	Salpetersäure	Lösung von	
"	"	Kochsalz	<i>B</i> zu <i>A</i>
"	"	Salmiak	desgl.
"	"	Kali	desgl.
"	"	Zinkvitriol	desgl.
"	"	Kupfervitriol	desgl.
"	"	Salpeter	desgl.
"	"	Glaubersalz	desgl.
"	"	Schwefelsäure	<i>A</i> zu <i>B</i>
"	Schwefelsäure	Kochsalz	<i>B</i> zu <i>A</i>
"	"	Salmiak	desgl.
"	"	Kupfervitriol	desgl.
"	"	Salpeter	desgl.
"	"	Glaubersalz	desgl.
"	Salzsäure	Kochsalz	<i>B</i> zu <i>A</i>
"	"	Salmiak	desgl.
"	"	Kali	desgl.
"	"	Salpeter	desgl.
"	"	Schwefelsäure	<i>A</i> zu <i>B</i>

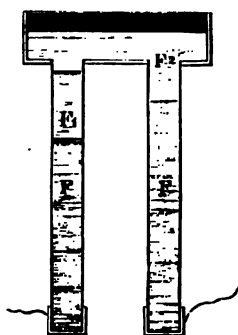
Die Reihenfolge, in welcher die Lösungen jedesmal angegeben sind,  
 : zugleich die Grösse der resultierenden elektromotorischen Kraft an;  
 sind von der stärkeren zu der schwächeren geordnet.

Wild hat später gezeigt<sup>1)</sup>, daß gewisse Flüssigkeitsgruppen sich in  
 ungsreihen ordnen. Er wandte zu seinen Versuchen den Apparat  
 106 an. In den Boden eines Holzkästchens waren zwei Glasröhren  
 esetzt, welche unten mit Metallkapseln, welche galvanisch verkupfert  
 n, verschlossen waren. Die Metallkapseln waren mit den Enden eines  
 anometerdrahtes verbunden und auf ihre Homogenität geprüft. In die  
 röhren wurde zunächst bis zu einer gewissen Höhe dieselbe Flüssigkeit *F*

1) Wild, Poggend. Ann. Bd. CIII.

gebracht; dann wurde die eine Röhre bis nahe unter den Boden des Behalters mit einer zweiten Flüssigkeit  $F_1$  so gefüllt, dass sie sich mit  $F$

Fig. 106.



mischte; schliesslich wurde dann mit derselben Flüssigkeit die andere Röhre und das Kästchen mit der dritten Flüssigkeit  $F_2$  gefüllt. Die Resultate, die Wild aus seinen Versuchen zieht, sind folgende:

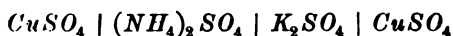
1) Die Flüssigkeiten befolgen im allgemeinen unter einander nicht das Volta'sche Spannungsgesetz.

2) Die elektrischen Differenzen zwischen verschiedenen Lösungen ändern sich mit der Konzentration der Lösungen.

3) Auch gelöste Verbindungen gleicher Natur befolgen im allgemeinen nicht das Spannungsgesetz.

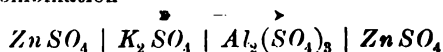
4) Dagegen gehorchen alle neutralen schwefelsauren Salze nach der Form  $RSO_4$  dem Spannungsgesetz; eine Ausnahme davon macht das neutrale

schwefelsaure Ammon, denn die Kombination



gab einen Strom, welcher in der Lösung von dem schwefelsauren Ammon zum schwefelsauren Kali ging.

5) Zu der Spannungsreihe der neutralen schwefelsauren Salze gehören nicht die Salze, welche nach der Form  $R_2(SO_4)_3$  zusammengesetzt sind, denn die Kombination



gab einen wie der über der Kombination stehende Pfeil gerichteten Strom in den Flüssigkeiten.

6) Die Säuren gehorchen im allgemeinen nicht dem Spannungsgesetz und ebenso nicht die Salze gleicher Basis, aber verschiedener Säure.

7) Die Haloidsalze  $KCl$ ,  $KBr$ ,  $KS$  befolgen das Spannungsgesetz.

Die Resultate Wilds wurden später von L. Schmidt erweitert<sup>1</sup>. Die Versuche wurden ganz nach der Methode von Wild angestellt und ergaben:

1) Nicht nur die neutralen schwefelsauren Salze nach der Form  $RSO_4$ , sondern auch die salpetersauren Salze von der Form  $RNO_3$  und Chlormetalle  $RCl$  folgen unter sich dem elektrischen Spannungsgesetz.

2) Die Spannungsreihe der schwefelsauren, salpetersauren Salze der Chlormetalle fällt zusammen mit der Spannungsreihe der Metalle, ist die Spannungsreihe:

der schwefelsauren Salze	ihrer Metalle	der salpetersauren Salze	ihrer Metalle
$ZnSO_4$	$Zn$	$Zn(NO_3)_2$	$Zn$
$FeSO_4$	$Fe$	$Pb(NO_3)_2$	$Pb$
$CuSO_4$	$Cu$	$Fe(NO_3)_3$	$Fe$
		$Cu(NO_3)_2$	$Cu$
		$AgNO_3$	$Ag$

1) L. Schmidt, Poggend. Ann. Bd. CIX.

Mit Hilfe der Untersuchung der schwefelsauren und salpetersauren Salze und der Chlorverbindungen gelang es dann Schmidt, eine Anzahl noch nicht bestimmter Metalle in die Spannungsreihe einzuordnen. Er giebt dieselben folgendermassen an: Mangan, Natrium, Zink, Zinn, Magnesium, Calcium, Kalium, Blei, Eisen, Kupfer, Strontium, Barium, Silber.

Schliesslich giebt Schmidt an, dass bei Anwendung von Salzen gleicher Basis aber verschiedener Säuren die Richtung des Stromes gleich derjenigen sei, welche bei Anwendung der Säuren allein sich zeigte, dass also der Art nach die elektrische Differenz zweier verschiedener Salze gleicher Basis gleich ist der elektrischen Differenz ihrer Säuren.

In sehr ausgedehnter Weise hat kürzlich Worm Müller<sup>1)</sup> die elektromotorischen Kräfte zwischen Alkalien und Säuren und den aus ihnen gebildeten Salzen untersucht. Als allgemeines Resultat seiner sehr zahlreichen Versuche giebt er dabei an, dass stets die Säure positiv ist gegen das Alkali, dass also stets der Strom durch die Berührungsstelle vom Alkali zur Säure geht. Dieser Satz gilt auch, wenn man ein Salz entweder mit dem betreffenden Alkali oder mit der betreffenden Säure zur Berührung bringt. Das Salz ist positiv gegen das Alkali, aber negativ gegen die Säure, die Wirkung des Salzes ist also gegenüber einem seiner Bestandteile qualitativ gerade so, wie wenn der andere Bestandteil allein vorhanden wäre. Quantitativ dagegen überwiegt die Wirkung der freien Bestandteile, also des Alkalis und der Säure gegen jene eines der Bestandteile und des Salzes. Die Grösse der elektromotorischen Kräfte hängt wesentlich von der Konzentration der auf einander einwirkenden Lösungen ab.

### §. 73.

**Elektricität bei Berührung von Metallen und Gasen.** Die Elektricitäts-erregung bei der Berührung von Metallen und Gasen ist schon früh bei den später zu betrachtenden Ladungserscheinungen in galvanischen Kombinationen beobachtet, aber nicht richtig erkannt worden, indem man für diese Erscheinungen andere Erklärungen aufsuchte; Matteucci<sup>2)</sup> und Schönbein<sup>3)</sup> behaupteten zuerst, dass diese Erscheinungen in einer Bedeckung der Metalle mit Gasen ihren Grund haben. Buff<sup>4)</sup> hat dann mit dem Condensator gezeigt, dass reines Zink gegen solches, welches mit einer Wasserstoff-Atmosphäre bedeckt ist, sich negativ verhält. Am einfachsten und ausführlichsten wurde aber die elektrische Erregung der Metalle durch Gase von Grove<sup>5)</sup> nachgewiesen.

Die Anordnung des Versuches, welche Grove als die bequemste angiebt, ist folgende. In die beiden seitlichen Tubuli einer dreifach tubulierten Woulfschen Flasche sind mit eingeriebenen Glasstöpseln zwei unten

1) Worm Müller, Untersuchungen über Flüssigkeitsketten. Leipzig 1869. Poggend. Ann. Bd. CXL.

2) Matteucci, Comptes Rendus. T. VI. p. 741.

3) Schönbein, Poggend. Ann. Bd. XLVII.

4) Buff, Liebigs Annalen Bd. XLI.

5) Grove, Philosophical Magazin. vol. XIV. Jahrg. 1839. Poggend. Ann. Bd. XLVII. Philosophical Magazin. vol. XXV. 1842. Poggend. Ann. Bd. LVIII. Philosophical Transactions for the year 1843. Poggend. Ann. Ergänzungsband II. Philosophical Transactions 1845. Poggend. Ann. Ergänzungsband II.

offene Glasröhren *O* und *H* Fig. 107 eingesetzt. In den Glasröhren findet sich ein Platinblech, welches an einem in dem Glase eingezogenen Drahte befestigt ist. Dieser Platindraht reicht aus der obengugeblasenen Röhre heraus und steht in Verbindung mit zwei Platinnäpfchen, welche etwas Quecksilber enthalten. Die Platinstreifen in den Röhren sind platinirt, d. h. mit einer dünnen Schicht von schwamm bedeckt.

Die Flasche wird etwas über die Hälfte mit schwach durch Salzsäure angesäuertem Wasser gefüllt, die mittlere Öffnung verschlossen und durch Umkehr der Flasche bewirkt, dass die Röhren sich mit

Fig. 107.



angesäuertem Wasser füllen. Darauf wird die Flasche wieder wie vorher hingestellt, und, da die Röhren tief in die Flasche hineinreichen, dass ihre Mündungen in die Flüssigkeit taucht, so bleiben sie mit Wasser gefüllt. Durch in die Flasche geführte Röhrenleuchten wird die Röhre *H* bis nahe über dem Proppfen mit Wasserstoff, die Röhre *O* ungefähr halb so weit mit Sauerstoff gefüllt.

Verbindet man die beiden Quecksilbernäpfe mit einem Galvanometerdraht, so wird die Nadel des Galvanometers abgelenkt, und zwar so, dass sie den Strom nachweist, welcher durch die Flüssigkeit zwischen den Platinblechen, welches mit Wasserstoff umgeben ist, und dem mit Sauerstoff umgebenen Platinbleche fließt, also ausserhalb von *O* durch das Galvanometer fließt. Zugleich sieht man, wie in beiden Röhren die Flüssigkeit aufsteigt, in dem Rohre *H* etwa doppelt so rasch als in dem Rohre *O*. Das Aufsteigen der Flüssigkeit hat seinen Grund darin, dass der durch die fließende cirkulierende Strom die Flüssigkeit in Wasser und Sauerstoff zersetzt. Der Wasserstoff steigt in der Röhre *O*, der Sauerstoff in *H* auf. Oberhalb der Flüssigkeit sind dann sowohl in *O* als in *H* Sauerstoff und Wasserstoff in Berührung; die beiden Gase verbinden sich daher infolge der Katalysewirkung oder der katalytischen Kraft des Platins zu Wasser; da nun ein Volumen Wasserstoff mit einem Volumen Sauerstoff sich zu Wasser binden, so folgt, dass das Volumen des Wasserstoffs in *H* doppelt so groß sein muss als das des Sauerstoffs in *O*.

Die Richtung des Stromes beweist, dass das Platin von dem Wasserstoff negativ, und wenn überhaupt, von dem Sauerstoff positiv oder schwach negativ erregt wird. Denn da sonst in der Kette alles ganz gleich wäre, ist, die beiden gleichen Platinplatten in derselben Flüssigkeit stehen, der einzige Unterschied nur der ist, dass das Platin in *H* von Wasser umgeben ist, *O* aber von Sauerstoff umgeben ist, so kann nur in dieser Verschiedenheit die Ursache des Stromes liegen. Da nun die positive Elektricität durch die Röhre *H* durch die Flüssigkeit nach *O* fließt, die negative aber durch den Draht, so folgt, dass der Wasserstoff positiv, das Platinblech negativ ist.

Um das elektromotorische Verhalten des Sauerstoffs zu dem Wasserstoff zu untersuchen, lässt man in *O* keinen Sauerstoff eintreten, sondern



Röhre mit dem sauern Wasser gefüllt. Verbindet man dann die beiden Bleche mit einem Galvanometer, so zeigt sich in dem ersten Augenblicke der Strom fast genau so stark als vorher; er nimmt aber rasch an Stärke ab. Daraus folgt, daß die elektrische Differenz des Sauerstoffs und Platins nur sehr klein ist, denn sonst müßte der Strom gleich anfangs schwächer sein als bei dem vorigen Versuche. Der Grund der raschen Abnahme bei diesem Versuche erklärt sich leicht, er liegt wieder in der Zersetzung des Wassers, infolge deren Wasserstoff in der Röhre *O* aufsteigt und an das Platinblech sich anlegt. Dadurch wird nach kurzer Zeit auch in *O* das Platinblech mit Wasserstoff bedeckt, und die Wirkung desselben auf das Platin muss natürlich die elektromotorische Wirkung in der Röhre *H* aufheben.

Leitet man in die Röhre *O* Sauerstoff, während man die andere mit Wasser gefüllt läßt, so beobachtet man, wenn überhaupt, nur einen äußerst schwachen Strom von der früheren Richtung, woraus folgt, daß das Platin von dem Sauerstoff nur äußerst schwach positiv erregt wird<sup>1)</sup>.

Chlor und Brom, sowie ozonhaltiger Sauerstoff erregen aber, wie Schönbein gezeigt hat, das Platin kräftig positiv<sup>2)</sup>.

Grove hat eine große Anzahl von Gasen und Dämpfen mit verschiedenen Metallen untersucht<sup>3)</sup> und gezeigt, daß man die Gase mit den Metallen in eine Spannungsreihe ordnen kann. Diese Reihe ist von dem negativsten angefangen:

Chlor	Stickstoffoxyd	Ätherische Öle	Kohlenoxyd
Brom	Kohlensäure	Ölbildendes Gas	Wasserstoff
Jod	Stickstoff	Äther	Metalle, welche
Superoxyde	Metalle, welche das	Alkohol	das Wasser zer-
Sauerstoff	Wasser nicht zer-	Schwefel	setzen.
	setzen	Phosphor	
	Kampher		

Diese Spannungsreihe ist folgendermaßen zu verstehen: wird eines der das Wasser nicht zersetzenden Metalle, wie Platin, Gold, Silber etc. mit einem der über denselben stehenden Gase in Berührung gebracht, so wird dasselbe positiv; wird es mit einem der unterhalb stehenden Gase oder Dämpfe in Berührung gebracht, so wird es negativ, die elektrische Erregung des Metalles ist um so stärker, je weiter das Gas von ihm in der Spannungsreihe entfernt ist. Um in der oben angegebenen Weise einen kräftigen Strom zu erhalten, wird man daher die Metallbleche in der einen der beiden Röhren mit einem unterhalb derselben stehenden Gase, in der andern mit einem möglichst weit darüber stehenden umgeben.

Die Größe der bei der Berührung von Gasen und Metallen auftretenden elektromotorischen Kräfte werden wir bei einer späteren Gelegenheit betrachten.

Aus dem in den letzten Paragraphen Mitgetheilten ergibt sich, daß es dann, wenn zwei Körper, welche die Elektrizität leiten, mit einander

1) Schönbein, Poggend. Ann. Bd. LXII.

2) Schönbein, Poggend. Ann. Bd. LXXII und LXXIV.

3) Grove, Philosophical Transactions 1845. Poggend. Ann. Ergänzungsband II.



in Berührung gebracht werden (bei den Gasen müssen wir die auf der Metalloberfläche kondensierten Gasschichten als leitend ansehen), infolge der Berührung Elektrizität auftritt. Es ist indes nicht erforderlich, daß beide Körper leiten, damit bei Berührung derselben Elektrizität auftritt. Schon Fechner<sup>1)</sup> giebt mehrere Erfahrungen an, welche beweisen, daß Metalle in Berührung mit Isolatoren, wie Schwefel, elektrisch werden. Vor kurzem hat nun Buff<sup>2)</sup> nachgewiesen, daß auch zwei schlechte Leiter in Berührung mit einander elektrisch werden, und zwar in demselben Sinne, als wenn die beiden Körper an einander gerieben werden. Wir können deshalb ganz allgemein den Satz aufstellen, daß, wenn irgend zwei heterogene Substanzen sich berühren, Elektrizität auftritt, indem die eine positiv, die andere ebenso stark negativ elektrisch wird. Buff schließt daraus, daß die Quelle der bei der Reibung entstehenden Elektrizität zunächst in der Berührung zu suchen ist, und daß die Reibung dabei nur insofern wirke, als durch dieselbe immer andere Stellen der Körper mit einander in Berührung treten, während man von den Stellen, welche in Berührung waren, die Elektrizitäten ansammeln kann.

## §. 74.

**Die Voltasche Säule.** In den vorigen Paragraphen haben wir die Elektrizitätserregungen der verschiedensten Kombinationen betrachtet, und bereits an einer Stelle den Satz aufgestellt und bewiesen, daß die an den Enden einer galvanischen Kombination auftretenden elektrischen Differenzen, oder die in einem Stromkreise cirkulierenden Elektrizitäten proportional sind der Summe der in dieser Kombination vorhandenen elektromotorischen Kräfte. Aus diesem Satze, verbunden mit der Erfahrung, daß die Flüssigkeiten nicht zur Spannungsreihe der Metalle gehören, ergiebt sich die Anordnung zur Verstärkung der bei der Berührung auftretenden Elektrizitäten, welche zuerst Volta angewandt hat, und welche danach den Namen der Voltaschen Säule erhalten hat. Dieselbe ist geeignet, ohne weitere Hilfsmittel die bei der Berührung auftretende Elektrizität nachzuweisen.

Legt man auf ein Plattenpaar  $C, Z$  Fig. 108 von Kupfer und Zink,

von denen das Kupfer mit der Erde in leitender Verbindung steht, eine mit schwach sauerem Wasser angefeuchtete Tuchplatte  $F$  und auf diese ein zweites Plattenpaar  $C_1, Z_1$  u. s. f., so wird zunächst, da die Kupferplatte mit der Erde in leitender Verbindung steht, der Wert der elektrischen Potentialfunktion auf der Kupferplatte gleich 0 sein müssen. Die Zinkplatte erhält aber durch die Berührung mit der Kupferplatte eine gewisse Menge positiver Elektrizität, welche sich zugleich durch Leitung über alle darüber



Fig. 108.

liegenden Platten verbreitet. Da infolge der zwischen den Metallen thätigen elektromotorischen Kraft eine ganz bestimmte Differenz der Werte der elektrischen Potentialfunktionen vorhanden sein muß, so muß, da die Potentialfunktion auf dem Kupfer gleich 0 ist, der Wert derselben auf der Zinkplatte

1) Fechner, Lehrbuch des Galvanismus, zugleich als III. Band der II. Auflage seiner Übersetzung von Riets Physik S. 21.

2) Buff, Liebigs Ann. Bd. CXIV.

und allen darüber befindlichen Platten nach der Bezeichnung des §. 69 gleich  $Zn | Cu$  sein, wofür wir das Zeichen  $E_{z|c}$  einsetzen wollen.

Die auf der Zinkplatte liegende feuchte Tuchscheibe wird durch die Berührung mit dem Zink ebenfalls positiv erregt, und bezeichnen wir die Differenz der Potentialwerte auf der feuchten Tuchscheibe und der Zinkplatte mit  $E_{f|z}$ , so muß auf der Tuchscheibe infolge der Berührung mit dem Zink der Potentialwert steigen auf  $E_{z|c} + E_{f|z}$ . Ganz denselben Wert des Potentials erhalten dann auch infolge dieser Kontakte die auf der Tuchscheibe weiter aufgeschichteten Platten.

Liegt auf der feuchten Tuchscheibe die Kupferplatte  $C_1$ , so wird infolge der zwischen dem Kupfer und der Flüssigkeit thätigen elektromotorischen Kraft das Kupfer negativ erregt; der Wert des elektrischen Potentials, welcher dem Kupfer durch Leitung mitgeteilt ist, muß deshalb um die Differenz der Potentialwerte, welche infolge der Berührung zwischen Kupfer und Flüssigkeit vorhanden ist, kleiner werden. Bezeichnen wir diese Differenz mit  $E_{c|f}$ , so wird der Wert der elektrischen Potentialfunktion auf der Kupferplatte  $C_1$

$$E_1 = E_{z|c} + E_{f|z} - E_{c|f}.$$

Wird auf die Kupferplatte wieder eine Zinkplatte, auf diese ein feuchter Leiter und weiter eine Kupferscheibe gelegt, so erhält die obere Kupferplatte den Potentialwert  $2E_1$ . Denn da stets zwischen zwei sich berührenden Zink- und Kupferplatten dieselbe Differenz  $E_{z|c}$  der Potentialwerte vorhanden sein muß, so steigt durch die Berührung des Zinks mit dem Kupfer auf ersterem der Wert der Potentialfunktion um diese Differenz, derselbe wird also  $E_1 + E_{z|c}$ . Auf dem feuchten Leiter steigt aus demselben Grunde der Wert der Potentialfunktion um  $E_{f|z}$ , er wird also  $E_1 + E_{z|c} + E_{f|z}$ , und auf der darüber liegenden Kupferplatte nimmt er wieder um  $E_{c|f}$  ab, er wird also dort

$$E_2 = E_1 + E_{z|c} + E_{f|z} - E_{c|f} = 2E_1.$$

Schichten wir weiter Zink, feuchten Leiter, Kupfer auf, so wiederholt sich die elektrische Erregung, so daß, wenn wir  $n$ mal Kupfer, Zink und feuchten Leiter auf einander geschichtet und auf die  $n$ -Kombination wieder eine Kupferplatte legen, die elektrische Potentialfunktion auf derselben wird

$$E_n = nE_1.$$

Der Wert der elektrischen Potentialfunktion oder auch die Dichtigkeit der Elektrizität auf einer mit ihrem einen Ende zum Erdboden abgeleiteten Voltaschen Säule wächst also nach ihrem andern Ende hin der Anzahl der Plattenkombinationen, oder der einzelnen Elemente, wenn wir jede einzelne Kombination Kupfer, Zink, feuchten Leiter als Element bezeichnen, proportional; und zwar ist, wenn das untere Ende abgeleitet ist, und die Platten in der Reihenfolge Kupfer, Zink, feuchter Leiter u. s. w. auf einander geschichtet sind, die auf der Säule verbreitete Elektrizität positiv.

Wäre bei der eben betrachteten Anordnung das obere Ende abgeleitet, oder wären die Platten in der Reihenfolge  $Zn, Cu$ , feuchter Leiter auf einander geschichtet, so würde über die ganze Säule freie negative

Elektricität verbreitet gewesen sein und auf der obern Grenze der „Kombination“ wäre der Wert des Potentials

$$-E_n = -nE_1$$

gewesen, wie sich unmittelbar ergibt.

Biot hat diesen Satz experimentell geprüft<sup>1)</sup>, indem er das obere Ende von Säulen mit einer verschiedenen Anzahl Platten, deren unteres Ende vollkommen zum Erdboden abgeleitet war, mit einem Kondensator in leitende Verbindung brachte, nach aufgehobener Verbindung die von der Kondensatorplatte entfernte Kollektorplatte mit der Standkugel einer Torsionswaage berührte, und dann die Kugel in der Torsionswaage untersuchte. Wurde die Kollektorplatte immer an demselben Punkte berührt, so war die der Standkugel erteilte elektrische Dichtigkeit der elektrischen Potentialfunktion an dem obern Ende der Säule proportional. Es zeigte sich in der That, daß der Wert der Potentialfunktion am obern Ende der Anzahl der Plattenkombinationen proportional war.

Die elektrische Dichtigkeit änderte sich bei gleicher Plattenzahl mit der Natur des feuchten Leiters, sie war unabhängig von der Größe der Platten, zwei Sätze, welche sich unmittelbar aus dem Früheren ergeben.

Fechner<sup>2)</sup> hat mit Hilfe einer so konstruierten Säule einen interessanten Versuch gemacht, um das Verhältnis zwischen den Elektricitätsmengen zu bestimmen, welche bei dem Kontakt zweier Metalle an der Berührungsstelle angehäuft wird, und welche sich frei über dem Metalle verbreitet, um also gewissermaßen die Verstärkungszahl der als Kondensatorplatte betrachteten Zink-Kupfer-Platte zu bestimmen. Legt man auf die obere Kupferplatte der Säule von  $n$  Paaren eine isolierte Zinkplatte und berührt diese mit einer isolierten Kupferplatte nur in wenig Punkten, so giebt die Kupferplatte am Elektroskop geprüft positive Elektricität an, welche durch Leitung auf die Kupferplatte übergeht, da das obere Ende der Säule den Potentialwert  $nE_1$  hat.

Legt man dagegen die Kupferplatte auf die Zinkplatte und hebt sie in der Weise ab, wie man die Platte bei dem Voltaschen Fundamentalversuch abhebt, so zeigt eine Prüfung der Platte am Elektroskop, daß die Platte negativ elektrisch ist. Durch den Kontakt mit der Zinkplatte wird das Kupfer negativ elektrisch, der größte Teil dieser negativen Elektricität sammelt sich an der Berührungsfläche an, während ein geringer Teil sich verbreitet und von der positiven Elektricität  $nE_1$  neutralisiert wird. Hebt man nun die Platte ab, so wird sie positiv oder negativ erscheinen, je nachdem die Dichtigkeit der negativen Elektricität nach ihrer Verbreitung auf der Kupferplatte kleiner oder größer ist als  $nE_1$ . Fechner fand nun, daß in diesem Falle die Kupferplatte nach dem Abheben bei Säulen von 50—100 Plattenpaaren noch negativ war, ja, daß es einer Säule von ungefähr 700 Plattenpaaren bedürfte, um die an der Berührungsfläche angehäuften negative Elektricität zu neutralisieren. Die Bemerkung von Helmholtz (§. 68) zeigt, daß auch hier bei dem Abheben noch eine Aus-

1) Biot, Fechner Lehrbuch des Galvanismus S. 38.

2) Fechner, Lehrbuch des Galvanismus S. 49. Poggend. Ann. Bd. XLI.





$$Cu = 2a + 2b + 2c = E,$$

$$Zn = 2a + 2b + 2c + 2a$$

$$F = 2a + 2b + 2c + 2a + 2b$$

$$Cu = 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c = 2E,$$

$$Zn = 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c + 2a$$

$$F = 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c + 2a + 2b$$

$$Cu = 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c = 3E,$$

Ist dagegen das Kupfer nicht abgeleitet, so behält es die negative Elektrizität  $-a$  und das erste Zink erhält nur  $+a$ ; die auf dem Zink liegende feuchte Scheibe bewirkt, daß das Zink  $-b$ , die feuchte Scheibe  $+b$  erhält u. s. f., so daß folgendes Schema den elektrischen Zustand der isolierten Säule angiebt, welche mit der soeben betrachteten die gleiche Plattenzahl hat:

$$Cu = +a + b + c + a + b + c + a + b + c = 3\frac{E}{2}$$

$$F = +a + b + c + a + b + c + a + b - c$$

$$Zn = +a + b + c + a + b + c + a - b - c$$

$$Cu = +a + b + c + a + b + c - a - b - c = \frac{E}{2}$$

$$F = +a + b + c + a + b - c - a - b - c$$

$$Zn = +a + b + c + a - b - c - a - b - c$$

$$Cu = +a + b + c - a - b - c - a - b - c = -\frac{E}{2}$$

$$F = +a + b - c - a - b - c - a - b - c$$

$$Zn = +a - b - c - a - b - c - a - b - c$$

$$Cu = -a - b - c - a - b - c - a - b - c = -3\frac{E}{2}.$$

Wie man sieht, ist die elektrische Differenz der auf einander folgenden Platten ganz dieselbe, wie in dem vorigen Falle; da aber die negative Elektrizität nicht abfließt, kann die Dichtigkeit der positiven Elektrizität an dem oberen Ende nur halb so groß sein.

Von der Richtigkeit dieser Schlüsse kann man sich leicht durch den Versuch überzeugen. Man baue, wie Fig. 109, auf einem isolierten Stativ zwischen drei Glassäulen eine Säule von 100 Plattenpaaren auf,  $Cu Zn F$ ,  $Cu Zn F$  u. s. f., so daß die Säule oben wieder mit der auf den letzten feuchten Leiter gelegten Kupferplatte endet, und befestige an den beiden die Säule begrenzenden Kupferplatten Drähte. Legt man dann an den Draht der oberen Platte ein Elektroskop an, so divergiert dasselbe mit positiver, legt man es an den unteren Draht, mit negativer Elektrizität.

Legt man das Elektroskop an einen der Drähte, während man den anderen ableitend berührt, so wird die Divergenz der Goldblättchen bedeutend stärker.

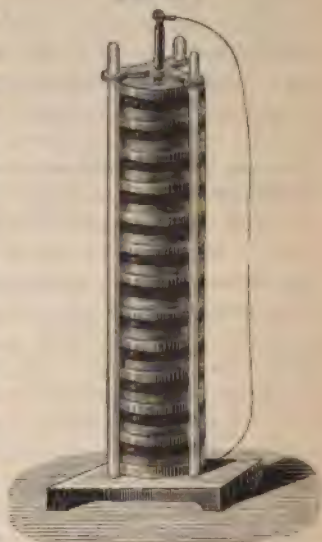
Einer solchen Voltaschen Säule kann man sich als einer allerdings wachen Elektrisiermaschine bedienen, und mit der von ihr geliefertelektrizität alle jene Erscheinungen hervorbringen, welche wir bei der



Reibungselektricität kennen gelernt haben; so kann man mit derselben die elektrischen Anziehungen und Abstosungen zeigen, einen Ladungsapparat laden u. s. f., so daß man dadurch, wenn es dessen nach dem Vorigen noch bedürfte, den Beweis für die Identität der Reibungselektricität und Berührungselektricität liefern könnte.

Verbindet man das obere Ende der Säule mit dem unteren durch einen Metalldraht, so cirkuliert durch den Draht und die Säule ein Strom, welcher von dem positiven oberen Pole zu dem negativen unteren durch den Draht geht und in der Säule von dem unteren zu dem oberen Pole geht. Die untere Kupferplatte ist hierbei elektromotorisch unwirksam, da nach dem Spannungsgesetze dieselbe elektromotorische Kraft auftritt, wenn wir die obere Kupferplatte direkt mit der unteren Zinkplatte durch einen Draht verbinden. Man kann sie daher fortnehmen und den Aufbau der Säule mit der Zinkplatte beginnen. Man erkennt dann sofort, daß hier der Strom ganz in demselben Sinne cirkuliert, wie bei dem einfachen Elemente, von dem positiven Metalle durch die Säule zu dem negativen Endmetalle, außerhalb aber von dem negativen Endmetalle zu dem positiven. Nennen wir nun jenen Pol bei der Säule, und diese Benennung werden wir auch später beibehalten, den positiven, welcher isoliert positive Elektricität enthält, und von welchem aus der positive Strom durch den Verbindungsdraht geht, so wird das in der Spannungsreihe negativere Endmetall stets den positiven, das in der Reihe positivere Endmetall stets den negativen Pol bilden. Als Spannungsreihe gilt dann immer jene, welche die Metalle zeigen, wenn sie in der betreffenden Flüssigkeit stehen, mit welcher die Säule aufgebaut ist.

Fig. 109.



### §. 75.

**Trockne Säulen.** Einer besonderen Art der Voltaschen Säulen, der Zambonischen oder trocknen Säulen müssen wir hier erwähnen, theils weil sie häufig als Beweis angesehen wurden, daß es durchaus keiner Feuchtigkeit bei Erregung der Kontaktelektricität bedürfe, theils wegen ihrer Wichtigkeit für die Konstruktion der empfindlichen Elektroskope.

Zur Herstellung solcher Säulen<sup>1)</sup> kann man unächtes Gold- und Silberpapier benutzen. Ersteres besteht aus Papier, welches auf der einen Seite mit einer dünnen Kupferschicht, letzteres aus solchem, welches auf der einen Seite mit einer dünnen Zinnschicht bedeckt ist. Man klebt zwei

<sup>1)</sup> Derartige Säulen wurden zuerst konstruirt von Behrens. Gilberts Ann. Bd. XXII; sie werden Zambonische genannt, weil Zamboni sich vielfach mit denselben beschäftigte. Gilberts Annalen Bd. XLIX, Bd. LI, Bd. LX.

solcher Bogen mit ihrer Rückseite auf einander, so daß die eine Seite eines so kombinierten Bogens Zinn, die andere Kupfer ist. Mehrere solcher Bogen werden auf einander gelegt, so daß die Zinn- und Kupferschichten sich berühren; dann zerteilt man sie mit einem Oblatenmesser in lauter Scheiben von etwa 2 cm Durchmesser. Derartiger Scheiben schichtet man in einer trocknen Glasröhre, deren eines Ende mit einer Messingkapsel verschlossen ist, etwa 2000 auf einander, wobei man dafür sorgt, daß stets in derselben Reihenfolge Kupfer, Zinn-, Papier auf einander folgen. Man schließt dann die Glasröhre, indem man auf das andere Ende ebenfalls eine Messingkapsel aufsetzt, von welcher ein mit einem Metallplättchen versehener Stift in die Röhre hineinragt, welcher den Zweck hat, die Papierscheiben gehörig zusammen zu pressen.

Anstatt Zinn- und Kupferpapier kann man auch manche anderen Materialien anwenden; so bestrich Zamboni die Rückseite eines Zinnpapiers mit Mangansuperoxyd; es gelingt das am besten, wenn man möglichst fein gepulverten Braunstein mit etwas Gummiwasser anmacht, ihn dann mit einem Pinsel aufträgt und, um ihn recht gleichmäßig zu verteilen, mit einem Korkpfropf verreibt.

Wie man sieht, wird auch hier die Messingkapsel, an welcher die letzte Zinnschicht anliegt, den negativen, diejenige, an welcher die letzte Kupfer- oder Braunsteinschicht anliegt, den positiven Pol bilden, da diese Säule gerade so angeordnet ist, wie die zuletzt betrachtete Voltasche Säule. Die Dichtigkeit der freien Elektrizität an den Messingkapseln kann bei sehr großer Plattenzahl ziemlich beträchtlich sein, indes dauert es, wenn man die Pole einmal entladen hat, wegen der geringen Leitungsfähigkeit des lufttrocknen Papiers, immer einige Zeit, bis die elektrische Dichtigkeit der Pole wieder die frühere geworden ist. Deshalb zeigt sich auch bei Verbindung der beiden Pole nur ein äußerst schwacher Strom. Aus demselben Grunde hängt auch die Dichtigkeit der freien Elektrizität an den Polen ab von dem Feuchtigkeitszustande der Luft; eine Säule kann, je nachdem das Papier mehr oder weniger trocken ist, in feuchter Luft gebracht, stärkere oder schwächere Spannung zeigen. Kann die Feuchtigkeit der Luft zu dem Papier dringen und dasselbe feuchter machen, so wird dadurch die Leitungsfähigkeit des Papiers verbessert, es kann mehr Elektrizität zu den Polen fließen, und die Dichtigkeit der Elektrizität kann dort größer werden. Da indes in feuchter Luft die Elektrizität sich rascher zerstreut als in trockner Luft, so verlieren in gleichen Zeiten auch die Pole mehr Elektrizität. Überwiegt der erste Umstand, so wird die Dichtigkeit der Elektrizität an den Polen nach Herstellung des Gleichgewichtszustandes größer sein, überwiegt der zweite, so wird sie kleiner sein, denn der Gleichgewichtszustand ist immer dann erreicht, wenn in gleichen Zeiten die Pole aus der Säule immer so viel Elektrizität erhalten, als sie an die Luft abgeben.

Über die Verwendung der trocknen Säulen zu dem Behrens'schen oder Bohnenberg'schen Elektroskope brauchen wir hier nichts hinzuzufügen, wir können in Bezug darauf auf den vorigen Abschnitt verweisen.

Man hat, wie erwähnt, geglaubt, daß diese Säulen bei Abwesenheit aller Feuchtigkeit elektromotorisch wirken, indem man glaubte, daß die Elektrizität nicht durch Leitung an die Pole käme, sondern dadurch, daß

an den Berührungsstellen jedes Paares angesammelte Elektrizität auf die folgenden influenzierend wirkte. Die Möglichkeit dieser Wirkungsweise muss allerdings zugegeben werden, wie man leicht durch Erwägung der möglichen Influenzen ersieht<sup>1)</sup>. Indes ist diese Anschauung nicht die richtige, wie sich unmittelbar daraus ergibt, dass die Säulen ihre Wirksamkeit vollständig verlieren, wenn man das Papier seiner hygroskopischen Feuchtigkeit beraubt, indem eine Säule nach und nach unwirksam wird, wenn man sie in einer Flasche neben Chlorkalcium aufbewahrt<sup>2)</sup>. Die Säule liefert deshalb keinen direkten Beweis für die Elektrizitätserregung durch den Kontakt der Metalle allein; indes ist selbstverständlich die Notwendigkeit der Gegenwart von Feuchtigkeit auch kein Beweis dagegen, dass die Feuchtigkeit notwendig ist, damit das Papier leitet.

### §. 76.

**Verschiedene Formen der Voltaschen Säule.** Die Voltasche Säule hat einige große Unbequemlichkeiten, welche ihren Gebrauch zur Herstellung dauernder und kräftiger galvanischer Ströme sehr beschränken. Folge des starken Druckes, den die aufgehäuften Metallplatten auf die unteren feuchten Tuchscheiben ausüben, wird die Feuchtigkeit aus denselben herausgepresst. Die an der Säule herablaufende Flüssigkeit dient dazu, der zu den Polen abfließenden Elektrizität eine Leitung darzubieten, in welcher sich die positive und negative wieder vereinigen; folgedessen tritt eine Schwächung der an den Polen angesammelten Elektrizität und dadurch auch eine Schwächung des Stromes ein, welcher in die Pole verbindenden Draht durchfließt. Durch das Austrocknen der Tuchscheiben wird ferner die Leitungsfähigkeit der Säule vermindert; dasselbe geschieht dadurch, dass das angesäuerte Wasser die Zinkplatten angreift, dass sich schwefelsaures Zinkoxyd bildet, welches als krystallinische Überzug die Oberfläche des Metalles bedeckt. Auch deshalb wird bei dieser Säule die elektrische Dichtigkeit an den Polen bald sehr klein.

Schon Volta hat daher anstatt der vorhin beschriebenen andere Formen der Säule angewandt<sup>3)</sup>. Zunächst baute er die Säulen zwischen horizontalen Glasträgern horizontal, wodurch das Auspressen der feuchten Tuchscheiben und somit das rasche Austrocknen vermindert wurde. Um die Bedeckung des Zinkes mit dem Salze und die Nebenschließungen von Pol zu Pol zu vermindern, konstruierte er die Tassen- und Bechersäule (Fig. 110). Anstatt der runden Metallscheiben dienen zu derselben rektanguläre Metallstreifen *a*, *b*, *c*. Dieselben sind U-förmig gebogen, der eine vertikale Schenkel des U ist von Zink und an den horizontalen Teil des Kupferstreifens angelötet. In dem letzten Becher zur Rechten steht dem letzten Zinkstreifen gegenüber ein Kupferstreifen, welcher bei *B* eine Klemme zur Aufnahme des Drahtes trägt; ebenso steht in dem ersten Becher dem Kupfer gegenüber ein Zinkstreifen, welcher ebenfalls mit einer Klemmschraube versehen ist.

1) Jäger, Gilberts Annalen Bd. XLIX und LII. Man sehe auch Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. I, §. 290 ff.

2) Erman, Gilberts Annalen Bd. XXV.

3) Volta, Gilberts Annalen Bd. VI.



Wie man sieht, ist im übrigen die Anordnung dieses Apparates ganz die der Säule, es folgen sich  $Zn\ F\ Cu$ ,  $Zn\ F\ Cu$ , u. s. L. Bei der Verbindung von  $A$  und  $B$  geht der positive Strom von  $B$  nach  $A$ , + +

Fig. 110.

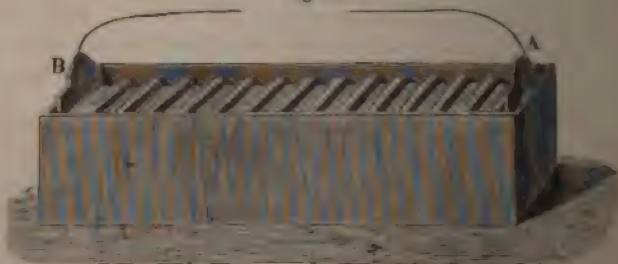


also  $B$  der positive,  $A$ , das Zinkende, der negative Pol der Säule. Ist die Säule nicht geschlossen, so ist bei  $A$  freie negative, bei  $B$  freie positive Elektrizität.

Da die einzelnen Zink-Kupferpaare in verschiedenen Bechern stehen, so findet außer durch den Verbindungsdraht keine leitende Verbindung von Pol zu Pol statt, und da die Metalle in den Flüssigkeiten selbst stehen, so kann ein Austrocknen der feuchten Leiter und ein Ansetzen des krystallinischen Salzes an den Zinkstreifen nicht stattfinden, die Leitung in der Säule wird mit der Zeit nicht allmählich schlechter.

Der Aufbau einer Voltaschen, auch einer Tassensäule, von vielen Elementen ist immer eine langwierige Arbeit, besonders da man die einmal zusammengesetzten Säulen nach jedem längeren Gebrauche wieder auseinandernehmen muß, weil sie auch in der letzten Form allmählich an Kraft verlieren, und weil sie sonst zu rasch verbraucht werden. Man hat deshalb die Apparate vielfach geändert, um sie so bequemer zum Gebrauche zu machen.

Fig. 111.



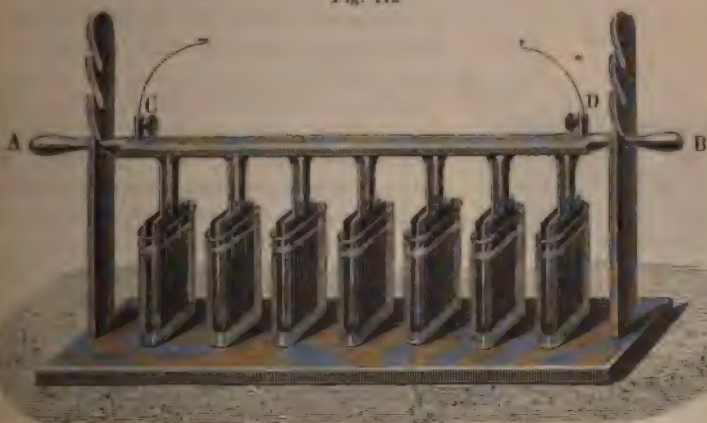
Der Cruickshanksche Trogapparat<sup>1)</sup> (Fig. 111) braucht nicht nach dem Gebrauche auseinandergenommen zu werden, er wird außer Thätigkeit

1) Cruickshank, Gilberts Annalen Bd. VII.

setzt, indem man einfach das mit Schwefelsäure angesäuerte Wasser in dem Apparate ausgießt. Quadratische Kupfer- und Zinkplatten sind der Fläche nach, je eine Kupfer- und Zinkplatte zusammengelötet. Dieselben sind, in der Fig. 111 angegebenen Weise, in einen Holztrog eingesetzt, so daß sie in die Fugen der Seitenwände eingreifen. Häufig sind sie auch in diese Fugen eingekittet. Um den Apparat in Thätigkeit zu setzen gießt man nur in die Zwischenräume von je zwei Plattenpaaren das angesäuerte Wasser. Die letzten Platten *A*, *B* brauchen natürlich keine Doppelplatten, sondern nur die eine von Zink, die andere von Kupfer zu sein. Wenden die Platten alle nach *A* ihre Kupferseite, nach *B* ihre Zinkseite, so muß in dem Falle *A* eine Zinkplatte, *B* eine Kupferplatte sein, und wie man sieht, ist dann wie bei der Voltaschen Säule das Zinkende der negative, das Kupferende der positive Pol.

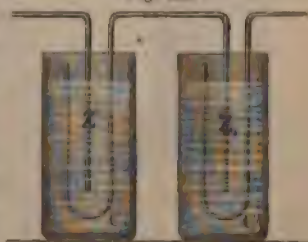
Die Wollastonsche Säule<sup>1)</sup> ist eine Verbesserung der Voltaschen Säulensäule. Er befestigte (Fig. 112) die einzelnen Zink- und Kupferplatten an einem Holzrahmen *A*, *B*, so daß sie alle zugleich aus den Fässern herausgehoben und wieder hineingelassen werden können. Zu-

Fig. 112



weil er, um die Oberfläche des Kupfers zu vergrößern, und so, wie wir später nachweisen werden, die Leitungsfähigkeit der Säule zu verbessern, den Metallen die in Fig. 113 in vergrößertem Maßstabe dargestellte Form. Die Kupferplatte *C* umgibt die Zinkplatte *Z*, welche eine Größe von mehreren Quadratcentimetern hat, von beiden Seiten; sie ist dann mit einem Kupferstreifen, gerade wie bei der Tassensäule, an das folgende Zink *Z*, angelötet, welches seinerseits von der Kupferplatte *C*, umgeben ist. Die Kupferstreifen, welche die Kupfer- und Zinkplatten verbinden, sind isoliert an dem Holzrahmen *A*, *B* befestigt. Der letzte Kupferstreifen ist mit der Klemmschraube *D*, der mit der

Fig. 113.



1) Wollaston, Gilberts Annalen Bd. LIV.



ersten Zinkplatte verbundene Kupferstreifen ist mit der Klemmschraube *C* in leitender Verbindung. *D* ist demnach wieder der positive, *C* der negative Pol.

Der Holzrahmen *AB* ruht auf den Einschnitten der Holzständer, welche an den Seiten der Säule auf derselben Fußbrette stehen, auf welchem die Säule steht; verschiedene Einschnitte in den Ständern gestatten die Metalle ganz außerhalb der Flüssigkeit aufzuhängen oder mehr oder weniger tief einzusenken.

Die Wollastonsche Anordnung der Metalle ist später noch mannigfach abgeändert worden. So wandte Young<sup>1)</sup> doppelte Zink- und doppelte Kupferplatten an, Fig. 114, so daß sowohl das Zink auf beiden Seiten von Kupfer, wie auch das Kupfer auf beiden Seiten von Zink umgeben ist. Die Zinkplatten *ZZ* sind mit einander durch den Zinkstreifen *a* mit den folgenden, unter sich durch den Kupferstreifen *k* verbundenen Kupferplatten *KK* durch den Streifen *a* in metallische Verbindung gebracht.

Wenn es sich bei diesen Apparaten nur darum handelt, einen kräftigen galvanischen Strom in dem die Pole verbindenden Drahte zu erhalten, so ist es nicht notwendig, die einzelnen Metallkombinationen, wie es Wollaston that, in besondere Gefäße zu tauchen, sondern man kann sie dann, ohne eine merkliche Schwächung des Stromes, in dieselbe Flüssigkeit, als in einen großen Trog setzen. Der Grund ist, wie wir später nachweisen werden, der, daß der Widerstand, welchen die Elektrizität in der Flüssigkeit findet, sehr viel bedeutender ist als derjenige im Schließungsdrahte. Wenn aber der an den Polen angesammelten Elektrizität zwei Wege zur Ausgleichung geboten



werden, welche verschiedenen Widerstand leisten, so ist die durch jeden Weg strömende Elektrizitätsmenge dem Widerstande des Wegs umgekehrt proportional. Eine Vereinfachung der Wollastonschen Einrichtung ist es daher, wenn man anstatt der einzelnen Gefäße nur einen gemeinsamen Trog anwendet.



Will man die einzelnen Gefäße beibehalten, so kann man, wie es Oersted<sup>2)</sup> that, die Kupferplatte selbst als Gefäß anwenden. Oersted gab seiner Säule die Form Fig. 115. Die Kupferplatten erhielten die Gestalt von unten geschlossenen Doppelcylindern *K*, die Zwischenräume zwischen den äußeren und inneren Kupferylindern werden mit der verdünnten Schwefelsäure gefüllt und dann werden die Zinke ebenfalls in Form von Cylindern, welche unten aber offen sind, in den ringförmigen Zwischenraum hineingesetzt. Um die metallische Berührung des Kupfers mit dem eingesetzten Zinkcylinder zu verhindern, kann man dem letzteren unten

den Korkring geben. Die Cylinder tragen angesetzte Streifen, welche den Quecksilbernäpfchen tragen, in welche man die Enden der Drähte, welche die aufeinander folgenden Zink- und Kupfercylinder mit einander verbinden, oder die Enden der den Stromkreis schließenden Drähte setzt.

Eine noch bedeutendere Verminderung des Widerstandes als die Elemente von Wollaston, Young und Oersted darbieten, erreicht man mit manchen anderen Anordnungen, so ganz besonders mit der Anordnung von Hare<sup>1)</sup>. Derselbe wickelt zwei durch Tuchstreifen vor metallischer Beschichtung bewahrte Bleche, eines von Kupfer, das andere von Zink, von vielleicht 0,5 m Breite und mehreren Metern Länge um einen Holzcylinder. Dieselben werden dann in einen mit verdünnter Schwefelsäure gefüllten Holzleimer gesetzt. Verbindet man die Enden des Kupfers und des Zinks durch einen kurzen Draht, so cirkuliert durch denselben ein äußerst kräftiger Strom. Weil man mit einem solchen Apparat leicht Röhren zum Glühen bringen kann, nennt man sie Kalorimotoren.

Außer den angegebenen hat man noch Säulen der verschiedensten Formen gebildet<sup>2)</sup>, deren Beschreibung indes überflüssig ist.

Nur erwähnen müssen wir hier noch, daß man anstatt Kupfer und Zink mehrfach andere Metalle und zuweilen auch wohl andere Flüssigkeiten als verdünnte Schwefelsäure angewandt hat.

Man benutzt anstatt des reinen amalgamierten Zink als positives Metall. Man erreicht dadurch den doppelten Vorteil. Zunächst ist der Zinkverbrauch bedeutend kleiner, da amalgamiertes Zink sich von der verdünnten Schwefelsäure nicht aufgelöst wird, das Zink also nur nach Maßgabe des benutzten Stromes durch die mit dem Strome abtretenden chemischen Prozesse verbraucht wird.

Zweitens aber ist die elektrische Differenz zwischen Kupfer und amalgamiertem Zink eine größere als zwischen Kupfer und gewöhnlichem Zink, indem das amalgamierte Zink gegen gewöhnliches selbst positiv elektrisch ist, eine Erfahrung, welche um so auffällender ist, da das Quecksilber in den Spannungsreihen zu den negativen Metallen gehört, und für welche man noch keine befriedigende Erklärung gefunden hat. Einen ähnlichen Einfluß zeigt das Quecksilber auch bei der Amalgamierung anderer Metalle, es verändert deren Stellung in der Spannungsreihe, jedoch nicht alle nach der positiven Seite. So ist nach Poggendorff<sup>3)</sup> amalgamiertes Zinn und amalgamiertes Blei positiver als gewöhnliches Zinn und gewöhnliches Blei, dagegen amalgamiertes Kadmium gegen gewöhnliches negativ, und ebenso auch amalgamiertes Eisen negativ gegen nicht amalgamiertes.

Als negatives Metall hat man in der Kette Platin oder platinirtes,

Fig. 116.



1) Hare, Gilberts Annalen Bd. LXXI.

2) Unter andern Faraday, Experimental researches. X. Reihe. Poggend. Ann. Bd. XXXVI.

3) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. L.

d. h. mit Platinschwamm überzogenes Silber angewandt<sup>1)</sup>). Ketten aus amalgamiertem Zink, verdünnter Schwefelsäure und platinirtem Silber, Smeesche Ketten, sind viel kräftiger als Zink-Kupfer-Ketten. In diesen Ketten ist das Platin in Form des Platinschwammes an die Stelle des Kupfers getreten, und man hat es daher versucht, an die Stelle des teuren Silbers andere Metalle als Unterlage für das Platin zu wählen. Nach Paterson<sup>2)</sup>) soll das Eisen dazu vorzüglich geeignet sein, welches man dadurch platinirt, daß man es einfach in eine Lösung von Platin in Königswasser taucht.

Auch Eisen allein hat man als negatives Metall in der Kette angewandt<sup>3)</sup>) und gefunden, daß trotzdem, daß Eisen in den Spannungsreihen näher bei dem Zink steht als das Kupfer, die aus Zink, verdünnter Schwefelsäure und Eisen gebildeten Ketten wirksamer sind als die Zink-Kupfer-Ketten. Den Grund dieser auffallenden Erscheinung werden wir später kennen lernen.

Als Flüssigkeiten hat man anstatt der verdünnten Schwefelsäure mehrfach andere angewandt: verdünnte Salpetersäure, Kupfervitriollösung, Zinkvitriollösung, Salmiaklösung u. a. m. Die Ketten werden dadurch nicht wesentlich geändert<sup>4)</sup>).

### §. 77.

**Die konstanten Ketten.** Die sämtlichen in dem vorigen Paragraphen beschriebenen und mit ihnen alle Ketten, welche aus zwei Metallen und einer Flüssigkeit konstruiert sind, haben den großen Fehler, daß sie bald nach ihrer Zusammenstellung von viel schwächerer Wirkung sind als zu Anfang. Der Grund dieser Schwächung liegt hauptsächlich darin, daß sich infolge des die Kette durchfließenden Stromes in der Kette selbst eine elektromotorische Kraft ausbildet, welche einen dem Strom der Kette entgegengesetzten Strom erzeugt. Der durch die Kette selbst hindurchfließende Strom zersetzt nämlich die zwischen den Metallen befindliche Flüssigkeit, die verdünnte Schwefelsäure; die Bestandteile derselben,  $SO_4$  und Wasserstoff, werden dadurch zu den Metallen geführt und bedecken dieselben. Da nun in der Kette der Strom stets von dem positiven zu dem negativen Metalle, also von dem Zink zum Kupfer fließt, so setzt sich der Wasserstoff an dem Kupfer ab, der Atomkomplex  $SO_4$  am Zink. Letzterer verbindet sich mit einem Molekül Zink zu Zinksulphat,  $ZnSO_4$ , und dieses löst sich im Wasser auf. Der Wasserstoff dagegen wird an der Oberfläche des Kupfers kondensiert und bedeckt dieselbe in ähnlicher Weise, wie der Wasserstoff sich am Platin der Groveschen Gaselemente verdichtet. Da nun das Kupfer, wie alle negativen Metalle der Ketten, das Wasser für sich nicht zersetzen kann, so

1) *Smeec*, Philosophical Magazin Bd. XVI. Poggend. Ann. Bd. LI, S. 379.

2) *Paterson*, Mechanics Magazin vol. XXXIII. Doves Repertorium Bd. VIII. S. 3.

3) *Roberts*, Philosophical Magazin vol. XVI. Poggend. Ann. Bd. XLIX. Siehe auch Poggend. Ann. Bd. LV. S. 337.

4) Eine Zusammenstellung der vielfachen Modifikationen der Voltaischen Säule siehe außer Wiedemann a. a. O. auch Doves Repertorium Bd. VIII. S. 1 ff. von Beetz.



wie in den Gassäulen eine elektromotorische Kraft auf, welche vom veranlaßt, der in der Flüssigkeit von dem Kupfer zum Zink also demjenigen entgegengesetzt, welcher durch die sonst in der vorhandenen elektromotorischen Kräfte erzeugt wird.

diesen Fehler zu verbessern, muß man deshalb dafür sorgen, während der Wirkung des Stromes das negative Metall nicht mit Wasserstoff bedeckt wird. Man hat dazu früher manche Mittel angewandt, theils auf mechanischem, theils auf chemischem Wege das Anlegen des Wasserstoffes an dem negativen Metalle verhindern sollten<sup>1)</sup>; indes wird dadurch die Wirkungsabnahme der Kette nur etwas verzögert, aber verhindert.

Der erste, welcher diese Schwächung der Kette vollständig verminderte, und welcher Ketten aufbaute in der ausgesprochenen Absicht, die Bedeckung der negativen Metalle mit Wasserstoff auftretende elektromotorische Kraft zu beseitigen, war Daniell<sup>2)</sup>, indem er verhinderte, daß der Umgebung des negativen Metalles Wasserstoff auftritt. Die Einrichtung, welche Daniell seiner Batterie gab, ist folgende.

Man sieht einen Kupfercylinder, dessen Boden in der Mitte durchlöchert ist, in welchem ein Stück einer Ochsenurgel *o* (Fig. 117) aufgehängt, welches unten

Fig. 117.

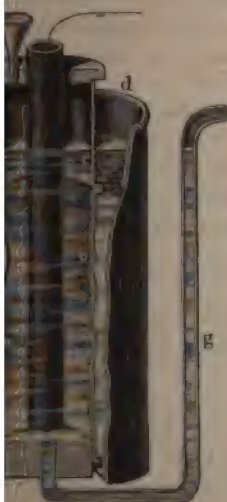


Fig. 118.



Fig. 119.



in einen Korkpfropf geschlossen ist, der zugleich die Öffnung des Cylinders verschließt. Die Ochsenurgel ist oben an einen Cylinder befestigt, der sich in der Mitte des siebförmigen Deckels *d* befindet. Die Mitte des Korkpfropfens reicht in die Ochsenurgel das ge-

<sup>1)</sup> Man sehe darüber Doves Repertorium. Bd. VIII. S. 5, auch Wiedemanns Physik Bd. I. §. 270 f. 2. Aufl.

<sup>2)</sup> Daniell, Philosophical Transactions 1836 u. 1837. Poggend. Ann. Bd. XLII. LX.

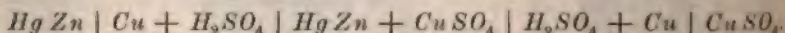
bogene Glasrohr *g*. Der Kupfereylinder wird mit einer konzentrierten Lösung von Kupfervitriol gefüllt und, um dieselbe immer konzentriert zu erhalten, der Deckel mit Krystallen des Salzes bedeckt. Die Ochsen-gurgel wird mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt. In die Schwefelsäure taucht ein amalgamierter Zinkcylinder, welcher in dem hölzernen Deckel des Cylinders *c* befestigt ist. In diesem Deckel befindet sich zugleich ein Trichter, der den Zweck hat, frische verdünnte Schwefelsäure nachzufüllen. Ist die Schwefelsäure nämlich eine Zeit lang im Gebrauch so löst sie infolge der mit dem Strome verbundenen chemischen Prozesse Zink auf; die Lösung des schwefelsauren Zinkoxydes ist schwerer als die Schwefelsäure; sie sinkt deshalb zu Boden und bei dem Nachfüllen der Schwefelsäure fließt sie durch das gekrümmte Rohr *g* ab.

An dem Kupfereylinder und an dem Zink sind entweder Metallstreifen, an denen Klemmschrauben befestigt werden können, oder es sind daran Quecksilbernäpfchen angebracht, welche die Enden der Leitungsdrähte aufnehmen.

Die Form des Daniellschen Elementes ist mehrfach geändert worden; die jetzt gebräuchlichste Form zeigt Fig. 118. In einem Glasgefäße steht ein hohler, unten und oben offener Kupfereylinder, in diesem ein unten geschlossener Cylinder von porös gebrannter Porzellanmasse, sogenannte Thonzellen, und in diesen steht das Zink, entweder in Form eines massiven oder hohlen Cylinders, oder in Form eines Kreuzes Fig. 105. An dem Kupfer sowohl als an dem Zink sind Metallstreifen befestigt, an denen die Klemmschrauben zur Aufnahme der Leitungsdrähte angebracht werden.

Das Glas wird mit einer konzentrierten Lösung von Kupfervitriol, die Thonzelle mit der verdünnten Schwefelsäure gefüllt.

Um die Richtung des Stromes in diesem Elemente bei Verbindung des Zinks mit dem Kupfer zu bestimmen, haben wir nur die in denselben thätigen elektromotorischen Kräfte aufzusuchen. Dieselben sind



Die elektromotorische Kraft zwischen den beiden Flüssigkeiten ist nach den Untersuchungen Fechners zu vernachlässigen. Nach den Untersuchungen von Kohlrausch (§. 70) ist

$$Zn | Cu = 100, H_2SO_4 | Hg Zn = 149, Cu | Cu SO_4 = - 21,5.$$

Setzen wir in Ermangelung genauer Zahlen  $Hg Zn | Cu$  ebenfalls gleich 100, so ist die Summe der elektromotorischen Kräfte

$$100 + 149 - 21,5,$$

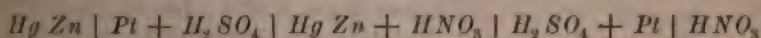
woraus folgt, daß der positive Strom in dem Verbindungsdrahte von dem Kupfer zum Zink, im Elemente durch die Flüssigkeit vom Zink zum Kupfer geht; es ist also auch hier das negative Metall der positive Pol.

Die Konstanz der Daniellschen Kette ist eine Folge der in derselben gehenden chemischen Prozesse; wir werden dieselben an einer Stelle ausführlich betrachten; hier sei nur erwähnt, daß ebenso, verdünnte Schwefelsäure, auch die Lösung von schwefelsauren



die Klemmschraube zur Aufnahme der Leitungsdrähte tragen. Der Zinkcylinder trägt eine ebensolche Klemmschraube. Das Glas wird mit verdünnter Schwefelsäure und die Thonzelle mit ganz konzentrierter Salpetersäure gefüllt, so daß also in diesem Elemente die Reihenfolge der elektromotorisch wirksamen Substanzen ist: Zink, Schwefelsäure, Salpetersäure, Platin.

Die Richtung des Stromes ergibt sich wieder aus einer Betrachtung der elektromotorischen Kräfte; dieselben sind, wenn Zink und Platin mit einander durch einen Draht verbunden sind,



oder in Zahlen, wenn wir wieder für  $Hg\ Zn\ |\ Pt$  in Ermangelung einer genauern Zahl  $Zn\ |\ Pt$  einsetzen, nach Kohlrausch

$$123 + 149 + 149,$$

da wir auch hier die elektrische Differenz zwischen den Flüssigkeiten vernachlässigen dürfen.

Es ergibt sich daraus, daß durch den Draht die positive Elektricität von dem Platin zum Zink, in der Flüssigkeit vom Zink zum Platin geht. Es ist also auch hier das in der Spannungsreihe negativere Metall der positive Pol, das positive Metall der negative Pol. Zugleich ergibt sich, daß die resultierende elektromotorische Kraft in dem Groveschen Elemente ungefähr 1,8mal so groß ist, als in dem Daniellschen, denn in letzterem ist dieselbe gleich 227,5, in dem Groveschen dagegen 421.

Die Konstanz der Groveschen Kette beruht auf der oxydierenden Wirkung der konzentrierten Salpetersäure; der bei der Zersetzung des Wassers frei werdende Wasserstoff entzieht der Salpetersäure Sauerstoff und bildet mit demselben Wasser. Die Salpetersäure wird dabei zu Stickoxyd reduziert, welches sich theils unter Bildung von Untersalpetersäure in der Salpetersäure löst und dieselbe grün färbt, theils aus der Flüssigkeit entweicht und an der Luft sich zu den braunen Dämpfen der Untersalpetersäure oxydiert.

Die elektromotorische Kraft der Groveschen Kette bleibt deshalb im wesentlichen ungeändert, so lange noch hinreichend Salpetersäure zugegen ist, um den bei der Zersetzung des Wassers frei werdenden Wasserstoff zu oxydieren.

Wegen ihrer bedeutend größeren Stärke ist die Grovesche Kette der Daniellschen überlegen, sie hat indes gegenüber derselben zwei Nachteile; der erste ist, daß sie wegen der Verwendung des Platin und auch der Salpetersäure bedeutend teurer ist als die Daniellsche; der zweite liegt in der Gasentwicklung, welche während ihres Gebrauches stattfindet. Die sauren Dämpfe der Untersalpetersäure sind sowohl der Gesundheit nachtheilig, als auch verderben sie die metallischen Apparate, mit denen man arbeitet. Aus dem letzteren Grunde ist es ratsam, bei dem Gebrauche diese Batterie in einem besonderen, mit einem Abzuge versehenen Raume aufzustellen.

Die große Kostbarkeit der Groveschen Kette, welche hauptsächlich in der Verwendung des Platin ihren Grund hat, hat dazu geführt, das Platin durch Kohle zu ersetzen.

Die Anwendung der Kohle wurde zuerst vorgeschlagen von Cooper<sup>1)</sup>; in die Praxis ist sie indes erst übergegangen, seit Bunsen die nach ihm benannte Zinkkohlenkette, die Bunsensche Säule oder Bunsensche Kette konstruiert hat<sup>2)</sup>. In der Bunsenschen Kette, wie sie jetzt gebräuchlich ist, wird die Kohle in Form hohler, unten und oben offener Cylinder angewandt, welche die Stelle der Kupfercylinder in der Daniellschen Säule einnehmen. Die Kohlen, wie sie zuerst nach Bunsens Angaben von Bretthauer in Marburg gefertigt wurden, erhält man, indem man zwei Teile backende Steinkohle und einen Teil Coaks mischt und in den betreffenden Formen von Eisenblech bei mäßigem Feuer glüht. Die so hergestellten Cylinder werden dann in ganz konzentrierte Zuckerlösung getaucht, getrocknet und nach dem Trocknen in einem mit Kohlenstücken gefüllten bedeckten feuerfesten Kasten der mehrstündigen Einwirkung einer starken Weißglühhitze ausgesetzt. Die so gefertigte Kohle ist vollkommen homogen, wenig porös, nicht im mindesten abfärbend, klingend und ganz fest. Sie leitet die Elektrizität wie die Metalle, und ordnet sich in die Spannungsreihe, in welcher sie noch negativer ist als das Platin.

In den Bunsenschen Elementen steht die Kohle in einem Glase

Fig. 123.



(Fig. 123), in dem Kohlencylinder steht ebenso eine poröse Thonzelle und in dieser das amalgamierte Zink, entweder in der Form eines hohlen oder massiven Cylinders oder eines Zinkkreuzes. Das Glasgefäß wird mit konzentrierter Salpetersäure, die Thonzelle mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt.

Um den Leitungsdraht mit der Kohle zu verbinden, wird um dieselbe ein Messing- oder Kupferring gelegt und mit einer Schraube festgezogen; an diesem Ringe ist der Metallstreifen befestigt, an welchem die Klemme zur Aufnahme der Leitungsdrähte angebracht ist. Damit infolge der Kapillarität die Salpetersäure in der Kohle nicht zu hoch steige und so den um die Kohle gelegten Kupferstreifen angreife, wird der obere Teil der Kohle mit heißem Wachs getränkt. Die Leitungsfähigkeit der Kohle wird dadurch nicht merklich vermindert. Indes hindert auch dies auf die Dauer die Oxydierung des Kupfers nicht, weshalb es vorteilhaft ist, im Innern der

Ringe an das Kupfer ein Stück Platinblech anzulöten, welches von der Salpetersäure nicht angegriffen wird<sup>3)</sup>.

In sehr ausgedehnter Weise wird zu den Bunsenschen Ketten jetzt die in den Steinkohlengasretorten abgesetzte Kohle verwandt, welche sehr kompakt und hart ist, deshalb besser leitet und in Form von Platten verwandt

<sup>1)</sup> Cooper, Philosophical Magazin vol. XVI. 1840. Doves Repert. Bd. VIII.   
<sup>2)</sup> usen, Poggend. Ann. Bd. LV a. LV.   
<sup>3)</sup> Lmann, Galvanismus. Bd. I, §. 281. 2. Aufl.



den kann. Bei den mit solcher Kohle hergestellten Elementen steht in ein mit verdünnter Schwefelsäure passend gefüllten Glase der unten und ein offene Zinkcylinder, im Innern desselben die mit konzentrierter Salpetersäure gefüllte Thonzelle, in welcher sich die Kohle befindet. Um die Kohle die Leitung einzuführen, genügt es, oben in dieselbe ein kleines Loch anzubohren, in welches entweder ein mit einer Kleinschraube versehener Korkzapfen eingesteckt oder welches mit Quecksilber gefüllt wird, in das dann die Leitungsdrähte eingetaucht werden. Diese Art der Verbindung läßt die Kohle ebenso leicht in die Leitungen einfügen, wie irgend ein Metall, so daß die Bunsenschen Ketten in dieser Form ebenso bequem sind wie die Groveschen.

Die Richtung des Stromes ist bei diesen Elementen dieselbe, wie bei den Groveschen, d. h. der positive Strom geht von der negativen Kohle zum Zink durch den die beiden verbindenden Draht, wie sich schon daraus ergibt, daß Zink gegen Kohle positiv, gegen die Schwefelsäure negativ ist.

Ein anderes Ersatzmittel für das Platin ist Eisen. Taucht man Eisen ganz konzentrierte Salpetersäure, so geht es in den sogenannten passiven Zustand über, es wird von der Salpetersäure nicht mehr angegriffen und durch den Kontakt mit der Salpetersäure sehr stark positiv elektrisch. Eisen kann daher die Stelle des Platin vertreten; indes muß dann immer darauf gesorgt werden, daß es von ganz konzentrierter Säure umgeben ist, da verdünnte Salpetersäure das Eisen lebhaft angreift und durch Behandlung negativ elektrisch macht.

Um die störenden untersalpetersauren Dämpfe bei den Groveschen und Bunsenschen Elementen zu vermeiden, hat man an Stelle der Salpetersäure andere oxydierende Flüssigkeiten, so besonders Chromsäure, oder eine Lösung von doppeltchromsaurem Kali mit Schwefelsäure anzuwenden versucht, die Resultate sind jedoch nicht befriedigend ausgefallen, wenigstens ist die Salpetersäure dadurch nicht verdrängt worden<sup>1)</sup>.

Eine konstante Kette mit nur einer Flüssigkeit ist kürzlich fast gleichzeitig von Pincus<sup>2)</sup> und Warren de la Rue und Hugo Müller<sup>3)</sup> konstruiert worden. In einem Glaszylinder wird unten ein kleines Gefäß aus dünnem Silberblech eingesetzt, von welchem der Leitungsdraht isoliert und dem Glasgefäß herausgeführt ist. Das Silbergefäß wird mit Chlorberber gefüllt und dann der Glaszylinder mit verdünnter Schwefelsäure oder Kochsalzlösung, in welche dann das Zink getaucht wird. Die Abtöndung des Wasserstoffs am Silber wird hier durch das Chlorsilber verhindert, welches durch den abgeschiedenen Wasserstoff reduziert wird. Der Wasserstoff tritt mit dem Chlor zur Salzsäure zusammen, und das Silber scheidet sich in Form eines feinen Pulvers aus. Die Wirkung des Elementes ist demnach so lange konstant, als hinreichend Chlorsilber zur Zersetzung vorhanden ist. Diese Kette wirkt in ähnlicher Weise wie die Daniellsche, indem statt des Wasserstoffs ein Metall abgeschieden wird,

1) Man sehe darüber *Doves Repertorium*. Bd. VIII, S. 19 und *Wiedemann, Galvanismus*. Bd. I, §. 284 2. Aufl.

2) *Pincus*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

3) *Warren de la Rue* und *H. Müller*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

sie hat vor der Daniellschen den Vorzug, daß das zu zersetzende Salz in fester Form angewandt und deshalb die Konstanz der Kette nicht durch Mischung der Lösungen gestört werden kann. Sie ist indes viel teurer als die Daniellsche Kette, ohne eine größere Kraft zu besitzen.

Bunsen wendet neuerdings in seiner Kette ebenfalls nur mehr eine Flüssigkeit an<sup>1)</sup>, nämlich Chromsäurelösung. Für eine Batterie von 40 Elementen, deren Gläser je 2 Liter Inhalt haben, werden 6,182 kg doppel chromsaures Kali, 6,282 Liter Schwefelsäurehydrat und 60,47 Liter Wasser gemischt, und nachdem das Salz gelöst ist, die Flüssigkeit in die Elemente verteilt. In der Flüssigkeit hängen Zink- und Kohlenplatten, welche in ähnlicher Weise wie bei der Wollastonschen Kette an einem Rahmen befestigt sind, so daß man alle Platten gleichmäßig herausheben und einsenken kann. Indem der Wasserstoff durch die Chromsäure oxydiert wird, sind die Ströme anfangs recht konstant. Da indes die Oxydation des Wasserstoffs nicht so vollständig ist als durch Salpetersäure, nimmt die Wirkung der Kette nach einiger Zeit ab. Es genügt dann aber, die Platten kurze Zeit aus der Flüssigkeit herauszuheben, um ihre frühere Wirkung wieder zu erhalten.

Es bedarf wohl keiner besonderen Erwähnung, daß man die Daniellschen, Groveschen und Bunsenschen Elemente ebenso zu Säulen zusammenstellen kann, wie die im vorigen Paragraphen betrachteten inkonstanten Ketten. Um einen der Voltaschen Tassensäule ganz ähnlichen Apparat haben, verbindet man von einer Anzahl Elemente jedes vorhergehende Kupfer oder Platin oder Kohle mit dem folgenden Zink. Fig. 124 stellt schematisch eine solche Zusammenstellung dar. Es versteht sich nach dem Vorangehenden von selbst, daß auch hier das letzte Kupfer oder Platin der positive, das letzte Zink der negative Pol ist, daß also in dem Leitungsdrahte der Strom vom Platin zum Zink geht, während in jedem Elemente der Strom von dem positiven Zink zu dem negativen Platin geht.

Ebenso kann man auch eine Anzahl Elemente zu einem dem Haresches Kalorimotor ähnlichen Apparate zusammensetzen, also zu einem Element, dessen Metalle eine große Oberfläche haben. Man verbindet dann alle Zinke mit einander und ebenso alle Kupfer. Fig. 125 zeigt eine solche

Fig. 124.

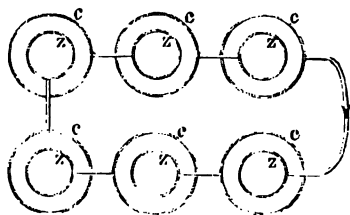
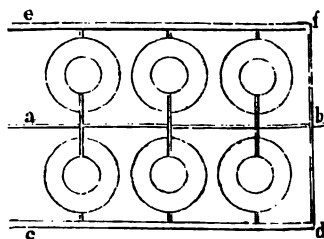


Fig. 125.



Anordnung, die Zinke sind alle mit einem Metallstreifen verbunden, an dem mittleren Stabe *ab* eines Holzrahmens befestigt ist, die Kupfer oder Kohlen sind alle mit den an den äußeren Stäben *cd* und *ef*

1) Nach der Angabe *Wiedemanns*. *Galvanismus* Bd. I, §. 273 a. 2. An

stigten Metallstreifen verbunden, welche sich auf dem Querstabe  $df$  ver-  
eigen. Auf diese Weise sind alle Kupfer und alle Zinke mit einander  
metallischer Verbindung, die Zusammenstellung wird sich also verhalten  
ein Element, dessen Oberfläche die sechsfache jedes einzelnen ist.

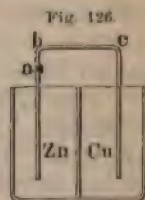
Wir haben die zuletzt beschriebenen Elemente konstante genannt, und  
der That sind sie, so lange die Kupfersalzlösung so konzentriert ist, daß  
merklich blau gefärbt und die Salpetersäure nicht zu verdünnt ist,  
men bedeutenden Schwächungen unterworfen; kleinere Änderungen ihrer  
rksamkeit finden jedoch, wie wir später sehen werden, statt.

### §. 78.

**Das Ohmsche Gesetz.** Wir haben bereits früher erwähnt, daß bei  
er Verbindung der beiden Pole einer Voltaschen Kombination in dem  
erbindungsdrahte, wie auch in dem Elemente selbst, ein elektrischer  
strom entsteht, indem die positive Elektricität durch den Stromkreis nach  
er einen, die negative Elektricität nach der anderen Richtung sich be-  
egt. Wir haben an jener Stelle auch bereits erwähnt, daß je nach der  
öße der in dem Stromkreise vorhandenen elektrischen Differenzen der  
strom eine verschiedene Stärke haben könne, indem wir sahen, daß je  
achdem verschiedene Mengen Elektricität durch den Leiter fließen können.  
s die Stromstärke bezeichneten wir damals beiläufig die Menge Elek-  
ricität, welche in gleichen Zeiten durch den Leiter fließt. Wir wollen  
jetzt genauer dahin definieren, daß die Stromstärke an einer bestimmten  
elle des Stromkreises gleich sein soll der Elektricitätsmenge, welche an  
dieser Stelle in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fließt.  
ist jetzt unsere Aufgabe, zu untersuchen, von welchen Umständen die-  
sbe abhängig ist. Es wird am besten sein, wenn wir dabei jenen Weg  
eschlagen, welcher zur Entdeckung der die Stärke des Stromes bestim-  
enden Gesetze geführt hat, indem wir ähnlich wie der berühmte Ent-  
cker, nach welchem dieses oberste Gesetz des Galvanismus benannt ist,  
S. Ohm, aus den Gesetzen der Elektricitätsleitung untersuchen, von  
elchen Umständen die in dem Stromkreise in gleichen  
eiten cirkulierende Elektricitätsmenge abhängt<sup>1)</sup>. Der  
Weg, welchen wir dabei einschlagen, ist der von Kirchhoff  
egegebene<sup>2)</sup>.

Es sei gegeben ein Daniell'sches Element, welches, wie  
u vorigen Paragraphen gezeigt wurde, wenigstens in kurzen  
iträumen einen konstanten Strom liefert. An dem Zink  
esselben bei  $a$  (Fig. 126) sei ein kurzer dicker Kupfer-  
raht angelötet. Infolge der elektromotorischen Kräfte er-  
lt dann der positive Pol  $c$  eine gewisse Menge positiver und der negative  
ol  $b$  eine ebenso große Menge negativer Elektricität, seien diese Mengen,  
er vielmehr die an den Polen  $c$  und  $b$  vorhandenen Werte der elektri-  
hen Potentialfunktion gleich  $\pm E$ .

Nun werden die Pole  $b$  und  $c$  durch einen Draht von der Länge  $l$  und  
m Querschnitte  $q$  mit einander verbunden; da nach dem vorigen Abschnitt



1) G. S. Ohm, Die galvanische Kette mathematisch bearbeitet. Berlin 1827.

2) Kirchhoff, Poggend. Ann. Bd. LVIII.



stets, wenn ein Leiter mit einem elektrisierten Körper in Berührung kommt, die Elektrizität auf den ersteren übergeht, so wird von beiden Polen Elektrizität auf den Draht abfließen und auf der Oberfläche desselben sich ansammeln. Wären  $b$  und  $c$  nur einmal mit einer gewissen Elektrizitätsmenge geladen, so würde dieser Übergang von Elektrizität von  $b$  und  $c$  auf den Draht und so weiter so lange dauern, bis die Elektrizität sich über alle verbundenen Leiter verteilt hätte, so daß der Wert des Potentials überall derselbe geworden wäre. Das ist aber nicht der Fall, sondern sobald von  $b$  und  $c$  Elektrizität in den Draht abgeflossen ist, fließt von den Berührungsstellen  $Zn | Cu$ ,  $F | Zn$ ,  $Cu | F$  durch die Flüssigkeiten wieder Elektrizität zu den Polen, und von diesen, da der Potentialwert an denselben jedenfalls größer ist als auf dem Drahte, wieder Elektrizität auf den Draht ab. Der Draht erhält also von  $c$  in jedem Augenblicke positive, von  $b$  aber negative Elektrizität. Da jeder Abfluß von  $b$  und  $c$  auf den Draht sofort wieder durch neuen Zufluß ersetzt wird, so folgt, daß nach einiger Zeit in dem ganzen Stromkreis ein stationärer Zustand eingetreten sein muß, in welchem die Potentialfunktion der freien Elektrizität an jedem Punkte des Stromkreises einen ganz bestimmten Wert hat. Nach Eintritt dieses Zustandes, das ergibt sich zugleich schon, muß das Ende  $c$  des Drahtes  $bc$  einen positiven Wert der Potentialfunktion besitzen, den wir mit  $\varepsilon_1$  bezeichnen wollen, der jedenfalls kleiner ist als  $F$  und der von der Schnelligkeit abhängt, mit welcher einerseits die Elektrizität über den Draht abfließt, andererseits aus dem Element zu dem Pole hingelangt; die Schnelligkeit, mit welcher die Elektrizität von  $c$  abfließt, ist um so kleiner, je kleiner der Wert von  $\varepsilon_1$  ist. Der Wert von  $\varepsilon_1$  muß demnach konstant werden, sobald die Schnelligkeit des Abflusses jener des Zuflusses gleich ist. Ebenso muß das Ende  $b$  des Drahtes nach derselben Zeit einen konstanten Wert  $\varepsilon_2$  der Potentialfunktion erhalten, der von  $\varepsilon_1$  verschieden und wenn  $b$  dem Pole des Elementes nahe liegt, negativ sein muß; in welcher Weise  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  mit den Werten der Potentialfunktion der Pole des nicht geschlossenen Elementes zusammenhängen wird nachher hervortreten. Von dem Augenblicke an, in welchem  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  konstant geworden sind, muß auch der stationäre Zustand auf dem ganzen Drahte eingetreten sein.

Daraus folgt weiter, daß dieser stationäre Zustand kein Gleichgewichtszustand, daß die Elektrizität in dem Stromkreise nicht in Ruhe sein kann. Denn betrachten wir irgend einen Querschnitt des Drahtes  $cb$ , so ist von dem aus gegen  $c$  gerechnet auf dem Drahte jedenfalls freie positive, gegen  $b$  hin freie negative Elektrizität vorhanden. Da an der einen Seite vorhandene freie positive Elektrizität wird eine gewisse Menge der in dem betrachteten Querschnitte vorhandenen Elektrizitäten scheiden, die positive nach  $b$  hin abstossen, die negative nach hin anziehen; dieser Abstossung und Anziehung wirkt die auf der andern Seite des Querschnittes vorhandene freie Elektrizität nicht entgegen, sie wird vielmehr von derselben unterstützt, da die Elektrizität dort negativ ist, und somit die negative Elektrizität des Querschnittes nach  $c$ , die positive nach  $b$  hin treibt. Dasselbe gilt für alle Querschnitte, so daß also im Drahte eine stetige Bewegung der positiven Elektrizität nach  $b$ , d

negativen nach  $c$  hin stattfindet. Da nun aber die elektrische Potentialfunktion in  $c$  und  $b$  konstant bleibt, so folgt, daß in der Flüssigkeit eine stetige Bewegung der Elektricitäten in entgegengesetzter Richtung, der positiven nach  $c$ , der negativen nach  $b$  hin stattfinden muß.

Daraus, daß in dem Stromkreise ein stationärer Zustand vorhanden sein muß, d. h. daß ebenso wie bei  $b$  und  $c$  auch an allen Punkten des ganzen Systems die elektrische Potentialfunktion einen bestimmten und während der Dauer des Stromes konstanten Wert haben muß, folgt weiter, daß durch jeden Querschnitt des Leiters in gleichen Zeiten gleiche Elektricitätsmengen hindurchfließen müssen, daß also in dem ganzen Stromkreise die Stromstärke dieselbe sein muß.

Denn wäre das nicht der Fall, würde durch irgend einen Querschnitt eine größere Menge von Elektricität fließen, als durch einen andern, so würde in dem zwischen beiden enthaltenen Teile des Leiters eine Anhäufung von Elektricität, somit eine Dichtigkeitszunahme eintreten, der stationäre Zustand und mit diesem die Konstanz des Stromes wäre gestört. \*

Wie groß die Elektricitätsmenge ist, welche durch jeden Querschnitt fließt, das hängt von den Werten der elektrischen Potentialfunktion auf verschiedenen Punkten des Leiters ab; kennen wir das Gesetz, nach welchem sich die Werte der Potentialfunktion im Leiter ändern, so erhalten wir daraus sofort auch die Menge der in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt des Leiters fließenden Elektricitätsmenge.

Denn denken wir uns an irgend einer Stelle durch den Leiter eine Niveaufläche gelegt, welche dem Potentialwerte  $V$  entspricht, und ist  $V$  die Änderung des Potentialwertes, wenn wir uns in der Richtung der Normalen der Niveaufläche um  $dN$  von derselben entfernen, so ist zunächst

$$\mp \frac{dV}{dN}$$

die Kraft, mit welcher die auf dem Leiter vorhandene Elektricität auf die Einheit der in einem Punkte der Niveaufläche vorhandenen Elektricität wirkt, worin das obere Zeichen für die positive, das untere für die negative Elektricität gilt. Sind beide Elektricitäten gleichzeitig vorhanden, so werden dieselben auseinandergetrieben, indem die eine nach der einen, die andere nach der gerade entgegengesetzten Richtung getrieben wird. Wir machen nun die Annahme, daß die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Elektricität dieser Kraft folgend durch den Leiter bewegt, zu jedem Augenblicke direkt der Größe dieser Kraft proportional ist, oder was dasselbe ist, daß die Bewegung der Elektricität eben nur so lange dauert, als die Kraft wirksam ist. Diese Annahme fällt mit der Voraussetzung zusammen, daß, wenn die Kraft eine Zeit hindurch konstant wirkt, die Bewegung der Elektricität keine beschleunigte sein kann, daß sie also in ihrer Bahn einen so großen Widerstand findet, daß sie keine merkliche Zeit nach dem Aufhören der wirksamen Kraft die ihr durch dieselbe erteilte Geschwindigkeit beibehält. Sie bewegt sich demnach in dem Leiter, wie ein Körper in einem widerstehenden Medium von im Verhältnis zu der des Körpers sehr großer Dichtigkeit. Diese Annahme ist der Ausdruck der Erfahrung, daß in der That sofort jede Bewegung der



zur Bestimmung des Ganges des Potentialwertes. Sie beweist uns aber gleichzeitig, daß im Innern des Leiters überhaupt keine freie Elektrizität vorhanden ist, daß die einzige freie, die Bewegung bedingende Elektrizität die auf der Oberfläche des Leiters vorhandene ist. Wir haben nämlich § 7 allgemein den Satz aufgestellt und bewiesen, daß die in einem gegebenen rings geschlossenen Volumen vorhandene Elektrizitätsmenge gleich ist der über die ganze Oberfläche ausgedehnten Summe der in jedem Elemente der Oberfläche zu demselben senkrechten, nach außen gerichteten Kräfte dividiert durch  $4\pi$ . Wir erhalten demnach die Menge der freien Elektrizität, welche in dem von den beiden Elementen  $d\omega$  und  $d\omega'$  und den die Grenzen derselben verbindenden Normalen umschlossenen Volumen vorhanden ist, wenn wir die Kräfte bestimmen, welche auf die verschiedenen Elemente der Oberfläche dieses Volumens nach außen gerichtet sind, und diese alle summieren. Zur Oberfläche senkrechte Kräfte wirken aber überhaupt an diesem Raume nur auf die Elemente  $d\omega$  und  $d\omega'$ , da die übrige Begrenzung durch Linien gebildet ist, welche überall normal zu den Niveauflächen sind, so daß also an allen Punkten dieser Begrenzung die Richtung der Kraft der Begrenzungsfläche selbst parallel ist.

Die auf das Element  $d\omega$  wirkende gegen das zweite Element, also nach innen gerichtete Kraft ist nun, wie wir sahen,

$$+\frac{dV}{dN}d\omega.$$

Die von der zweiten Niveaufläche fort, also nach außen gerichtete Kraft ist demnach von gleicher Größe, nur mit dem entgegengesetzten Zeichen versehen, also

$$-\frac{dV}{dN}d\omega.$$

Die auf das zweite Element  $d\omega'$  von der ersten Niveaufläche fort, also nach außen wirkende Kraft ist

$$+\frac{dV'}{dN'}d\omega'.$$

Die Summe beider somit

$$+\left(\frac{dV}{dN}d\omega - \frac{dV'}{dN'}d\omega'\right).$$

Nach Gleichung (IIa) ist aber der Wert dieser Klammer gleich null, somit kann zwischen zwei entsprechenden Elementen zweier Niveauflächen und damit überhaupt in einem homogenen, von einem konstanten elektrischen Strome durchflossenen Leiter keine freie Elektrizität vorhanden sein, der die gesamte freie Elektrizität ist die auf der Oberfläche der Leiter nach elektrostatischen Gesetzen angeordnete Elektrizität. Die von dieser aus auf die neutrale im Innern des Leiters vorhandene Elektrizität ausübte Wirkung ist, wie wir es schon vorhin allgemein ableiteten, die wirkende Kraft des Stromes.

Wenden wir uns jetzt dazu, den Gang der Potentialwerte in einem Stromkreise näher zu untersuchen, um die Menge der strömenden Elektrizität in ihrer Abhängigkeit von der Beschaffenheit des Stromkreises zu bestimmen. Wir beschränken uns dabei auf lineare Stromkreise, das heißt





wenn wir den Potentialwert bei  $m$  mit  $V$  bezeichnen und, da die Richtung der Normale mit jener der  $x$  zusammenfällt,  $dN$  mit  $dx$  vertauschen.

Aus eben dem Grunde, weil in allen Querschnitten des Leiters die Richtung der Normalen mit der Längsrichtung  $x$  des Leiters zusammenfällt, bedeutet der Quotient  $\frac{dV}{dx}$  die Neigung der die Potentialwerte darstellenden Kurve  $egf$  über dem betrachteten Querschnitte  $m$ . Denn  $dV$  ist die Zunahme des Wertes von  $V$ , welche bei einem Fortschreiten um  $dx$  in der Richtung von  $a$  nach  $b$ , also wenn  $n$  ein um  $dx$  von  $m$  entfernter Querschnitt ist, von  $m$  nach  $n$  stattfindet. Ist nun  $np$  gleich dem Werte von  $V$  bei  $n$ , so ist  $dV = np - mo = -pq$  und

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{pq}{oq} = -\tan \alpha,$$

wenn wir mit  $\alpha$  den Winkel  $pog$ , also den Neigungswinkel der Kurve gegen die Abscissenaxe bei  $m$  bezeichnen.

Für die durch einen zweiten Querschnitt  $r$  des Leiters, bei welchem die Potentialfunktion den Wert  $V'$  hat, in der Zeiteinheit hindurchfließende Elektrizitätsmenge erhalten wir

$$e' = -\frac{dV'}{dx} \cdot kq,$$

worin gerade wie eben

$$\frac{dV'}{dx} = -\frac{uv}{vt} = -\tan \alpha',$$

Nach Eintritt des stationären Zustandes ist für alle Querschnitte

$$e = e', \quad \frac{dV}{dx} = \frac{dV'}{dx}, \quad \tan \alpha = \tan \alpha'$$

oder es ist über allen Querschnitten des Leiters die Neigung der die Potentialwerte darstellenden Kurve eine gerade Linie, da nur eine gerade Linie an allen Stellen gegen eine andere Gerade dieselbe Neigung besitzt. Wir erhalten dieselbe, wenn wir die Endpunkte der die Potentialwerte bei  $a$  und  $b$  darstellenden Senkrechten durch eine Gerade verbinden.

Für den Wert  $V$  der Potentialfunktion an einer um  $x$  von  $a$  entfernten Stelle erhalten wir, da  $\varepsilon_1$  der Wert der Potentialfunktion bei  $a$ , also für  $x = 0$  ist,

$$V = \varepsilon_1 - \tan \alpha \cdot x$$

und den Wert von  $\tan \alpha$  in dieser Gleichung erhalten wir aus der Bedingung, daß wenn  $x$  gleich der Länge des Leiters ist,  $V = \varepsilon_2$  wird. Bezeichnen wir die Länge des ganzen Leiters mit  $l$ , so ist

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 - \tan \alpha \cdot l$$

$$\tan \alpha = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l}$$

und damit schliesslich

$$V = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l} x.$$

Es folgt somit, daß die Abnahme der Potentialfunktion der Elektrizität, oder wie es Ohm nennt, das Gefälle der Elektrizität in einem

homogenen Schließungsbogen der Differenz der Potentialwerte oder der elektrischen Differenz an den Polen direkt, dagegen der Länge des Bogens umgekehrt proportional ist. Die Potentialfunktionen nehmen in einer arithmetischen Progression ab, wenn die auf dem Schließungsbogen gemessenen Abstände von dem positiven Pol in einer arithmetischen Progression zunehmen.

Ist im speciellen Falle, wie bei der von uns vorher gedachten Röhre, welche an einer Stelle durch eine dünne Doppelplatte von Zink und Kupfer unterbrochen ist,

$$\varepsilon_2 = -\varepsilon_1 = -E,$$

so wird

$$V = E - \frac{2E}{l} x.$$

Setzen wir dann  $x = \frac{1}{2} l$ , so wird  $V = 0$ ; auf der dem positiven Pole zugewandten Hälfte des Schließungsbogens hat also das Potential einen positiven Wert, welcher bis zu Null abnimmt, von da ab ist gegen den negativen Pol das Potential negativ, und das negative Potential wächst bis  $-E$ . Bringen wir mit irgend einem Punkte des Schließungsbogens durch einen langen dünnen Draht einen Leiter in Verbindung, so muß nach §. 40 dieser Leiter denselben Potentialwert annehmen wie der abgeleitete Punkt; liegt der abgeleitete Punkt zwischen  $x = 0$  und  $x = \frac{1}{2} l$ , so muß demnach der Leiter positiv elektrisch werden, an andern Stellen dagegen negativ. Die Thatsache, daß man durch Verbindung mit der ersten Hälfte des Leiters einen Körper positiv laden kann, spricht man häufig so aus, daß diese Hälfte des Leiters freie positive Elektrizität besitze, während auf der andern Hälfte freie negative Elektrizität sei.

Um das Gefälle zu bestimmen, bedarf es nur der Beobachtung zweier Potentiale  $V'$  und  $V''$  an Punkten des Leiters, deren Abstände von dem positiven Pole respektive  $x'$  und  $x''$  sind, denn man hat dann

$$V' = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l} x',$$

$$V'' = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l} x''$$

und daraus

$$\frac{V' - V''}{x'' - x'} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l}.$$

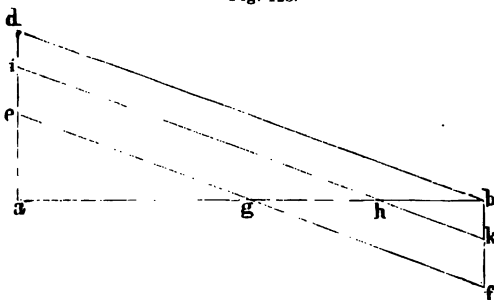


Fig. 128.

Wenn irgend ein Punkt des Schließungskreises, z. B. der Punkt  $h$  (Fig. 128) mit dem Erdboden in leitende Verbindung gebracht wird, so

muß der Wert der Potentialfunktion dort gleich null sein; nichts desto weniger bleibt, wie wir wissen, die elektrische Differenz der Pole und somit das Gefälle konstant; wir erhalten deshalb die Potentialkurve, wenn wir durch  $h$  die mit  $cf$  parallele  $ihk$  ziehen. Die Potentialfunktion an dem entfernteren Pole steigt also auf  $ai$ , an dem näheren nimmt sie ab

ist der Pol  $b$  selbst abgeleitet, so ist die Potentialfunktion dort gleich null, und die durch  $b$  gelegte mit  $ef$  parallele  $db$  giebt uns die Potentialkurve. An dem Pole  $a$  wird also die Potentialfunktion der Elektrizität gleich  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ , ein Satz, den wir schon bei Betrachtung der Volta'schen Säule ableiteten.

Setzen wir den gefundenen Wert des Gefälles in den für die Elektrizitätsmenge, welche einen Querschnitt des Leiters durchströmt, erhaltenen Ausdruck ein, so wird

$$e = -kq \frac{dV}{dx} = kq \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\frac{l}{k \cdot q}},$$

ergibt sich also, daß die Stromstärke, oder die durch einen Querschnitt des Leiters in der Zeiteinheit fließende Elektrizitätsmenge der Differenz der Werte der elektrischen Potentialfunktion an den Enden des Schließungskreises oder der elektromotorischen Kraft direkt proportional, daß sie dagegen der Länge des Leiters, dem reciproken Werte dessen Querschnittes und des Koeffizienten  $k$  umgekehrt proportional ist. Den Quotienten

$$\frac{l}{kq} = w,$$

welcher sich auf den Schließungsbogen bezieht, nennt man den Widerstand des Leiters, und erhält so das Ohmsche Gesetz in der einfachsten Form, die Stromstärke ist der elektromotorischen Kraft direkt, dem Widerstand des Schließungskreises umgekehrt proportional. Der Widerstand des Schließungskreises ist der Länge desselben direkt, dem Querschnitte und dem Koeffizienten  $k$  umgekehrt proportional. Die Bedeutung des Koeffizienten  $k$ , den wir vorher als die Elektrizitätsmenge definierten, welche durch die Flächeneinheit der Niveaufläche fließt, wenn die bewegende Kraft der Einheit gleich ist, können wir jetzt faßlicher definieren als die Elektrizitätsmenge, welche die Querschnittseinheit des Schließungsbogens durchfließt, wenn die Differenz der Potentialwerte weiter um die Längeneinheit von einander entfernter Querschnitte des Leiters gleich der Einheit ist. Man bezeichnet ihn als die spezifische Leitungsfähigkeit der Substanz, aus welcher der Leiter besteht. Den reciproken Wert derselben

$$\frac{1}{k} = r$$

nennt man den spezifischen Leitungswiderstand der Substanz. Führen wir diesen Wert ein, so ist der Widerstand eines Leiters seiner Länge, seinem spezifischen Widerstande direkt, seinem Querschnitte umgekehrt proportional.

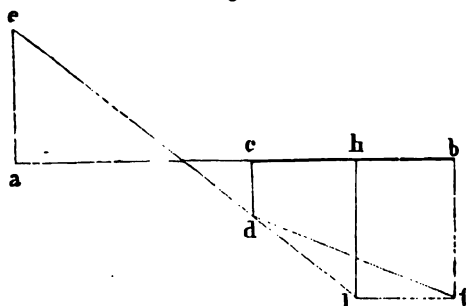
Wir haben bisher den einfachsten Fall betrachtet, einen Schließungskreis von gleichartiger Beschaffenheit, in welchem sich an einer einzigen Stelle eine elektromotorische Kraft befindet; wir gelangen in ganz ähnlicher Weise zu den Gesetzen der Stromstärke, wenn der Leiter aus verschiedenen Stücken besteht.

Sei zu dem Ende der Leiter  $ab$  (Fig. 129) aus zwei Stücken  $ac$  und  $cb$  zusammengesetzt, welche die Längen  $ac = l$ ,  $cb = l'$ , die Quer-

schnitte  $q$  und  $q'$ , und die Leitungsfähigkeiten  $k$  und  $k'$  haben; zunächst befinde sich an der Grenze  $c$  noch keine elektromotorische Kraft, sondern auch jetzt sei nur bei der Berührung von  $a$  und  $b$  eine elektromotorische

Kraft thätig, welche dem Pole  $a$  den Potentialwert  $\varepsilon_1$ , dem Pole  $b$  den Wert  $\varepsilon_2$  erteile.

Fig. 129.



Für die Gefälle in diesem zusammengesetzten Leiter ergibt sich zunächst folgendes. Da bei gleichem Gefälle die durch einen Querschnitt des Leiters strömende Elektrizitätsmenge dem Querschnitte  $q$  und der Leitungsfähigkeit  $k$  proportional ist, so muß, weil in dem konstanten Strom auch jetzt durch alle Querschnitte des zusammenge-

setzten Leiters in gleichen Zeiten gleiche Elektrizitätsmengen hindurchfließen müssen, das Gefälle in den verschiedenen Teilen des Leiters verschieden sein. Bezeichnen wir nun die Differenz der Potentialwerte zweier um die Längeneinheit im ersten Leiter von einander entfernter Punkte mit  $\delta$ , im zweiten mit  $\delta'$ , so ist die durch den Querschnitt des ersten Leiters fließende Elektrizitätsmenge

$$e = \delta k q,$$

die durch den Querschnitt des zweiten Leiters fließende

$$e' = \delta' k' q'.$$

Diese beiden Mengen müssen gleich sein, es ist also

$$\delta k q = \delta' k' q'; \quad \frac{\delta}{\delta'} = \frac{k' q'}{k q}.$$

Da nun, wie sich aus dem Vorigen unmittelbar ergibt,  $\delta$  und  $\delta'$  die Gefälle in diesen Teilen des Leiters sind, so folgt, daß die Gefälle in verschiedenen Teilen des Schließungsbogens den Leitungsfähigkeiten und Querschnitten dieser Teile umgekehrt proportional sind.

Die Gefälle werden also in diesem Falle durch die gebrochene Linie  $cdf$  (Fig. 129) dargestellt, die Neigungen ihrer einzelnen Teile verhalten sich umgekehrt wie die Produkte aus den Leitungsfähigkeiten in die Querschnitte der Leiter.

Bezeichnen wir den Wert des Potentials in dem Punkte  $c$  mit  $V_1$ , so ist das Gefälle in dem Leiter  $cb$ , wie man unmittelbar sieht,

$$\frac{V_1 - \varepsilon_2}{l'},$$

und die Stromstärke in demselben

$$k' q' \frac{V_1 - \varepsilon_2}{l'}.$$

Wir können uns den Draht  $cb$  durch einen anderen  $ch$  ersetzt denken

sen Querschnitt und Leitungsfähigkeit gleich  $q$  und  $k$  ist, dessen Länge  $= l''$  durch die Gleichung bestimmt ist

$$\frac{l''}{kq} = \frac{l'}{k'q'}.$$

Die Stromstärke wird dadurch nicht geändert, aber das Gefälle wird nun, da wir jetzt einen homogenen Leiter haben, in allen Stellen dasselbe. wird

$$\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l + l''}.$$

Das Gefälle ist der elektrischen Differenz direkt, der auf gleichen Querschnitt und gleiche Leitungsfähigkeit reduzierten Gesamtlänge des Leiters umgekehrt proportional; in Fig. 129 ist es dargestellt durch die Gerade  $ei$ .

Die Potentialwerte an den einzelnen Stellen des Leiters lassen sich jetzt leicht bestimmen, auf einem um  $x$  von  $a$  entfernten Querschnitt des Leiters ist derselbe

$$V = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l + l''} \cdot x.$$

Wird  $x = l$ , so wird  $V = V_1$ , somit ist

$$V_1 = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l + l''} \cdot l.$$

Ist nun  $V_1$  gegeben, so erhalten wir den Wert des Potentials  $V'$  in einem Punkte des Leiters  $l'$ , welcher um  $x'$  von  $c$  entfernt ist,

$$V' = V_1 - \frac{V_1 - \varepsilon_2}{l'} \cdot x'.$$

Aus dem für die auf gleichen Querschnitt und gleiche Leitungsfähigkeit reduzierte Länge berechneten Gefälle ergibt sich für die Stromstärke

$$e = kq \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l + l''} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\frac{l}{kq} + \frac{l'}{k'q'}},$$

oder wenn wir die Widerstände

$$\frac{l}{kq} = w, \quad \frac{l'}{k'q'} = w'$$

annehmen,

$$e = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{w + w'}.$$

Die Stromstärke ist also einfach der elektromotorischen Kraft direkt und der Summe der Widerstände umgekehrt proportional. Haben wir eine ganze Reihe von Leitern, so ergibt sich in ganz derselben Weise wie oben, daß der Nenner in dem Ausdrucke für die Stromstärke die Summe aller Widerstände wird.

Setzen wir jetzt voraus, daß in dem Berührungspunkte  $c$  eine neue elektromotorische Kraft vorhanden sei, welche in gleichem Sinne wirkend die erste, in den Berührungsflächen die Potentialfunktionen  $\pm E_1$  hervorriefe. Es sei (Fig. 130)  $ab$  wieder der durch seine reduzierte Länge





mufs auch diese Linie eine gerade überall gegen  $ab$  gleich geneigte Linie sein, da die Ordinaten dieser Kurve erhalten werden, indem wir an jedem Punkte die Ordinaten zweier gerader Linien summiert haben. Die beiden Linien  $E_1F$  und  $EF_1$  stellen, das erstere für das Stück  $bc$ , die zweite für das Stück  $ac$ , die Potentialwerte dar. Um die Neigung der Linie gegen  $ab$  zu bestimmen, haben wir nur die Potentialwerte zweier an derselben Seite von  $c$  liegender Punkte zu bestimmen, und die Differenz dieser Werte durch den Abstand der beiden Punkte zu dividieren. Wir haben so für den Potentialwert des Punktes  $x$

$$U = V + V' = \varepsilon_1 + E_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2E_1}{L} \cdot x + \frac{2E_1}{L} \cdot d.$$

Für den Potentialwert des um  $x_1$  von  $a$  entfernten Punktes haben wir

$$U_1 = V_1 + V'_1 = \varepsilon_1 + E_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2E_1}{L} \cdot x_1 + \frac{2E_1}{L} \cdot d,$$

somit

$$\frac{U - U_1}{x_1 - x} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2E_1}{L}.$$

Das Gefälle oder die Abnahme der Potentialwerte ist also der Summe der elektromotorischen Kräfte direkt, und der reduzierten Länge des Leiters umgekehrt proportional.

Für die Stromstärke, oder für die Menge der in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fließenden Elektrizität erhalten wir demnach

$$c = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2E_1}{\frac{L}{kq}},$$

so dafs also die Stromstärke der Summe der elektromotorischen Kräfte direkt, dem Widerstande des Leiters umgekehrt proportional ist.

Ist in dem Stromkreise eine beliebige Anzahl elektromotorischer Kräfte und eine beliebige Anzahl von Leitern vorhanden, so erhalten wir für die Stromstärke

$$c = \frac{\Sigma E}{\Sigma w},$$

wenn  $\Sigma E$  die algebraische Summe aller elektromotorischen Kräfte, die einander entgegengesetzt gerichteten natürlich mit entgegengesetztem Vorzeichen versehen, und  $\Sigma w$  die Summe aller Widerstände bedeutet.

Es ergibt sich also aus dieser Untersuchung das allgemeine Gesetz, dafs in einer galvanischen Kombination die Stromstärke der algebraischen Summe der elektromotorischen Kräfte direkt, derjenigen der hinter einander eingeschalteten Widerstände umgekehrt proportional ist.

Es ergibt sich weiter hieraus, dafs wir bei dem im Anfange dieses Paragraphen betrachteten Daniellschen Elemente zur Bestimmung der Stromstärke nicht die Potentialfunktionen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  an den Enden  $b$  und  $c$  des Drahtes kennen müssen, dafs wir direkt die elektromotorischen Kräfte, also die Potentialfunktionen der Pole bei nicht geschlossenem Strome einsetzen können, wenn wir als die Summe der Widerstände den des Schliessungsdrahtes und den der Flüssigkeiten des Elementes einsetzen. Würde man bei geschlossener Kette die Werte der Potentialfunktion in den Punk-

ten  $b$  und  $c$  beobachten, so hätte man zur Bestimmung der Stromstärke im Draht nur als Nenner unter die Differenz  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$  den Widerstand des Drahtes  $bc$  zu setzen.

Wir haben bei der Ableitung des Ohmschen Gesetzes lineare Leiter vorausgesetzt. Dasselbe behält indes seine Gültigkeit auch, wie das Kirchhoff<sup>1)</sup> gezeigt hat, wenn man anders geformte Leiter anwendet. Zunächst erkennt man leicht, daß auch dann, wenn der Querschnitt des Leiters groß ist, aber in den Endflächen desselben der Wert der Potentialfunktion überall derselbe ist, daß auch dann die zu den Endflächen parallelen Querschnitte des Leiters Niveaulächen sein werden, daß man also auf diese das Gesetz unmittelbar anwenden kann. Einen solchen Leiter erhält man z. B., wenn man einen parallelepipedischen Trog an irgend einer Stelle senkrecht zu seiner Längsaxe durch eine Membran in zwei Teile teilt, in den einen Teil eine Lösung von Zinkvitriol, in den andern eine solche von Kupfervitriol bringt, und nun in letzteres der Membran parallel eine Kupferplatte, in ersteres eine Zinkplatte taucht, und die beiden Platten durch einen Draht verbindet. In dem flüssigen Teil des Stromkreises haben dann Zink- und Kupferplatte bestimmte Potentialwerte, und die ihnen parallel durch die Flüssigkeit gelegten Flächen sind Niveaulächen. Für den flüssigen Teil des Leiters gelten also alle vorhin abgeleiteten Sätze über den Gang der Potentialfunktion sowie die daraus sich ergebenden Folgerungen.

Sind die Querschnitte des Leiters nicht konstant, oder ist der Wert der Potentialfunktion in einem und demselben Querschnitte nicht überall derselbe, wie z. B. wenn wir in einen linearen Stromkreis einen Körper von größerem Querschnitte einschalten, in welchen der Strom nur an einem Punkte eintritt, an einem andern austritt, so ist der Gang der Potentialwerte schwieriger zu bestimmen, indes das Gesetz für die Stromstärke bleibt auch dann dasselbe, es ist immer die in der Zeiteinheit durch irgend einen Querschnitt des Leiters fließende Elektrizitätsmenge gleich dem Quotienten aus der Summe der elektromotorischen Kräfte dividiert durch die Summe der Widerstände<sup>2)</sup>.

### §. 79.

**Experimentelle Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch die Versuche von Kohlrausch.** Die Ohmsche Theorie kann auf eine doppelte Weise experimentell geprüft werden; einmal, indem man die elektrischen Potentialwerte an den verschiedenen Punkten des Stromkreises und somit das Gefälle der Elektrizität untersucht, dann aber, indem man durch die Wirkungen des Stromes das schließliche Resultat der Theorie, die Abhängigkeit der Stromstärke von der elektromotorischen Kraft und dem Widerstande einer Prüfung unterzieht.

Den ersten Weg, die Ohmsche Theorie zu bestätigen, schlug Kohlrausch ein. Schon früher indes, schon vor Ohm, war auf dem Schließungsbogen der Kette freie Elektrizität nachgewiesen; der Erste, dem das gelang, war

1) Kirchhoff, Poggend. Ann. Bd. LXIV u. LXXV.

2) Eine Zusammenstellung der Untersuchungen über die Stromverteilung in körperlichen Leitern sehe man Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. I S. 368 ff.



Ermann; er schloß<sup>1)</sup> eine aus vielen Plattenpaaren bestehende Säule mit einer mit Wasser gefüllten Röhre oder mit einer feuchten Hanfschnur von 0,6–1,5 m Länge. Die Röhre hatte mehrere nach oben gerichtete Öffnungen; wurde nun an einen durch die Öffnungen in das Wasser getauchten Draht oder direkt an die Hanfschnur der Knopf eines sehr empfindlichen Elektroskopes gelegt, so zeigte dasselbe in der Nähe des positiven Poles positive, in der Nähe des negativen Poles negative Elektricität; die Potentialfunktion derselben nahm mit dem Abstände des untersuchten Punktes von den Polen ab, so daß in der Mitte ein Indifferenzpunkt vorhanden war, in welchem die elektrische Potentialfunktion null war.

Auch Ohm selbst<sup>2)</sup> hat derartige Versuche mit demselben Resultate angestellt. Genauere Messungen, welche zu einer Bestimmung der elektrischen Potentialfunktion an den verschiedenen Punkten und des Gefälles der Elektricität hätten führen können, waren erst möglich, als Kohlrausch in seinem Torsionselektrometer und dem Kondensator die Mittel angegeben hatte, auch äußerst geringe Werte der elektrischen Potentialfunktion mit Genauigkeit zu messen.

Mit Hilfe dieser Apparate gelang es Kohlrausch, durch Messung der elektrischen Potentialwerte auf dem Schließungsbogen eines Daniellschen Elementes die Ohmsche Theorie auf das vollständigste zu bestätigen<sup>3)</sup>.

Zunächst untersuchte Kohlrausch die Veränderung der elektrischen Potentialwerte auf einem einfachen Leiter; als Schließungsbogen eines Daniellschen Elementes wurde ein sehr feiner langer, in Form eines Zickzacks, dessen einzelne Glieder gleiche Länge hatten, mit Stecknadeln auf einen leichten Holzrahmen befestigter Draht angewandt. Ein Punkt dieses Drahtes wurde zur Erde abgeleitet, indem er mit dem Drahte, welcher die Kondensatorplatte des Kondensators zur Erde ableitete, verbunden war. Die Kondensatorplatten waren von gleichem Metall. Wird ein anderer Punkt des Leiters mit der Kollektorplatte verbunden, so ladet sich dieselbe soweit mit Elektricität, daß der Wert der elektrischen Potentialfunktion auf der Kollektorplatte gleich jenem des abgeleiteten Querschnitts ist. Wird also immer derselbe Kondensator angewandt, so ist die Ladung dem Werte der elektrischen Potentialfunktion an den untersuchten Stellen proportional.

An dem einfachen Schließungsbogen fand Kohlrausch Folgendes.

1) Wird ein Punkt des Drahtes abgeleitet und ein anderer dem positiven Pole näherer, am Kondensator geprüft, so zeigt die Kollektorplatte positive Elektricität, lag der geprüfte Punkt dem negativen Pole näher, so war die Ladung negativ.

2) Lag dieselbe Drahtlänge zwischen dem abgeleiteten und dem geprüften Punkte, so war auch die Ladung am Kondensator dieselbe, wo auch im übrigen die beiden Punkte auf dem Drahte lagen; die Differenz der elektrischen Potentialfunktion zwischen zwei um dieselbe Strecke von einander entfernten Punkten des Schließungsbogens ist also auf dem ganzen Schließungsbogen konstant, oder auch das Gefälle ist überall dasselbe.

1) *Ermann, Gilberts Annalen* Bd. VIII u. X.

2) *Ohm, Poggend. Ann.* Bd. VII.

3) *Kohlrausch, Poggend. Ann.* Bd. LXXVIII.

ten  $b$  und  $c$  beobachten, so hätte man zur Bestimmung der Stromstärke im Draht nur als Nenner unter die Differenz  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$  den Widerstand des Drahtes  $bc$  zu setzen.

Wir haben bei der Ableitung des Ohmschen Gesetzes lineare Leiter vorausgesetzt. Dasselbe behält indes seine Gültigkeit auch, wie das Kirchhoff<sup>1)</sup> gezeigt hat, wenn man anders geformte Leiter anwendet. Zunächst erkennt man leicht, daß auch dann, wenn der Querschnitt des Leiters groß ist, aber in den Endflächen desselben der Wert der Potentialfunktion überall derselbe ist, daß auch dann die zu den Endflächen parallelen Querschnitte des Leiters Niveaulächen sein werden, daß man also auf diese das Gesetz unmittelbar anwenden kann. Einen solchen Leiter erhält man z. B., wenn man einen parallelepipedischen Trog an irgend einer Stelle senkrecht zu seiner Längsaxe durch eine Membran in zwei Teile teilt, in den einen Teil eine Lösung von Zinkvitriol, in den andern eine solche von Kupfervitriol bringt, und nun in letzteres der Membran parallel eine Kupferplatte, in ersteres eine Zinkplatte taucht, und die beiden Platten durch einen Draht verbindet. In dem flüssigen Teil des Stromkreises haben dann Zink- und Kupferplatte bestimmte Potentialwerte, und die ihnen parallel durch die Flüssigkeit gelegten Flächen sind Niveaulächen. Für den flüssigen Teil des Leiters gelten also alle vorhin abgeleiteten Sätze über den Gang der Potentialfunktion sowie die daraus sich ergebenden Folgerungen.

Sind die Querschnitte des Leiters nicht konstant, oder ist der Wert der Potentialfunktion in einem und demselben Querschnitte nicht überall derselbe, wie z. B. wenn wir in einen linearen Stromkreis einen Körper von grösserem Querschnitte einschalten, in welchen der Strom nur an einem Punkte eintritt, an einem andern austritt, so ist der Gang der Potentialwerte schwieriger zu bestimmen, indes das Gesetz für die Stromstärke bleibt auch dann dasselbe, es ist immer die in der Zeiteinheit durch irgend einen Querschnitt des Leiters fließende Elektrizitätsmenge gleich dem Quotienten aus der Summe der elektromotorischen Kräfte dividiert durch die Summe der Widerstände<sup>2)</sup>.

### §. 79.

**Experimentelle Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch die Versuche von Kohlrausch.** Die Ohmsche Theorie kann auf eine doppelte Weise experimentell geprüft werden; einmal, indem man die elektrischen Potentialwerte an den verschiedenen Punkten des Stromkreises und somit das Gefälle der Elektrizität untersucht, dann aber, indem man durch die Wirkungen des Stromes das schließliche Resultat der Theorie, die Abhängigkeit der Stromstärke von der elektromotorischen Kraft und dem Widerstande einer Prüfung unterzieht.

Den ersten Weg, die Ohmsche Theorie zu bestätigen, schlug Kohlrausch ein. Schon früher indes, schon vor Ohm, war auf dem Schließungsbogen der Kette freie Elektrizität nachgewiesen; der Erste, dem das gelang, war

1) Kirchhoff, Poggend. Ann. Bd. LXIV u. LXXV.

2) Eine Zusammenstellung der Untersuchungen über die Stromverteilung in körperlichen Leitern sehe man Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. I S. 368 ff.



mann; er schloß<sup>1)</sup> eine aus vielen Plattenpaaren bestehende Säule mit oder mit Wasser gefüllten Röhre oder mit einer feuchten Hanfschnur von 6–1,5 m Länge. Die Röhre hatte mehrere nach oben gerichtete Öffnungen; wurde nun an einen durch die Öffnungen in das Wasser getauchten Draht oder direkt an die Hanfschnur der Knopf eines sehr empfindlichen Elektroskopes gelegt, so zeigte dasselbe in der Nähe des positiven Poles positive, in der Nähe des negativen Poles negative Elektricität; die Potentialfunktion derselben nahm mit dem Abstände des untersuchten Punktes von den Polen ab, so daß in der Mitte ein Indifferenzpunkt vorhanden war, in welchem die elektrische Potentialfunktion null war.

Auch Ohm selbst<sup>2)</sup> hat derartige Versuche mit demselben Resultate gestellt. Genauere Messungen, welche zu einer Bestimmung der elektrischen Potentialfunktion an den verschiedenen Punkten und des Gefälles der Elektricität hätten führen können, waren erst möglich, als Kohlrausch seinem Torsionselektrometer und dem Kondensator die Mittel angegeben hatte, auch äußerst geringe Werte der elektrischen Potentialfunktion mit Genauigkeit zu messen.

Mit Hilfe dieser Apparate gelang es Kohlrausch, durch Messung der elektrischen Potentialwerte auf dem Schließungsbogen eines Daniellschen Elementes die Ohmsche Theorie auf das vollständigste zu bestätigen<sup>3)</sup>.

Zunächst untersuchte Kohlrausch die Veränderung der elektrischen Potentialwerte auf einem einfachen Leiter; als Schließungsbogen eines Daniellschen Elementes wurde ein sehr feiner langer, in Form eines Zickzacks, dessen einzelne Glieder gleiche Länge hatten, mit Stecknadeln auf einem leichten Holzrahmen befestigter Draht angewandt. Ein Punkt dieses Drahtes wurde zur Erde abgeleitet, indem er mit dem Drahte, welcher die Kondensatorplatte des Kondensators zur Erde ableitete, verbunden war. Die Kondensatorplatten waren von gleichem Metall. Wird ein anderer Punkt des Leiters mit der Kollektorplatte verbunden, so ladet sich dieselbe soweit mit Elektricität, daß der Wert der elektrischen Potentialfunktion auf der Kollektorplatte gleich jenem des abgeleiteten Querschnitts ist. Wird also immer derselbe Kondensator angewandt, so ist die Ladung dem Werte der elektrischen Potentialfunktion an den untersuchten Stellen proportional.

An dem einfachen Schließungsbogen fand Kohlrausch Folgendes.

1) Wird ein Punkt des Drahtes abgeleitet und ein anderer dem positiven Pole näherer, am Kondensator geprüft, so zeigt die Kollektorplatte positive Elektricität, lag der geprüfte Punkt dem negativen Pole näher, so war die Ladung negativ.

2) Lag dieselbe Drahtlänge zwischen dem abgeleiteten und dem geprüften Punkte, so war auch die Ladung am Kondensator dieselbe, wo auch im übrigen die beiden Punkte auf dem Drahte lagen; die Differenz der elektrischen Potentialfunktion zwischen zwei um dieselbe Strecke voneinander entfernten Punkten des Schließungsbogens ist also auf dem ganzen Schließungsbogen konstant, oder auch das Gefälle ist überall dasselbe.

1) *Ermann*, Gilberts Annalen Bd. VIII u. X.

2) *Ohm*, Poggend. Ann. Bd. VII.

3) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXVIII.

$$Zn | Cu + F | Zn + Cu | F_1 + Zn | Cu = 12,96$$

$$Zn | Cu = 4,17,$$

somit die elektromotorische Kraft der Daniellschen Kette

$$a = Zn | Cu + F | Zn + Cu | F_1 = 8,79.$$

Es wurde nach einer später anzugebenden Methode der ganze Stromkreis in allen seinen Teilen durch auf gleichen Querschnitt und gleiche Leitungsfähigkeit reduzierte Längen ausgedrückt. Das Zickzack, welches eine Länge von 172,77 hatte, fand sich so gleich der reduzierten Länge 474; die Lösung von Kupfervitriol, deren Länge gleich 9 war, wurde 540, und die Lösung von Zinkvitriol, deren Länge gleich 1 war, wurde 103,5.

Nun wurde die Kette geschlossen, das Quecksilbernäpfchen *d* durch einen Kupferdraht zur Erde abgeleitet und die elektrischen Potentialfunktionen an verschiedenen Punkten des Zickzacks und der Flüssigkeit am Kondensator geprüft, indem die zu untersuchenden Punkte durch einen Kupferdraht mit der Kollektorscheibe verbunden, und bei konstanter Elongation durch die Torsionen die Ladungen des Kondensators verglichen wurden.

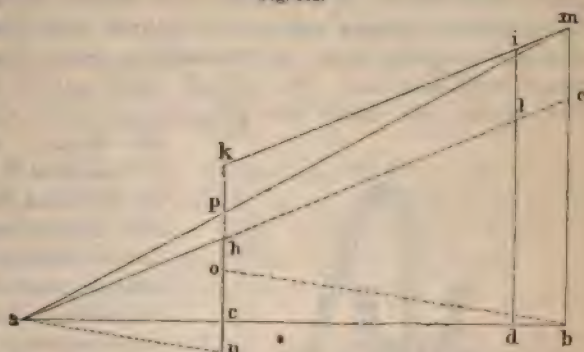
Auf diese Weise wurden folgende Resultate erhalten; die erste Kolumne enthält in reduzierten Längen die Abstände von dem abgeleiteten Punkte *d* über das Zickzack hin und dann weiter über die Flüssigkeit wieder gegen *d* hin zurück, die zweite die beobachteten, die dritte die nach der Theorie berechneten Werte der Potentialfunktion:

Abstände <i>l</i>	Potentialwerte <i>V</i>	
	beobachtet	berechnet
118,5	0,85	0,93
237	1,85	1,86
355,5	2,69	2,80
474	3,70	3,73
610,3	5,03	4,80
745,3	5,99	5,86
879	6,93	6,91
1014	7,96	7,98.

Um die Berechnung der Potentialwerte zu übersehen, denken wir uns Fig. 132 in *ab* den ganzen Stromkreis von dem Zink an in reduzierten Längen dargestellt, *ac* sei das Zickzack, *cd* der Kupfervitriol, *db* der Zinkvitriol, so daß *b* die Grenze zwischen dem Zinkvitriol und dem Zink darstellt. Es sei *bm* der an der Grenze des Zinks vorhandene, von dem Kontakte des Zinks mit dem Kupfer und mit dem Zinkvitriol herrührende elektrische Differenz proportional; wäre nur diese elektromotorische Kraft in der Kette vorhanden, so würde *am* die Potentialkurve sein. Nun ist aber an der Grenze des Kupfers und Kupfervitriols ebenfalls eine elektromotorische Kraft vorhanden, welche das Kupfer negativ, die Flüssigkeit positiv macht; ist *no* dieser elektromotorischen Kraft proportional, so würden die Geraden *na* und *ob* die Potentialkurven vorstellen, wenn nur diese Kraft thätig wäre. Machen wir *pk = oc*, *ph = cn*, so werden

$ah$  und  $km$  die wirklich auf dem Stromkreise vorhandenen Potentialwerte darstellen. In dem Zickzack wird also der Wert der Potentialfunktion von dem Punkte  $a$ , wo sie null ist, so zunehmen, als wenn die Summe der elektromotorischen Kräfte in der Kette  $bc = bm - hk$  einfach an der Grenze des Zinkvitriols vorhanden wäre, als wenn also  $ac$  die Potentialkurve wäre. An der Kupferplatte machen die elektrischen Potentialfunktionen einen Sprung; da indes die Werte derselben in dem Kupfervitriol dadurch untersucht werden,

Fig. 132.



den, daß man in dasselbe einen Kupferdraht eintaucht, so wird, da auch hier das Kupfer von der Flüssigkeit negativ erregt wird, der beobachtete Wert der Potentialfunktion nur derjenige sein, wie wenn die elektrische Differenz  $hk$  nicht vorhanden wäre, wie wenn also überhaupt in dem Schließungskreise nur die elektrische Differenz  $bc$  vorhanden wäre.

Bezeichnen wir die reduzierte Länge des Schließungskreises mit  $l$ , die Abstände der untersuchten Punkte von dem abgeleiteten  $a$  mit  $\lambda$ , so ist der Wert der Potentialfunktion

$$V = \frac{a}{l} \cdot \lambda = \frac{8,79}{1117,5} \cdot \lambda.$$

Die Tabelle zeigt, wie genau die beobachteten mit den so berechneten Werten der Potentialfunktion übereinstimmen, so daß also in diesen Versuchen die vollste Bestätigung des Ohmschen Gesetzes gegeben ist.

### §. 80.

**Experimentelle Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch Messung der Stromstärke.** Sehr viel bequemer läßt sich die Richtigkeit des Ohmschen Gesetzes durch Beobachtung der Stromstärke nachweisen; seit Einführung der konstanten Ketten ist die Bestätigung des Ohmschen Gesetzes ein Kollegienversuch geworden. Die Übereinstimmung seiner Theorie mit der Erfahrung hat zuerst Ohm selbst nachgewiesen<sup>1)</sup>; er benutzte zu seinen Versuchen die später zu erwähnenden Thermolemente. Die ausgedehntesten, in der verschiedensten Weise variierten Versuche, welche dem Ohmschen Gesetze die allgemeinste Anerkennung sicherten, rühren von Fechner her<sup>2)</sup>, deren Genauigkeit um so bewundernswürdiger ist, da Fechner nur inkonstante Ketten benutzen konnte, deren Veränderlichkeit leicht das Ohmsche Gesetz vollständig verdeckt. Mit Hilfe kon-

1) Ohm, Schweiggers Journal. Bd. XLVI. 1826. Bd. XLIX. 1827.

2) Fechner, Malsbestimmungen über die galvanische Kette. Leipzig 1831.

stanter Ketten hat dann viel später Pouillet<sup>1)</sup> das Gesetz bestätigt und durch seine Versuche demselben die Anerkennung der französischen Physiker verschafft.

Die Menge der im Stromkreise fließenden Elektrizität können wir nicht direkt messen, da wir sahen, daß durch jeden Querschnitt in gleichen Zeiten gleiche Mengen der beiden Elektrizitäten fließen, somit in jedem Momente an jeder Stelle des Stromkreises beide Elektrizitäten in gleicher Menge vorhanden sind. Wir müssen daher auf die Menge der fließenden Elektrizität, die Stärke des galvanischen Stromes, aus den Wirkungen

Fig. 133.



des Stromes schließen; vorzüglich sind es zwei Wirkungen, welche man zur Messung derselben benutzt, nämlich die chemischen und magnetischen. Um die chemischen Wirkungen zu benutzen, schaltet man in den Schließungsbogen der Säule einen Wasserzersetzungsgarät ein, etwa den Apparat Fig. 133, eine Flasche mit weitem Hals, durch deren Korkpfropfen zwei Platindrähte *a* und *b* gehen, an welchen Platinbleche einander parallel in das die Flasche füllende schwach mit Schwefelsäure angesäuerte Wasser hinabhängen. Das Wasser wird dann in seine Bestandteile, Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt. Um die entwickelten Gase aufzufangen, ist durch den Kork eine mehrfach gebogene Glasröhre geführt, deren anderes Ende unter einer mit Wasser oder Quecksilber gefüllten kalibrierten Glasglocke

mündet. Um die bei verschiedenen Versuchen in gleichen Zeiten erhaltenen Gasvolumina vergleichbar zu machen, reduziert man sie auf gleichen Druck und auf gleiche Temperatur.

Bezeichnen wir die elektromotorische Kraft des bei einem bestimmten Versuche gebrauchten galvanischen Stromes mit *E*, die Summe der Widerstände mit *W*, so erhalten wir für die Menge der in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Drahtes strömenden Elektrizität

$$c = \frac{E}{W}.$$

Befindet sich in dem Stromkreise eine Zersetzungszelle, so wird in derselben in der Zeiteinheit durch die strömende Elektrizität eine gewisse Quantität *J* Knallgas entwickelt; die Beobachtung ergibt weiter, daß die Menge des entwickelten Knallgases der Dauer des Stromdurchganges direkt proportional ist. Da bei konstantem Stromdurchgange in gleichen Zeiten die gleiche Elektrizitätsmenge den Stromkreis durchfließt, so folgt

1) Pouillet, Comptes Rendus T. IV. p. 267. Poggend. Ann. Bd. XLII.



es dieser Beobachtung, daß die Menge des entwickelten Knallgases der Menge der strömenden Elektrizität proportional ist. Das Gleiche muß auch stattfinden, wenn in gleichen Zeiten verschiedene Elektrizitätsmengen in Stromkreise durchfließen, oder es muß die in gleichen Zeiten den Stromkreise durchfließende Elektrizitätsmenge der Menge des entwickelten Knallgases proportional sein. Ist  $J$  die in der Zeiteinheit entwickelte Knallgasmenge,  $a$  eine Konstante, so muß daher und nach dem Ohmschen Gesetze

$$J = ac = \frac{aE}{W}$$

sein. Bezeichnen wir als Einheit der Stromstärke jene, welche in der Zeiteinheit die Volumeinheit Gas entwickelt, so ist  $J$  die Stromstärke in chemischem Maße ausgedrückt. Dieses Maß wollen wir zunächst festhalten, und die Stromstärke gleich setzen der Anzahl Kubikcentimeter Knallgas bei 0° C. und 760 mm Druck, welche der Strom in einer Minute erzeugen kann<sup>1)</sup>.

Setzen wir jene elektromotorische Kraft gleich der Einheit, welche in einem Stromkreise, dessen Gesamt Widerstand der Einheit gleich ist, die Einheit der Stromstärke erzeugt, so muß, wenn das Ohmsche Gesetz richtig ist,

$$J = \frac{E_1}{W}$$

sein, wo  $E_1$  die elektromotorische Kraft in der angegebenen Einheit, also in chemischem Maße bedeutet.

Um die Stromstärke durch ihre magnetischen Wirkungen zu messen, wendet man am besten die von Pouillet angegebene Tangentenbussole<sup>2)</sup> an. Dieselbe in der jetzt gewöhnlichsten, ihr von W. Weber gegebenen Form (Fig. 134) besteht aus einem an einer Stelle aufgeschnittenen Kupferringe  $i$  von circa drei Decimeter Durchmesser, welcher vertikal auf einem Dreifuß befestigt ist. Der Aufschnitt des Ringes befindet sich an dem Fuße, und die eine Seite steht mit der Klemmschraube  $a$ , die andere mit  $b$  in Verbindung, so daß, wenn mit den Klemmschrauben Drähte verbunden werden, welche zu den Polen einer Kette führen, durch den Ring ein Strom kreist. Auf demselben Fuße ist eine vertikale Säule befestigt, welche oben eine Bussole trägt. Dieselbe besteht aus einer feinen, etwa drei Centimeter langen Magnetnadel, welche an einem Coconiden befestigt ist, der von dem drehbaren Stifte  $t$  in der Glasröhre  $r$  herabhängt. Die Nadel ist an beiden Seiten durch einen feinen Messingdraht oder Glasfaden verlängert, dessen Enden auf eine Kreisteilung zeigen, deren Mittelpunkt mit dem Mittelpunkte des Kupferringes zusammenfällt. Die Kreisteilung befindet sich in einem Gehäuse, welches,

1) Im zweiten Kapitel des nächsten Abschnittes werden wir das jetzt allgemein eingeführte absolute elektromagnetische Strommaß kennen lernen; in Bezug darauf sei hier schon bemerkt, daß die darauf basierte praktische Stromeinheit „das Ampère“ ein Strom ist, der in der Minute 10,44 ccm Knallgas entwickelt.

2) Pouillet, Poggend. Ann. Bd. XLII. Die oben beschriebene ist eben die Webersche. Poggend. Ann. Bd. LV.



um die Bewegung der Magnetonadel durch Luftströmungen zu verhindern, mit einer Glasplatte bedeckt ist.

Die ganze Vorrichtung ist schließlich in dem mit Stellschrauben versehenen Dreifuße um eine vertikale Axe drehbar befestigt.

Fig. 134.



Um den Apparat zu benutzen, stellt man ihn zunächst mit Hilfe der Stellschrauben an dem Dreifuße vertikal, und so, daß die Ebene des Ringes derjenigen des magnetischen Meridianes parallel ist, was man daran erkennt, daß die Nadel der Ringebene parallel ist. Wir setzen voraus, daß die Nadel dann genau auf Null und  $180^\circ$  zeigt.

Verbindet man jetzt *a* und *b* mit den Polen einer Kette, so daß durch den Ring in dem einen oder anderen Sinne ein Strom kreist, so wird die Nadel nach der einen oder andern Seite aus dem Meridiane abgelenkt, woraus sich ergibt, daß jetzt auf die Nadel ein Kräftepaar wirkt, welches die Nadel senkrecht zur Ebene des Stromkreises, also senkrecht zur Ebene des Meridianes zu stellen sucht.

Bezeichnen wir diese abstossende Kraft mit *i*, so werden wir an-

nehmen dürfen, daß diese der in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Drahtes strömenden Elektrizität  $e$  proportional ist, daß also

$$i = b \cdot e,$$

da eben die durch den Draht strömende Elektrizität es ist, welche die Ablenkung hervorruft. Die Konstante  $b$  wird abhängen von der Form des Apparates, insbesondere von dem Durchmesser des Ringes, von dem wir hier nur bemerken wollen, daß er wenigstens fünfmal so groß sein muß, als die Länge der Nadel.

Sobald die Nadel aus dem Meridiane abgelenkt ist, wirkt der Erdmagnetismus auf dieselbe ein und sucht sie zurückzuziehen, die Nadel wird deshalb so weit abgelenkt werden, bis das Drehungsmoment, welches der Strom ihr erteilt, gleich ist dem Drehungsmomente, welches der Erdmagnetismus ihr erteilt, vorausgesetzt, daß wir die Torsion des Fadens vernachlässigen dürfen. Bilde die Nadel  $ns$  Fig. 135 mit der Meridianebene  $NS$  den Winkel  $\varphi$ . Die von dem Strome ausgeübte, zur Meridianrichtung senkrechte Kraft sei proportional  $sr$ , so wird, wenn  $uv$  zur Richtung der Nadel senkrecht ist,

$$su.ms = rs \cdot \cos rsu.ms = i \cdot \cos \varphi.ms$$

das Drehungsmoment sein, welches der Strom der Nadel erteilt.

Ist  $st$  proportional der Kraft  $T$ , mit welcher der Erdmagnetismus die Nadel zurückzuziehen sucht, so ist

$$sv.ms = st \cdot \sin stv.ms = T \cdot \sin \varphi.ms$$

das vom Erdmagnetismus der Nadel erteilte Drehungsmoment.

Ist die Nadel im Gleichgewicht, so muß

$$i \cdot \cos \varphi = T \cdot \sin \varphi$$

sein, woraus folgt

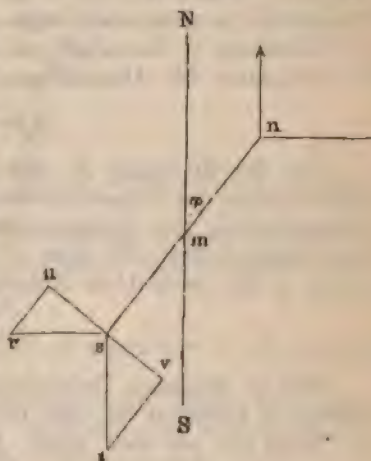
$$i = T \cdot \tan \varphi; \quad e = \frac{1}{b} \cdot T \cdot \tan \varphi.$$

Ist in unserm Stromkreise die elektromotorische Kraft  $E$ , der Widerstand  $W$ , so muß nach dem Ohmschen Gesetz

$$e = \frac{1}{b} \cdot T \cdot \tan \varphi = \frac{E}{W}.$$

Die Messung der Stromstärke mit der Tangentenbussole ist derjenigen mit dem Voltameter in den meisten Fällen weit vorzuziehen, einmal weil sie weit empfindlicher ist, dann aber auch ganz besonders, weil sie uns den Strom in jedem Augenblicke zu verfolgen gestattet, während die Messung mit dem Voltameter uns nur den Mittelwert der Stromstärke in

Fig. 135.



einem gewissen Zeitraume giebt. Das Instrument hat nur insofern jetzt für uns eine gewisse Unbequemlichkeit, als es uns die Stromstärke nicht sofort in einer leicht definierbaren Einheit giebt. Wir werden zwar im nächsten Abschnitt, wenn wir die Theorie des Instrumentes vervollständigen, sehen, wie wir mit demselben die Stromstärke in sogenanntem absoluten Maße, wie das des Magnetismus, erhalten; für jetzt können wir diese Einheit aber noch nicht bestimmen. Nichts ist indessen leichter, als mit der Tangentenbussole die Stromstärke auch in chemischem Maße zu erhalten, man hat zu dem Ende nur aufzusuchen, welches die Stromstärke in chemischem Maße ist, die den Ablenkungswinkel hervorruft, dessen Tangente gleich 1 ist, welche also  $\varphi = 45^\circ$  macht. Bezeichnen wir diese Stromstärke in chemischem Maße mit  $A$ , so ist die Stromstärke  $J$ , welche die Ablenkung  $\varphi$  hervorruft, in chemischem Maße, da die Stromstärke den Tangenten der Ablenkungswinkel proportional ist,

$$J = A \cdot \tan \varphi.$$

Um die Konstante  $A$ , welche man füglich mit Müller<sup>1)</sup> den Reduktionsfaktor der Tangentenbussole nennen kann, zu bestimmen, hat man nur gleichzeitig eine Tangentenbussole und ein Voltameter in den Stromkreis einzuschalten. Ist dann  $J$  die in der Zeiteinheit entwickelte Gasmenge,  $\varphi$  die beobachtete Ablenkung, so ist

$$A = \frac{J}{\tan \varphi}.$$

Der so bestimmte Reduktionsfaktor gilt nur für das Instrument, für welches er bestimmt ist, und nur an dem Orte, an welchem er bestimmt ist. Denn wie wir oben sahen, ist

$$\tan \varphi = \frac{b \cdot e}{T}$$

der Ablenkungswinkel, hängt also ab von der Konstanten  $b$  des Instrumentes und der horizontalen Intensität  $T$  des Erdmagnetismus.

Um durch Messung der Stromstärke das Ohmsche Gesetz zu bestätigen, kann man ganz einfach folgendermaßen verfahren. Man schließt ein Bunsensches Element mit der Tangentenbussole und beobachtet die Ablenkung  $\varphi_0$ ; ist  $E$  die elektromotorische Kraft desselben,  $W$  der Widerstand, so ist in chemischem Maße

$$J_0 = A \tan \varphi_0 = \frac{E}{W}.$$

Nun schaltet man einen Draht von der Länge  $l$ , dem Querschnitt  $q$  und dem spezifischen Widerstande  $r$  ein, dann muß

$$J = A \tan \varphi = \frac{E}{W + \frac{rl}{q}}.$$

Darauf schaltet man einen zweiten und dritten u. s. w. Draht hinter

1) Müller, Lehrbuch der Physik, teilweise nach Pouillet bearbeitet. 5. Aufl. Bd. II. § 79.

ander ein, so daß der Strom alle nach einander durchlaufen muß, deren Längen und Querschnitte  $l', q', l'', q''$  u. s. w. sind. Man erhält dann

$$= A \tan \varphi' = \frac{E}{W + \frac{rl}{q} + \frac{rl'}{q'}}; \quad J'' = A \tan \varphi'' = \frac{E}{W + \frac{rl}{q} + \frac{rl'}{q'} + \frac{rl''}{q''}}$$

s. w. Man reduziert alle Drähte auf gleichen Querschnitt, und berechnet aus je zweien der gefundenen Stromstärken den Widerstand  $W$ , ausgedrückt in Längen des Drahtes vom Querschnitt  $q$ , und die so gefundenen Werte für  $W$  müssen alle gleich sein. Die beiden ersten Beobachtungen geben z. B.

$$\frac{J_0}{J} = \frac{\tan \varphi_0}{\tan \varphi} = \frac{W + \frac{rl}{q}}{W}$$

$$W = \frac{Jrl}{q(J_0 - J)}.$$

Dasselbe  $W$  muß die Kombination irgend zweier anderer Beobachtungen geben.

In anderer Weise führen dieselben Beobachtungen zu einer Prüfung des Gesetzes, indem man mit dem aus den beiden ersten bestimmten  $W$

$$E = WJ_0$$

bestimmt, und mit diesem Werte von  $E$  dann diejenigen  $J', J''$  u. s. w. berechnet.

Man bildet ferner eine Kette aus  $n$  Bunsenschen Elementen, indem man jedes Zink mit der folgenden Kohle verbindet, und schließt mit der Tangentenbussole. Da der Widerstand der Tangentenbussole gegen den in der Flüssigkeit der Elemente verschwindend klein ist, so ist, da der Strom jetzt  $n$  Flüssigkeiten durchlaufen muß, der Widerstand im Schließungsreize  $n \cdot W$  geworden; da aber zugleich die elektromotorische Kraft die  $n$ -fache geworden ist, so muß

$$J^0 = \frac{nE}{nW} = J_0.$$

Schaltet man jetzt die Drähte  $l, l' \dots$  ein, so muß

$$J = \frac{nE}{nW + \frac{rl}{q}}, \quad J' = \frac{nE}{nW + \frac{rl}{q} + \frac{rl'}{q'}}$$

sein.

Man verbindet dann bei den Elementen alle Kohlen mit einander und alle Zinke; dadurch entsteht ein Element von  $n$ -fachem Querschnitt, der Widerstand muß dann  $\frac{1}{n}$  des früheren sein; beim Schließen mit der Tangentenbussole muß

$$J^{\infty} = \frac{E}{\frac{1}{n}W} = \frac{nE}{W} = nJ_0$$

sein, und nach Einschaltung der Drähte  $l, l' \dots$  muß

$$J = \frac{1}{n} \frac{E}{W + \frac{rl}{q}} = \frac{nE}{W + n \frac{rl}{q}}, \quad J' = \frac{nE}{W + n \left( \frac{rl}{q} + \frac{rl'}{q} \right)}$$

sein.

Mit einiger Vorsicht bei den Versuchen wird man alle von der Theorie geforderten Resultate in unzweideutiger Weise erhalten.

Nach der Ohmschen Theorie hängt die Stromstärke nicht allein von der GröÙe der elektromotorischen Kraft, sondern auch von der GröÙe des Widerstandes ab, und die soeben betrachteten Beispiele zeigen schon, daÙ eine VergröÙerung der elektromotorischen Kraft durch Vermehrung der Elemente bei sonst gleich bleibendem Schließungskreise nicht immer eine Verstärkung des Stromes zur Folge hat, weil mit derselben zugleich der Widerstand der in den Elementen enthaltenen Flüssigkeiten, der sogenannte wesentliche Widerstand zunimmt.

Haben wir z. B.  $n$  Elemente, deren Flüssigkeiten jede den Widerstand  $W$  leistet, so wird die Stromstärke im Schließungskreise vom Widerstande  $w$  bei Anwendung eines Elementes sein

$$J = \frac{E}{W + w}.$$

Schalten wir die Elemente hinter einander ein, so wird

$$J_n = \frac{nE}{nW + w}.$$

Je nach dem Verhältnisse  $w$  zu  $W$  kann der Strom merklich stärker sein als  $J$  oder nicht. Ist  $w$  beträchtlich, so ist der Wert des Zählers in diesem Ausdrucke der  $n$ -fache, der Nenner nicht, der Strom  $J_n$  ist also stärker als  $J$  und um so stärker, je größer  $w$  im Verhältnis zu  $W$  ist; wenn  $W$  nur ein verschwindender Bruchteil von  $w$  ist, dann ist die Stromstärke die  $n$ -fache geworden; ist  $w$  aber klein gegen  $W$ , so ist der Strom kaum geändert. In dem Falle müÙte man die Elemente alle neben einander, die Zinke mit den Zinken, die Kohlen mit den Kohlen verbinden. Da man dann ein Element von  $n$ -fachem Querschnitte hat, so ist

$$J_n' = \frac{E}{\frac{1}{n} W + w} = \frac{nE}{W + nw}.$$

Wie man sieht, ist der Strom jetzt der  $n$ -fache, wenn  $w$  nur ein verschwindend kleiner Teil von  $W$  ist.

Es ergibt sich demnach aus dem Ohmschen Gesetze, daÙ die Stromstärke abhängt von dem Verhältnis der Widerstände im Schließungskreise zu dem wesentlichen Widerstande der Elemente. Es fragt sich daher, wie man eine gegebene Zahl von  $n$  Elementen bei einem gegebenen Widerstande  $w$  kombinieren müÙ, damit man den stärksten Strom erhält, welcher möglich ist<sup>1)</sup>.

Ist die elektromotorische Kraft eines Elementes gleich  $E$ , der Widerstand desselben gleich  $W$ , so würde, wenn alle Elemente hinter einander eingeschaltet würden, die Stromstärke sein:

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LV.



$$J = \frac{nE}{nW + w}.$$

Würde man nun aber je  $x$  Elemente neben einander verbinden, und  $\frac{n}{x}$  Elemente von  $x$ facher Oberfläche erhalten, so wäre die elektromotische Kraft jetzt  $nE = \frac{n}{x} \cdot E$ . Der Widerstand jedes Elementes wird  $\frac{W}{x}$ , und da jetzt  $\frac{n}{x}$  solcher Elemente hinter einander verbunden sind, ist die Stromstärke jetzt

$$J = \frac{\frac{n}{x} \cdot E}{\frac{n}{x^2} W + w}$$

Es ist nicht schwer, den Wert von  $x$  zu bestimmen, für welchen  $J$  ein Maximum wird; sei derselbe  $x'$ , und der Wert von  $J$  dann

$$J' = \frac{\frac{n}{x'} \cdot E}{\frac{n}{x'^2} W + w} = \frac{nx' E}{nW + x'^2 w}.$$

Für einen anderen Wert  $x''$ , der gröfser oder kleiner sein mag als  $x'$ , ist die Stromstärke

$$J'' = \frac{nx'' E}{nW + x''^2 w}.$$

Die Differenz  $J' - J''$  mufs, wenn  $J'$  ein Maximum sein soll, immer positiv sein; für diese Differenz erhalten wir

$$J' - J'' = nE \cdot \frac{nx' W + x' x''^2 w - nx'' W - x'' x'^2 w}{(nW + x'^2 w)(nW + x''^2 w)}$$

$$J' - J'' = nE \cdot (x' - x'') \frac{nW - x' \cdot x'' w}{(nW + x'^2 w)(nW + x''^2 w)}.$$

Da in diesem Ausdrucke der Faktor  $x' - x''$  das Zeichen ändert, wenn  $x'' > x'$  ist, so kann diese Differenz nur dann für jeden Wert von  $x''$  positiv sein, wenn der andere mit  $x'$  und  $x''$  behaftete Faktor zugleich ein Vorzeichen ändert; daraus folgt, dafs er für  $x' = x''$  gleich 0 sein mufs. Wir erhalten also den dem Maximumwerte von  $J$  entsprechenden Wert von  $x$  aus der Gleichung

$$nW - x^2 w = 0, \quad \frac{n}{x^2} W = w.$$

Die Stromstärke  $J$  erhält ihren gröfsten Wert  $J'$ , wenn der wesentliche Widerstand gleich dem des Schliessungsbogens ist. Man hat also, wenn man den möglich stärksten Strom bei einer gegebenen Zahl von Elementen und gegebenem Schliessungskreise erhalten will, die Elemente so zu kombinieren, dafs der wesentliche Widerstand gleich ist dem des Schliessungskreises. Die Zahl  $x$  der Elemente, welche man zu einem Elemente zusammensetzen mufs, ist dann:

$$x = \sqrt{n \frac{W}{w}},$$

also gleich der Quadratwurzel aus dem Verhältnis des wesentlichen Widerstandes, wenn alle Elemente hinter einander eingeschaltet sind, zu dem Widerstande des Schliessungsbogens.

Auch dieser Satz kann leicht durch Versuche bestätigt werden, wie es von Poggendorff und anderen geschehen ist.

### §. 81.

**Stromverzweigung.** Bei unseren bisherigen Untersuchungen haben wir inuner angenommen, daß der Stromkreis einfach sei, das heisst daß die Verbindung der beiden Pole durch eine einzige Schliessung gebildet würde, und dann in dieser die Stromstärke bestimmt. Es ist nun noch der Fall zu untersuchen, daß der Stromkreis zum Teil aus mehreren Zweigen bestehe, und die Stromstärke in dem ungetheilten Stücke des Schliessungsbogens, sowie in den einzelnen Zweigen zu bestimmen.

Wir betrachten zunächst, um die Aufgabe zu übersehen, den einfachsten schon von Ohm untersuchten Fall.

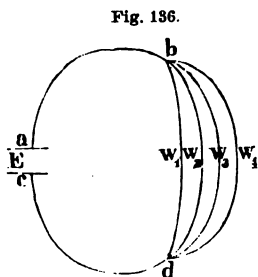


Fig. 136.

Es sei Fig. 136 *E* ein galvanisches Element, dessen elektromotorische Kraft gleich *E* sei; der Stromkreis *abdc*, welcher die Pole verbindet, sei zwischen *b* und *d* verzweigt, so daß die Verbindung der Punkte *b* und *d* durch *n* Drähte (in der Fig. 4) hergestellt sei.

Der Widerstand des unverzweigten Teiles des Bogens *bacd* sei gleich *W*.

Die Länge, der spezifische Widerstand und Querschnitt der einzelnen Drähte sei *l*<sub>1</sub> *r*<sub>1</sub> *q*<sub>1</sub>, *l*<sub>2</sub> *r*<sub>2</sub> *q*<sub>2</sub>, ... *l*<sub>n</sub> *r*<sub>n</sub> *q*<sub>n</sub>, so daß die Widerstände derselben sind

$$w_1 = \frac{l_1 r_1}{q_1}, \quad w_2 = \frac{l_2 r_2}{q_2} \dots w_n = \frac{l_n r_n}{q_n};$$

es soll die Stromstärke *J* in dem unverzweigten Teile und in den einzelnen Zweigen des Schliessungsbogens bestimmt werden.

Um dahin zu gelangen, denken wir uns die Drähte der Zweige sämtlich durch andere ersetzt, deren Länge für alle dieselbe und gleich *l*, deren spezifischer Leitungswiderstand für alle ebenfalls derselbe und gleich *r* ist, deren Querschnitte *s* aber so gewählt sind, daß die Widerstände der einzusetzenden Drähte gleich sind den Widerständen der Drähte, welche sie ersetzen sollen. Ist demnach *s*<sub>1</sub> der Querschnitt des Drahtes, welcher den Draht *w*<sub>1</sub> ersetzt, so soll

$$\frac{l r}{s_1} = w_1 = \frac{l_1 r_1}{q_1},$$

demnach

$$s_1 = \frac{l r q}{l_1 r_1} = \frac{l r}{w_1}$$

sein, so daß also die Querschnitte dieser Drähte dem Widerstande, welchen sie dem Strome leisten sollen, umgekehrt proportional sind.

Die sämtlichen, die Verbindung von  $b$  nach  $d$  vermittelnden Drähte werden jetzt dem Strome einen ebensolchen Widerstand leisten, als bestände sich zwischen  $b$  und  $d$  ein Draht, dessen Länge gleich  $l$ , dessen specifischer Leitungswiderstand gleich  $r$ , und dessen Querschnitt  $Q$  gleich der Summe aller Querschnitte  $s_1 + \dots + s_n$  wäre. Der Widerstand eines solchen Drahtes würde gleich

$$\frac{rl}{Q} = \frac{rl}{s_1 + s_2 + \dots + s_n}$$

in.

Der Widerstand, welchen dann der gesamte Schliessungsbogen leistet,

$$W + \frac{rl}{s_1 + s_2 + \dots + s_n},$$

die Stromstärke in dem ungetheilten Stücke des Schliessungsbogens demnach

$$J = \frac{E}{W + \frac{rl}{s_1 + s_2 + \dots + s_n}}.$$

Setzen wir nun für  $s_1 \dots$  die oben bestimmten Werte ein, so wird

$$J = \frac{E}{W + \frac{rl}{\frac{r}{w_1} + \frac{r}{w_2} + \dots + \frac{r}{w_n}}} = \frac{E}{W + \frac{1}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \dots + \frac{1}{w_n}}}$$

$$J = \frac{E}{W + \frac{w_1 w_2 w_3 \dots w_n}{w_2 w_3 \dots w_n + w_1 w_3 \dots w_n + \dots + w_1 w_2 \dots w_{n-1}}}$$

Nehmen wir jetzt der Einfachheit wegen  $n = 4$  an, so wird

$$J = \frac{E(w_1 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3)}{W(w_1 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3) + w_1 w_2 w_3 w_4}.$$

Die Stromstärke in den einzelnen Zweigen erhalten wir jetzt durch Anwendung folgender zwei Sätze: Erstens muß die Summe der in allen Zweigschliessungen vorhandenen Stromstärken gleich sein der Stromstärke dem ungetheilten Bogen. Es folgt das aus dem Satze, daß die Stromstärke in allen Querschnitten eines Leiters dieselbe sein muß, und daraus, daß wir alle Zweige durch einen Draht von der Länge  $l$  und dem Querschnitte  $Q = s_1 + s_2 \dots$  ersetzt denken können.

Zweitens muß die Stromstärke in jedem Zweige dem Widerstande dieses Zweiges umgekehrt proportional sein. In den die vorhandenen Zweige ersetzenden Drähten gleicher Länge und gleichen specifischen Widerstandes wird sich der Strom nämlich so verteilen, daß durch jeden einen Querschnitt desselben proportionaler Teil geht. Da nun die Querschnitte dieser Drähte den Widerständen in den einzelnen Zweigen umgekehrt proportional sind, und da die Stromstärke in den einzelnen Zweigen nun gleich derjenigen in den sie ersetzenden Drähten sein muß, so folgt, daß die Stromstärke in jedem Zweigdrahte dem Widerstande desselben umgekehrt proportional sein muß.

Sind demnach  $i_1, i_2, \dots$  die Stromstärken in den einzelnen Drähten, so ist

$$i_1 + i_2 + \dots + i_n = J$$

$$i_1 : i_2 : \dots : i_n = \frac{1}{w_1} : \frac{1}{w_2} : \dots : \frac{1}{w_n}.$$

Es ist demnach auch weiter

$$i_n : J = \frac{w_1 w_2 w_3 \dots w_n}{w_2 w_3 \dots w_n + w_1 w_3 \dots w_n + \dots + w_1 w_2 \dots w_{n-1}} : w_n$$

$$i_n = \frac{J \cdot w_1 w_2 w_3 \dots w_{n-1}}{w_2 w_3 \dots w_n + w_1 w_3 \dots w_n + \dots + w_1 w_2 \dots w_{n-1}}.$$

Bei 4 Zweigen wird demnach z. B.

$$i_4 = \frac{E \cdot w_1 w_2 w_3}{W(w_2 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3) + w_1 w_2 w_3 w_4}$$

$$i_3 = \frac{E \cdot w_1 w_2 w_4}{W(w_2 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3) + w_1 w_2 w_3 w_4}$$

so daß also die einzelnen Glieder in dem Ausdrucke für  $J$  die Stromstärken der einzelnen Zweige geben und zwar jedes Glied die Stromstärke desjenigen Zweiges, dessen Widerstand im Zähler fehlt.

Ohm<sup>1)</sup> hat durch Versuche die Richtigkeit dieser Formeln dargethan und darin eine neue Bestätigung für die Theorie geliefert.

Unter Anwendung derselben Principien lassen sich die Stromstärken bestimmen, wenn die Zweige anders geordnet sind, nicht alle in einem Punkte zusammentreffen, oder in den Zweigen selbst elektromotorische Kräfte vorhanden sind. Verschiedene Probleme dieser Art sind besonders von Poggendorff<sup>2)</sup> und Lenz<sup>3)</sup> behandelt worden.

Alle diese Fälle lassen sich leicht mit Hilfe zweier Sätze von Kirchhoff<sup>4)</sup> ableiten, welcher in denselben das Problem der Stromverzweigung ganz allgemein gelöst hat. Die beiden Sätze sind:

1) Hat man eine Anzahl sich in einem Punkte  $c$  kreuzender Ströme  $a, a_1, a_2, b, b_1, b_2$  Fig. 137, so muß die algebraische Summe aller Stromstärken, die zu dem Punkte hinströmenden mit entgegengesetztem Vorzeichen als die von demselben fortströmenden genommen, gleich 0 sein. Bezeichnen wir also die Stromstärken mit  $Ja, Ja_1, Ja_2, Jb, Jb_1, \dots$ , so muß  $Ja + Ja_1 + Ja_2 + Jb + Jb_1 + Jb_2 = \Sigma J = 0$  sein. Der Satz folgt unmittelbar daraus, daß, wenn das nicht der Fall wäre, im Punkte  $c$  eine Anhäufung der Elektrizität stattfände, somit die Ströme in ihrem Verlaufe gestört würden.

Diesen Satz hatten wir in dem soeben von uns betrachteten Falle unter der Form:

1) Ohm, Die galvanische Kette S. 70. Schweiggers Journal Bd. XLIX. Jahrg. 1827.

2) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LIV, LV, LXVII. Letztere Mitteilung enthält eine von W. Weber gegebene Lösung des Problems der Stromverzweigung.

3) Lenz, Bulletin phys. math. de l'Acad. de St. Petersburg. T. III. Doves Repertorium. Bd. VIII.

4) Kirchhoff, Poggend. Ann. Bd. LXIV, LXXII, LXXV.

$$J = i_1 + i_1 + \dots i_n,$$

welcher in der Kirchhoffschen Form heist: die Summe der nach und von dem Punkte  $b$  oder  $d$  gehenden Ströme, die fortgehenden mit dem negativen Vorzeichen versehen, muß gleich 0 sein.

2) Der zweite Satz bezieht sich auf Ströme; welche einen geschlossenen Kreis bilden. Bilden die Drähte 1, 2 ...  $n$  einen geschlossenen Kreis, und ist die Stromstärke in denselben resp.  $J_1 J_2 \dots J_n$ , der Widerstand der Drähte resp.  $w_1 w_2 \dots w_n$ , so muß die Summe der Produkte  $J_1 w_1 + J_2 w_2 + \dots J_n w_n$  gleich sein der Summe der in dem Kreise thätigen elektromotorischen Kräfte. Dabei sind die bei dem Durchschreiten des Kreises nach einer Richtung entgegengesetzt gerichteten Ströme und entgegengesetzt gerichteten elektromotorischen Kräfte mit entgegengesetztem Vorzeichen zu nehmen.

Dieser Satz ergibt sich folgendermaßen. Es befinde sich z. B. in einem Stromkreis  $AB$  (Fig. 138) ein ringgeschlossener Zweig der Drähte

Fig. 137.

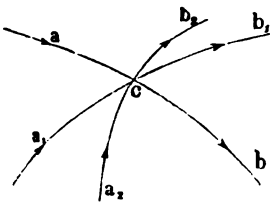
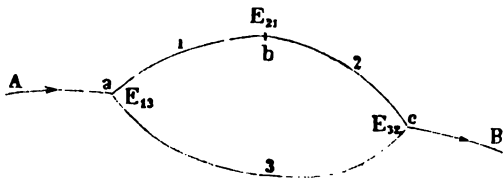


Fig. 138.



1, 2, 3, und an den Grenzen, wo die Drähte zusammenstoßen, seien elektromotorische Kräfte  $E_{12}$ ,  $E_{23}$ ,  $E_{31}$  vorhanden. Nun sei der Wert des elektrischen Potentials an den Grenzen des Drahtes 1 bei  $a$  gleich  $E_1$  und bei  $b$  gleich  $c_1$ , an den Grenzen des Drahtes 2 bei  $b$  und  $c$  gleich  $E_2$  und  $c_2$ , an denen des Drahtes 3 bei  $c$  und  $a$  gleich  $E_3$  und  $c_3$ .

Die Stromstärken in diesen drei Drähten sind dann

$$J_1 = \frac{E_1 - c_1}{w_1}; \quad J_2 = \frac{E_2 - c_2}{w_2}; \quad J_3 = \frac{E_3 - c_3}{w_3}.$$

Daraus folgt, indem wir jede Stromstärke mit dem zugehörigen Widerstand multiplizieren und summieren,

$$J_1 w_1 + J_2 w_2 + J_3 w_3 = E_1 - c_1 + E_2 - c_2 + E_3 - c_3.$$

Nun ist, welches auch sonst der elektrische Zustand des Kreises sein mag,

$$E_1 - c_3 = E_{13}; \quad E_2 - c_1 = E_{21}; \quad E_3 - c_2 = E_{32},$$

da unter allen Umständen die Differenzen der Potentialwerte an den Berührungstellen zweier heterogener Leiter dieselben, und zwar die von uns sogenannten elektromotorischen Kräfte sind.

Demnach ist, wenn wir die Summe der in dem Stromkreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte mit  $\Sigma E$ , die Summe der Produkte  $Jw$  mit  $\Sigma Jw$  bezeichnen, in einem geschlossenen Kreise

$$\Sigma Jw = \Sigma E.$$



Wäre in dem eben betrachteten Falle in dem Kreise keine elektromotorische Kraft thätig, so müßten die Stromstärken  $J_1$  und  $J_2$  in den beiden nach einander eingeschalteten Drähten gleich sein, sei sie  $J$ , und der Kirchhoffsche Satz würde dann

$$J(w_1 + w_2) + J_3 w_3 = 0$$

$$J(w_1 + w_2) = -J_3 w_3.$$

Die Stromstärken in den beiden Zweigen müßten sich umgekehrt verhalten wie die Widerstände, und beide Ströme müßten von  $a$  nach  $c$  gerichtet sein.

Wäre der Zweig 1, 2, 3 ein für sich bestehender Stromkreis, so müßte nach dem Ohmschen Gesetze die Stromstärke in allen drei Zweigen dieselbe sein; sei sie  $J$ . Nach Kirchhoff ist dann

$$J(w_1 + w_2 + w_3) = \Sigma E$$

$$J = \frac{\Sigma E}{w_1 + w_2 + w_3}$$

die einfache Form des Ohmschen Gesetzes.

Mit Hilfe der beiden Kirchhoffschen Sätze ist es nicht schwierig, die Stromstärken in Zweigströmen, selbst in verwickelten Fällen zu bestimmen. Wir wollen dieselben nur zur Behandlung zweier Probleme benutzen, welche wir im Folgenden anwenden werden.

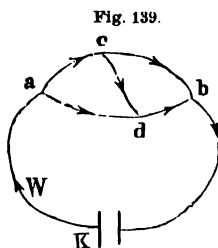


Fig. 139.

Es sei Fig. 139 ein Stromkreis  $bKa$  gegeben, der zwischen  $a$  und  $b$  durch die Zweige  $acb$  und  $adb$ , welche unter sich durch die Brücke  $cd$  verbunden sind, geschlossen ist. Nun soll die Stromstärke in allen Teilen, besonders in der Brücke bestimmt werden.

Es sei in	$aKb$	$ac$	$cb$	$ad$	$db$	$cd$
Stromstärke $J$		$i_1$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$i$
Widerstand $W$		$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w$

die elektromotorische Kraft gleich  $E$ .

Aus den Kirchhoffschen Sätzen folgt

$$J - i_1 - i_3 = 0 \quad J - i_2 - i_4 = 0$$

$$i_1 - i_2 - i = 0 \quad i_3 + i - i_4 = 0$$

$$i_1 w_1 + iw - i_3 w_3 = 0 \quad iw + i_4 w_4 - i_2 w_2 = 0$$

$$JW + i_1 w_1 + i_2 w_2 = E$$

$$JW + i_3 w_3 + i_4 w_4 = E.$$

Wie man sieht, haben wir hier 8 Gleichungen für die 6 zu bestimmenden Größen, das gewöhnliche Auflösungsverfahren liefert daher

$$J = \frac{E[w(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_2)(w_3 + w_4)]}{D}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{E[w(w_3 + w_4) + w_3(w_2 + w_4)]}{D}; \quad i_2 = \frac{E[w(w_3 + w_4) + w_4(w_1 + w_3)]}{D} \\
 &= \frac{E[w(w_1 + w_2) + w_1(w_3 + w_4)]}{D}; \quad i_4 = \frac{E[w(w_1 + w_2) + w_2(w_1 + w_3)]}{D} \\
 &i = \frac{E(w_2 w_3 - w_1 w_4)}{D},
 \end{aligned}$$

in der allen Ausdrücken gemeinschaftliche Nenner ist

$$\begin{aligned}
 &= Ww(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + W(w_1 + w_3)(w_2 + w_4) + w(w_1 + w_2)(w_3 + w_4) \\
 &\quad + w_1 w_2(w_3 + w_4) + w_3 w_4(w_1 + w_2).
 \end{aligned}$$

Die Stromstärke  $i$  in der Brücke hängt, wie man sieht, außer von der Größe der elektromotorischen Kraft und dem Gesamtwiderstande der Brücke wesentlich ab von der Differenz

$$w_2 w_3 - w_1 w_4,$$

so dem Widerstande in den Zweigen, zwischen welchen die Brücke gespannt ist. Ist diese Differenz gleich null oder

$$w_2 w_3 = w_1 w_4,$$

ist in der Brücke gar kein Strom vorhanden; das ist der Fall, wenn

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4.$$

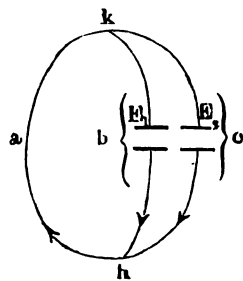
Macht man daher in den Zweigen  $ac$  und  $cb$  die Widerstände einander gleich, so folgt, wenn in der Brücke kein Strom vorhanden ist, als auch  $w_3 = w_4$  ist.

Dieser Satz wird in dem Wheatstoneschen Verfahren zur Bestimmung des Leitungswiderstandes angewandt.

Als zweite Anwendung der Kirchhoffschen Sätze wollen wir ein zuerst von Poggendorff<sup>1)</sup> behandeltes Problem wählen, welches wir später bei der Messung elektromotorischer Kräfte benutzen werden.

Zwei Elemente  $E_1$  und  $E_2$  sind in der Weise (Fig. 140) mit einander verbunden, daß die Leitungen  $a$  und  $c$ , in welchen die Elemente eingeschaltet sind, in  $h$  und  $k$  zusammenstoßen und die Punkte  $b$  und  $k$  durch eine Leitung mit einander verbunden sind. Man soll die Stromintensitäten in den drei Zweigen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  bestimmen. Es seien in

Fig. 140.



	$a$	$b$	$c$
Die Stromstärken	$i$	$i_1$	$i_2$
die Widerstände	$w$	$w_1$	$w_2$
die elektrom. Kräfte	0	$E_1$	$E_2$

Wir haben nach den Kirchhoffschen Sätzen

$$i - i_1 - i_2 = 0$$

$$iw + i_1 w_1 = E_1; \quad iw + i_2 w_2 = E_2$$

$$i_1 w_1 - i_2 w_2 = E_1 - E_2,$$

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LIV.

wenn wir voraussetzen, daß die Ströme in beiden Zweigen infolge der in ihnen vorhandenen elektromotorischen Kräfte zugleich nach  $k$  oder nach  $k$  fließen. Ist die elektromotorische Kraft in einem der Zweige z. B. anders gerichtet, so würde das Vorzeichen von  $i_2$  und  $E_2$  das entgegengesetzte werden.

Das gewöhnliche Auflösungsverfahren liefert uns

$$i = \frac{E_2 w_1 + E_1 w_2}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}$$

$$i_1 = \frac{E_1 (w + w_2) - E_2 w}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}$$

$$i_2 = \frac{E_2 (w + w_1) - E_1 w}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}.$$

Diese Ausdrücke sind mit den von Poggendorff auf anderem Wege erhaltenen gleich und durch Versuche bestätigt worden.

## §. 82.

**Ströme in ungeschlossenen Leitern.** Bisher haben wir bei Besprechung der galvanischen Ströme stets einen geschlossenen Stromkreis, also eine geschlossene leitende Verbindung der beiden Pole der Batterie vorausgesetzt. Nach der Theorie der Strombildung ist dann, wenn wir auch jetzt nur lineare Leiter, das heißt solche, bei denen zu ihrer Axe senkrechte Durchschnitte Niveauflächen sind, voraussetzen, die Stromstärke, also die in elektrostatischen Einheiten ausgedrückte, in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt fließende Elektrizitätsmenge gegeben in der Gleichung

$$i = -kq \frac{dV}{dx},$$

wo wie bisher immer  $k$  die Leitungsfähigkeit,  $q$  den Querschnitt des Leiters und  $V$  den Wert der Potentialfunktion an der im Abstände  $x$  von irgend einem Anfangspunkte gelegenen Stelle des Leiters bedeutet.

Diese Gleichung zeigt, wie wir es bei der Entwicklung derselben schon hervorgehoben, daß die einzige Bedingung für das Auftreten eines elektrischen Stromes die Veränderlichkeit in dem Werte der elektrischen Potentialfunktion in dem Leiter ist, daß stets, und so lange die Potentialfunktion auf dem Leiter nicht überall denselben Wert hat, so lange also  $\frac{dV}{dx}$  nicht gleich null ist, ein elektrischer Strom entstehen muß. Wir müssen deshalb auch einen solchen Strom in nicht zu einem Stromkreise geschlossenen Leitern erhalten, wenn wir die Bedingung einer nicht konstanten Potentialfunktion herstellen.

In der That ist das der Fall und in einer bestimmten Anordnung ist diese Strombildung schon lange benutzt worden. Wenn man den einen Pol einer Batterie mit der Erde in leitende Verbindung bringt, und den andern isoliert läßt, so wird auf dem erstern die Potentialfunktion gleich null und an dem andern steigt dieselbe auf ihren doppelten Wert. Wenn man aber auch den andern Pol zur Erde ableitet, so sinkt dort der Wert der Potentialfunktion, auf dem andern Pole steigt er wieder und in beiden Ableitungsdrähten entsteht ein Strom, da auf beiden die Potentialfunktion

an einem gewissen Werte an den Polen bis zu dem Werte null, dort berührt der Draht die Erde, abnimmt. Dieser Strom ist proportional zu dem auf beiden Ableitungen gleichen elektrischen Gefälle, also nur abhängig von dem Widerstande, den die Ableitungsdrähte dem Strome entsetzen, er ist somit genau derselbe, wie wenn diese Ableitungsdrähte direkt zu einem Stromkreise verbunden wären. Es ergibt sich das unmittelbar aus unseren Entwicklungen des §. 78, in denen wir zeigten, daß das Gefälle der Potentialfunktion nicht geändert wird, wenn wir an jeder beliebigen Stelle des Stromkreises durch Ableitung den Wert der Potentialfunktion gleich null machen. Wenn wir an dieser Stelle den Stromkreis zerschneiden, und nur dafür sorgen, daß an den Enden der Drähte, die durch das Zerschneiden entstanden sind, die Potentialfunktion constant gleich null erhalten wird, so kann dadurch das Gefälle absolut nicht geändert werden, der Strom muß also auch ungeändert derselbe bleiben. Diese Bedingung ist aber realisiert, wenn wir die beiden Pole der Batterie zur Erde ableiten, es muß also in diesen Ableitungsdrähten der Strom genau derselbe sein, wie wenn dieselben direkt zu einem Stromkreise verbunden wären. Dabei ist es ganz gleichgültig, ob die Ableitungsdrähte an einander nahen oder in beliebig von einander entfernten Stellen der Erde berühren, da die Bedingung in beiden Fällen identisch die gleiche ist, daß an den Enden der Drähte der Wert des Potentials gleich null ist.

Bekanntlich ist dieser Satz bei unsern Telegraphen benutzt, indem Telegraphenleitungen niemals in sich geschlossene Stromkreise, sondern Leitungen von den Polen der Batterie zur Erde sind; erst seitdem eintheil diese Anordnung der Telegraphenleitung in die Praxis eingeführt hat, konnte die Telegraphie ihre jetzige Ausdehnung erhalten, indem die Telegraphenanlagen gegen früher, so lange man geschlossene Kreise anwenden zu müssen glaubte, für die Hälfte des Preises hergestellt werden können.

Ströme, allerdings von kurzer Dauer und rasch abnehmender Stärke, lassen sich auch stets entstehen, wenn man mit den Polen einer Batterie Drähte verbindet, welche an ihrem anderen Ende isoliert sind; denn auch auf solchen Drähten hat die elektrische Potentialfunktion an den verschiedenen Stellen im ersten Momente einen verschiedenen Wert. Am Ende des Drahtes ist die Potentialfunktion null, dort, wo er an der Batterie anliegt, ist dieselbe gleich  $V$ , es muß also so lange ein Strom vorhanden sein, bis die Potentialfunktion auf dem ganzen Drahte den gleichen Wert hat. In den in unsern Laboratorien zu Gebote stehenden Ableitungen sind allerdings diese Ströme kaum wahrzunehmen, man kann sie indes leicht erhalten, wie Siemens<sup>1)</sup> gezeigt hat, wenn man die Pole einer Batterie mit den leitenden Flächen eines Ansammlungsapparates verbindet, den Ansammlungsapparat entladet, ihn wieder mit den Polen der Batterie verbindet u. s. f. Wenn man diese den Ansammlungsapparat ladenden Ströme sich hinreichend rasch folgen läßt, und die-

1) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CII. Frühere Versuche von *Guillemin*, auch ohne Messungen. *Comptes Rendus* T. XXIX. p. 632. Poggend. Ann. LXXIX.

selben um eine Magnetnadel leitet, so kann man die Stärke derselben messen und so die Folgerungen der Theorie prüfen.

Für die Stärke des hier zu messenden Stromes erhalten wir nämlich folgenden Wert; sind die beiden leitenden Flächen eines Ansammlungsapparates mit den Polen der Batterie verbunden, so muß auf denselben der Wert der elektrischen Potentialfunktion gleich dem an den Polen werden. Nennen wir den Wert  $V_1$  und  $V_2$ , so muß, wenn die Kapazität des Ansammlungsapparates gleich  $K$  ist, in den Ansammlungsapparat eine solche Elektrizitätsmenge  $Q$  überfließen, daß

$$Q = K(V_1 - V_2).$$

Wird  $n$  mal in der Sekunde, also der Zeiteinheit der Ansammlungsapparat geladen und entladen, so fließt durch die den Ansammlungsapparat ladende Leitung in der Zeiteinheit die Elektrizitätsmenge  $nQ$ . Da wir die Intensität des Stromes jene Elektrizitätsmenge genannt haben, welche in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Stromleiters fließt, so muß die an der Magnetnadel gemessene Stromintensität  $J$ , vorausgesetzt, daß  $n$  so groß ist, daß die rasch folgenden Stöße die Magnetnadel auf einer konstanten Ablenkung halten, werden

$$J = nQ = nK(V_1 - V_2).$$

Ist in unserer frühern Bezeichnung die elektromotorische Kraft der Batterie gleich  $2E$ , so ist

$$V_1 = +E \quad V_2 = -E$$

$$J = nK \cdot 2E$$

Für einen aus zwei parallelen Ebenen von der Größe  $F$  bestehenden Ansammlungsapparat, welche sich im Abstände  $\delta$  gegenüberstehen und zwischen denen sich ein Isolator befindet, dessen Dielektricitätskonstante gleich  $D$  ist, erhielten wir

$$K = \frac{F}{4\pi\delta} D,$$

somit muß

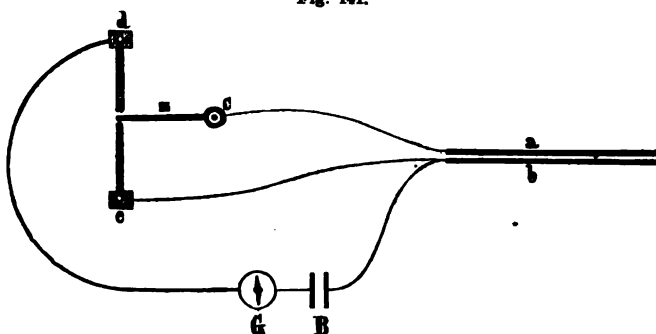
$$J = n \frac{F}{4\pi\delta} D \cdot 2E.$$

Mit Hilfe einer eigens konstruierten Wippe konnte Siemens sechzigmal in der Sekunde den von ihm benutzten Ansammlungsapparat laden und entladen. Das Schema seiner Versuchsanordnung zeigt Fig. 141. Von dem einen Pole der Batterie  $B$  führte ein Draht zu der einen Platte  $b$  des Ansammlungsapparates, von dem andern Pole ging der Draht durch das Galvanometer  $G$  zu einer Spitze  $d$ , welcher in sehr kleinem Abstände eine zweite Spitze  $c$  gegenüberstand, welche ihrerseits durch einen Draht mit der Platte  $a$  des Ansammlungsapparates in Verbindung stand. Zwischen den beiden Spitzen befand sich die durch die Wippe bewegte Zunge  $z$ , welche in der Sekunde 60 Schwingungen machte, und die durch einen Draht mit der Platte  $a$  des Ansammlungsapparates in Verbindung stand. Jedesmal somit, wenn die Zunge  $z$  an die Spitze  $d$  rührte, wurde der Ansammlungsapparat in die Leitung der Batterie eingeschaltet, jedesmal, wenn  $z$  an die Spitze  $c$  rührte, wurde der Ansammlungsapparat entladen.



Der Entladungsstrom des Ansammlungsapparates konnte ebenfalls gemessen werden, indem man das Galvanometer in dessen Leitung einschaltete.

Fig. 141.



Der für die Stromstärke  $J$  erhaltene Ausdruck zeigt, daß derselbe sonst gleichen Umständen nur von der Potentialdifferenz  $V_1 - V_2 = 2E$  abhängig ist. Da nun für den die Platten ladenden Strom diese Potentialdifferenz genau denselben Wert hat, wie für den Entladungsstrom, beim Übergang die Differenz von 0 bis zu jenem Werte wächst, bei letzterem von jenem Werte auf 0 abnimmt, so ergibt sich zunächst, daß der Entladungsstrom genau dieselbe Stärke haben muß als der Ladungsstrom. Die Versuche lieferten in der That dieses Resultat, indem die Ablenkung des Galvanometers im Entladungsstrom genau dieselbe war wie im Ladungsstrom.

Daß in der That die Stromstärke  $J$  der elektromotorischen Kraft der angewandten Batterie proportional war, zeigte Siemens, indem er die Reihe aus einer verschiedenen Zahl hinter einander verbundener Daniell-Elemente zusammensetzte. Folgende Tabelle enthält eine Anzahl Beobachtungen von Siemens; die Stromstärke ist in einem willkürlichen durch die Ablenkung der Magnetnadel gegebenen Maße ausgedrückt.

Anzahl der Elemente	Stromstärke	
$n$	$J$	$\frac{J}{n}$
3	0,0889	0,0296
4	0,1166	0,0292
5	0,1443	0,0288
6	0,1719	0,0287
7	0,1994	0,0285
8	0,2283	0,0285
9	0,2588	0,0288
12	0,3338	0,0278
18	0,4970	0,0277
Mittel		0,0286

Der für die Stromstärke entwickelte Ausdruck zeigt ferner, daß so die Kapazität des Kondensators durch die zuleitenden Teile nicht

geändert wird, die Stromstärke unabhängig sein muß von dem Widerstande der Leiter; daß das in der That der Fall ist, zeigen schon obige Zahlen, die einfach der elektromotorischen Kraft der Batterie proportional sind, obwohl durch die Hinzufügung der Elemente der Widerstand in den leitenden Teilen des Stromes beträchtlich zunahm. Außerdem erhielt Siemens dieselben Werte, als er Drähte von beträchtlich verschiedener Länge zwischen der Batterie und dem Ansammlungsapparat einschaltete.

Durch weitere Versuche zeigte Siemens, daß die Stromstärke der Kapazität des Ansammlungsapparates, also der Größe der Flächen direkt, dem Abstände derselben umgekehrt proportional war. Die Kapazität des Ansammlungsapparates hängt ab von dem spezifischen Induktionsvermögen des zwischen den leitenden Flächen vorhandenen Isolators, sie ist demselben einfach proportional. Man kann deshalb nach dieser Methode die spezifischen Induktionsvermögen oder die Dielektricitätskonstanten der verschiedenen Isolatoren mit einander vergleichen; die im §. 49 mitgetheilten Angaben von Siemens, Silow, überhaupt die als nach der Methode von Siemens gefunden bezeichneten Werte sind auf diesem Wege erhalten.

Ganz dieselben Ströme, welche man in den zu dem Ansammlungsapparate führenden Drähten erhält, muß man auch in hinreichend langen Drähten erhalten, da auch in diese soviel Elektrizität einströmen muß, bis die Potentialfunktion überall denselben Wert erhält, welcher an dem Pole der Batterie vorhanden ist. Besonders stark müssen diese Ströme bei den Telegraphenkabeln werden, bei denen der innere Draht erst von einer isolierenden und dann wieder von einer leitenden Hülle umgeben ist, bei denen also die Drähte gewissermaßen die innere Belegung einer Leydener Flasche bilden. Sind die Drähte lang genug, so kann man den eine einzelne Ladung bewirkenden Strom beobachten. Alle diese Ströme sind von Guillemin<sup>1)</sup>, Siemens<sup>2)</sup>, Faraday<sup>3)</sup>, Wheatstone<sup>4)</sup> und andere beobachtet und wegen ihrer Wichtigkeit für die telegraphische Praxis näher untersucht worden. Es würde uns hier zu weit führen, wenn wir auf diese Untersuchungen näher eingehen wollten<sup>5)</sup>.

Noch eines Falles der Strombildung in ungeschlossenen Leitern müssen wir hier erwähnen, der auf das deutlichste beweist, daß in der That stets in einem Leiter ein Strom vorhanden sein muss, wenn die elektrische Potentialfunktion auf ihm nicht konstant ist. Denken wir uns nämlich einen hinreichend langen Draht mit dem Pole einer Batterie verbunden, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet ist, so muss auch in diesem Drahte ein konstanter aber in verschiedenen Abständen von dem Pole der Batterie

1) *Guillemin*, Comptes Rendus T. XXIX. T. L. Annales de chim. et de phys. III. Série. T. LX. Comptes Rendus T. LI.

2) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CII.

3) *Faraday*, Poggend. Ann. Bd. XCI.

4) *Wheatstone*, Poggend. Ann. Bd. XCVI.

5) Über die bei diesen Strömen oder auch in langen Drähten und Kabeln, deren eines Ende mit der Batterie verbunden, deren anderes abgeleitet ist, eintretenden Ladungen, der zu diesen Ladungen und der Entwicklung des stationären Zustandes erforderlichen Zeiten, sowie über die für die unterseeische Telegraphie so wichtigen Erscheinungen, wenn ein zur Erde abgeleitetes Kabel auf kurze Zeit mit dem Pole einer Batterie verbunden wird, gibt *Wiedemann*, Elektrizitätslehre Bd. I S. 397 ff., eine Übersicht.

verschieden starker Strom vorhanden sein. Durch die Verbindung mit dem Pole der Batterie fließt Elektrizität auf den Draht, und wenn von dem Drahte gar kein Verlust von Elektrizität stattfände, so würde die Potentialfunktion überall bald denselben Wert erhalten, wie an dem Pole; nun findet aber an allen Stellen von der Oberfläche des Drahtes ein Verlust der Elektrizität nach außen statt, deshalb kann die Potentialfunktion nicht überall denselben Wert annehmen, sondern es tritt ein stationärer Zustand ein, der dann erreicht ist, wenn in gleichen Zeiten an irgend ein Flächenstück des Drahtes von der Batterie her ebensoviel Elektrizität hinströmt, als nach aussen durch Zerstreung und Ableitung verloren geht. Das Verhalten eines solchen Drahtes gegen die Elektrizität ist ganz dasselbe wie das eines in freier Luft erwärmten Drahtes gegen die Wärme; gerade wie bei letzterem ein stationärer Temperaturzustand eintritt, wenn jede Stelle des Stabes soviel Wärme empfängt, als sie abgibt, so tritt hier ein stationärer Potentialzustand auf, wenn jede Stelle des Drahtes in gleichen Zeiten ebensoviel Elektrizität erhält, wie sie abgibt. Ja wir können, um die Ströme an den verschiedenen Stellen des Drahtes zu erhalten, einfach die Gleichung der Wärmeleitung in einem Stabe anwenden, indem wir für die in letztere eingehende Temperatur einfach die elektrische Potentialfunktion einsetzen. Denn ebenso, wie der Wärmestrom der Temperaturdifferenz der benachbarten Schichten, ist der elektrische Strom der Potentialdifferenz proportional, und ebenso, wie die Wärmeabgabe nach außen der Temperatur des Stabes an der betrachteten Stelle, vorausgesetzt, daß die Temperatur der Umgebung gleich null ist, so ist der Elektrizitätsverlust an einer Stelle des Drahtes dem dort vorhandenen Werte der elektrischen Potentialfunktion proportional.

Wir denken uns zwei um die Länge  $dx$  von einander entfernte im Abstände  $x$  von dem Batteriepole befindliche Querschnitte des Drahtes; ist  $V$  die Potentialfunktion des Drahtes an der Stelle  $x$ ,  $k$  die Leitungsfähigkeit,  $q$  der Querschnitt des Drahtes, so fließt durch den Querschnitt  $x$  in der Zeiteinheit die Elektrizitätsmenge

$$i = -kq \frac{dV}{dx}.$$

Ist  $V'$  der Wert der Potentialfunktion an dem um  $dx$  entfernten Querschnitte, so fließt durch diesen in die folgenden Teile des Drahtes

$$i_1 = -kq \frac{dV'}{dx}.$$

Die Differenz der in der Strecke  $dx$  ein- und ausfließenden Elektrizität ist somit

$$i - i_1 = -kq \left( \frac{dV}{dx} - \frac{dV'}{dx} \right) = kq \frac{d^2 V}{dx^2},$$

wenn wir die von  $dV$  verschiedene Änderung  $dV' = dV + d^2 V$  setzen.

Nach Eintritt des stationären Zustandes muss diese Elektrizitätsmenge nach außen aus der Seitenfläche des Drahtes abfließen. Bezeichnen wir demnach mit  $h$  jene *Elektrizitätsmenge*, welche aus der Flächeneinheit der Oberfläche des Drahtes nach außen abfließt, wenn die Potential-

funktion dort den Wert eins hat, so ist die auf der Länge  $dx$ , wo der Wert der Potentialfunktion  $V$  ist, nach außen abfließende Menge

$$hp V dx,$$

wenn  $p$  den Umfang des Drahtes bezeichnet. Damit erhalten wir die Gleichung

$$kq \frac{d^2 V}{dx^2} = hp V dx$$

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = \frac{hp}{kq} V^1),$$

eine Gleichung, welche genau der für die Wärmeleitung S. 281 des dritten Bandes gegebenen entspricht. Gerade wie dort ergibt sich für den Wert der Potentialfunktion an der Stelle  $x$

$$V = A \cdot e^{\sqrt{\frac{hp}{kq}} \cdot x} + B e^{-\sqrt{\frac{hp}{kq}} \cdot x}.$$

Die Potentialfunktion nimmt also auf einem solchen Drahte gerade so ab wie die Temperatur auf einem Stabe. Für die Stärke des Stromes an der Stelle  $x$  erhalten wir:

1) Ebenso erhalten wir auch leicht die Differentialgleichung für den Zustand des Drahtes und die Bewegung der Elektrizität bis sich jener stationäre Zustand hergestellt hat, welche also die vorhin erwähnten Ladungserscheinungen bedingt, wenn wir diese Ausdrücke anstatt auf die Zeiteinheit auf die unendlich kleine Zeit  $dz$  beziehen und dann nicht den Überschufs der in die Länge  $dx$  einfließenden Elektrizität der nach außen abgegebenen gleich setzen, sondern die Differenz der beiden Mengen durch die eintretende Änderung der Potentialfunktion ausdrücken. Ist nämlich der stationäre Zustand noch nicht erreicht, so nimmt in der Zeit  $dz$ , weil die Elektrizitätsmenge

$$\left(kq \frac{d^2 V}{dx^2} - hp V dx\right) dz$$

in demselben bleibt, die Potentialfunktion um den Wert  $dV$  zu. Nennen wir die Kapazität der Längeneinheit des Drahtes  $c$ , so daß die Kapazität des Stückes von der Länge  $dx$  gleich  $cdx$  ist, so ist die der Zunahme  $dV$  der Potentialfunktion auf dem Stücke  $dx$  entsprechende Elektrizitätsmenge  $cdx dV$ . Wir erhalten demnach die Gleichung

$$\left(kq \frac{d^2 V}{dx^2} - hp V dx\right) dz = c dx dV$$

oder

$$kq \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - hp V = c \frac{\partial V}{\partial z},$$

wo wir in den Differentialquotienten das Zeichen  $\partial$  setzen, um anzudeuten, daß bei der Differentiation nach  $x$  die Zeit  $z$  als konstant, dagegen bei derjenigen nach  $z$  die Variable  $x$  als konstant zu betrachten ist. Die erste Änderung bedeutet nämlich die Änderung auf dem Draht für einen gegebenen Moment, die zweite die Änderung mit der Zeit für eine gegebene Stelle des Drahtes.

Diese Gleichung ist bereits von Ohm in seinem früher schon erwähnten Werke „Die galvanische Kette“ auf diese Erscheinungen angewandt, sie ist, wie man sieht, ganz dieselbe wie für die Wärmeleitung in einem Stabe; sie bildet die Grundlage zur Ableitung der vorhin erwähnten Ladungserscheinungen.

$$i = -kq \frac{dV}{dx} = -kq \cdot \sqrt{\frac{hp}{kq}} \left( Ae^{\sqrt{\frac{hp}{kq}} \cdot x} - Be^{-\sqrt{\frac{hp}{kq}} \cdot x} \right).$$

Hat der Draht eine solche Länge, daß an seinem Ende die Potentialfunktion gleich null wird, ohne daß der Draht abgeleitet ist, so wird unz entsprechend wie bei der Gleichung für die Wärmeleitung

$$A = 0 \quad B = E,$$

wenn  $E$  die elektromotorische Kraft der Batterie ist, also der Wert der Potentialfunktion für  $x = 0$ , dann wird somit

$$i = \sqrt{\frac{hp}{kq}} \cdot E e^{-\sqrt{\frac{hp}{kq}} \cdot x}.$$

Mit wachsendem  $x$  muß also die Stärke des Stromes in geometrischer Reihe abnehmen, wenn  $x$  in arithmetischer Reihe zunimmt, für kleine Werte von  $x$  muß die Stärke des Stromes der elektromotorischen Kraft proportional sein.

Dieses Gesetz der Abnahme des Stromes wird man bei den Versuchen nicht bestätigt finden können, da man bei den sehr großen Längen, welche die Drähte zur Beobachtung dieser Ströme haben müssen, keineswegs annehmen kann, daß  $h$  überall denselben Wert hat, und ebenso daß  $p$ ,  $k$ , genau konstant sind.

Die Existenz dieser Ströme und ihre Abnahme mit zunehmenden Werten von  $x$  hat indes Wheatstone<sup>1)</sup> nachgewiesen. Die Versuche wurden an einem 110 engl. Meilen langen Kabel angestellt, welches 6 Kupferdrähte enthielt; jeder war durch einen Guttaperchaüberzug von 0,1 engl. Zoll Dicke isoliert. Die Drähte lagen in einem Kreise von 0,2 Zoll Durchmesser und waren dann noch von einer gemeinsamen Guttaperchahülle von 0,1 Zoll Dicke umgeben. Das Ganze war schließlich mit Eisendrähten umwickelt, welche eine vollständige metallische Hülle bildeten. Das Kabel war aufgewickelt in einem trocknen Brunnen und das eine Ende war in das Beobachtungszimmer geführt. Die Drähte waren mit 1, 2, 3, 4, 5, 6 nummeriert und die Enden im Brunnen mit einem Accent bezeichnet. Die Enden 1'2, 2'3, 3'4, 4'5, 5'6 wurden durch Hilfsdrähte verbunden, so daß der elektrische Strom entweder durch alle sechs hinter einander verbundene Drähte oder durch eine geringere Zahl in gleicher Richtung geführt werden konnte.

Als nun das eine Ende des Drahtes mit dem einen Pole einer Batterie verbunden wurde, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet war, und das andere Ende des Kabels isoliert gelassen wurde, zeigte ein eingeschaltetes Galvanometer sehr bald einen konstanten Strom an. Die Stärke desselben fand ich im Abstände von der Batterie:

1) Wheatstone, Poggend. Ann. Bd. XCVI.



Abstand	Stromstärke	theoretischer Wert
0 Meilen	33,5	33,5
110 „	31	22,9
220 „	25	15,6
330 „	15	10,7
440 „	12	7,3
550 „	5	5
660 „	0	0.

Die letzte Kolumne ist aus den Beobachtungen für  $x = 0$  und  $x = 550$  nach der Gleichung berechnet, welche die Potentialfunktion am Ende des Drahtes als gleich null voraussetzt. Wie es vorauszusehen war, stimmt der beobachtete Gang der Ströme nur wenig mit dem berechneten, derselbe zeigt indes der Theorie entsprechend, daß auch in dem Falle in dem Drahte ein konstanter aber an verschiedenen Stellen verschiedener Strom vorhanden ist.

Letzteres muß auch bei einer langen Leitung der Fall sein, welche, wie es mit unsern Telegraphenleitungen der Fall ist, am andern Ende zur Erde abgeleitet ist, und von welcher sei es in die Luft, sei es über die Stützen weg eine Ableitung stattfindet. Der Gang der Potentialfunktion in einem solchen Draht ergibt sich aus der vorhin abgeleiteten allgemeinen Gleichung für  $V$ , indem für  $x = 0$  der Wert von  $V$  gleich der Potentialfunktion am Pol der Batterie, also  $E$  eingesetzt wird und für  $x = l$  auch ohne daß  $l$  gleich unendlich gesetzt wird  $V_l = 0$ . Die Konstanten  $A$  und  $B$  bestimmen sich demnach durch die Gleichungen

$$E = A + B$$

$$V_l = A e^{a l} + B e^{-a l} = 0$$

wenn der Kürze wegen  $\sqrt{\frac{hp}{kq}} = a$  gesetzt wird,

$$A = E \frac{e^{-a l}}{e^{-a l} - e^{a l}} \quad B = -E \frac{e^{a l}}{e^{-a l} - e^{a l}}$$

$$V = E \frac{e^{-a(t-x)} - e^{a(t-x)}}{e^{-a l} - e^{a l}}$$

$$i = -kq \frac{dV}{dx} = akq E \frac{e^{-a(t-x)} + e^{a(t-x)}}{e^{a l} - e^{-a l}}$$

Diese Gleichung entspricht annähernd dem Gange der Ströme in einer längern Telegraphenleitung, sie würde die Ströme genau darstellen, wenn an allen Stellen der Leitung die Größen  $h$ ,  $p$ ,  $k$ ,  $q$  genau dieselben wären, was besonders für  $h$  wohl niemals zutrifft.

### §. 83.

**Widerstandseinheiten, Rheostaten und Rheochorde.** Die Intensität des Stromes in geschlossenen Stromleitern hängt nach dem Ohmschen Gesetze ab von der Größe der elektromotorischen Kraft und der Größe des Widerstandes, welchen der Stromkreis dem Strome entgegengesetzt. Letzterer hängt ab von der Länge des Schließungskreises, dem Querschnitte des

ben und von der specifischen Leitungsfähigkeit oder dem reciproken Theile derselben, dem specifischen Leitungswiderstande. Um daher die Größe eines Stromes im voraus bestimmen zu können, müssen wir sowohl die Größe der elektromotorischen Kraft der zur Stromerzeugung benutzten Zelle als auch die Größe des Widerstandes im Schließungskreise bestimmen können.

Wir suchen zunächst den Widerstand oder die Leitungsfähigkeit der Stromkreise zu bestimmen; da wir die Abhängigkeit von den Dimensionen des Schließungskreises bereits kennen, haben wir nur noch das specifische Leitungsvermögen der verschiedenen Substanzen aufzusuchen. Die Leitungsfähigkeit oder den Leitungswiderstand eines Körpers kann man entweder nach absolutem oder relativem Maße bestimmen. Gehen wir von dem Ohmschen Gesetze zu Grunde liegenden Gleichung aus

$$e = \mp kq \frac{dV}{dx},$$

ergibt sich für einen Leiter, dessen Querschnitt  $q = 1$ , wenn weiter

$$\frac{dV}{dx} = 1,$$

$$e = \pm k,$$

Leitungsfähigkeit ist also jene positive und nach entgegengesetzter Richtung fließende negative Elektricität, welche in der Zeiteinheit durch Querschnitteinheit des Leiters fließt, wenn das Potentialgefälle gleich 1 ist. Hiernach hängt die Einheit der Leitungsfähigkeit ab von den gewählten Einheiten des Potentialgefälles und der im Stromkreise fließenden Elektricität. Würden wir die Elektricitätsmenge in dem §. 31 definierten elektrostatischen Maße messen und dem entsprechend die Potentialfunktion in mechanischem Maße (§. 39) messen, so würde die Einheit von  $k$  ebenfalls in absolutem mechanischem oder elektrostatischem Maße gemeßen sein. Wir werden im letzten Kapitel sehen, wie wir zu dieser absoluten Einheit des Leitungsvermögens gelangen können, nach welcher eine Substanz das Leitungsvermögen eins hat, in welcher die Einheit der Kraft in der Zeiteinheit die Menge eins der positiven Elektricität hervorruft, die einer, die gleiche Menge entgegengesetzter Elektricität nach der entgegengesetzten Richtung treibt.

Wir werden dort gleichzeitig noch zwei andere, ebenso wie die eben definierte, zuerst von W. Weber eingeführte absolute Einheiten des Widerstandes kennen lernen, die auf andern absoluten Mäßen der Stromstärke und der elektromotorischen Kraft, aber immer auf der Definition beruhen, daß ein Leiter den Widerstand eins hat, wenn die Einheit der elektromotorischen Kraft in ihm die Stromstärke eins hervorruft. Daß diese Definition der obigen gleich ist, erkennt man sofort, wenn man für einen homogenen Leiter, wie im §. 79, für das Gefälle der Potentialfunktion den Wert einsetzt

$$\frac{dV}{dx} = - \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{l},$$

ist

$$e = \pm kq \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{l}.$$

Setzen wir  $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 1$ , so wird  $c = 1$ , wenn

$$k \frac{q}{l} = 1,$$

ist gleichzeitig  $q = 1$ ,  $l = 1$ , so wird auch  $k = 1$ .

Von den von Weber eingeführten Einheiten ist die auf das genannte absolute elektromagnetische Maß gegründete vor jetzt 20 Jahren von der British Association for the advancement of science in die Praxis eingeführt worden. Dieselbe schlug vor, als Widerstandseinheit einen Widerstand zu wählen, welcher gleich 10 000 Milli-Weberscher absoluter elektromagnetischer Einheiten sei, und welche den Namen Ohm gab. Die British Association liefs nach dieser Einheit Etalons anfertigen, welche von derselben zu beziehen waren<sup>1)</sup>. Es sich indess später herausgestellt, daß das englische Ohm etwas zu ausgefallen war.

Der Vorschlag der British Association, 10 000 Millionen Weber elektromagnetischer Widerstandseinheiten als praktische Einheit zu führen, ist indess im Jahre 1881 auf dem Pariser Elektriker-Kongress allgemein angenommen und als Ohm, dem Entdecker des Ohmschen Gesetzes zu Ehren, bezeichnet worden. Wie der Widerstand zu bestimmen ist, werden wir im letzten Kapitel sehen, wie er praktisch festgestellt wird, werden wir sofort sehen.

Wenn man den Widerstand nach relativem Maße bestimmt, so man den Widerstand eines Drahtes eines bestimmten Metalles einer bestimmten Länge und eines bestimmten Querschnitts gleich eins, und gleicht mit diesem die zu messenden Widerstände. Von den drei zusammenhängenden Größen, Stromstärke, Widerstand und elektromotorische Kraft wird damit, wenn die erste gegeben ist, die zweite willkürlich festgesetzt, und aus diesen ergibt sich als abgeleitete die Einheit der elektromotorischen Kraft. Welchen Draht man dabei als Einheit wählt, ist vom theoretischen Standpunkte ganz gleichgültig, man hat sich nur von praktischen Rücksichten leiten zu lassen, nämlich eine Einheit zu wählen, welche überall leicht wieder zu finden ist, und welche den Gebrauch, durch Aussetzen an der Luft und durch andere Umstände nicht leicht geändert wird.

Es sind zu dem Ende verschiedene Vorschläge gemacht worden, denen der Jacobis lange Zeit die weiteste Annahme gefunden hat. Er schlug vor, die Leitungsfähigkeit eines cylindrischen Kupferdrahtes 1 m Länge und 1 mm Durchmesser als Einheit zu wählen. Später hat sich herausgestellt, daß dieses Maß nicht vergleichbar hergestellt werden kann, da sehr geringe Verunreinigungen des Kupfers, und selbst verschiedene Härte des Drahtes den Widerstand des gewählten Etalons ändern. Es würden daher nur Etalons aus demselben Kupfer und demselben Verfertiger dargestellt vergleichbar sein, und deshalb (s. Jacobi<sup>2)</sup>) einen bestimmten Draht an verschiedene Physiker mit der

1) Poggend. Ann. Bd. CXXIV. S. 641. *Flemming-Jenkin*, Poggend. Bd. CXXVI.

2) *Jacobi*. Man sehe Webers Elektrodynamische Maßbestimmungen, besondere Widerstandsmessungen.

derung, einen diesem gleichen oder vielmehr aus diesem für 1 m Kupferdraht von 1 mm Durchmesser berechneten Widerstand als Einheit zu nehmen. Es wurden darauf hin die nach diesem Originalmaße in Leipzig gefertigten Etalons, wenigstens in Deutschland, als Einheit angewandt. Aber zeigte sich indes, daß auch diese Etalons verschiedene Werte haben können, und deshalb hat Siemens<sup>1)</sup> vorgeschlagen, als Etalon das von früher von Pouillet<sup>2)</sup> angewandte Quecksilber zu wählen, und als Einheit des Widerstandes den Widerstand eines Quecksilberprismas von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt zu nehmen. Als Vorzug dieses Maßes giebt Siemens die leichte Reproduzierbarkeit an, da man leicht Quecksilber in hinreichender Menge und größter Reinheit erhalten kann, überdies sehr geringe Verunreinigungen den Widerstand des Quecksilbers bedeutend weniger verändern als den eines anderen Metalles, und bei einem solchen Quecksilberetalon niemals infolge verschiedener Molekularstruktur wie bei den festen Körpern eine Verschiedenheit der Leitungsfähigkeit eintreten kann. Das Siemenssche Maß wurde auch bald gemein angenommen und bis zum Jahre 1881 ziemlich allgemein angewandt. In Neusilberdraht, welcher zu einer Rolle gewickelt ist, reproduzierte mit großer Sorgfalt hergestellte Etalons der Quecksilbereinheit sind von Siemens und Halske zu beziehen. Wir werden sehen, daß man in der praktischen Verwendung des Ohm mit der größten Sorgfalt gesucht hat, den Widerstand der Quecksilbereinheit als Bruchteil des theoretischen Ohm zu bestimmen. Die Resultate stimmen noch nicht vollständig überein, man hat sich indes bis auf weiteres dahin geeinigt, die Siemenssche Einheit gleich 0,9434 Ohm oder das Ohm gleich 1,06 Siemenssche oder Quecksilbereinheit zu setzen.

Andere haben als Einheit der Leitungsfähigkeit oder des Widerstandes das Silber vorgeschlagen und angewandt, welches vor dem Kupfer den Vorzug hat, daß es die am besten leitende Substanz ist, welche man bisher kennt, so daß also auf Silber bezogen alle übrigen die Leitungsfähigkeit oder den Widerstand ausdrückende Zahlen kleiner oder größer als die gewählte Einheit sind. Zugleich sind nach den Versuchen von Langsdorf<sup>3)</sup> Drähte aus chemisch reinem Silber auf folgende Weise immer von gleichem Widerstande zu erhalten. Das chemisch reine gemolzene Silber wird in einen Stift ausgegossen und dann im Ziehheisen Draht ausgezogen. Vor jedem neuen Ziehen und nach dem letzten Ziehen, welches zweimal durch dasselbe Loch zu geschehen hat, wird der Draht mehrfach ausgeglüht und zuletzt der glühende Draht recht gleichmäßig in kaltes Wasser getaucht. Das Silber hat, so behandelt, ein spezifisches Gewicht von 10,429.

Später ist von Matthiessen<sup>4)</sup> eine Legierung von zwei Gewichtsteilen Gold und einem Gewichtsteil Silber vorgeschlagen worden, und als Vorzug

1) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CX. In dieser Abhandlung giebt Siemens gleichzeitig ausführlich das Verfahren zur Herstellung von Quecksilberetalons an. Siehe auch *Dehms*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI.

2) *Pouillet*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII.

3) *Langsdorf*, Liebigs Annalen. Bd. LXXXV. Man sehe *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I. §. 182. 2. Aufl.

4) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CXXV.

angeführt, daß, wenn man nur käuflich reines Gold und reines Silber nimmt, der Widerstand der Legierung fast genau derselbe ist, wie sich Matthiessen durch Messung an acht Drähten, welche an den verschiedensten Orten hergestellt waren, überzeugete. Matthiessen hat indessen seinen Vorschlag zu Gunsten der von der British Association vorgeschlagenen Einheit später fallen lassen.

Wir wenden zunächst die Siemenssche Quecksilbereinheit an, welche wir nach der vorhin gemachten Angabe durch Multiplikation mit 0,9434 immer auf das Ohm umrechnen können. Bemerken wollen wir hier in Bezug auf die verschiedenen Einheiten nur, daß zwischen denselben folgende Beziehungen bestehen:

1 m Silberdraht					
von 1 mm Durchmesser ist gleich	0,02147	Siemens	=	0,02025	Ohm <sup>1)</sup>
Jacobis Etalon	"	"	0,5745	"	= 0,542 "
Ohm d. British Association	"	"	1,0482	"	= 0,9853 "

Die Messungen zur Darstellung des Ohm in einer Quecksilberlänge werden wir, wie schon erwähnt wurde, im letzten Kapitel besprechen. Infolge der Einführung der Quecksilbereinheit werden wir die spezifischen Leitungsfähigkeiten  $k$  auf Quecksilber als eins beziehen, so daß die reciproken Werte der Leitungsfähigkeiten den Widerstand eines Drahtes der betreffenden Substanz von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt in der Quecksilbereinheit bedeuten.

Wir haben hiernach die elektrische Leitungsfähigkeit der Körper mit derjenigen des Quecksilbers zu vergleichen, das heißt also den Widerstand eines Drahtes der betreffenden Substanz von bekannter Länge und bekanntem Querschnitt als Bruchteil oder Vielfaches der Siemensschen Einheit auszudrücken. Die Multiplikation der so gefundenen Zahl mit dem Querschnitt des Drahtes und die Division durch die Länge desselben giebt uns nach der Gleichung

$$r \frac{l}{q} = \frac{1}{k} \frac{l}{q} = u$$

den spezifischen Leitungswiderstand, dessen reciproker Wert die spezifische Leitungsfähigkeit, jene des Quecksilbers gleich eins gesetzt. Die direkte Vergleichung mit einem Siemensschen Etalon läßt sich nicht immer durchführen, man hat daher Rheostaten konstruirt, deren Widerstand man zwischen ziemlich weiten Grenzen variiren kann, die man nach der Quecksilbereinheit graduirt, und mit denen dann die zu untersuchenden Drähte verglichen werden.

Den ungefähr gleichzeitig von Wheatstone<sup>3)</sup> und Jacobi<sup>4)</sup> konstruirten Rheostaten zeigt Fig. 142. Auf eine Rolle von gedörrtem Holz oder

1) Nach Matthiessen. Poggend. Bd. BXXV S. 497.

2) Nach W. Webers Bestimmung in der Abhandlung zur Galvanometrie. Abhandl. der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften Bd. X.

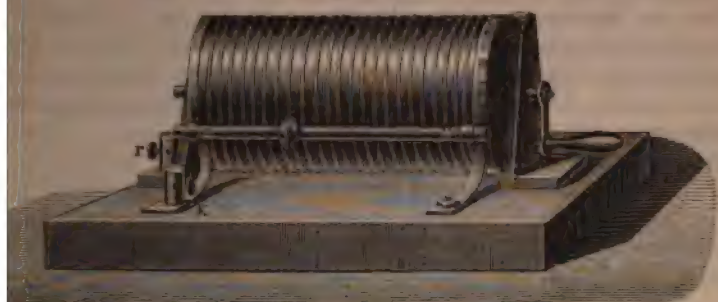
3) Wheatstone, Philosophical Transactions for 1843. Poggend. Ann. Bd. LXII.

4) Jacobi, Poggend. Ann. Bd. LIV u. LIX.



oder Serpentin ist ein feiner möglichst gleichmäßig dicker Neusilberdraht spiralförmig gewickelt. Das eine Ende des Drahtes an der Walze, an welcher die Kurbel angesetzt ist, ist in der nicht-elen Substanz der Rolle befestigt, das andere an die metallische Axe

Fig. 143.



gelötet. Die Axe der Rolle liegt in Zapfenlagern von Messing, vergoldet sind. Auf dem Fußbrette des Apparates ist ein Messingstäbchen *ss* an Federn befestigt, welches ein auf demselben verschiebbares Rädchen von Messing trägt. Der Rand des Messingrädchens ist eingekeult, so daß der Draht des Rheostaten gerade in die Kerbe hineinragt. Die Federn, welche das Stäbchen tragen, drücken das Rädchen fest gegen den auf der Walze befindlichen Draht. Wird die Walze nach der einen Seite gedreht, so wird das Rädchen, indem es den Windungen des Drahtes folgt, nach rechts hin geschoben, wird die Walze entgegengesetzt gedreht, so wird das Rädchen nach der anderen Seite geschoben.

Mit dem Messingstäbchen *ss* ist eine Klemmschraube *k* zur Aufnahme des Leitungsdrahtes in leitender Verbindung, und die zweite Klemmschraube *r*, welche den zur Fortleitung des Stromes dienenden Draht aufnimmt, ist mit dem metallischen Zapfenlager der Walze und so mit dem einen Ende der gelöteten Neusilberdrähte in Verbindung.

Wird der Apparat in den Stromkreis eingeschaltet, so daß der Strom etwa bei *k* eintritt, so geht er von da zu dem Messingrädchen, dann auf den Draht des Rheostaten über, durchläuft die Windungen von der Stelle an, welche mit dem Rädchen in Berührung ist, bis zum an der Axe der Walze angelöteten Ende, geht von der Axe der Walze durch das Zapfenlager zu der zweiten Klemmschraube *r* und fließt weiter im Stromkreise.

Indem man das Rädchen an der Walze durch Drehung derselben verschiebt, schaltet man mehr oder weniger große Strecken des Neusilberdrahtes in den Stromkreis ein. Um diese Strecken nach Windungen und nach der Zahl der Windungen leicht zählen zu können, ist zunächst auf dem Messingstäbchen eine den Windungen des Drahtes entsprechende Teilung angebracht, welche die einzelnen in den Stromkreis eingeschalteten Windungen zählt; der Nullpunkt der Teilung befindet sich deshalb an dem einen Ende des Stäbchens, welches dem an die Axe der Walze gelöteten Drahtende zunächst ist. Um die Bruchteile der eingeschalteten Windungen zu

bestimmen, ist auf dem einen Rande der Walze eine Teilung, und auf dem Zapfenlager ein nonienartiger Index angebracht.

Dieser Apparat erfüllt somit seinen Zweck, in den Stromkreis beliebige bekannte Widerstände einzuschalten, auf die einfachste Weise; er hat indes mehrere Mängel, welche eine sehr große Genauigkeit mit ihm zu erreichen nicht gestatten. Der hauptsächlichste Fehler ist der, daß der Kontakt des Rädchen und des Drahtes auch bei der größten Vorsicht nicht an allen Stellen genau derselbe sein kann, so daß der Übergang des Stromes von dem Rädchen auf den Draht des Rheostaten nicht überall mit der gleichen Leichtigkeit erfolgt. Es kommt dadurch bei Anwendung des Apparates ein variabler Widerstand in den Stromkreis, der um so schlimmer ist, da man die Größe desselben gar nicht bestimmen kann.

Zu genauen Messungen ist der Rheochord von Poggendorff<sup>1)</sup>, besonders in der ihm von Wiedemann<sup>2)</sup> gegebenen Einrichtung geeignet. Die Wiedemannsche Einrichtung desselben zeigt Fig. 143. Zwei feine Platindrähte *a* und *b* sind auf dem Brette parallel neben einander ausgespannt;

Fig. 143.



sie gehen bei *c*, *d*, *e* und *f* über kupferne Lager. An die Lager *e* und *d* sind sie durch aufgeschraubte kupferne Platten fest angedrückt. Jenseits der beiden Lager *e* und *f* sind an die Drähte seidene Schnüre angeknüpft, welche über die Rollen *g* geführt sind und an welchen die die Drähte spannenden Gewichte befestigt sind. Auch auf diese Lager werden zur Festlegung der Drähte kupferne Platten aufgeschraubt. Die Lager *c* und *d* tragen die Klemmschrauben zur Einschaltung des Apparates in den Stromkreis.

Den Drähten parallel ist auf einem Brette ein in Millimeter geteilter Maßstab befestigt, an welchem der mit einem Nonius versehene Schieber sich bewegen läßt. Dieser Schieber trägt nach der von Neumann angegebenen Einrichtung einen Kasten von Eisenblech, dessen den Lagern zugewandte Wände aus parallelen Glasplatten bestehen, in welchen sich Löcher befinden, so daß eben die Drähte durch sie hindurchgehen können. Der Kasten wird mit Quecksilber gefüllt. Wenn der Apparat in den Stromkreis eingeschaltet wird, so geht der Strom durch den einen Draht bis zu dem Quecksilberkasten durch das Quecksilber zu dem andern Draht und von diesem in den Stromkreis weiter. Verschiebt man also den Kasten auf den

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LIII.

2) Wiedemann, Galvanismus Bd. I. §. 159. 2. Aufl. Andere Formen des Rheochordes sehe man: E. du Bois-Reymond, Abhandlungen der Berliner Akademie aus dem Jahre 1862.

so schaltet man dadurch verschiedene, an der Teilung genau bare Längen von Platindraht ein.

den Widerstand des Rheostaten zu vergrößern, spannte Poggen-  
 hrere solche Drahtsysteme neben einander auf, welche dann hinter  
 eingeschaltet werden, indem man direkt den zweiten Draht mit  
 ten verbindet und die stromleitenden Drähte an den ersten und  
 Draht anbringt.

dere ebenfalls zu genauen Messungen geeignete Rheostaten, in  
 anstatt der Drähte Quecksilbersäulen benutzt werden, haben  
 und Müller<sup>2)</sup> in Wesel konstruiert.

den meisten Versuchen sehr bequem als Rheostaten zu verwenden  
 Widerstandskästen von Siemens Fig. 144. Auf einer Ebonitplatte,

Fig. 144



den Deckel eines Kastens *K* bildet, sind in zwei parallelen Reihen  
 zahl kleiner Platten von dickem Messingblech so neben einander  
 daß sie sich nicht berühren. Die an der gleichen einen Seite  
 tens liegenden Endplatten tragen Klemmschrauben *k*, durch welche  
 arat in den Stromkreis eingeschaltet werden kann, die Endplatten  
 ern Seite sind durch einen dicken Messingstreifen verbunden. Die  
 stromkreis einzuschaltenden Widerstände befinden sich in dem Kasten,  
 eben aus Spiralen von Neusilberdraht. Dieselben sind aus zwei  
 mit einer isolierenden Hülle versehenen Drähten gewunden, so  
 beiden Drähte parallel neben einander liegen. Die Enden der  
 sind mit einander verlötet, so daß ein in den Anfang des einen  
 eintretender Strom erst den einen Draht bis zum Ende durch-  
 ert in das Ende des zweiten Drahtes übertritt, und nun die Spi-  
 entgegengesetzten Sinne bis zum Anfang des zweiten Drahtes  
 ift, der so das zweite Ende der ganzen Wicklung bildet. Diese  
 der Wicklung sind an dicke Kupferdrähte gelötet, welche zu den  
 platten auf dem Deckel führen. Ist das eine Ende der Wicklung  
 die Klemme *k* tragenden Messingplatte verbunden, so ist das  
 Ende mit der neben derselben liegenden Messingplatte verbunden.

Jacobi, Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.

Müller, Programm des Gymnasiums zu Wesel 1857. Wiedemann, Elek-  
 tre Bd. I S. 433.



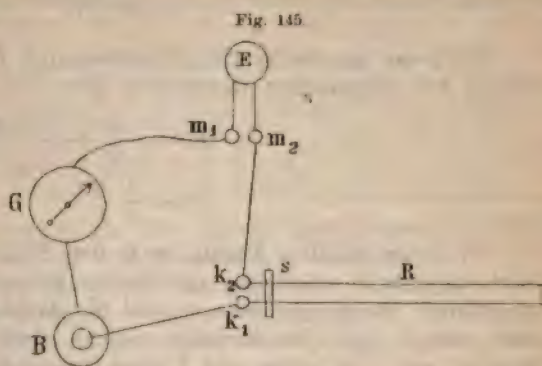
Das eine Ende der zweiten ebenso gewickelten Spirale ist mit dieser selben zweiten Platte, das andere mit der daneben liegenden dritten Platte verbunden und so fort. Würde der Apparat so in den Stromkreis eingeschaltet werden, so müßte der Strom nach und nach alle Spiralen durchlaufen. Um indes beliebige der Spiralen ausschalten zu können, haben die Messingplatten, an denen die Enden der Spiralen angebracht sind, auf den einander zugewandten Seitenflächen halbkreisförmige und schwach konisch ausgearbeitete Ausschnitte, so daß je zwei solcher in den neben einander liegenden Platten angebrachte Ausschnitte einen Hohlkegel bilden. In diese Hohlkegel passen mit starker Reibung konische Stöpsel. Wird ein solcher Stöpsel eingesetzt, so geht der Strom direkt von einer Messingplatte zu der neben liegenden, ohne die Spirale, welche im Innern des Kastens die beiden Messingplatten verbindet, zu durchlaufen. Sind alle Löcher gestöpselt, so geht der Strom lediglich durch die dicken mittels der Stöpsel leitend verbundenen Messingplatten, welche demselben nur einen geringen Widerstand entgegensetzen. Wird einer der Stöpsel gezogen, so wird außerdem der zwischen den entsprechenden Platten befindliche Widerstand durchlaufen. Man kann somit durch Ziehen der Stöpsel beliebige der im Kasten vorhandenen Widerstände einschalten. Die Widerstände in den Kasten sind nach Quecksilbereinheiten oder auch neuerdings nach Ohms ausgeglichen.

Die Widerstände zwischen den Klemmen sind wie die Gewichtssätze eingeteilt, sie fangen an der Klemme  $k$  mit 0,1 an, dann folgen 0, 2, nochmals 0,2, weiter 0, 5, 1, 1, 2, 5 und gehen, wenn 16 Spiralen im Kasten sind, in dieser Weise bis 500, oder wenn 20 im Kasten sind, bis 5000. Mit einem Kasten, der 20 Spiralen in der angegebenen Weise angeordnet enthält, würde man von Zehntel zu Zehntel fortschreitend alle Widerstände zwischen 0,1 und 10 000 Einheiten darstellen können. Andere Kästen sind kleiner. Wir werden sehen, daß diese Kästen in den meisten Versuchen die Rheostaten oder Rheochorde ersetzen können. Dieselben sind von Siemens und Halske in Berlin, ebenso wie die durch Neusilberdraht hergestellten Etalons zu beziehen.

Die Methode zur Prüfung der Widerstandskästen, ob also die verschiedenen Widerstände den auf den Kästen angegebenen Zahlenverhältnissen entsprechen und ob sie in der richtigen Einheit angegeben sind, sind die gleichen wie zur Messung der Widerstände überhaupt, sie ergeben sich aus den in den nächsten Paragraphen zu besprechenden Methoden.

Für die Rheostaten kann man nicht von vornherein sicher sein, daß der Widerstand der Drühte an allen Stellen derselbe ist, man muß sie daher vor dem Gebrauche zu Widerstandsmessungen erst nach dem gewählten Etalon graduieren. Auch die hierzu erforderlichen Methoden werden die nachher zu besprechenden Untersuchungen ergeben, wir deuten daher hier nur kurz eine Methode an, welche direkt die einzelnen Teile des Rheochorddrahtes mit dem Etalon vergleicht. Das Schema dieser Methode zeigt Fig. 145. Man schaltet in den Stromkreis eines konstanten Elementes  $B$  ein Galvanometer  $G$  von großer Empfindlichkeit, den Etalon  $E$  und den Rheochord ein, dessen Schieber  $s$  zunächst auf dem Nullpunkt der Teilung steht. Die Enden des Etalons sind in zwei Quecksilbernäpfchen getaucht,  $m_1$  und  $m_2$ , in deren erstes auch die vom Galvanometer her-

kommende Leitung, in deren zweites die zum Rheochord führende Leitung  $m_1, k_2$  eintaucht. Man beobachtet im Galvanometer die Stromstärke. Darauf schaltet man, indem man das Ende des zu  $k_2$  führenden Drahtes aus dem Näpfchen  $m_2$  in das Näpfchen  $m_1$  hinüberlegt, ohne sonst am Stromkreise das Geringste zu ändern, den Etalon aus demselben aus, und schaltet durch Verschiebung des Schiebers im Rheochord oder durch Drehung der Walze am Rheostaten, eine solche Drahtlänge ein, daß die Stromstärke wieder genau dieselbe ist wie vorher. Vorausgesetzt, daß die elektromotorische Kraft des Elementes sich nicht geändert hat, ist der Widerstand der eingeschalteten Drahtlänge genau derselbe wie jener des Etalons. Um sich zu verwissern, daß die elektromotorische Kraft dieselbe geblieben ist, wird am der Rheostat wieder auf 0 gestellt und neuerdings der Etalon eingeschaltet. Die Stromstärke muß ganz dieselbe sein wie bei dem ersten Versuche.



Man schaltet dann, während im übrigen die Anordnung wie bei dem ersten Versuche ist, irgend ein Stück des Rheostaten, das indes kleiner sein soll als das eben für den Widerstand des Etalons erhaltene, in den Stromkreis ein und beobachtet die Stromstärke. Darauf schaltet man wieder den Etalon aus und statt dessen ein so großes Stück des Rheostatdrahtes wieder ein, daß die Stromstärke wieder dieselbe ist. Findet man, an welchem Punkte des Rheostatdrahtes man bei ferneren Versuchen auch ausgeht, immer die gleiche Länge des Drahtes dem Widerstande des Etalons gleich, so ist der Rheostatdraht an allen Punkten gleich und der Widerstand eines eingeschalteten Teiles der Länge desselben proportional. War die Länge  $c$  dem Etalonwiderstande gleich, so ist bei Einschaltung einer Länge  $l$  der Widerstand derselben  $\frac{1}{c} l$ .

Findet man dagegen bei diesen Versuchen verschiedene Werte  $c$ , wenn man von verschiedenen Punkten des Rheostaten ausgeht, so muß man sich für die Widerstände der verschiedenen Stücke eine Tabelle entwerfen, ähnlich wie bei einem Thermometer, dessen Rohr nicht genau cylindrisch ist.

#### §. 84.

##### Widerstandsmessungen durch Beobachtung von Stromstärken.

Am Schlusse des vorigen Paragraphen angegebene Verfahren zur Graduirung eines Rheostaten kann unmittelbar nach Graduirung desselben auch dienen, den Widerstand von Drähten zu messen, der nicht größer ist als derjenige des zu Gebote stehenden Rheostaten. Man schaltet anstatt des Etalons den zu untersuchenden Draht ein und verfährt genau



wie angegeben ist. Bezeichnen wir mit  $R$  den gesuchten Widerstand des Drahtes, mit  $l$  die Länge des Rheostatdrahtes, welche denselben ersetzt, so ist in den gewählten Einheiten

$$R = \frac{1}{c} l.$$

Ist  $r$  der spezifische Leitungswiderstand,  $L$  die Länge,  $Q$  der Querschnitt des untersuchten Drahtes, so ist

$$R = r \frac{L}{Q} = \frac{l}{c}$$

$$r = \frac{l}{c} \frac{Q}{L}.$$

War der benutzte Etalon nach der Siemensschen Einheit reproduziert, so giebt  $r$  sofort den spezifischen Leitungswiderstand bezogen auf Quecksilber gleich eins, denn  $r$  giebt die Anzahl Meter einer Quecksilbersäule von 1 qmm Durchschnitt, welche einen Draht des untersuchten Metalles von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt ersetzt. Entsprach der Etalon dagegen einer Länge  $\lambda$  einer Quecksilbersäule vom Querschnitt  $q$ , so ist in der gewählten Einheit

$$c = \frac{\lambda}{q}$$

und der spezifische Leitungswiderstand der Substanz bezogen auf Quecksilber gleich 1 wird

$$r = \sigma \frac{l}{\lambda} \frac{Q}{L}.$$

Der reciproke Wert von  $r$  ist die spezifische Leitungsfähigkeit der untersuchten Substanz, jene des Quecksilbers gleich 1 gesetzt.

Nach dieser Methode hat Ohm<sup>1)</sup> für eine Reihe von Substanzen die Leitungsfähigkeiten bestimmt.

Eine etwas davon verschiedene und zwar einfachere Methode wandte Lenz<sup>2)</sup> an. Man beobachtet die Stromstärke, wenn der Stromkreis in irgend welcher Weise geschlossen und der auf den Nullpunkt eingestellte Rheostat und eine Tangentenbussole eingeschaltet ist. Sei dieselbe gleich  $J$ , so ist, wenn  $E$  die elektromotorische Kraft und  $W$  der Widerstand ist,

$$J = \frac{E}{W}.$$

Man schaltet eine Länge  $l$  des Rheostatdrahtes ein und beobachtet die Stromstärke  $J'$ ; der Widerstand der Länge  $l$  ist in unserer Einheit ausgedrückt  $\frac{l}{c}$ , demnach ist

$$J' = \frac{E}{W + \frac{l}{c}}$$

Aus diesen beiden Beobachtungen folgt

$$W = \frac{l}{c} \frac{J'}{J - J'}.$$

1) Ohm, Schweiggers Journal Bd. XI, VI. 1826.

2) Lenz, Poggend. Ann. Bd. XXXIV und Bd. XLV.

man auf diese Weise  $W$  bestimmt, so hat man nur den Rheostaten auf 0 zu stellen und ohne sonst am Schließungskreise etwas zu lernen, den zu untersuchenden Draht einzuschalten und wieder die Stromstärke zu messen. Ist der Widerstand des zu untersuchenden Drahtes  $R$ , ist

$$J'' = \frac{E}{W + R};$$

der ersten Beobachtung kombiniert wird

$$R = W \frac{J - J''}{J''} = \frac{1}{c} \frac{J'}{J''} \frac{J - J''}{J - J''}.$$

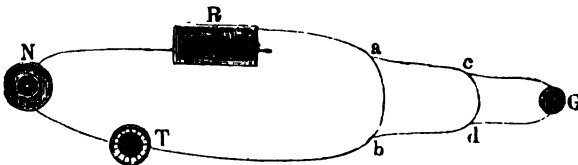
Wie man sieht, hat man so für jede Bestimmung, nachdem der Wert  $n$   $W$  einmal erhalten ist, nur eine Beobachtung zu machen.

Die Methode von Lenz ist jedoch keiner großen Genauigkeit fähig, die elektromotorische Kraft  $E$  und der Widerstand  $W$  als konstant vorausgesetzt werden; dieselben ändern sich, wie wir sehen werden, auch in den konstanten Elementen.

Eine ebenfalls wie die Lenzsche auf Messung der Stromstärke beruhende Methode hat Bosscha angegeben, welche Schröder van der Kolk<sup>1)</sup> einer großen Anzahl Messungen und besonders zur Vergleichung der Widerstände mehrerer Etalons benutzt hat.

Die Methode beruht auf folgendem Princip. Man teilt einen Strom in zwei Zweige bei  $b$  Fig. 146, welche sich bei  $a$  wieder vereinigen. In

Fig. 146.



dem ungeteilten Stromkreis ist eine Tangentenbussole  $T$  eingeschaltet und ein Rheostat  $R$ . Ist im Zweige  $ab$  der Widerstand gleich  $w$ , in  $bdca$  gleich  $w_1$ , so verhalten sich die Stromstärken in den beiden Zweigen

$$i : i_1 = w_1 : w.$$

Wenn nun ist

$$i_1 = (i_1 + i) \frac{w}{w + w_1} = J \frac{w}{w + w_1},$$

so kann wir mit  $J = i_1 + i$  die Stromstärke in dem ungeteilten Stromkreise, welcher die Tangentenbussole enthält, bezeichnen.

Schaltet man in den Zweig  $bdca$  einen Widerstand  $r$  ein, so wird, wenn  $J$  dasselbe bleibt,  $i_1$  abnehmen. Verstärkt man aber durch Einschaltung eines Widerstandes in dem ungeteilten Stromkreise die Stromstärke, so kann man bewirken, daß in dem Zweige trotz Einschaltung von  $r$  die Stromstärke wieder die frühere ist. Sei das der Fall, wenn

1) Schröder van der Kolk, Poggend. Ann. Bd. CX.

in dem ungetheilten Kreise die Stromstärke  $J_1$  geworden ist; dann besteht zwischen  $i_1$  und  $J_1$  die Beziehung

$$i_1 = \frac{w}{w + w_1 + r} \cdot J_1.$$

Aus diesem und dem vorigen Werte von  $i_1$  folgt

$$\frac{r}{w + w_1} = \frac{J_1}{J} - 1 = \frac{J_1 - J}{J}.$$

Schaltet man einen anderen Widerstand  $r_1$  anstatt  $r$  ein, und ist bei einer Stromstärke  $J_2$  in dem ungetheilten Kreise diejenige im Zweige  $b d c a$  wieder gleich  $i_1$ , so ist jetzt

$$i_1 = \frac{w}{w + w_1 + r_1} \cdot J_2.$$

Hiernach und aus dem zuerst gefundenen Werte von  $i_1$  hat man

$$\frac{r_1}{w + w_1} = \frac{J_2 - J}{J}.$$

Aus den beiden Werten für  $r$  und  $r_1$  erhalten wir dann für das Verhältniß derselben

$$\frac{r_1}{r} = \frac{J_2 - J}{J_1 - J}.$$

Ist demnach  $r$  ein Etalondraht, so ist hierdurch sofort der Widerstand von  $r_1$  in den gewählten Einheiten gegeben; vertauscht man  $r_1$  mit anderen Drähten  $r_2 \dots$ , so liefert jede neue Beobachtung den Widerstand eines Drahtes.

Die Methode ist um so genauer, je größer die Differenzen  $J_2 - J$  sind, da die unvermeidlichen Beobachtungsfehler dann einen um so kleineren Einfluß haben. Dieser Unterschied ist um so größer, je größer  $r_1$  im Verhältniß zu  $w_1$  ist; da aber in diesem Zweige sich immer ein empfindliches Galvanometer befinden muß, so kann der Widerstand  $r_1$  nicht sehr klein sein, deshalb ist in dieser Form die Methode nur bei der Messung bedeutender Widerstände einer großen Genauigkeit fähig. Diesen Übelstand hat Schröder van der Kolk in sehr einfacher Weise dadurch beseitigt, daß er das Galvanometer nicht in dem Zweige  $b d c a$ , sondern in einer an diesem Stromzweige angebrachten Zweigleitung  $d g c$  aufstellte.

Auch dann folgt aus der Gleichheit der Ablenkung der Galvanometernadel in  $G$ , daß die Stromstärke in dem Zweige  $b d c a$  dieselbe ist; das Galvanometer vermehrt dann aber den Widerstand  $w_1$  nicht, sondern es vermindert ihn, gerade so, als wenn der Querschnitt des Stückes  $d c$  um einen gewissen Wert vergrößert worden wäre.

An der Bosschaschen Methode hat später Sirks<sup>1)</sup> noch zwei kleine Modifikationen angebracht, indem er zunächst die Tangentenbussole in den Zweig  $a b$  einschaltet, also direkt die Stromstärke  $i$  beobachtet, und indem er weiter die zu vergleichenden Widerstände nicht in den Zweig  $b d c a$ , sondern ebenfalls in den Zweig  $a b$  einschaltet. Im übrigen wird die Beobachtung gerade so geführt wie von Schröder van der Kolk.

1) Sirks, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

Sei ohne Einschaltung eines Widerstandes an der Tangentenbussole die Stromstärke  $i$  abgelesen, wenn das Galvanometer  $G$  im Stromzweige  $ab$  die Stromstärke  $i_1$  anzeigt, so ist

$$i : i_1 = w_1 : w$$

$$iw = i_1 w_1.$$

Nun sei in  $ab$  der Widerstand  $r$  eingeschaltet und an der Tangentenbussole  $i'$  abgelesen, wenn das Galvanometer wieder im Stromkreise  $bdca$  Stromstärke  $i_1$  anzeigt; dann ist

$$i' (w + r) = i_1 w_1 = iw.$$

Schließlich werde der Widerstand  $r_1$  eingeschaltet und die Stromstärke gleich  $i''$  gefunden, wenn sie im Zweige  $bdca$  wieder  $i_1$  ist, so ist

$$i'' (w + r_1) = i_1 w_1 = iw.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$i' r = (i - i') w$$

$$i'' r_1 = (i - i'') w$$

$$\frac{r_1}{r} = \frac{i' (i - i'')}{i'' (i - i')}.$$

Da man  $w$  beliebig und gegen  $w_1$  sehr klein wählen kann, so sind Differenzen  $i - i''$  und  $i - i'$  hier viel größer zu erhalten als nach dem ursprünglichen Verfahren, die Genauigkeit ist daher nicht unbeträchtlich größer.

Die Methode von Bosscha, besonders in den ihr von Schröder von Kolk und Sirks gegebenen Formen ist ohne Zweifel die beste von allen auf Messungen der Stromstärke beruhenden Methoden. Sie ist ganz unabhängig von etwaigen Schwankungen der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes in den Elementen. Es ist ganz gleichgültig, durch die Stromstärke im Hauptkreis geändert wird, denn es geht in den schließlichen Formeln eben nur die Stromstärke im unverzweigten Teile des Stromkreises oder in den Zweigen ein. Es bedarf weiter nicht der Graduierung eines Rheostaten, man kann direkt den zu untersuchenden Widerstand mit dem Etalon vergleichen; zudem können  $r$  und  $r_1$  erheblich verschieden sein.

Die Methode hat aber mit allen denen, welche auf Strommessungen beruhen, den Übelstand, daß die Ströme eine gewisse Zeit geschlossen sein müssen, wodurch, wie wir sehen werden, die Leiter erwärmt werden. Die Erwärmung hat aber eine Änderung des Widerstandes zur Folge.

An die Methode der Widerstandsbestimmungen durch Messungen der Stromstärke schließt sich diejenige an, die auf der Potentialfunktion beruht. Wie wir sahen, können wir die Stromstärke an zwei Punkten des Stromkreises, welche durch einen Widerstand getrennt sind, messen und die Werte

Schalten wir demnach in denselben Stromkreis den Etalon und den zu messenden Widerstand ein, so daß beide von demselben Strom durchflossen werden, so müssen sich die Differenzen der Potentialfunktion an den Enden des Etalons und an den Enden des zu messenden Widerstandes verhalten wie der Widerstand des Etalons zu dem zu messenden Widerstande. Am bequemsten wird man so verfahren, daß man zunächst das eine Ende des Etalons zur Erde ableitet und die Potentialfunktion  $V_1$  am andern Ende durch direkte Verbindung desselben etwa mit einem Quadrantenelektrometer bestimmt; man verfährt darauf gerade so mit dem zu messenden Widerstande, leitet das eine Ende zur Erde ab und mißt die Potentialfunktion  $V'$  am andern Ende. Ist  $w_e$  der Widerstand des Etalons,  $r$  der zu messende Widerstand, so ist

$$r = w_e \frac{V'}{V_1}.$$

Die Methode empfiehlt sich jedoch nur zur Messung resp. Vergleichung sehr großer Widerstände, da sonst die zu messenden Potentialdifferenzen zu klein sind<sup>1)</sup>.

### §. 85.

**Widerstandsmessungen durch Stromverzweigungen.** Der allen den im vorigen Paragraphen besprochenen Methoden gemeinsame Übelstand, daß der Strom zur Messung längere Zeit geschlossen sein muß, wird vermieden durch Anwendung von Stromverzweigung, bei welcher die zu vergleichenden Widerstände gleichzeitig in zwei Zweigen eingeschaltet werden. Ein solches Verfahren wurde zuerst von dem ältern Becquerel<sup>2)</sup> und in etwas anderer Weise von Pouillet<sup>3)</sup> und dem jüngern Becquerel<sup>4)</sup> zu ausgedehnten Versuchen über die Leitungsfähigkeit angewandt. Zur Beobachtung des Stromes diente ein sogenanntes Differentialgalvanometer, dasselbe ist ein Galvanometer, in welchem die Magnetnadel von zwei Drähten gleicher Dicke und in einer gleichen Anzahl von Windungen umgeben ist. Läßt man durch beide Drähte einen Strom in entgegengesetzter Richtung gehen, so wirken die beiden Drähte auf die Magnetnadel in entgegengesetztem Sinne ablenkend ein. Ist daher der Strom in den beiden Windungen genau gleich stark, so wird die Magnetnadel des Galvanometers gar nicht abgelenkt.

E. Becquerel schaltete in die beiden Zweige eines Stromes, deren einer einen Rheostaten enthielt, während in den andern der zu untersuchende Draht eingeschaltet war, ein Differentialgalvanometer ein; ist der Widerstand in beiden Zweigen derselbe, so ist es auch die Stromstärke. Wenn also die Nadel des Galvanometers nicht abgelenkt wurde, so folgte, daß der Widerstand beider Zweige derselbe war. Die Anordnung der Apparate zeigt Fig. 147. Von dem positiven Pole  $A$  des Elementes  $E$  teilt sich der

1) Man sehe *Fuchs*, Poggend. Ann. Bd. CLVI. *Lippmann*, Comptes Rendus Bd. LXXXIII.

2) *Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. T. XXXII. Poggend. Ann. Bd. VIII.

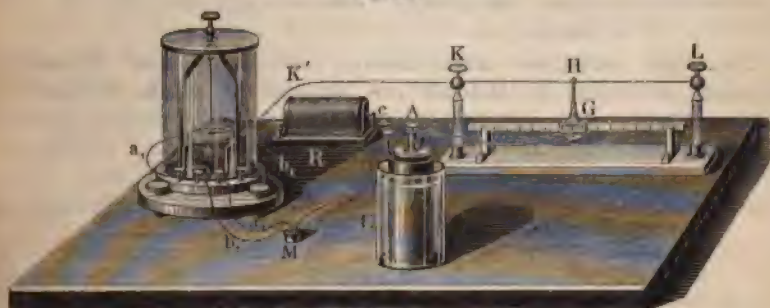
3) *Pouillet*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII.

4) *Edm. Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII. Poggend. Ann. Bd. LXX.



Strom sofort in zwei Teile, der eine  $Ac$  durchläuft den Rheostaten  $R$ , tritt bei  $b_1$  in die einen Windungen des Galvanometers, bei  $b_2$  aus denselben wieder heraus und kehrt über  $M$  zu dem negativen Pole des Elementes zurück. Der andere Zweigstrom geht von dem positiven Pole aus und tritt in den auf einem metallischen Maßstabe gleitenden metallischen Schieber  $G$  und von diesem, dessen oberes Ende mit sanfter Reibung an denselben reibt, in den zu untersuchenden Draht, welcher zwischen den Säulen  $L$  und  $K$  ausgespannt ist. Von hier aus läuft der Strom durch den Draht  $KK'$ , tritt bei  $a_1$  in die anderen Windungen des Galvanometers, verläßt dieselben bei  $a_2$  und kehrt über  $M$  zu dem negativen Pole des Elementes zurück.

Fig. 147.



Ist zwischen  $KL$  ein Draht eingeschaltet, so wird zunächst der Schieber  $GH$  auf den Nullpunkt der Teilung gestellt und der Rheostat so reguliert, daß die Nadel im Galvanometer nicht abgelenkt wird. Dann schaltet man durch Verrückung des Schiebers eine genau gemessene Länge des zu untersuchenden Drahtes ein, und bewirkt durch Regulierung des Rheostaten, daß die Nadel im Galvanometer wieder auf 0 kommt. Der Widerstand des eingeschalteten Drahtstückes ist dann genau gleich dem des in den andern Zweig eingeschalteten Rheostatdrahtes.

Indem man verschiedene Längen  $KH$  in den einen Zweig einschaltet, erhält man mehrere sich gegenseitig kontrollierende Werte der Leitungsfähigkeit des untersuchten Drahtes, aus denen man, wenn sie nicht vollkommen übereinstimmen, das Mittel nimmt.

Die Methode ist einer großen Genauigkeit fähig, wenn man so verfährt, daß man zu den eigentlichen Messungen den Strom nicht dauernd geschlossen läßt. Man stellt zunächst bei dauerndem Stromschluß annähernd ein, unterbricht den Strom und läßt die durch den andauernden Strom erwärmten Drähte wieder die Temperatur der Umgebung annehmen. Die Unterbrechung bewirkt man durch Herausziehen des zu dem Element  $E$  führenden Drahtes aus dem Näpfchen  $M$ . Man tupft darauf nur einen Moment den Draht in das Näpfchen. War die Kompensation vollständig erreicht, so bleibt die Nadel ganz ruhig, war das nicht der Fall, so erhält sie einen Stofs. Man schaltet dann bei geöffnetem Strom am Rheostaten je nach dem Sinne der Nadelablenkung ein Stück Draht ein oder

aus, oder verschiebt statt dessen den Schieber, bis bei erneutem Tapfen die Nadel unabgelenkt bleibt.

Die Voraussetzung der Methode in der angegebenen Form ist die, daß die beiden Windungen die Nadel des Galvanometers bei gleichen sie durchlaufenden Strömen um genau gleiche Winkel ablenken; man prüft das, indem man ein und denselben Strom durch die beiden Windungen so gehen läßt, wie bei den oben beschriebenen Versuchen, die Nadel darf dann keine Ablenkung erhalten. Wird sie abgelenkt, so muß man zunächst untersuchen, wie sich die Stromstärken verhalten, welche durch beide Windungen gehen müssen, damit die Nadel keine Ablenkung erhält. Die Widerstände in den beiden Zweigen, welche hergestellt werden müssen, damit die Nadel nicht abgelenkt wird, verhalten sich dann umgekehrt wie diese Stromstärken. Das gleiche Verhältnis gilt auch für die zu vergleichenden Widerstände<sup>1)</sup>.

Nur eines einfachen Galvanometers, oder nur eines empfindlichen Galvanoskopes bedarf die Methode von Wheatstone, welche in ihren mannigfachen Formen und der ihr im Laufe der letzten Jahrzehnte gegebenen Ausbildung die größte Genauigkeit zu erreichen gestattet. Wheatstone<sup>2)</sup> wendet eine Stromverzweigung mit einer Brücke an, die nach ihm benannte Brücke Fig. 148. Auf einem Brette sind 8 Klemmschrauben auf-

Fig. 148.



gestellt, von denen vier,  $a, b, c, d$  an den Ecken eines Rhombus stehen. Die vier andern,  $e, f, g, h$ , stehen in zwei zusammenstossenden Seiten dieses Rhombus, so daß  $ae = fc = cg = hd$  ist. Die Klemmschrauben  $a$  und  $b$  sowie  $b$  und  $d$  sind durch ganz genau gleiche Drähte von nicht zu kleinem Widerstande mit einander verbunden, so daß die Widerstände der beiden ganz genau gleich sind. Ebenso sind  $ae, fc, cg, hd$  durch genau gleiche Drähte verbunden, so daß die Widerstände  $ae + fc = cg + hd$  sind. Wird nun zwischen die Klemmschrauben  $b$  und  $c$  eine Brücke mit einem Galvanometer, zwischen  $e$  und  $f$  der zu untersuchende Draht, zwischen  $g$  und  $h$  der Rheostat eingeschaltet und werden die Klemmschrauben  $a$  und  $d$  mit den Polen einer Säule verbunden, so ist der Strom in der Brücke gleich null, wenn der gesamte zwischen  $a$  und  $c$  befindliche Widerstand sich zu dem zwischen  $c$  und  $d$  befindlichen verhält, wie der Widerstand von  $ab$  zu dem von  $bd$ . Denn setzen wir den Wider-

1) Die neuern Differentialgalvanometer sind, wie wir sehen werden, so gebaut, daß man stets die Gleichheit der Wirkung beider Windungen aufstellen kann.

2) Wheatstone, Philosoph. Transactions for 1843. Poggend. Ann. Bd. LXX.

land in  $ab = w_1$ , in  $bd = w_2$ , in  $ac = w_3$ , in  $cd = w_4$ , so erhielten wir in §. 81 für die Stromstärke in der Brücke

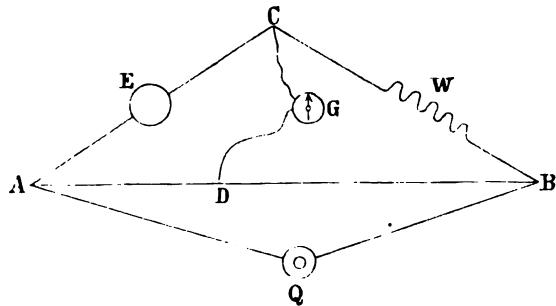
$$i = \frac{E}{D} (w_2 w_3 - w_1 w_4),$$

worin  $E$  die elektromotorische Kraft des Elementes und  $D$  ein von dem Widerstande des unverzweigten Teiles des Stromkreises sowie den Widerständen sämtlicher Zweige abhängiger Nenner war. Ist, wie wir vorausgesetzt haben,  $w_1 = w_2$ , und wird der Rheostat so abgeglichen, daß  $i = 0$ , so folgt  $w_3 = w_4$ , oder der Widerstand des zu untersuchenden Drahtes ist gleich dem des eingeschalteten Rheostaten<sup>1)</sup>.

Man sieht unmittelbar, daß die Anwendung der Wheatstoneschen Brücke nicht darauf beschränkt ist,  $w_3 = w_4$  zu rechnen, daß man vielmehr, wenn  $w_1$  in irgend einem Verhältnisse zu  $w_2$  genommen wird, als  $i = 0$  für  $w_3$  und  $w_4$  dasselbe Verhältnis bekommt.

Die Wheatstonesche Brücke wird jetzt wohl kaum mehr in ihrer ursprünglichen Form angewandt, es wird statt dessen wohl immer die von Kirchhoff<sup>2)</sup> gegebene Modifikation benutzt. Das Schema derselben zeigt Fig. 149. Die Pole des Elementes  $Q$  sind mit den Enden eines Drahtes, auf einem

Fig. 149.



Isolationsstabe ausgespannten Drahte, am besten einem feinen Platindrahte verbunden. In die aus dickem Kupferdraht bestehende, das Ende A des als Meßdraht bezeichneten Platindrahtes  $AB$  mit einer vielfachen Klemme  $C$  verbindende Leitung ist ein Element  $E$  der Etalon eingeschaltet, mit welchem die Widerstände verglichen werden sollen. Diese Widerstände werden in die Leitung eingeschaltet, welche die Klemme  $C$  mit dem Ende  $B$  des Meßdrahtes verbindet. Die Klemme  $C$  ist mit dem einen Ende der Windungen eines empfindlichen Galvanometers verbunden, deren anderes Ende mit einem Schieber  $D$  verbunden ist, welcher den Meßdraht leitend berührt und auf demselben beliebig verschoben werden kann. Wie man sieht, entspricht das Stück des Meßdrahtes  $AD$  dem Widerstand  $w_1$ , das Stück  $DB$  dem Widerstand  $w_2$ , der Widerstand in  $AC$  ist gleich  $w_3$ , der in  $CB$  gleich  $w_4$ . Es muß somit der Schieber auf dem Meßdrahte so weit verschoben werden, daß

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4,$$

umit der Strom in der Brücke gleich null wird. Setzen wir voraus, daß der Widerstand in den Drähten, welche den Etalon mit  $A$  und  $C$ , den

1) *Svanbergs* Anordnung, Poggend. Ann. Bd. LXXXIV, unterscheidet sich von der Wheatstoneschen nur ganz unwesentlich. Man sehe S. 568.

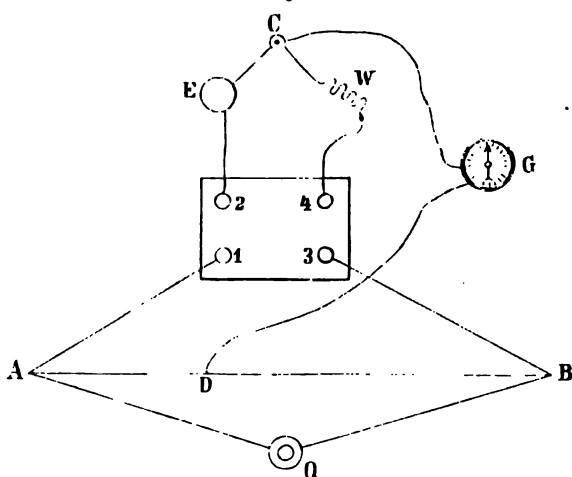
2) *Kirchhoff*, Poggend. Ann. Bd. C. S. 177.

zu messenden Widerstand  $W$  mit  $B$  und  $C$  verbinden, vernachlässigt werden darf, was man immer durch Anwendung dicker Kupferdrähte erreichen kann, so wird  $w_3 = E$ ,  $w_4 = W$ . Setzen wir den Meßdraht als ganz gleichförmig voraus, setzen die Länge des ganzen Meßdrahtes  $AB = l$  und das Stück  $AD = a$ , so wird

$$E : W = a : l - a.$$

Um zu prüfen, ob der Meßdraht ganz gleichförmig ist, ob also in jedem Millimeter desselben der Widerstand der gleiche ist, vertauscht man die Widerstände  $E$  und  $W$ . Man kann das sehr leicht, indem man nach dem Schema Fig. 150 zwischen  $A$  und  $E$  einerseits und  $B$  und  $W$  anderer-

Fig. 150.



seits einen Kommutator einschaltet. Man kann den Kommutator in der einfachsten Weise herstellen, wenn man in ein Brett vier Löcher bohrt und in diese Quecksilber füllt. Das Ende  $A$  wird mit dem Näpfchen 1, das Ende  $B$  des Meßdrahtes mit dem Näpfchen 3 verbunden, die zu  $C$  führende, den Etilon  $E$  enthaltende Leitung wird mit 2, die den Widerstand  $W$  enthaltende mit 4 verbunden. Man stellt sich zwei Paare Kupfer-

bügel her, deren jedes an einem isolierenden Stabe befestigt ist. Das erste Paar ist so gestellt, daß wenn man die Enden der Bügel in die Quecksilbernäpfchen taucht, 1 mit 2 und 3 mit 4 verbunden ist. Diese Verbindung giebt die Kombination, welche wir vorhin angenommen haben,  $E$  ist  $w_3$  und  $W$  ist  $w_4$ . Das zweite Paar Bügel kreuzt sich, selbstverständlich sind die Bügel von einander isoliert; beim Einsetzen wird 1 mit 4 und 2 mit 3 verbunden. Der Strom geht dann von  $A$  über 1 nach 4, durchläuft  $W$  und geht von  $C$  durch  $E$  über 2 und 3 nach  $B$ ; es ist somit  $W$  in  $w_3$  und  $E$  in  $w_4$  gesetzt. Finden wir jetzt, daß der Strom in der Brücke gleich null ist, wenn der Schieber von  $A$  um die Strecke  $b$  verschoben ist, so ist

$$W : E = b : l - b.$$

Ist in der That der Draht durch seine ganze Länge gleichförmig, so muß

$$b = l - a \quad a = l - b$$

oder

$$a + b = l$$

sein. Indem man verschiedene Widerstände  $W$  mit  $E$  vergleicht, erhält man verschiedene Werte von  $a$  und  $b$ , findet man stets die Relation  $a + b = l$ , so ist der Draht ganz gleichförmig.

Finden wir die Summe  $a + b$  nicht gleich  $l$ , so muß der Draht kalibriert werden. In der Regel sind die als Meßdrähte verwandten Drähte von Platin oder Neusilber auf die Länge des Meßdrahtes hinreichend homogen, so daß die Ungleichförmigkeit nur daher rührt, daß dieselben etwas konisch sind. Man wird dann annehmen können, daß der Widerstand des Stückes  $a$  sich darstellen läßt durch

$$w_1 = a(1 + \alpha a),$$

worin also der Widerstand des zwischen 0 und 1 der Skala liegenden Millimeters gleich 1 gesetzt wird. Den Widerstand des ganzen Drahtes erhalten wir dann  $l(1 + \alpha l)$  und des Stückes  $b$  gleich  $b(1 + \alpha b)$ . Da aus den beiden Beobachtungen jedenfalls folgt, daß der Widerstand der Länge  $b$  gleich dem Widerstande der Strecke  $l - a$  ist, so folgt

$$a + \alpha a^2 + b + \alpha b^2 = l + \alpha l^2,$$

oder

$$\alpha = \frac{a + b - l}{l^2 - a^2 - b^2}.$$

Man prüft, ob sich der Widerstand des Drahtes in dieser Weise darstellen läßt, indem man mit dem Etalon verschiedene Widerstände  $W$  vergleicht und aus jeder Vergleichung den Wert  $\alpha$  berechnet. Man muß dann stets denselben Wert von  $\alpha$  oder vielmehr unregelmäßig schwankende nahezu gleiche Werte finden, aus denen man das Mittel nimmt. In der Regel wird die Bestimmung einer solchen Konstanten genügen; man erhält dann aus zwei wie vorhin durchgeführten Beobachtungen

$$\frac{W}{E} = \frac{b}{a} \frac{1 + \alpha b}{1 + \alpha a}.$$

Genügt die eine Konstante  $\alpha$  zur Darstellung des Widerstandes nicht, so muß man den Draht durch direkte Messungen kalibrieren. Es sind dazu verschiedene Methoden angegeben<sup>1)</sup>, sehr bequem ist die Methode von Braun<sup>2)</sup>. Derselbe läßt durch den Meßdraht einen schwachen Strom gehen, der durch einen gleichzeitig in den Stromkreis eingeschalteten Rheostaten ganz konstant erhalten wird. Von dem Meßdraht wird mittels zwei in einer gewissen Entfernung von einander befindlichen Schneiden ein Strom abgezweigt, in dessen Stromkreis ein sehr empfindliches Galvanometer eingeschaltet ist. Der Widerstand in diesem Zweige muß ziemlich groß sein, damit der Übergangswiderstand von dem Drahte auf die Schneiden nicht in Betracht kommt. Ist der Draht ganz gleichförmig, so muß der Strom in dem Zweige immer genau gleich stark sein, wenn die Schneiden in stets gleichem Abstände auf die verschiedenen Stellen des Meßdrahtes gestellt werden, da auf dem Meßdraht, wenn er gleich-

1) *Strouhal* und *Barus*, Wiedem. Ann. Bd. X. *Giese*, Wiedem. Ann. Bd. XI (Methode von Helmholtz). *Maggi* Nature Bd. 3. Beiblätter zu den Annalen Bd. IV S. 61.

2) *Braun*, Centralzeitung für Mechanik und Optik Bd. IV S. 134. Beiblätter zu den Annalen Bd. VII S. 776.



förmig ist, ein konstantes Gefälle vorhanden, somit die Potentialdifferenz in Punkten, welche gleich weit von einander entfernt sind, die gleiche sein muß. Ist der Draht nicht gleichförmig, so ist bei konstant gehaltenem Abstände der Schneiden der Zweigstrom um so schwächer, je kleiner der Widerstand zwischen denselben ist. Durch Verschieben der einen Schneide, also Veränderung des Abstandes derselben kann man somit an den verschiedenen Stellen des Drahtes die Strecken gleichen Widerstandes auffinden. Man verfährt daher zur Graduierung so, daß man zuerst die eine Schneide bei dem Nullpunkte des Meßdrahtes aufstellt und die zweite Schneide so weit entfernt, daß man einen scharf meßbaren Strom in dem Zweige erhält. Man schiebt dann die beiden Schneiden ein kleines Stück auf dem Drahte voran, und verschiebt, wenn die Stromstärke im Zweige sich geändert hat, die zweite Schneide so weit gegen die erste, bis der Strom im Zweige wieder der frühere geworden ist. Dadurch hat man die Strecken gleichen Widerstandes an den verschiedenen Stellen des Drahtes erhalten, und kann sich eine Kalibrierungstabelle entwerfen oder den Widerstand der verschiedenen Längen durch eine Interpolationsformel darstellen.

Man kann bei dem Kirchhoff-Wheatstoneschen Verfahren, wie eine leichte Überlegung ergibt, die Stellung des Galvanometers  $G$  Fig. 149 und Fig. 150 und des Elementes  $Q$  ohne weiteres mit einander vertauschen, indem ebensogut die Verbindung  $AQB$  als Brücke betrachtet werden kann, wie die Verbindung  $CGD$ . Es ist das die vorhin erwähnte kleine Modifikation, die Svanberg dem Wheatstoneschen Verfahren gegeben hat. Die letztere Anordnung bietet sogar einen Vorzug; man muß nämlich auch hier die Ströme stets nur eine ganz kurze Zeit durch die Leitungen gehen lassen, um störende Erwärmungen zu verhindern. Befindet sich das Element in  $G$ , so ist der Strom nur geschlossen, wenn der Schieber  $D$  den Meßdraht berührt, man kann somit durch Tupfen auf dem Meßdraht die Stelle aufsuchen, an welcher  $D$  den Draht berühren muß, damit  $i = 0$  ist, ohne sonst an der ganzen Zusammenstellung irgend etwas ändern zu müssen.

Die Resultate werden bei den Messungen nach dieser Methode um so genauer, je länger der Meßdraht ist; man erkennt dies unmittelbar, wenn man aus den beiden Gleichungen

$$E : W = a : l - a$$

$$E : W = l - b : b$$

die ihnen gleiche dritte ableitet

$$E : W = l + (a - b) : l - (a - b),$$

aus welcher sich ergibt, daß bei gleichem Verhältnisse  $E : W$  die Differenz  $a - b$  in demselben Verhältnisse zu- oder abnehmen muß, wie  $l$  zu- oder abnimmt. Die Gleichung zeigt weiter, daß es bei Durchführung der Doppelbeobachtungen nur notwendig ist die Differenz  $a - b$  scharf zu messen, um das Verhältniß  $E : W$  zu erhalten.

Um daher Widerstände, die nicht zu sehr verschieden sind, mit größter Genauigkeit vergleichen zu können, hat Siemens eine von der Firma Siemens und Halske in Berlin zu beziehende Meßbrücke kon-

niert, deren Mefsdraht etwa 2 m lang ist, der aber nur in seiner te gerade und vor einem 0,75 m langen Mafsstab ausgespannt ist. f dem Mafsstabe ist ein Schlitten, der mit einem Nonius versehen und einer Mikrometerschraube einzustellen ist. Der Schlitten trägt einen und nieder zu bewegendenden feinen Draht senkrecht zum Mefsdraht pannt, der bei dem Niederlassen den Kontakt *D* Fig. 149 und 150

Brücke mit dem Mefsdraht bewirkt. In der Brücke *CGD* befindet a das Element, in der Brücke *AQD* das Galvanometer. Von den ikten *A* und *B*, bis zu denen der Melsdraht gerade ausgespannt ist, derselbe bis zu den Quecksilbernäpfchen 1 und 3 des Kommutators : 150 fortgesetzt. In diesem Falle läfst sich die Länge *l* nicht direkt ssen. Man kann sie indes durch Widerstandsmessungen erhalten. Am htesten geht das, wenn man einen Widerstand *W* anwendet, der iner oder gröfser als *E* und dessen Verhältnis zu dem Etalon be- nt ist, es bedarf dann nur einer scharfen Messung, um nach der zu- t abgeleiteten Gleichung den Wert von *l* zu erhalten.

Hat man keinen Widerstand *W*, dessen Verhältnis zum Etalon *E* n kennt, so stellt man sich zwei genau gleiche Widerstände her, die iner sind als *E*, und deren Gleichheit man dadurch mit der Mefs- cke prüft, dafs man genau die gleichen Werte von  $a - b = d$  findet. t man die Gleichheit erkannt und den Wert von *d* bestimmt, so ver- icht man die Summe der beiden Widerstände mit *E*. Die erste Ver- ichtung giebt

$$E : W = l + d : l - d,$$

zweite, bei welcher eine Verschiebung  $d_1$  gemessen sei, welche, wenn  $> \frac{1}{2} E$ , negativ zu setzen ist, da dann  $b > a$ ,

$$E : 2W = l - d_1 : l + d_1.$$

Is beiden Gleichungen folgt

$$2 \frac{W}{E} = \frac{l + d_1}{l - d_1} = 2 \frac{l - d}{l + d},$$

aus sich die quadratische Gleichung ergibt

$$l^2 - 3(d + d_1)l + dd_1 = 0.$$

Kann man sich, was indes wohl immer möglich ist, nicht zwei eiche Widerstände herstellen, und hat nur zwei Widerstände  $W_1$  und  $W_2$  zu Gebote, so muß man das Verhältnis  $W_1 : E$ , ferner  $W_2 : E$  und  $W_1 + W_2 : E$  bestimmen. Die drei Beobachtungen führen zu einer eichung dritten Grades, die in die eben abgeleitete Gleichung zweiten ades übergeht, wenn  $W_1 : E = W_2 : E$ .

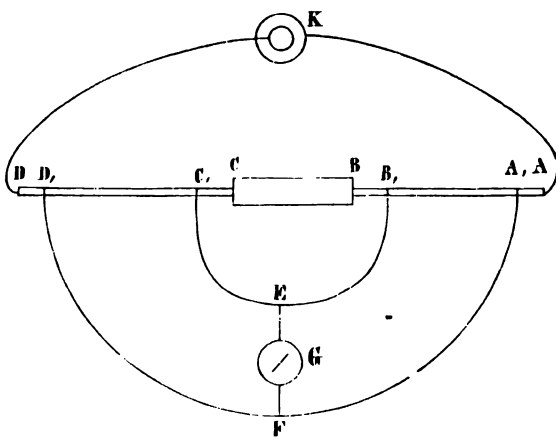
An der Wheatstoneschen Methode hat W. Thomson<sup>1)</sup> eine kleine er äufserst wichtige Modifikation angebracht, durch welche selbst sehr ine Widerstände mit der gröfsten Sicherheit und Genauigkeit gemessen rden können. Das einfache Brückenverfahren gestattet das nicht, da selbe nur die Widerstände der Zweige vergleicht, in denen sich die vergleichenden Widerstände befinden. Sie setzt deshalb voraus, dafs

1) W. Thomson, Philosophical Magazin. 4. Series. vol. XXIV.

die Widerstände, welche sich sonst in den Zweigen befinden, verschwinden klein gegen die zu messenden Widerstände sind, oder wenn man nur zwei Widerstände auf ihre Gleichheit prüfen will, daß die sonst in den Zweigen vorhandenen Widerstände ebenfalls gleich sind. Beides läßt sich nicht so scharf erreichen, daß man bei Widerständen, welche nur 0,01 S. E. (Siemens Einheit) oder noch weniger betragen, annehmen darf, daß das eine oder andere erreicht sei, schon wegen der mannichfachen Kontakte, welche vorkommen, in denen selbst bei aller Sorgfalt, wenn man sie durch Quecksilbernäpfchen macht, in welche dicke amalgamierte Kupferdrähte tauchen, ein gewisser Übergangswiderstand vorkommen kann.

Die Modifikation von Thomson besteht darin, daß er in die Wheatstonesche Drahtkombination noch eine Zweigleitung einschaltet, welche die Klemmen  $f$  und  $g$  Fig. 148 verbindet, und die Brücke zwischen diesem Zweige und der Klemme  $b$  einschaltet. Das Schema der Thomsonschen Anordnung zeigt Fig. 151. Sei  $AB$  der Etalon,  $CD$  der zu

Fig. 151.



messende Widerstand. Dieselben werden durch einen kurzen Draht mit einander verbunden, und in den Stromkreis  $KADK$  eingeschaltet. Es werden dann an zwei Punkten des Etalons,  $A_1$  und  $B_1$ , zwischen denen der Widerstand genau bekannt ist, und welche so gelegen sind, daß der Widerstand  $A_1B_1$  jedenfalls kleiner ist als der Widerstand  $CD$ , die Enden  $A_1$  und  $B_1$  der Zweige  $B_1EC_1$  und  $A_1F'D_1$  angeklemmt. Das Ende  $C_1$

des ersten Zweiges wird an einem Punkte  $C_1$  des zu untersuchenden Drahtes  $CD$  ebenfalls fest angeklemmt, während das Ende  $D_1$  an einer auf  $CD$  verschiebbaren Klemme befestigt wird. Zwischen den Punkten  $E$  und  $F$  dieser beiden Zweige, welche so liegen, daß die Widerstände  $EC_1 = EB_1$  und  $FD_1 = FA_1$ , wird die Brücke  $EF$  mit dem Galvanometer  $G$  ausgespannt. Wird dann die Klemme  $D_1$  so weit verschoben, daß in der Brücke  $EF$  der Strom verschwindet, so ist der Widerstand  $A_1B_1$  genau gleich dem von  $C_1D_1$ . Der Widerstand des Überganges in den Klemmen  $A_1, B_1, C_1, D_1$  kommt nur für die durch die Zweige fließenden Ströme in Betracht, da die Klemmen nur von diesen Zweigströmen passiert werden; den Widerstand der Zweige kann man aber immer so groß machen, daß der Übergangswiderstand in den Klemmen dagegen jedenfalls verschwindet.

Um die Richtigkeit des diesem Verfahren zu Grunde liegenden Satzes,

8, wenn die Brücke die Zweige halbiert, aus dem Verschwinden des Stromes in der Brücke die Gleichheit der Widerstände  $A_1 B_1$  und  $C_1 D_1$  folgt, nachzuweisen, gehen wir am bequemsten von den §. 78 abgeleiteten Gleichungen über das Gefälle der Potentialfunktion aus. Damit nämlich der Strom in der Brücke verschwinde, muß die Potentialfunktion der Elektrizität in den Punkten  $E$  und  $F$ , welche durch die Brücke verbunden werden, denselben Wert haben, da nach dem Ohmschen Gesetze die Stromstärke in einem Leiter der Differenz der Potentialwerte am Ende desselben einfach proportional ist.

Um die Werte der Potentialfunktion bei  $E$  und  $F$  zu berechnen, nehmen wir einfach die §. 78 abgeleiteten Gleichungen für den Gang der Potentialwerte an, da diese Gleichungen auch für die Zweige einer zweigleichen Stromleitung ihre Gültigkeit behalten. Man erkennt das unmittelbar daraus, daß in den sämtlichen Zweigen der Strom ebenso konstant sein muß, wie in dem unverzweigten Leiter, daß somit auch in den Zweigen das Gefälle konstant sein muß.

Bezeichnen wir die Potentialwerte an den verschiedenen Punkten des Leiters mit den dort hingeschriebenen Buchstaben, und die Widerstände in den einzelnen Stücken des Leiters

$$\begin{array}{ccccccc} \text{in } A_1 B_1, & C_1 D_1, & A_1 F, & F D_1, & B_1 E, & E C_1, & B_1 C_1 \\ \text{mit } R & W & w_2 & w_3 & w_4 & w_5 & w_1, \end{array}$$

erhalten wir zunächst

$$F = A_1 - \frac{A_1 - D_1}{w_2 + w_3} \cdot w_2 = \frac{A_1 w_3 + D_1 w_2}{w_2 + w_3}$$

und ebenso

$$E = B_1 - \frac{B_1 - C_1}{w_4 + w_5} \cdot w_4.$$

Zur Bestimmung von  $B_1$  und  $C_1$  haben wir

$$B_1 = A_1 - \frac{A_1 - D_1}{R + w_1 + W} \cdot R = \frac{A_1 (W + w_1) + D_1 R}{R + w_1 + W}$$

$$C_1 = A_1 - \frac{A_1 - D_1}{R + w_1 + W} (R + w_1) = \frac{A_1 W + D_1 (R + w_1)}{R + w_1 + W}.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen ergibt sich

$$E = \frac{A_1 (W + w_1) + D_1 R}{R + w_1 + W} - \frac{(A_1 - D_1) w_1}{R + w_1 + W} \cdot \frac{w_4}{w_4 + w_5}.$$

Die Bedingung, daß in der Brücke der Strom verschwinde, ist, wie wir wissen, die Gleichheit der Potentialwerte  $E$  und  $F$  oder

$$\frac{A_1 w_3 + D_1 w_2}{w_2 + w_3} = \frac{A_1 (W + w_1) + D_1 R}{R + w_1 + W} - \frac{(A_1 - D_1) w_1}{R + w_1 + W} \cdot \frac{w_4}{w_4 + w_5}.$$

Aus dieser Gleichheit der Potentialwerte, also aus dem Verschwinden des Stromes, ergibt sich aber nach einigen leicht durchzuführenden Rechnungen

$$- D_1 \{ W w_2 (w_4 + w_5) - R w_3 (w_4 + w_5) + w_1 (w_5 w_3 - w_4 w_2) \}$$

Da nun die Differenz der Potentialwerte  $A_1$  und  $D_1$  nicht gleich 0 sein kann, so folgt weiter

$W w_2 (w_4 + w_5) - R w_3 (w_4 + w_5) + w_1 (w_5 w_2 - w_4 w_3) = 0$   
und daraus

$$W = R \frac{w_3}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} \frac{w_5 w_2 - w_4 w_3}{w_4 + w_5}.$$

Ist nun, wie vorausgesetzt wurde,

$$w_2 = w_3, \quad w_4 = w_5,$$

so ist das zweite Glied der Gleichung auf der rechten Seite gleich null, und es folgt

$$W = R.$$

Setzen wir in der Gleichung für  $W$  den Widerstand  $w_1$  gleich null, lassen wir also  $B_1$  und  $C_1$  zusammenfallen, so erhalten wir die einfache Wheatstonesche Brücke.

Die Thomsonsche Methode gestattet gleichzeitig nicht nur dem Etalon  $R$  gleiche Widerstände abzugleichen, sondern auch Widerstände zu bestimmen, welche in einem beliebigen Verhältnisse zu  $R$  stehen. Man hat dazu nur nötig, die Verhältnisse

$$\frac{w_3}{w_2} = \frac{w_5}{w_4}$$

dem gesuchten Verhältnisse gleich zu machen. Ist  $w_3 = n w_2$ ,  $w_5 = n w_4$ , so folgt aus dem Verschwinden des Stromes auch, daß

$$W = n R.$$

Will man nicht auf  $CD$  das Stück aufsuchen, dessen Widerstand gleich  $R$  oder gleich  $nR$  ist, sondern einen gegebenen Widerstand mit dem Etalon vergleichen, so muß man den Widerstand in den Zweigen veränderlich machen. Man wählt am besten die Widerstände so, daß  $A_1 F = B_1 E$  und  $F D_1 = E C_1$  und bringt in die Zweige  $A_1 F$  und  $B_1 E$  je einen Rheostaten. Mit Hilfe der Rheostaten verändert man dann den Widerstand in diesen beiden Zweigen so lange, bis der Strom in der Brücke verschwindet.

Nimmt man noch einen dritten Rheostaten in dem Zweige  $F D_1$  oder  $E C_1$  hinzu, so kann man die Widerstände  $W$  und  $R$  mit großer Schärfe vergleichen, ohne selbst die Widerstände in den einzelnen Zweigen zu kennen.

Man stellt zunächst die Widerstände in den Zweigen so her, daß der Strom in der Brücke verschwindet. Darauf schaltet man etwa in den Zweige  $A_1 F$  einen Widerstand  $r$  mittels des Rheostaten ein; um den Strom in der Brücke wieder gleich null zu machen, muß in dem Zweige  $F D_1$  ein Widerstand  $r_1$  eingeschaltet werden, das Verhältniß von  $W$  zu  $R$  ist dann

$$\frac{W}{R} = \frac{r_1}{r}.$$

Denn da bei der ersten Einstellung



$$\frac{w_3}{w_2} = \frac{w_5}{w_4},$$

ch der zweiten Einstellung

$$\frac{w_3 + r_1}{w_2 + r} = \frac{w_5}{w_4},$$

ist auch

$$\frac{w_3}{w_2} = \frac{r_1}{r} = \frac{W}{R}.$$

Kirchhoff<sup>1)</sup> verfährt etwas anders als Thomson zur Messung sehr kleiner Widerstände, er benutzt ein Differentialgalvanometer. Die Enden  $B_1$  des Etalons Fig. 151 werden mit der einen, die Enden  $C_1, D_1$  mit der anderen Widerstandes mit der andern Windung des Differentialgalvanometers verbunden, so daß die Ströme in den beiden Windungen die Nadel nach entgegengesetzten Richtungen ablenken. In beiden Zweigen befindet sich ein Rheostat. Mit Hilfe derselben werden die Widerstände beider Zweige so abgeglichen, daß die Nadel des Differentialgalvanometers nicht abgelenkt wird. Wir setzen voraus, daß zu dem Widerstand im Zweige, der den Etalon  $R$  mit dem Galvanometer verbindet, sei  $W_1$ , im Zweige, der die Enden des zu untersuchenden Widerstandes mit dem Galvanometer verbindet, sei  $W_2$ . Die Stromstärke in den unverzweigten Teile des Stromkreises sei  $J$ , die Stromstärke in der Galvanometerwindung, welche mit dem Etalon verbunden, ist  $J_R$ , in jener, welche mit dem Widerstande  $W$  verbunden, ist  $J_W$ , die Stromstärke im Etalon  $i_R$  im Widerstande  $W$  gleich  $i_W$ , so ist nach den Kirchhoffschen Sätzen

$$J = J_R + i_R \quad J = J_W + i_W$$

$$J_R W_1 = i_R R \quad J_W W_2 = i_W W.$$

Aus  $J_R = J_W$  folgt  $i_R = i_W$ , demnach liefern die beiden letzten Gleichungen

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{R}{W}.$$

Man schaltet, nachdem die Widerstände so abgeglichen sind, in den Zweig  $W_1$  einen Widerstand  $r_1$  ein, dann muß in dem Zweig  $W_2$  ein Widerstand  $r_2$  eingeschaltet werden, damit die Nadel nicht abgelenkt wird. Es ist dann

$$\frac{W_1 + r_1}{W_2 + r_2} = \frac{R}{W} = \frac{r_1}{r_2}.$$

Die zu vergleichenden Widerstände verhalten sich somit wie die eingeschalteten Stücke  $r_1$  und  $r_2$ . Da man bei Einschaltung der Stücke  $r_1$  und  $r_2$  die Stromkreise ganz ungeändert läßt, sind die Übergangswiderstände an den Stellen, wo die Ströme abgezweigt werden, ganz eliminiert, dieselben bei der zweiten Messung ganz genau ebenso in  $W_1$  und  $W_2$  enthalten sind wie bei der ersten<sup>2)</sup>.

1) Kirchhoff, Berichte der Berl. Akad. 1880. S. 601; Kirchhoff und Hanseman, Wiedem. Ann. Bd. XIII. S. 411.

2) Eine etwas andere Anordnung zur Vergleichung zweier sehr kleiner Widerstände, seien sie groß oder klein, sehe man F. Kohlrausch, Pogg. Ann. XX.

Die zuletzt beschriebenen Methoden der Widerstandsbestimmungen lassen eine sehr große Genauigkeit erreichen, dieselbe ist eigentlich nur bedingt durch die Empfindlichkeit der Galvanometer. Selbstverständlich wird bei all diesen Methoden für die schließliche Messung nur ein kurzer dauernder Stromschluß angewandt, um Erwärmungen der Leitungen durch längeren Stromschluß zu hindern. Wendet man die später zu beschreibenden Spiegelgalvanometer an, bei denen man die geringste Zuckung der Nadel beobachten kann, so lassen sich besonders mit den letzten Methoden selbst kleine Widerstände bis auf 0,0001 ihres Wertes mit einander vergleichen<sup>1)</sup>.

### §. 86.

**Leitungsfähigkeit fester Körper.** Die festen Körper lassen sich wie in Bezug auf die Leitungsfähigkeit für die Reibungselektricität, so auch in Bezug auf den galvanischen Strom in zwei Gruppen teilen, in die Leiter, welche den Strom mehr oder weniger gut leiten, und in die Nichtleiter, oder wie wir sie richtiger nennen, die schlechten Leiter, welche den Strom nur sehr wenig leiten, so daß man sie in den meisten Fällen als Nichtleiter betrachten kann. Dabei zeigt sich, daß ganz dieselben Körper, welche die Reibungselektricität leiten, auch den galvanischen Strom leiten, daß ebenso die im vorigen Abschnitt als Nichtleiter angeführten Körper auch für den galvanischen Strom als solche anzusehen sind<sup>2)</sup>. Außer den Metallen leiten die Elektricität Graphit, Kohle, jedoch nicht die reine Zuckerkohle<sup>3)</sup>, einige Schwefelmetalle und einige Superoxyde, wie Bleisuperoxyd.

Wir besprechen hier hauptsächlich nur das Verhalten der Metalle und Legierungen, und können auch in Bezug darauf nur die aus den massenhaften Material zu ziehenden wichtigsten Resultate angeben. Folgende Tabelle enthält eine Anzahl von Bestimmungen der Leitungsfähigkeit mehrerer Metalle, einiger Legierungen und einiger Kohlen. Die Leitungsfähigkeit des bestleitenden Metalles, des Silbers, ist in diesen Tabellen gleich 100 gesetzt. Die Zahlen Matthiessens sind indes auch umgerechnet auf die Leitungsfähigkeit des Quecksilbers als Einheit. In der Kolonne Matthiessen II. sind die so berechneten Werte angegeben. Hinzugefügt sind in der letzten Kolonne die Leitungsfähigkeiten, wie sie sich aus den Versuchen von Riess über die Erwärmung des Schließungsbogens bei der Entladung der Leydener Batterie ergeben (§. 64).

1) Eine Vergleichung der bei den verschiedenen Methoden der Widerstandsbestimmungen erreichbaren Genauigkeit giebt W. Weber in seiner Abhandlung Zur Galvanometrie. Abhandl. der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften Bd. X.

2) Faraday, Experimental researches etc. IV. Reihe art. 380 ff. Poggend. Ann. Bd. XXXI.

3) Magnus, Poggend. Ann. Bd. CIV S. 557.

4) Betreffs der großen Menge Detailuntersuchungen über den Widerstand verschiedensten festen Körper verweisen wir auf Wiedemanns Elektricitäts Bd. I S. 497—559 und Bd. IV. (Nachträge) S. 1223—1236, wo die bis zum 1. des Jahres 1884 veröffentlichten Untersuchungen berücksichtigt sind.

Tabelle der Leitungsfähigkeit der Metalle.

Silber = 100 bei 0°.

Namen der Metalle	Beobachter					
	Ohm <sup>1)</sup>	Lenz <sup>2)</sup>	Ed. Becquerel <sup>3)</sup>	Matthiessen <sup>4)</sup> I.	Matthiessen II.	Rieff
Silber . . . . .	100	100	100	100	61,35	100
Kupfer . . . . .	280	73,4	91,51	77,43	47,50	66,7
Gold . . . . .	161	58,6	64,96	55,91	34,30	59,0
Natrium . . . . .	—	—	—	37,43	22,96	—
Aluminium . . . . .	—	—	—	33,76	20,71	—
Zink . . . . .	93	—	24,06	27,39	16,80	—
Magnesium . . . . .	—	—	—	25,47	15,63	—
Kalzium . . . . .	—	—	—	22,14	13,58	—
Kadmium . . . . .	—	—	24,57	22,10	13,56	25,7
Barium . . . . .	—	—	—	20,84	12,79	—
Strontium . . . . .	—	—	—	19,00	11,66	—
Eisen . . . . .	48,8	13,1	12,35	14,44	8,86	11,9
Nickel . . . . .	—	—	13,97	12,64	7,75	12,2
Zinn . . . . .	47	22,6	14,01	11,45	7,02	9,9
Platin . . . . .	48	10,3	7,93	10,53	6,46	10,3
Quecksilber . . . . .	27	10,7	8,27	7,77	4,77	7,0
Strontium . . . . .	—	—	—	6,71	4,12	—
Antimon . . . . .	—	6,5	—	4,29	2,63	—
Quecksilber . . . . .	—	3,4	1,73	1,63	1,00	—
Wismut . . . . .	—	1,9	—	1,19	0,730	—
Leisilber . . . . .	—	—	—	7,67	4,71	5,95
Leg. v. 32 Wism. 1 Antim. . . . .	—	—	—	0,884	0,542	—
Leg. v. 12 Wism. 1 Zinn . . . . .	—	—	—	0,519	0,318	—
Graphit . . . . .	—	—	—	0,0693	0,0425	—
Kohl . . . . .	—	—	—	0,0386	0,0237	—

Die in der vorigen Tabelle zusammengestellten, nach den verschiedenen Methoden erhaltenen Zahlenwerte stimmen mit Ausnahme der von Ohm gegebenen Werte ziemlich gut überein.

Die Abweichung der Ohmschen Werte ist indes in der Wirklichkeit nicht so groß, als sie in der Tabelle erscheint, da Ohm nicht als Einheit den von ihm untersuchten Silberdraht, sondern Kupfer zu Grunde legt. Ohms Silberdraht war offenbar kein reines Silber, denn sonst hätte die Leitungsfähigkeit des Silbers nicht als fast ein Drittel des Kupfers anfallen müssen. Die bedeutende Abweichung der in der Tabelle befindlichen Zahlen rührt daher, daß die von Ohm direkt gegebenen Zahlen

1) Ohm, Schweiggers Journal Bd. XLVI.

2) Lenz, Poggend. Ann. Bd. XXXIV und Bd. XLV.

3) Ed. Becquerel, Ann. de chim. et de phys. 3. Série T. XVII.

4) Matthiessen, Poggend. Ann. Bd. C, CIII, CIX, CX.

auf Silber als Einheit umgerechnet wurden und dabei Ohms Silber als Einheit genommen ist. Um die Ohmschen Zahlen mit den anderen vergleichbar zu machen, hätte man für die Zahl 100, welche Ohm dem Kupfer beilegt, die aus den anderen Beobachtungen sich ergebende Mittelzahl für Kupfer auf Silber gleich 100 gesetzt annehmen und hiernach die Ohmschen Zahlen umrechnen müssen.

Vergleicht man die Mittelwerte der von den übrigen Beobachtern gefundenen Werte zunächst mit den Werten, welche sich aus Riess' Untersuchungen über die Wärmewirkungen des Entladungsschlages ergeben, so sind die reciproken Werte der Verzögerungskraft, so ergibt sich, daß die von Riess für die Verzögerungskräfte der Metalle gefundenen Werte den Leitungswiderständen für den galvanischen Strom gleich sind, und daraus, daß die Leitungsfähigkeit der Metalle für den galvanischen Strom dieselbe ist, wie für Reibungselektricität.

Die Unterschiede zwischen den einzelnen von den verschiedenen Beobachtern erhaltenen Zahlen sind indes viel zu groß, als daß man sie aus den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern erklären könnte.

Die Unterschiede rühren zum Teil her von geringen fremden Beimischungen bei den Metallen. Oft können Spuren eines anderen Metalles oder einer Beimischung die elektrische Leitungsfähigkeit ganz bedeutend verändern, wie Matthiessen beim Kupfer nachgewiesen hat<sup>1)</sup>. Er giebt bei dieser Untersuchung die Leitungsfähigkeit des durchaus reinen Kupfers, abweichend von dem in der Tabelle angeführten bei 18° zu 93,06 an. Schon die geringe Menge Sauerstoff, welche das Kupfer, wenn es an der Luft geschmolzen ist, unter Bildung von Oxydul absorbiert, welches in dem Kupfer sich löst, verändert, wie die Hämmerbarkeit, so auch die elektrische Leitungsfähigkeit ganz bedeutend. Reines, aber an der Luft geschmolzenes Kupfer gab eine Leitungsfähigkeit von nur 69,37. Kupfer, welches 0,05 Prozent Kohle enthielt, gab 74,91, mit 0,13 Prozent Phosphor 67,67, mit geringer Menge Arsen 57,8. Spuren von Zink brachten die Leitungsfähigkeit des Kupfers auf 83, ein halbes Prozent Eisen auf 34,56. Ja selbst eine geringe Menge des besser leitenden Silbers verminderte die Leitungsfähigkeit des Kupfers.

Ähnliches, wenn auch nicht in so hohem Maße, wird auch bei den anderen Metallen stattfinden; Matthiessen hat über das Verhalten von Legierungen ausgedehnte Untersuchungen angestellt<sup>2)</sup>, welche das mit einigen Ausnahmen bestätigen. Er findet, daß man die Metalle in zwei Gruppen teilen muß. Die Legierungen aus Metallen der einen Gruppe ändern die Leitungsfähigkeit der Metalle nicht, die Leitungsfähigkeit läßt sich aus dem Volumen jedes in der Legierung vorhandenen Metalles berechnen, in der Weise, daß wenn  $v_1$  und  $v_2$  die angewandten Volumina der Metalle,  $c_1$  und  $c_2$  die Leitungsfähigkeiten derselben sind, die Leitungsfähigkeit  $c$  der Legierung ist

$$c = \frac{v_1 c_1 + v_2 c_2}{v_1 + v_2}$$

Zu dieser Gruppe gehören Blei, Zinn, Kadmium, Zink.

1) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CX.

2) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CX. und *C. Vogt*, Poggend. Ann. Bd. CXXIV.



Eine geringe Beimengung eines dieser Metalle zu einem anderen derselben Gruppe wird daher die Leitungsfähigkeit nur wenig von jener des reinen Metalles verschieden ausfallen lassen.

Die zweite Gruppe besteht aus jenen Metallen, welche mit einander vermischt mit solchen der ersten Gruppe legiert, die Elektrizität schlechter leiten, als jene Rechnung ergiebt; zu ihr gehören Wismut, Antimon, Zinn, Platin, Palladium, Eisen, Aluminium, Gold, Kupfer. Bei diesen kann also eine geringe Beimengung eine erhebliche Veränderung zur Folge haben, was Matthiessens Versuche auch beweisen.

Ein sehr eigentümliches Verhalten zeigt das Quecksilber, da geringe Mengen fremder Metalle die Leitungsfähigkeit desselben größer machen, als die in oben angegebener Weise angestellte Rechnung ergiebt, während größere Mengen fremder Metalle es in die zweite Gruppe stellen, die Leitungsfähigkeit also verschlechtern. Ganz geringe Beimengungen ändern den Widerstand des Quecksilbers nicht merklich. So fand R. Lenz<sup>1)</sup> als dem Quecksilber 0,01 Proz. Blei hinzugefügt wurde, wodurch es ganz erheblich verunreinigt schien, den Widerstand ganz ungeändert. Für das Quecksilber nach den verschiedenen gebräuchlichen Methoden gereinigte Quecksilber fand Lenz immer denselben Widerstand.

Die Leitungsfähigkeit der Metalle hängt indes nicht lediglich von ihrer chemischen Reinheit, sondern auch wesentlich von ihrer physikalischen Beschaffenheit ab.

Spannung, Härte und Dichtigkeit ändert die Leitungsfähigkeit ab; vergrößerte Spannung scheint nach Versuchen von Mousson<sup>2)</sup> die Leitungsfähigkeit allgemein zu vermindern, Vergrößerung der Dichtigkeit sie bald zu vermehren, bald zu vermindern. Die Leitungsfähigkeit des Eisens ist um so kleiner, je dünner der Draht es ausgezogen ist, während die Leitungsfähigkeit des Kupfers um so größer wird. Ein gehärteter Stahldraht leitet schlechter als ein nicht gehärteter; wird derselbe angelassen, so nimmt die Leitungsfähigkeit wieder zu; die Leitungsfähigkeit des Kupfers wird durch Härten ebenfalls, aber auch durch Anlassen vermindert.

Die Leitungsfähigkeit hartgezogener Drähte wird nach Mousson und Pouillet<sup>3)</sup> durch Ausglühen vermindert bei Stahl und Kupfer, nach Edm. Becquerel<sup>4)</sup> dagegen bei Silber, Kupfer, Gold, Eisen, Platin vermehrt. Nach Becquerel ist

Leitungsfähigkeit von

	hartgez.	geglüht
Silber	93,448	100,000
Kupfer	89,048	91,439
Gold	64,385	65,454
Eisen	12,124	12,246
Platin	8,042	8,147

<sup>1)</sup> R. Lenz, Beiblätter Bd. VIII S. 593.

<sup>2)</sup> Mousson, Wiedemann Galvanismus Bd. I §. 207. 2. Aufl.

<sup>3)</sup> Pouillet, Wiedemann Galvanismus Bd. I §. 207. 2. Aufl.

<sup>4)</sup> Edm. Becquerel, Poggend. Ann. Bd. LXX.

Wiedemann, Physik. IV. 4. Aufl.



Nach den Versuchen von Siemens<sup>1)</sup> und von Matthiessen<sup>2)</sup> ist geglähtes Kupfer ebenfalls besser leitend als das hartgezogene.

Ganz erheblich ist die Vermehrung des Widerstandes durch H beim Stahl, ich erhielt bei einem weichen Stahl für die Temperatur den Widerstand gleich 0,1197, dagegen bei gehärtetem, als Feder bezeichneten den Widerstand 0,1632.

Von bedeutendem Einfluß auf die Leitungsfähigkeit ist nach Versuchen von Lenz<sup>3)</sup>, Becquerel<sup>4)</sup>, Arndtsen<sup>5)</sup>, Matthiessen<sup>6)</sup>, Müll Wesel<sup>7)</sup> u. a. die Temperatur der Metalle; sie nimmt mit steig Temperatur stetig ab. Nach den Versuchen von Lenz läßt sich Leitungsfähigkeit  $c$  eines Metalles bei der Temperatur  $t$ , wenn manjenige desselben Metalles bei  $0^\circ$  mit  $c_0$  bezeichnet, darstellen durch Formel

$$c = c_0 (1 - at + bt^2),$$

worin  $a$  und  $b$  Konstanten sind, welche für jedes Metall einen verschiedenen Wert haben.

Becquerel und Arndtsen dagegen finden, daß sich die Leitungsfähigkeit darstellen läßt durch

$$c = c_0 (1 - at),$$

daß also die Abnahme derselben der Temperaturzunahme proportional ist. Der Koeffizient  $a$  hat nach Becquerel für jedes Metall einen anderen Wert, er schwankt zwischen 0,004349 für Blei und 0,00104 für Q Silber. Arndtsen findet dagegen für  $a$  Werte, welche alle zwischen 0,0 und 0,00413 liegen, so daß er am Schlusse seiner Abhandlung die Vermutung ausspricht, es möchte der Koeffizient für alle Metalle wohl derselbe sein, wenn man absolut reine Metalle anwenden könnte.

Die Vermutung ist in der That durch die Versuche Matthiessen bestätigt worden, welcher für 10 von ihm untersuchte Metalle die Formel findet:

$$c = c_0 (1 - 0,0037674 t + 0,00000834 t^2).$$

In folgender Tabelle stellen wir die von Matthiessen für chemisch reine Metalle angegebenen Werte von  $c_0$  und die Koeffizienten  $a$  und  $b$  von  $t^2$  zusammen

Metall	$c_0$	$a$	$b$
Silber hart	100		
Silber weich	108,57	0,0038287	0,000009848
Kupfer hart	99,95		
„ weich	102,21	0,0038701	0,000009009

1) Siemens, Poggend. Ann. Bd. CX.

2) Matthiessen, Poggend. Ann. Bd. CXXII. Bd. CXXV.

3) Lenz, Poggend. Ann. Bd. XXXIV und Bd. XLV.

4) Ed. Becquerel, Poggend. Ann. Bd. LXX.

5) Arndtsen, Poggend. Ann. Bd. CIV.

6) Matthiessen, Poggend. Ann. Bd. CXV. Matthiessen und C. Vogt, Poggend. Ann. Bd. CXXII.

7) Müller in Wesel, Poggend. Ann. Bd. CIII.

Metall	$c_0$	$a$	$b$
Gold hart	77,96	0,0036745	0,000008443
„ weich	79,33		
Zink	29,02	0,0037047	0,000008274
Kadmium	23,72	0,0036871	0,000007575
Zinn	12,36	0,0036029	0,000006136
Blei	8,32	0,0038756	0,000009146
Arsen	4,76	0,0038996	0,000008879
Antimon	4,62	0,0039826	0,000010364
Wismut	1,245	0,0035216	0,000005728

Die Zahlen weichen nicht mehr vom Mittel ab als die in den einzelnen Reihen für dieselben Metalle direkt gefundenen Werte. Für Quecksilber ist die Änderung der Leitungsfähigkeit mit der Temperatur erheblich kleinere, es sind

$$c_0 = 1,6588 \quad a = 0,00074435 \quad b = 0,000000826.$$

Bei den Legierungen ist die Abnahme der Leitungsfähigkeit mit wachsender Temperatur vielfach eine kleinere als für die reinen Metalle, in denjenigen Legierungen indes, deren Leitungsfähigkeit sich in der vorangegebenen Weise aus derjenigen der Bestandteile berechnen läßt, ist die Abnahme die gleiche zu sein.

Die Formel Matthiessens gilt indes nicht für höhere Temperaturen, nach derselben würde die Leitungsfähigkeit bei 226° ein Minimum und von da ab zunehmen, so daß sie bei 452° wieder gleich derjenigen bei Null Grad wäre.

Nach den Versuchen von Müller in Wesel, Benoist<sup>1)</sup>, C. W. Siemens<sup>2)</sup> nimmt dagegen die Leitungsfähigkeit mit steigender Temperatur ab. So erhält Müller für einen Eisendraht, Kupferdraht, Platindraht folgende Widerstände

Eisendraht		Kupferdraht		Platindraht	
Temper.	Widerst.	Temper.	Widerst.	Temper.	Widerst.
21°	690	21°	864	21°	1985,5
285	1660	glüht eben	2100	glüht eben	4300
beginnt anzulaufen	2250	karmoisin	2450	rot	4700
schm. dunkelgrau	2460	ziegelrot	3330	hellrot	5050
glüht schwach	3058	hellrot	4700	orange	5400
„ dunkelrot	3200	21°	910	hellgelb	6000
„ hellrot	3650			21°	1984
„ ganz hellrot	4550				
„ noch heller	4880				
21°	727				

Es zeigt sich somit eine stetige Zunahme des Widerstandes, also eine Abnahme der Leitungsfähigkeit mit steigender Temperatur.

Aus den von Wiedemann und Franz gefundenen Zahlen für die

<sup>1)</sup> Benoist, *Comptes Rendus* Bd. LXXVI. p. 342. *Carls Repert.* Bd. IX.

<sup>2)</sup> C. W. Siemens, *Proceedings of the Royal Society London.* Bd. XIX.

Leitungsfähigkeit der Metalle für Wärme<sup>1)</sup> ergab sich, wenn man die selben auf die des Silbers gleich 100 bezieht, und dasselbe für die elektrische Leitungsfähigkeit der Metalle thut, daß beide Leitungsfähigkeiten durch dieselben Zahlen dargestellt werden. In folgender Zusammenstellung sind für die von Wiedemann und Franz untersuchten Metalle die beiden Leitungsfähigkeiten, die elektrischen aus der Tabelle S. 575 nach Matthiessen zusammengestellt.

Metalle	Wärme	Elektr.	Metalle	Wärme	Elektr.
Silber	100	100	Zinn	14,5—15,2	11,45
Kupfer	73,6	77,4	Platin	8,4	10,5
Gold	53,2	55,9	Blei	8,5	7,8
Aluminium	28,1	27,4	Wismut	1,8	1,2
Eisen	11,9	14,4			

Die von uns im dritten Bande ebenfalls angeführten Versuche von Neumann zeigen das gleiche. Neumann erhielt für die Wärmeleitungsfähigkeit  $k$  und die elektrische  $l$ , für letztere Silber als 1 gesetzt, folgende Werte:

	Kupfer	Messing	Zink	Neusilber	Eisen
$k$	1,108	0,302	0,307	0,109	0,163
$l$	0,736	0,179	0,211	0,645	0,102
$\frac{k}{l}$	1,50	1,68	1,45	1,72	1,60

F. Weber kam bei seinen Versuchen über die Wärmeleitungsfähigkeit der Metalle und die elektrische Leitungsfähigkeit zu andern Resultaten, er findet, daß das Verhältniß  $\frac{k}{l}$  mit der von ihm sogenannten specifischen Wärme der Volumeinheit abnehme<sup>2)</sup>. Folgende Tabelle enthält die Resultate Fr. Webers, unter  $k$  die Leitungsfähigkeit für Wärme (Bd. III. S. 306), unter  $l$  die mit  $10^4$  multiplizierte elektrische Leitungsfähigkeit in später zu besprechendem absoluten Maße gemessen, ferner das Verhältniß beider und schließlich unter  $\delta c$  die specifische Wärme der Volumeinheit. Die letzte Kolonne giebt das Verhältniß beider Leitungsfähigkeiten berechnet nach der Gleichung

$$\frac{k}{10^4 l} = 0,0880 + 0,1365 \delta c:$$

Metalle	$k$	$10^4 l$	$\frac{k}{10^4 l}$	$\delta c$	$\frac{k}{10^4 l}$ ber.
Kupfer	0,8190	4,081	0,2007	0,827	0,2002
Messing	0,1500	0,762	0,1968	0,791	0,1953
Zink	0,3056	1,743	0,1753	0,662	0,1777
Silber	1,0960	6,587	0,1664	0,573	0,1656
Kadmium	0,2213	1,461	0,1515	0,475	0,1523
Zinn	0,1446	1,034	0,1398	0,380	0,1394
Blei	0,0716	0,532	0,1345	0,340	0,1339
Wismut	0,0108	0,084	0,1289	0,293	0,1275
Quecksilber	0,0152	0,105	0,1452	0,441	0,1475.

1) Man sehe Bd. III. §. 35.

2) Fr. Weber, Monatsber. der Berliner Akad. Mai 1880.

ich das Quecksilber reibt sich, wie man sieht, ganz ein; die letzte Spalte zeigt in der That eine merkwürdige Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung.

Auch Kirchhoff und Hansemann<sup>1)</sup>, sowie Lorenz<sup>2)</sup> haben bei ihren 3. Bande besprochenen Untersuchungen über die Wärmeleitungsfähigkeit die elektrische Leitungsfähigkeit der Metalle untersucht. Die Resultate dieser Physiker widersprechen denen Webers durchaus, sie finden den Satz der Proportionalität zwischen Leitungsfähigkeit für Wärme und Elektrizität bestätigt. Kirchhoff und Hansemann finden bei 15° für

	Eisen I	II	III	Blei	Zinn	Zink	Kupfer
$k$	0,1418	0,0964	0,1637	0,0793	0,1446	0,2545	0,4152
$l$	0,6803	0,4060	0,6569	0,4569	0,8823	1,483	2,404
$\frac{k}{l}$	0,208	0,237	0,209	0,174	0,164	0,172	0,173.

für Eisen findet sich ein größerer Wert; die Zahlen zeigen auch keine Andeutung des von Weber vermuteten Zusammenhanges zwischen den beiden Leitungsfähigkeiten und den spezifischen Wärmen der Volumeneinheit.

Lorenz giebt folgende Tabelle für die Leitungsfähigkeiten  $k$  und  $l$  bei 0° und 100° und deren Verhältnisse:

Metalle	$k_0$	$k_{100}$	$10^4 l_0$	$10^4 l_{100}$	$\frac{k_0}{l_0}$	$\frac{k_{100}}{l_{100}} : \frac{k_0}{l_0}$
Kupfer	0,7191	0,7226	4,574	3,382	1574	1,358
Wismuth	0,3760	0,3760	2,447	1,750	1537	1,398
Antimon	0,3435	0,3619	2,246	1,731	1529	1,367
Stannum rot	0,2460	0,2827	1,575	1,331	1562	1,360
Wismuth	0,2200	0,2045	1,441	1,018	1527	1,315
Stannum gelb	0,2041	0,2540	1,262	1,100	1617	1,428
Eisen	0,1665	0,1627	1,037	0,663	1605	1,530
Nickel	0,1528	0,1423	0,935	0,652	1635	1,334
Zinn	0,0836	0,0764	0,514	0,360	1627	1,304
Wismuth	0,0700	0,0887	0,377	0,363	1858	1,314
Antimon	0,0442	0,0396	0,220	0,152	2010	1,294
Wismuth	0,0177	0,0164	0,093	0,063	1900	1,372.

Nehmen wir die drei letzten Metalle aus, so ergibt sich in der That ein Verhältniss der beiden Leitungsfähigkeiten konstant; bei Antimon und Wismuth können die Leitungsfähigkeiten indes sehr leicht durch das krytische Gefüge alteriert werden.

Interessant ist die letzte Spalte, welche mit Ausnahme des Eisens zeigt, dass das Verhältniss

$$\frac{k_{100}}{l_{100}} = \frac{k_0}{l_0} \cdot 1,35 = \frac{k_0}{l_0} (1 + 0,0035 t)$$

Mittel ist. Der Koeffizient 0,0035 ist so nahe gleich dem Ausdehnungskoeffizienten der Gase, dass man in der That zu dem Schlusse ge-

1) Kirchhoff und Hansemann, Wiedem. Ann. Bd. XIII.

2) Lorenz, Wiedem. Ann. Bd. XIII.

langt, daß das Verhältniß zwischen den beiden Leitungsfähigkeiten der absoluten Temperatur proportional sei. Auf weitere Folgerungen dieses Satzes, welche Lorenz zieht, kommen wir später zurück.

In Bezug auf die Änderung des Widerstandes mit der Temperatur verhält sich die Kohle entgegengesetzt wie die Metalle, der Widerstand nimmt nach den Versuchen von Matthiessen<sup>1)</sup>, Siemens<sup>2)</sup>, Beetz<sup>3)</sup> u. a. mit steigender Temperatur erheblich ab; die gefundenen Zahlen für die Abnahme schwanken indes sehr, nach Siemens ist der Koeffizient der Abnahme für Steinkohle pro Grad 0,000345, nach Beetz 0,000286, für Holzkohle und Graphit findet Borgmann<sup>4)</sup> einen 10 mal so großen Wert<sup>5)</sup>.

### §. 87.

**Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten.** Die Bestimmung der Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten hat im allgemeinen mit einer Schwierigkeit zu kämpfen, welche darin begründet ist, daß die Flüssigkeiten durch den Strom zersetzt werden und daß die an den Elektroden sich absetzenden gasförmigen Zersetzungsprodukte eine elektromotorische Kraft, die sogenannte Polarisation zur Folge haben, welche der den Strom erregenden entgegengesetzt gerichtet ist und so die Stromstärke vermindert. Man kann deshalb nicht einfach, wie bei der Bestimmung des Widerstandes der festen Körper, die zu untersuchende Flüssigkeit an Stelle des Drahtes einschalten, der sie ersetzen soll, da der Strom nicht allein durch den Widerstand der Flüssigkeit, sondern auch durch die eben erwähnte elektromotorische Kraft geschwächt wird.

Durch einen sehr einfachen, von Horsford<sup>6)</sup> angewandten Kunstgriff kann man indes den störenden Einfluß dieser elektromotorischen Kraft leicht eliminieren und den Widerstand einer Flüssigkeit direkt mit dem eines Drahtes vergleichen. Man schaltet zu dem Ende in den Stromkreis ausser einem Galvanometer zugleich einen Rheostaten und ein mit der Flüssigkeit gefülltes Gefäß ein, in welchem die Elektroden einander parallel verschiebbar sind, und beobachtet am Galvanometer die Stromstärken, wenn die Elektrodenplatten eine gewisse Strecke von einander entfernt sind. Man beobachtet einen Strom, dessen Stärke von dem Gesamtwiderstande des Schließungskreises und von der Differenz der elektromotorischen Kräfte in der Batterie und an den Elektroden in der zu untersuchenden Flüssigkeit abhängig ist. Man entfernt darauf die Elektroden in der Flüssigkeit um eine bestimmte GröÙe weiter von einander; infolge des größeren Widerstandes wird die Stromstärke kleiner; man schaltet in dem Rheostaten eine solche Drahtlänge aus, daß die Stromstärke wieder die frühere

1) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

2) *Siemens*, Berliner Monatsber. Jahrg. 1880. Wiedem. Ann. Bd. X.

3) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. CXI. Wiedem. Ann. Bd. XII.

4) *Borgmann*, Journal der russischen phys.-chem. Gesellschaft Bd. IX. Beiblätter zu den Annalen Bd. III. S. 288.

5) Betreffs der eigentümlichen Erscheinungen, welche Selen und Tellur bieten, bei denen eine ganz erhebliche Zunahme der Leitungsfähigkeit durch Belichtung eintritt, sehe man die Zusammenstellung der Untersuchungen in *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. I. S. 543 ff.

6) *Horsford*, Poggend. Ann. Bd. LXX.



und Dann ist jedenfalls der Widerstand des ausgeschalteten Drahtes nach dem Widerstande jener Flüssigkeitsschicht, welche jetzt mehr zwischen den Elektroden ist, als bei dem ersten Versuche. Denn wenn auch die elektromotorische Kraft an den in die Flüssigkeit tauchenden Platten abhängig ist von der Stromstärke, so muß sie doch jetzt genau dieselbe sein, wie bei dem ersten Versuche, da die Stromstärke jetzt wieder dieselbe ist. Da also die im Stromkreise vorhandene elektromotorische Kraft der früheren gleich ist, so muß auch der Gesamtwiderstand der Leitung derselbe sein, es ist also der Widerstand des ausgeschalteten Drahtes nach dem der weiter eingeschalteten Flüssigkeit.

Horsford benutzte bei seinen Versuchen einen viereckigen Trog von Holz, 30 cm lang, 7,5 cm breit und ebenso tief, der im Innern dick mit Schellackfirnis überzogen war. Auf demselben lagen zwei Brettstücke, von denen das eine festsaß, das andere verschiebbar war; dieselben trugen in die Flüssigkeit tauchenden Platten, deren Größe gleich dem Querschnitt des Kastens war. Die Platten waren an Kupferstreifen geklemmt, welche mit den übrigen Teilen des Stromkreises verbunden waren. Bei dem ersten Versuche wurden die Platten 2,5 cm von einander entfernt, die Stromstärke beobachtet und dann in der vorhin angegebenen Weise erfahren, indem die Platten 5, 10, 15 . . . cm von einander entfernt wurden und die Vergrößerung des Widerstandes durch Verkürzung des eingeschalteten Rheostadtrahtes aufgehoben wurde.

Nach derselben Methode oder einer nur wenig davon verschiedenen und später von Schmidt<sup>1)</sup> und Wiedemann<sup>2)</sup> Messungen angestellt worden.

Die Methode von Ed. Becquerel<sup>3)</sup> beruht auf demselben Princip. Er schaltete in beide Zweige eines durch ein Differentialgalvanometer gehenden Stromes Säulen der zu untersuchenden Flüssigkeiten ein, in den einen Zweig außerdem ein Rheochord. In dem einen Zweige war der Abstand der Elektroden in der Flüssigkeit konstant, in dem andern konnte er vergrößert werden. Um die Stromstärke in beiden Zweigen wieder gleich zu machen, wurde eine solche Länge des Rheostadtrahtes eingeschaltet, als die Ablenkung der Galvanometernadel wieder aufgehoben wurde. Der Widerstand des eingeschalteten Drahtes ist dem der ausgeschalteten Flüssigkeit gleich.

Eine andere Untersuchungsmethode ist von Becker<sup>4)</sup> angewandt worden. Derselbe bestimmte zunächst durch Einschaltung zweier Drahtbogen des im Stromkreis eingeschalteten Rheostaten von bekanntem Widerstande  $w_1$  und  $w_2$  den Widerstand  $W$  des übrigen Schließungskreises, also den wesentlichen Widerstand. Ist  $J_1$  und  $J_2$  die in beiden Fällen beobachtete Stromstärke, so ist

$$J_1 = \frac{E}{W + w_1}; \quad J_2 = \frac{E}{W + w_2}; \quad W = \frac{w_2 J_2 - w_1 J_1}{J_1 - J_2}.$$

1) Schmidt, Poggend. Ann. Bd. CVII.

2) Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. XCIX. S. 229 und Electricitätslehre I. S. 579.

3) Becquerel, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII. Poggend. Ann. Bd. LXX.

4) Becker, Liebigs Annalen. Bd. LXXIII u. LXXV.

Darauf wurde die zu untersuchende Flüssigkeit in den Stromkreis gebracht, ohne sonst an dem Stromkreise etwas zu ändern, und durch Ausschalten zweier Längen  $l_1$  und  $l_2$  des Rheostatdrahtes der Strom wieder auf die Stärke  $J_1$  und  $J_2$  gebracht. Bezeichnen wir die an den Elektroden in der Flüssigkeit auftretende elektromotorische Kraft mit  $e$ , den Widerstand der Flüssigkeit mit  $r$ , so ist jetzt

$$J_1 = \frac{E - e}{W + r - l_1}, \quad J_2 = \frac{E - e}{W + r - l_2},$$

woraus sich  $r$  unmittelbar ergibt.

Die Methode ist jedoch nicht einwurfsfrei, da sie die Voraussetzung macht, daß  $e$ , also die Größe der Polarisation, von  $J$  unabhängig sei, eine Voraussetzung, welche, wie wir später zeigen werden, unrichtig ist. Deshalb sind nur jene Resultate über die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten annehmbar, welche bei konstanter Stromstärke, also nach einem dem Horsfordschen ähnlichen Verfahren erhalten sind.

Sehr geeignet ist auch, wie Sirks<sup>1)</sup> hervorgehoben hat, die Methode von Bosscha zur Bestimmung der Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten; die zu untersuchende Flüssigkeit wird in dem Zweige  $bdca$  Fig. 146 eingeschaltet, in welchem bei den Beobachtungen immer dieselbe Stromstärke  $i_1$ , somit auch bei Anwendung derselben Flüssigkeit immer dieselbe Polarisation hergestellt wird.

Man füllt die Flüssigkeit in einen dem Horsfordschen ähnlichen Trog und macht folgende vier Beobachtungen:

1) Man schaltet in den Zweig die Flüssigkeit ihrer ganzen Länge nach ein. Sei der Widerstand derselben  $r$  und sei, wenn das Galvanometer die Stromstärke im Zweige  $bdca$  zu  $i_1$  anzeigt, die in  $ba$  beobachtete Stromstärke  $i$ . Ist  $w$  der Widerstand in  $ba$ ,  $w_1$  der Widerstand in  $bdca$  außer der Flüssigkeit und  $p$  die dem primären Strome entgegengesetzt gerichtete Kraft der Polarisation, so ist nach dem zweiten der Kirchhoffschen Sätze

$$i_1(w_1 + r) - iw = -p \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

2) Man schaltet in den Zweig irgend einen Teil der Flüssigkeitsschicht ein, deren Widerstand  $\frac{1}{n} \cdot r$  sei. Ist dann im Stromkreise  $ba$  die Stromstärke  $i'$ , so ist

$$i_1\left(w_1 + \frac{1}{n}r\right) - i'w = -p \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

3) Man schaltet außerdem einen bekannten Widerstand, etwa einen Draht ein, dessen Widerstand gleich  $l$  sei. Ist die beobachtete Stromstärke im Zweige  $ba$  gleich  $i''$ , so ist

$$i_1\left(w_1 + \frac{1}{n}r + l\right) - i''w = -p \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

4) Man schaltet in den Zweig  $bdca$  den andern Teil des flüssigen

1) Sirks, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

Leiters ein, dessen Widerstand  $\left(1 - \frac{1}{n}\right)$  ist. Beobachtet man im Zweige  $ba$  die Stromstärke  $i'''$ , so ist

$$i_1 \left( w_1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right) r \right) - i''' w = -p \quad (4)$$

Die vier Gleichungen gestatten die vier Größen  $p$ ,  $w$ ,  $w_1$ ,  $i_1$  zu eliminieren und geben

$$r = \frac{2i - i' - i'''}{i'' - i'} l$$

und gleichzeitig

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right) r = \frac{i - i'}{i'' - i'} \cdot l$$

$$\frac{1}{n} r = \frac{i - i'''}{i'' - i'} \cdot l.$$

Kennt man den Wert von  $n$ , hat also genau bestimmt, welchen Bruchtheil der Flüssigkeit man einschaltet, so genügen die drei ersten Beobachtungen, die vierte liefert aber eine dreifache Bestimmung des gesuchten Wertes von  $r$ .

Nach diesen Methoden ist die Leistungsfähigkeit oder der Leitungswiderstand einer Anzahl von Flüssigkeiten bestimmt worden. Wir lassen einige Angaben auf Seite 586 folgen. Becquerel giebt die Leitungsfähigkeit, jene des Silbers gleich 1000000000 gesetzt, Horsford den Widerstand, jenen des Neusilbers an dem von ihm benutzten Rheostaten gleich 1 gesetzt. Um diese Zahlen mit anderen vergleichen zu können, giebt er an, daß der Widerstand dieses Neusilbers auf chemisch reines Silber bezogen gleich 12,4014 sei, was mit den Angaben von Matthiessen nahe übereinstimmt. Wiedemann setzt den Widerstand des Platins gleich 1.

Die Temperaturen, bei welchen diese Widerstände bestimmt sind, liegen zwischen  $15^{\circ}$ — $20^{\circ}$  C.

Es ergibt sich aus diesen Messungen, daß die Widerstände in den Flüssigkeiten gegen diejenigen der Metalle im allgemeinen sehr groß sind. Der Widerstand in wässrigen Lösungen hängt ab von dem Salzgehalte der Lösung, und zwar wird er im allgemeinen kleiner, wenn der Salzgehalt zunimmt. Daraus ergibt sich, daß die Leitungsfähigkeit des Wassers sehr klein sein muß. Noch mehr folgt das aus der Angabe Becquerels, daß bei sehr verdünnten Lösungen der Widerstand in demselben Verhältnisse abnimmt, wie der Salzgehalt zunimmt.

Ein sehr eigentümliches Verhalten zeigt nach Horsford und Wiedemann die verdünnte Schwefelsäure; bei dieser nimmt der Widerstand mit dem Gehalte an Schwefelsäure bis zu einem Minimum ab, welches bei einer Säure vom specifischen Gewicht 1,30 erreicht wird. Konzentriertere Säuren zeigen wieder einen stärkeren Widerstand, und einfaches Schwefelsäurehydrat leitet fast gar nicht.

Auf die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten ist nach den Versuchen von Hankel<sup>1)</sup>, Wiedemann und Becker die Temperatur von Einfluß, und

1) Hankel, Poggend. Ann. Bd. LXIX.

Horstford		Bequaerel		Wiedemann	
Namen der Flüssigkeiten	Widerstand.	Namen der Flüssigkeiten	Leitungsfähigkeit	Namen der Flüssigkeiten	Widerstand
Schwefelsäure 1,10 spec. Gewicht	76673	Kupfervitriollösung gesättigt . . .	6,42	Lösung von Kupfervitriol	
" 1,15 "	67770	Kochsalzlösung gesättigt . . .	31,52	in 1000 cem Wasser	
" 1,20 "	66180	Lösung von salpetersaurem Kupfer		enthaltend:	
" 1,24 "	66180	gesättigt . . . . .	8,99	31,17 gr $CuSO_4 + 6H_2O$ . .	7805000
" 1,30 "	66180	Zinkvitriollösung gesättigt . . .	5,77	62,34 " "	4202000
" 1,40 "	82620	Schwefelsäure, 220 cem Wasser und		77,92 " "	3614000
Kupfervitriollösung in 100 cem		20 cem $H_2SO_4$ . . . . .	88,68	77,92 " "	3178000
15,093 gr Salz . . . . .	972320	Salpetersäure, käufliche . . . .	93,77	124,68 " "	2667000
in 100 cem 7,647 gr Salz . .	1410200			156,86 " "	2181000
Kochsalzlösung in 500 cem Wasser				167,02 " "	1936000
27,6 gr Salz . . . . .	677100			" Schwefelsäure	
in deagl. 21,3 gr . . . . .	769460			enthaltend in 100 cem Wasser:	
2fache Verdünnung der letzten				3,37 gr $SO_2$ . . . . .	499000
Lösung . . . . .	1488300			6,9 " "	283600
4fache Verdünnung . . . . .	2750560			11,42 " "	147200
Chlorkaliumlösung in 500 cem				22,82 " "	88070
Wasser 27,6 gr Salz . . . .	578000			45,84 " "	79660
2fach verdünnt . . . . .	1105700			74,82 " "	108300
4fach verdünnt . . . . .	2006500			92,36 " "	151800
				124,04 " "	322700
				183,96 " "	508000



war in entgegengesetzter Weise als bei den Metallen; die Leitungsfähigkeit nimmt mit steigender Temperatur zu.

Wiedemann findet z. B. für die Kupfervitriollösung

67,02 gr Salz in 1000 cem Wasser bei 20,2° C.	1907000
26,2	1715000
37,5	1419000
51,5	1163000
60	1047000
75,6	894000.

Bei einer Temperaturerhöhung von 55° nahm also der Widerstand mehr als die Hälfte ab.

Auf eine Schwierigkeit bei der Bestimmung der Widerstände in Flüssigkeiten, selbst wenn man die Versuche bei konstanten Strömen, also konstanter Polarisation anstellt, hat Beetz<sup>1)</sup> aufmerksam gemacht, und dieselbe bei seinen Versuchen über die Widerstände in Zinkvitriollösungen gefunden. Beim Durchgange des Stromes durch Flüssigkeiten bedecken sich entweder die Elektroden mit Gas oder es tritt ein Abscheiden der festen Bestandteile an den Elektroden ein, und gleichzeitig ändert sich die Flüssigkeit, wie wir im nächsten Kapitel nachweisen werden, in der Nähe der Elektroden. Dadurch ist es möglich und selbst wahrscheinlich, daß beim Übertritt des Stromes aus den Elektroden in die Flüssigkeit der Widerstand des Überganges eintritt, der mit der Dauer des Stromes sich ändert, da mit der Dauer des Stromes die Verhältnisse in der Nähe der Elektroden sich ändern. Beetz hat daher ein Verfahren angewandt, in welchem eine solche Änderung nicht eintreten konnte, indem er kurz dauernde und dazu noch abwechselnd gerichtete Ströme benutzte, um zunächst für eine Flüssigkeit, nämlich Lösungen von Zinkvitriol, die Leitungswiderstände mit einer ähnlichen Genauigkeit, wie für feste Körper zu bestimmen.

Für Lösungen von Zinkvitriol hat nämlich E. Du Bois Reymond gesagt, daß, wenn man in dieselben den Strom durch Elektroden von amalgamiertem Zink eintreten läßt, durchaus keine Polarisation eintritt. Man kann deshalb eine mit Zinkvitriollösung gefüllte und mit amalgamirten Kupfplatten geschlossene Röhre gerade so in den Stromkreis einschalten, als einen Metalldraht, ohne daß durch Einschalten derselben in dem Stromkreise eine neue elektromotorische Kraft auftritt. Infolgedessen kann man den Widerstand dieser Flüssigkeit in einer Wheatstoneschen Brücke direkt mit demjenigen eines Metalldrahtes vergleichen, und dann bei diesem Verfahren den Strom immer nur momentan geschlossen halten braucht, um zu konstatieren, daß in der Brücke die Stromdichtigkeit gleich null ist, so treten in der Nähe der Elektroden auch keine Änderungen ein, welche einen Widerstand des Überganges bedingen. Somit indes der letztere gar nicht eintrete, ist es nach den Beobachtungen von Beetz erforderlich, daß man gut ausgekochte und dadurch von aller Luft befreite Flüssigkeit anwende, da sonst die Elektroden einen Teil

1) Beetz, Poggend. Ann. Bd. CXVII.



der absorbierten Luft an ihrer Oberfläche verdichten, und dann dann diese kondensierte Luftschicht ein Übergangswiderstand eintritt.

Indem wir wegen der Einzelheiten der Versuche auf die Originalarbeit von Beetz verweisen, stellen wir in folgender Tabelle einige der von Beetz gefundenen Zahlen zusammen. Als Einheit der Leitungsfähigkeit nimmt Beetz jene des Quecksilbers.

Gehalt an $ZnSO_4$ in 100 gr. Wasser	Leitungsfähigkeit bei 20° C.		Zunahme der Leitungsfähig- keit für 1° C.
	beobachtet	berechnet	
7,73	0,000002387	0,000002315	0,000000541
13,48	3417	3408	791
24,39	4502	4502	1074
30,99	4640	4651	1216
36,83	4540	4541	1267
47,25	4016	4030	1319
53,94	3582	3585	1313

Auch hier zeigt sich also bei einer bestimmten Konzentration ein Maximum der Leitungsfähigkeit, so daß sich schon daraus ergibt, daß die Annahme Becquerels, daß die Leitungsfähigkeit einer Lösung des Salzgehalte proportional sei, nur innerhalb sehr enger Grenzen gültig ist. Die Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit vom Salzgehalt bei der Temperatur 20° läßt sich nach Beetz darstellen durch die Gleichung

$$l = a + bp - cp^2 + dp^3,$$

worin  $p$  die Menge Salz auf 100 Wasser bedeutet, und die Konstante die Werte haben

$$\begin{aligned} a &= 0,000000124 & c &= 0,000000007874 \\ b &= 0,0000003413 \text{ } ^1) & d &= 0,0000000005079. \end{aligned}$$

Die hiernach berechneten Werte sind in der dritten Kolonne der Tabelle angegeben.

Beetz fand bei seinen Versuchen es bestätigt, daß die Leitungsfähigkeit mit der Temperatur wächst, und zwar zeigte sich, daß innerhalb des Intervalles von etwa 25° bis 45° die Zunahme der Temperatur proportional war. Die Zunahme hängt, wie die letzte Kolonne der Tabelle zeigt, von dem Salzgehalte ab, sie läßt sich für jeden Temperaturzuwachs in dieser Abhängigkeit darstellen durch die Gleichung

$$z = A + Bp - Cp^2,$$

worin

$$\begin{aligned} A &= 0,00000003209 & B &= 0,0000000040364 \\ C &= 0,0000000004073. \end{aligned}$$

Auf andere Flüssigkeiten hat Beetz seine Versuche noch nicht gedehnt. Eine von ihm vorgeschlagene Methode werden wir im letzten Kapitel kennen lernen.

1) Kohlrausch, Wiedem. Ann. Bd. VI. S. 30.

Paalzwow hat die Unpolarisierbarkeit der amalgamierten Zinkplatten in verschiedenen Lösungen zu Messungen von Widerständen in Flüssigkeiten in dieser Weise benutzt, daß er die Zuleitungsdrähte des Stromes in Gefäße mit einer Kupfervitriollösung führte, und die Gefäße dann durch die zu untersuchende Flüssigkeit in Verbindung brachte<sup>1)</sup>. Es wurden zu dem Zwecke verschiedene Glasgefäße mit einer konzentrierten Lösung von Zinkvitriol und in dieselben möglichst große Elektroden von amalgamiertem Zink eingesetzt. Auf diese Elektroden kamen poröse Thonzellen zu stehen, welche durch ein Heberrohr verbunden wurden. Thonzellen und Heberrohr waren mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt.

Die Zinkelektroden des Apparates wurden mit den Zuleitungsdrähten an einem Zweig einer Wheatstoneschen Brücke verbunden, während der andere Zweig ein Normalmetall von 0,1 bis 50000 Siemensschen Widerstand enthielt, und der Widerstand des Apparates in gewohnter Weise bestimmt wurde.

Man wurde dann rasch das Heberrohr durch ein zweites kürzeres ersetzt, und der Widerstand wieder bestimmt; die Differenz beider Bestimmungen gab den Widerstand einer Flüssigkeitssäule von bestimmter Länge und bestimmtem Querschnitt. Zur Kontrolle wurde noch ein drittes, ebenfalls kürzeres Heberrohr angewandt.

Man erhielt sofort den Widerstand der Flüssigkeiten auf Quecksilber übertragen, erhalten zu können, waren vorher dieselben drei Heberrohre mit Quecksilber gefüllt und auf ihren Widerstand untersucht. Dividierte man die Differenz der Widerstände des ersten und zweiten Rohres, wenn es mit einer bestimmten Flüssigkeit gefüllt war, durch die Differenz, die sich bei einer Füllung derselben beiden Rohre mit Quecksilber ergeben hatte, so gab der Quotient direkt den Widerstand der Flüssigkeit bezogen auf Quecksilber.

Der Quotient aus denselben Differenzen des ersten oder zweiten Rohres gab eine Kontrolle der gefundenen Zahlen.

Die von Paalzwow auf diese Weise gefundenen Zahlen sind folgende.

Zusammensetzung der Flüssigkeiten	Temperatur	Widerstand im Vergleich mit Quecksilber
Schwefelsäure		
$H_2SO_4$	15° C.	96950
$H_2SO_4 + 14 H_2O$	19°	14157
$H_2SO_4 + 13 H_2O$	22°	13310
$H_2SO_4 + 499 H_2O$	22°	184773
Zinkvitriol		
$ZnSO_4 + 33 H_2O$	23°	194400
$ZnSO_4 + 24 H_2O$	23°	191000 — Minimum
$ZnSO_3 + 107 H_2O$	23°	354000
Kupfervitriol		
$CuSO_4 + 45 H_2O$	22°	202410
$CuSO_4 + 105 H_2O$	22°	339341

Zusammensetzung der Flüssigkeiten	Temperatur	Widerstand im Vergleich mit Quecksilber
Schwefelsaure Magnesia		
$MgSO_4 + 34 H_2O$	22°	199180
$MgSO_4 + 107 H_2O$	22°	323600
Salzsäure		
$HCl + 15 H_2O$	23°	13626
$HCl + 500 H_2O$	23°	86697

Paalzow untersuchte ferner Gemische verschiedener Flüssigkeiten; betreffs deren Widerstände sollte man entweder vermuten, daß derselbe das arithmetische Mittel zwischen den Widerständen der einzelnen Flüssigkeiten ist, oder daß sich der Strom zwischen den beiden Flüssigkeiten nach dem Ohmschen Gesetze teilt. Wird eine Röhre von der Länge  $l$  und dem Querschnitt  $q$  mit gleichen Volumen zweier Flüssigkeiten von dem spezifischen Widerstände  $k_1$  und  $k_2$  gefüllt, so würde nach dem Ohmschen Gesetze der durch jede Flüssigkeit fließende Teil des Stromes sein

$$c_1 = \frac{E}{k_1 \frac{2l}{q}} \quad c_2 = \frac{E}{k_2 \frac{2l}{q}}$$

somit die Stromstärke sein

$$J = c_1 + c_2 = \frac{E}{2} \frac{l}{q} \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right)$$

oder der Widerstand einer solchen Röhre wäre

$$W = 2 \frac{l}{q} \cdot \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

Es zeigte sich indes, daß die Widerstände der Gemische weder mit der einen noch der andern Voraussetzung übereinstimmten, wie folgende Zahlen zeigen.

Gemische aus	$k_1$ und $k_2$	$\frac{k_1 + k_2}{2}$	$2 \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$	beobachtete Widerstände
$ZnSO_4 + 50 H_2O$ $CuSO_4 + 50 H_2O$	232600 213832	223216	222840	193920
$ZnSO_4 + 50 H_2O$ $H_2SO_4 + 50 H_2O$	232600 25775	129187	46300	64800
$CuSO_4 + 50 H_2O$ $H_2SO_4 + 50 H_2O$	213832 25775	119803	45900	63460
$CuSO_4 + 23 H_2O$ $nSO_4 + 55 H_2O$	194400 225254	209827	208700	192430

Wie man sieht, ist der beobachtete Widerstand immer kleiner als das arithmetische Mittel, zuweilen auch kleiner als der nach dem Ohm'schen Gesetze berechnete. Allgemeine Resultate lassen sich sonst aus diesen Versuchen nicht ziehen; eine Übereinstimmung zwischen der elektrischen Leitungsfähigkeit und der für Wärme zeigt sich nach den Versuchen Paalzow's<sup>1)</sup> ebenfalls nicht. Denn ordnen wir die Flüssigkeiten nach diesen beiden Leitungsfähigkeiten, so ist die Reihenfolge derselben eine ganz verschiedene

Leitung für Wärme	Leitung für Elektricität
Quecksilber	Quecksilber
Wasser	Schwefelsäure
Kupfervitriol	Kochsalzlösung
Schwefelsäure	Zinkvitriol
Zinkvitriol	Kupfervitriol
Kochsalzlösung	Wasser.

Unsere Kenntnisse von der elektrischen Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten sind wesentlich erweitert durch die Versuche, welche F. Kohlrausch (theils in Verbindung mit Nippoldt<sup>2)</sup>, theils in Verbindung mit Grotrian<sup>3)</sup> und allein<sup>4)</sup> ausgeführt hat.

Die bei diesen Versuchen angewandte Methode unterscheidet sich von den früheren wesentlich dadurch, daß statt konstanter Ströme alterierende benutzt wurden, welche in sehr rascher Folge durch die Flüssigkeit hindurchgesandt wurden. Derartige hin und hergehende Ströme erhält man, wie wir im letzten Kapitel zeigen werden, wenn man in einer eben aus Kupferdraht gewundenen Spirale einen Magnet um eine einem Durchmesser der Spiralwindungen parallele Axe in rasche Rotation versetzt. Die dann entstehenden Induktionsströme sind an Stärke einander genau gleich; aber bei jeder ganzen Umdrehung des Magnets durchlaufen die Spirale, und damit den zwischen deren Enden eingeschalteten Stromkreis einmal in dem einen, dann aber im entgegengesetzten Sinne. Derartige rasch wechselnde Ströme kann man natürlich mit einem Galvanometer nicht messen, da sie in rascher Folge die Magnetnadel einmal in dem einen, dann aber in dem entgegengesetzten Sinne ablenken würden, so daß die entgegengesetzten Impulse auf die Nadel sich gegenseitig aufheben. Man kann sie indes messen durch das im nächsten Abschnitte beschriebene Elektrodynamometer, indem man die Ströme nach einander durch die feste und die bewegliche Rolle des Dynamometers hindurchläßt. Die Ablenkung der beweglichen Rolle ist nämlich, wie wir dort zu sehen werden, immer dieselbe, wenn der Strom in der festen und in der Rolle gleichgerichtet ist, einerlei welche Richtung er besitzt; nur

1) Paalzow, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI. Man sehe im 3. Bande S. 37.

2) Kohlrausch und Nippoldt, Poggend. Ann. Bd. CXXXVIII.

3) Kohlrausch und Grotrian, Nachrichten der Königl. Societät der Wissenschaften zu Göttingen 1874. Poggend. Ann. Bd. CLI. Bd. CLIV.

4) F. Kohlrausch, Poggend. Ann. Bd. CLIX. Wiedem. Ann. Bd. VI. Bd. XI. In letzterer Abhandlung giebt Kohlrausch eine detaillierte Beschreibung seiner Methode in der zuletzt ihr gegebenen Form.

dann geht die Ablenkung in die entgegengesetzte über, wenn der Strom seine Richtung in der einen der beiden Rollen ändert, in der andern dagegen die gleiche Richtung behält.

Wenn man solche Ströme unter Anwendung von grossen und noch dazu platinirten Elektroden von Platin durch Flüssigkeiten hindurchgehen lässt, so tritt gar keine Polarisation der Elektroden auf. Kohlrausch und Grottrian wandten deshalb bei ihren Versuchen Platinbleche von je 25 qcm Grösse an, welche mit einem Überzuge von Platinschwarz überzogen waren. Den Nachweis, dass bei dieser Anordnung in der That keine Polarisation vorhanden war, lieferten Kohlrausch und Grottrian dadurch, dass sie zeigten, dass man für den Widerstand der Flüssigkeit ganz denselben Wert fand, welche Intensität man auch den Induktionsströmen gab, und dass man für Zinkvitriollösungen denselben Wert fand, einerlei ob man platinirte Platinelektroden oder unpolarisierbare amalgamirte Zinkelektroden, wie es Beetz that, benutzte. Dass die erstere Beobachtung dafür ein Beweis ist, dass keine Polarisation eintrat, wird im nächsten Kapitel bewiesen, wo wir zeigen werden, dass bei schwachen Strömen die Polarisation von der Stromstärke abhängig ist.

Nachdem auf diese Weise gezeigt war, dass bei dieser Anordnung flüssige Leiter ganz wie metallische behandelt werden konnten, konnte man also auch die Leitungsfähigkeit derselben wie diejenige der Metalle untersuchen.

Kohlrausch und Grottrian wandten die Beobachtungsmethode mit der Wheatstoneschen Brücke an. Der von dem Induktionsapparate kommende Strom durchfloss zuerst die feste Rolle des Elektrodynamometers und wurde dann wie bei der Wheatstoneschen Brücke verzweigt. Der eine Zweig enthielt die zu untersuchende Flüssigkeit, der andere einen nach Quecksilbereinheiten graduirten Rheostaten; nach Durchlaufen der Zweige kehrte dann der Strom zu dem Induktionsapparate zurück. In die Brücke der Verzweigung war die lose Rolle des Dynamometers eingeschaltet. War der Widerstand der Flüssigkeiten jenem des eingeschalteten Rheostaten gleich, so musste der Strom in der beweglichen Rolle des Dynamometers gleich null sein, dieselbe durfte keine Ablenkung erhalten; war der Widerstand in der Flüssigkeit grösser als im Rheostat, so durchliefen die Ströme die bewegliche Rolle in dem einen, war der Widerstand im Rheostaten der grössere, in dem andern Sinne, während der Sinn der Ströme in der festen Rolle immer derselbe blieb. Die Ablenkung der beweglichen Rolle war also in dem einen Falle die entgegengesetzte als in dem andern. Man konnte deshalb gerade so wie bei Anwendung konstanter Ströme die Widerstände genau abgleichen<sup>1)</sup>.

Dass in der That bei diesem Verfahren keine merkliche Polarisation vorhanden war, dafür mögen nur folgende Zahlen angeführt werden. Der Widerstand einer Zinkvitriollösung von etwa Maximalleitungsvermögen wurde einmal mit konstantem Strom zwischen amalgamirten und nach der Vorschrift von Beetz frisch in Zinklösung abgekochten Zinkelektroden,

1) Bei Anwendung der Brückenmethode kann man nach Kohlrausch als ein noch empfindlicheres Erkennungsmittel, dass der Strom in der Brücke verschwindet, das Telephon anwenden. Kohlrausch, Wiedem. Ann. Bd. XI.



kann zwischen denselben und schließlich zwischen platinirten Elektroden  $t$  alternierenden Strömen etwa 150 in der Sekunde untersucht. Es gab sich bei der Temperatur  $16^{\circ}$

bei Zink-	} und konst. Strom der Widerstand gleich 537,49
elektroden	
Platinelektroden	
	„ alternierenden Strömen „ „ 537,41
	„ „ „ „ 537,20

erte, welche so genau übereinstimmen, daß die größten Unterschiede eine Schwankung der Temperatur um  $0,05^{\circ}$  C. erklärt werden.

Nach dem Verfahren von F. Kohlrausch sind in den letzten Jahren gedehnte Versuchsreihen von verschiedenen Experimentatoren durchgeführt worden, so von Grotrian<sup>1)</sup>, von Long<sup>2)</sup>, von R. Lenz<sup>3)</sup>, welcher auch in Alkohol löslichen Salze in Wasser und Alkohol untersucht hat, von Pfeiffer<sup>4)</sup>, W. Kohlrausch<sup>5)</sup>, Stephan<sup>6)</sup> u. a.

Bouty<sup>7)</sup> hat zu seinen ausgedehnten Versuchen über die Leitung in dünnsten Lösungen die am Schlusse des §. 84 erwähnte Methode benutzt, er maß die Differenz der Werte der Potentialfunktion an den Enden einer langen mit der zu untersuchenden Lösung gefüllten Röhre, welche ähnlich wie bei der Methode von Paalzow in den Stromkreis eingefügt war. Da an den zum Elektrometer führenden Drähten eine Zersetzung der Flüssigkeiten nicht eintritt, ist bei dieser Methode die elektrische Polarisierung ausgeschlossen.

Wir begnügen uns an dieser Stelle damit, aus der großen Zahl der von den verschiedenen Experimentatoren ausgeführten Messungen nur einige allgemeine Resultate anzuführen, da wir im nächsten Abschnitt, bei Besprechung der Elektrolyse auf die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten nochmals zurückkommen werden (§. 107).

Als allgemeines Resultat ergibt sich zunächst, daß für alle untersuchten Lösungen die Leitungsfähigkeit mit steigender Temperatur ganz beträchtlich zunimmt, und daß dieselbe bei der Temperatur  $t$  sich darstellen läßt durch Gleichungen von der Form

$$k_t = k_0(1 + \alpha t + \beta t^2),$$

in die Koeffizienten  $\alpha$  und  $\beta$  nicht nur von der Natur der angewandten Lösung, sondern, wie es schon Beetz für die Zinkvitriollösungen fand, auch von der Konzentration derselben abhängig sind. So giebt Grotrian folgende Werte von  $k_0$ ,  $\alpha$ , und  $\beta$  für Schwefelsäurelösungen:

1) Grotrian, Wiedem. Ann. Bd. XVIII.

2) Long, Wiedem. Ann. Bd. XI.

3) R. Lenz, Mémoires de l'Acad. de St. Petersburg. Jahrg. 1878. Bd. XXVI. blätter Bd. II. S. 710. Mém. de St. Petersburg. Jahrg. 1882. Bd. XXX. Beilage Bd. VII S. 399.

4) Pfeiffer, Wiedem. Ann. Bd. XXIII (Untersuchung kohlenensäurehaltigen Gases).

5) W. Kohlrausch, Wiedem. Ann. Bd. XVII.

6) Stephan, Wiedem. Ann. Bd. XVII.

7) Bouty, Ann. de chim. et de phys. 6 Série. T. III.

Gehalt an $H_2SO_4$ in Gewichtsprozenten	Leitungsfähigkeit bei 0°		
$p$	$k_0$	$\alpha$	$\beta$
5	0,00001543	0,01768	— 0,00006214
10	2722	1902	6002
20	4659	2156	4976
30	5142	2390	3149
40	4640	2606	0521
50	3578	2802	+ 0,00002908
60	2423	2979	7138
70	1587	3136	+ 0,00012168
80	1053	3275	18000
90	719	3394	24633
100	507	3494	32066

Die Werte von  $\alpha$  und  $\beta$  zeigen, daß der Prozentgehalt der, am besten leitenden Lösungen an  $H_2SO_4$  in verschiedenen Temperaturen ein verschiedener ist. Bei 0° leitet am besten eine Lösung, welche 30,2 Prozent  $H_2SO_4$  enthält, mit steigender Temperatur steigt dieser Gehalt und zwar für je 10° um etwa 0,8.

Ebenso wie die Schwefelsäure zeigen Salzsäure und Salpetersäure bei einem bestimmten Gehalte an Säure ein Maximum der Leitungsfähigkeit, und zwar liegt das Maximum für die Temperatur 0° für Salzsäure bei einem spezifischen Gewicht von etwa 1,11, für Salpetersäure bei einem Gehalte von 31,0 Prozent. Die Werte für einige Konzentrationen der Salpetersäure zeigt folgende Tabelle.

Gehalt an $HNO_3$	$k_0$	$\alpha$	$\beta$
6,2	0,00002118	0,0218	— 0,000037
12,4	3731	204	25
24,8	5402	184	3
31,0	5462	190	8
37,2	5206	198	1
49,6	4274	212	+ 0,000020
62,0	3296	232	— 0,000027

Für Salzlösungen zeigt sich eine solche Maximalleitungsfähigkeit bei einer bestimmten Konzentration nicht allgemein, bei den Chloriden der Alkalien mit Ausnahme der Chlorkalium z. B. wächst die Leitungsfähigkeit stets mit der Konzentration, wie folgende Zahlen zeigen.

Gehalt an Salz Gewichtsprozente		$k_0$	$\alpha$	$\beta$
<i>Na Cl</i>	5	0,00000402	0,0292	0,000110
	10	729	290	102
	15	998	279	110
	20	1177	290	108
	24	1239	311	111
<i>K Cl</i>	5	0,00000426	0,0271	0,000078
	10	865	249	65
	15	1313	233	58
	20	1778	220	42
	21	1873	217	39
<i>NH<sub>4</sub> Cl</i>	0	0,00000572	0,0266	0,000074
	10	1139	242	68
	15	1711	221	53
	20	2251	218	19
<i>Li Cl</i> für 18° C	2,5	0,00000383	0,0228	—
	5	685	224	—
	10	1139	219	—
	20	1530	221	—
	30	1307	229	—
	40	789	285	—

Die für *Li Cl* angegebenen Temperaturkoeffizienten gelten zwischen und 26°.

Auch hier zeigt sich wieder, daß die Temperaturkoeffizienten nicht von der Natur des Salzes, sondern auch von der Konzentration abhängen, im großen und ganzen findet man, daß sie mit zunehmender Leitungsfähigkeit kleiner werden. Wie in diesen Fällen zeigt sich allgemein, daß das  $t^2$  enthaltende Glied von nicht zu vernachlässigendem Belang ist, die Leitungsfähigkeiten wachsen allgemein rascher wie die Temperatur.

Einen auffallend großen Temperaturkoeffizienten besitzt eine konzentrierte Lösung von Ätznatron *Na HO*, sie nimmt von 10° bis 80° auf das Hundertfache ihres Anfangswertes zu. Die mit 10<sup>8</sup> multiplizierte Leitungsfähigkeit einer Lösung, welche 43 Teile Natron in 100 g enthält, wird recht gut dargestellt durch die Gleichung

$$10^8 k = 222 (1 + 0,1059 t + 0,004459 t^2)$$

Wie bei den Chlorkalium, so zeigt sich noch bei einer Reihe von Salzen, daß einer bestimmten Lösung ein Maximum der Leitungsfähigkeit entspricht, daß bei weiterer Konzentration die Leitungsfähigkeit wieder abnimmt. Will man deshalb die Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit von der Konzentration darstellen, so muß man wie Beetz bei Zinkvitriol ein

Glied mit der dritten oder selbst mit der vierten Potenz des Procentgehalts hinzunehmen. Für verdünntere Lösungen, bis etwa 10 Procent genügen indes nach Kohlrausch Formeln von der Form

$$k = \kappa p - \kappa' p^2$$

Formeln, welche, wie schon vorhin bemerkt wurde, darauf hinweisen, daß das reine Wasser nicht leitet.

Kohlrausch<sup>1)</sup> hat deshalb zu verschiedenen Malen versucht möglichst reines Wasser herzustellen, um diesen Schluss zu prüfen, nachdem die frühern Beobachtungen schon gezeigt hatten, daß die Leitungsfähigkeit des Wassers sehr klein war. Kohlrausch destillierte Wasser, dem zur Zerstörung etwaiger organischer Substanzen etwas übermangansaures Kali, zur Zerstörung etwaiger freier Säuren etwas Ätzkali und um etwaigen Ammoniak zurückzuhalten, etwas saures schwefelsaures Kali zugesetzt war, durch ein silbernes Kühlrohr in eine Glasvorlage und aus dieser nochmals durch einen Kühler von Platin in eine Platinschale, in welcher direkt der Widerstand bestimmt wurde. Setzt man das Leitungsvermögen des Quecksilbers gleich  $10^{10}$ , so ergab sich für so gereinigtes Wasser das Leitungsvermögen gleich 0,71 bei  $21^{\circ},5$  C. Die geringste Verunreinigung, Stehen an der Luft, Aufbewahren in Glasgefäßen, wodurch etwas Glas aufgelöst wird, erhöht die Leitungsfähigkeit bedeutend. Bei seinen letzten Versuchen gelang es Kohlrausch, indem er Wasser im luftleeren Raume in zugeschmolzenen Gläsern destillierte, und direkt in dem als Vorlage dienenden Glasgefäße sofort nach Beendigung der 8–15 Minuten Zeit beanspruchenden Destillation die Leitungsfähigkeit maß, dieselbe auf  $0,25 \cdot 10^{-10}$  von derjenigen des Quecksilbers herabzubringen. Es folgt somit, daß schon eine geringe Menge absorbierter Luft die Leitungsfähigkeit des Wassers erhöht. Man wird darnach schließen dürfen, daß eine Lösung nur infolge des gelösten Salzes löst. Den Koeffizienten  $\kappa$  in der Formel

$$k = \kappa p - \kappa' p^2$$

bezeichnet Kohlrausch als das spezifische Leitungsvermögen der gelösten Substanz. Für sehr kleine Werte von  $p$ , also für sehr verdünnte Lösungen, verschwindet das zweite Glied, so daß man in der That  $\kappa$  als einen die betreffende Substanz charakterisierenden Wert bezeichnen kann.

Wenn so die Leitungsfähigkeit der Lösung nur auf Rechnung der gelösten Substanz zu setzen ist, so liegt auf den ersten Blick die Vermutung nahe, daß die Leitungsfähigkeit von dem Lösungsmittel ganz unabhängig sei; die Unhaltbarkeit dieses Schlusses ist indes durch die Versuche von R. Lenz<sup>2)</sup> nachgewiesen, der Lösungen solcher Salze, welche auch in Alkohol löslich sind, in wässrigem Alkohol auf ihren Widerstand untersuchte. Die Leitungsfähigkeit des absoluten Alkohols ist nach Kohlrausch<sup>3)</sup> etwa gleich der des reinsten luftfreien Wassers, 0,3. Die alkoholischen Lösungen der Salze zeigten aber stets einen erheblich größeren

1) F. Kohlrausch, Poggend. Ann. Erg.-Bd. VIII. Wiedem. Ann. Bd. XXIV.

2) R. Lenz, Mém. de St. Petersburg Bd. XXX, 1882. Beiblätter Bd VII S. 399.

3) F. Kohlrausch, Poggend. Ann. Erg.-Bd. VIII.

Widerstand als die wässerigen. Für eine 4 % Jodkalium haltende Lösung gaben sich z. B. die Widerstände  $R$ , jener der wässerigen Lösung gleich 30 gesetzt, wenn sie in einem Weingeist gelöst wurden, der  $v$  Volumprozent Alkohol enthält, die in folgenden Reihen angegeben sind

$v =$	0	10	20	30	40	50	60	70
$R =$	100	130	165	207	249	286	326	370.

Wir werden im nächsten Abschnitte, wenn wir die Theorie der Leitung in Flüssigkeiten besprechen, sehen, wodurch diese Unterschiede bedingt sind (§. 107).

### §. 88.

**Bestimmung der elektromotorischen Kraft.** Ausser der Kenntniss der Leitungswiderstände in einem Stromkreise bedarf es zur Bestimmung der Stromstärke auch jener der elektromotorischen Kräfte. Das als derselben ist durch die gewählten Einheiten der Stromstärke und des Widerstandes bereits gegeben; wir müssen als Einheit der elektromotorischen Kraft jene bezeichnen, welche in einem Stromkreise, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, die Einheit der Stromstärke hervorbringt. Da wir nun als Einheit der Stromstärke jene bezeichnet haben, welche in einem Voltameter in einer Minute ein Kubikcentimeter Knallgas erzeugt, so haben wir einer galvanischen Kombination die Einheit der elektromotorischen Kraft beizulegen, welche in einem Stromkreise, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, einen Strom erzeugt, welcher gleicher Stärke durch ein Voltameter geführt, dort in einer Minute ein Kubikcentimeter Knallgas erzeugt.

Als ein relatives Mafß kann man zur Messung der elektromotorischen Kraft auch jene einer bestimmten galvanischen Kombination benutzen, wie diejenige eines Daniellschen Elementes. Ist diese nach chemischem Mafße bestimmt worden, so kann man auch alle übrigen daraus erhalten.

Die elektromotorische Kraft konstanter Elemente läßt sich leicht und direkt in chemischem Mafße erhalten durch die Methode von Ohm<sup>1)</sup>, welche wir schon früher zur Bestimmung des Leitungswiderstandes benutzt haben. Man schließt ein Element durch eine Tangentenbussole und ein Rheochord, in welchem der Schlitten auf 0 steht. Kennt man den Induktionsfaktor der Tangentenbussole, so erhält man sofort die Stromstärke in chemischem Mafße. Sei dieselbe gleich  $J$ , und sei  $E$  die elektromotorische Kraft,  $W$  der Widerstand, so ist

$$J = \frac{E}{W}; \quad E = W \cdot J.$$

Man schaltet dann eine bestimmte Länge des Rheochords ein, deren Widerstand  $w$  sei, so wird die Stromstärke eine andere  $J_1$ , nämlich

$$J_1 = \frac{E}{W + w}; \quad E = (W + w) J_1;$$

1) Ohm, Schweiggers Journal Bd. LVIII. Jahrg. 1830.



die beiden Gleichungen lassen ebenso wie  $W$  auch  $E$  bestimmen, es wird nämlich  $E$

$$E = w \cdot \frac{J \cdot J_1}{J - J_1}.$$

Indem man dann mehrere Widerstände  $w$  nach einander einschaltet, erhält man aus je zwei Beobachtungen einen Wert für  $E$ , aus welchem man zur Erreichung größerer Genauigkeit das Mittel nimmt.

Wie man sieht, liefert diese Methode sofort den gesuchten Wert in der aufgestellten Einheit; sie ist aber ebenso zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte zweier Elemente geeignet, indem man nach einander mit den beiden Elementen dieselben Versuche macht. Man kann nach derselben aber nur die elektromotorischen Kräfte konstanter Elemente bestimmen, da während der Zeit, welche zu den Versuchen gebraucht wird, die Stromstärke inkonstanter Ketten infolge der Polarisation sich zu sehr ändert.

Zur Bestimmung der elektromotorischen Kräfte konstanter wie inkonstanter Ketten ist dagegen gleich

gut geeignet die von Poggendorff gegebene Kompensationsmethode<sup>1)</sup>. Zu derselben wendet man die § 81 zuletzt angegebene Stromverzweigung an. Wie wir damals sahen, ist die Stromstärke in dem die beiden Zweige verbindenden Draht  $a$ , dessen Widerstand gleich  $w$  ist, wenn die beiden elektromotorischen Kräfte in den Zweigen  $b$  und  $c$  (Fig. 152) gleich  $E_1$  und  $E_2$ ,

die Widerstände aber resp.  $w_1$  und  $w_2$  sind,

$$i = \frac{E_1 w_2 + E_2 w_1}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2};$$

die Stromstärke in den beiden Zweigen ist

$$i_1 = \frac{E_1 (w + w_2) - E_2 w}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}$$

$$i_2 = \frac{E_2 (w + w_1) - E_1 w}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}.$$

Die Stromstärke in den beiden Zweigen hängt daher wesentlich von dem Verhältnisse der Widerstände  $w + w_1$  zu  $w$ , oder  $w + w_2$  zu  $w$  ab. Sind nun  $E_1$  und  $E_2$  von einander verschieden, so kann man es leicht durch Regulierung der Widerstände dahin bringen, daß  $i_1$  oder  $i_2$  gleich 0 wird. Habe man dadurch  $i_2 = 0$  gemacht, so ist

$$E_2 = E_1 \frac{w}{w + w_1}.$$

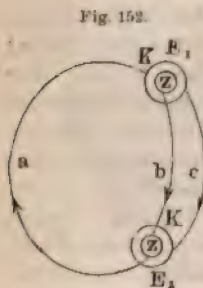
Setzt man diesen Wert von  $E_2$  in die Gleichung für  $i$ , so wird

$$i = \frac{E_1}{w + w_1}; \quad E_1 = i (w + w_1)$$

und daraus

$$E_2 = i \cdot w.$$

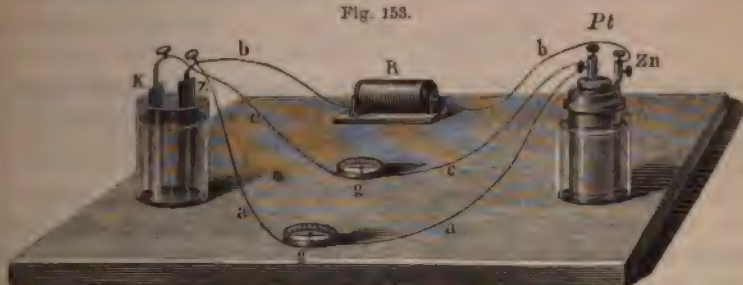
<sup>1)</sup> Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LIV.



Wir erhalten demnach auf diese Weise, wenn wir die Widerstände  $w_1$  und  $w_2$  kennen, direkt das Verhältnis der beiden elektromotorischen  $E_1$  und  $E_2$  aus der einzigen Beobachtung  $i_2 = 0$ . Beobachten wir aber außerdem die Stromstärke  $i$ , so können wir sowohl  $E_1$  als  $E_2$  in der gewählten Einheit erhalten.

Zur Messung elektromotorischer Kräfte nach diesem Verfahren operierte Poggendorff in folgender Weise. An Stelle des Elementes  $E_1$  wurde ein konstantes Grovesches Zink-Platin-Element benutzt. Die elektromotorische Kraft und der wesentliche Widerstand desselben, also der Widerstand an dem Elemente selbst, wurden nach der Ohmschen Methode bestimmt. Dasselbe wurde mit dem zu untersuchenden, z. B. einem Zink-Kupfer-Elemente in der Weise Fig. 153 verbunden. Die Elemente standen, wie

Fig. 153.



auch in Fig. 152 angenommen ist, ganz am Ende der Zweige  $b$  und  $c$ , so daß also der Zweig  $c$  (Fig. 152), dessen Widerstand wir mit  $w_2$  bezeichneten, aus dem das Platin  $Pt$  mit dem Kupfer  $K$  verbindenden Drahte  $c$ , welcher das Galvanometer  $G$  enthält, und dem Widerstand der Flüssigkeit in dem Elemente  $KZ$  bestand. Der Zweig  $b$  wird gebildet von dem Drahte  $b$ , welcher das Zink  $Z$  mit dem Zink  $Zn$  verbindet und  $a$  welchem der Rheochord  $R$  eingeschaltet ist, und dem Widerstande der Flüssigkeit in dem Groveschen Elemente. Der die beiden Zweige verbindende Draht  $a$  (Fig. 152) ist auch Fig. 153 mit  $a$  bezeichnet, er verbindet das Zink des Elementes  $ZK$  mit dem Platin des Groveschen Elementes; in ihm ist die Tangentenbussole  $g'$  eingeschaltet.

Die mit der Tangentenbussole  $g'$  gemessene Stromstärke ist in unsern Formeln mit  $i$  bezeichnet, die Stromstärke im Drahte  $b$  mit  $i_1$ , diejenige im  $c$  mit  $i_2$ .

Die Drahtverbindung  $KPt$  oder  $c$  ist für gewöhnlich geöffnet, sie dient nur dazu, den Widerstand  $w_2$  in  $b$  so

die Kette nur auf Augenblicke geschlossen, und wird zugleich der durch diese Schließung entstehende Strom fast vollständig durch den von dem andern Elemente herrührenden Strom kompensiert, so wird die Flüssigkeit in dem Elemente nicht zersetzt, und die elektromotorische Gegenkraft tritt gar nicht auf. Sollte aber bei den Versuchen zur Bestimmung des zur Kompensation erforderlichen Widerstandes doch in dem Elemente eine Zersetzung stattgefunden haben, so nimmt man die Platten aus demselben heraus, nachdem man annähernd den zur Kompensation erforderlichen Widerstand  $w_1$  hergestellt hat, und reinigt sie. Dann setzt man den Apparat wieder zusammen und kompensiert vollständig.

Hat man nach der Methode von Ohm die elektromotorische Kraft  $E_1$  und den Widerstand des konstanten Elementes bestimmt, so hat man die Tangentenbussole nicht nötig, da man dann  $E_2$  aus

$$E_2 = E_1 \frac{w}{w + w_1}$$

hat. Es ist indessen auch in dem Falle bequemer, die Stromstärke  $i$  zu beobachten, da man dann nur den Widerstand  $w$  des Drahtes  $a$  zu bestimmen hat, um sofort  $E_2$  zu erhalten; die Bestimmung von  $w_1$  ist nicht erforderlich.

Hat man beides,  $i$  und  $w_1$  beobachtet, so braucht man  $E_1$  nicht vorher zu bestimmen, da man auch dieses direkt erhält. Da es indes schwierig ist,  $w_1$  mit Genauigkeit zu messen, so verfährt man am besten so, daß man  $E_1$  nach der Ohmschen Methode, und damit zugleich  $w$  bestimmt, und dann die Stromstärke  $i$  nach der Kompensation beobachtet. Es bedarf wohl keiner Erwähnung, daß nach geschehener Kompensation es gleichgültig ist, ob der Stromzweig  $c$  geschlossen ist oder nicht, da die Stromstärke  $i_2$  in demselben gleich 0 ist.

Die Poggendorffsche Methode ist zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft konstanter Elemente natürlich ebenso geeignet, ja noch bequemer als zu derjenigen inkonstanter Elemente, da man dann den Zweig  $c$  immer geschlossen halten kann.

Durch eine kleine Modifikation der Poggendorffschen Methode hat Bosscha<sup>1)</sup> die Messung der Widerstände  $w$  und  $w_1$  ganz umgangen, so daß man ohne weiteres das Verhältnis  $E_2$  zu  $E_1$ , oder wenn man letzteres kennt, auch  $E_2$  in der gewählten Einheit erhält. An Stelle des Galvanometers  $g$  wird ebenfalls ein Rheochord angebracht. Hat man den Widerstand  $w_1$  so abgeglichen, daß in  $c$  die Stromstärke gleich 0 ist, so schaltet man in dem Kreise  $a$  einen Widerstand  $l$  ein; dann ist in  $c$  wieder ein Strom vorhanden, und um den zu kompensieren, schaltet man in  $b$  einen Widerstand  $l_1$  ein. Da jetzt der Strom wieder in  $c$  gleich 0 ist, so ist

$$E_2 = E_1 \frac{w + l}{w + l + w_1 + l_1};$$

da aber vorhin war

$$E_2 = E_1 \frac{w}{w + w_1};$$

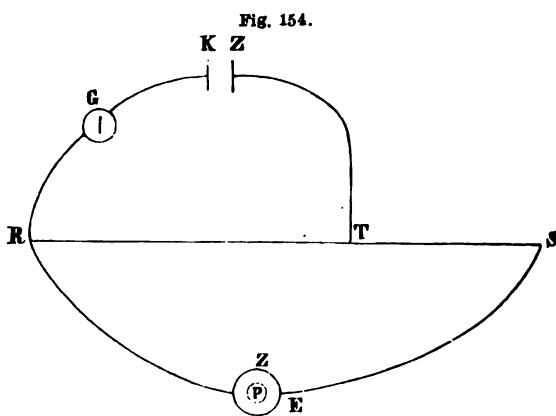
1) Bosscha, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

o folgt auch

$$E_2 = E_1 \frac{l}{l + l_1}.$$

Die Widerstände  $l$  und  $l_1$  lassen sich mit großer Genauigkeit bestimmen, da es eben nur Drahtlängen des Rheochords sind, und deshalb läßt sich auf diesem Wege große Genauigkeit erzielen.

In etwas anderer Weise hat E. Du Bois-Reymond<sup>1)</sup> die Methode von Poggendorff modifiziert und dadurch noch bequemer gemacht; Du Bois-Reymond verändert nicht nur den Widerstand in den Zweigen, sondern gleichzeitig in dem unverzweigten Teile, um in dem einen Zweige den Strom zum Verschwinden zu bringen. Die Anordnung von Du Bois-Reymond zeigt schematisch Fig. 154.



Die Elemente werden so gestellt, daß der von  $E$  herrührende Strom in dem Zweige  $RKT$  entgegengesetzt fließt als der von  $K$  herrührende Strom, und der Schieber  $T$  auf dem Rheochord  $RS$  so weit verschoben, daß der Strom im Zweige  $RKT$  gleich null wird. Das Stück  $RT$  entspricht dem Teile  $a$ ,  $RKT$  dem Zweige  $c$ ,  $RES$  dem Zweige  $b$  von Fig. 152. Bezeichnen wir deshalb den Widerstand in  $RT$  mit  $w$ , in  $RES$  mit  $w_1$ , in  $RKT$  mit  $w_2$ , die elektromotorische Kraft in  $E$  mit  $E$ , in  $KZ$  mit  $K$ , so ist, wenn der Strom in  $RKT$  gleich null ist,

$$K = E \frac{w}{w + w_1}.$$

Man kann diese Beziehung auch leicht direkt für diese Anordnung aus den Kirchhoffschen Sätzen ableiten. Nennen wir die Stromstärken in  $RT$   $i$ , in  $RES$   $i_1$ , in  $RKT$   $i_2$ , so erhalten wir für den Kreuzungspunkt  $T$

$$i_1 + i_2 - i = 0,$$

und für den Stromkreis  $RKTR$

$$i_2 w_2 + iw = K,$$

1) E. Du Bois-Reymond, Abhandlungen der Berliner Akad. a. d. J. 1862.

für den Stromkreis *RESTR*

$$i_1 w_1 + iw = E.$$

Aus diesen drei Gleichungen erhält man unmittelbar

$$i_2 = \frac{K(w + w_1) - Ew}{w w_1 + w_2(w + w_1)},$$

somit für  $i_2 = 0$

$$K = E \cdot \frac{w}{w + w_1}.$$

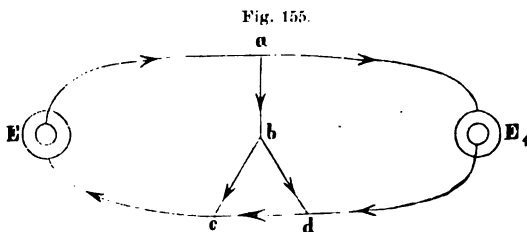
Um auch bei diesem Verfahren die Widerstände  $w$  und  $w_1$  nicht messen zu müssen, kann man mit demselben die Modifikation von Boscchi verbinden. Man schaltet in den Kreis *ERTSE* zwischen *E* und *S* einen zweiten Rheochord ein, und schaltet nach einer ersten Kompensation einen Widerstand  $l_1$  an demselben ein. Der Schieber *T* muß dann zur Kompensation neuerdings verschoben werden; ist dazu der Widerstand  $l$  einzuschalten, so ist jetzt

$$K = E \frac{w + l}{w + l + w_1 + l_1 - l},$$

da wenn der Widerstand in *RT*, also  $w$  um  $l$  vergrößert wird, dadurch der oben mit  $w_1$  bezeichnete Teil *REST* gleichzeitig um  $l$  verkleinert wird. Daraus folgt

$$E = E \cdot \frac{l}{l_1}.$$

Eine andere Modifikation der Poggendorffschen Methode hat Hoorweg<sup>1)</sup> angegeben, welche wie die Du Bois-Reymondsche sehr geeignet ist, um geringe elektromotorische Kräfte mit großen zu vergleichen. Hoorweg



schaltet die beiden Elemente so ein, daß der Strom in den beiden die Elemente enthaltenden Zweigen dieselbe Richtung besitzt, dagegen in dem die beiden Zweige verbindenden Drahte ist der Strom des einen Elementes demjenigen des andern ent-

gegengesetzt. Dieser Draht wird in zwei Zweige gespalten und dann werden die Widerstände so reguliert, daß in dem einen der Zweige der Strom gleich null wird. Das Schema der Hoorwegschen Anordnung zeigt Fig. 155. *E* ist das Normalelement, *E*<sub>1</sub> das zu vergleichende, in dem Zweige *bd* wird durch Abgleichen der Widerstände die Stromstärke auf null reduziert.

Bezeichnen wir nun in den

Zweigen	<i>aEc</i>	<i>ab</i>	<i>bc</i>	<i>bd</i>	<i>cd</i>	<i>aE<sub>1</sub>d</i>
die Intensitäten	$i_1$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$i_5$	$i_6$
die Widerstände	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$	$w_5$	$w_6$

1) Hoorweg, Poggend. Ann. Bd. CXXVII.



erhalten wir nach den Kirchhoffschen Sätzen die Gleichungen

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_6 & i_2 &= i_3 + i_4 & i_1 &= i_3 + i_5 & i_6 + i_4 &= i_5 \\ i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_3 w_3 &= E & i_5 w_5 + i_4 w_4 - i_3 w_3 &= 0 \\ i_6 w_6 - i_4 w_4 - i_2 w_2 &= E_1 & i_1 w_1 + i_6 w_6 + i_5 w_5 &= E + E_1 \end{aligned}$$

Als Bedingung für  $i_4 = 0$  ergibt sich aus diesen Gleichungen

$$E(w_3 w_6 - w_2 w_5) = E_1(w_1 + w_2 + w_3)w_5 + w_1 w_2,$$

und daraus für das Verhältniß der elektromotorischen Kräfte

$$\frac{E_1}{E} = \frac{w_3 w_6 - w_2 w_5}{(w_1 + w_2 + w_3)w_5 + w_1 w_2}.$$

Schaltet man jetzt in  $cEA$  einen Widerstand  $a$  ein, und vergrößert nun den Widerstand  $dE_1a$  um  $b$ , so daß wieder  $i_4 = 0$  wird, so ist

$$\frac{E_1}{E} = \frac{w_3 w_6 - w_2 w_5 + b \cdot w_3}{(w_1 + w_2 + w_3)w_5 + w_1 w_2 + a(w_5 + w_2)},$$

und aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{E_1}{E} = \frac{b \cdot w_3}{a(w_5 + w_2)}.$$

Man hat also nur die Widerstände in den drei bei  $b$  zusammenfassenden Zweigen, sowie  $a$  und  $b$  genau zu messen, um das Verhältniß der beiden elektromotorischen Kräfte scharf zu bestimmen.

Außer diesen Methoden von Ohm und Poggendorff, welche die elektromotorische Kraft der untersuchten Elemente direkt in der gewählten Einheit liefern, giebt es noch eine große Anzahl solcher, welche die elektromotorischen Kräfte zweier Elemente vergleichen. Wir erwähnen von denselben nur folgende:

Man schaltet<sup>1)</sup> in einen Stromkreis von so großem Widerstande, daß diejenige in den Elementen dagegen vernachlässigt werden kann, nach einander die verschiedenen zu vergleichenden Elemente ein, und beobachtet die von jedem hervorgebrachte Stromstärke. Da der Widerstand immer derselbe ist, so verhalten sich die elektromotorischen Kräfte direkt wie die Stromstärken. Denn sind in zwei Fällen  $E$  und  $E_1$  die elektromotorischen Kräfte,  $J$  und  $J_1$  die Stromstärken und ist  $W$  der Widerstand des Stromkreises, so ist

$$\begin{aligned} J &= \frac{E}{W}; & J_1 &= \frac{E_1}{W} \\ E_1 &= E \cdot \frac{J_1}{J}. \end{aligned}$$

Eine andere von Fechner angewandte Methode<sup>2)</sup> ist folgende: Die vergleichenden Elemente werden zugleich hinter einander in den Stromkreis eingeschaltet, einmal so, daß die von beiden erzeugten Ströme gleich gerichtet sind, sich also summieren; dann, daß sie entgegengesetzt gerichtet sind, sich also subtrahieren. Seien die beobachteten Stromstärken

1) Fechner, Lehrbuch des Galvanismus, zugleich 3. Bd. der 2. Aufl. seiner *ersetzung von Biots Physik*. Leipzig 1829.

2) Fechner, *Maßbestimmungen der galvanischen Kette*.

in den beiden Fällen resp.  $J_1$  und  $J_2$ ,  $W$  der Widerstand des Stromkreises, so ist

$$J_1 = \frac{E_1 + E_2}{W}; \quad J_2 = \frac{E_1 - E_2}{W}$$

$$E_1 = \frac{1}{2} W (J_1 + J_2); \quad E_2 = \frac{1}{2} W (J_1 - J_2)$$

$$E_2 = E_1 \frac{J_1 - J_2}{J_1 + J_2}.$$

Nicht sehr von dieser verschieden ist die Methode von Regnaud<sup>1)</sup>, welcher in einem und demselben Stromkreise die zu untersuchende Kette und in entgegengesetztem Sinne eine Thermokette einschaltete, deren Elementenzahl er willkürlich ändern konnte. Der Widerstand des Stromkreises war zugleich so groß, daß derjenige der Thermoelemente dagegen vernachlässigt werden konnte. Die Lötstellen der Elemente hatten eine Temperaturdifferenz von 100°, indem die Reihe der paaren Lötstellen in einem durch schmelzendes Eis auf 0° erkalteten Gefäße, die unpaaren dagegen in geschmolzenem Wachs sich befanden, welches durch kochendes Wasser auf 100° erwärmt war.

Es wurden nun so viele Thermoelemente eingeschaltet, daß die Stromstärke gleich 0 wurde. Bezeichnen wir die elektromotorische Kraft des zu untersuchenden Elementes mit  $E$ , die eines Thermoelementes mit  $e$ , den Widerstand im Stromkreise mit  $W$ , so ist die Stromstärke

$$J = \frac{E - n \cdot e}{W},$$

somit wenn  $J = 0$ ,

$$E = n \cdot e.$$

Zur leichteren Vergleichung, besonders von Kombinationen von sehr großer elektromotorischer Kraft, bestimmte Regnaud zunächst mit möglichster Genauigkeit die elektromotorische Kraft eines Elementes Zink | Zinkvitriol | schwefelsaures Kadmium | Kadmium, und fand dieselbe gleich 55 .  $e$ . Bei Elementen von großer elektromotorischer Kraft, Daniellschen oder Groveschen, wurden zunächst ein oder mehrere solche Elemente eingeschaltet, und durch Hinzufügen der Thermoelemente der Strom vollständig neutralisiert.

Schließlich ist noch die Methode von Wheatstone<sup>2)</sup> zu erwähnen. Derselbe schaltet zunächst in den Stromkreis des Elementes, mit welchem die übrigen verglichen werden sollen, eine Tangentenbussole und einen Rheostaten ein, und beobachtet die Stromstärke  $J$ ; darauf wird eine bestimmte Länge  $l$  des Rheostaten eingeschaltet, so daß die Stromstärke eine andere,  $J_1$ , wird. Dann ist

$$J = \frac{E}{W}; \quad J_1 = \frac{E}{W + l}$$

$$E = l \cdot \frac{J \cdot J_1}{J - J_1}.$$

1) *J. Regnaud*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIV.

2) *Wheatstone*, Philosophical Transactions for 1834. Poggend. Ann. Bd. LXL.

Dann ersetzt er das Normalelement durch das zu untersuchende, und ändert durch Verstellung des Rheostadtrahtes den Widerstand so ab, daß die Stromstärke wieder gleich  $J$  wird. Der Widerstand sei dann  $W_1$ ; dann schaltet er in den Stromkreis wieder eine solche Länge  $l_1$  des Rheostadtrahtes ein, daß die Stromstärke gleich  $J_1$  wird. Diese beiden Beobachtungen ergeben

$$J = \frac{E_1}{W_1}; \quad J_1 = \frac{E_1}{W_1 + l_1}$$

$$E_1 = l_1 \frac{J \cdot J_1}{J - J_1},$$

und diese Gleichung mit der vorigen kombiniert giebt

$$E_1 = E \frac{l_1}{l}.$$

Wendet man daher stets dieselben Stromstärken an, und hat man einmal für das Normalelement die Länge  $l$  bestimmt, welche die Stromstärke von  $J$  auf  $J_1$  zurückbringt, so hat man nur für irgend ein anderes Element die Länge  $l_1$  zu bestimmen, um die elektromotorische Kraft dieses Elementes mit derjenigen des Normalelementes zu vergleichen.

Da man nun aus der Untersuchung des Normalelementes die elektromotorische Kraft desselben sofort in einer bestimmten Einheit berechnen kann, so kann man auch diejenige der übrigen Elemente in dieser Einheit ausdrücken.

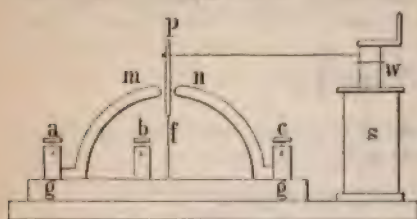
Ganz besonders geeignet zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte ist seit Einführung der zur Messung selbst kleiner Werte der Potentialfunktion geeigneten Elektrometer die elektrostatische Methode, da diese von jeder Störung frei ist, welche durch die Inkonstanz der Elemente bedingt ist. Man stellt zu dem Zwecke die zu vergleichenden Elemente sorgfältig isoliert auf und verbindet von jedem einen Pol, sei es der negative mit der Erde. Man verbindet darauf zunächst den isolierten Pol des Normalelementes mit dem einen Quadrantenpaar eines Elektrometers, dessen anderes Quadrantenpaar zur Erde abgeleitet ist, und mißt die Potentialfunktion. Darauf löst man die Verbindung des Normalelementes mit dem Elektrometer, entladet das geladene Quadrantenpaar und stellt in gleicher Weise die Verbindung des isolierten Poles des zu vergleichenden Elementes mit dem wieder isolierten Quadrantenpaar her. Man mißt neuerdings die Potentialfunktion. Das Verhältnis der beiden gemessenen Potentialfunktionen ist jenes der elektromotorischen Kräfte der beiden Elemente.

Ebenso verfährt man, wenn man die elektromotorische Kraft eines Elementes bestimmen will, in welchem durch längeren oder kürzeren Stromfluß eine Polarisation stattgefunden, somit eine Schwächung der elektromotorischen Kraft eingetreten ist. Man verbindet sofort nach Unterbrechung des Stromes den einen Pol des Elementes mit der Erde, den anderen mit dem einen Quadrantenpaar des Elektrometers und erhält so die Potentialfunktion an dem Pole, nachdem dieselbe durch die Polarisation vermindert worden ist.

Die Verbindung des Poles mit dem Elektrometer muß auf das sorg-

ältigste isoliert sein; die Isolationen müssen ebenso gut sein, wie bei den Versuchen mit Reibungselektricität. Eine sehr bequeme Einrichtung, um die zu diesen Messungen erforderlichen Verbindungen herzustellen ohne

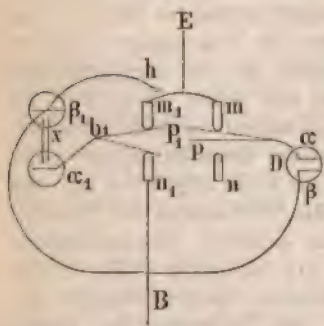
Fig. 156.



die Drähte berühren zu müssen, hat Beetz<sup>1)</sup> in seinem Schlüssel konstruiert (Fig. 156). Auf einem hölzernen Fußbrett ist eine Eboni-platte *gg* aufgeschraubt, welche drei Klemmen *a*, *b*, *c* trägt. Mit *a* und *c* sind zwei starke Messingbogen *m* und *n* verbunden, deren freie Enden einander gerade gegenüber stehen. Mit *b* ist eine starke Messingfeder *f* verbunden, welche ein dickeres Messingstück *p* trägt. Die Feder drückt in der Ruhelage *p* gegen *m*. Das Fußbrett trägt weiter eine Säule *s*, in welcher eine Welle *w* mittels einer Handhabe unter starker Reibung gedreht werden kann. Auf die Welle ist eine seidene Schnur aufgewickelt, deren freies Ende an *p* befestigt ist. Windet man die Schnur mit der Handhabe auf, so kann *p* von *m* getrennt und isoliert oder durch stärkeren Anzug fest gegen *n* gelegt werden.

Für die meisten Zwecke ist es bequem zwei solcher Schlüssel auf demselben Fußbrette neben einander zu haben. Die Anordnung, die man zu treffen hat, um die elektromotorischen Kräfte zweier Elemente mit

Fig. 157.



einander zu vergleichen, zeigt schematisch Fig. 157. Man verbindet die gleichnamigen Bogen *m* der beiden Schlüssel mit einander und dem Elektrometer; den einen Pol *a* des Normalelementes *D* verbindet man mit der Klemmschraube *b* des einen Schlüssels und stellt *p* so, daß es weder *m* noch *n* berührt. Den Pol  $\beta$  verbindet man mit dem Erdboden *B*. Den Pol  $\alpha_1$  des zu vergleichenden Elementes verbindet man mit der Klemme *b*, des zweiten Schlüssels und stellt zunächst auch *p*, so, daß es weder *m* noch *n* berührt. Den Pol  $\beta_1$  des Elementes verbindet man auch mit der Erde, und ebenso  $\alpha_2$ . Außerdem bringt man an der Erdleitung

einen Haken an, der an den Bogen *m* angehängt werden kann, um denselben zur Erde abzuleiten. Man bringt jetzt zunächst *p* zur Berührung mit *m*, und mißt so die Potentialfunktion des Normalelementes; man entladet das Elektrometer, indem *h* eine kurze Zeit mit *m* verbunden wird, nachdem *p* von *m* wieder entfernt war. Man legt *p* an *m* und mißt die Potentialfunktion des Elementes *x*. Man erhält so die Potentialfunktion desselben, wenn es nicht geschlossen war. Will man die elektromotorische Kraft des Elementes, nachdem es längere oder kürzere Zeit vom Strom



durchflossen ist, bestimmen, so legt man vor der Messung  $p_1$  an  $n_1$ , bringt es für einen Moment  $p_1$  an  $m_1$  und legt es sofort wieder an  $n_1$ . In dieser letzteren Lage wird das Element vom Strom durchflossen.

Nach den dargelegten Methoden sind die elektromotorischen Kräfte einer großen Zahl der verschiedensten galvanischen Kombinationen untersucht worden. Bevor wir indes einige dieser Resultate mittheilen und daraus weitere Schlüsse ziehen, wird es gut sein, zwei interessante Nachweise zu erwähnen, welche mit Hilfe derselben für die Grundgesetze des Galvanismus geführt sind.

Das erste dieser Gesetze, welches wir früher schon auf andere Weise, besonders durch die Versuche von Kohlrausch bewiesen haben, ist der Satz, daß die elektromotorische Kraft einer Kombination gleich ist der Summe der in ihr vorhandenen elektromotorischen Kräfte.

Den Beweis dieses Satzes führte Wheatstone<sup>1)</sup> auf folgende Weise nach derselben als die Wheatstonesche bezeichneten Methode. In den Stromkreis eines Daniellschen Elementes wurde ein Rheostat und eine Tangentenbussole eingeschaltet und der Rheostat so gestellt, daß die Nadel der Tangentenbussole eine Ablenkung von  $45^\circ$  erhielt. Darauf wurde eine Länge  $l_1$  eingeschaltet, so daß die Ablenkung der Nadel nur mehr  $40^\circ$  betrug. Derselbe Versuch wurde wiederholt, als anstatt eines 2, 3, 4 Daniellsche Elemente hinter einander eingeschaltet wurden. Die Längen  $l_2, l_3, l_4 \dots$ , welche dann erforderlich waren, um die Stromstärke wiederum von  $45^\circ$  auf  $40^\circ$  zurückzuführen, waren resp.  $2l_1, 3l_1, 4l_1$ . Es waren demnach erforderlich, um den Strom von  $45^\circ$  auf  $40^\circ$  zu bringen, bei

1 Elemente	30 Windungen des Rheostaten			
2	61	"	"	"
3	91	"	"	"
4	120	"	"	"
5	150	"	"	"

Da nun die elektromotorischen Kräfte der verschiedenen Kombinationen dieser Methode sich direkt verhalten wie die Längen, welche zur Rückführung der gleichen Stromstärke um die gleiche Größe erforderlich sind, so folgt, daß die elektromotorischen Kräfte sich verhalten wie die Anzahl der Elemente.

Der zweite Nachweis ist derjenige des Voltaschen Spannungsgesetzes von Poggendorff, den wir bereits §. 71 erwähnten, und für welchen wir bereits einige der von Poggendorff gefundenen Zahlenwerte anführten<sup>2)</sup>. Poggendorff kompensirte den Strom, welchen irgend zwei in eine Flüssigkeit getauchte Metallplatten lieferten, durch eine Grovesche Kette und beobachtete zugleich die Stromstärke in dem Zweige  $c$ , welcher kein Element enthielt. Der Widerstand dieses Zweiges  $w$  war ein für allemal bestimmt. Als Einheit des Widerstandes nimmt Poggendorff den Widerstand eines Neusilberdrahtes von 1 Zoll Länge an, von welchem 100 unserer Zoll bei 1,5 kg Spannung und mittlerer Temperatur 4,033 g wiegen. Die Einheit der elektromotorischen Kraft ist jene, welche in einem

1) Wheatstone, Philosophical Transactions for 1843. Poggend. Ann. Bd. LXII.

2) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LXX. Auch die §. 71 erwähnten Versuche von Gerland sind nach der Kompensationsmethode angestellt.



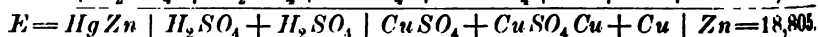
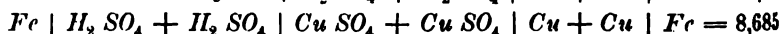
Stromkreise, dessen Widerstand der eben angegebenen Einheit gleich ist, einen Strom von einer solchen Stärke erzeugt, daß er in einer Minute 14,222 cem. Knallgas erzeugen würde, wenn er mit derselben Stärke durch ein Voltameter hindurch geleitet würde.

Da Poggendorff den Querschnitt jenes Drahtes nicht angiebt, auch nicht das spezifische Gewicht des zu demselben benutzten Neusilbers, so können wir die Einheit nicht direkt in jener ausdrücken, welche wir eigentlich annehmen müssen, da wir als die Einheit des Widerstandes jenen angenommen haben, welchen ein Quecksilberprisma von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt besitzt. Diese Einheit würde jene elektromotorische Kraft sein, welche in einem Stromkreise, dessen Gesamtwiderstand dem des erwähnten Quecksilberprismas gleich ist, einen Strom erzeugt, welcher in einem Voltameter in der Minute ein Kubikcentimeter Knallgas entwickeln würde.

Wir können indes auf folgendem Wege die Poggendorffsche Einheit mit der unsrigen vergleichen. Für die Daniellsche Kette amalgamierte Zink, verdünnte Schwefelsäure, Lösung von Kupfervitriol, Kupfer, also in Zeichen



erhalten wir aus folgenden Beobachtungen Poggendorffs



Andererseits giebt Bosscha<sup>1)</sup> für die elektromotorische Kraft eines Daniellschen Elementes in absoluten Weberschen Einheiten

$$E_D = 10,258 \cdot 10^{10}.$$

Da hier die Einheit des Widerstandes nach einem von Weber bestimmten Etalon genommen ist, und Weber später durch Vergleichung der Quecksilbereinheit mit seinem Etalon für erstere  $1,025710^{10}$  gefunden hat, so würde auf Quecksilber als Einheit bezogen

$$E_D = 10,000.$$

Die hier zu Grunde liegende Einheit der Stromstärke ist, wie im zweiten Kapitel des nächsten Abschnittes nachgewiesen wird, in runder Zahl 1,044 unserer Einheit, damit wird in unserer Einheit

$$E_1 = 10,44.$$

Die Schwefelsäure in dem von Bosscha untersuchten Daniellschen Element war jedenfalls merklich konzentrierter als die von Poggendorff benutzte (1 Teil Säure von 1,833 spezifischem Gewicht mit 49 Gewichtsteilen Wasser); da nun die elektromotorische Kraft mit der Konzentration der Säure, wenn auch nicht bedeutend zunimmt, so werden wir für die von Poggendorff untersuchte Kombination in runder Zahl setzen dürfen

$$E_1 = 10,3.$$

1) Bosscha, Mechanische Theorie der Elektrolyse. Poggend. Ann. Bd. Cl.

Darnach ist die Poggendorffsche Einheit

$$K = \frac{10,3}{18,8} \cdot e = 0,55.$$

Mit dieser Zahl sind daher die in §. 71 angegebenen Werte der elektromotorischen Kräfte zu multiplizieren, um sie auf die von uns angenommene Einheit zu bringen.

Wir haben damals das elektromotorische Gesetz nur für den Fall ausgesprochen, daß die mit einander verglichenen Metalle in ein und derselben Flüssigkeit stehen, das Gesetz gilt aber auch, wenn die beiden Metalle in zwei verschiedenen Flüssigkeiten stehen. So giebt Poggendorf folgenden Versuch:

$$\begin{array}{l} Fe | H_2SO_4 + H_2SO_4 | CuSO_4 + CuSO_4 | Cu + Cu | Fe = 8,685 \\ Cu | CuSO_4 + CuSO_4 | HNO_3 + HNO_3 | Pt + Pt | Cu = 13,39 \\ \hline Fe | H_2SO_4 + H_2SO_4 | CuSO_4 + CuSO_4 | HNO_3 + HNO_3 | Pt + Pt | Fe = 22,075. \end{array}$$

Die direkte Bestimmung ergab

$$Fe | H_2SO_4 + H_2SO_4 | HNO_3 + HNO_3 | Pt + Pt | Fe = 22,17,$$

daraus zugleich folgt, daß Schwefelsäure, Kupfervitriol und Salpetersäure entweder unter sich ebenfalls dem Spannungsgesetze folgen, oder daß die elektromotorische Erregung zwischen den Flüssigkeiten gegen die übrigen verschwindet.

Auch aus einer großen Anzahl von Versuchen, welche Beetz ange- stellt hat<sup>1)</sup>, folgt dasselbe Gesetz.

Im Folgenden stellen wir die elektromotorische Kraft der verschiedenen konstanten Ketten nach den verschiedenen Experimentatoren zusammen. Als Einheit wird bei den übrigen Ketten meist die Daniellsche gewählt, deshalb ist es nur für diese erforderlich, die Einheit nach chemischem Masse zu bestimmen. Die von den verschiedenen Physikern nach dieser Richtung angestellten Messungen sind indes nur schwierig zu vergleichen, weil die von denselben gewählten Einheiten des Widerstandes schwer mit einander zu vergleichen sind.

Den von Bosscha bestimmten Wert haben wir bereits angeführt, nach diesem ist in unserer Einheit  $D = 10,44$ .

Müller<sup>2)</sup> erhielt für die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes, wenn als Einheit des Widerstandes ein Kupferdraht von 1 m Länge, 1 mm Querschnitt gesetzt wird, die Zahl 470.

Die Leitungsfähigkeit des Müllerschen Kupferdrahtes bezogen auf Silber können wir gleich 91,2 setzen, da Müller für Eisen bezogen auf Kupfer die Leitungsfähigkeit gleich 15,9 angiebt, während sich im Mittel aus Beobachtungen von Buff und Matthiessen für Eisen bezogen auf Silber 4,5 ergibt. Bezogen auf die Silbereinheit erhalten wir daher

$$D = \frac{100 \cdot 470}{91,2} = 515,$$

der mit der Siemensschen Quecksilbereinheit  $D = 11,06$ .

1) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. XC. S. 42.

2) *Müller* in Freiburg, Die neuesten Fortschritte der Physik. S. 257. Braun- hweig 1849.

Buff<sup>1)</sup> erhält für das Daniellsche Element 133 Kubikcentimeter Knallgas in der Minute, wenn als Einheit des Widerstandes ein Neusilberdraht von 0,75 m Länge, 1,5 mm Durchmesser genommen wird, dessen spezifischer Leitungswiderstand bezogen auf Silber gleich 1 er zu 12,4014 bestimmte. Auf die Silbereinheit berechnet giebt das

$$133 \cdot 0,75 \cdot \frac{4}{9} \cdot 12,4014 = 549,8,$$

oder mit der Siemensschen Einheit  $D = 11,59$ .

Waltenhofen<sup>2)</sup> bestimmte die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes mit Zugrundelegung der Siemensschen Widerstandseinheit  $m$

$$D = 12,04.$$

Die Abweichung der so gefundenen Werte ist besonders in der Unsicherheit der so verglichenen Widerstände begründet. Die größte Sicherheit bietet wohl die Bestimmung von Waltenhofen, da dieser direkt mit dem jedenfalls am sichersten vergleichbar herzustellenden Quecksilberwiderstand beobachtet hat. Waltenhofen macht indes darauf aufmerksam, daß seine Bestimmung nur für schwache Ströme gilt, da auch die konstanten Ketten nicht ganz ohne Polarisation sind, welche bei starken Strömen die elektromotorische Kraft nicht unmerklich schwächt. In runder Zahl werden wir daher die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes mit Siemens Einheit gleich 12 setzen können.

Wir haben im § 80 das jetzt in die Praxis übergeführte Strommaß, das Ampère, erwähnt und ebenso im §. 83 das eingeführte Widerstandsmaß, das Ohm. Selbstverständlich gehört zu diesen ein Maß für die elektromotorische Kraft, welches jene Kraft ist, welche im Widerstande 1 Ohm einen Strom von 1 Ampère erzeugt. Man nennt diese elektromotorische Kraft „das Volt“. Nach unseren Angaben, daß ein Ampère gleich 10,44 unserer chemischen Einheit, ein Ohm gleich 1,06 Siemens Einheiten, können wir leicht die elektromotorische Kraft des Daniell in Volts angeben. Das Daniellsche Element erzeugt in einem Siemens 12,04 chemische Einheiten oder 11,57 Ampères, im Ohm demnach  $11,57 \cdot \frac{1}{106} = 1,091$ , es ist somit

$$1 \text{ Daniell} = 1,091 \text{ Volt.}$$

Wir werden im letzten Kapitel die eigentliche Definition der absoluten Einheit der elektromotorischen Kraft kennen lernen, und sehen, daß aus dieser und der Stromeinheit sich die Widerstandseinheit ergibt.

Für das Grovesche Element Zink, verdünnte Schwefelsäure, Salpetersäure, Platin, erhalten wir aus den Versuchen Poggendorffs in der von ihm gewählten Einheit folgenden Wert:

$$\begin{array}{l} Hg \text{ Zn} | H_2 SO_4 + H_2 SO_4 | Fe + Fe | Hg \text{ Zn} = 10,12 \\ Fe | H_2 SO_4 + H_2 SO_4 | HNO_3 + HNO_3 | Pt + Pt | Fe = 22,17 \\ \hline Hg \text{ Zn} | H_2 SO_4 + H_2 SO_4 | HNO_3 + HNO_3 | Pt + Pt | Hg \text{ Zn} = 32,29 \end{array}$$

1) Buff, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

2) von Waltenhofen, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

Setzen wir die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes 1, so wird diejenige des Groveschen

$$G = \frac{32,29}{18,8} = 1,717.$$

An einer andern Stelle giebt Poggendorff<sup>1)</sup> für das Verhältniß beider

$$G = 1,668 \cdot D.$$

Für dasselbe Verhältniß fanden

i <sup>2)</sup>	Joule <sup>3)</sup>	Buff <sup>4)</sup>	Lenz und Saveljew <sup>5)</sup>	Beetz <sup>6)</sup>	Regnauld <sup>7)</sup>
2	1,87	1,75	1,92	1,708	1,73
	Waltenhofen <sup>8)</sup>	Kohlrausch <sup>9)</sup>	Crova <sup>9)</sup>	Fromme <sup>9)</sup>	Riecke <sup>9)</sup>
	1,67	1,66—1,73	1,73	1,70	1,70

Die Versuche stimmen also ziemlich gut überein; daß sie verschieden kann daher rühren, daß die Konzentration der Säuren eine verschiedene. Denn dieselbe hat einigen Einfluß auf die elektromotorischen Kräfte, aus folgenden Versuchen Poggendorffs, sowohl für das Daniellsche als Grovesche Element hervorgeht<sup>10)</sup>:

Daniellsches Element.

1 $H_2SO_4$	+ 12 aq;	Kupfervitriol gesättigt	1,00
1 "	+ 8 "	" "	1,02
1 "	+ 4 "	" "	1,10.

Grovesches Element.

$H_2SO_4$	+ 4 aq;	rauchende Salpetersäure . . . . .	2,00
"	+ 4 "	Salpetersäure von 1,33 sp. Gew. . . .	1,85
"	+ 12 "	" " " " . . .	1,76
"	+ 4 "	" " 1,19 " . . .	1,72
"	+ 12 "	" " " " . . .	1,66
lpeters. von 1,19	+ 2 aq;	Salpeters. von 1,33 sp. Gew.	1,82
lzsäure "	1,2 + 2 "	" " " " " "	1,87
nkvitriollösung gesättigt;		" " " " " "	1,71
chsalslösung gesättigt;		" " " " " "	1,94.

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LIV.  
 2) Jacobi, Poggend. Ann. Bd. LVII. S. 92.  
 3) Joule, Philosophical Magazin vol. XXIV. 1844. Doves Repertorium II. S. 339.  
 4) Buff, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.  
 5) Lenz und Saveljew, Poggend. Ann. Bd. LXVII.  
 6) Beetz, Poggend. Ann. Bd. XC.  
 7) Regnauld, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIV.  
 8) von Waltenhofen, Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. XLIX.  
 9) Nach der Zusammenstellung von Riecke, Wiedem. Ann. Bd. III und II. Die erste Zahl von Kohlrausch nach der Methode von Ohm, die zweite der Kompensationsmethode erhalten.  
 10) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LIII S. 345.

Ähnliche Resultate erhielt Waltenhofen<sup>1)</sup> bei Vertauschung der Salpetersäure mit Gemischen aus Schwefel- und Salpetersäure.

Es ist also sowohl die Konzentration der Schwefelsäure als auch die Salpetersäure auf die elektromotorische Kraft von Einfluß. Daraus ergibt sich zugleich, daß die für ein bestimmtes Element gefundene Zahl allgemeine Gültigkeit haben kann, sondern nur für solche gilt, deren Flüssigkeiten genau dieselben sind.

Daß ebenso die Natur der Flüssigkeiten sowohl am positiven als am negativen Metall von Einfluß ist, selbst wenn man Flüssigkeiten verwendet, welche keine Polarisation zulassen, versteht sich nach dem Früheren selbst. Es geht das auch aus den angegebenen Versuchen von Poggendorff hervor, nach welchen Kochsalzlösung anstatt Schwefelsäure die elektromotorische Kraft eines Groveschen Elementes beträchtlich verstärkt. Noch viel bedeutendere Verstärkung liefert Kalilauge an der Stelle der Schwefelsäure; die elektromotorische Kraft eines Groveschen Elementes wird dadurch auf 2,41 *D* bis 2,53 *D* erhöht.

Für die elektromotorische Kraft des dritten konstanten Elementes des Bunsenschen, welches aus amalgamiertem Zink, verdünnter Schwefelsäure, konzentrierter Salpetersäure und Kohle besteht, sind folgende Werte angegeben, bei welchen die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes als Einheit angenommen ist.

Poggendorff <sup>2)</sup>	Buff <sup>3)</sup>	Ed. Becquerel <sup>4)</sup>
1,534—1,619	1,70—1,78	1,70.

Die Zahlen stimmen also fast genau mit den für die Groveschen Elemente gefundenen überein, so daß man die elektromotorischen Kräfte dieser Elemente als merklich gleich ansehen kann, ein Resultat, welches neuere Messungen von Fromme<sup>5)</sup> bestätigen. Auch bei den Bunsenschen Säulen ändert sich die elektromotorische Kraft mit der Konzentration der Säuren; die in rauchender Salpetersäure lieferte wenigstens Poggendorff denselben Wert, welchen Platin in rauchender Salpetersäure gab.

Ersetzt man in dem Bunsenschen Elemente die Salpetersäure durch Chromsäure, so ist die elektromotorische Kraft etwas größer. Nach Poggendorff steigt sie von 1,534 auf 1,574, während im Groveschen Elemente die Vertauschung der Salpetersäure mit Chromsäure die elektromotorische Kraft ganz bedeutend vermindert<sup>6)</sup>.

Eine nicht unbedeutliche Verstärkung der Bunsenschen Kette erhielt Waltenhofen<sup>7)</sup> bei Anwendung eines Gemisches von einem Teil Salpetersäure mit zwei Raumteilen konzentrierter Schwefelsäure und besonders mit rauchender Schwefelsäure an Stelle der Salpetersäure erhielt für diese Gemische nämlich die Werte 1,7754 und 1,8981, w

1) von Waltenhofen, Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. X. Man sehe auch Riecke, Wiedem. Ann. Bd. III.

2) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LIV. S. 427. Bd. LVII. S. 104.

3) Buff, Poggend. Ann. Bd. LXXIII. Liebigs Ann. CI.

4) Ed. Becquerel, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLVIII.

5) Fromme, Wiedem. Ann. Bd. VIII.

6) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LVII.

7) von Waltenhofen, Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. X.



Bunsensche Element mit käuflicher Salpetersäure den Wert 1,6814 e.

Bei der neuen Bunsenschen Chromsäurekette (§. 77) ist nach der Wiedemanns die elektromotorische Kraft im Anfang gleich 2,3 ll.

Auf die große Zahl Bestimmungen von elektromotorischen Kräften verschiedensten Kombinationen können wir hier nicht eingehen, bes deshalb, weil sich aus denselben außer den mitgetheilten keine neuen Sätze ergeben; wir verweisen deshalb auf die in diesem Capitel citierten Originalabhandlungen und auf Wiedemanns Elektricitätslehre, in welcher die zuverlässigsten Resultate sämtlich zusammengefasst sind<sup>1)</sup>. Nur einen Punkt müssen wir hier noch erwähnen, nämlich die elektromotorische Kraft der Gassäulen, da aus den Untersuchungen Beetz hervorgeht<sup>2)</sup>, dass auch bei diesen ein dem von Poggendorff mitgetheilten elektromotorischen analoges Gesetz besteht.

Die Gassäulen, welche Beetz zu seinen Versuchen benutzte, waren nach Groveschen nur in so weit verschieden, dass die Röhren, in denen die Platinbleche von den Gasen umgeben waren, jede in einem anderen Gefäße in die verdünnte Säure, welche als Leitungsflüssigkeit diente, eintauchte. Die einzelnen Gefäße wurden durch umgekehrte Glasröhren, welche ebenfalls mit der Leitungsflüssigkeit gefüllt waren, verbunden.

Die Bestimmungen geschahen nach der Poggendorffschen Kompensationsmethode, und als kompensierendes Element diente ein Grovesches Element. In der von Beetz angenommenen Einheit ist die elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes gleich 42, also des Daniellschen Elementes 24,7.

In folgender Tabelle sind einige der Beobachtungen von Beetz zusammengestellt.

Die Platinbleche waren umgeben von:

	das positive	das negative	elektromotorische Kraft
1)	Wasserstoff	Sauerstoff	24,02
2)	desgleichen	Wasser	20,23
3)	Wasser	Sauerstoff	3,49
			Summe von 2 u. 3 = 23,72
4)	Wasserstoff	Kohlensäure	21,88
5)	Kohlensäure	Sauerstoff	2,22
			Summe 24,00
6)	Wasserstoff	Stickoxydul	21,18
7)	Stickoxydul	Sauerstoff	3,03
			Summe 24,21
8)	Stickoxydul	Kohlensäure	0,66
	Differenz zwischen 4 und 6		0,70
	Differenz zwischen 5 und 7		0,81

<sup>1)</sup> Wiedemann, Elektricitätslehre Bd. I. S. 651—795.

<sup>2)</sup> Beetz, Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

	das positive	das negative	elektromotorische Kraft
9)	Wasserstoff	Chlor	30,25
10)	Wasserstoff	Luft	20,50
11)	Luft	Chlor	9,50
			Summe von 10 u. 11 = 30,0
12)	Wasserstoff	Kohlenoxyd	12,25
13)	Kohlenoxyd	Chlor	17,15
			Summe 29,40.

Diese Zahlen beweisen schon zur Genüge das Vorhandensein des elektromotorischen Gesetzes zwischen den die Platinbleche in den Gasbatterien umgebenden Gasen.

Beetz hat es auf diese Weise bei einer großen Zahl von Gasen bestätigt und so die Grovesche Spannungsreihe durch Zahlen vervollständigt.

Von großem Interesse ist das aus diesen Messungen von Beetz sich ergebende Resultat, daß die elektromotorische Kraft einer Wasserstoff-Sauerstoff-Säule fast genau gleich derjenigen eines Daniellschen Elementes ist, während diejenige der Wasserstoff-Chlor-Säule jene des Daniellschen Elementes noch überschreitet.

Wenn als Metall in den Gasketten Platin angewandt wurde, war die elektromotorische Kraft immer dieselbe, ob die Platten platinirt, d. h. mit Platinmoor bedeckt, oder blank waren.

Bei Anwendung anderer Metalle oder Kohle waren die elektromotorischen Kräfte bedeutend kleiner; bei Untersuchung derselben ergab sich, daß auch dann das elektromotorische Gesetz ganz in derselben Weise giltig ist, und daß die elektromotorische Kraft bei Anwendung irgend zweier Gase zu derjenigen bei Anwendung derselben Gase und Platin in einem konstanten Verhältnisse stehen. So ist bei Anwendung einer gewissen Art Kohle die elektromotorische Kraft stets 0,4687 derjenigen, welche sich bei Anwendung von Platin ergibt. Für die Wasserstoff-Sauerstoffkette ergibt sich nämlich bei Anwendung von Kohle die elektromotorische Kraft zu 11,16; die der Wasserstoff-Chlorkette gleich 14,37.

Bei Anwendung von Silber ist die elektromotorische Kraft 0,0449 derjenigen, welche sich bei Anwendung von Platin zeigt.

Beetz sieht als Grund dieser Erscheinung die verschiedenen Grade der Verdichtung an, welche die Gase an den verschiedenen Körpern erfahren; damit stimmt allerdings überein, daß bei Anwendung von Platin die elektromotorische Kraft am größten ist, da wir wissen, daß an Platin, als dem dichtesten Körper, die Verdichtung der Gase jedenfalls am größten ist.

## §. 89.

**Bestimmung des Widerstandes in den Elementen.** Die in den §. 84, 85 und 87 besprochenen Methoden zur Bestimmung der Leitungswiderstände sind nicht geeignet, um die Leitungswiderstände der Elemente selbst, also, wenn wir den Widerstand des äußeren Stromkreises mit  $r$

zeichnen, den innern oder sogenannten wesentlichen mit  $W$ , in der nachstehenden Gleichung

$$J = \frac{E}{W + r}$$

Wert von  $W$  zu bestimmen. Denn alle Methoden beruhen darauf, dass der zu untersuchende Widerstand in einen Stromkreis eingeschaltet wird, dessen elektromotorische Kraft konstant ist. Schalten wir aber ein Element in einen Stromkreis ein, so wird in denselben stets eine neue unbekannte elektromotorische Kraft eingeführt. Eine Methode

zur Bestimmung von  $W$  haben wir zwar schon bei der Bestätigung des Ohm'schen Gesetzes durch Messung der Stromstärke kennen gelernt; wir schalten in den Stromkreis der Kette nach einander zwei Widerstände  $r_1$  und  $r_2$  ein und beobachten die Stromstärken  $J_1$  und  $J_2$ ; dann ist

$$J_1 = \frac{E}{W + r_1}$$

$$J_2 = \frac{E}{W + r_2}$$

Es daraus folgt

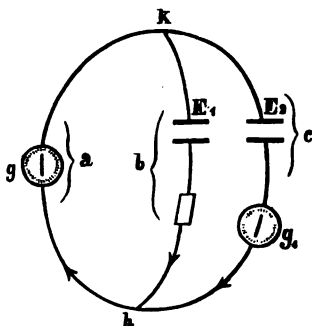
$$W = \frac{r_2 J_2 - r_1 J_1}{J_1 - J_2}.$$

Diese Methode und ebenso alle, welche einen mehr oder weniger geringen Schlupf des Elementes, dessen Widerstand gemessen werden soll, erfordern<sup>1)</sup>, können indes nur exakte Resultate geben bei Anwendung von konstanter Elemente, bei denen also durch die Ströme keine Änderung der elektromotorischen Kraft oder des Widerstandes eintritt. Das ist jedoch nur in seltenen Fällen und selbst bei den sogenannten konstanten Ketten nur unter günstigen Umständen zu erreichen, wenn nämlich  $J_1$  und  $J_2$  ziemlich stark, so dass das Maximum der Polarisation erreicht ist, und nicht zu sehr verschieden sind. In andern Fällen ändert sich  $E$  durch die in den Flüssigkeiten stattfindende Zersetzung auch  $W$ .

Deshalb haben vor kurzem von Waltenhofen<sup>2)</sup> und Beetz<sup>3)</sup> Methoden angegeben, welche eine scharfe Messung der Widerstände in den Elementen gestatten, die wir erst an einer Stelle vorzuführen imstande sind, da beide auf der im vorigen Paragraphen beschriebenen Methode von Poggendorff zur Messung der elektromotorischen Kraft beruhen.

Waltenhofen wendet direkt die Poggendorff'sche Stromverzweigung an, und schaltet Fig. 158 in die beiden Zweige verbindenden Draht  $a$  und in den Zweig  $c$ , der die Kette enthält, deren Widerstand gemessen werden soll, ein Galvanometer  $g$  und  $g_1$ .

Fig. 158.



1) Man sehe mehrere solche Methoden in *Wiedemann, Elektrizitätslehre* I. S. 480 ff.

2) von *Waltenhofen*, *Poggend. Ann.* Bd. CXXXIV.

3) *Beetz*, *Poggend. Ann.* Bd. CXIII.

ein, welches die Stromstärken  $i$  und  $i_2$  zu messen gestattet, in dem Zweig  $b$ , der das kompensierende Element  $E_1$  enthält, dagegen einen Rheostaten. Die Stromstärken in den drei Zweigen sind, wenn wir wie §. 81  $i_1$  und  $i_2$  mit dem gleichen Vorzeichen versehen, wenn in beiden Zweigen der Strom nach  $h$  fließt,

$$i = \frac{E_2 w_1 + E_1 w_2}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}$$

$$i_2 = \frac{E_2 (w_1 + w) - E_1 w}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}.$$

Es soll hierin  $w_2$ , der Widerstand im Zweige  $c$  bestimmt werden. Zunächst werden die Widerstände so abgeglichen, daß  $i_2$  gleich 0 ist, also vollständige Kompensation erreicht ist. Damit wird

$$E_2 (w + w_1) - E_1 w = 0$$

$$E_1 = E_2 \frac{w + w_1}{w};$$

nun wird der Widerstand  $w_1$  um eine sehr kleine GröÙe geändert, nehmen wir an er werde um  $dw_1$  vergrößert. Dadurch wird  $i_2$  wieder von 0 verschieden, es werde  $di_2$ , und  $i$  wird um eine gewisse GröÙe kleiner, es werde  $i - di$ . Die Veränderungen  $di_2$  und  $di$  werden an den Galvanometern  $g$  und  $g_1$  beobachtet. Diese Veränderungen ergeben sich aus den Gleichungen für  $i$  und  $i_2$  folgendermaßen. Es wird

$$i - di = \frac{E_2 w_1 + E_1 w + E_2 dw_1}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2 + (w + w_2) dw_1} = \frac{Z + dZ}{N + dN},$$

somit

$$- di = i - di - i = \frac{Z + dZ}{N + dN} - \frac{Z}{N} = \frac{NdZ - ZdN}{N^2 + NdN}.$$

Nehmen wir nun  $dw_1$  hinreichend klein, so kann im Nenner  $NdN$  gegen  $N^2$  vernachlässigt werden, und es wird

$$- di = \frac{NdZ - ZdN}{N^2} = \frac{N \cdot E_2 - (E_2 w_1 + E_1 w_2) (w + w_2)}{N^2} dw_1.$$

Ganz in derselben Weise erhalten wir für  $di_2$

$$di_2 = i_2 + di_2 - i_2 = \frac{N \cdot E_2 - \{E_2 (w + w_1) - E_1 w\} (w + w_2)}{N^2} dw_1.$$

Da wir von dem Werte  $w_1$  ausgingen, der  $i_2$  gleich null machte, so folgt auch jetzt

$$E_2 (w + w_1) - E_1 w = 0,$$

somit

$$di_2 = \frac{E_2}{N} dw_1,$$

und weil

$$E_1 = E_2 \frac{w + w_1}{w},$$

wird

$$- di = - \frac{E_2}{N} \frac{w_2}{w} dw_1.$$

Daraus folgt

$$\frac{di}{di_2} = \frac{w_2}{w}; \quad w_2 = w \frac{di}{di_2}.$$

Man hat also außer den Änderungen der Stromstärken nur den Widerstand des Zweiges  $a$  zu kennen, um den Widerstand des Zweiges  $c$  zu bestimmen. Bestimmt man den Widerstand  $r$  des Zweiges  $c$  außerhalb demjenigen  $u$  des Elementes, so wird

$$u = w_2 - r.$$

Eine Kontrollmessung erhält man, wenn man den Widerstand  $w_1$  verkleinert, wodurch  $i$  um  $di$  wächst und  $di_2$  die entgegengesetzte Richtung bekommt, außerdem noch indem man verschiedene aber immer kleine Werte von  $dw_1$  wählt.

Beetz wendet zur Bestimmung der Widerstände in den Elementen die Poggendorfsche Kompensationsmethode in der ihr von E. Du Bois-Reymond gegebenen Form an. Er mißt nicht wie Waltenhofen den Widerstand der kompensierten Kette, sondern den der kompensierenden, indem er die im vorigen Paragraphen schon erwähnte, von Bosscha bei dem einfachen Poggendorfschen Verfahren angewandte Modifikation benutzt.

Gehen wir von den Gleichungen S. 601 aus, und nehmen an, das kompensierende Element  $E$  Fig. 154 sei mit dicken Kupferdrähten, deren Widerstand verschwindend klein ist, mit dem Kompensationsdraht  $RS$  verbunden; nennen wir den Widerstand in dem Zweige  $RES$ , der dann nur der Widerstand des Elementes ist,  $W$ , den Widerstand des ganzen Kompensationsdrahtes  $RS = b$  und den Widerstand des Stückes  $RT = a$ , so wird die Gleichung von S. 601

$$K = E \frac{w}{w + w_1},$$

da

$$w = a; \quad w + w_1 = b + W$$

$$K = E \frac{a}{b + W}.$$

Befindet sich nun bei  $S$  Fig. 154 etwa ein Rheochord, bei dem, wie wir damals annahmen, jetzt ein Widerstand  $l_1$  in den Kreis  $REST$  eingeschaltet wird, so muß zur erneuten Kompensation der Widerstand  $a$  um eine Größe  $l$  vermehrt werden, indem der Schieber  $T$  gegen  $S$  verschoben wird. Nach den Gleichungen des §. 88 S. 602 ist dann

$$K = E \cdot \frac{l}{l_1},$$

und aus dieser und der vorigen Gleichung folgt

$$\frac{a}{b + W} = \frac{l}{l_1},$$

somit

$$W = \frac{al_1 - bl}{l}.$$

Man hat also nur die Widerstände der vier Drahtlängen  $a, b, l, l_1$  genau zu bestimmen, um den Widerstand  $W$  mit derselben Sicherheit zu erhalten.



Man erkennt sofort, daß man mit der Bosschaschen Modifikation auch ebenso gut das einfache Poggendorffsche Verfahren zu demselben Zweck benutzen kann; aus den mit demselben sich ergebenden Gleichungen von S. 600 läßt sich  $\kappa_1$  durch  $l$ ,  $l_1$  und  $w$  unmittelbar ableiten.

Es bedarf keiner besondern Bemerkung, daß man hierbei gleichzeitig mit  $W$  auch das Verhältnis  $\frac{E}{K}$  erhält.

Von Waltenhofen und Beetz haben nach dieser Methode die Widerstände einer Anzahl Elemente gemessen; da diese wesentlich von den Dimensionen und der Konzentration der Lösungen abhängen, so haben die erhaltenen Zahlen keine weitere Bedeutung. Für Grovesche Elemente erhält Beetz Werte, welche zwischen 0,28 und 0,5 Siemens Einheiten liegen; die Platinplatten in denselben waren 22 cm lang, 6 cm breit. Für ein Daniellsches Element von 6 cm Höhe fand sich der Widerstand etwa 0,95 Siemens Einheiten.

Man erhält selbstverständlich nach dieser Methode auch die elektromotorischen Kräfte, Beetz giebt für dieselben an

$$1 \text{ Grove} = 1,684 \text{ Daniell}$$

$$1 \text{ Bunsen} = 1,692 \text{ Daniell.}$$

Für alte schon lange gebrauchte Meidingersche Elemente erhielt Beetz die elektromotorische Kraft

$$1 \text{ Meidinger} = 0,932 \text{ Daniell}$$

und 3,74 Siemens Einheiten als Widerstand. Die Meidingerschen Elemente waren aus einer für telegraphische Zwecke bestimmten Batterie, hatten somit wohl die für diesen Zweck gewöhnlich angewandten Dimensionen.

## §. 90.

**Thermoströme.** Die bisher vorgeführten Methoden zur Erzeugung galvanischer Ströme erforderten stets zwischen den erregenden Metallen einen feuchten Leiter. Ein rein metallischer Kreis kann dem Spannungsgesetze zufolge keinen galvanischen Strom liefern, da die an den verschiedenen Berührungsstellen der Metalle thätigen elektromotorischen Kräfte sich gegenseitig aufheben. Das gilt jedoch nur so lange, als die Temperatur an allen Stellen des metallischen Kreises und insbesondere an den Stellen, wo die verschiedenen Metalle sich berühren, dieselbe ist. Wenn das nicht der Fall ist, so tritt auch in dem rein metallischen Kreise ein Strom auf. Die erste Beobachtung dieser Art wurde im Jahre 1823 von Seebeck gemacht. Derselbe lötete auf ein Wismutstäbchen  $ab$  (Fig. 159) einen Kupferstreifen  $k$ , so daß das Wismutstäbchen und der Kupferstreifen zusammen einen geschlossenen Stromkreis bildeten. Im Innern desselben schwebte auf einer auf dem Wismut befestigten Spitze eine Magnetnadel. Sei der Apparat so aufgestellt, daß das Wismut dem magnetischen Meridiane parallel steht, und sei dann  $n$  der Nordpol der Magnetnadel. Wird die Lötstelle  $b$  erwärmt, so wird sofort die Magnetnadel aus dem Meridiane abgelenkt, und zwar so, daß das Nordende der Nadel nach Osten abweicht. Diese Abweichung beweist, daß in den Metallen ein Strom kreist, und zwar über der Nadel in der Richtung von Norden nach Süden,

terhalb von Süden nach Norden. Die Erwärmung der Lötstelle veranlaßt also einen Strom, welcher durch die erwärmte Lötstelle von dem Wismut zum Kupfer geht. Einen ganz ebenso gerichteten Strom erhält man, wenn man anstatt die Lötstelle *b* auf eine höhere Temperatur zu bringen, die Lötstelle *a* abkühlt, so daß die Temperatur derselben niedriger wird als jene von *b*. Es folgt also, daß bei dieser Kombination immer ein Strom auftritt, wenn die beiden Stellen, an welchen die Metalle sich berühren, eine verschiedene Temperatur haben, und zwar geht der Strom an der wärmeren Berührungsstelle vom Wismut zum Kupfer, durch die kältere Berührungsstelle vom Kupfer zum Wismut.

Fig. 159.



Daraus folgt schon, daß der Strom die der angegebenen entgegengesetzte Richtung hat, wenn man die Lötstelle *a* erwärmt oder die Lötstelle *b* abkühlt.

Die Magnetnadel bleibt so lange abgelenkt, als die Temperaturdifferenz der Lötstelle dauert, der Strom dauert also ebenso lange fort; wir erkennen wir einen wesentlichen Unterschied zwischen dieser elektrischen Erregung und der im vorigen Abschnitt erwähnten pyroelektrischen. Letztere dauert nur so lange, wie die Änderung der Temperatur der Kryalle dauert, sie hört auf, wenn dieselbe konstant geworden ist.

Diese sogenannten Thermoströme zeigen sich nicht nur, wenn man einen metallischen Bogen von Wismut und Kupfer an der einen Berührungsstelle erwärmt, sondern überhaupt, wenn man irgend zwei Metalle nimmt, dieselben zu einem geschlossenen Kreise verbindet, und nun eine der beiden Berührungsstellen erwärmt. Dabei zeigt sich, daß die Metalle sich ebenso wie eine thermoelektrische Spannungsreihe einordnen lassen wie in eine Voltasche, d. h. in eine Reihe derart, daß wenn man irgend zwei in der angegebenen Weise zu einem Bogen verbindet, und die eine der beiden Berührungsstellen erwärmt, der Strom immer durch die warme Lötstelle in dem vorherstehenden Metalle zu dem nachfolgenden geht. Der Ananymie mit der Voltaschen Reihe gemäß nennt man das vorhergehende Metall dann gegen das nachfolgende negativ.

Die von Seebeck<sup>1)</sup> aufgestellte, in dieser Weise geordnete Reihe ist folgende:

1) Seebeck, Denkschriften der Berliner Akademie 1822 und 1823. Poggend. Bd. VI.

Wismut	Kupfer (käufllich)	Silber (rein aus Chlor-
Nickel	Messing No. 1	silber reduziert)
Kobalt	Platin No. 3	Zink
Palladium	Quecksilber	Wolfram
Platin (reines)	Blei	Platin (No. 1 von Ge-
Uran	Zinn	rätschaften)
Kupfer (aus Oxyd)	Platin No. 2	Kadmium
reduziert	Chrom (rein)	Stahl
Mangan	Molybdän	Eisen (rein von Ber-
Titan	Kupfer (käufllich)	zelius)
Messing No. 2	Rhodium	Arsen
Gold (Dukatengold	Iridium	Antimon
6,6 Ag u. 4,3 Cu	Gold (rein)	Tellur
enthaltend)		+

Die Reihe von Hankel<sup>1)</sup> stimmt im wesentlichen mit dieser überein, kleine Abweichungen erklären sich unmittelbar schon aus der Betrachtung der obigen Reihe; denn aus derselben geht hervor, daß kleine Verunreinigungen die Stellung der Metalle in der Reihe sehr wesentlich verschieben. Kupfer No. 2 und No. 3 z. B. waren beide käufliche Sorten, welche nach H. Roses Untersuchungen von den gewöhnlichen Verunreinigungen, Schwefel, Blei, Eisen, Silber frei waren.

In die Spannungsreihe der einfachen Metalle lassen sich nach den Versuchen von Seebeck auch Metalllegierungen einordnen; dabei zeigt sich, daß manche Legierungen nicht zwischen den Metallen stehen, aus welchen sie zusammengesetzt sind, sondern höher oder tiefer als die einzelnen Bestandteile. So giebt z. B. Seebeck folgende Reihe für einzelne Legierungen:

Wismut	Zink
Blei	3 Wismut 1 Blei
Zinn	1 Antimon 1 Kupfer
1 Wismut 3 Zink	1 Antimon 3 Kupfer
1 Wismut 3 Blei	1 Antimon 3 Blei; 3 Antim. 1 Blei
Platin No. 2	1 Antimon 3 Zinn; 3 Antim. 1 Zinn
1 Wismut 3 Zinn	Stahl
Kupfer No. 2	Stabeisen
1 Wismut 1 Blei	3 Wismut 1 Zinn
Gold No. 1	1 Wismut 3 Antimon
Silber	Antimon
1 Wismut 1 Zinn	1 Antimon 1 Zinn
	3 Antimon 1 Zink
	+

Die thermoelektrische Spannungsreihe giebt zugleich ebenso wie die Voltasche Aufschluß über die Größe der elektrischen Erregung bei der Erwärmung der einzelnen Berührungsstellen; auch hier wie dort gilt das

1) Hankel, Poggend. Ann. Bd. LXII.

esetz, daß die elektrische Erregung irgend zweier Metalle der Reihe gleich ist der Summe der elektrischen Erregungen aller übrigen Metalle, vorausgesetzt, daß die Temperaturdifferenz der Lötstellen dieselbe ist. Bezeichnen wir z. B. die elektrische Erregung bei einer Temperaturdifferenz von  $50^{\circ}$  zwischen Wismut und Nickel mit  $E_{Bi Ni}$ , zwischen Nickel und Kupfer mit  $E_{Ni Cu}$ , zwischen Wismut und Kupfer so ist

$$E_{Bi Cu} = E_{Bi Ni} + E_{Ni Cu}.$$

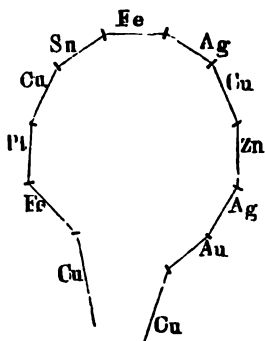
Man kann dieses sehr leicht auf folgende Art beweisen: Man nehme einen Metallstab, z. B. einen Antimonstab, und bringe an seine Enden die Drahtenden des Galvanometers. Man erwärme das eine Ende mit einem angelegten Kupferdrahte, so wird man eine bestimmte Ablenkung des Galvanometers erhalten. Ganz dieselbe Ablenkung wird man erhalten, wenn man zwischen den Antimonstab und den einen Draht noch einen anderen Metallstab, z. B. einen Zinkstab einfügt. Jetzt sowohl die Stellen, wo der Antimon- und Zinkstab sich berühren, als wo der Kupferdraht am Zinkstab anliegt, auf  $50^{\circ}$  erwärmt. (Thomson<sup>1)</sup> hat diese Bedeutung der thermoelektrischen Reihe durch Vergleichung der elektromotorischen Kräfte verschiedener Metalle bei einer Temperaturdifferenz der Lötstellen nachgewiesen. Er setzte

zusammen eine Kette aus einer Reihe von Metallen in der Art, wie in Fig. 160. Alle Stellen, an denen zwei verschiedene Metalle sich berühren, wurden auf der Temperatur  $0^{\circ}$  erhalten.

Die Berührungsstelle jener beiden Metalle, die ein thermoelektrisches Verhalten gegen einander aufweist, sollte geprüft werden sollte. Die Kette wurde durch ein nach der Methode von Mellet<sup>2)</sup> Galvanometer geschlossen. Da die Kette außer an der Berührungsstelle, an der die Metalle ihren thermoelektrischen Charakter zeigen sollten, die Temperatur  $0^{\circ}$  hatte, so sollte der Strom nur dadurch, daß diese Stellen einen Berührungspunkt eine höhere Temperatur hatten als an der anderen, an welcher die Metalle durch Vermittelung der übrigen Metalle verbunden waren, also gerade so wie bei der Einrichtung von Seebeck. Wenn also z. B. die Lötstelle

auf die Temperatur  $20^{\circ}$  erhöht wurde, so war die elektromotorische Kraft genau dieselbe, als wenn der Eisendraht um das Galvanometer geführt und an der andern Seite das Zinn direkt berührt, und die Berührungsstelle auf  $0^{\circ}$  erhalten worden wäre. Da nun in diesen bei allen Versuchen der Widerstand derselbe war, so war die elektromotorische Kraft der beobachteten Stromstärke einfach proportional. In dieser Weise beobachtete Becquerel folgende elektromotorischen Kräfte bei einer Temperatur der erwärmten Lötstellen  $20^{\circ}$ , die aller

Fig. 160.



<sup>1)</sup> Mellet, Ann. de chim. et de phys. T. XLII. Poggend. Ann. Bd. XVII. 2te Reihe Teil III. S. 165 ff.

Eisen — Zinn	31,24
Zinn — Kupfer —	3,50
Eisen — Kupfer	27,96
Kupfer — Platin	8,55
Eisen — Platin	36,07
Eisen — Silber	26,20
Silber — Kupfer	2,00
Zink — Kupfer	1,00
Silber — Gold	0,50.

Aus dieser Tabelle ergibt sich, daß bei der gleichen Temperaturdifferenz von  $20^0$

$$Fe - Pt = Fe - Sn + Sn - Cu + Cu - Pt$$

$$36,07 \quad 31,24 - 3,50 \quad + 8,55 = 36,29.$$

Ebenso ist  $Fe - Cu = Fe - Ag + Ag - Cu$ , und so bei den anderen vergleichbaren Versuchen. Wie man sieht, stimmen die Zahlen von Becquerel zugleich mit der Seebeckschen Spannungsreihe überein, indem von dem negativsten Metalle Platin an zu dem positivsten Eisen, in eine Reihe geordnet, die Metalle sich beinahe ebenso folgen, wie bei Seebeck.

Die Becquerelschen Zahlen geben uns zugleich das Verhältniß der thermoelektromotorischen Kräfte der verschiedenen Metalle bei gleicher Temperaturdifferenz der Lötstellen an. Setzen wir die thermoelektrische Differenz zwischen Zink und Kupfer gleich 1, so ist dieselbe zwischen

	nach Becquerel	nach Wiedemann
Eisen und Silber	26,20	29,12
„ „ Gold	26,70	—
„ „ Zink	26,96	29,44
„ „ Kupfer	27,96	30,44
„ „ Zinn	31,24	35,20
„ „ Platin	36	—
„ „ Messing	—	86,32
„ „ Neusilber	—	61,36.

Die Zahlen von Wiedemann<sup>1)</sup> wurden in ähnlicher Weise bestimmt, wie die von Becquerel; nach denselben ist die elektrische Differenz Zink-Kupfer im Verhältniß zu den übrigen Metallen etwas kleiner; die Reihenfolge der Metalle stimmt mit der Becquerelschen indes überein.

Die thermoelektromotorische Kraft zwischen den Metallen ändert sich mit der Temperaturdifferenz der Lötstellen, sie wird größer, wenn die letztere wächst. Für kleinere Temperaturdifferenzen darf die elektromotorische Kraft den Temperaturdifferenzen der Lötstellen proportional gesetzt werden; erhält man also die eine Lötstelle auf der Temperatur  $0^0$  und erwärmt die andere auf die Temperaturen  $10^0$ ,  $20^0$ ,  $30^0$ , so verhalten sich die beobachteten Stromintensitäten, also auch die elektromotorischen Kräfte wie 1 : 2 : 3. Ganz dasselbe ist auch der Fall, wenn

1) Wiedemann, Galvanismus. Bd. I. §. 590. 2. Aufl.



Temperatur der einen Lötstelle nicht auf  $0^{\circ}$  erhält, sondern die-  
 $t^{\circ}$  erwärmt und die andere von dieser Temperatur an um  $10^{\circ}$ ,  
 erwärmt<sup>1)</sup>).

Das Gesetz gilt indes allgemein nur innerhalb ziemlich enger Tem-  
 peraturen; häufig reicht schon eine Temperaturdifferenz von  $50^{\circ}$  hin,  
 wirken, daß die Proportionalität nicht mehr stattfindet. Das  
 letzteren folgende Angaben von Wiedemann<sup>2)</sup>).

Wenn bei den angegebenen Temperaturdifferenzen beobachteten elek-  
 trischen Kräften wurde durch Division mit der Temperaturdifferenz  
 elektromotorische Kraft für die Differenz  $1^{\circ}$  berechnet.

Nach dem Gesetz der Proportionalität gültig ist, müssen die so  
 erhaltenen Quotienten einander gleich sein. Die Temperatur der einen  
 ist immer  $0^{\circ}$ .

Name der Ketten	Temperaturdiff.	Elektrom. Kraft
Silber-Stahl	$15^{\circ}$	2,80
	$45^{\circ}$	2,79
	$57^{\circ}$	2,69
	$70^{\circ}$	2,64
	$88^{\circ}$	2,62
Kupfer-Eisen	$35^{\circ}$	3,90
	$48^{\circ}$	3,80
	$61^{\circ}$	3,73
	$76^{\circ}$	3,61
	$82^{\circ}$	3,56.

Für die Kette Silber-Stahl ist also bis zu einer Temperaturdifferenz  
 die elektromotorische Kraft derselben proportional, bei größerer  
 elektromotorische Kraft eine relativ kleinere, sie nimmt langsamer  
 Temperaturdifferenz. Denselben Gang zeigt die elektromotorische  
 der Kupfereisenkette und fast bei allen, welche darauf unter-  
 sucht.

Für vielen Ketten hat sich sogar gezeigt, daß bei großen Temperatur-  
 die elektromotorische Kraft sogar absolut wieder kleiner wird.  
 In manchen Ketten nimmt die Stromintensität bei steigender Temperatur-  
 zu bis zu einem Maximum, sie nimmt dann ab bis zu null, und  
 dann in die entgegengesetzte über. Schon Seebeck giebt einige dage-  
 gen Angaben und Cumming fand<sup>3)</sup>, daß, wenn Gold, Silber, Kupfer,  
 oder Zink mit Eisen zu einem Thermoelement verbunden werden,  
 die zunächst durch die erwärmte Lötstelle zum Eisen ging, daß  
 wenn die Lötstelle bis zur Rotglut erhitzt war, der Strom die ent-  
 gegengesetzte Richtung hatte. Nach Becquerel nimmt die elektromoto-  
 rische Kraft Zink-Gold bis zu einer Temperaturdifferenz von  $70^{\circ}$  zu, von  
 da an sie kleiner und bei  $150^{\circ}$  ist sie gleich 0; in noch höheren

<sup>1)</sup> Becquerel, Annales de chim. et de phys. T. XLI. Poggend. Ann. Bd. XVII.  
<sup>2)</sup> Wiedemann, Galvanismus. Bd. I. §. 619. 2. Aufl. Man sehe auch Regnault,  
 Comptes rendus de l'Acad. T. XXI. Abhandlung „De la mesure des temperatures“.  
<sup>3)</sup> Cumming, Electro-dynamics sect. 104 p. 193. Cambridge 1827 und Cam-  
 bridge Transact. for 1823 addition to p. 61.

Temperaturen geht der Strom nicht mehr durch die erwärmte Lötstelle vom Gold zum Zink, sondern umgekehrt, so daß also dann in der thermoelektrischen Spannungsreihe das Zink dem negativen Ende näher steht als das Gold.

Hankel<sup>1)</sup> und Gauguin<sup>2)</sup> haben dasselbe für eine große Anzahl von Metallen gezeigt, so daß bei großen Temperaturdifferenzen die thermoelektrische Spannungsreihe eine ganz andere ist als bei kleinen Unterschieden der Temperatur.

Die Umkehr des Stromes bei starker Erwärmung der Lötstellen wurde zuerst von Thomson<sup>3)</sup> und später von Avenarius<sup>4)</sup> genauer untersucht. Thomson wies zuerst nach, daß diese Umkehr nicht nur von der Temperaturdifferenz der Lötstellen, sondern auch von der Temperatur der Lötstellen abhängt. Man erhält nämlich bei den Metallen, welche eine solche Umkehr zeigen, dieselbe nicht nur, wenn man die eine Lötstelle allein erwärmt, sondern auch dann, wenn man bei irgend einer Temperaturdifferenz der Lötstelle beide gleichzeitig erwärmt; es wird immer der Thermoström gleich null, wenn die halbe Summe der Temperaturen beider Lötstellen einen bestimmten, von der Natur der Metalle abhängigen Wert besitzt. Bei einem von Thomson angewandten Kupfer und Eisen war diese halbe Summe z. B.  $280^{\circ}$ , so daß also der Strom jedesmal verschwindet, wenn die Temperatur der einen Lötstelle gerade soviel über  $280^{\circ}$  erwärmt wird, wie die andere unter  $280^{\circ}$  erwärmt ist.

Dieser Satz von Thomson wurde von Avenarius bestätigt, der dann zeigte, daß man diese Erscheinung unmittelbar ableiten könne unter der Voraussetzung, daß die bei der Berührung zweier Metalle auftretende elektromotorische Kraft eine Funktion der Temperatur von der Form

$$E = a + bt + ct^2$$

sei. Werden zwei Metalle zu einem Thermoelemente verbunden, so wird an der Lötstelle, welche die Temperatur  $t_1$  hat, die elektromotorische Kraft

$$E_1 = a + bt_1 + ct_1^2,$$

an der Lötstelle, deren Temperatur  $t_2$  ist,

$$E_2 = a + bt_2 + ct_2^2.$$

Die elektromotorische Kraft des Thermoelementes ist dann

$$E_2 - E_1 = b(t_2 - t_1) + c(t_2^2 - t_1^2)$$

$$E_2 - E_1 = (t_2 - t_1) \{b + c(t_2 + t_1)\}.$$

Nach diesem Ausdruck wird die elektromotorische Kraft des Thermoströmes gleich 0 einmal für  $t_2 = t_1$ , wenn also keine Temperaturdifferenz vorhanden ist, dann aber auch wenn

$$b + c(t_2 + t_1) = 0$$

$$t_2 + t_1 = -\frac{b}{c},$$

1) Hankel, Poggend. Ann. Bd. LXII.

2) Gauguin, Annales de chim. et de phys. III. Série T. LXV.

3) Thomson, Philosophical Transactions of London royal society for 1866

hung, welche dem oben angeführten Satze von Thomson ent-

Prüfung dieser Beziehung bestimmte Avenarius zunächst die Strom-  
er Anzahl von Thermoelementen und suchte bei solchen, bei  
h bei steigender Temperaturdifferenz wieder eine Abnahme der  
ke zeigte, direkt die Summe  $t_2 + t_1$  zu bestimmen, bei welcher der  
rom gleich null war. Die von ihm abgeleitete Beziehung fand  
len Fällen bestätigt.

iefs sich für Silber und Eisen die Intensität der Thermoströme  
willkürlichen Einheit darstellen durch die Gleichung

$$J = (t_2 - t_1) \{3,29424 - 0,00737 (t_2 + t_1)\}$$

nde Tabelle zeigt;  $t_1$  war gleich  $19^\circ$ .

$t_2$	beob.	ber.
300 <sup>0</sup>	258	264,9
280	283	284,6
260	297	298,4
240	308	306,2
220	311,3	308,1
200	307	304,2
180	296	294,2
140	258	256,8
100	195	195,7.

die Summe der Temperaturen, für welche  $J = 0$  sein muß, er-  
aus der Gleichung

$$t_2 + t_1 = \frac{3,29424}{0,00737} = 447.$$

Beobachtung ergab unter andern  $J = 0$  für

$t_2$	$t_1$	$t_1 + t_2$
260 <sup>0</sup>	186	446
289	158	447
302	145	447
312	136	448
328	118	446.

halbe Summe der Temperatur, für welche  $J = 0$  wird, giebt uns  
g jene Temperatur an, von welcher die Temperaturen beider Löt-  
eich weit entfernt sein müssen, damit in der Kombination kein  
tstehen kann. Für Silber und Eisen ergibt sich dieselbe zu  
man nennt diese Temperatur häufig den neutralen Punkt der  
ion. Derselbe ist gleichzeitig dadurch charakterisiert, daß wenn  
ratur der einen Lötstelle auf irgend einer beliebigen Temperatur  
n wird, der Thermoström seine größte Stärke erhält, wenn die  
ststelle bis zu dem neutralen Punkte erwärmt wird. Es folgt das  
ar aus der Eigenschaft des neutralen Punktes, ergibt sich aber  
ht, wenn man nach der bekannten Regel der Bestimmung des  
r, *Physik. IV. 4. Aufl.*

Maximums für ein beliebiges  $t_1$  aufsucht, für welchen Wert von  $t_2$  die elektromotorische Kraft resp. die Stromstärke  $J$  ein Maximum wird. Wirkt nach  $t_2$  zu differenzieren und  $\frac{dJ}{dt_2} = 0$  zu setzen. Es ist

$$\frac{dJ}{dt_2} = a - 2bt_2;$$

setzen wir das gleich 0, so wird

$$t_2 = \frac{a}{2b}.$$

In der That beobachtete Avenarius bei  $t_2 = 220$  den Wert  $J =$  den größten in der ganzen oben angeführten Beobachtungsreihe.

Für Kupfer und Eisen fand Avenarius in derselben Weise

$$J = (t_2 - t_1) \{0,9653 - 0,00175 (t_2 + t_1)\}$$

$$t_2 + t_1 = 551,6 \text{ für } J = 0.$$

Bei Platin und Blei, Platin und Palladium trat keine Abnahme Stromstärke mit steigender Temperaturdifferenz ein, für erstere Kombi erhielt Avenarius

$$J = (t_2 - t_1) \{0,085 + 0,0046 (t_2 + t_1)\},$$

für letztere

$$J = (t_2 - t_1) \{3,3701 + 0,000709 (t_2 + t_1)\},$$

welche bis  $t_2 = 300^\circ$  die Beobachtungen wiedergab.

In einer folgenden Arbeit<sup>1)</sup> hat Avenarius diese Beziehung noch weitem Prüfung unterworfen, indem er die elektromotorischen Kräfte  $J$  nach der Methode von Kohlrausch mit dem Kondensator maß.

Bei einer Versuchsreihe erhielt so Avenarius für die elektromotorische Kraft Neusilber-Stahl bei der Temperatur  $18^\circ$  nach der Methode von Kohlrausch den Wert 14,56 ausgedrückt in Prozenten der elektromotorischen Kraft eines Daniellschen Elementes, wobei Neusilber sich positiv gegen Stahl ergab. Bei einem aus Drähten dieser Metalle hergestellten Thermoelement ergab sich, daß der Strom durch die erwärmte Lötstelle Neusilber zum Stahl ging. Daraus ergibt sich, daß bei diesen Metallen die elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur abnimmt, die Richtung des Stromes beweist, daß an der kalten Berührungsstelle positive Elektrizität auf das Neusilber übergeht als an der warmen.

Um die Werte  $b$  und  $c$  in der Gleichung

$$E = a + bt + ct^2$$

zu bestimmen, wurde aus diesen Drähten eine Thermosäule von 20 Zentimetern hergestellt, und die Stromstärke in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur untersucht. Es ergab sich dabei

$$20(E_1 - E_2) = J = 20(t_2 - t_1) \{0,07992 - 0,000027(t_2 + t_1)\}$$

in einer willkürlichen Einheit. Zur Bestimmung des Wertes der elektromotorischen Kraft des Thermostromes in Einheiten des Daniellschen

1) Avenarius, Poggend. Ann. Bd. CXXII.

tes wurde die zweite Fechnersche Methode benutzt, es wurde die Thermoskule, deren eine Lötstelle auf  $245^{\circ}$ , deren andere auf  $18^{\circ}$  erhalten wurde, einmal im gleichen, einmal im entgegengesetzten Sinne mit einem Daniellschen Elemente in den Stromkreis eingeschaltet und so Summe und Differenz der Stromstärken beobachtet. Die elektromotorische Kraft ergab gleich 8,84 Prozent des Daniellschen Elementes, woraus sich in Verbindung mit obiger Gleichung für  $E_2 - E_1$  ergibt

$$E_2 - E_1 = \{-0,002123 + 0,000000712 (t_1 + t_2)\} (t_2 - t_1)$$

für  $E$  bei  $18^{\circ}$ , für welche am Kondensator 14,56 gefunden war,

$$14,56 = a - 0,002123 \cdot 18 + 0,000000712(18)^2,$$

aus sich ergibt

$$a = 14,598$$

$$E = 14,598 - 0,002123 \cdot t + 0,000000712 t^2.$$

Zur Prüfung der so gewonnenen Gleichung untersuchte Avenarius Potentialwerte des Stahl-Neusilber Kondensators, wenn die Berührungspunkten der Metalle auf verschiedene Temperaturen gebracht wurden. Die Ordnung des Versuches zeigt schematisch Fig. 161. Die beiden Kondensatorplatten  $S$  und  $N$  wurden zunächst durch einen Stahldraht  $Sa$  und einen Neusilberdraht zur Berührung gebracht, die Berührungspunkte auf  $18^{\circ}$  gehalten, und die Potentialdifferenz an einer Platte gemessen. Dann wurde in den Neusilberdraht zwischen  $b$  und  $c$  schon früher benutzte Thermoskule von Daniellschen Elementen eingeschaltet und deren Lötstellen  $l_1$  zu verschiedenen Temperaturen  $t$  erwärmt, während die anderen Lötstellen ebenfalls auf  $18^{\circ}$  gehalten wurden. Die Ladung des Kondensators bei diesem Versuche setzte sich zusammen aus der durch die Berührung der Platten  $a$  getrennten Elektrizität und aus der in Folge der Temperaturdifferenz der warmen und kalten Lötstellen abfließenden Elektrizität. Die Thermoskule waren so eingeschaltet, daß infolge des warmen Umstandes der Potentialwert der Platten vergrößert wurde. Nach der vorher aufgestellten Gleichung mußten die Potentialwerte sich darstellen lassen durch

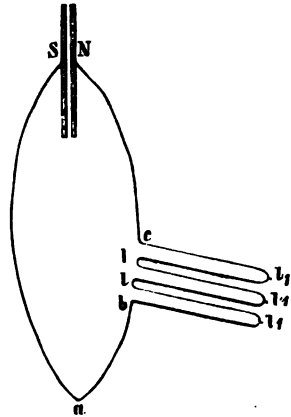


Fig. 161.

$$E = 14,56 + (t - 18) \{0,002123 - 0,000000712 (t + 18)\} \cdot 20.$$

Die erste Beobachtung, ohne Einschaltung der Thermoskule, diente dazu, die am Kondensator gemessenen Potentialwerte auf die frühere Einheit zu reduzieren, da man bei den verschiedenen Versuchen nicht ohne weiteres die Verstärkungszahl des Kondensators immer als gleich ansehen konnte.

Folgende kleine Tabelle gibt die so bestimmten und berechneten Werte von  $E$ .



$t$	$E$	
	beob.	bez.
250	23,4	23,5
200	21,6	21,7
150	19,7	19,8
110	18,3	18,2

Wie man sieht, stimmen Beobachtungen und Rechnung so vollständig überein, daß dadurch die von Avenarius aufgestellte Beziehung auf das schönste bestätigt wird. Es ergibt sich daraus, daß die thermoelektromotorische Kraft eines Thermoelements bei irgend einer Temperaturdifferenz gleich ist der Differenz der elektromotorischen Kräfte der Metalle bei den verschiedenen Temperaturen der Lötstellen.

Avenarius hat außer Stahl und Neusilber noch einige andere Metalle untersucht, und dabei den Nachweis geliefert, daß die Voltasche Spannungsreihe der Metalle für alle Temperaturen gültig bleibt, daß somit die Verschiedenheit der thermoelektrischen Spannungsreihe und der Voltaschen Spannungsreihe ihren Grund nur darin hat, daß die elektromotorischen Kräfte bei einzelnen Metallkombinationen mit steigender Temperatur zunehmen, bei anderen dagegen abnehmen. So erhält Avenarius folgende Ausdrücke für die elektromotorischen Kräfte

Zink | Stahl

$$E_1 = 96,42 - 0,001019 t - 0,000002295 t^2$$

Zink | Kupfer

$$E_2 = 82,92 + 0,0000378 t + 0,0000007075 t^2$$

Kupfer | Stahl

$$E_3 = 13,82 - 0,001062 t + 0,000001606 t^2$$

Addieren wir die beiden letzten Ausdrücke Glied für Glied, so muß, wenn die Voltasche Spannungsreihe für alle Temperaturen gültig ist, die sich ergebende Summe der einzelnen Glieder gleich den entsprechenden Gliedern der Gleichung für  $E_1$  sein. In der That ist das der Fall, denn

$$E_2 + E_3 = 96,74 - 0,001024 t + 0,000002313 t^2$$

Aus den Versuchen von Avenarius ergibt sich weiter, daß die thermoelektrische Spannungsreihe nicht nur von der Temperaturdifferenz der Lötstellen, sondern auch von den Temperaturen selbst abhängig ist. Es folgt das unmittelbar aus der allgemeinen Form der Gleichung für die thermoelektromotorische Kraft

$$E_2 - E_1 = (t_2 - t_1) \{ b + c(t_2 + t_1) \},$$

denn die Gleichung zeigt, daß jedesmal, wenn

$$t_2 + t_1 = -\frac{b}{c},$$

eine Umkehr des Stromes eintreten muß, somit, daß wenn  $t_2 + t_1 < -\frac{b}{c}$ , die Reihenfolge der Metalle in der Thermoreihe eine andere sein muß, als

$$t_2 + t_1 > -\frac{b}{c}.$$

Spätere Versuche von Tidblom<sup>1)</sup>, Naccari und Bellati<sup>2)</sup>, von Tait<sup>3)</sup> zeigen, daß für weitaus die meisten Kombinationen sich die thermoelektromotorischen Kräfte durch die Gleichung von Avenarius darstellen lassen.

Thermoelektrische Ströme zeigen sich nicht allein dann, wenn man von zwei Berührungsstellen verschiedener Metalle erwärmt, sondern lassen sich auch bei Anwendung eines Metalles hervorbringen. Seebeck<sup>4)</sup> hat schon, daß unter Umständen die Erwärmung einer Stelle eines Metalles einen elektrischen Strom erzeugen kann; Becquerel<sup>5)</sup> fand, daß ein Strom entstehe, wenn man in einem Drahte einen Knoten macht und nun eine neben dem Knoten befindliche Stelle des Drahtes erwärmt. Er glaubte daraus schließen zu können, daß jedesmal wenn man einen Metalldraht mit einem dicken Drahte verbinde und in der Nähe der Berührungsstelle erwärme, ein elektrischer Strom entstehe. Magnus<sup>6)</sup> hat aber gezeigt, daß dieser Schluss irrig sei, daß kein Strom entsteht, wenn die Metalle im übrigen eine gleiche physikalische Beschaffenheit, insbesondere die Härte haben.

Ist dagegen nur ein geringer Unterschied in der Härte vorhanden, tritt bei Erwärmung der Berührungsstelle der beiden Drähte immer ein Strom auf, der durch die Berührungsstelle bald von dem weichen Draht zum harten Draht geht, bald umgekehrt.

Der Strom ging bei den Versuchen von Magnus von dem weichen Draht zum harten Draht bei

Messing	Silber	Stahl	Kadmium	Kupfer	Gold	Platin
Ablenkte die Nadel des Galvanometers ab um						
55°	46°	45°	25°	18°	10°	5°

Der Strom ging umgekehrt vom harten zu dem weichen Draht bei

	Neusilber	Zink	Zinn	Eisen
Ablenkung	34°	30°	5°	4°

Bei Anwendung von Bleidrähten konnte kein Strom wahrgenommen werden.

Wie Thomson<sup>7)</sup> gezeigt hat, entsteht ebenso ein Strom, wenn man die Grenzstelle zwischen zwei Stücken eines und desselben Drahtes erwärmt, von denen das eine longitudinal gedehnt ist, das andere nicht; oder, wenn man einen Draht an einer Stelle transversal preßt oder zerbricht und dann die eine Grenze des gehämmerten oder gepressten Drahtes erwärmt.

1) Tidblom. Man sehe Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. II. S. 297.

2) Naccari und Bellati, Beiblätter zu den Annalen Bd. II. S. 102.

3) Tait, Poggend. Ann. Bd. CLII.

4) Seebeck, Poggend. Ann. Bd. VI.

5) Becquerel, Traité de l'électricité T. II. p. 38

6) Magnus, Denkschriften der Berliner Akademie 1851. Poggend. Ann. LXXXIII.

7) Thomson, Philosophical Transactions of London Royal Soc. for 1856.

8) Man sehe auch Le Roux, Annales de chim. et de phys. IV. Série T. X.

Wenn man ferner zwei im übrigen ganz gleiche Drähte zusammenbringt, von denen aber der eine warm, der andere kalt ist, so entsteht ebenfalls im Augenblicke der Berührung ein Strom, der aber verschwindet, wenn die beiden Drähte gleiche Temperatur angenommen haben<sup>1)</sup>. Dieser Strom ist häufig sogar stärker als jener, welcher zwischen harten und weichen Drähten entsteht, wie Magnus fand, als er in dieser Weise harte und weiche Drähte zusammenbrachte<sup>2)</sup>. Nur beim Zusammenbringen von kaltem und warmem Quecksilber zeigte sich kein Strom.

Es ergibt sich also, daß bei den geringsten Verschiedenheiten an beiden Seiten der Berührungsstelle zweier Drähte, auch gleichen Metalls, bei Erwärmung der Berührungsstelle dort eine elektromotorische Kraft auftritt.

Demnach ist schon zu erwarten, daß zwischen Metallen und Flüssigkeiten ebenfalls thermoelektromotorische Kräfte thätig sein können, und ebenso zwischen verschiedenen Flüssigkeiten. Erstere sind häufig beobachtet worden, indem man in eine Flüssigkeit zugleich einen heißen und kalten Platindraht einsenkte<sup>3)</sup>. Faraday<sup>4)</sup> erwärmte in einem U-förmigen mit Flüssigkeit gefüllten Rohr den einen Schenkel und erhielt Ströme, wenn er gleichzeitig in beide Schenkel die Enden des zum Galvanometer führenden Drahtes senkte. Ich selbst habe sie beobachtet, indem ich ein flaches Gefäß mit metallischem Boden und metallischem Deckel ganz mit Flüssigkeit, z. B. Wasser oder einer verdünnten Salzlösung anfüllte, so daß der Deckel von der Flüssigkeit berührt wurde, und nun von unten gelinde erwärmte.

In ähnlicher Weise wie Avenarius die thermoelektrischen Ströme zwischen Metallen, hat Lindig<sup>5)</sup> jene zwischen Metallen und Flüssigkeiten untersucht; aus den Versuchen ergibt sich, daß die Änderung der elektromotorischen Kräfte zwischen Metallen und Flüssigkeiten mit der Temperatur im allgemeinen nur sehr gering, zuweilen, wie bei amalgamiertem Zink und Schwefelsäure, nicht meßbar ist. Auch hier zeigt sich, daß bei einzelnen Kombinationen, wie bei Kupfer und Kupfervitriollösung, amalgamiertem Zink und Zinkvitriollösung die elektromotorische Kraft mit der Temperatur abnimmt, bei anderen, wie nicht amalgamiertem Zink und Kochsalzlösung dagegen zunimmt. Bei der letzteren Kombination geht daher der Thermostrom durch die erwärmte Grenze von Metall zur Flüssigkeit, bei ersteren umgekehrt.

Ganz entsprechende Resultate erhielten Bleekrode<sup>6)</sup>, Voller<sup>7)</sup> und Bouty<sup>8)</sup>, welche ebenfalls die Änderung der elektromotorischen Kräfte zwischen Metallen und Flüssigkeiten mit der Temperatur gemessen haben.

1) Zuerst beobachtet von Ritter, Gilberts Annalen Bd. IX. Man sehe auch Doves Repertorium Bd. I. S. 344 ff.

2) Magnus, Poggend. Ann. Bd. LXXXIII.

3) Man sehe Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. II, S. 346.

4) Faraday, Experimental researches. Ser. XVII. §. 1932 ff. Poggend. Ann. Bd. LIII.

5) Lindig, Poggend. Ann. Bd. CXXIII.

6) Bleekrode, Poggend. Ann. Bd. CXXXVIII.

7) Voller, Poggend. Ann. Bd. CXLIX.

8) Bouty, Journal de physique (D'Almeida) Bd. IX.

Thermoelektrische Ströme zwischen Flüssigkeiten hat Wild<sup>1)</sup> nachgesehen, indem er die beiden Röhren des §. 72 beschriebenen Apparates zu einer gewissen Höhe mit ein und derselben Salzlösung, z. B. Kupferiol anfüllte, und dann in der dort angegebenen Weise auf die Flüssigkeit eine andere, z. B. Zinkvitriol brachte, so daß in dem Apparate die Anfolge der Flüssigkeiten war: Kupfervitriol, Zinkvitriol, Kupfervitriol. an einer der Stellen, wo die beiden Flüssigkeiten sich berührten, wurde eine Erärmt und die Ablenkung der Magnetnadel des Galvanometers beobachtet, dessen Drähte mit den Kapseln verbunden waren, welche die Erren unten abschlossen.

Die thermoelektrischen Kräfte zwischen den Flüssigkeiten sind verhältnen mit denen der Metalle bedeutend stärker als die elektromotorischen Kräfte bei der Berührung zweier Flüssigkeiten, verglichen mit denen der Metalle. So fand Wild die thermoelektromotorische Kraft zwischen

Schwefelsaurem Kupferoxyd und schwefels.	Kali gleich	5,72
"	"	Magnesia 4,22
"	"	Zinkoxyd 3,61.

Das spezifische Gewicht der Lösungen war 1,05 bis 1,09; als Einheit ist die thermoelektromotorische Kraft zwischen Kupfer und Neusilber gleicher Temperaturdifferenz zu Grunde.

Auch verschieden konzentrierte Lösungen desselben Salzes sind gegen einander thermoelektromotorisch wirksam.

Zwischen den Flüssigkeiten, für welche Wild eine Spannungsreihe gestellt, besteht auch eine thermoelektromotorische Spannungsreihe.

Die Größe der elektromotorischen Kräfte der Thermoströme, oder der verschiedenen Temperaturen der Lötstellen entsprechenden Differenzen der elektromotorischen Kräfte der Metalle, verglichen mit der elektromotorischen Kraft des Daniellschen Elementes, ergibt sich für eine Anzahl Kombinationen aus den vorhin angegebenen Versuchen von Daniell.

Setzen wir das Daniellsche Element als Einheit, so sind sie für

Neusilber — Stahl

$$E = (t_2 - t_1) \{0,00002123 - 0,00000007172 (t_2 + t_1)\}$$

Zink — Stahl

$$E = (t_2 - t_1) \{0,00001019 - 0,00000002295 (t_2 + t_1)\}$$

Kupfer — Stahl

$$E = (t_2 - t_1) \{0,00001062 - 0,00000001606 (t_2 + t_1)\}$$

Für einzelne andere Elemente sind schon früher mehrfache Messungen genommen worden.

Die erste Bestimmung der Art rührt wohl von Pouillet<sup>2)</sup> her; er hat die Widerstände mit einander, welche eingeschaltet werden konnten, einmal in einem Stromkreise einer Wollastonschen Säule und dann eines Thermoelementes von Wismut, Kupfer, um die Ablenkung

1) Wild, Poggend. Ann. Bd. CIII.

2) Pouillet, Poggend. Ann. Bd. XLII.



einer Bussole auf denselben Wert zu bringen, also in beiden Fällen Ströme gleicher Stärke zu erzeugen. Die elektromotorischen Kräfte beider Ketten verhielten sich dann direkt wie die Widerstände. Er fand, daß bei einer Temperaturdifferenz von  $50^{\circ}$  die elektromotorische Kraft der Thermokette 0,0053 der Wollastonschen Säule war.

Wheatstone<sup>1)</sup> bestimmte nach seiner Methode das Verhältnis der elektromotorischen Kraft einer Kupfer-Wismut-Kette bei einer Temperaturdifferenz von  $100^{\circ}$  gleich 0,0105 einer aus amalgamiertem Zink, Kupfer-vitriol und Kupfer zusammengesetzten Kette.

Um diese beiden Angaben auf Daniellsche Ketten zu beziehen, benutzen wir die Angabe Becquerels, nach welcher die elektromotorische Kraft eines Wollastonschen Elementes gleich 0,558 derjenigen des Daniellschen ist, und die Angabe von Regnauld, welcher diejenige der Wheatstoneschen Kette gleich 0,838 der Daniellschen gefunden hat.

Daraus erhalten wir für die elektromotorische Kraft der Kupfer-Wismut-Kette bei einer Temperaturdifferenz von  $100^{\circ}$

$$\text{nach Pouillet} \quad 2 \cdot 0,0053 \cdot 0,558 = 0,00590 D$$

$$\text{„ Wheatstone} \quad 0,0103 \cdot 0,838 = 0,00842 D.$$

Nach einer direkten Vergleichung geben dieselbe an

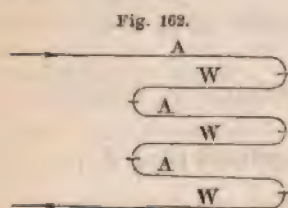
$$\text{Regnauld}^{2)} \quad \dots \dots \dots 0,00558 D$$

$$\text{Neumann}^{3)} \quad \dots \dots \dots 0,0039 D.$$

Die elektromotorische Kraft einer Kupfer-Neusilber-Kette giebt Wild<sup>4)</sup> zu 0,001108  $D$  an, nach Avenarius würde sie für  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = 100^{\circ}$  gleich 0,001005  $D$  sein.

Die Unterschiede in den obigen Zahlen können nach den vorher mitgeteilten Erfahrungen nicht auffallend erscheinen, da wir wissen, daß die geringste Verschiedenheit in der physikalischen Beschaffenheit der Metalle die Stellung derselben in der thermoelektrischen Reihe ändert.

Aus den Zahlen ergibt sich, daß die elektromotorischen Kräfte der Thermoelemente im allgemeinen gegen diejenigen bei dem Kontakt heterogener Substanzen nur sehr klein sind; die Intensität der von einem Elemente erzeugten Thermoströme ist deshalb nur sehr schwach.



Um kräftigere Ströme zu erhalten, verbindet man daher mehrere Thermoelemente zu einer Kette. Derartige Ketten erhält man, wenn man abwechselnd eine Anzahl Stäbchen in der Fig. 162 angegebenen Weise zusammenlötet, also z. B. Antimon, Wismut, Antimon, Wismut u. s. w. Erwärmt man dann entweder die geraden oder die ungeraden Lötstellen, so erhält man einen Strom, der bei gleichem Widerstande sich zu demjenigen eines Elementes verhält, wie die Zahl der erwärmten Lötstellen zu eins, da an jeder dieser Lötstellen eine elektromotorische Kraft thätig ist, welche mit den anderen gleich gerichtet ist.

1) Wheatstone, Poggend. Ann. Bd. LXII.

2) Regnauld, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIV.

3) Neumann. Man sehe Wiedemann, Galvanismus. Bd. I, §. 414.

4) Wild, Poggend. Ann. Bd. CIII.



Betreffs der Konstruktion solcher Ketten zu Thermosäulen für die Wahrnehmung sehr kleiner Temperaturdifferenzen und die Untersuchung der strahlenden Wärme haben wir im dritten Teile (S. 159) bereits das Notwendige kennen gelernt. Größere Säulen für den praktischen Gebrauch in den Laboratorien sind von Markus, Noë, Clamond u. a. hergestellt, die aus vielen Elementen bestehend elektromotorische Kräfte bis zu mehreren Groves haben, und als sehr konstant, nachdem sie thermisch zu einem stationären Zustand gelangt sind, für viele Zwecke sehr bequem sind.

Schließlich möge noch bemerkt werden, daß nach den in diesem Paragraphen mitgeteilten Erfahrungen die elektromotorischen Kräfte der Elemente nur in sehr geringem Grade von der Temperatur beeinflusst werden können, ein Schluß, der auch durch Versuche Poggendorffs bestätigt wird <sup>1)</sup>.

## Zweites Kapitel.

### Die Wirkungen des galvanischen Stromes in dem Schließungskreise.

#### §. 91.

**Wärmeentwicklung im Schließungskreise.** Wenn man eine galvanische Batterie von großer Oberfläche, also von geringem wesentlichen Widerstande durch einen dünnen Metalldraht schließt, so zeigt sich alsbald in dem Drahte eine bedeutende Temperaturerhöhung, welche unter Umständen bis zum Glühen des Drahtes steigen kann. Es folgt somit, daß der durch den Draht fließende galvanische Strom ebenso wie der Entladungsschlag der Leydener Batterie in dem Drahte Wärme erzeugt. Diese Beobachtung wurde bald nach der Entdeckung des Galvanismus gemacht, und schon Davy zeigte, daß die Erwärmung abhängig sei von dem Widerstande des Drahtes, daß sie um so stärker sei, je größer bei gleicher Stromstärke der Widerstand des Drahtes ist.

Die Erwärmung ist zugleich abhängig von der Stromstärke und Vorsekmann de Heer <sup>2)</sup> glaubte schließen zu dürfen, daß sie der Stromstärke proportional sei.

Die ersten genaueren Untersuchungen über die Erwärmung von Drähten in einem homogenen Schließungskreise rühren von Joule her <sup>3)</sup>. Joule wand einen Draht um das Gefäß eines empfindlichen Thermometers und tauchte ihn mit demselben in ein Glas mit Wasser. Der Draht wurde in einen Stromkreis eingeschaltet, in welchem sich zugleich eine Tangentenbussole zur Messung der Stromstärke befand.

Wegen der äußerst geringen Leitungsfähigkeit des Wassers kann man die durch dasselbe bewirkte Nebenschließung vernachlässigen und annehmen, der ganze Strom gehe durch den Draht. Die Temperatur-

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. L. S. 264.

2) Vorsekmann de Heer, Poggend. Ann. Bd. XLVI und Bd. XLVIII. Auch Ohm und Fechner nahmen dasselbe an. Man sehe Fechner, Lehrbuch des Galvanismus S. 317.

3) Joule, Philosophical Magazin vol. XVI. 1841. Doves Repert. Bd. VIII.

erhöhung des Wassers wurde an dem Thermometer abgelesen und aus der bekannten Wassermenge die in einer bestimmten Zeit entwickelte Wärmemenge berechnet.

Es zeigte sich zunächst bei Anwendung verschiedener Drähte, daß die bei konstanter Stromstärke in einer bestimmten Zeit entwickelte Wärmemenge dem Widerstande der angewandten Drähte direkt proportional sei, welches im übrigen auch die Länge oder der Querschnitt der Drähte sein mag.

Durch gewisse theoretische Überlegungen schloß Joule dann daraus, daß die in gleichen Zeiten in einem und demselben Drahte entwickelten Wärmemengen bei verschiedener Stromstärke dem Quadrate der Stromstärke proportional sein müssen. Die Versuche bestätigen diesen Schluß, so daß also die in einer bestimmten Zeit in einem Drahte, durch welchen ein Strom fließt, entwickelte Wärmemenge dem Widerstande des Drahtes und dem Quadrate der Stromstärke direkt proportional ist. Bezeichnen wir demnach die in der Zeiteinheit durch einen Strom von der Intensität  $i$  in einem Drahte, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, erzeugte Wärmemenge mit  $w$ , so ist die in der Zeit  $t$  in einem Drahte von dem Widerstande  $R$  durch die Stromstärke  $J$  erzeugte Wärmemenge

$$W = w \cdot J^2 \cdot R \cdot t.$$

Ist  $l$  die Länge,  $q$  der Querschnitt,  $s$  der spezifische Widerstand des Drahtes, so ist

$$W = w \cdot J^2 \cdot \frac{ls}{q} \cdot t.$$

Das Joulesche Gesetz wurde zunächst durch Versuche von Ed. Becquerel<sup>1)</sup> und dann in ausgedehntester Weise durch die Versuche von Lenz<sup>2)</sup>

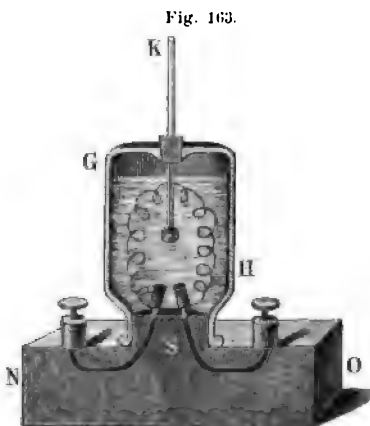


Fig. 163.

bestätigt. Lenz benutzte zu seinen Versuchen den Apparat Fig. 163. Auf einem Fußbrette NO ist der für die umgekehrt gestellte Glasflasche GH eingeschlossene Glasstöpsel S befestigt, so daß auf ihn die Flasche luft- und wasserdicht in umgekehrter Stellung befestigt werden kann. Durch den Glasstöpsel S sind zwei Platindrähte hindurch gebohrt und festgekittet, welche mit ihren kegelförmigen Enden in die Flasche hineinreichen. Auf die Kegel können zwei Platinklötzchen aufgeschoben, und mit ihnen kann der Draht, dessen Erwärmung untersucht werden soll, an die Platindrähte befestigt werden. Der zu erwärmende Draht ist zu

einer losen Spirale aufgerollt, so daß die einzelnen Windungen sich nicht berühren. Er steht in der Flasche in der in der Figur angegebenen Weise durch seine eigene Elastizität aufrecht. Die in den Stöpsel ein-

1) Ed. Becquerel, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. IX.

2) Lenz, Poggend. Ann. Bd. LXI.

kitteten Platindrähte sind durch Kupferdrähte, welche in das Fußstätt eingelassen sind, mit den Klemmen des Fußbrettes in leitender Verbindung.

Der nach oben gewandte Boden des Stöpselglases ist in seiner Mitte durchbohrt und durch diese Durchbohrung wurde ein empfindliches, genau libriertes Thermometer in die Flasche eingesenkt, auf welchem noch 0,4 C. abgelesen werden konnten. Das Thermometer wurde durch einen Kork in der Durchbohrung befestigt. Die Flasche wurde mit 99-prozentigem Spiritus gefüllt, da Wasser die Elektrizität zu gut leitete, und die Nebenschließungen vernachlässigen zu können.

Die Beobachtungen wurden von Lenz in folgender Weise ausgeführt: Zunächst wurde der Apparat 8°–10° C. unter die Temperatur der Umgebung erkaltet, dann in den Stromkreis einer Daniellschen Batterie eingeführt, welcher außerdem einen Rheostaten und eine Tangentenbussole enthielt, und durch Regulierung des Rheostaten dem Strome eine gewisse Stärke gegeben. War die Temperatur der Umgebung 16°, so wurden die Zeitpunkte bemerkt, in welchen die Temperatur des Weingeistes gleich 10°, 11° ... 15°, 16°, 17° ... 22° war, während man durch rotierende Bewegung des Apparates dafür sorgte, daß die Temperatur des Weingeistes überall dieselbe war. Man erhielt auf diese Weise die Erwärmungen für sechs Zeitintervalle, von denen jede ebensovielen Grade unter 16° über der Temperatur der Umgebung umfaßte. Dadurch war der Einfluß der umgebenden Temperatur eliminiert, da in der ersten Hälfte des Versuches, während der Weingeist von 10°–16° erwärmt wurde, der Apparat von außen ebensoviel Wärme erhielt, als er in der zweiten Hälfte nach außen abgab. Man beobachtete also in der That die Zeit, welche der galvanische Strom brauchte, um den Weingeist um 12°, 10° ... 2° zu erwärmen, indem man von der Zeit, zu welcher der Apparat die Temperatur 22°, 21° ... hatte, jene abzog, zu welcher er die Temperatur 10°, 11° ... hatte.

Hierauf wurde der Erwärmungsapparat ausgeschaltet, der Stromkreis ohne ihn ganz in der früheren Weise geschlossen, und durch Einhalten einer Länge des Rheostatdrahtes der Strom auf die frühere Stärke gebracht. Der Widerstand des eingeschalteten Rheostatdrahtes ist gleich dem des erwärmten Drahtes.

Ist das Joulesche Gesetz richtig, so muß die Wärmemenge  $W$ , welche in der Zeit  $t$  erzeugt wird, wenn  $w$  die in der Zeiteinheit durch die Einheit der Stromstärke in einem Drahte, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, erzeugte Wärmemenge,  $J$  die Stromstärke und  $R$  der Widerstand des erwärmten Drahtes ist, sein

$$W = w \cdot R \cdot J^2 \cdot t.$$

Dieselbe Gleichung, welche für die erzeugte Wärmemenge gilt, muß auch, wo immer derselbe Apparat und dieselbe Menge von Weingeist benutzt wurde, auch für die Temperaturerhöhung gelten, da diese der erzeugten Wärmemenge proportional ist. Streng genommen ist allerdings bei der Anwendung verschiedener Drähte, da auch diese dieselbe Temperaturerhöhung erfahren, ein kleiner Unterschied vorhanden, da die Wärmekapazität und das Gewicht der Drähte verschieden ist. Lenz giebt

an, daß der Wärmewert des Drahtes, für welchen dieser Wert am größten war, nur  $\frac{1}{1450}$  des Wärmewertes des Apparates betrug, woraus folgt, daß die Unterschiede in den Produkten aus dem Gewichte der Drähte und ihren Wärmekapacitäten vernachlässigt und die Temperaturerhöhungen der erzeugten Wärmemengen proportional gesetzt werden dürfen.

Bedeutet nun  $\tau$  die Zeit, welche erfordert wird, um eine Temperaturerhöhung des Apparates von  $1^\circ$  hervorzubringen, so folgt aus der vorigen Gleichung, wenn jetzt  $w$  die von der Einheit der Stromstärke bei Einschaltung eines Drahtes von der Einheit des Widerstandes in der Zeiteinheit in dem Apparate hervorgebrachte Temperaturerhöhung ist,

$$\frac{1}{w} = J^2 R \cdot \tau = \vartheta.$$

Der reciproke Wert von  $w$  oder  $\vartheta$  ist nach dem Vorigen eine konstante Größe, er bedeutet jene Zeit, welche bei der Einheit der Stromstärke und des Widerstandes des eingeschalteten Drahtes die Temperatur des Apparates um  $1^\circ$  erhöht. Wenn demnach das Joulesche Gesetz richtig ist, muß das Produkt aus dem Quadrate der Stromstärke, dem Widerstande des eingeschalteten Drahtes und der zur Erwärmung des Apparates um  $1^\circ$  erforderlichen Zeit eine konstante Größe sein.

Daß dem so ist, zeigen die Versuche von Lenz sehr deutlich, wie die im Folgenden mitgeteilte Tabelle zeigt. Die Zeit  $\tau$  erhält man, indem man die zur Erwärmung von  $12^\circ$  erforderliche Zeit durch 12, die zur Erwärmung von  $10^\circ, 8^\circ \dots$  erforderliche Zeit durch 10, 8  $\dots$  dividirt und aus diesen Zeiten das Mittel nimmt. In der folgenden Tabelle enthält die erste Kolumne die Bezeichnung der von Lenz benutzten Drähte, die zweite deren Widerstände, die dritte die angewandte Stromstärke, die vierte den in angegebener Weise erhaltenen Wert von  $\tau$ , die letzte das Produkt  $J^2 R \tau$ .

Bezeichnung des Drahtes	$R$	$J$	$\tau$ Minuten	$RJ^2\tau$
Neusilberdraht I.	35,150	10,10	1,3459	4826,0
desgl.	35,20	15,35	0,5711	4734,4
desgl.	36,67	15,35	0,5286	4563,9
desgl.	35,32	20,85	0,3091	4609,2
Neusilberdraht II.	22,09	15,35	0,9166	4784,6
desgl.	22,05	20,85	0,4805	4611,6
desgl.	22,18	26,71	0,2999	4562,4
desgl.	22,62	20,85	0,4575	4514,0
Neusilberdraht III.	16,76	26,71	0,3836	4592,0
Platindraht	18,97	20,85	0,5556	4573,6
desgl.	19,24	26,71	0,3248	4457,9
Eisen	9,37	33,08	0,4353	4480,0
Kupfer	5,22	26,71	1,3010	4845,2
desgl.	5,22	33,08	0,8354	4772,1
desgl.	5,23	40,12	0,5750	4840,4
desgl.	5,26	48,07	0,3810	4640,9

Als Mittelwert ergibt sich daraus

$$\Theta = 4651,3.$$

Bedenkt man nun, daß kleine Fehler in den Beobachtungen in dem ielslichen Resultat sich vielfach multiplizieren, so wird man die Ab-  
hungen in den Werten für  $\Theta$  hinreichend erklärlich finden.

Den Wasserwert seines Apparates giebt Lenz zu 82,6 g an, demnach  
de die Zeit, welche notwendig wäre, um einem Gramm Wasser eine  
peraturerhöhung von 1° R. durch einen Strom, welcher bei der Einheit  
Stärke durch einen Draht von der Einheit des Widerstandes geht, zu  
ilen, sein

$$\frac{4651,3}{82,6} = 56,2 \text{ Minuten;}$$

1° C. wäre demnach die Zeit 45 Minuten.

Als Einheit der Stromintensität gilt ein Strom, der in einer Stunde  
16 cem Knallgas bei 0° und 760 mm Druck liefert und als Einheit  
Widerstandes jener eines Kupferdrahtes von 6,358 Fufs engl. Länge  
0,0336 Zoll engl. Durchmesser bei 19° C.

Ebenso wie die festen Leiter eines Stromkreises werden auch die  
sigen in demselben enthaltenen Leiter erwärmt; die Gesetze der Wärme-  
wicklung lassen sich in denselben aber nur schwierig rein darstellen,  
in den flüssigen Leitern durch den Strom stets auch chemische Än-  
ngen hervorgebracht werden, und da diese auf den Wärmezustand der  
ssigkeit von Einfluß sind. Man kann aber unter gewissen Umständen  
chemischen Änderungen so regulieren, daß die durch diese hervorge-  
chten Wärmewirkungen sich kompensieren. Das ist z. B. der Fall, wenn  
n als Flüssigkeit eine konzentrierte Lösung von Kupfervitriol nimmt,  
l als Elektroden Kupferbleche anwendet. Die chemischen Änderungen  
Flüssigkeit bestehen dann darin, daß an jeder Elektrode, durch welche  
Strom die Flüssigkeit verläßt, metallisches Kupfer abgeschieden wird;  
z dieselbe Kupfermenge wird aber von der den Strom zuführenden  
ktrode wieder aufgelöst.

Da bei der Oxydation des Kupfers und der Bildung von schwefel-  
tem Kupferoxyd ebensoviel Wärme erzeugt wird, als bei der Reduktion  
Kupfers aus diesem Salze verbraucht wird, so heben diese Wärme-  
kungen sich auf.

In einer solchen Flüssigkeit hat Joule<sup>1)</sup> auch das von ihm für die  
ten Leiter aufgestellte Gesetz bestätigt gefunden; er beobachtete die  
ensität des Stromes und die Temperaturerhöhung der Kupfervitriol-  
ng; er bestimmte den Widerstand der zwischen den Elektroden ent-  
tenen Lösung und die spezifische Wärme der Lösung. Zugleich bestimmte  
die Korrektur wegen der Abkühlung der Flüssigkeit durch die Um-  
ung. Er konnte daraus die entwickelte Wärmemenge und jene be-  
men, welche sich entwickelt haben würde, wenn an Stelle der Lösung  
fester Körper von gleichem Widerstande eingeschaltet gewesen wäre;  
and die beiden Wärmemengen merklich gleich. Liefs Joule dagegen

1) *Joule*, Philosophical Magazin. vol. XIX. 1841. Man sehe betreffs dieser  
uche und der Versuche Becquerels §. 160.



den Strom durch angesäuertes Wasser gehen, in welches er mit Platin- und Zink-Elektroden geleitet wurde, so war die entwickelte Wärmemenge  $w$  der eintretenden Gasentwicklung bedeutend kleiner.

Ed. Becquerel<sup>1)</sup> hat durch eine Reihe von Versuchen diese Erfahrungen bestätigt und das Joulesche Gesetz auch in Flüssigkeiten nachgewiesen, in welchen eine Gasentwicklung eintritt. Für die Leitung in Flüssigkeiten, in welchen Gasentwicklung eintritt, ist nämlich die beobachtete Wärmemenge gleich der Differenz der von dem Strom erzeugten Wärme und der zur Bildung der Gase verbrauchten. Ist nun  $N$  die zur Bildung von 1 ccm Gas verbrauchte Wärmemenge und  $q$  die in der Zeit  $t$  im angesäuerten Wasser entwickelte Gasmenge, so ist die beobachtete Wärmeentwicklung

$$W = w \cdot R J^2 \cdot t - N \cdot q = M \cdot J^2 - N \cdot q.$$

Nach den Angaben von Dulong und Petit wurde für  $N$  der Wert 2,071 eingesetzt, und dann aus der in gleichen Zeiten bei verschiedenen Stromstärken entwickelten Wärmemenge der Wert  $M$  aus

$$M = \frac{W + Nq}{J^2}$$

berechnet. Man erhielt auf diese Weise bei einer Reihe von Versuchen in der That für  $M$  merklich gleiche Werte, nämlich bei drei Versuchen 4,35; 3,42; 4,32.

Daraus ergibt sich dann, daß das Joulesche Gesetz auch gilt für die Flüssigkeit in den galvanischen Elementen. Auch dafür hat man in einem Zinkplatin-Elemente, welches verdünnte Schwefelsäure enthält, einen Nachweis geliefert. Es versteht sich von selbst, daß auch wegen der in der Kette statthabenden chemischen Vorgänge Korrekturen an der beobachteten Wärme angebracht werden müssen, um das Gesetz zu erkennen.

Aus dem auch auf die flüssigen Leiter ausgedehnten Jouleschen Gesetze ergeben sich wichtige Folgerungen für die Wärmeentwicklung in den Stromkreisen einer galvanischen Kette.

Ist nämlich  $r$  der wesentliche Widerstand in einer solchen Kette, der Widerstand des Schließungsbogens, ist ferner  $J$  die Stromstärke, so ist die in der Zeit  $t$  in der Kette selbst entwickelte Wärmemenge

$$W_1 t = w \cdot r \cdot J^2 \cdot t,$$

die im Schließungsdrahte erzeugte Wärme

$$W_2 t = w \cdot r_1 \cdot J^2 \cdot t,$$

die im ganzen Stromkreise erzeugte Gesamtwärme ist somit

$$W \cdot t = w (r + r_1) \cdot J^2 \cdot t = w \cdot R \cdot J^2 \cdot t,$$

wenn  $R$  den Widerstand des ganzen Stromkreises bedeutet. Bezeichnen wir nun mit  $E$  die elektromotorische Kraft der Kette, so können wir schreiben

1) Ed. Becquerel, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. IX.

den Ausdruck für die im ganzen Stromkreise entwickelte Wärmemenge aufreiben

$$W \cdot t = w \cdot E \cdot \frac{E}{R} \cdot t.$$

Die in dem ganzen Schließungskreise entwickelte Wärmemenge ist dem Produkte aus der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke direkt proportional.

Wie wir nun früher sahen, ist die Stromstärke direkt proportional in der Zeiteinheit durch den Stromkreis fließenden Elektrizität, das

$$\frac{E}{R} \cdot t = k \cdot e$$

deshalb der in der Zeit  $t$  durch den Stromkreis fließenden Elektrizität proportional; bezeichnet demnach  $k$  eine Konstante, und setzen wir Produkt

$$k \cdot w = K,$$

wird die in der Zeit  $t$  in dem Stromkreis erzeugte Wärmemenge

$$W \cdot t = K \cdot E \cdot e.$$

Dieselbe ist proportional dem Produkte aus der elektromotorischen Kraft und der in der Zeit  $t$  durch den Stromkreis fließenden Elektrizität.

Die Übereinstimmung dieses Ausdruckes mit dem von Riess für die Wärmemenge des gesamten Schließungskreises infolge des Entladungsgalvanismus der Leydener Batterie abgeleiteten

$$W = K \cdot \frac{q^2}{s} = K \cdot \frac{q}{s} \cdot q,$$

in  $q$  die Elektrizitätsmenge,  $s$  die Oberfläche der Batterie, also  $\frac{q}{s}$  die Dichtigkeit der Elektrizität in der Batterie bedeutet, fällt in die Augen, denn auch in dem Ausdrucke für die Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom ist die Potentialfunktion  $E$  der Elektrizität an den Polen der Kette der Dichtigkeit der Elektrizität proportional.

## § 92.

**Beziehung zwischen der im Strome entwickelten zu der durch chemischen Prozesse im Element entwickelten Wärme.** Noch eine bemerkenswerte Folgerung läßt sich aus dem Jouleschen Gesetze ableiten, dessen Ausdehnung auf den ganzen Stromkreis ziehen. Wie wir später sehen werden, wird während der Bildung des galvanischen Stromes in der Zelle der Zink aufgelöst, und der Zinkverbrauch ist in gleichen Zeiten der Stromstärke proportional. Daraus folgt zugleich, daß der Zinkverbrauch in der Kette derselbe ist, wenn bei einer gewissen Stromstärke der Strom eine gewisse Zeit andauert, oder wenn bei doppelter Stromstärke der Strom die halbe Zeit dauert. Unter denselben Umständen ist aber auch die entwickelte Wärmemenge dieselbe, vorausgesetzt, daß die elektromotorische Kraft dieselbe ist. Denn ist die bei der Stromstärke  $J$  in der Zeit  $t$  entwickelte Wärmemenge gleich  $W \cdot t$ , so ist die bei der halben Stromstärke  $\frac{J}{2}$  in der doppelten Zeit  $2t$  dieselbe. Da die elektromotorische Kraft in derselben Zeit er-

menge  $\frac{1}{2} W \cdot t$ , die in der doppelten Zeit also erzeugte Wärmemenge gleich  $W \cdot t$ . Daraus folgt also, daß die in einer gegebenen Kette während einer gewissen Zeit, ja überhaupt erzeugte Wärmemenge proportional ist der verbrauchten Zinkmenge, welches auch der Widerstand in dem Schliessungskreise sein mag.

Dieser Satz gilt jedoch nur so lange, als dieselbe galvanische Kombination angewandt wird; ändert sich die elektromotorische Kraft derselben, so ändert sich bei gleicher Stromstärke die erzeugte Wärmemenge proportional der elektromotorischen Kraft.

Die Richtigkeit des letzteren Satzes hat Poggendorff<sup>1)</sup>, welcher zuerst auf denselben aufmerksam machte, nachgewiesen, indem er die Wärmeentwicklung in einem und demselben Drahte verglich, welche bei gleicher Stromstärke durch ein Daniellsches und durch ein Grovesches Element eintrat. Dieselbe war genau gleich. Da nun aber bei gleicher Stromstärke die Gesamt Widerstände sich verhalten wie die elektromotorischen Kräfte, so folgt, daß die gesamten erzeugten Wärmemengen sich verhalten wie die elektromotorischen Kräfte. Denn denken wir uns in beiden Fällen den ganzen Stromkreis ersetzt durch Drähte gleichen Metalles und gleichen Querschnitts, so verhalten sich bei gleicher Stromstärke die Längen dieser Drähte wie die elektromotorischen Kräfte. Da nun aber in gleichen Stücken dieser Drähte die Wärmeentwicklungen dieselben sind, so folgt, daß die gesamten erzeugten Wärmemengen sich verhalten wie die Längen der Drähte, somit wie die elektromotorischen Kräfte der beiden Batterien.

Den Satz, daß bei einer und derselben Kette die gesamte erzeugte Wärmemenge proportional ist dem in derselben stattfindenden Zinkverbrauche hat Helmholtz<sup>2)</sup> dahin erweitert, daß die gesamte in dem Stromkreise erzeugte Wärmemenge gleich jener sein müsse, welche durch die chemischen Prozesse in der Kette frei wird, so daß der galvanische Strom gewissermaßen nur die in der Kette frei gewordene Wärmemenge im Stromkreise verbreiten würde. Daraus würde weiter sich ergeben, daß die elektromotorischen Kräfte der verschiedenen Elemente den in ihnen durch die stattfindenden Prozesse entwickelten Wärmemengen proportional wären. Es ergibt sich das leicht folgendermaßen. Ist die Stromstärke  $J$  und die elektromotorische Kraft  $E$ , so ist nach dem Jouleschen Gesetze die in der Zeiteinheit im Stromkreise entwickelte Wärmemenge  $w = K \cdot J \cdot E$ . Wir erwähnten schon vorhin, daß die in den Ketten aufgelöste Menge Zink der Stromstärke proportional ist, somit auch die sämtlichen in der Kette stattfindenden chemischen Prozesse. Nennen wir die Wärmemenge, welche von den der Einheit der Stromstärke entsprechenden chemischen Prozessen entwickelt wird  $C$ , so ist die von der Stromstärke  $J$  chemisch entwickelte Wärmemenge gleich  $J \cdot C$ . Ist nun

$$k \cdot J \cdot E = J \cdot C,$$

so muß

$$k E = C$$

oder die elektromotorische Kraft der durch die Einheit der Stromstärke

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

2) Helmholtz, Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. S. 48 ff. Über die neuern Arbeiten von von Helmholtz sehe man §. 160.

chemisch entwickelten Wärmemenge proportional sein. Der erstere dieser beiden Helmholtzschen Sätze ist direkt durch Versuche von Favre<sup>1)</sup> bestätigt worden, der letztere ergibt sich unmittelbar aus den im dritten Bande mitgetheilten Werten der durch die chemischen Prozesse entwickelten Wärmemengen.

Zum Nachweis des erstern, von Favre übrigens unabhängig von Helmholtz aufgestellten Satzes brachte derselbe in das im dritten Bande S. 816 beschriebene Quecksilberkalorimeter eine Zink-Schwefelsäure-Platin-Kette, daß auch der ganze Schließungskreis sich im Innern desselben befand. Es wurde nun die Wärmemenge beobachtet, welche entwickelt wurde, während 33 Gramm Zink, also die als Mischungsgewicht 1 g Wasserstoff entsprechende Zinkmenge in Zinkvitriollösung verwandelt wurde. Die Wärmemenge fand sich im Mittel gleich 18160 Wärmeeinheiten. Fast genau dieselbe Wärmemenge erhält man aber bei der Auflösung von 3 g Zink zu Zink-Zinkvitriol, auch wenn dasselbe nicht in einer Kette gelöst wird. Für diese Wärmemenge erhält man nach § 92 des dritten Bandes

Überführung des Zink in Oxyd	42612 W. E.
Bildung und Lösung des Salzes $ZnSO_4$	10398 „ „
	<u>53010 W. E.</u>

Da nun bei dieser Auflösung 1 g Wasserstoff entwickelt wird, so muß abgezogen werden die dabei verbrauchte Wärmemenge	34462 „ „
	<u>18548. W. E.</u>

Es werden also überhaupt bei diesem Prozesse 18548 Wärmeeinheiten entwickelt, fast genau mit den von Favre beobachteten übereinstimmend.

Daß sich die elektromotorischen Kräfte der konstanten Ketten verhalten wie die durch die chemischen Prozesse in denselben entwickelten Wärmen, ergibt sich aus folgenden Zahlen.

In der Daniellschen Kette wird für jedes Mischungsgewicht Zink, welches aufgelöst wird, ein Mischungsgewicht Kupfer reduziert; bei dieser Reduktion werden verbraucht 29645 Wärmeeinheiten, es werden also in derselben frei

$$53010 - 29600 = 23410 \text{ W. E.}$$

In der Groveschen Kette wird für jedes Atom Zink, welches aufgelöst wird, ein Molekül Salpetersäure zu Untersalpetersäure reduziert; die dabei verbrauchte Wärme beträgt, berechnet für die gleiche Menge Zink, 3 g, auf welche sich obige Rechnung bezieht, 6900 W. E.; in der Groveschen Kette würden also durch den Verbrauch der gleichen Zinkmenge wie in der Daniellschen Kette disponibel

$$53010 - 6900 = 46110 \text{ W. E.}$$

Das Verhältniß der in der Groveschen und Daniellschen Kette bei

1) Favre, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XL.

gleichem Zinkverbrauch, also bei gleicher Stromstärke in gleicher Zeit erzeugten Wärmemenge ist somit

$$\frac{46110}{23410} = 1,96,$$

eine Zahl, welche nahezu mit dem Verhältniß der elektromotorischen Kräfte dieser beiden Ketten bei Anwendung rauchender Salpetersäure übereinstimmt.

Mit Hilfe des Helmholtzschen Satzes sind wir auch imstande zu berechnen, wie viel Wärme durch die Einheit der Stromstärke in einem Drahte, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, in der Zeit einer Minute entwickelt wird. Die von uns gewählte Einheit der Stromstärke liefert in einer Minute ein Kubikcentimeter Knallgas oder zersetzt das an Gewicht diesem gleiche Gewicht 0,53631 Milligramm Wasser. Bei dieser Zersetzung wird, wie später gezeigt wird, 1,96647 Milligramm Zink aufgelöst. In einer Daniellschen Kette werden daher durch die Stromeinheit, nach den Favreschen Bestimmungen, 1,395 Wärmeeinheiten entwickelt. Nach der Bestimmung von Bosscha ist die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes gleich 10,44, man hat somit in die Daniellsche Kette 10,44 Widerstandseinheiten einzuschalten, um die Stromstärke eins zu erhalten. In jeder Widerstandseinheit wird demnach der  $\frac{1}{10,44}$  Teil der gesamten Wärme, somit 0,1340 Wärmeeinheiten entwickelt. Hiernach würde die Konstante  $w$  in der Jouleschen Gleichung

$$W = w \cdot J^2 R$$

bei Zugrundelegung der von uns gewählten Einheiten

$$w = 0,1340$$

sein, und die Zeit, welche notwendig ist, um durch die Stromeinheit in der Widerstandseinheit eine Wärmeeinheit zu erzeugen, würde 7,47 Minuten betragen. Die Stromeinheit, welche Lenz als Einheit gewählt hat, ist 0,686 der unsrigen, die Bestimmung der Widerstandseinheit aus den Dimensionen des von Lenz angewandten Drahtes ist unsicher, da die Leitungsfähigkeit des Kupfers, wie wir sahen, eine sehr verschiedene sein kann. Bosscha<sup>1)</sup> hat deshalb die GröÙe der von Lenz gewählten Widerstandseinheit aus der von Lenz gewählten Einheit der Stromstärke und der von Lenz selbst bestimmten GröÙe der elektromotorischen Kraft des Daniellschen Elementes berechnet. Lenz giebt nämlich in seiner Abhandlung an, daß in den von ihm gewählten Einheiten die elektromotorische Kraft eines Daniellschen Elementes, wie er dasselbe benutzte, gleich 47,16 gewesen sei. Es bedurfte demnach 47,16 seiner Widerstandseinheiten, um dem Strome eines Daniellschen Elementes die Einheit der Stärke zu geben. Da nun die Lenzsche Stromeinheit für die Minute 0,686 Kubikcentimeter Knallgas liefert, so bedarf es in unsern Einheiten bei dem Daniellschen Elemente nach der Bosschaschen Bestimmung der elektromotorischen Kraft aus der Gleichung

$$\frac{10,44}{r} = 0,686; \quad r = \frac{10,44}{0,686} = 15,22$$

1) Bosscha, Poggend. Ann. Bd. CVIII.



Widerstandseinheiten, um die Lenzsche Einheit der Stromstärke zu erhalten. Die Widerstandseinheit von Lenz ist deshalb in unsern Einheiten

$$\frac{15,22}{47,16} = 0,3227.$$

Die Lenzsche Widerstandseinheit ist somit 0,3227 der unsrigen. Die dieser durch die Lenzsche Stromeinheit entwickelte Wärmemenge muß nach 0,02034 Wärmeeinheiten sein, oder eine Wärmeeinheit muß in 3,1 Minuten entwickelt werden, eine Zahl, welcher die von Lenz gegebene, 45 Minuten, bei der Unsicherheit unserer Reduktion hinreichend nahe kommt.

Eine direkte Prüfung des Helmholtz'schen Satzes ist später von Raoult<sup>1)</sup> und besonders von Thomsen<sup>2)</sup> vorgenommen worden. Thomsen hat direkt die Wärmemenge bestimmt, welche im Stromkreise des Daniell'schen Elementes durch den Strom erzeugt wird und ebenso jene, welche durch die chemischen Prozesse in dem Element erzeugt wird; er verfuhr bei folgendermaßen.

Zunächst wurde die Wärmemenge in einem Kalorimeter genau gemessen, welche von einem Strom, der in der Minute 44,138 ccm Knallgas unter 760 mm Druck und von der Temperatur 0° erzeugte, in einer Platinspirale entwickelt wurde. Dieselbe ergab sich zu 387,2 Wärmeeinheiten in der Minute, wenn die Wärmemenge gleich eins gesetzt wird, welche das Gramm Wasser um 1° C. erwärmt.

Es wurde darauf nach der Ohm'schen Methode die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes bestimmt; Thomsen wählte diese Methode, um unter denselben Umständen die elektromotorische Kraft des Elementes zu messen, unter welchen die Wärmeentwicklung gemessen wurde, wobei also die chemischen Aktionen in der Kette in voller Thätigkeit waren. Als Einheit des Widerstandes wählte er dabei den Widerstand der Platinspiralen, in welchen die Wärmeentwicklung durch den Strom gemessen war, und als Einheit der Stromstärke jenen Strom, der der Minute 44,138 ccm Knallgas entwickelte. Nach dem Ohm'schen Satze

$$J = \frac{E}{W}; \quad E = W \cdot J$$

ergibt uns die elektromotorische Kraft gleichzeitig den Widerstand des ganzen Stromkreises, der vorhanden sein muß, damit die elektromotorische Kraft in demselben die gewählte Einheit der Stromstärke erzeugt. In dem von ihm gewählten Einheiten fand Thomsen die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes gleich 0,17105. Dabei ergab sich, als die elektromotorische Kraft dieselbe war, als er in dem Elemente konzentrierte Kupfervitriollösung und verdünnte Schwefelsäure anwandte, welche entweder ein Molekül  $H_2SO_4$  auf 100 Moleküle Wasser ( $H_2O$ ) enthält oder auf 200 Moleküle Wasser.

Da hiernach das Daniell'sche Element in einem Stromkreise, dessen Widerstand 0,17105 der von Thomsen angewandten Platinspiralen be-

1) Raoult, Annales de chim. et de phys. 4. Série. T. IV.

2) J. Thomsen, Wiedem. Ann. Bd. XI.

# 644 Beziehung zwischen der im Strom und Element entwickelten Wärme. § 21

trägt, einen Strom erzeugt, der in dieser Stärke durch ein Voltameter gehend in der Minute 44,138 ccm Knallgas erzeugen würde, so folgt nach dem Jouleschen Gesetze, daß das Daniellsche Element in demselben, also überhaupt in der Minute

$$0,17105 \cdot 387,2 = 66,23$$

Wärmeeinheiten entwickelt, wenn dem Strom die Stärke von 44,138 gegeben wird, wenn also durch denselben in einer Minute 44,138 ccm Knallgas entwickelt werden; ein Molekül Wasser oder 18 g liefern 33 515 ccm Knallgas, somit würden in

$$\frac{33515}{44,138} = 759,3 \text{ Minuten}$$

durch diesen Strom 18 g oder ein Molekül Wasser zersetzt und in dieser Zeit die Wärmemenge

$$66,23 \cdot 759,3 = 50292$$

entwickelt. In derselben Zeit wird in dem Elemente ein Molekül Zink aufgelöst und ein Molekül Kupfer niedergeschlagen.

Die fast gleiche Zahl ergibt sich auch aus den Versuchen von Lenz; nach denselben wird durch einen Strom, der in der Minute 0,686 ccm Knallgas entwickelt, in dem Drahte, dessen Widerstand eine Einheit von Lenz beträgt, in der Minute 0,0222 Wärmeeinheiten entwickelt. Die elektromotorische Kraft seines Elementes findet Lenz in seinen Einheiten gleich 47,16; somit geben 47,16 seiner Widerstandseinheiten in einem Stromkreise seines Elementes die Einheit seiner Stromstärke. Das Element entwickelt demnach im ganzen bei dieser Stromstärke

$$0,0222 \cdot 47,16 = 1,0474$$

Wärmeeinheiten. Der Strom würde in

$$\frac{33515}{0,686} = 48848 \text{ Minuten}$$

ein Molekül Wasser zersetzen, somit in dieser Zeit

$$1,0474 \cdot 48848 = 51161$$

Wärmeeinheiten entwickeln.

Die durch die chemischen Prozesse in der Kette, Auflösung von einem Molekül Zink in verdünnter Schwefelsäure und Reduktion eines Moleküls Kupfer entwickelten resp. verbrauchten Wärmemengen sind nach Thomsons Versuchen

Auflösen des Zinks . . . .	106090
Reduktion „ Kupfers . . . .	55960
Entwickelte Wärme somit . . .	50130

eine Zahl, welche so genau mit der durch den galvanischen Strom entwickelten Wärme zusammenfällt, daß die Beobachtung den Satz von Helmholtz bestätigt.

Für die Wärmeentwicklung in dem Daniellschen Element findet Thomsen einen etwas größern Wert als Favre, der für das halbe Molekül 23410, also für das Molekül aufgelösten Zinkes 46820 Wärmeeinheiten

und. Setzen wir die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes, wenn es vom Strom durchflossen ist, rund 11, so wird die Konstante in der Jouleschen Gleichung nach Thomsens Zahl

$$w = 0,1359,$$

wenn der Strom in unserm chemischen Maß und der Widerstand in Quecksilbereinheiten gemessen wird.

Ebenso wie für die Daniellsche Kette hat Thomsen noch für eine Anzahl anderer Kombinationen gezeigt, daß die von den Elementen im Strom gelieferte Wärme gleich der in den Elementen durch die chemischen Prozesse erzeugten Wärme ist, indem er die elektromotorischen Kräfte derselben mit denen des Daniellschen Elementes verglich und zeigte, daß das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte gleich ist dem der in den Elementen frei gewordenen Wärme.

Für das Bunsensche Element ergibt sich bei Anwendung von ganz konzentrierter Salpetersäure  $HNO_3$ , von der ein Molekül in Untersalpetersäure unter Verwendung des abgeschiedenen Sauerstoffs zur Verbrennung des Wasserstoffs reduziert und in der Flüssigkeit gelöst wird, ohne daß Gasentwicklung eintritt

Lösung des Zinks . . . . .	106090
Reduktion der Salpetersäure . .	10010
	<hr/> 96080.

Das Verhältnis der entwickelten Wärme zu derjenigen im Daniellschen Elemente ist

$$\frac{96080}{50130} = 1,92.$$

Bei Anwendung rauchender Salpetersäure ergab sich das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte

$$\frac{B}{D} = 1,86.$$

Wendet man in den Elementen von Grove und Bunsen verdünntere Salpetersäure an, so wird dieselbe größtenteils in Stickoxyd verwandelt, und der Wärmeverbrauch steigt nach Thomsen auf 23250 Wärmeeinheiten, so daß die disponible Wärme gleich 82810 wird. Hiernach sollte das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte sein

$$\frac{B_1}{D} = \frac{82810}{50130} = 1,65, \text{ gefunden wurde } 1,69.$$

Im Folgenden stellen wir die übrigen Angaben Thomsens zusammen:

Kombination	Chemisch entw. Wärme		Elektrom. K. $D = 1$
	absolut	$D = 1$	
1. $\left\{ \begin{array}{l} Zn - H_2SO_4 + Aq \\ Cd - conc. CdSO_4 + Aq \end{array} \right\}$	16590	0,33	0,33
2. $\left\{ \begin{array}{l} Zn - HCl + Aq \\ Ag - AgCl \end{array} \right\}$	54080	1,08	

Kombination	Chemisch entw. Wärme		Elektr. I $D = 1$
	absolut	$D = 1$	
3. $\left\{ \begin{array}{l} Zn - H_2SO_4 + Aq \\ Kohle - CrO_3, H_2SO_4 + Aq \end{array} \right\}$	99790	1,99	1,85
4. $\left\{ \begin{array}{l} Cu - H_2SO_4 + 100 H_2O \\ Kohle - HNO_3 \end{array} \right\}$	45950	0,92	0,88
5. $\left\{ \begin{array}{l} Cu - H_2SO_4 + 100 H_2O \\ Kohle - HNO_3 + 7 H_2O \end{array} \right\}$	32680	0,65	0,73
6. $\left\{ \begin{array}{l} Fe - FeCl_2 + Aq \\ Kohle - Fe_2Cl_6 + Aq \end{array} \right\}$	44430	0,89	0,90

Die Kette Nr. 1 ist eine von Regnault konstruierte, Nr. 2 die Kette von Pincus oder Warren de la Rue und Hugo Müller, Nr. 3 Bunsens Chromsäurekette, für welche die elektromotorische Kraft etwas zu klein ausfällt, weil die Kette nicht polarisationsfrei ist, 4 und 5 die von Thomsen modifizierte Bunsensche Kette, in der Kupfer statt Zink genommen ist, Nr. 4 mit Salpetersäurehydrat, Nr. 5 mit verdünnter Säure. Nr. 6 ist eine von Ponci beschriebene konstante Kette<sup>1)</sup>.

Wenn wir auch erst an einer andern Stelle die Arbeitsleistungen des Stromes und die Frage nach dem Arbeitsvorrat besprechen, so erkennen wir doch schon jetzt, daß wenn die im chemischen Prozeß in der Kette erzeugte Wärme sich ganz im Strome wiederfindet, daß diese chemisch erzeugte Wärme der Arbeitsvorrat für den Strom ist. Leistet der Strom keine andere Arbeit, so tritt eben der Arbeitsvorrat als Wärme im Stromkreise auf, wird Arbeit irgend welcher Art geleistet, so tritt das Äquivalent dieser Arbeit an Wärme weniger auf.

Dem entspricht es dann auch, daß die elektromotorischen Kräfte der verschiedenen Ketten der chemisch in den Elementen entwickelten Wärme proportional sind, wir können einfach hier schon sagen, daß die in den Ketten entwickelte Wärme in den elektrischen Strom umgewandelt ist. Wir werden diesen Satz später in einer präziser von W. Thomsen ausgesprochenen Form wiederfinden.

F. Braun<sup>2)</sup> hat die Richtigkeit dieses letzteren Satzes bestritten, und zunächst darauf aufmerksam gemacht, daß es aus dem Princip von der Erhaltung der Arbeit durchaus nicht verlangt werde, daß alle im Elemente erzeugte Wärme in elektrischen Strom verwandelt werde, da vielmehr zwischen Wärme und elektrischem Strome eine ganz ähnliche Beziehung bestehen könne, wie zwischen Wärme und mechanischer Arbeit. Wie wir nach dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie wissen, kann Wärme überhaupt nur in Arbeit umgewandelt werden wenn sie von einem wärmeren zu einem kälteren Körper hindüberströmt. Wird dem wärmeren Körper, dessen absolute Temperatur  $T_1$  ist, die Wärmemenge  $Q_1$  entzogen, so wird bei einem umkehrbaren Kreisprozeß

1) Ponci, Beiblätter zu den Annalen Bd. II. S. 42.

2) F. Braun, Wiedem. Ann. Bd. V, Bd. XVI, Bd. XVII.

den kälteren Körper von der Temperatur  $T_2$  die Wärmemenge  $Q_2$  ab-  
liefert, so daß

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}; \quad q = Q_1 - Q_2 = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right).$$

Die Wärmemenge  $q$  ist es, welche hierbei in Arbeit umgesetzt ist. In-  
folglich, meint Braun, kann es sich bei der Umsetzung von Wärme in  
elektrischen Strom verhalten, es ist möglich, daß nur ein Teil der Wärme  
in elektrischen Strom verwandelt werden kann. Würde unter dieser Voraus-  
setzung die umsetzbare Wärme immer derselbe Bruchtheil der chemisch  
erzeugten Wärme sein, so würde allerdings unser Satz, daß die durch  
den Strom erzeugte Wärme gleich der chemisch im Elemente erzeugten  
Wärme, nicht mehr richtig sein, wohl aber noch der Satz, daß beide ein-  
ander proportional und damit weiter, daß die elektromotorische Kraft  
in den Ketten der chemisch erzeugten Wärme proportional seien. Dann aber  
würde durch die Versuche von J. Thomsen, der für die Daniellsche Kette  
zeigt hat, daß die vom Strom erzeugte der chemisch entwickelten Wärme  
gleich ist, die Annahme Brauns schon widerlegt sein. Braun kommt  
nun zu dem Satze, daß der Bruchtheil der in Strom umgesetzten Wärme  
in den chemischen Prozessen ein sehr verschiedener sein könne, so daß  
z. B. im Daniellschen Elemente, wenn  $A$  die durch Auflösung eines Mole-  
küls Zink in Schwefelsäure,  $B$  die durch Auflösung eines Moleküls Kupfer  
in Schwefelsäure entwickelte Wärme wäre, die in Strom umsetzbare Wärme  
nicht  $x(A - B)$  wäre, wo  $x$  ein echter Bruch, sondern daß sie gegeben  
wäre durch  $xA - yB$ , worin  $x$  und  $y$  echte Brüche sind, die von einander  
verschieden sein können. Das heißt also, würde von der bei der Auf-  
lösung des Kupfers erzeugten Wärme nur  $yB$  in Strom umgesetzt werden,  
würde auch von dem Strome, der im Daniellschen Elemente durch  
die Auflösung des Zinks erzeugt wurde, die zum Niederschlagen des  
Kupfers erforderliche Wärme  $B$  nur zu dem Teile  $yB$  dem Strome ent-  
nommen, die Wärmemenge  $(1 - y)B$  würde anderweitig dem Elemente  
entnommen.

Hiernach könnte es vorkommen, daß  $xA - yB$  kleiner oder gleich  
der selbst größer sei als  $A - B$ , in welchem letztern Falle in dem Ele-  
mente weniger Wärme auftreten müßte, als nach dem Jouleschen Gesetze  
demselben entwickelt würde.

Wir begnügen uns an dieser Stelle mit dieser Andeutung der theo-  
retischen Ansichten Brauns, vollständiger werden wir die Theorie Brauns  
im letzten Kapitel §. 160 besprechen und dort auch die Versuche Brauns  
hier kennen lernen, nur sei hier schon erwähnt, daß Braun aus seinen  
Versuchen den Schluß zieht, daß in der That die erwähnten Möglichkeiten  
vorkommen, daß die im Strom entwickelte Wärme, welche unter allen  
Umständen der elektromotorischen Kraft proportional ist, kleiner, gleich  
oder größer sein kann als die durch die Differenz  $A - B$  gegebene, daß  
sie stets aber kleiner ist und sein muß wie  $A$ .

### §. 93.

**Ableitung des Jouleschen Gesetzes aus dem Ohmschen Gesetze.**  
Die Wärmeentwicklung in den Leitern des galvanischen Stromes ist nach



der mechanischen Wärmetheorie als eine gewisse Arbeit aufzufassen, welche die Elektrizität bei dem Durchströmen des Leiters leistet. Indem die Elektrizität den Widerstand des Leiters überwindet, giebt sie ihre Bewegung an die Moleküle des Leiters ab und erwärmt dadurch den Leiter. Setzen wir zunächst einen rein metallischen Leiter voraus, in welchem die Elektrizität sonst gar keine Arbeit leistet, so muß die gesamte Arbeit der Elektrizität als Wärme auftreten. Wenn wir die Anschauung der Elektrizität als einer Flüssigkeit festhalten, können wir diese Abgabe der Bewegung derjenigen bei der Reibung zweier Körper analog ansehen, wenn ein Körper über seiner Unterlage oder eine Flüssigkeit durch enges Röhren mit gleichförmiger Geschwindigkeit hin bewegt wird, so daß in jedem Augenblicke die gesamte geleistete Arbeit nur zur Überwindung der Reibung benutzt wird. Um die von dem galvanischen Strome entwickelte Wärmemenge zu berechnen, haben wir demnach nur die von dem Strome geleistete Arbeit zu bestimmen.

Wie wir im §. 9 nachwiesen, ist die Arbeit, welche eine gegebene Elektrizitätsmenge bei irgend einer Zustandsänderung leistet, gleich der Änderung des Potentials der gegebenen Elektrizitätsmenge auf sich selbst. Ganz in derselben Weise können wir auch die Arbeit bestimmen, welche ein elektrischer Strom zu leisten imstande ist<sup>1)</sup>. Wir betrachten dabei den galvanischen Strom als einen solchen positiver Elektrizität, eine Anschauungsweise, welche im schließlichen Resultat dieselbe ist, als wenn wir den Strom als einen solchen beider Elektrizitäten ansehen, welche sich durch den Leiter nach entgegengesetzten Richtungen bewegen. Denn es ist nach allen früheren Entwicklungen dasselbe, wenn sich durch einen Querschnitt des Leiters die Elektrizitätsmenge  $\frac{1}{2}q$  nach der einen und  $-\frac{1}{2}q$  nach der entgegengesetzten Seite bewegt, oder die Elektrizitätsmenge  $q$  nur nach der Richtung des positiven Stromes sich bewegt.

Sei nun während des Stromes an irgend einer Stelle des Leiters zur Zeit  $t$  das Elektrizitätselement  $dq$ . Ist der Potentialwert der auf dem Leiter vorhandenen freien Elektrizität in der Niveaufläche, in welcher sich gerade das Element  $dq$  befindet, gleich  $V$ , und ist  $-\frac{dV}{dn}$  die Änderung des Potentialwertes parallel der Normale der Niveaufläche, so ist die das Element  $dq$  bewegende Kraft gleich

$$- dq \cdot \frac{dV}{dn}.$$

Durch diese Kraft wird das Element in der Zeit  $dt$  parallel der Normale der Niveaufläche die Wegstrecke  $dn$  fortgeführt, die dieser Bewegung entsprechende Arbeit ist

$$- dq \cdot \frac{dV}{dn} dn.$$

Wird das Element  $dq$  durch die endliche Strecke  $n$  bewegt, so ist die dabei geleistete Arbeit gleich der Summe aller der unendlich kleinen jedem Wegelement  $dn$  entsprechenden Arbeiten, wo für jedes Element

1) *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVII. Abhandlungen zur mechanischen Wärmetheorie. Abhdlg. XI.

In die dort stattfindende Änderung des Potentialwerts eingesetzt werden muß. Der Wert der Summe oder

$$-\int dq \cdot \frac{dV}{dn} \cdot dn$$

ist aber, da  $dq$  immer dasselbe ist, und  $\frac{dV}{dn} dn = dV$  die Differenz der an den auf einander folgenden Punkten des Weges vorhandenen Werte der Potentialfunktion ist, gleich

$$dq (V_1 - V_2),$$

wenn  $V_1$  den Wert der Potentialfunktion der gesamten auf dem Leiter vorhandenen Elektrizität beim Beginne und  $V_2$  denselben am Ende des Weges bezeichnet.

Nach der in der Einleitung eingeführten Bezeichnungsweise ist  $V_1 dq$  das Potential der gesamten freien Elektrizität auf das bewegte Element  $dq$  im Beginne,  $V_2 dq$  dasselbe am Ende der Bewegung. Da nun der obige Wert der Arbeit für jedes Element  $dq$  gilt, welches durch denselben Weg bewegt wird, also für eine endliche Elektrizitätsmenge  $q = \int dq$  der Ausdruck gilt

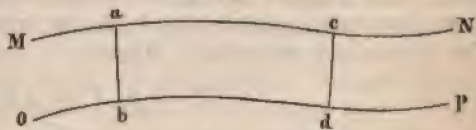
$$q (V_1 - V_2),$$

so gelangen wir zu dem Satze: „Die bei einer bestimmten Bewegung einer Elektrizitätsmenge von der in dem Leiter wirksamen Kraft gethane Arbeit ist gleich der bei dieser Bewegung eingetretenen Änderung des Potentials der auf dem Leiter vorhandenen Elektrizität auf die bewegte Elektrizitätsmenge.“

Um mit Hilfe dieses Satzes die in einem Stromleiter geleistete Arbeit zu bestimmen, sei Fig. 164  $MNOP$  ein Stück eines lang gestreckten Leiters, der von einem konstanten Strome durchflossen sei, und seien  $ab$  und  $cd$  die Durchschnitte zweier Niveaulächen des Leiters, denen in  $ab$  der Wert der Potentialfunktion  $V_1$ , in  $cd$  der Wert  $V_2$  entspreche.

Die Arbeit, welche der Strom in einer bestimmten Zeit auf der Strecke  $ab$  leistet, ist gleich der Veränderung des Potentials der gesamten freien Elektrizität auf die während der Zeit in dem Leiterstück bewegte Elektrizität. Da wir einen konstanten Strom voraussetzen, so sind die Werte der Potentiale  $V$  an den verschiedenen Stellen des Leiters immerwährend unveränderlich, ebenso tritt genau dieselbe Elektrizitätsmenge, welche bei  $ab$  in das Stück des Leiters eintritt, auch bei  $cd$  wieder heraus. Bezeichnen wir mit  $J$  die Intensität des den Leiter durchfließenden Stromes, so können wir mit  $K.J$  die Menge der in der Zeiteinheit durch  $ab$  in das Leiterstück hineinfließenden und ebenso jene der durch  $cd$  das Leiterstück verlassenden Elektrizitätsmenge bezeichnen, worin  $K$  eine von der gewählten Einheit der Stromstärke abhängige Konstante ist. In der Niveauläche  $ab$  ist das Potential der freien auf dem Leiter vorhandenen Elektrizität auf die in der Zeiteinheit bewegte gleich

Fig. 164.





$$K \cdot J \cdot V_1,$$

in der Niveaufläche  $cd$  dagegen

$$K \cdot J \cdot V_2.$$

Die Änderung des Potentials der freien auf die bewegte Elektrizität ist daher in dem Leiterstücke  $ac$  gleich der Differenz dieser beiden Werte, somit ist die von der strömenden Elektrizität geleistete Arbeit

$$L = K \cdot J \cdot (V_1 - V_2)$$

oder die von dem elektrischen Strome in einem beliebigen Leiterstücke in der Zeiteinheit geleistete Arbeit ist gleich der Differenz der Potentialwerte im Anfange und am Ende des Leiterstücks multipliziert mit der Stromstärke, das heisst mit der in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fließenden Elektrizitätsmenge.

Bezeichnen wir den Widerstand unseres Leiterstückes mit  $R$ , so ist nach dem Ohmschen Gesetze

$$K \cdot J = \frac{V_1 - V_2}{R}$$

$$K \cdot J \cdot R = V_1 - V_2$$

und damit wird die geleistete Arbeit

$$L = K^2 \cdot J^2 \cdot R$$

oder die in einem Leiterstücke von dem Strome geleistete Arbeit ist gleich dem Quadrate der Stromstärke multipliziert mit dem Widerstande des Leiterstückes. Da das Leiterstück beliebig sein kann, so gilt der Satz auch für den ganzen Stromkreis, wenn dann  $R$  den Widerstand des Stromkreises bezeichnet.

Wenn in dem Leiterstücke  $R$  keine andere Arbeit geleistet wird, so muß diese gesamte Arbeit als Wärme auftreten; ist deshalb der Wärmewert der Arbeitseinheit gleich  $A$ , so wird die in dem Leiterstücke in der Zeiteinheit entwickelte Wärme

$$W = A \cdot L = AK^2 J^2 \cdot R,$$

ein Ausdruck für die entwickelte Wärmemenge, welcher genau dem Jouleschen Gesetze entspricht. Würden wir in dieser Gleichung die Konstante  $K$  bestimmen, das heisst die in dem Stromkreise cirkulierende Elektrizitätsmenge in dem in der Elektrostatik aufgestellten mechanischen Maße angeben können, so ließe sich nach dieser Gleichung die Wärmemenge theoretisch berechnen. Diese Messung der Elektrizitätsmenge nach mechanischem Maße können wir indes erst nach Vorführung der Induktionserscheinungen vornehmen; wir werden dann auch die im dritten Bande S. 403 bereits erwähnte Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents durch elektrische Messungen kennen lernen.

Wenn in dem betrachteten Leiterstücke noch eine andere Arbeit geleistet wird, so muß die durch den Strom entwickelte Wärmemenge um den Wärmewert dieser Arbeit kleiner sein; wir haben im vorigen Paragraphen bereits die Bestätigung dieses Satzes in den Versuchen von Joule und Becquerel kennen gelernt, welche zeigten, daß die in Flüssigkeiten

dort stattfindende Änderung des Potentialwerts eingesetzt werden  
Der Wert der Summe oder

$$- \int dq \cdot \frac{dV}{dn} \cdot dn$$

da  $dq$  immer dasselbe ist, und  $\frac{dV}{dn} dn = dV$  die Differenz der auf einander folgenden Punkten des Weges vorhandenen Werte Potentialfunktion ist, gleich

$$dq (V_1 - V_2),$$

den Wert der Potentialfunktion der gesamten auf dem Leiter vorhandenen Elektrizität beim Beginne und  $V_2$  denselben am Ende des bezeichnet.

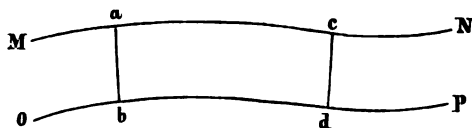
Nach der in der Einleitung eingeführten Bezeichnungsweise ist das Potential der gesamten freien Elektrizität auf das bewegte Element  $dq$  im Beginne,  $V_2 dq$  dasselbe am Ende der Bewegung. Da der obige Wert der Arbeit für jedes Element  $dq$  gilt, welches durch einen Weg bewegt wird, also für eine endliche Elektrizitätsmenge  $Q$  der Ausdruck gilt

$$Q (V_1 - V_2),$$

ergibt sich aus dem Satze: „Die bei einer bestimmten Bewegung der Elektrizitätsmenge von der in dem Leiter wirksamen Kraft gethane Arbeit ist gleich der bei dieser Bewegung eingetretenen Änderung des Potentials der auf dem Leiter vorhandenen Elektrizität auf die bewegte Elektrizitätsmenge.“

Um mit Hilfe dieses Satzes die in einem Stromleiter geleistete Arbeit zu bestimmen, sei Fig. 164  $MNOP$  ein Stück eines lang gestreckten Leiters, der von einem konstanten Strome durchflossen sei,  $ab$  und  $cd$  die Durchschnitte zweier Niveauflächen des Leiters, denen in  $ab$  der Wert  $V_1$  der Potentialfunktion und in  $cd$  der Wert  $V_2$  entspreche.

Fig. 164.



Die Zeit, welche der Strom in einer bestimmten Zeit auf der Strecke  $ab$  verbringt, ist gleich der Veränderung des Potentials der gesamten freien Elektrizität auf die während der Zeit in dem Leiterstück bewegte Elektrizitätsmenge.

Da wir einen konstanten Strom voraussetzen, so sind die Werte der Potentialfunktion  $V$  an den verschiedenen Stellen des Leiters immerwährend dieselben, ebenso tritt genau dieselbe Elektrizitätsmenge, welche bei  $ab$  das Stück des Leiters eintritt, auch bei  $cd$  wieder heraus. Bezeichnen wir mit  $J$  die Intensität des den Leiter durchfließenden Stromes, mit  $K$  die Menge der in der Zeiteinheit durch  $ab$  in den Leiter hineinfließenden und ebenso jene der durch  $cd$  aus dem Leiter fließenden Elektrizitätsmenge bezeichnen, worin  $K$  eine von der Stromstärke unabhängige Konstante ist. In der Zeiteinheit fließt durch  $ab$  die auf dem Leiter vorhandene Elektrizität auf die in der Zeiteinheit bewegte Elektrizitätsmenge gleich

das Kreuz von *b* nach *a*, also vom Wismut zum Antimon gehen, so fließt nach Unterbrechung des primären Stromes durch das Galvanometer ein Strom von *c* nach *d*, welcher nur von der Abkühlung der Lötstelle

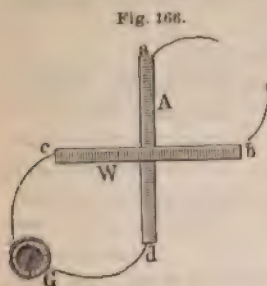


Fig. 166.

herrühren kann. Giebt man dem Strome der Säule die entgegengesetzte Richtung, so fließt nach Unterbrechung des primären Stromes auch durch das Galvanometer ein dem vorigen entgegengesetzter Strom. Die Entstehung von Thermostömen, wenn durch den Kreuzungspunkt der beiden Stäbe ein Strom hindurchgegangen war, beweist die Erwärmung oder Erkältung der Lötstelle.

Man kann indes schon mit weniger empfindlichen Mitteln diese Erkältung der Lötstelle nachweisen. Peltier schloß in die Kugeln eines Differentialthermometers in jede ein Thermoelement so ein, daß wenig mehr als die Lötstellen sich im Innern der Kugeln befand. Ließ er einen Strom durch dieselben hindurchgehen, so trat eine bedeutende Verschiebung des Flüssigkeitstropfens nach der Seite ein, wo der Strom vom Wismut zum Antimon durch die Lötstelle ging. Auch wenn ein Strom nur durch eins der Thermoelemente ging, trat die Verschiebung des Index ein, und zwar wenn der Strom vom Wismut zum Antimon ging, trat bei schwachen Strömen eine Erkältung ein, bei stärkeren wurde das Thermoelement erwärmt, aber immer weniger, als wenn der Strom die entgegengesetzte Richtung hatte.

Schließt man in ein Luftthermometer von Riess einen dem in Fig. 165 dargestellten ähnlichen Stab ein, so daß die Lötstelle sich im Innern der Kugel befindet, so steigt bei schwachen Strömen in der Richtung vom Wismut zum Antimon die Flüssigkeit gegen die Kugel hin auf, ein Beweis, daß die Temperatur in der Kugel erniedrigt wird; bei stärkeren tritt eine Temperaturerhöhung ein, welche aber immer geringer ist, als wenn der Strom die entgegengesetzte Richtung hat, und auch geringer, als wenn bei gleichem Widerstande die Lötstelle nicht vorhanden wäre.

Einen sehr auffälligen Beweis für die Kälteerzeugung durch den galvanischen Strom hat Lenz<sup>1)</sup> geliefert. Er lötete eine Wismut- und Antimonstange von circa 1 qcm Querschnitt in der Weise Fig. 165 aneinander, und bohrte in die Lötstelle eine kleine Vertiefung. Die Stange wurde auf schmelzenden Schnee gelegt, und die Vertiefung mit Wasser gefüllt. Darauf wurde der Strom eines Groveschen Elementes von 1 Quadratfuß Oberfläche in der Richtung von dem Wismut zum Antimon durch die Stange geleitet. Nach 5 Minuten war das Wasser vollständig gefroren und das Eis sogar auf  $-4,4^{\circ}\text{C}$ . erkaltet.

Aus dem Vorigen ergibt sich, daß die Erkältung oder Erwärmung der Lötstelle abhängig ist von der Stärke des durch sie hindurchgesandten Stromes, da je nach der Stärke desselben die Lötstelle erkaltet oder erwärmt wird. Die Abhängigkeit der Temperaturänderung der Lötstellen



angte Wärmemenge um jene Wärmemenge kleiner ist, welche zur Zersetzung der Flüssigkeiten verbraucht wird. In etwas anderer Weise hat Peltier<sup>1)</sup> diese Folgerung durch Versuche bestätigt, wir werden diese Verhältnisse bei Gelegenheit der Arbeitsleistungen durch den Strom besprechen.

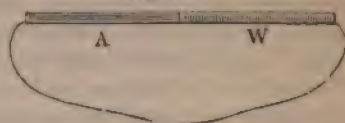
## §. 94.

**Temperaturänderungen an Berührungsstellen heterogener Leiter.**

Bei der Erwärmung, welche in dem ganzen einen galvanischen Strom führenden Stromkreise stattfindet, zeigen sich noch besondere Temperaturänderungen an den Stellen, wo zwei verschiedene Metalle zusammenschließen; artige Stellen können, wie zuerst Peltier<sup>2)</sup> beobachtet hat, entweder stärker oder weniger stark erwärmt werden als die übrigen Teile der Leitung, oder sogar erkältet werden.

Man nehme einen Stab *AW* Fig. 165, der zur Hälfte *A* aus Antimon, zur Hälfte *W* aus Wismut besteht; wird an diesem Stabe die Lötstelle erwärmt, so cirkuliert in einem Kreise, in welchem der Stab eingeschaltet ist, ein Strom so, daß er durch die warme Lötstelle vom Wismut zum Antimon geht. Wird dagegen die Lötstelle abgekühlt, so steht ein Strom, welcher durch die Lötstelle vom Antimon zum Wismut geht.

Fig. 165.



Läßt man durch diesen Stab, dessen Temperatur gleich der der Umgebung sein möge, einen schwachen Strom gehen, welcher durch die Lötstelle vom Wismut zum Antimon geht, also wie der Thermostrom, bei Erwärmung der Lötstelle, so wird die Lötstelle unter die Temperatur der Umgebung abgekühlt. Läßt man dagegen den Strom in der Richtung vom Antimon zum Wismut gehen, so wird die Lötstelle erwärmt.

Ganz dasselbe zeigt sich bei Anwendung irgend zweier Metalle, welche elektrochemisch gegen einander wirksam sind; läßt man einen Strom durch die Lötstelle gehen, dessen Richtung gleich derjenigen ist, welche durch Erwärmung der Lötstelle erzeugt werden würde, so wird die Lötstelle abgekühlt, leitet man einen Strom hindurch, welcher gleiche Richtung mit dem durch Erkältung der Lötstelle erzeugten hat, so wird die Lötstelle erwärmt. Ein Strom also, welcher durch Zufuhr von Wärme an einer Lötstelle erzeugt wird, verbraucht auch auf andere Weise erkältet, bei dem Durchgange durch die Lötstelle Wärme, ein Strom dagegen, welcher durch Fortnahme von Wärme von einer Lötstelle erzeugt wird, liefert in dieser Lötstelle Wärme.

Man kann diese Erscheinung sehr leicht mit Hilfe des sogenannten Peltierschen Kreuzes (Fig. 166) nachweisen, zwei kreuzweise übereinander gelegten und in ihrer Mitte auf einander gelöteten Stäben, der eine *A* aus Antimon, der andere *W* aus Wismut. Die Enden *a* und *b* der Stäbe verbindet man mit einer Daniellschen Säule, die Enden *c* und *d* mit einem Galvanometer *G*. Läßt man den Strom der Säule durch

1) Faure, Comptes Rendus. T. XXXIX. p. 1212.

2) Peltier, Annales de chim. et de phys. T. LVI. Poggend. Ann. Bd. XLIII. Repert. Bd. I. p. 353.

so ist die Temperaturänderung gleich 0, die Lötstelle wird weder erwärmt noch abgekühlt; ist  $J$  kleiner, so wird  $t$  negativ, da das erste Glied rascher abnimmt als das zweite, ist  $J$  größer, so wird  $t$  positiv, die Lötstelle also erwärmt.

In etwas anderer Weise hat später Edlund<sup>1)</sup> die Temperaturänderung der Lötstellen untersucht, indem er einen dem Riesschen Luftthermometer ähnlichen Apparat dazu benutzte. In das die Kugel des Luftthermometers vertretende kupferne Gefäß waren isoliert die zusammengelöteten Drähte eingeführt, so daß die Lötstelle sich in der Mitte des Gefäßes befand. Von dem kupfernen Gefäß ging eine Röhre aus, welche, nachdem man sich überzeugt hatte, daß die Drähte luftdicht in das Gefäß eingefügt waren, durch einen Kautschukschlauch mit einem Flüssigkeitsreservoir verbunden wurde, so daß man durch Heben und Senken des Reservoirs die Flüssigkeit in der von dem Kupfergefäß ausgehenden Glasröhre an eine bestimmte Stelle bringen konnte. Um das Gefäß des Luftthermometers von den Temperaturschwankungen der Umgebung unabhängig zu machen, war dasselbe von einem doppelwandigen Zinkgefäße umgeben, zwischen dessen Wänden sich etwa 5 Liter Wasser befanden.

Bei den Versuchen wurde zunächst der Strom in der einen Richtung durch die Lötstelle so lange hindurch gesandt, bis die Temperatur des Luftthermometers konstant wurde, bis dasselbe also soviel Wärme an die Umgebung abgab, als es von dem Drahte erhielt. Da die Temperaturerhöhung des Luftthermometers immer nur eine geringe war, so war die Wärmeabgabe nach außen der Temperaturerhöhung des Luftthermometers proportional, somit war auch die in dem Drahte in der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge, welche der ausgestrahlten gleich ist, der Temperaturerhöhung des Luftthermometers proportional.

Ist demnach die an einer Skala der Röhre des Luftthermometers beobachtete Depression der Flüssigkeit gleich  $A + a$  Skalenteile, und  $w$  die in der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge, so ist

$$A + a = k \cdot w,$$

worin  $k$  irgend eine Konstante bedeutet. Die Wärmemenge  $w$  rührt her einmal von der nach dem Jouleschen Gesetze in dem Drahte und dann von der an der Lötstelle entwickelten; erstere ist dem Quadrate der Stromstärke, letztere der Stromstärke proportional, so daß wir setzen können

$$w = m \cdot J^2 + n \cdot J$$

und damit

$$A + a = km \cdot J^2 + knJ = M \cdot J^2 + NJ.$$

Darauf wird der Strom in entgegengesetzter Richtung durch das Luftthermometer gesandt, wobei sich die entwickelte Wärmemenge von der vorigen nur dadurch unterscheidet, daß jetzt an der Lötstelle genau so viel Wärme verbraucht wird, wie vorher dort entwickelt wurde. Ist deshalb jetzt die beobachtete Depression  $A + a'$ , so ist

$$A + a' = MJ^2 - NJ,$$

1) Edlund, Poggend. Ann. Bd. CXI.

aus beiden Beobachtungen

$$\frac{a - a'}{2} = NJ.$$

Ist demnach der Satz richtig, daß die Temperaturänderung, respektive in der Lötstelle entwickelte oder verbrauchte Wärmemenge der Stromstärke proportional ist, so muß die Differenz der bei beiden Stromrichtungen beobachteten Depressionen der Stromstärke proportional sein. Es te sich das bei allen Versuchen bestätigt, wie folgende Zahlen zeigen. Stromstärken sind an der Tangentenbussole gemessen, sie sind also Tangenten der unter der Rubrik Stromstärken angegebenen Winkel proportional.

1) Kupfer und Eisen. Geht der Strom vom Kupfer zum Eisen, so ist die Lötstelle abgekühlt.

Stromstärke $v$	$a - a'$ beobachtet	berechnet
45°	19,4	19,8
44° 6'	18,6	19,2
32° 30'	12,9	12,6
31° 25'	12,5	12,1.

Die berechneten Werte sind nach der Gleichung

$$a - a' = 19,82 \tan v$$

alten. Mit einer andern Sperrflüssigkeit, welche ein etwas größeres eifisches Gewicht hatte, fand Edlund

$$a - a' = 17,83 \tan v.$$

2) Platin-Kupfer. Geht der Strom vom Platin zum Kupfer, so tritt Abkühlung der Lötstelle ein,

$$a - a' = 7,37 \tan v.$$

3) Neusilber-Kupfer. Abkühlung, wenn der Strom vom Neusilber zum Kupfer geht,

$$a - a' = 15,57 \tan v.$$

4) Wismut-Kupfer. Abkühlung, wenn der Strom vom Wismut zum Kupfer geht,

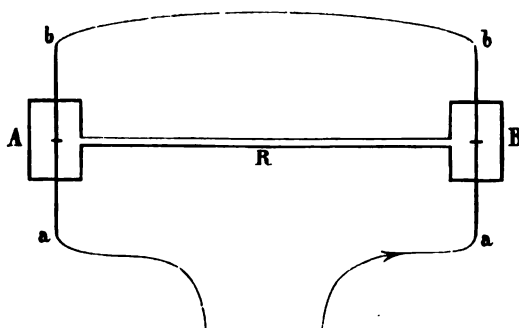
$$a - a' = 141,3 \tan v.$$

In einer spätern Arbeit hat Edlund<sup>1)</sup> für eine noch größere Anzahl Kombinationen die Temperaturänderungen bestimmt und dabei eine genauere Methode angewandt. Dieselbe unterschied sich von der hier angewandten dadurch, daß er anstatt des früheren einfachen Luftthermometers ein Differentialthermometer benutzte. Das Schema des Versuches zeigt Fig. 167. Zwei thermometrische Gefüße, jedes im wesentlichen ungeordnet, wie das vorhin beschriebene Luftthermometer, wurden durch eine mit einer Skala versehene Röhre in Verbindung gesetzt. In der Röhre befand sich ein Flüssigkeitsindex, der wenn Druck und Temperatur

1) Edlund, Poggend. Ann. Bd. CXLIII.

der in *A* und *B* eingeschlossenen Luft ganz gleich waren, sich in der Skala befände. In jedes der beiden Gefäße *A* und *B* wurde eine Kombination von zwei zu untersuchenden Drähten *a* und *b* ein-

Fig. 167.



so daß sich die Lötstelle etwa in der Mitte der Gefäße befand. Dann wurden die Enden *bb* mit einer Batterie verbunden. Wenn man den Strom etwa in der Richtung der Pfeilspitze in dem Gefäße *B* durch die Lötstelle dagegen in *A* von der Lötstelle nach außen läßt, so kann, gesetzt, daß die

Drahtkombinationen *ab* im übrigen ganz gleich sind, eine Temperaturverschiedenheit in den beiden Gefäßen *A* und *B* nur dadurch eintreten, daß in dem einen derselben eine Abkühlung der Lötstelle, in dem andern eine Erwärmung derselben eintritt, denn die durch den Strom nach dem Jouleschen Gesetz entwickelte Wärmemenge ist in dem Falle in den Drähten *ab* ganz gleich. Die durch die Temperaturdifferenz bewirkte Verschiebung des Index in der Röhre *R* giebt also sofort die Abweichung an, die Erwärmung an der andern Lötstelle an, und Temperaturdifferenz der Lötstellen proportional zu setzen.

Ist die volle Gleichheit der Drähte nicht erreicht, so kann auch die Erwärmung nach dem Jouleschen Gesetze eine Temperaturdifferenz eintreten. Diese ist indes, da sie von der Richtung des Stromes unabhängig ist, leicht zu eliminieren. Man hat nur bei einem zweiten Versuch den Strom in entgegengesetzter Richtung zu leiten. War vorher die Lötstelle in *B* erwärmt, in *A* abgekühlt, so findet jetzt das Umgekehrte statt. Die Verschiebung muß deshalb jetzt die entgegengesetzte und, wenn keine Ungleichheit der Drähte vorhanden ist, der vorher beobachteten gleich sein. Sind die Drähte nicht gleich, so wird jetzt die Verschiebung eine andere, dann ist aber die halbe Summe der beiden beobachteten Verschiebungen jene, welche ohne Ungleichheit der Drähte stattgefunden hätte; denn war die erste Verschiebung durch direkte Erwärmung der Drähte zu groß, so ist die zweite genau um denselben Betrag zu klein.

Wegen der genauern Anordnung des Apparates und der von Edlund angewandten Vorsichtsmaßregeln müssen wir auf die Abbildung von Edlund verweisen. Die erhaltenen Zahlen werden wir sofort in einer Tabelle zusammenstellen.

Edlund hat von denselben Drahtkombinationen, bei denen er die Temperaturänderungen der Lötstellen untersuchte, auch die elektromotorischen Kräfte bestimmt, indem er die von denselben bei einer Temperatur von 10° gelieferten Stromstärken und ausserdem die in ihnen vorhandenen Leitungswiderstände bestimmte.

folgende Tabelle stellt die von Edlund erhaltenen Werte zusammen, unter  $\alpha$  die Temperaturänderungen, wenn der Strom von Kupfer in der ersten Kolumne angeführten Metalle durch die Lötstelle Temperaturerhöhung ist mit dem positiven, Temperaturniedrigung mit negativen Vorzeichen versehen. Die Temperaturänderungen gelten bei allen gleiche von Edlund willkürlich gewählte Einheit der Stromstärke; die Angaben sind in einem ebenfalls willkürlichen Maße. Die  $\alpha$  sind die thermoelektromotorischen Kräfte derselben Kombination,  $\epsilon$  Kupfer mit den in der ersten Kolumne angegebenen Metallen für eine Temperaturdifferenz von  $10^0$  (eine Lötstelle  $10^0$ , die andere  $20^0$ ) in  $\alpha$ ; die letzte Kolumne enthält die Quotienten  $\frac{\epsilon}{\alpha}$ .

	$\alpha$	$\epsilon$	$\frac{\epsilon}{\alpha}$
Eisen	— 130,99	146,18	1,12
Kadmium	— 6,88	9,79	1,42
Zink	— 0,34	0,76	2,24
Kupfer	0,00	0,00	—
Silber	+ 1,29	1,89	1,47
Gold	+ 14,76	23,92	1,62
Blei	+ 22,20	27,27	1,23
Zinn	+ 24,71	38,84	1,57
Aluminium	+ 30,77	42,15	1,37
Platin	+ 45,03	58,41	1,30
Palladium	+ 96,23	115,04	1,20
Wismut	+ 783,10	835,10	1,07.

Die letzte Kolumne zeigt, daß die Temperaturänderungen an den Lötstellen einerseits und die Größe der elektromotorischen Kräfte andererseits annähernd proportional sind; die Abweichung von dieser Proportionalität beim Kupferzink ist ohne Bedeutung, da sowohl  $\alpha$  als  $\epsilon$  so klein sind, daß sie nicht mehr mit Sicherheit bestimmt werden können. Außerdem weichen ziemlich bedeutend Kupfer und Kupfer-Wismut von der Proportionalität ab, bei beiden ist  $\alpha$  zu groß<sup>1)</sup>.

Die an einer Lötstelle eintretende Temperaturänderung ist der dort erhalten oder verbrauchten Wärme direkt proportional zu setzen, so wie aus den Versuchen Edlunds ebenfalls der Schluss ergeben würde, daß die thermoelektrische Kraft bei Erwärmung der Lötstellen verschiedener Metallkombinationen den bei gleichen Stromstärken für den Durchgang des Stromes durch die Lötstellen verbrauchten Wärmemengen in annähernd proportional ist.

Diese annähernde Proportionalität der bei dem Durchgange durch die Lötstelle verbrauchten Wärmemenge und der thermoelektromotorischen Kraft bei Erwärmung der betreffenden Lötstelle hat Le Roux<sup>2)</sup> direkt nachgewiesen, indem er die an den Lötstellen verbrauchten Wärmemengen mit dem Durchtritt des Stromes direkt maß.

Man sehe auch die zu gleichem Resultate führenden Versuche Sundells, *Ann. Bd. CXLIX.*

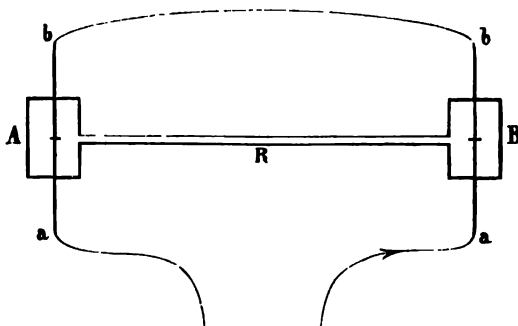
*Le Roux, Annales de chim. et de phys. IV. Série. T. X.*

*Ann., Physik. IV. 4. Aufl.*



der in *A* und *B* eingeschlossenen Luft ganz gleich waren, sich in der Mitte der Skala befände. In jedes der beiden Gefäße *A* und *B* wurde luftdicht eine Kombination von zwei zu untersuchenden Drähten *a* und *b* eingesetzt,

Fig. 167.



so daß sich die Lötstelle etwa in der Mitte der Gefäße befand. Dann wurden die Enden *bb* mit einander, die Enden *aa* mit den Polen einer Batterie verbunden. Wenn man dann einen Strom etwa in der Richtung der Pfeilspitze, also in dem Gefäße *B* von *a* durch die Lötstelle zu *b*, dagegen in *A* von *b* durch die Lötstelle nach *a* gehen läßt, so kann, vorausgesetzt, daß die beiden

Drahtkombinationen *ab* im übrigen ganz gleich sind, eine Temperaturverschiedenheit in den beiden Gefäßen *A* und *B* nur dadurch eintreten, daß in dem einen derselben eine Abkühlung der Lötstelle, in dem andern eine Erwärmung derselben eintritt, denn die durch den Strom nach dem Jouleschen Gesetz entwickelte Wärmemenge ist in dem Falle in den beiden Drähten *ab* ganz gleich. Die durch die Temperaturdifferenz bewirkte Verschiebung des Index in der Röhre *R* giebt also sofort die Abkühlung an der einen, die Erwärmung an der andern Lötstelle an, und ist der Temperaturdifferenz der Lötstellen proportional zu setzen.

Ist die volle Gleichheit der Drähte nicht erreicht, so kann auch durch die Erwärmung nach dem Jouleschen Gesetze eine Temperaturdifferenz eintreten. Diese ist indes, da sie von der Richtung des Stromes unabhängig ist, leicht zu eliminieren. Man hat nur bei einem zweiten Versuche den Strom in entgegengesetzter Richtung zu leiten. War vorher die Lötstelle in *B* erwärmt, in *A* abgekühlt, so findet jetzt das Umgekehrte statt. Die Verschiebung muß deshalb jetzt die entgegengesetzte und, wenn keine Ungleichheit der Drähte vorhanden ist, der vorher beobachteten gleich sein. Sind die Drähte nicht gleich, so wird jetzt die Verschiebung des Index eine andere, dann ist aber die halbe Summe der beiden beobachteten Verschiebungen jene, welche ohne Ungleichheit der Drähte stattgefunden haben würde; denn war die erste Verschiebung durch direkte Erwärmung der Drähte zu groß, so ist die zweite genau um denselben Betrag zu klein.

Wegen der genauern Anordnung des Apparates und der vielen von Edlund angewandten Vorsichtsmaßregeln müssen wir auf die Abhandlung Edlunds verweisen. Die erhaltenen Zahlen werden wir sofort in einer Tabelle zusammenstellen.

Edlund hat von denselben Drahtkombinationen, bei denen er die Temperaturänderungen der Lötstellen untersuchte, auch die elektromotorischen Kräfte bestimmt, indem er die von denselben bei einer Temperaturdifferenz von  $10^{\circ}$  gelieferten Stromstärken und ausserdem die in ihnen vorhandenen Leitungswiderstände bestimmte.

Folgende Tabelle stellt die von Edlund erhaltenen Werte zusammen, zwar unter  $\alpha$  die Temperaturänderungen, wenn der Strom von Kupfer zum in der ersten Kolonne angeführten Metalle durch die Lötstelle, Temperaturerhöhung ist mit dem positiven, Temperaturerniedrigung dem negativen Vorzeichen versehen. Die Temperaturänderungen gelten für die bei allen gleiche von Edlund willkürlich gewählte Einheit Stromstärke; die Angaben sind in einem ebenfalls willkürlichen Maße,  $e$  sind die thermoelektromotorischen Kräfte derselben Kombination, von Kupfer mit den in der ersten Kolonne angegebenen Metallen einer Temperaturdifferenz von  $10^0$  (eine Lötstelle  $10^0$ , die andere  $20^0$ ) gegeben; die letzte Kolonne enthält die Quotienten  $\frac{e}{\alpha}$ .

	$\alpha$	$e$	$\frac{e}{\alpha}$
Eisen	— 130,99	146,18	1,12
Kadmium	— 6,88	9,79	1,42
Zink	— 0,34	0,76	2,24
Kupfer	0,00	0,00	—
Silber	+ 1,29	1,89	1,47
Gold	+ 14,76	23,92	1,62
Blei	+ 22,20	27,27	1,23
Zinn	+ 24,71	38,84	1,57
Aluminium	+ 30,77	42,15	1,37
Platin	+ 45,03	58,41	1,30
Palladium	+ 96,23	115,04	1,20
Wismut	+ 783,10	835,10	1,07.

Die letzte Kolonne zeigt, daß die Temperaturänderungen an den Stellen einerseits und die Größe der elektromotorischen Kräfte anderseits einander annähernd proportional sind; die Abweichung von dieser annähernden Proportionalität beim Kupferzink ist ohne Bedeutung, da sowohl  $\alpha$  als  $e$  so klein sind, daß sie nicht mehr mit Sicherheit beachtet werden können. Außerdem weichen ziemlich bedeutend Kupferzinn und Kupfer-Wismut von der Proportionalität ab, bei beiden ist  $\alpha$  relativ zu groß<sup>1)</sup>.

Die an einer Lötstelle eintretende Temperaturänderung ist der dort entwickelten oder verbrauchten Wärme direkt proportional zu setzen, so wie sich aus den Versuchen Edlunds ebenfalls der Schluß ergeben würde, daß die thermoelektrische Kraft bei Erwärmung der Lötstellen verschiedener Metallkombinationen den bei gleichen Stromstärken für den Durchtritt des Stromes durch die Lötstellen verbrauchten Wärmemengen in derselben Weise annähernd proportional ist.

Diese annähernde Proportionalität der bei dem Durchgange durch die Lötstelle verbrauchten Wärmemenge und der thermoelektromotorischen Kraft bei Erwärmung der betreffenden Lötstelle hat Le Roux<sup>2)</sup> direkt nachgewiesen, indem er die an den Lötstellen verbrauchten Wärmemengen dem Durchtritt des Stromes direkt maß.

1) Man sehe auch die zu gleichem Resultate führenden Versuche Sundells, *Ann. Bd. CXLIX.*

2) *Le Roux*, *Annales de chim. et de phys.* IV. Série. T. X.

Zu dem Zwecke wurden die Metalle in die Form von Hufeisen gebracht, mit genau gleich langen und gleich dicken Schenkeln; an das untere Ende jedes der Schenkel wurden möglichst identische Kupferstreifen gelötet, an welche die zur Batterie führenden Drähte befestigt wurden. Die beiden Schenkel des hufeisenförmigen Metalles tauchten jeder in ein kleines Kalorimeter von vergoldetem Kupfer, welches 120 Gramm Wasser enthielt. Die kleinen Kalorimeter waren gegen Abgabe von Wärme durch Leitung und Strahlung ganz in der Weise wie bei Untersuchung spezifischer Wärmen geschützt. In dieselben tauchten feine Thermometer und ein Rührer bewirkte, daß die Temperatur des Wassers überall die gleiche war.

Der von der Batterie herkommende Strom trat in dem einen Kalorimeter aus dem Kupfer in das Metall des Hufeisens, in dem andern aus letztem in Kupfer über; trat an der erstern Lötstelle ein Wärmeverbrauch ein, so an der andern eine Wärmeentwicklung, das eine Kalorimeter erhielt also die Differenz der nach dem Jouleschen Gesetze entwickelten Wärme  $w_1$  und der an der Lötstelle verbrauchten  $q$ , das andere die Summe der nach dem Jouleschen Gesetze und der an der Lötstelle entwickelten; bezeichnen wir erstere, um eine mögliche Ungleichheit in den Schenkeln des Hufeisens und der angelöteten Kupferstreifen zu berücksichtigen mit  $w_2$ , und ist die Temperaturerhöhung des ersten Kalorimeters  $t_1$ , des zweiten  $t_2$ , der Wasserwert des ersten Kalorimeters  $m_1$ , des zweiten  $m_2$ , so ist

$$w_1 - q = m_1 t_1$$

$$w_2 + q = m_2 t_2$$

somit

$$w_2 - w_1 + 2q = m_2 t_2 - m_1 t_1.$$

Zur Elimination von  $w_2$  und  $w_1$  wird dann der Strom genau so lange und von genau derselben Stärke in entgegengesetzter Richtung durch die Kalorimeter geführt, dann erhält das erstere  $w_1 + q$ , das zweite  $w_2 - q$ ; sind in dem Falle die Temperaturerhöhungen der Kalorimeter  $t'_1$  und  $t'_2$ , so ist

$$w_1 + q = m_1 t'_1$$

$$w_2 - q = m_2 t'_2$$

$$w_1 - w_2 + 2q = m_1 t'_1 - m_2 t'_2$$

und schließlic

$$q = \frac{1}{4} \{ m_1 (t'_1 - t_1) + m_2 (t_2 - t'_2) \}$$

die an einer Lötstelle bei dem Durchtritte des Stromes entwickelte oder verbrauchte Wärmemenge.

Folgende Tabelle enthält die aus den Versuchen abgeleiteten an den Lötstellen entwickelten oder verbrauchten Wärmemengen  $q$ , wenn der Strom eine Minute lang durch die Lötstelle von Kupfer zu den in der ersten Kolonne angeführten Metallen ging. Der angewandte Strom hatte eine solche Stärke, daß er einem Zinkverbrauch von 1,349 Gramm für die Minute in der Daniellschen Kette entsprach. Dabei werden nach den Zahlen von Thomsen im § 92 in der Kette 1038 Wärmeeinheiten entwickelt, also zur Unterhaltung dieses Stromes in der Minute verbraucht



dritte Kolonne enthält unter  $\frac{q}{c}$  das Verhältnis der bei dem Durchtritt des Stromes durch die Lötstelle erzeugten oder verbrauchten Wärme zu jener Wärmemenge, welche zur Unterhaltung des Stromes verbraucht wird. Die vierte Kolonne giebt die von Le Roux ebenfalls gewonnenen thermoelektromotorischen Kräfte  $\varepsilon$  zwischen Kupfer und den in der ersten Kolonne angeführten Metallen, wenn die eine Lötstelle die Temperatur  $25^{\circ}$ , die andere  $0^{\circ}$  hat, in einer willkürlichen Einheit, und die letzte Kolonne giebt die Quotienten  $\frac{q}{\varepsilon}$ .

Tabelle der Versuche von Le Roux.

	$q$	$\frac{q}{c}$	$\varepsilon$	$\frac{q}{\varepsilon}$
Antimon (a)	— 14,5	0,0140	60	0,242
Antimon	— 5,4	0,0052	18	0,300
Eisen	— 2,8	0,0026	12,5	0,224
Kadmium	— 0,51	0,00050	2,2	0,232
Zink	— 0,43	0,0004	0,7	0,614 ?
Neusilber	+ 2,75	0,0027	11,7	0,235
Wismut, rein	+ 21,3	0,0205	81	0,263
Wismut (b)	+ 28,8	0,0277	113	0,255

Das Antimon (a) war eine Legierung aus 1 Äquivalent Antimon, 1 Äquivalent Kadmium und 0,2 des Gewichtes der Mischung Wismut; andere war künftliches Antimon, das Wismut (b) bestand aus 10 Teilen Wismut und einem Teil Antimon. Die Temperatur der Lötstellen, bei denen diese Wärmewirkungen beobachtet wurden, war zwischen  $25^{\circ}$  und  $0^{\circ}$ .

Die letzte Kolonne giebt, mit Ausnahme des beim Zink beobachteten Wertes, welcher wegen seiner geringen Größe nicht sicher zu beobachten ist, wieder deutlich die annähernde Proportionalität zwischen der entwickelten Wärme und der thermoelektromotorischen Kraft zu erkennen.

Le Roux hat gleichzeitig die Frage zu beantworten versucht, wie der Wärmeverbrauch bei dem Durchtritte des Stromes durch eine Lötstelle mit der Temperatur der Lötstelle ändert. Bei der großen Schwierigkeit dieser Versuche, welche die geringen durch die Ströme bewirkten Temperaturänderungen in verschiedenen Temperaturen zu messen erlaubte, begnügte sich Le Roux damit, die Wärmemenge zu vergleichen, welche die Kombination Kupfer-Wismut bei  $100^{\circ}$  und bei  $25^{\circ}$  liefert.

Die Wärmemenge ergab sich beträchtlich und zwar im Verhältnis von 1 zu 3,05, also 1,29 mal größer. Der Versuch beweist somit, daß der Wärmeverbrauch bei dem Durchtritt eines Stromes durch die Lötstelle der Metalle von der Temperatur der Lötstelle wesentlich abhängig ist, zwar daß dieser Wärmeverbrauch oder die entsprechende Wärmeentwicklung mit steigender Temperatur beträchtlich zunimmt.

Da auch zwischen Metallen und Flüssigkeiten thermoelektrische Ströme erzeugt werden können, müssen auch bei dem Übertritt des Stromes aus diesen in Flüssigkeiten oder umgekehrt Wärmewirkungen eintreten, welche dem Peltierschen Phänomen entsprechen. Die Beobachtung der-

selben ist wegen der chemischen Wirkungen bei dem Übertritt des Stroms aus Metallen in Flüssigkeiten und umgekehrt schwierig zu beobachten. Indes haben Bouty<sup>1)</sup> und Hoorweg<sup>2)</sup> die Wirkungen nachweisen können. Bouty benutzte zwei verkupferte in konzentrierte Lösungen von Kupfervitriol oder salpetersaurem Kupfer getauchte Thermometer als Elektroden, und fand, daß an der Elektrode, aus welcher der Strom in die Flüssigkeit übertrat, Erwärmung, an der andern Abkühlung eintrat. Denn wie bei den Versuchen Frankenheims zeigte ersteres Thermometer eine Erwärmung, welche durch  $BJ^2 + AJ$ , das zweite eine solche, welche durch  $BJ^2 - AJ$  gegeben war, wenn  $J$  die Stromstärke,  $A$  und  $B$  zwei Konstanten waren. Auch bei Zinkelektroden in Zinksalzen und Kadmiuelektroden in Kadmiumsalzen zeigte sich das gleiche. Bouty sowohl wie Hoorweg kommen zu dem Resultate, daß die Peltiersche Wärmewirkung der thermoelektromotorischen Kraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten proportional ist.

Da Wild auch zwischen Flüssigkeiten thermoelektromotorische Wirkungen beobachtet hat, muß sich auch dort das Peltiersche Phänomen zeigen. Wild<sup>3)</sup> und Dubois-Reymond<sup>4)</sup> konnten dasselbe indes dort nicht erkennen, Schulz-Sellack<sup>5)</sup> glaubte es dagegen bei dem Übertritt des Stromes aus Chlorkalciumpulver in Salmiak beobachtet zu haben, während Hoorweg<sup>6)</sup> zu dem Resultate kam, daß die Temperaturänderung bei dem Übertritt aus Kupfervitriol in Schwefelsäure die entgegengesetzte sei, wie bei Metallen. Es trat also Erwärmung der Berührungsflächen ein, der Strom in gleichem Sinne hindurchtrat, wie er durch Erwärmung der Berührungsflächen erzeugt wurde. Die Beobachtungen sind indes bei vielen störenden Umständen durchaus unsicher.

Die im Vorigen mitgeteilten Erfahrungen über die Änderung des Wärmezustandes der Lötstellen, wenn ein Strom durch dieselben hindurchtritt, müssen unsere Anschauung über die Natur der elektromotorischen Kraft, wie wir sie § 68 aufstellten, etwas modifizieren, wie zuerst Clausius<sup>7)</sup> hervorgehoben hat, wir müssen nämlich annehmen, bei der Bewegung der Elektrizität an den Kontaktstellen heterogener Leiter die Wärme eine wesentliche Rolle spielt.

Um das zu übersehen, betrachten wir die Bewegung der Elektrizität in den einzelnen Teilen des Stromkreises etwas genauer. Sei Fig. 1 der Teil des Stromkreises, in welchem sich die Quelle des Stromes befindet, und seien  $V_1$  und  $V_2$  die Potentialwerte der freien Elektrizität an den beiden Seiten der Quelle, also etwa an den Polen der Säule. In dem Stromkreise  $AMB$  fließt dann die Elektrizität von  $A$  über  $M$  nach  $B$ , also in der Richtung der abnehmenden

1) Bouty, Comptes Rendus T. XC. p. 917 und p. 987. Journal de Phys. T. IX.

2) Hoorweg, Wiedem. Ann. Bd. IX. S. 568 ff.

3) Wild, Poggend. Ann. Bd. CIII. S. 353.

4) E. Dubois-Reymond, Berliner Monatsberichte für 1856, 17. Juli.

5) Schulz-Sellack, Poggend. Ann. Bd. CXLI.

6) Hoorweg a. a. O. S. 574.

7) Clausius, Poggend. Ann. Bd. XC. Abhandlungen zur mechanischen Wärmetheorie. Abhdlg. XII.



lwerte, durch die Quelle dagegen fließt der Strom von dem tieferen höheren Potentialniveau. Um die Elektrizität von dem tieferen in höhere Niveau zu heben, muß nach unseren früheren Sätzen eine Arbeit geleistet werden, welche dem Produkt aus der Differenz der Potentialniveaus in die Menge der benutzten Elektrizität gleich ist. Wenn

Arbeit nicht auf eine andere Weise geleistet wird, so muß eine entsprechende Wärmemenge verstreut werden. Bei der Elektrisierung, wo wir einen Strom von einem Konduktor zum Reibzeuge hernehmen können, leisten wir die Arbeit, indem wir die Scheibe der Maschine drehen, bei der galvanischen

Erzeugung dagegen wird die Arbeit durch die in dem Element verbrauchte Wärme geleistet, welche durch die in der Zelle stattfindenden chemischen Prozesse geliefert wird. Die dort in Arbeit umgesetzte Wärme kann in dem Stromkreise als Wärme wiedergewonnen werden. Wir können in diesem Sinne die Elektrizität mit einem Gewichte vergleichen, welches von einem tieferen Niveau auf ein höheres gehoben wird durch eine aufgewendete Arbeit, und welches dann dieselbe Arbeit wieder leistet, wenn es ganz gleichförmiger Geschwindigkeit wieder zu dem tieferen Niveau sinkt, dort wieder gehoben wird und so fort.

Denken wir uns jetzt in dem Stromkreise, der Fig. 169  $V_1$ ,  $V_2$  in einer geraden Linie dargestellt sei, an einer Stelle,  $ab$ , einen Draht eingelegt, so daß in  $a$  und  $b$  elektromotorische Kräfte vorhanden sind,

so daß bei  $a$  in demselben Sinne bei  $b$  in entgegengesetztem Sinne wirken die Kräfte den Strom erzeugen. Eine Änderung des Gefälles und eine Änderung der Widerstände kann, wie wir wissen, dadurch nicht eintreten. Da aber sowohl

wie bei  $b$  eine Differenz des Potentialniveaus vorhanden ist, derart, daß bei  $a$  ein Steigen, bei  $b$  ein Sinken derselben eintritt, so scheint auf den ersten Blick, daß bei den von dem Strom durchflossenen Beengungsstellen eine ebensolche Arbeit geleistet respektive bei  $b$  gewonnen werden muß, wie in der Quelle des Stromes. In der That schließt Edlund<sup>1)</sup> in dieser Weise und glaubt deshalb, daß in  $a$  ein der elektromotorischen Kraft bei der Berührung der Metalle proportionaler Wärmeverbrauch, ein ebensolcher Wärmegewinn eintreten müsse. Das Irrige dieser Ansicht ist aber schon früher von Clausius nachgewiesen worden,

Fig. 168.

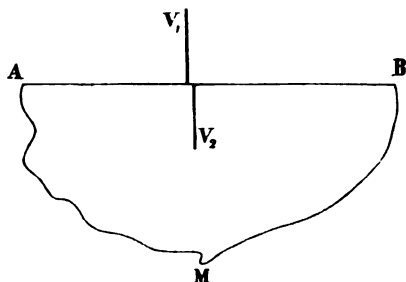
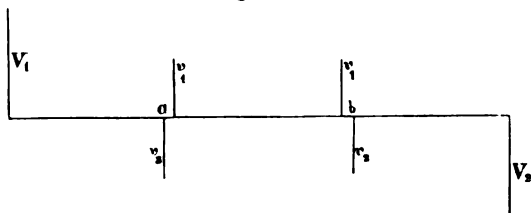


Fig. 169.



1) Edlund, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

indem er zeigte, daß beim Durchgange des Stromes durch eine Berührungsstelle zweier Leiter nur in dem Maße Arbeit verbraucht oder gewonnen werden kann, als ein Aufwand von Arbeit erforderlich ist, um die elektrische Differenz in der Berührungsstelle zu erzeugen.

Denken wir uns nämlich zunächst die Berührungsstellen von keinem Strome durchflossen, so halten sich die dort thätigen Kräfte gerade das Gleichgewicht. Das eine Metall zieht, nach der im §. 68 dargelegten Auffassung der elektromotorischen Kraft die positive, das andere die negative Elektrizität stärker an, es findet daher an beiden Seiten der Berührungsfläche eine Anhäufung der Elektrizität, auf dem einen Metall der positiven, auf dem anderen der negativen Elektrizität statt. Diese Anhäufung geht soweit, bis die elektrische Anziehung der geschiedenen Elektrizitäten der Differenz der molekularen Anziehungen gerade gleich geworden ist. Fließt nun durch die Berührungsstelle ein Strom, so wird dadurch in der Übergangsschicht die gegenseitige Anziehung der Elektrizitäten verkleinert oder vergrößert, indem entweder, wie bei *a*, eine kleine Verminderung oder, wie bei *b*, eine kleine Vermehrung der Differenz der Potentialniveaus eintritt. Die molekularen Anziehungen bleiben ungeändert dieselben; es muß deshalb ein in der Übergangsschicht befindliches elektrisches Teilchen jetzt entweder der einen oder der andern Kraft Folge leisten. Haben wir es aber in den Berührungsstellen nur mit molekularen Anziehungen zu thun, so kann in der Übergangsschicht kein anderer Gewinn oder Verlust an Arbeit stattfinden, wie in jedem andern Querschnitt des Leiters. Denn das Verhältnis ist dort ganz dasselbe wie wenn auch während des Stromes die im Gleichgewichtszustande wirkenden entgegengesetzten gleichen Kräfte ganz unverändert geblieben, dann aber als dritte eine kleine elektrische Kraft hinzugekommen wäre, welche in der Richtung des Stromes wirkt und gerade dazu hinreicht, um den in der Übergangsschicht vorhandenen Leitungswiderstand zu überwinden. Diese Kraft ist ganz dieselbe, welche in jeder einen gleichen Widerstand bietenden Schicht des Leiters aufgewandt werden muß, somit kann auch die darin geleistete Arbeit oder die entwickelte Wärmemenge keine andere sein als in jedem andern Querschnitte des Leiters.

Anders aber, wenn die Differenz der Potentialniveaus nicht lediglich durch molekulare Anziehungen bedingt ist, wenn die elektrische Differenz an den Berührungsstellen zum Teil durch eine Arbeit der Wärme hervorgebracht wird, welche entweder in demselben oder in entgegengesetzten Sinne wie die molekularen Anziehungen die Elektrizitäten in den verschiedenen Metallen anhäuft. Hat sich dann an einer Berührungsstelle der Gleichgewichtszustand, also eine bestimmte Differenz der Potentialniveaus hergestellt, so kann keine Arbeit der Wärme mehr stattfinden, da dann die elektrischen Anziehungen den entgegengesetzten molekularen Anziehungen und dem Bestreben der Wärme, die Elektrizitäten zu trennen, das Gleichgewicht halten. Setzen wir voraus, die Wärme suche die Elektrizitäten zu trennen, wie die molekularen Anziehungen, so wird, wenn durch irgend einen Umstand die Differenz der Potentialniveaus vermindert wird, sofort durch die Wärmebewegung an der Stelle eine Scheidung der Elektrizitäten eintreten, die Wärme muß somit eine Arbeit leisten, und muß an der Stelle, wo diese Arbeit geleistet wird, ein Verbrauch von

Wärme eintreten. Wird dagegen die Differenz der Potentialniveaus vergrößert, so muß eine Ausgleichung der Elektricitäten in der Übergangsschicht, und damit ein Gewinn von Arbeit und somit von Wärme eintreten, der genau so groß ist als der zur Trennung einer gleichen Elektrizitätsmenge notwendige Verbrauch von Wärme. Beide Wirkungen müssen an den Enden eines in eine Leitung eingeschalteten Drahtes eintreten, an der einen Seite wird durch den Strom die Differenz der Potentialniveaus vermindert, an der anderen Seite erhöht, und deshalb muß an der einen Stelle eine Temperaturerhöhung, an der anderen Seite eine Temperaturerniedrigung eintreten.

Ich habe an einer anderen Stelle<sup>1)</sup> zur Erläuterung dieser Vorgänge auf eine analoge Bewegungserscheinung hingewiesen, ich setze diese Erläuterung auch hierher, da sie mir in der That ein Bild des Vorganges zu liefern scheint. Denken wir uns, aus der Seitenwand eines mit Wasser gefüllten Gefäßes führe ein kapilläres Rohr zunächst horizontal, dann vertikal aufwärts, dann wieder horizontal in ein zweites Wassergefäß. Von dem letzteren wollen wir annehmen, es habe einen so engen Durchmesser, daß in demselben das Niveau des Wassers, das durch das Kapillarrohr mit dem des ersten in Verbindung steht, im Gleichgewichtszustand um einen gewissen Betrag höher stehe als im ersten Gefäß, und der vertikale Teil des Kapillarrohres sei kürzer als diese Niveaudifferenz. Der Gleichgewichtszustand ist unter dieser Voraussetzung der, daß das ganze Kapillarrohr mit Wasser gefüllt ist, und daß im zweiten Gefäße das Wasser höher steht als im ersten, in dem Maße als es durch die geringere Oberflächenspannung im zweiten Gefäße bedingt ist. Jetzt werde auf das Wasser des ersten Gefäßes ein Druck ausgeübt. Derselbe bewirkt eine Strömung des Wassers nach dem zweiten Gefäße hin und der Strom wird bei konstantem Drucke konstant, wenn wir dafür sorgen, daß aus dem zweiten Gefäße in jedem Momente das zufließende Wasser fortgenommen wird. Trotzdem in dem vertikalen Teile des die beiden Gefäße verbindenden Rohres das Wasser aufsteigt, wird in demselben nicht mehr Arbeit geleistet als in jedem horizontalen Stück gleicher Länge, weil die Wassersäule durch die Differenz der Oberflächenspannungen getragen wird; es wird in dem vertikalen wie in dem horizontalen Teile des Rohres nur die zur Überwindung der Reibung erforderliche Arbeit geleistet. Die zu leistende Arbeit ist also im ganzen auch die gleiche, wie wenn das Verbindungsrohr ganz horizontal wäre.

Dieser Fall entspricht der Voraussetzung, daß es nur die molekularen Kräfte in der Berührungsfläche sind, welche die elektrischen Differenzen bewirken, es sind nur die molekularen Kräfte, welche die Niveaudifferenz in den Gefäßen, den sich berührenden Metallen erhalten.

Nun setzen wir voraus, der vertikale Teil des Verbindungsrohres der beiden Gefäße sei länger, als es der Differenz der Oberflächenspannung in den beiden Gefäßen entspricht. Damit ein Gleichgewichtszustand sich ausbilde, bei welchem das Verbindungsrohr und ein Teil des zweiten Gefäßes wie vorhin mit Flüssigkeit gefüllt ist, muß auf der Oberfläche des

1) *Wüllners Compendium der Physik* Bd. II. S. 499. Leipzig, B. G. Teubner, 1879.



Wassers im ersten Gefäße ein gewisser Druck wirken; dieser hebt das Wasser durch das Verbindungsrohr und in das zweite Gefäß so weit, bis die Niveaudifferenz dem ausgeübten Drucke entspricht. Wird dieser Druck verstärkt, so tritt ein Strom ein, und derselbe wird bei konstantem Drucke wieder konstant, wenn dafür gesorgt wird, daß in dem zweiten Gefäße das Niveau konstant bleibt. Jetzt wird durch die von dem Drucke geleistete Arbeit in dem vertikalen Teile des Rohres nicht nur die Flüssigkeitsreibung überwunden, sondern auch die Flüssigkeit gehoben, es wird also dort mehr Arbeit geleistet als in einem Stücke des horizontalen Rohres gleicher Länge.

Dieser Fall entspricht unserer modifizierten Anschauung von der Natur der elektromotorischen Kraft, es ist ein gewisser Druck nötig, um die Niveaudifferenz auf einer gewissen Höhe zu halten, und diese Höhe hängt ab von der Größe des Druckes; die Arbeit des Druckes ist es, welche das Wasser zum Teil auf das höhere Niveau hinüberführt.

Es ergibt sich somit aus diesen Überlegungen, daß wenn ein elektrischer Strom nach der Richtung durch die Berührungsstelle zweier Leiter geht, nach welcher durch die Arbeit der Wärme die positive Elektrizität getrieben wird, daß dann stets ein Wärmeverbrauch eintreten muß. Tritt er nach entgegengesetzter Richtung ein, so muß Wärme gewonnen werden. Es ist das gerade wie in unserem Bilde, eine Strömung des Wassers in dem Sinne, wie durch den Druck die Niveaudifferenz erhalten wird, verlangt die zur Hebung des Wassers erforderliche Arbeit, ein Strom in entgegengesetzten Sinne gewinnt die durch das Niedersinken des Wassers geleistete Arbeit.

An welcher Stelle die Temperatur erhöht, an welcher sie erniedrigt wird, ergibt sich aus der Richtung der Thermoströme bei Erwärmung der Berührungsstellen, indem diese uns zeigen, in welcher Richtung die Arbeit der Wärme die Elektrizitäten zu trennen sucht. Denn wenn die Wärme überhaupt eine derartige Arbeit leistet, so muß mit der Lebhaftigkeit der Wärmebewegung, also mit steigender Temperatur das Bestreben der Wärme, die Elektrizitäten zu trennen, zunehmen, es muß also an der wärmeren von zwei Berührungsstellen eine größere Menge von Elektrizität geschieden werden als an der kälteren, und somit der Thermoström entstehen. Da nun die Richtung des Thermoströmes jene ist, nach welcher in einer Berührungsfläche die Elektrizität durch die Wärme getrieben wird, so muß nach dem Vorigen ein Strom, welcher in der Richtung des durch eine Erwärmung erzeugten Thermoströmes durch eine Berührungsstelle hindurchgeht, die Berührungsstelle abkühlen, ein entgegengesetzter muß sie erwärmen.

Aus dieser Entwicklung ergibt sich, daß in der Berührungsschicht zweier verschiedener Leiter bei dem Durchgange des Stromes nur in dem Maße Arbeit geleistet oder gewonnen werden kann, als zur Herstellung einer bestimmten Differenz der Potentialniveaus die Leistung einer Arbeit notwendig ist. Demnach kann die im Peltierschen Phänomen entwickelte oder verbrauchte Wärme nicht der elektromotorischen Kraft bei dem Kontakte zweier Metalle, sie muß vielmehr der thermoelektromotorischen Kraft proportional sein, wie es die Versuche von Le Roux, Edlund, Sundell und Bouty gezeigt haben.

Die von dem Strome in der Berührungsstelle zu leistende respektive gewinnende Arbeit ergibt sich aus dem im vorigen Paragraphen ganz gemein bewiesenen Satze, daß die im Leiter zwischen zwei Querschnitten durch den Strom zu leistende Arbeit gleich ist der Differenz der Potentialniveaus multipliziert mit der durch den Leiter fließenden Elektrizität. Wenn wir deshalb die durch die Arbeit der Wärme bedingte Differenz der Potentialniveaus  $\mp e$ , wobei das negative Vorzeichen gilt, wenn das der Richtung des Stromes zweite Potentialniveau höher ist als das erste, und  $J$  die Stromstärke, so nach  $kJ$  die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fließende Elektrizitätsmenge, so ist die in der Berührungsfäche vom Strome zu leistende Arbeit

$$L = \pm kJ e,$$

mit die verbrauchte Wärmemenge

$$W = \pm A kJ e,$$

in  $A$  wie immer den Wärmewert der Arbeitseinheit bedeutet. Da wir die von dem Strome zu leistende Arbeit angeben, bedeutet das positive Vorzeichen Wärmeverbrauch, das negative Wärmegewinn.

Es ergibt sich somit in Übereinstimmung mit den Versuchen, daß in der Übergangsschicht verbrauchte oder gewonnene Wärme, somit auch die stattfindende Abkühlung oder Erwärmung der Lötstelle, der Stromstärke proportional sein muß.

### §. 95.

**Theorie der Thermoströme.** Die im vorigen Paragraphen entwickelte Theorie des Peltierschen Phänomens schließt gleichzeitig diejenige der Thermoströme in sich.

Seien  $A, B$  Fig. 170 zwei Metalle und seien auf  $A$  die Potentialniveaus an der Lötstelle I  $V_a$ , bei II  $V_a'$ , auf  $B$  an der Lötstelle I  $V_b$ , an II  $V_b'$ , und seien die Widerstände in  $A$  gleich  $l_a$ , in  $B$  gleich  $l_b$ , so ist nach dem Ohmschen Gesetze die Stromstärke  $i$  der durch jeden Querschnitt des Leiters in der Zeiteinheit fließende Elektrizitätsmenge in  $A$

$$i = \frac{V_a - V_a'}{l_a};$$

in  $B$  ist sie

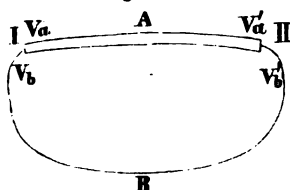
$$i = \frac{V_b' - V_b}{l_b}.$$

Die beiden Werte  $i$ , weil es sich um einen geschlossenen Strom handelt, dieselben sind, so ist auch

$$i = \frac{V_a - V_a' + V_b' - V_b}{l_a + l_b} = \frac{(V_b' - V_a') - (V_b - V_a)}{l_a + l_b}.$$

Bezeichnen wir die von der Arbeit der Wärme bedingten Differenzen der

Fig. 170.





Potentialniveaus mit  $e'$  und  $e$ , die nur durch die molekularen Anziehungen bedingten mit  $E$ , welche an beiden Berührungsstellen dieselbe ist, so ist

$$V_b' - V_a' = E + e', \quad V_b - V_a = E + e,$$

somit

$$i = \frac{e' - e}{l_a' + l_b} = \frac{e' - e}{L}.$$

Sind die Temperaturen an beiden Lötstellen dieselben, so ist  $e = e'$ , es kann kein Strom vorhanden sein. In welcher Weise sich die Stromstärke mit der Temperatur ändern muß, das läßt sich durch Anwendung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie ableiten<sup>1)</sup>.

An der Lötstelle II muß bei der vorausgesetzten Richtung des Stromes, von II über  $B$  nach I Arbeit geleistet werden, welche die Elektrizität um die Differenz der Potentialniveaus  $e$  hebt, es muß deshalb dort aus einer Wärmequelle stetig Wärme zugeführt werden und zwar die Wärmemenge

$$Q_2 = A \cdot e' \cdot i.$$

Da bei der Lötstelle I ein Sinken der Potentialniveaus eintritt, so wird dort Arbeit gewonnen, also Wärme frei, welche, wenn der Strom konstant sein soll, abgeführt werden muß, so daß sich die Temperatur der Lötstelle nicht ändert. Die abzuführende Wärmemenge ist

$$Q_1 = A \cdot e \cdot i.$$

Die Differenz dieser beiden Wärmemengen ist in elektrische Arbeit verwandelt worden, respektive in dem Stromkreise selbst als Arbeit wieder gewonnen.

Wir sehen also auch hier den in der Wärmelehre überall bestätigten Satz, daß bei der Umsetzung von Wärme in Arbeit ein Übergang von Wärme von einem wärmern zum kältern Körper stattfinden muß. Nach dem zweiten Hauptsatze beträgt die umgesetzte Wärmemenge einen von der Temperaturdifferenz der beiden Körper und der absoluten Temperatur derselben abhängigen Bruchteil der übergeführten Wärme, so daß (Bd. III. S. 413 ff.)

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1},$$

wenn wir mit  $T_2$  und  $T_1$  die Temperaturen der Lötstellen, dieselben gerechnet von dem absoluten Nullpunkte der Temperatur bezeichnen. Setzen wir für  $Q_1$  und  $Q_2$  ihre Werte ein, so folgt daraus

$$\frac{e' - e}{e} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}.$$

Nehmen wir an, die eine Lötstelle habe eine beliebige Temperatur  $T$  und die andere die unendlich wenig höhere  $T + dT$ , so werden wir ebenfalls für  $e'$  setzen können  $e' = e + de$ , und damit erhalten wir

$$\frac{de}{e} = \frac{dT}{T},$$

1) Clausius, Poggend. Ann. Bd. XC. Abhandlungen zur mechan. Wärmetheorie. Abhdlg. XII.

ler der Quotient aus dem unendlich kleinen Zuwachs  $de$  der elektromotorischen Kraft  $e$ , wenn die Temperatur um  $dT$  zunimmt und der Kraft selbst ist gleich dem Quotienten aus dem Zuwachs der Temperatur und der Temperatur  $T$ , bei welcher die elektromotorische Kraft gleich  $e$  ist. Wie die Integralrechnung lehrt, ist die daraus sich ergebende Beziehung zwischen  $e$  und  $T$

$$\log e = \log T + \text{const.},$$

oder wenn wir die Konstante gleich  $\log p$  setzen

$$\log e = \log (p \cdot T)$$

$$e = p \cdot T$$

der der von der Temperatur abhängige Teil der elektromotorischen Kraft mit der absoluten Temperatur der Berührungsstellen proportional.

Die vorhin entwickelte Theorie des Peltierschen Phänomens gab zwischen der bei dem Durchtritt eines Stromes von der Intensität  $J$  durch die Lötstelle, der dort vorhandenen von der Arbeit der Wärme bedingten elektromotorischen Kraft  $e$  und der verbrauchten Wärme  $W$  die Beziehung

$$W = AKJe.$$

Sind nun  $e_1$  und  $e_2$  die elektromotorischen Kräfte bei den Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ , so giebt die Theorie der Thermoströme

$$e_1 : e_2 = T_1 : T_2;$$

für die bei gleicher Stromstärke verbrauchten Wärmemengen  $W_1$  und  $W_2$ , wenn die Lötstellen die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  haben, ergibt sich aus der Gleichung für  $W$

$$W_1 : W_2 = e_1 : e_2,$$

omit muß auch

$$W_1 : W_2 = T_1 : T_2,$$

oder die bei dem Durchtritt gleich starker Ströme an den Lötstellen verbrauchten Wärmemengen müssen den absoluten Temperaturen proportional sein.

Der einzige Versuch, welcher zur Bestimmung der bei verschiedenen Temperaturen verbrauchten Wärme vorliegt, der vorhin erwähnte von Le Roux, stimmt mit dieser Folgerung sehr gut überein. Le Roux fand, daß die bei dem Durchtritt eines Stromes durch die Lötstelle Kupfer-Platin verbrauchte Wärme bei  $25^\circ$  und bei  $100^\circ$  sich verhält wie 1 : 1,29. Die Theorie giebt da

$$T_1 = 273 + 25 = 298; \quad T_2 = 273 + 100 = 373$$

$$W_1 : W_2 = 298 : 373 = 1 : 1,25.$$

Erwägt man, welche Schwierigkeit es hat, die bei der Temperatur der Lötstelle von  $100^\circ$  verbrauchte Wärmemenge genau zu bestimmen, so wird man in dem Versuche von Le Roux die vollste Bestätigung der Theorie erkennen.

Der Satz, daß die von der Arbeit der Wärme abhängige elektromotorische Kraft  $e$  der absoluten Temperatur der Lötstelle proportional ist, schließt den *weiteren* in sich:

$$e' - e = p(T' - T)$$

oder die elektromotorische Kraft der Thermoströme ist der Temperaturdifferenz der Lötstellen proportional.

Nach den Versuchen von Thomson, Avenarius u. a., welche wir im §. 90 mittheilten, bestätigt sich dieser Schluss aber nicht, im Gegenteil, es ergibt sich aus denselben, daß

$$e' - e = (t' - t) \{a + b(t' + t)\}$$

ist, somit daß die elektromotorische Kraft nicht nur von der Temperaturdifferenz, sondern auch von den Temperaturen der Lötstellen selbst abhängt, oder was dasselbe ist, daß der von der Wärme abhängige Teil der elektromotorischen Kraft sich rascher ändert als die Temperatur.

Schon W. Thomson<sup>1)</sup> machte auf diese Abweichung zwischen Theorie und Erfahrung aufmerksam und erklärte diese Abweichung dadurch, daß er annahm, die thermoelektrischen Phänomene haben ihre Quelle nicht lediglich in der Berührungsfläche der verschiedenen Metalle, sondern auch in den Metallen selbst, oder wie es Clausius später<sup>2)</sup> präziser ausdrückte, der Grund der Abweichung liegt darin, daß auch im Innern eines und desselben Metalles, wenn seine verschiedenen Teile sich in verschiedenen Temperaturen befinden, die Wärme das Bestreben hat, die Elektrizität nach einer verschiedenen Richtung zu treiben, und daß daher, wenn der Gleichgewichtszustand eingetreten ist, das Potentialniveau in dem Metalle nicht überall dasselbe ist, sondern daß auch zwischen den verschiedenen Teilen desselben Metalles elektrische Differenzen vorhanden sind.

Daß überhaupt solche Differenzen in einem und demselben Metalle vorkommen können, das zeigen alle die im §. 90 erwähnten Versuche, nach denen in Stromkreisen, welche aus nur einem Metalle bestehen, Thermoströme entstehen können, sobald an verschiedenen Stellen die Metalle eine verschiedene molekulare Beschaffenheit, krystallinisches Gefüge oder verschiedene Härte besitzen. Eine derartige Veränderung der molekularen Beschaffenheit kann aber auch vorübergehend durch Temperaturerhöhung hervorgebracht werden, so daß zwei Teile desselben Metalles, welche eine verschiedene Temperatur haben, elektromotorisch gegen einander wirken, eine Wirkung, welche aufhört, wenn die Metalle wieder an allen Stellen dieselbe Temperatur haben. Nimmt man eine solche Veränderung an, so kann dieselbe auf die Thermoströme in doppelter Weise von Einfluß sein, einmal indem in den homogenen Teilen des Schließungsbogens eine Stromquelle auftritt, und dann indem an den Lötstellen die Konstante  $p$  der Gleichung

$$e = p \cdot T$$

infolge der molekularen Änderungen sich ändern kann. Daß beide Einflüsse zusammen den Gang der Thermoströme in der Weise verändern können, daß derselbe den Gleichungen von Avenarius entspricht, ist leicht

1) Thomson, Philosophical Magazin. IV series. vol. III. Ausführlicher in Philosophical Magazin. IV series vol. XI. on the dynamical theory of heat Part. VI.

2) Clausius, Poggend. Ann. Bd. XC. Abhandlungen zur mechan. Wärmetheorie. Abhdlg. XII.

einzusehen, wenn es auch nicht möglich ist, diese Einflüsse im einzelnen zu verfolgen.

Ist indes diese Annahme richtig, so muß sich dieses Verhalten der Metalle nach zwei Richtungen zu erkennen geben, indem man in einem und demselben Metall das Peltiersche Phänomen, das heißt Verschiedenheit der Erwärmung, je nachdem man den Strom in demselben von wärmern zu kältern Stellen oder umgekehrt gehen läßt, muß beobachten können, und ferner darin, daß die an den Berührungsstellen zweier Drähte beobachteten Abkühlungen oder Erwärmungen den elektromotorischen Kräften der Thermoströme nicht genau proportional sein dürfen. Denn wenn ein Teil der elektromotorischen Kraft der Thermoströme in den homogenen Metallen ihren Grund hat, kann nicht die gesamte der Erzeugung des Stromes entsprechende Arbeit an den Lötstellen geleistet resp. gewonnen werden.

Was zunächst die letztere Folgerung betrifft, so findet dieselbe ihre Bestätigung in den Zahlen von Le Roux und Edlund, welche vorhin ausführlich mitgeteilt wurden, aus denen sich ergibt, daß die Proportionalität zwischen der elektromotorischen Kraft der Thermoströme und den Änderungen des Wärmezustandes an den Lötstellen nur eine angenäherte ist. Lassen wir selbst die Beobachtungen bei Kupfer-Zink als wegen der zu beobachtenden äußerst kleinen Werte zu unsicher außer Acht, so schwanken die Werte  $\frac{e}{\alpha}$  bei Edlund zwischen 1,1 und 1,6 und die entsprechenden Quotienten bei Le Roux zwischen 0,22 und 0,30, Unterschiede, die hinreichend beweisen, daß die elektromotorischen Kräfte nicht allein in den Berührungsstellen der Metalle liegen.

Die erstere der beiden Folgerungen ist zunächst von Thomson selbst<sup>1)</sup> und später durch ausgedehnte Messungen von Le Roux<sup>2)</sup> bestätigt worden. Thomson leitete den Strom durch Metallstreifen, welche in ihrer Mitte erwärmt, an ihren Enden abgekühlt wurden, und beobachtete die Temperatur zwischen den abgekühlten und erhitzten Stellen der Metalle. In vielen Fällen gelang es entschieden, eine Verschiedenheit der Temperatur zu konstatieren, indem bei einzelnen Metallen die Temperatur konstant höher war, dort wo der Strom von Warm zu Kalt ging, bei andern, wo er von Kalt zu Warm ging. Daß etwaige Ungleichheiten in der Erwärmung der Leiter durch andere Verschiedenheiten durch öfteres systematisches Wechseln der Stromesrichtung eliminiert wurden, bedarf keines besondern Hervorhebens. So fand sich die Temperatur höher, wenn der Strom von Kalt zu Warm ging in Eisen und Platin, dagegen wenn er von Warm zu Kalt ging in Kupfer und Messing.

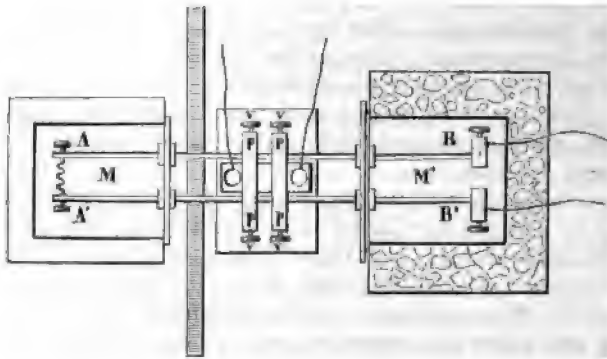
Le Roux führte bei seinen Versuchen den Strom durch dicke Metallstäbe, deren je zwei möglichst identische neben einander gelegt waren Fig. 171 *AB* und *A'B'*; die Enden *A* und *A'* der Stangen befanden sich in einem Gefäße *M*, in welchem sie durch die Dämpfe siedenden Wassers

1) W. Thomson, Philosophical Transactions of London Royal society for 1856, erste Abteilung der Abhandlung: On the electro-dynamic properties of metals.

2) Le Roux, *Annales de chim. et de phys.* IV. Série. T. X.

konstant auf der Temperatur  $100^{\circ}$  gehalten wurden, die Enden  $BB'$  waren in einen Raum eingeführt, welcher ringsum mit schmelzendem Eise umgeben und dadurch konstant auf der Temperatur  $0^{\circ}$  gehalten wurde. Mit den Enden  $BB'$  konnten die zu den Polen der Batterie führenden Drähte in Verbindung gebracht werden, und die Enden  $AA'$  waren durch eine Drahtspirale leitend verbunden, so daß ein etwa bei

Fig. 171.



$B$  eintretender Strom das ganze System in dem Sinne  $BAA'B'$  durchlief. Die Stäbe hatten eine Länge von etwa 26 cm, von denen an jedem Ende 7 cm sich innerhalb der Räume von konstanter Temperatur befanden, so daß die Strecke, auf welcher die Temperatur der Stäbe von  $100^{\circ}$  auf  $0^{\circ}$  abnahm, etwa 12 cm betrug.

In der Mitte war zwischen die Stäbe eine Thermosäule von 30 Wismut-Antimonstäben gelegt, so daß die unpaaren Lötstellen den einen, die paaren Lötstellen den andern Stab in einer Ausdehnung von 3 cm berührten. Um eine metallische Leitung zwischen den Stäben und den Lötstellen zu verhindern, waren die erstern mit einer sehr starken Firnißschicht bedeckt, und außerdem zwischen den Lötstellen und den Stäben eine vierfache Schicht sehr dünner Goldschlägerhaut eingeschoben. Stäbe und Lötstellen waren dann durch die Bügel  $P$  und die Schrauben  $V$  aneinander gepreßt, in den Kreis der Thermosäule war ein feines graduiertes Galvanometer eingeschaltet.

Da die Thermosäule die durch den Strom in den Stäben bewirkten Temperaturverschiedenheiten messen sollte, so durfte sie ohne Durchgang des Stromes keinen Strom erhalten, so mußten also die Temperatur der Lötstellen respektive der Stäbe an den Stellen, wo die Lötstellen anlagen, nicht verschieden sein. Das wurde erreicht, indem die Stäbe möglichst identisch gemacht wurden, indem dann die Wärmeverteilung in denselben nach den Gesetzen der Wärmeleitung die gleiche ist. Eine etwaige noch vorhandene kleine Ungleichheit wurde dadurch ausgeglichen, daß man die Ablenkungen der Galvanometernadel, wenn die Stäbe von einem Strome durchflossen wurden, von der Lage aus rechnete, welche sie einnahmen, wenn in den Stäben kein Strom vorhanden war.

Außerdem wurde, um sonstige vorhandene auf die durch den Strom bedingte Änderung des Wärmezustandes einwirkende Umstände zu eliminieren,



ren, der Strom sowohl in der Richtung  $BA B' A'$  als auch umgekehrt durch die Stäbe geführt und ausserdem wurden die Stäbe umgelegt, das Ende  $B$  sich bei  $A, B'$  an der Stelle von  $A'$  befand, und auch dann der Strom in beiden Richtungen durch die Stäbe geführt.

Will man die Änderungen des Wärmezustandes durch den Strom in verschiedenen Metallen mit einander vergleichen, so muß man dafür sorgen, daß ohne Strom die Stellen der verschiedenen Stäbe, an denen die Thermoelemente anliegt, die gleiche Temperatur haben. Nun hängt die Temperaturverteilung in den verschiedenen Stäben wesentlich von der innern Wärmeleitungsfähigkeit und den Dimensionen der Stäbe ab, wenn wie bei den Versuchen von Le Roux für alle Stäbe gleichen Abständen auf denselben die konstanten Temperaturen  $100^0$  und  $0^0$  erhalten werden. Wie er im 3. Bande S. 282 zeigte, ist die Temperaturverteilung in einem Stabe gegeben durch die Gleichung

$$t = Ae^{ax} + Be^{-ax},$$

worin

$$a = \sqrt{\frac{hp}{kq}}$$

wo, wenn  $k$  die innere Wärmeleitungsfähigkeit,  $q$  den Querschnitt,  $p$  den Umfang und  $h$  die äußere Wärmeleitungsfähigkeit des Stabes bedeuten.

Die Konstanten  $A$  und  $B$  hängen ab von den Temperaturen an den Enden des Stabes für  $x = 0$  und  $x = l$ . Nennen wir diese Temperaturen  $T_0$  und  $T_e$ , so ist

$$T_0 = A + B$$

$$T_e = Ae^{al} + Be^{-al},$$

mit

$$B = \frac{T_0 e^{al} - T_e}{e^{al} - e^{-al}} \quad A = - \frac{T_0 e^{-al} - T_e}{e^{al} - e^{-al}}.$$

Daraus ergibt sich

$$t = \frac{T_0 e^{al} - T_e}{e^{al} - e^{-al}} e^{-ax} - \frac{T_0 e^{-al} - T_e}{e^{al} - e^{-al}} e^{ax}.$$

Da nun bei den Versuchen von Le Roux die benutzten Stäbe alle die gleiche Länge hatten, da ferner  $T_0$  und  $T_e$  stets die gleichen waren, folgt, daß für gleiche Werte von  $x$ , dort wo die Thermosäule zwischen den Stäben war, die Temperatur stets dieselbe sein muß, wenn man dafür sorgt, daß  $a$  bei allen angewandten Stäben denselben Wert hat. Le Roux hat daher allen von ihm benutzten Stäben denselben Umfang  $p$  und zur Herstellung gleicher äußerer Wärmeleitungsfähigkeit stets dieselbe äußere Oberfläche. Die Querschnitte des Stabes wurden dann der innern Wärmeleitungsfähigkeit umgekehrt proportional hergestellt, so daß auch

$$kpq = \text{const.}$$

Es

Zunächst konstatierte nun Le Roux, daß der Unterschied der Erwärmung eines Stabes je nach der Richtung des Stromes der Intensität des Stromes *proportional* ist. Unter Anwendung zweier Neusilberstäbe ergab

sich eine stärkere Erwärmung, wenn der Strom von Kalt zu Warm wenn er von Warm zu Kalt ging; folgende Zahlen zeigen, daß die Temperaturunterschiede der beiden Stäbe der Stromstärke proportional

Stromstärke	Temperaturdifferenz	
$J$	$\Delta$	$\frac{\Delta}{J}$
0,783	183	234
0,567	129	228
0,456	99	217
0,279	67	240

Wie man sieht, sind die Zahlen der letzten Kolumne so nahe, daß man unter Berücksichtigung der Schwierigkeit der Messung von der Richtung des Stromes bedingten Temperaturunterschiede auch die je nach der Richtung des Stromes bei dem Übergange von wärmeren zu kälteren Stellen in den Stäben verbrauchte oder erzeugte Wärme der Stärke des Stromes proportional setzen darf.

Folgende Tabelle enthält die von Le Roux in verschiedenen Metallen auf Strecken gleicher Temperaturdifferenzen durch den Strom bei dem Übergange von wärmeren zu kälteren Stellen erzeugte oder verbrauchte Wärmemenge in einem willkürlichen Maße. Die erzeugte Wärme ist dem positiven, die verbrauchte mit dem negativen Vorzeichen versehen.

Wismut (b) . . . . .	+ 73
Wismut rein . . . . .	— 31
Neusilber . . . . .	— 25
Platin . . . . .	— 18
Aluminium . . . . .	— 0,1
Zinn . . . . .	— 0,1
Blei . . . . .	unmerklich
Messing . . . . .	+ 0,3
Silber . . . . .	+ 6
Kupfer . . . . .	+ 2
Aluminiumbronze . . . . .	+ 6
Zink . . . . .	+ 11
Kadmium . . . . .	+ 31
Eisen . . . . .	— 31
Antimon käufliches . . . . .	+ 64
Antimon (a) . . . . .	— 24

Um eine Vergleichung dieser Wärmewirkung in homogenen Metallen mit derjenigen an der Lötstelle zweier Metalle zu ermöglichen, hat Le Roux die Wärmemenge zu schätzen versucht, welche in einem Stabe von V (b) auf einer Strecke erzeugt wird, auf welcher die Temperatur von 0 auf 100 abnimmt; er findet, daß durch einen Strom derselben Stärke den sich die von ihm bei dem Durchgange der Ströme durch Lötstellen gefundenen Werte beziehen, in der Minute etwa eine Wärmeeinheit erzeugt wird.

Die Versuche von Thomson und Le Roux genügen jedenfalls, um die Abweichung der thermoelektrischen Erscheinungen von der Theorie zu erklären, wenn es auch nicht möglich ist, diese Abweichungen im einzelnen abzuleiten. Um letzteres zu können, müßte man zunächst wissen, in welcher Weise die durch Temperaturverschiedenheiten in den homogenen Metallen bewirkte molekulare Änderung mit der Temperatur selbst sich ändert, das heißt also wie bei gleicher Temperaturdifferenz  $dT$  zweier benachbarter Schichten diese Verschiedenheit mit der Temperatur  $T$  selbst sich ändert. Eine Änderung muß eintreten, denn würde man einfach die elektromotorische Kraft zwischen zwei benachbarten Schichten mit der Temperaturdifferenz  $dT$  gleich einer Konstante mal  $dT$  setzen, so könnte auch die in den einzelnen Metallen vorhandene elektromotorische Kraft keine Abweichung der Proportionalität der thermoelektromotorischen Kraft mit der Temperaturdifferenz der Lötstellen überhaupt nicht eintreten. Denn nehmen wir eine Kombination zweier Metalle wie in Fig. 170 und sei im Metall  $A$  die elektromotorische Kraft zwischen zwei benachbarten Schichten  $dT$ , im Metall  $B$  gleich  $\pi_2 dT$ , worin  $\pi_1$  und  $\pi_2$  positiv oder negativ sein können, so würde die in der Kombination thätige elektromotorische Kraft, wenn die eine Lötstelle die Temperatur  $T_1$ , die andere  $T_2$  hat, gegeben sein durch

$$E = p(T_1 - T_2) + \int_{T_2}^{T_1} \pi_1 dT - \int_{T_2}^{T_1} \pi_2 dT.$$

Die beiden letzten Glieder geben die elektromotorischen Kräfte in den einzelnen Metallen, sie sind die Summe der zwischen den einzelnen Schichten thätigen Kräfte, müssen also, wenn  $\pi_1$  und  $\pi_2$  gleiches Vorzeichen haben, in der Gleichung das entgegengesetzte Vorzeichen haben, da in dem einen Draht der Strom von Warm zu Kalt, in dem andern von Kalt zu Warm geht. Sind  $\pi_1$  und  $\pi_2$  konstant, so wird

$$E = (p + \pi_1 - \pi_2)(T_1 - T_2).$$

Würde man dagegen voraussetzen, daß  $\pi_1$  und  $\pi_2$  selbst der absoluten Temperatur proportional wären<sup>1)</sup>, also  $\pi_1 = \kappa_1 T$ ,  $\pi_2 = \kappa_2 T$ , so würde

$$\int_{T_2}^{T_1} \kappa_1 T dT = \frac{1}{2} \kappa_1 (T_1^2 - T_2^2); \quad \int_{T_2}^{T_1} \kappa_2 T dT = \frac{1}{2} \kappa_2 (T_1^2 - T_2^2)$$

$$E = (T_1 - T_2) \left( p + \frac{1}{2} (\kappa_1 - \kappa_2) (T_1 + T_2) \right)$$

hier wenn wir anstatt der absoluten Temperatur die nach der Skala von Celsius einführen, also  $T_1 = a + t_1$ ,  $t_2 = a + t_2$  und

$$p + \frac{1}{2} (\kappa_1 - \kappa_2) 2a = b, \quad \frac{1}{2} (\kappa_1 - \kappa_2) = -c$$

setzen,

$$E = (t_1 - t_2) (b - c(t_1 + t_2)).$$

Wir erhielten somit die Gleichung von Avenarius.

1) Avenarius, Poggend. Ann. Bd. CXLIX.

Wüllner, Physik. IV. 4. Aufl.

Man erkennt hieraus, daß, wenn man lediglich im Innern der einzelnen Metalle Veränderungen durch die Temperaturänderungen annimmt, diese außer der Temperaturdifferenz der benachbarten Schichten der absoluten Temperatur an den verschiedenen Stellen der Metalle proportional gesetzt werden müssen<sup>1)</sup>.

Es ist indes sehr möglich, daß die molekularen Änderungen in den einzelnen Metallen auch von Einfluß sind auf die elektromotorischen Kräfte in den Lötstellen selbst; die Beobachtung liefert uns die Summe der in dem ganzen Stromkreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte. Die einzelnen Kräfte können wir nicht von einander trennen, es ist lediglich eine Hypothese, wenn man annimmt, daß die elektromotorischen Kräfte an den Lötstellen, wie es aus der Theorie folgen würde, wenn in den einzelnen Metallen keine molekularen Änderungen eintreten, der absoluten Temperatur proportional seien und daß nun zur Bestimmung der ganzen elektromotorischen Kraft im Stromkreise zu der so an den Lötstellen vorhandenen einfach die in den einzelnen Metallen auftretenden zu addieren wären, wie es in obiger Gleichung geschehen ist. Es ist durchaus möglich, daß durch die molekularen Änderungen in den einzelnen Metallen eine Änderung der Konstanten  $p$  in der Gleichung eintritt, da ja durch die Erwärmung geänderte Metalle es sind, welche in der Lötstelle zusammentreffen. Eine sorgfältige getrennte Untersuchung der an den Lötstellen und der in den einzelnen Metallen bei verschiedenen Temperaturen verbrauchten Wärmemengen, wie es Le Roux begonnen hat, würde darüber Aufschluß geben können<sup>2)</sup>, eine Untersuchung, die allerdings mit den größten Schwierigkeiten verknüpft ist.

Die vorgeführte Theorie der Thermoströme gründet sich auf die Anschauung, daß die Quelle der Thermoströme in den Lötstellen sei, in denen eine gewisse Potentialdifferenz durch die Arbeit der Wärme erhalten werde, die eben deshalb von der Temperatur abhängt, weil die Differenz von der Wärmebewegung bedingt wird. Das Peltiersche Phänomen, welches direkt die zur Übertührung der Elektrizität erforderliche Arbeit zeigt, bildete den Ausgangspunkt dieser Theorie.

F. Kohlrausch hat kürzlich dieser Theorie eine andere gegenübergestellt<sup>3)</sup>, nach welcher die elektromotorischen Kräfte im Innern der einzelnen Leiter ihren Sitz haben, den Kontaktstellen der verschiedenen Leiter nur ein sekundärer Einfluß zukommt. Kohlrausch geht davon aus, daß in jeder Thermosäule ein Überströmen von Wärme von der wärmeren zur kälteren Lötstelle stattfindet, und macht die Annahme, daß mit einem Wärmestrome in bestimmtem von der Natur des Leiters abhängigem Maße ein elektrischer Strom verbunden sei.

Ebenso nimmt Kohlrausch zur Erklärung des Peltierschen Phänomens an, daß durch einen elektrischen Strom die Wärme bewegt werde; indem er davon ausgeht, daß die Leitungsfähigkeiten der Metalle für Wärme und Elektrizität einander proportional seien, nimmt Kohlrausch ferner an

1) Man sehe *Tait*, Poggend. Ann. Bd. CLII. *Budde*, Poggend. Ann. Bd. CLIII.

2) Man sehe auch *Budde*, Poggend. Ann. Bd. CLIII.

3) *F. Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. CLVI.

Die wärmebewegende Kraft des elektrischen Stromes von der Einheit der Stärke proportional sei der elektromotorischen Kraft des Wärmestromes, der die Einheit der Stärke hat.

Dafs diese Auffassung wesentlich zu denselben Gesetzen der Thermostrome und des Peltierschen Phänomens führt, wie die von uns entwickelte, geht Kohlrausch folgendermaßen. Die Wärmemenge  $W$  möge durch den Querschnitt  $f$  eines Leiters in der Zeiteinheit hindurchgehen. Ist  $\alpha$  die dem Leiter entsprechende Konstante, so ist  $i = \alpha W$  die Stärke des elektrischen Stromes. Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes erhalten wir dann in dem Leiterelemente  $ds$  vorhandene elektromotorische Kraft  $dE$ . Wenn  $k$  die elektrische Leitungsfähigkeit des Leiters, so ist

$$i = \frac{dE}{ds} kf, \quad dE = \frac{\alpha W}{kf} ds.$$

Ist  $\kappa$  die Wärmeleitungsfähigkeit des Leiters,  $u$  die Temperatur an der betreffenden Stelle, so können wir den Wärmestrom  $W$  schreiben

$$W = -\kappa f \frac{du}{ds},$$

das  $\frac{du}{ds}$  das Temperaturgefälle an der betreffenden Stelle bedeutet. Setzen wir das für  $W$  ein, so wird

$$dE = -\alpha \frac{\kappa}{k} \frac{du}{ds} ds$$

oder

$$\frac{dE}{ds} = -\vartheta \frac{du}{ds},$$

wenn  $\alpha \frac{\kappa}{k} = \vartheta$  gesetzt wird. Diese Konstante  $\vartheta$  nennt Kohlrausch die thermoelektrische Konstante der betreffenden Substanz.

In einem homogenen Leiter kann trotz dieser elektromotorischen Kräfte ein dauernder elektrischer Strom nicht entstehen, es muß vielmehr in demselben sich eine solche Verteilung der Elektrizität entwickeln, durch die in der Richtung des Thermostromes wachsenden Werte der elektrischen Potentialfunktion die elektromotorische Kraft des Wärmestromes kompensiert wird. Ist  $V$  die Potentialfunktion an der Stelle, wo die Temperatur  $u$ ,  $V'$  dort, wo sie  $u'$  ist, so ist die Bedingung des Gleichgewichtes

$$V' - V = \vartheta (u - u').$$

Es würde sich hieraus ergeben, dafs in jedem Leiter, in welchem Temperaturverschiedenheiten vorhanden sind, eine Elektrisierung eintreten mußte, welche so lange dauert, als die Temperaturverschiedenheiten anhalten. Eine Beobachtung solcher würde eine wesentliche Stütze der Kohlrauschschen Hypothese sein, dieselbe ist bisher nicht gemacht, und Kohlrausch glaubt, dieselbe würde mit großen Schwierigkeiten verknüpft sein, weniger wegen der erforderlichen Empfindlichkeit der Elektroskope, als weil man bei der Erteilung der Temperaturdifferenzen schwerlich störende Nebenumstände vermeiden könnte. Mir sind dahin gehende Versuche nicht bekannt, eine Untersuchung dieser Frage würde großes Inter-



esse bieten. Kohlrausch glaubt in den pyroelektrischen Erscheinungen einen Beleg für seine Ansichten zu finden.

In einem Thermoelement, welches aus zwei Leitern  $a$  und  $b$  den Lötstellen  $I$  und  $II$  mit den Temperaturen  $u_1$  und  $u_2$  besteht, die elektromotorische Kraft in der Richtung  $u_1 a u_2 b u_1$

$$E = -\vartheta \int_I^{II} \frac{du}{ds} ds - \vartheta' \int_{II}^I \frac{du}{ds} ds = -\vartheta \int_{u_1}^{u_2} du - \vartheta' \int_{u_2}^{u_1} du,$$

da  $u$  als Funktion von  $s$  auszudrücken ist. Demnach ist

$$E = (\vartheta - \vartheta')(u_1 - u_2).$$

Die elektromotorische Kraft hängt also nur von der Temperaturdifferenz der Lötstellen, nicht von dem Gefälle der Temperatur ab, ist der Temperaturdifferenz proportional.

Die Hypothese gelangt somit zu demselben Resultat wie die Theorie. Um die Abweichung der thermoelektromotorischen Kraft der Proportionalität mit der Temperaturdifferenz in die Hypothese zunehmen, bedarf es nur der Annahme, daß die Konstanten  $\vartheta$  und  $\vartheta'$  für die verschiedenen Leiter eine Funktion der Temperatur seien. man die thermoelektrischen Koeffizienten, anstatt konstant, gleich  $\vartheta$  so erhalten wir die Formel von Avenarius

$$E = (u_1 - u_2) \left\{ (\vartheta - \vartheta') + \frac{1}{2} \frac{\eta - \eta'}{\vartheta - \vartheta'} (u_1 + u_2) \right\}$$

wie sich unmittelbar ergibt.

Zur Ableitung des Peltierschen Phänomens dient die zweite Annahme von Kohlrausch, daß der elektrische Strom eine seiner Stärke umgekehrt proportionalen Menge von Wärme mit sich führe. Die Wärmemenge  $Q$ , welche der Strom von der Stärke  $i$  in einem Leiter von überall gleicher Temperatur, dessen thermoelektrische Konstante  $\vartheta$  ist, mit fortführt, ist darnach

$$Q = C\vartheta i,$$

worin  $C$  eine von den gewählten Einheiten der Wärme und der Temperatur abhängige Konstante ist. In einem homogenen Leiter läßt sich dieser Wärmestrom nicht beobachten, da jeder Stelle durch denselben ebensoviel Wärme zugeführt wie ihr genommen wird.

An der Grenze zweier Leiter muß dagegen eine Anhäufung oder Abnahme der Wärme stattfinden. Es gehe ein Strom von der Stärke  $i$  durch eine Lötstelle  $I$  vom Metalle  $a$  zu  $b$  und durch die Lötstelle  $II$  wieder von  $b$  zu  $a$ . In dem Metalle  $a$  wird zur Lötstelle  $I$  hingeführt die Wärmemenge  $Q_1$

$$Q_1 = C\vartheta i,$$

von derselben Lötstelle fort

$$Q_2 = C\vartheta' i.$$

An der Lötstelle  $I$  wird daher die Wärmemenge

$$Q_1 - Q_2 = C(\vartheta - \vartheta') i$$

ausgeschieden, an der Lötstelle *II* dagegen

$$Q_2 - Q_1 = C(\vartheta' - \vartheta) i$$

fortgeführt, wie es die Beobachtungen ergeben.

Es genüge an diesen Ableitungen, welche Kohlrausch noch weiter führt, um zu erkennen, daß diese Hypothese mit den experimentell bewiesenen Beziehungen nicht im Widerspruch steht. Wie schon erwähnt, würde es von größter Bedeutung sein, die elektrische Verteilung in homogenen Drähten durch Temperaturdifferenzen nachzuweisen, da diese den Beweis liefern würden, daß dem Wärmestrom die von Kohlrausch angenommene Eigenschaft der Fortführung der Elektrizität wirklich beiwohnt. Bis dahin kann man dieser Auffassung kaum einen Vorzug vor der früheren Auffassung zuschreiben, da die Arbeit der Wärme in den Kontaktstellen im Grunde nichts anders ist, wie die Arbeit der durch die chemischen Prozesse in den Elementen erzeugten Wärme, welche nach §. 92 und wie wir später noch ausführlicher zeigen werden, uns den elektrischen Strom liefert.

### §. 96.

**Galvanisches Glühen von Drähten.** Wenn man den durch einen Draht hindurchgehenden Strom immer mehr verstärkt, so wird die Wärmeentwicklung immer größer und somit die Temperatur immer höher; es ist leicht die Temperatur so zu steigern, daß der Draht glühend wird. Wie wir im zweiten und dritten Bande sahen, ist die Temperatur, bei welcher die Körper, wenn sie überhaupt leuchten können, Licht auszusenden, also zu glühen beginnen, für alle Körper dieselbe.

Die Temperatur irgend eines Drahtstückes des Schließungsbogens, dessen Widerstand gleich  $r$  sei, hängt ab von der in gleichen Zeiten in ihm erzeugten und der von ihm an die Umgebung abgegebenen Wärmemenge, sie wird konstant sein, also auch im Speziellen wird der Körper konstant glühen, wenn die in gleichen Zeiten erzeugte und die an die Umgebung abgegebene Wärmemenge einander gleich sind. Die von dem Drahte abgegebene Wärmemenge hängt ab von der Oberfläche des Körpers, ferner von dem Emissionsvermögen desselben und drittens von dem Temperaturüberschusse desselben über die Temperatur der Umgebung. Die Abhängigkeit von letzterer giebt uns das Stefansche Emissionsgesetz, nach welchem die Strahlung der vierten Potenz der absoluten Temperatur proportional ist. Nennen wir also  $T$  die absolute Temperatur des Drahtes,  $T_0$  jene der Umgebung, ist  $d$  der Durchmesser,  $l$  die Länge des Drahtes,  $\varepsilon$  das Emissionsvermögen, so können wir die in der Zeiteinheit abgegebene Wärmemenge  $w$  gleich setzen

$$w = \pi dl \varepsilon (T^4 - T_0^4).$$

Die in derselben Zeit in dem Drahte erzeugte Wärmemenge ist, wenn  $K$  eine Konstante und  $J$  die Stromstärke bedeutet,

$$w = K r J^2.$$

Die Temperatur wird demnach konstant sein, wenn

$$K r J^2 = \pi dl \varepsilon (T^4 - T_0^4),$$

so daß der Temperaturüberschuß über die Umgebung gegeben wird durch

$$T^4 - T_0^4 = \frac{Kr J^2}{\pi d l \varepsilon}.$$

Ist nun  $s$  der spezifische Leitungswiderstand des Drahtes, so ist

$$r = 4 \frac{s l}{\pi d^2}$$

und

$$T^4 - T_0^4 = \frac{4K}{\pi^2} \frac{s J^2}{d^3 \varepsilon} = M \frac{1}{\varepsilon} \frac{s}{d^3} J^2.$$

Bei gleicher Stromstärke hängt also die Temperatur des Drahtes ab von dem Emissionsvermögen desselben, dem spezifischen Leitungswiderstande und der dritten Potenz des Durchmessers; sie ist unabhängig von der Länge des Drahtes.

Soll also die Temperatur zweier Drähte desselben Metalles von dem Durchmesser  $d_1$  und  $d_2$  dieselbe sein, so müssen die Quadrate der Stromstärken  $J_1$  und  $J_2$  sich verhalten wie die dritten Potenzen der Durchmesser, es muß sein

$$\frac{J_1^2}{d_1^3} = \frac{J_2^2}{d_2^3}.$$

Da bei demselben Grade des Glühens die Temperaturen immer dieselben sein müssen, so folgt, daß Drähte gleichen Metalles und gleichen Durchmessers in derselben Umgebung immer bei derselben Stromstärke glühen müssen, welches auch ihre Länge sei, daß aber, damit Drähte verschiedenen Durchmessers dieselben Glüherscheinungen zeigen, die Quadrate der Stromstärken sich verhalten müssen wie die dritten Potenzen der Durchmesser.

Die Gesetze des Glühens von Drähten sind experimentell verfolgt von Müller in Freiburg<sup>1)</sup> und später von Zöllner<sup>2)</sup>.

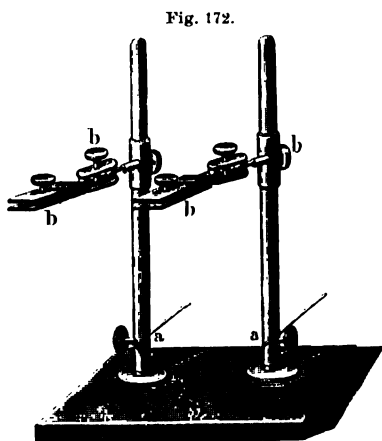


Fig. 172.

Müller spannte die zu untersuchenden Drähte zwischen den Polhaltern (Fig. 172) aus. Der Polhalter besteht aus zwei Säulen von Messing, welche auf einem Fußbrette vertikal aufgestellt sind; jede dieser Säulen trägt eine Klemmschraube  $a$ ,  $a$  und eine Klemme  $b$ ,  $b$ ; in die Klemmschrauben  $a$ ,  $a$  werden die den Strom führenden Drähte eingeschraubt, zwischen den Klemmen  $b$ ,  $b$  die zu untersuchenden Drähte ausgespannt.

In den Strom wurde außerdem noch zur Messung seiner Stärke eine Tangentenbusssole eingeschaltet.

Die Grade des Glühens wurden mit freiem Auge als schwaches Glühen, Rot-

- 1) Müller, Neueste Fortschritte der Physik. S. 384. Braunschweig 1849.
- 2) Zöllner, Poggend. Ann. Bd. CIX. S. 256.



hien, Weißglühen geschätzt, und die Stromstärken beobachtet, welche nötig waren, um die Drähte bis zu gleichen Graden des Glühens zu bringen.

Zunächst zeigte sich bei der Untersuchung von Drähten verschiedener Länge aber gleicher Durchmesser, daß bei gleicher Stromstärke das Glühen von der Länge des Drahtes unabhängig ist, oder daß Drähte der verschiedensten Länge derselben Stromstärke bedürfen, um den gleichen Grad des Glühens zu zeigen. So fand sich, daß bei einer Ablenkung der Nadel der Tangentenbussole von  $48^\circ$  drei Platindrähte von 0,45 mm Durchmesser rotglühend wurden, deren Längen resp. waren 1 m, 0,3 m, 0,2 m., zwei Drähte desselben Durchmessers, deren Längen waren 0,8 m, 0,1 m wurden hellrotglühend, als die Ablenkung der Nadel der Tangentenbussole  $0^\circ$  betrug.

Ganz dasselbe zeigte sich bei der Anwendung von verschieden langen Bismutdrähten.

Bei Untersuchung von Drähten verschiedener Dicke ergaben sich des Resultate, welche von den Folgerungen aus dem Jouleschen Gesetze durchaus abwichen, denn es ergab sich, daß die Stromstärken, welche Drähte verschiedenen Durchmessers zu gleichem Glühen bringen, sich nicht verhalten wie die Quadratwurzeln aus den dritten Potenzen der Durchmesser, sondern einfach wie die Durchmesser selbst. Das ergibt sich weiter anderen aus folgenden Angaben über das Glühen von Platindrähten.

Durch- messer $D$	Stromstärke $J$ für schwaches Glühen	$\frac{J}{D}$	$\frac{J'}{D}$ Rot- glühen	$\frac{J''}{D}$	$\frac{J'''}{D}$ Hellrot- glühen	$\frac{J''''}{D}$
10 mm	47,18	163,9	50,82	169,4	54,67	182,2
9	65,24	163,7	72,45	185,5	77,77	199,5
5	75,06	166,7	77,77	172,2	84,42	187,6
5	—	—	121,24	161,7	157,22	209,3

Wie man sieht, sind die Quotienten aus der Stromstärke und der Drahtdicke für jeden Grad des Glühens allerdings nicht genau dieselben, aber sie stehen einander so nahe und schwanken dazu so unregelmäßig, daß man die Abweichungen wohl der unmöglich große Genauigkeit bei den Beobachtungsweise zuschreiben darf.

Zöllner verglich mit dem von ihm konstruierten Photometer die Lichtmengen, welche die glühenden Drähte aussenden, oder vielmehr er verglich die Stromstärken, welche notwendig sind, damit die von Drähten verschiedenen Durchmessers ausgesandten Lichtmengen gleiche Stärke haben. Zöllnersche Photometer haben wir im zweiten Bande kennen gelernt, übrigens war die Anordnung der Versuche den Müllerschen ähnlich, daß Zöllner, um die Stromstärke genau konstant halten zu können, den Stromkreis auch ein Rheochord einschaltete.

Zöllner fand, daß, damit zwei Drähte verschiedenen Durchmessers dieselbe gleiche Lichtmenge ausstrahlen, welches im übrigen auch die gestrahlte Lichtmenge ist, die Stromstärken sich verhalten müssen wie die Dicken der Drähte. Folgende kleine Tabelle giebt die schließlichen Resultate von vier Versuchsreihen; die ersten beiden Columnen enthalten

die Durchmesser der verschiedenen mit einander verglichenen Drähte, die dritte das Verhältniß der Durchmesser, und die vierte die Verhältnisse der Stromstärken, damit die zwei verglichenen Drähte gleiche Lichtmenge ausstrahlen. Die Lichtmengen schwankten dabei zwischen 30 und 683 resp. 7 und 433.

$D_1$ mm	$D_2$ mm	$\frac{D_1}{D_2}$	$\frac{J_1}{J_2}$
0,1785	0,0782	2,282	2,612
0,1785	0,1035	1,725	1,945
0,1661	0,1035	1,605	1,653
0,1661	0,1466	1,139	1,179

Wie man sieht, ist das Verhältniß der Stromstärken immer etwas größer als das der Durchmesser.

Zöllner sieht in seinen Versuchsergebnissen eine Bestätigung des Müllerschen Resultates, halten wir uns aber an das direkte Resultat der Beobachtung, so ist das nicht der Fall. Denn damit zwei Drähte, deren Oberfläche eine verschiedene Größe hat, gleiche Lichtmengen aussenden, muß die Intensität des von der Flächeneinheit ausgesandten Lichtes sich verhalten umgekehrt wie die Oberflächen der Drähte. Dann bezeichnen wir mit  $\lambda$  die Intensität des von der Flächeneinheit der auf das Gesichtsfeld projizierten Oberfläche ausgesandten Lichtes, und mit  $F$  diese Fläche selbst, welche also bei cylindrischen Drähten mit dem durch die Axe des Cylinders gelegten Durchschnitte zusammenfällt, so ist  $\lambda \cdot F$  die gesamte ausgesandte Lichtmenge. Bedeuten daher  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  resp.  $F_1$  und  $F_2$ , dasselbe für zwei Drähte, so ist die gesamte Lichtmenge dieselbe, wenn

$$\lambda_1 \cdot F_1 = \lambda_2 \cdot F_2; \quad \lambda_1 : \lambda_2 = F_2 : F_1.$$

Bei zwei Drähten von den Durchmessern  $D_1$  und  $D_2$  verhalten sich aber

$$F_1 : F_2 = D_1 : D_2.$$

Daher müssen sich bei gleicher ausgestrahlter Lichtmenge die Intensitäten des von den Flächeneinheiten ausgestrahlten Lichtes verhalten umgekehrt wie die Durchmesser, oder

$$\lambda_1 : \lambda_2 = D_2 : D_1.$$

Die Zöllnerschen Resultate sagen also aus, daß wenn die Stromstärken sich verhalten wie die Durchmesser der Drähte, daß dann die Intensitäten des von der Flächeneinheit der Drähte ausgesandten Lichtes sich verhalten umgekehrt wie die Durchmesser der Drähte.

Der Satz von Müller dagegen sagt aus, daß wenn die Stromstärken sich verhalten wie die Durchmesser der Drähte, daß dann die von der Flächeneinheit beider ausgesandten Lichtintensitäten gleich sind. Denn man legt zweien Drähten gleiche Grade des Glühens bei, wenn die Helligkeit des von jedem gleichen Stücke der Oberfläche beider ausgesandten Lichtes gleich ist.

Das von Zöllner erhaltene Resultat entspricht den von uns aus dem Jouleschen Gesetz gezogenen Folgerungen, wenn wir annehmen, daß das Stefansche Strahlungsgesetz auf die Gesamtmenge des ausgesandten Li



glühen, Weißglühen geschätzt, und die Stromstärken beobachtet, welche nötig waren, um die Drähte bis zu gleichen Graden des Glühens zu bringen.

Zunächst zeigte sich bei der Untersuchung von Drähten verschiedener Länge aber gleicher Durchmesser, daß bei gleicher Stromstärke das Glühen von der Länge des Drahtes unabhängig ist, oder daß Drähte der verschiedensten Länge derselben Stromstärke bedürfen, um den gleichen Grad des Glühens zu zeigen. So fand sich, daß bei einer Ablenkung der Nadel der Tangentenbussole von  $48^\circ$  drei Platindrähte von 0,45 mm Durchmesser rotglühend wurden, deren Längen resp. waren 1 m, 0,3 m, 0,2 m., Zwei Drähte desselben Durchmessers, deren Längen waren 0,8 m, 0,1 m wurden hellrotglühend, als die Ablenkung der Nadel der Tangentenbussole  $50^\circ$  betrug.

Ganz dasselbe zeigte sich bei der Anwendung von verschieden langen Eisendrähten.

Bei Untersuchung von Drähten verschiedener Dicke ergaben sich indes Resultate, welche von den Folgerungen aus dem Jouleschen Gesetze durchaus abweichen, denn es ergab sich, daß die Stromstärken, welche Drähte verschiedenen Durchmessers zu gleichem Glühen bringen, sich nicht verhalten wie die Quadratwurzeln aus den dritten Potenzen der Durchmesser, sondern einfach wie die Durchmesser selbst. Das ergibt sich unter anderen aus folgenden Angaben über das Glühen von Platindrähten.

Durchmesser $D$	Stromstärke $J$ für schwaches Glühen	$\frac{J}{D}$	$J'$ Rotglühen	$\frac{J'}{D}$	$J''$ Hellrotglühen	$\frac{J''}{D}$
0,30 mm	47,18	163,9	50,82	169,4	54,67	182,2
0,39	65,24	163,7	72,45	185,5	77,77	199,5
0,45	75,06	166,7	77,77	172,2	84,42	187,6
0,75	—		121,24	161,7	157,22	209,3

Wie man sieht, sind die Quotienten aus der Stromstärke und der Drahtdicke für jeden Grad des Glühens allerdings nicht genau dieselben, aber sie stehen einander so nahe und schwanken dazu so unregelmäßig, daß man die Abweichungen wohl der unmöglich große Genauigkeit bietenden Beobachtungsweise zuschreiben darf.

Zöllner verglich mit dem von ihm konstruierten Photometer die Lichtstärken, welche die glühenden Drähte aussenden, oder vielmehr er verglich die Stromstärken, welche notwendig sind, damit die von Drähten verschiedenen Durchmessers ausgesandten Lichtmengen gleiche Stärke haben. Das Zöllnersche Photometer haben wir im zweiten Bande kennen gelernt, im übrigen war die Anordnung der Versuche den Müllerschen ähnlich, nur daß Zöllner, um die Stromstärke genau konstant halten zu können, in den Stromkreis auch ein Rheochord einschaltete.

Zöllner fand, daß, damit zwei Drähte verschiedenen Durchmessers immer die gleiche Lichtmenge ausstrahlen, welches im übrigen auch die ausgestrahlte Lichtmenge ist, die Stromstärken sich verhalten müssen wie die Dicken der Drähte. Folgende kleine Tabelle giebt die schließlichen Resultate von vier Versuchsreihen; die ersten beiden Kolonnen enthalten

(Gesetzen der Erhaltung leicht verständlich. Die Erhaltungsgeschwindigkeit ist nach denselben in Wasserstoff viel größer als in Luft, und da die Temperatur des Drahtes dann konstant wird, wenn er in gleichen Zeite ebensoviel Wärme an die Umgebung abgibt als er empfängt, so kann die Temperatur des Drahtes im Wasserstoff nie so hoch werden als in der Luft; deshalb gelangen beide Drähte nicht gleichzeitig zum Glühen und deshalb kann der im Wasserstoff liegende Draht das Kalorimeter nicht so weit erwärmen, als der von Luft umgebene<sup>1)</sup>).

Das Glühen von Drähten hat in der letzten Zeit eine ausgedehnte praktische Anwendung gefunden in den elektrischen Glühlampen. Als Drähte werden in denselben Kohlenfäden benutzt, deren Querschnitte sehr klein sind und welche von den verschiedenen Verfertignern solcher Lampen, Edison, Swan, Maxim, Müller, Cruto, Siemens & Halske u. a. in verschiedener Weise angefertigt und geformt werden. Die Kohlenfäden befinden sich in möglichst luftleer gemachten Kugeln oder Birnen aus dünnem Glase, sie sind an Platindrähten befestigt, welche in einem Ansätze an den Gefäßen eingeschmolzen sind und ein wenig aus dem Glase hervorragen, um sie in den Stromkreis einschalten zu können. Die Kohlenfäden werden durch den Strom zur hellen Gelbglut erhitzt und geben so ein Licht, das dem weissen erheblich näher kommt als das Licht unserer Gasflammen.

Der Widerstand der Kohlenfäden ist ein ganz erheblicher, so daß es relativ schwacher Ströme bedarf, um sie zu jener Glut zu bringen; da wir früher sahen, daß der Widerstand der Kohle mit steigender Temperatur abnimmt, so ist derselbe in den Kohlenfäden im heißen Zustande kleiner als im kalten. Man kann ihn leicht durch Beobachtung der Stromstärke und der Potentialdifferenz an den zu den Kohlenfäden führenden Platindrähten erhalten. Um ein Bild der bei den Glühlampen vorkommenden Verhältnisse zu geben, sind im Folgenden für einige Lampen die Lichtstärken in sogen. Normalkerzen unter  $L$ , die Stromstärken in Amperes unter  $J$ , die Differenzen der Potentialfunktion an den Zuleitungsdrähten in Volt unter  $V$ , die Widerstände der Kohlenfäden in Ohm unter  $W$ , und unter  $JV = J^2 W$  die elektrische Energie, das heisst eine der in den Lampen entwickelten Wärme proportionale Zahl zusammengestellt:

Lampen	$L$	$J$	$V$	$W$	$JV$
Edison <i>B</i>	11,09	0,825	55,78	67,68	46,02
„ <i>A</i>	15,72	0,747	102,2	136,6	76,35
Swan klein	13,00	1,272	38,12	29,96	48,49
„ groß	43,48	1,143	125,85	96,37	143,84
Siemens	15,72	0,939	98,89	105,25	92,86.

Betreffs des Specielleren über die Glühlampen verweisen wir auf den citierten Bericht der Münchner Kommission.

1) *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.

2) Officieller Bericht über die internationale Elektrizitätsausstellung, verbunden mit elektrotechnischen Versuchen in München im Jahre 1882, bearbeitet und herausgegeben von der Prüfungskommission, redigiert von *von Bezold*, *Müller*, *Pfeiffer*.

## §. 97.

**Der elektrische Flammbogen.** Die einfachste und zuerst beobachtete<sup>1)</sup> Lichtwirkung des galvanischen Stromes zeigt sich, wenn man einen metallischen Stromkreis eines kräftigen galvanischen Stromes an irgend einer Stelle unterbricht; es springt dann zwischen den Unterbrechungstellen ein Funke über, welcher dem elektrischen Funken sehr ähnlich ist. Die Farbe des Funkens ändert sich mit den Metallen, zwischen welchen er überspringt, er ist um so lebhafter, je leichter die Metalle verdampfen oder verbrennen, am lebhaftesten, wenn man ihn zwischen einem Metalle und Quecksilber überspringen läßt, wenn man also den Stromkreis dadurch unterbricht, daß man einen Draht aus Quecksilber zieht.

Auf den ersten Blick und bei der Ähnlichkeit dieser Erscheinung mit dem Funken bei der Elektrisiermaschine sollte man glauben, daß der galvanische Funke ebenfalls die in der Schlagweite überspringende Elektrizität ist. Daß dem jedoch nicht so ist, ergibt sich schon daraus, daß der Funke überspringt, wo wir auch den Schließungsbogen unterbrechen, während doch die Dichtigkeit der Elektrizität auf demselben in einiger Entfernung von den Polen der Batterie eine sehr kleine ist. Noch entscheidender spricht aber gegen diese Annahme, daß man bei einem Stromkreise, welcher schon sehr kräftige Öffnungsfunken zeigt, durchaus keine Funken erhält, wenn man den Stromkreis schließt. Jacobi<sup>2)</sup> näherte die Enden des Schließungsbogens einer aus 12 Platin-Zink-Elementen bestehenden Säule durch Mikrometerschrauben bis auf 0,00127 mm, er konnte indes einen Funken beobachten.

Daraus folgt, daß der bei dem Öffnen der Kette auftretende Funke nicht die in der Schlagweite überspringende Elektrizität ist; es ist vielmehr zunächst eine Erscheinung des galvanischen Glühens, dessen Entwicklung sich leicht folgendermaßen ergibt<sup>3)</sup>: Vermindert man den Querschnitt eines vom Strom durchflossenen Leitungsdrahtes an einer Stelle mehr und mehr, so gerät er daselbst in immer lebhafteres Weißglühen, er zuletzt entweder schmilzt, oder mit hellem Glanze verbrennt. Eine solche Verminderung des Querschnittes tritt immer dann ein, wenn man zwei mit den Polen der Säule verbundene Leitungsdrähte mit ihren Enden an einander preßt und sie dann von einander entfernt. Deshalb muß in den Momente der Trennung ein Glühen der sich noch in wenigen Punkten berührenden Stellen der Drähte und damit eine Verbrennung eintreten, welche dann als Funke auftritt.

Wenn dieses auch der gewöhnlich auftretende Funke ist, so können auch bei galvanischen Batterien elektrische, in der Schlagweite auftretende Funken sich zeigen, wenn nur die Dichtigkeit der Elektrizität an den Polen der Batterie hinreichend ist, um eine merkliche Schlagweite zu besitzen. Derartige Funken hat Crosse<sup>4)</sup> mit einer Säule von 1626 Kupfer-Zink-Elementen beobachtet, in welcher als Leitungsflüssigkeit Wasser angewandt

1) Nicholson, Gilberts Annalen Bd. VI.

2) Jacobi, Poggend. Ann. Bd. XLIV.

3) Wiedemann, Galvanismus. Bd. I. §. 701. 2. Aufl.

4) Crosse, Philosophical Magazin. vol. XVII. 1840.

war. Gassiot<sup>1)</sup> hat mit 3520 solcher Elemente schon in einem Abstände von 0,25 mm Funken erhalten, welche Tage lang in einem kontinuierlichen Strome übersprangen. Wir kommen auf diese Erscheinungen später zurück.

Bei Anwendung sehr kräftiger Batterien, welche indes noch lange nicht ausreichen, um beim Schließen des Stromkreises oder gar in der Schlagweite Funken zu geben, kann man nach Herstellung des Funkens bei dem Öffnen des Kreises einen kontinuierlichen Übergang von Elektrizität erhalten, wenn man die getrennten Teile in einer sehr kleinen Entfernung festhält. Man erhält dann zwischen den getrennten Enden des Schließungsbogens einen Lichtbogen, den sogenannten Davyschen Lichtbogen, welcher zu den glänzendsten Naturerscheinungen gehört.

Der erste, welcher diesen Lichtbogen beobachtete, war wohl Davy<sup>2)</sup>, derselbe verband durch Drähte mit den Polen einer Säule von 2000 Elementen zwei Kohlenstifte von 3 cm Länge und 4 mm Durchmesser. Nachdem er dieselben in Berührung gebracht hatte, entfernte er sie von einander, und es bildete sich zwischen den Kohlenspitzen ein dauernder Lichtbogen von höchstem Glanze. Derselbe dauerte fort, selbst als die Spitzen der Kohlen bis 10 cm von einander entfernt waren.

Es bedarf indes zur Erzeugung eines solchen Lichtbogens nicht einer Säule von 2000 Elementen, wie Davy sie anwandte, sondern es genügt dazu schon 20 bis 30 Bunsensche oder Grovesche Elemente, ja selbst mit 12 großplattigen Groveschen Elementen läßt sich derselbe darstellen. Um ihn zu erhalten, muß man im allgemeinen in der angegebenen Weise verfahren, daß man die Enden des Schließungsbogens, zwischen welchen er erzeugt werden soll, zunächst an einander bringt und dann vorsichtig von einander entfernt; der eintretende Öffnungsfunke leitet den Übergang der Elektrizität ein. Man kann indes den Lichtbogen auch erhalten, wenn man den Übergang der Elektrizität, anstatt ihn durch den Öffnungsfunken einzuleiten, dadurch herstellt, daß man zwischen den sehr genäherten Enden des Schließungsbogens den elektrischen Funken einer Leydener Flasche überspringen läßt<sup>3)</sup>.

Die Entfernung, bis zu welcher man nach hergestelltem Lichtbogen die Enden des Schließungsbogens von einander entfernen kann, hängt ab von der Umgebung, in welcher der Lichtbogen dargestellt wird, von der Intensität des Stromes und besonders von der Natur der Elektroden. Ein sehr bequemer Apparat zur Untersuchung der verschiedenen Umstände ist folgender, welchen Wiedemann beschreibt<sup>4)</sup>: Eine Glasglocke *A* (Fig. 173) ist an drei Stellen tubuliert. Auf den Tubulus *b* ist ein Hahn luftdicht aufgekittet. Der Tubulus *c* trägt eine Fassung, in welcher man einen Deckel *d* einschrauben kann, der in seiner Mitte den dicken Metallstab

1) Gassiot, Philosophical Magazin. vol. XXV. 1844.

2) Davy, Philosophical Transactions for 1821.

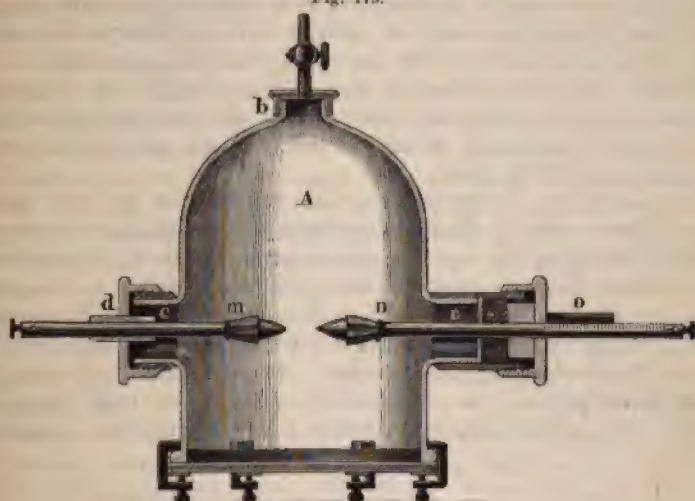
3) Daniell, Poggend. Ann. Bd. LX. S. 381.

4) Wiedemann, Galvanismus. Bd. I. §. 703. 2. Aufl. Auf eine Beschreibung der vielen elektrischen Bogenlampen resp. Regulatoren, Differentiallampen u. a. v. können wir hier nicht eingehen, wir verweisen deshalb auf die Werke über elektrische Beleuchtung, so auf die neueste Auflage von Schellens elektromagnetische Maschinen. Köln bei Dumont-Schauberg 1883.



trägt. An diesen Stab wird außerhalb der Glocke der eine Leitungsdraht der Säule festgeklemmt. Auf den gegenüberliegenden Tubulus *e* ist eine Stopfbüchse aufgekittet, durch die ebenfalls ein dicker Metallstab *n* hindurchgeschoben werden kann. Diese Metallstäbe tragen in Bleistifthaltern ähnlichen federnden Klemmen die Körper, Kohlenstifte, Metallbleche u. dgl., zwischen denen der Lichtbogen erzeugt werden soll. Der Stab *n* trägt eine Millimeterteilung, an dieser anliegend ist auf der Stopfbüchse ein Nonius befestigt, so daß man den Abstand der Spitzen genau messen kann.

Fig. 173.



Man stellt die Glocke auf den Teller einer Luftpumpe, oder auf eine genau schließende Spiegelglasplatte, an welcher sie, wie die Figur zeigt, festgeklemmt werden kann. Erzeugt man in diesem Apparate den Lichtbogen zwischen Kohlenstippen und bestimmt seine größte Länge, wenn die Glocke mit Luft unter dem Drucke der Atmosphäre gefüllt ist, so kann man den Abstand der Spitzen noch weiter vergrößern, wenn man die Luft aus der Glocke auspumpt. So konnte Davy den Abstand der Kohlenstippen bei Anwendung der vorhin angegebenen Säule von 11 auf 18 cm vergrößern, während die Luft bis auf 6 mm Quecksilberdruck ausgepumpt wurde.

Ebenso wird der Lichtbogen verlängert, wenn man die Anzahl der Elemente vermehrt, welche ihn hervorruft, also die elektromotorische Kraft der Säule. Bei Anwendung von 600 zu einer Säule verbundenen Bunsenschen Elementen konnte Despretz<sup>1)</sup> einen Bogen von 16,2 cm Länge erzeugen.

Von dem wesentlichsten Einfluß ist aber auf den Lichtbogen die Natur der Elektroden, er entsteht um so leichter und kann um so mehr verlängert werden, je leichter die Elektroden verflüchtigt werden können. Zwischen Platindrähten ist er deshalb am schwierigsten herzustellen und

1) Despretz, Comptes Rendus. T. XXX. p. 367.



am kürzesten. Zwischen leichtflüchtigen Metallen, wie Zink, kann er länger erhalten werden, am längsten zwischen Kohlenspitzen, welche mit leichtflüchtigen Salzen getränkt sind. So giebt Casselmann<sup>1)</sup> an, daß, während bei einer Säule von 44 Bunsenschen Elementen die Länge des Bogens zwischen rohen Kohlenspitzen bis auf 4,5 mm gebracht werden konnte, sie bei mit Ätzkali getränkter Kohle bis auf 8 mm vergrößert werden konnte.

Aus dem Einflusse der Flüchtigkeit der Elektroden auf die Ausbildung und die Länge des Lichtbogens ergibt sich schon, daß die Elektroden, zwischen welchen derselbe gebildet ist, sich verflüchtigen. Das zeigt auch die Abnahme der Masse derselben, welche stets stattfindet. Bei der Herstellung des Bogens in der Luft hat diese Verflüchtigung zum Teil ihren Grund darin, daß sie verbrennen; daß das aber nicht der einzige Grund der Abnahme derselben ist, folgt daraus, daß sie auch im luftleeren Raum oder in Stickstoff bedeutend an GröÙe verlieren, wo eine Verbrennung derselben nicht stattfinden kann.

Untersucht man die Elektroden, zwischen welchen sich der Bogen im luftleeren Raum oder in Stickstoff gebildet hat, so findet man stets, daß die positive Elektrode am meisten abgenommen und daß die negative, also jene, in welche der positive Strom übergeht, häufig sogar an Gewicht zugenommen hat. Daraus folgt, daß in dem Lichtbogen ein Transport von Theilen, welche sich von der positiven Elektrode losgerissen haben, zur negativen Elektrode stattgefunden hat. Erzeugt man z. B. den Bogen zwischen Kohlenspitzen, so erhalten dieselben sehr bald das Ansehen Fig. 174. Die positive Spitze höhlt sich kraterartig aus, während die

Fig. 174.



negative Elektrode ihre spitze Gestalt beibehält, und sich rings um die Spitze kleine kugelförmige Erhöhungen zeigen. Man sieht diese Erscheinung am besten, wenn man von dem Lichtbogen mittels einer Linse auf einem Schirme ein objectives Bild entwirft, da das Licht viel zu blendend ist, als daß man direkt auf die Elektroden hinsehen könnte<sup>2)</sup>.

Wir haben soeben angegeben, daß der Bogen sich leichter zwischen leichtflüchtigen Elektroden bildet; nach der letzten Erfahrung können wir

<sup>1)</sup> Casselmann, Poggend. Ann. Bd. LXIII.

<sup>2)</sup> er. Pouillet, Lehrbuch der Physik. 5. Aufl. 2. Bd.

es dahin näher bestimmen, daß es vorwiegend auf die Natur der positiven Elektrode ankommt. Zwischen einer leichtflüchtigen positiven und einer nicht leichtflüchtigen negativen Elektrode bildet sich der Bogen fast so leicht und lang als zwischen zwei leichtflüchtigen Spitzen. Macht man dagegen die schwerflüchtige Elektrode zur positiven, so kann der Bogen nur wenig länger erhalten werden als zwischen zwei schwerflüchtigen Elektroden.

Nach den Versuchen von van Breda<sup>1)</sup> findet indes auch ein Transport der negativen zu der positiven Elektrode statt, jedoch in viel geringerer Masse. Man erkennt das am leichtesten, wenn man zwei verschiedene Metalle zu Elektroden wählt; auf jeder ist dann das andere Metall nachzuweisen. Breda hat dieses sogar durch Gewichtsbestimmungen gezeigt; stellte z. B. den Bogen im luftleeren Raume zwischen zwei Eisenkugeln auf und fand, daß beide Kugeln an Gewicht verloren hatten<sup>2)</sup>.

Diese Verflüchtigung der Elektroden, selbst der am schwersten schmelzbaren Metalle beweist, daß die Temperatur des Lichtbogens eine äußerst hohe sein muß; es ist vielleicht die höchste, welche wir zu erzeugen imstande sind. Wir haben bereits im dritten Teile §. 66 die Versuche von Despretz<sup>3)</sup> erwähnt und angeführt, wie es ihm gelungen sei, auch die schwersten schmelzbaren Körper mit Hilfe einer Bunsenschen Batterie von 500 bis 600 Elementen zum Schmelzen zu bringen. Die Kohlenspitzen, welche Despretz zur Herstellung des Lichtbogens in einem luftleeren Raume benutzte, verdampften, und an den Wänden der Glasglocke fand sich nachher ein schwarzer krystallinischer Absatz des wieder niedergeschlagenen Kohlendampfes. Kleine Kohlenstücke, welche sich in einem als positiver dienenden Graphittiegel befanden, waren, nachdem der Lichtbogen einige Zeit gedauert, aneinander geschweisst. Wie überhaupt der Lichtbogen zu den brillantesten Naturerscheinungen gehört, so kann man die Temperatur desselben zu den glänzendsten Verbrennungserscheinungen setzen; so verbrennen alle Metalle in demselben, Zink mit einer glänzenden blauen, Kupfer mit einer grünlichen Flamme; Eisen und Stahl mit der positiven Elektrode in Berührung gebracht verbrennt, selbst in Form von dünnen Blechen, wie eine Uhrfeder in Sauerstoffgas.

Es zeigt sich betreffs der Hitzeentwicklung, daß die Temperatur der positiven Elektrode stets eine höhere ist als diejenige der negativen Elektrode. Man kann das schon leicht wahrnehmen, wenn man den Lichtbogen einfach zwischen Kohlenspitzen herstellt, und dann die Kohlenspitzen weit von einander entfernt, daß der Lichtbogen aufhört. Die positive Elektrode ist weißglühend, während die negative nur eben rotglühend ist, und wenn letztere schon ganz dunkel ist, glüht erstere noch lebhaft. Wenn man als Enden der Leitungsdrähte zwei Kupferdrähte nimmt, diese einzeln übereinander legt und dann ein wenig von einander entfernt, glüht oft der positive Draht allein, oder beide Drähte werden glühend,

1) van Breda, Poggend. Ann. Bd. LXX.

2) Man sehe auch die Versuche von Herwig, Poggend. Ann. Bd. CXIX, welche zu demselben Resultate kommen, und gleichzeitig zeigen, daß eine erhebliche Beziehung zwischen der Stromstärke und den übergeführten Mengen besteht.

3) Despretz, Comptes Rendus T. XXVIII. p. 756. T. XXIX. p. 48 u. 545.



der positive aber viel lebhafter und während dann der negative Draht nur innerhalb des Stromkreises glüht, glüht am positiven Drahte noch ein außerhalb des Stromkreises liegendes Stück<sup>1)</sup>).

Wenn man einen Lichtbogen zwischen einem Metalldrahte und Quecksilber hervorbringt, so ist derselbe glänzend, der Draht glüht lebhaft, wenn man ihn als positive Elektrode benutzt; dient dagegen das Quecksilber als positive Elektrode, so zeigt sich nur ein kleiner Funke, der Draht glüht nicht und statt dessen verdampft das Quecksilber sehr stark<sup>2)</sup>).

Die hohe Temperatur des Lichtbogens und den Unterschied in der Temperatur der positiven und negativen Elektrode ergeben auch die direkten Messungen Rosettis<sup>3)</sup> über die Temperatur des zwischen Kohlen spitzen erzeugten Lichtbogens. Rosetti wandte zu seinen Versuchen das im §. 40 des dritten Bandes beschriebene Verfahren an, er liefs die einzelnen Teile des Lichtbogens gegen eine Thermosäule strahlen und berechnete aus der beobachteten Strahlung die Temperatur nach der Gleichung

$$S = (aT^2 - b)(T - T_0),$$

wenn  $S$  die beobachtete Strahlung,  $T$  die Temperatur des strahlenden Körpers,  $T_0$  die Temperatur der Thermosäule, die Temperaturen vom absoluten Nullpunkte aus gerechnet,  $a$  und  $b$  Konstanten sind, welche von der Empfindlichkeit der Thermosäule abhängig sind. Um die Temperatur des Lichtbogens selbst zu erhalten, wurden die Kohlen spitzen abgeblendet, so dafs nur der Lichtbogen strahlte. Zur Berechnung der Temperatur wurde die beobachtete Strahlung durch das Emissionsvermögen des Lichtbogens dividiert, welches Rosetti dem einer nichtleuchtenden Bunsenschen Flamme von gleicher Dicke gleich setzt.

Liefs Rosetti nur die positive Spitze auf die Thermosäule strahlen, so ergab sich die Temperatur um so höher, je kleiner das strahlende Stück und je näher es an der Spitze war. Die Temperatur der Spitze selbst fand er zu 3900° C. und zwar scheint dieselbe von der Stärke des den Lichtbogen erzeugenden Stroms nur wenig abzuhängen, meistens erhielt Rosetti dieselbe Temperatur der Spitze bei einer Stromstärke von 32 und von 60 chemischen Einheiten, also von 3,06 oder 5,75 Ampères.

Für die negative Elektrode ergab sich als Maximaltemperatur 3150° C.

Die Temperatur des Flamm bogens ist erheblich höher, Rosetti erhielt für dieselbe den Wert von 4800°—4844° C., und zwar ebenfalls unabhängig von der Stromstärke.

Verstärkung des Stromes bewirkt wesentlich nur, dafs die Glüherscheinung sich weiter über die Kohlen erstreckt, die Flächen, welche die Maximaltemperaturen haben, werden mit dem stärkeren Strome erheblich gröfser.

1) Gassiot, Philosophical Magazin vol. XIII. 1838. Poggend. Ann. Bd. XLV.

2) Tyrtov, Poggend. Ann. Bd. LXX.

3) Rosetti, Atti dell' Ist. Venet. (5) V p. 1—18. Beiblätter Bd. III. S. 821. Mem. della R. Acc. dei Lincei (3) Bd. IV. Beiblätter Bd. IV p. 134. Ich kenne die Arbeit nur aus den Beiblättern, kann deshalb, da dort nicht die Beobachtungen selbst, sondern nur die Resultate angegeben sind, nicht berechnen, welchen sich nach dem Stefanschen Strahlungsgesetz ergeben würden. Würden etwas tiefer sein.

Der hohen Temperatur des Lichtbogens entsprechend ist auch die Intensität des von demselben ausgesandten Lichtes. Nach einer Messung von Bunsen mit dem von ihm angegebenen Photometer<sup>1)</sup> ist die Intensität des Lichtbogens zwischen Kohlenspitzen bei 48 Bunsenschen Elementen und einer Stromintensität gleich 52,32 nach absolutem Maße gleich der Helligkeit von 576 Stearinlichtern. Wurden die Kohlenspitzen mehrfach mit einer konzentrierten Lösung von Glaubersalz getränkt, so wurde die Helligkeit mehr als verdoppelt.

Ausgedehnte Messungen sind über die Intensität des Lichtbogens von Casselmann<sup>2)</sup> angestellt worden. Derselbe bediente sich ebenfalls des Bunsenschen Photometers und verglich die Helligkeit des Lichtbogens mit der einer Stearinflamme, deren Leuchtkraft als Einheit angenommen ist. Folgende Tabelle enthält die Resultate dieser Messungen. Die Stromstärke ist nach absolutem Maße gemessen, 10 Einheiten sind gleich ein Ampère.

Elektroden	Abstand der Spitzen	Stromstärke	Licht- intensität
rohe Kohle	unmessbar	90,504	92,3
esgl.	4,5 mm	65,275	139,4
Kohle, getränkt mit salpetersaurem Strontian	0,75	94,037	334,7
	0,75	101,540	336,6
	0,50	113,900	353,0
	6,75	83,928	274,0
Kohle, getränkt mit Ätzkali	2,5	95,910	150,0
	8,0	78,000	75,1
mit Zinkchlorid	1,0	76,596	623,8
	5,0	64,141	159,1
mit Borax und Schwefelsäure	1,5	67,611	1171,3
	5,0	60,887	165,4

Diese Versuche beweisen, daß das Maximum der Helligkeit mit dem Minimum der Entfernung der Kohlenspitzen zusammenfällt. Denn wenn man z. B. bei dem Versuche mit der rohen Kohle die größere Intensität des ausgesandten Lichtes sich bei 4,5 Millimeter Abstand zeigt, so ist zu denken, daß der leuchtende Bogen dabei viel größer ist als bei unmeßbarer kleiner Entfernung.

Aus demselben Grunde sagen auch die in der letzten Spalte der Tabelle angegebenen Zahlen direkt nichts über die Leuchtkraft des Flammenbogens aus, da eine Kerzenflamme bedeutend größer ist als der Lichtbogen. In dem Casselmann die Größe des Lichtbogens nach ungefährender Schätzung mit der Größe einer Kerzenflamme verglich, fand er, daß die Intensität des von einer gleichen Fläche des Lichtbogens, vorausgesetzt, daß derselbe überall gleiche Leuchtkraft habe, ausgesandten Lichtes im Verhält-

1) *Bunsen*, Poggend. Ann. Bd. LX.

2) *Casselmann*, Poggend. Ann. Bd. LXIII.

nis zum Kerzenlichte durch vielleicht noch 100 mal größere Zahlen ausgedrückt werden müßte, wenn der Lichtbogen das Maximum der Helligkeit hat. Da nun aber der Lichtbogen in der Nähe der positiven Elektrode die größte Helligkeit besitzt, so ist die Leuchtkraft desselben an dieser Stelle eine bedeutend größere.

Intensitätsmessungen des elektrischen Lichtes sind in den letzten Jahren vielfach gemacht worden, seitdem das Bogenlicht in der Praxis eingeführt und zur Beleuchtung großer Räume, freier Plätze und Straßen vielfach benutzt wird. Es hat sich dabei ergeben, daß die Intensität des Lichtes nach den verschiedenen Richtungen eine sehr verschiedene ist. Man nimmt zu Beleuchtungszwecken, da der positive Pol weitaus das meiste Licht aussendet, den positiven Pol der Lampen oben. Geht man dann von der horizontalen Richtung aus, so ergibt sich, daß die Intensität, wenn man in gegen die Horizontale nach oben geneigten Richtungen beobachtet, sehr rasch abnimmt; die Intensität nimmt dagegen ganz erheblich zu in nach unten geneigten Richtungen bis zu einem Maximum, welches für die verschiedenen Lampenkonstruktionen etwas verschieden, in der Regel bei  $40^{\circ}$ — $50^{\circ}$  Neigung gegen den Horizont vorhanden ist. Bei weiterer Neigung nimmt die Intensität wieder ab.

Man unterscheidet deshalb bei den elektrischen Lampen die Intensität nach verschiedenen Richtungen und die mittlere räumliche Helligkeit; die letztere wird ausgedrückt als Helligkeit einer Lichtquelle, welche die gleiche Lichtmenge aussendet wie die elektrische Lampe, aber gleichmäßig nach allen Richtungen des Raumes.

So ergab sich z. B. für eine Differentiallampe von Crompton bei den Versuchen der Münchener Kommission<sup>1)</sup>, als die Stromstärke im Mittel etwa 17 Amperes, die Differenz der Potentialfunktion an den Polen der Lampe etwa 66 Volts betrug, die Helligkeit in der Horizontalen gleich der von 566 Normalkerzen, unter einer Neigung von

15°	30°	45°	60°
zu 1531	2523	3071	2975 Normalkerzen

und für die mittlere räumliche Helligkeit der Wert 1221 Normalkerzen.

Zu einem genaueren Eingehen auf die Intensitätsverhältnisse der elektrischen Lampen fehlt uns hier der Raum, wir müssen deshalb auf die Specialwerke über Elektrotechnik verweisen.

Fizeau und Foucault<sup>2)</sup> haben die Helligkeit des elektrischen Lichtes mit demjenigen der Sonne verglichen, indem sie die chemischen Wirkungen beider mit einander verglichen. Sie ließen zwei Strahlenkegel gleicher Öffnung, den einen von der Sonne, den anderen von dem positiven Pole eines durch 46 Bunsensche Elemente erzeugten Lichtbogens ausgehend, jeden auf eine präparierte Daguerresche Platte wirken, nachdem die Strahlen durch Linsen gleicher Brennweite konzentriert waren. Sie beobachteten dann die Zeit, welche erforderlich war, damit beide Platten gleiche Eindrücke

1) In dem schon citierten Berichte über die Münchner elektrische Ausstellung im Jahre 1882.

<sup>2)</sup> Fizeau und Foucault, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XI an. Bd. LXIII.



hielten. Man darf annehmen, daß diese Zeiten der Intensität der chemisch wirksamen in beiden Kegeln vorhandenen Strahlen umgekehrt proportional sind. Da nun die Lichtkegel gleiche Öffnung hatten, ist die Intensität der ihnen enthaltenen Strahlen der Intensität der von gleichen Flächenstücken der Sonne und des Lichtbogens am positiven Pole überhaupt ausgesandten Strahlen proportional. Nimmt man nun an, daß die Intensität des von der Sonne und von dem Lichtbogen ausgesandten Lichtes der Intensität der chemisch wirksamen Strahlen proportional ist, so verhalten sich die beiden Intensitäten umgekehrt wie die Zeiten, welche zur Hervorbringung gleicherindrücke auf den Platten erforderlich sind. So ergab sich, daß die Intensität des positiven Poles bei Anwendung von 46 Bunsenschen Elementen 235 des Sonnenlichtes war, bei Anwendung einer Säule von 46 dreifachen Elementen 0,385 des Sonnenlichtes. Das Licht der negativen Elektrode war etwa nur ein Drittel dieser Intensität.

Wie sehr diese Intensität die aller sonstigen irdischen Lichtquellen übertrifft, ergibt sich daraus, daß jene des nach diesem intensivsten, des Rumford'schen Kalklichtes nur ungefähr 0,006 des Sonnenlichtes ist.

Der Wert von Fizeau und Foucault für die Intensität des elektrischen Lichtes ist indes etwas zu groß, da eine prismatische Untersuchung des elektrischen Lichtes in demselben relativ mehr chemisch wirksame Strahlen ergab als im Sonnenlicht. Wie wir im zweiten Teile sahen, sind hauptsächlich die Strahlen kleinerer Wellenlänge die chemisch wirksamen; die prismatische Untersuchung des elektrischen Lichtes zeigt nun, daß die violetteten Strahlen in demselben sehr reichhaltig sind. Deswegen ergab das elektrische Licht auch äußerst brillante Fluorescenz-Erscheinungen.

Im übrigen läßt gerade die prismatische Untersuchung des Flammenbogens erkennen, daß dieselbe im wesentlichen eine Glüherscheinung ist, und das Spektrum desselben zeigt die hellen Linien, welche für die Substanzen charakteristisch sind, zwischen denen der Bogen gebildet ist.

Damit ist nun auch sofort die Erklärung dieses ganzen Phänomens gegeben. Der Bogen beginnt als einfacher Öffnungsfunk; bei der Trennung der sich zunächst berührenden Spitzen kommen die zuletzt sich berührenden Teile zum Glühen, sie werden dadurch losgerissen und bilden nach der Trennung der Elektroden zwischen denselben eine leitende Verbindung, so daß der Strom durch sie hindurchgeht. Wegen des großen Widerstandes aber, den diese Leitung bietet, kommt sie nach dem Joule'schen Gesetze zu lebhaftem Glühen. Ist diese Kette einmal hergestellt, wird sie durch reichlich infolge der hohen Temperatur losgerissene Theilchen unterhalten, und man kann dann durch vorsichtiges Bewegen der Elektroden selbst eine gewisse Strecke von einander entfernen, ohne die leitende Verbindung zu unterbrechen, und zwar um so weiter, je öfter von den Elektroden die kleinen Theilchen losgerissen werden, welche die Leitung des Stromes vermitteln. Entfernt man indes die Elektroden weit von einander, so können die von der einen Elektrode losgerissenen Theilchen die andere nicht mehr erreichen; der Strom wird unterbrochen und der Lichtbogen erlischt; um ihn wieder herzustellen, muß man die Elektroden wieder mit einander in Berührung bringen, oder zwischen den sich genäherten einen elektrischen Funken überspringen lassen.

Daß der Lichtbogen die Elektrizität in der That leitet, ergibt sich

direkt aus der Thatsache, daß der elektrische Strom nach der Trennung nicht aufhört; häufig bei geringem Abstände der Elektroden ist sein Widerstand sogar nur klein.

Matteucci<sup>1)</sup> schaltete in einem Stromkreise, in welchem ein Lichtbogen erzeugt wurde, ein Voltameter ein und fand, daß in demselben in einer Minute entwickelt wurden 57, 44, 38 ccm Knallgas, als die Kohlenspitzen 2, 3, 4 mm von einander entfernt waren. Da nun bei einer Verlängerung des Lichtbogens um das Doppelte der Strom nur ungefähr im Verhältnis 3 zu 2 geschwächt wurde, so folgt, daß der Widerstand des Lichtbogens gegen den des übrigen Stromkreises keineswegs besonders groß ist. Das zeigte auch bei einer andern Versuchsreihe eine Vergleichung der Stromstärke, wenn die Elektroden mit einander in Berührung waren, und wenn zwischen denselben sich der Lichtbogen bildete.

Bei Berührung der Elektroden entwickelten sich in einer Minute 46 ccm Knallgas; als der Abstand derselben 3 mm betrug, und die Elektroden bestanden aus

Kupfer,	war die entwickelte Knallgasmenge	23 ccm
Messing	" " "	26 "
Eisen	" " "	27 "
Kohle	" " "	29 "
Zink	" " "	35 "
Zinn	" " "	45 "

Man sieht, daß der Widerstand des Bogens sich ändert mit der Natur der Elektroden, daß er um so kleiner wird, je leichter dieselben verflüchtigt werden. Es fällt das vollständig mit der Erfahrung zusammen, daß der Bogen um so leichter gebildet wird und um so mehr verlängert werden kann, je leichter die Elektroden verflüchtigt werden, und ist ein neuer Beweis dafür, daß der Lichtbogen weiter nichts ist, als ein wegen seines Widerstandes sehr hell glühender Teil der Leitung.

Eine genauere Untersuchung des Widerstandes, welchen der elektrische Lichtbogen dem Strome entgegensetzt, hat Edlund<sup>2)</sup> ausgeführt. In den Stromkreis, welcher die Spitzen des Bogens enthielt, welche durch eine Schraube beliebig von einander entfernt und deren Entfernung gemessen werden konnte, wurde als Rheostat ein mit Kupfervitriollösung gefüllter Holzkasten eingefügt, in welchen zwei Kupferplatten als Elektroden eingesenkt waren. Es wurde zunächst die Stromstärke gemessen, wenn die Kohlenspitzen sich berührten und in dem Rheostaten eine Flüssigkeitsschicht von gewisser Dicke eingeschaltet war. Darauf wurde der Lichtbogen hergestellt, und der durch Einschalten der Luftstrecke geschwächte Strom durch Ausschalten der Flüssigkeit, also näheres Zusammenschieben der Kupferelektroden wieder auf die frühere Stärke gebracht. Indem Edlund den Lichtbogen allmählich verlängerte, und jedesmal durch näheres Zusammenrücken der Kupferelektroden in dem Rheostaten dem Strom die frühere Stärke wiedergab, konnte er die Abhängigkeit des Widerstandes von der Länge des Lichtbogens bestimmen. Dabei ergab sich, daß der

1) *Matteucci*, Comptes Rendus XXX. p. 201.

2) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXXXI.

Widerstand des Lichtbogens sich mit zunehmender Länge vergrößerte, daß derselbe aber nicht einfach der Länge des Bogens proportional war, sondern sich durch eine Gleichung von der Form

$$w = a + b \cdot l$$

stellen ließ, worin  $a$  und  $b$  zwei Konstanten und  $l$  die Länge des Lichtbogens bedeuten. So ergab sich bei einem Versuche, als die Längen des Lichtbogens waren

5 Skalenteile	=	2 mm,	der Widerstand zu	7,8
4       "	=	1,6       "	"       "	7,6
3       "	=	1,2       "	"       "	7,3
2       "	=	0,8       "	"       "	7,1
1       "	=	0,4       "	"       "	6,9

mit

$$w = 6,74 + 0,2 \cdot l,$$

enn die Länge in Skalenteilen ausgedrückt ist.

Es ergibt sich somit, daß mit Herstellung des Lichtbogens eine von der Länge desselben unabhängige Ursache der Stromschwächung vorhanden ist. Dieselbe kann einen doppelten Grund haben, es kann nämlich entweder bei Herstellung des Lichtbogens ein Übergangswiderstand, beim Übergange der Elektrizität aus den festen Teilen des Leiters in die Luft vorhanden sein, oder es kann bei der Herstellung des Lichtbogens

Lichtbogen eine elektromotorische Kraft auftreten, welche einen dem ursprünglichen entgegengesetzten Strom zu erzeugen strebt, und dadurch den Strom schwächt.

Denn bezeichnen wir die Stromstärke vor der Bildung des Lichtbogens mit  $J$ , die elektromotorische Kraft mit  $E$ , den Widerstand mit  $R$ , so ist nach dem Ohmschen Gesetze

$$J = \frac{E}{R}.$$

Nach Herstellung des Lichtbogens sinkt, wenn nicht die entsprechende Länge des Rheostaten ausgeschaltet wird, die Stromstärke auf  $J_1$ , und wir können diese Stromstärke darstellen durch

$$J_1 = \frac{E}{R + a + b l}.$$

Ebenso kann aber auch das von der Länge des Bogens unabhängige  $a$  eine Schwächung der elektromotorischen Kraft bedeuten, und wir können  $J_1$  darstellen durch

$$J_1 = \frac{E - p}{R + b l},$$

Wenn  $p$  aus den beiden letzten Gleichungen sich bestimmen läßt zu

$$p = \frac{a}{R + a + b} \cdot E.$$

Edlund schließt aus theoretischen Gründen, daß mit Herstellung des Lichtbogens eine Schwächung der elektromotorischen Kraft eintreten, relative daß im Lichtbogen eine dem ursprünglichen Strome entgegen-

gesetzte elektromotorische Kraft auftreten müsse. Er geht davon aus, daß der Lichtbogen durch eine Zerstäubung der Polspitzen zustande kommt, und bemerkt, daß diese Zerstäubung eine mechanische Arbeit erfordere. Mit dieser Arbeitsleistung muß aber die in dem ganzen Stromkreise entwickelte Wärmemenge kleiner werden, und das ist nur möglich, wenn unabhängig von dem im Lichtbogen neu eintretenden Widerstande eine Schwächung des Stromes eintritt. Denn würde der Strom nur nach Maßgabe des eingeschalteten Widerstandes geschwächt, so würde bei der Überwindung des Widerstandes eine demselben proportionale Wärmemenge entwickelt, die gesamte Wärmemenge wäre also nicht kleiner. Deshalb schließt Edlund, daß die von der Länge des Lichtbogens unabhängige Schwächung des Stromes in dem Auftreten einer elektromotorischen Gegenkraft ihren Grund habe, welche den Strom der mechanischen Arbeit entsprechend schwäche, und damit die entwickelte Wärmemenge absolut kleiner werden lasse.

Den Wert dieser elektromotorischen Gegenkraft findet Edlund, sobald die Stromstärke eine gewisse Größe hat, unabhängig von der Stromstärke<sup>1)</sup> und der elektromotorischen Kraft des zur Erzeugung des Lichtbogens verwandten Stromes, dagegen abhängig von der Natur der Spitzen, zwischen denen der Lichtbogen entsteht, sie ist kleiner, wenn der Lichtbogen zwischen Kupfer, als wenn er zwischen harter Kohle erzeugt wird.

Die Leitungsfähigkeit des Lichtbogens verschwindet nicht in dem Augenblicke, in welchem der ihn erzeugende Strom unterbrochen wird; sondern läßt man bei konstantem Abstände der Polspitzen den Strom nur eine ganz kurze Zeit unterbrochen, so stellt sich der Lichtbogen wieder her. Diese Erfahrung benutzte Edlund, um das Vorhandensein der elektromotorischen Kraft in dem Lichtbogen direkt nachzuweisen<sup>2)</sup>.

Der Lichtbogen wurde zu dem Zwecke in eine Zweigleitung eingeschaltet, welche ein Galvanometer enthielt und welche durch eine hebelartige Vorrichtung in dem Momente geschlossen werden konnte, in welchem eben durch das Umschlagen dieses Hebels der den Lichtbogen erzeugende Strom unterbrochen wurde. Kräftige Ausschläge in dem Galvanometer bewiesen dann, daß die Zweigleitung von einem Strome durchflossen wurde.

Frölich<sup>3)</sup> hat direkt die Potentialdifferenzen an den Polen des Lichtbogens gemessen, indem er während des Bestandes des Lichtbogens von den Kohlenstäben einen Strom mit so großem Widerstande abzweigte, daß der Hauptstrom durch diese Verzweigung gar nicht geändert wurde. Der Widerstand dieses Zweiges war in Ohm bekannt, und die Stromstärke in dem Zweige wurde in Amperes gemessen. Das Produkt aus dem Widerstande des Zweiges und der Stromstärke in demselben giebt somit die elektromotorische Kraft, beziehungsweise den Unterschied der Potentialfunktion an den Punkten der Hauptleitung, an welchen die Enden des Zweiges angelegt sind, ausgedrückt in Volts. Die so gemessene Differenz der Potentialfunktion liefs sich durch eine Gleichung darstellen von der Form

$$E = a + bI,$$

1) Edlund, a. a. O. und Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

2) Edlund, Poggend. Ann. Bd. CXXXIV.

3) Frölich, Elektrotechnische Zeitschrift. Jahrgang 1883. S. 150.



den  $L$  die in Millimetern gemessene Länge des Lichtbogens ist. Bei diesen Versuchen wurde die Länge des Bogens von 1 bis 16 mm, die Stromstärke von 4 bis 120 Amperes geändert, für  $a$  und  $b$  ergaben sich die Werte

$$a = 39, \quad b = 1,8.$$

Das Resultat ist ganz in Übereinstimmung mit dem von Edlund erhaltenen, es ist an den Grenzen des Lichtbogens eine erheblich größere Potentialdifferenz vorhanden, als sie vorhanden sein müßte, wenn man den Widerstand des Lichtbogens nach dem Ohmschen Gesetze berechnet.

Wenn es nach diesen Versuchen auch keinem Zweifel unterliegt, daß dem Lichtbogen eine elektromotorische Gegenkraft vorhanden ist, so darf es zu der Erklärung doch wohl nicht der Annahme, daß dieselbe der Zerstäubung der Polspitzen ihren Grund hat. Den Übergang der Elektrizität durch den Lichtbogen können wir uns nur nach Art der Funkenentladung denken, denn die einzige bewegende Kraft ist die Differenz der Potentialwerte der Elektrizität auf den Polspitzen selbst; es tritt folge des Zwischenraumes zwischen den Spitzen des Lichtbogens eine Diskontinuität in dem Gefälle ein, und es muß, wenn die Elektrizität durch einen Luftraum übergehen soll, der Potentialwert an den Enden einen grössern Wert haben, als wenn die beiden Spitzen durch einen Leiter gleichen Widerstandes verbunden wären. Diese Steigerung der Potentialwerte muß natürlich eine Verminderung des Gefälles in den ersten Teilen der Leitung und damit eine Schwächung des Stromes zur Folge haben. Trennt man die beiden Polspitzen von der Hauptleitung ab und verbindet sie in demselben Moment durch eine Zweigleitung, so muß man auch, eben weil auf den Enden der Leitung eine merkliche Differenz der Potentialniveaus vorhanden ist, durch die Zweigleitung ein Ausgleichen der Elektrizitäten, somit ein kurz dauernder Strom stattfinden<sup>1)</sup>.

## §. 98.

**Elektrolyse binärer Verbindungen.** Schaltet man an einer Stelle des Leitungsbogens eines galvanischen Stromes eine Flüssigkeit ein, in der man, wie wir es zur Bestimmung des Leitungswiderstandes der Flüssigkeiten thaten, so zeigt sich, daß, wenn der Strom überhaupt durch die Flüssigkeit hindurchgeht, die Flüssigkeit chemisch geändert, daß sie zersetzt wird. Diese chemische Zersetzung wurde zuerst von Carlisle beobachtet<sup>2)</sup>, als er auf die oberste Platte einer Voltaschen Säule einen trocknen Wasser brachte und in diesen den mit dem anderen Pol der Säule verbundenen Draht eintauchte; das Wasser wurde in seine gasförmigen Bestandteile zerlegt.

Bei einer Wiederholung des Versuches wurden Messingdrähte, welche mit den Polen einer Säule in Verbindung standen, in eine Glasröhre getaucht, welche mit Flußwasser gefüllt war. Dabei zeigte sich, daß stets nur an dem einen, mit dem negativen Pole der Säule in Verbindung

1) Ausführlicheres darüber sehe man von Bezold, Poggend. Ann. Bd. CXL.

2) Carlisle, Nicholson's Journal of natural philosophy vol. IV, Gilbert's Journal Bd. VI.



stehenden Drahte sich Gas entwickelte, während der andere Draht allmählich schwarz wurde und zerfiel. Das entwickelte Gas verpuffte mit Luft gemischt, es war also Wasserstoff.

Carlisle versuchte dann das Wasser zwischen Platindrähten zu setzen, um so den Strom aus Drähten in die Flüssigkeit eintreten zu lassen, welche nicht von dem Sauerstoff angegriffen werden. Es entwickelte sich an beiden Drähten Gas; an dem Drahte, welcher mit dem negativen Pole der Batterie verbunden war, entwickelte sich ungefähr das doppelte Volumen von dem des an dem anderen Drahte entwickelten Gases. Ersteres schien reiner Wasserstoff, letzteres Sauerstoff zu sein, so daß also das Wasser durch den Strom der Voltaschen Säule einfach in seine Bestandteile zerlegt zu sein schien, und zwar so, daß der eine dieser Bestandteile, der Wasserstoff, ganz an dem einen, der andere, der Sauerstoff, ganz an dem anderen Drahte frei wurde.

Die Versuche von Carlisle wurden bald und vielfach wiederholt und die Resultate derselben vollständig bestätigt<sup>1)</sup>.

Wenn so auch die scheinbare Zersetzung des Wassers der Ausgangspunkt der Elektrochemie wurde, so ist doch die Zersetzung des Wassers, wie wir später noch besonders nachweisen werden, nicht direkt durch den Strom bewirkt, da eine Zersetzung des Wassers nur erhalten wird, wenn das Wasser Substanzen gelöst enthält, welche durch den Strom zersetzt werden können, und deren Zersetzungsprodukte sekundär das Wasser zersetzen.

Eine direkte und leicht zu übersehende Zersetzung durch den Strom erhält man, wenn man in den Stromkreis eine nur aus zwei Elementen bestehende Flüssigkeit bringt, etwa ein geschmolzenes Haloidsalz. Bringt man in einem Tiegel Chlorkalium oder Chlorkalium zum schmelzen, und taucht in die geschmolzene Masse die Unterbrechungsenden eines Stromkreises, so entwickelt sich an dem Drahtende, von dem aus der positive Strom in die Flüssigkeit eintritt, das Chlor, an dem anderen Pole das Metall.

Um die Resultate der chemischen Zersetzung durch den Strom bequem angeben zu können, hat Faraday<sup>2)</sup> eine bestimmte Bezeichnungsweise eingeführt, welche wegen ihrer Kürze und Deutlichkeit allgemein angenommen ist. Die Drähte, durch welche der Strom in die Flüssigkeit ein- und austritt, werden allgemein Elektroden genannt, jene, durch welche der positive Strom in die Flüssigkeit eintritt, heißt die positive Elektrode oder Anode; jene, durch welche der positive Strom austritt, heißt die negative Elektrode oder Kathode. Die Bestandteile der zersetzten Substanzen heißen die Ionen; daß an der positiven Elektrode oder Anode frei werdende Ion wird das elektronegative genannt oder das Anion, das an der negativen Elektrode, der Kathode, frei werdende Ion heißt das elektropositive oder das Kation. Die Bezeichnung positives Ion für das letztere, negatives für das erstere ist gewählt nach der Anschauung, daß

1) So von Cruikshank und besonders von Davy, von welchem letzterem die Elektrochemie eigentlich datiert; v. s. *Fischers Geschichte der Physik*, Bd VIII. Faraday, *Experimental researches*. VII ser. art. 661–667. Poggend. XXXIII.

Die Kathode freie negative, die Anode freie positive Elektrizität besitzt. Da die Bewegung des Kations nach der Kathode beweist, daß es von der letzteren angezogen wird, so folgt, daß das Kation positivelektrisch ist. Dadurch ist der Name elektropositives Ion für das Kation gerechtfertigt. Der Prozeß der chemischen Zersetzung durch den elektrischen Strom heißt die Elektrolyse, die zersetzbaren Substanzen die Elektrolyten.

Den oben angeführten Beispielen entsprechend verhalten sich alle Haloidsalze, die Salze des Chlors, Broms, Jod; sie werden in flüssiger Form durch den Strom zersetzt, und zwar tritt stets an der Anode der Sauerstoffbildner auf, während an der Kathode das Radikal frei wird.

Um das Resultat der Elektrolyse ganz rein zu erhalten, muß man wenigstens die positive Elektrode von Kohle anwenden, da alle Metalle wenigstens vom Chlor direkt angegriffen werden.

Um Kalium, Natrium, Calcium aus ihren Chlorverbindungen abzuscheiden, schmilzt man sie in einem Tiegel von Bunsenscher Kohle und füllt in die geschmolzenen Salze einen dünnen Eisendraht<sup>1)</sup>. Der Kohlentiegel dient als Anode, der Eisendraht als Kathode; um die Verbrennung der reduzierten Metalle zu verhindern, wird die Kathode recht tief in die geschmolzenen Salze eingetaucht und von Zeit zu Zeit sehr rasch herausgezogen, um die an derselben angesammelten Metalle in Steinöl abzustreifen.

Chlormagnesium läßt sich in einer Kölner Pfeife recht gut zersetzen; man führt durch den Stiel der Pfeife einen Eisendraht in den Kopf, füllt denselben mit dem Salze, schmilzt dasselbe über der Lampe und taucht als Anode in das geschmolzene Salz einen Kohlenstift, während der Eisendraht als Kathode dient. Das reduzierte Metall sammelt sich dann an dem Eisendrahte an. Man darf indes den Prozeß nicht zu lange fortsetzen, denn sobald die Magnesiumkugeln eine gewisse Größe erhalten haben, lösen sie sich von der Kathode ab und verbrennen, sobald sie an die Oberfläche kommen, mit lebhaftem Glanze.

Um größere Mengen Magnesium darzustellen, verfährt man nach Bunsen<sup>2)</sup> folgendermaßen. Reines Chlormagnesium wird in einem Porzellantiegel, der durch eine nicht ganz bis zum Boden gehende Porzellanwand in zwei Zellen geteilt und durch einen zweimal durchbohrten Porzellandeckel verschlossen ist, geschmolzen und in Flufs erhalten. Durch die Öffnungen des Deckels reichen die Elektroden. Dieselben sind aus Bunsenscher Kohle verfertigt und haben die Form Fig. 175. Die Kathode ist auf der innern konkaven Seite sägenförmig eingefleilt, damit das reduzierte Metall, welches spezifisch leichter ist als das geschmolzene Salz, sich in den Einschnitten ansammle. Man sendet als Batterie etwa 10 hinter einander verbundene Bunsensche Elemente an. Es lassen sich auf diese Weise leicht stammschwere Stücke von Magnesium erhalten.

Fig. 175.



Ebenso lassen sich auch die Chlorverbindungen der schweren Metalle elektrolysieren. Geschmolzenes Zinnchlorür ( $\text{SnCl}_2$ ) zerfällt in Chlor und Zinn, letzteres wird an der Kathode, das Chlor an der Anode frei. Chlor-

1) *Matthiessen*, *Liebigs Annalen* Bd. XCIII.

2) *Bunsen*, *Poggend. Ann.* Bd. XCII.

blei  $Pb Cl_2$ , Chlorsilber  $Ag Cl$  etc. lassen sich ebenso zersetzen, immer wird der Salzbildner an der Anode, das Metall an der Kathode frei<sup>1)</sup>.

Ebenso wie die Haloidsalze werden die Oxyde  $RO$  oder  $R_2O$  und die Oxydhydrate  $RHO$  durch den Strom zersetzt, wenn sie denselben leiten. Schon Davy<sup>2)</sup> gelang es auf diese Weise Kalihydrat und Natronhydrat zu zersetzen und so zuerst das metallische Kalium und Natrium darzustellen. Davy schmolz in einem als Anode dienenden Platinlöffel Ätzkali oder Ätznatron und tauchte in die flüssige Masse einen Platindraht als Kathode; an derselben sammelte sich das reduzierte Metall an, verbrannte aber sofort wieder an der Luft. Es gelang auch ein Stück Ätzkali zu zersetzen ohne es zu schmelzen und dabei ein Stück des reduzierten Kaliums zu erhalten.

Die Darstellung des metallischen Kaliums gelingt leicht nach der Methode von Seebeck<sup>3)</sup>.

Man legt ein Stück Ätzkali auf ein als Anode dienendes Platinblech, gräbt in dasselbe ein kleines Loch und füllt dieses mit Quecksilber. In das Quecksilber taucht man die Kathode. An dem als Anode dienenden Platinblech entwickelt sich dann der Sauerstoff, und das Kalium tritt zu dem als Kathode dienenden Quecksilber, mit welchem es ein Amalgam bildet. Man destilliert aus einer gebogenen Glasröhre, deren Mündung in Steinöl taucht, das Quecksilber ab und erhält in der Röhre das metallische Kalium. Ebenso verfährt man zur Gewinnung des metallischen Natriums.

Die Oxydhydrate der alkalischen Erden lassen sich ebenfalls in dieser Weise direkt zerlegen. Man formt aus den gepulverten Erden, Magnesia, Kalk, Baryt, Schälchen, feuchtet dieselben an, füllt sie mit Quecksilber und stellt sie auf ein als Anode dienendes Platinblech. Taucht man in das Quecksilber die Kathode, so erhält man die Amalgame der betreffenden Metalle, indem der Sauerstoff an der Anode frei wird<sup>4)</sup>.

Die Oxyde der schweren Metalle, welche geschmolzen werden können, lassen sich in diesem Zustande ebenfalls elektrolysieren. So hat Faraday<sup>5)</sup> geschmolzenes Bleioxyd zerlegt, es zerfällt in Blei, welches an der Kathode und in Sauerstoff, welcher an der Anode frei wird.

Überall also, wo ein Oxyd oder ein Oxydhydrat durch den Strom zersetzt wird, tritt der Sauerstoff zur Anode, während das Radikal an der Kathode frei wird.

Die in dem Bisherigen angeführten binären Verbindungen werden nicht allein dann in ihre Bestandteile zerlegt, wenn sie geschmolzen werden, sondern ganz ebenso, wenn sie in Wasser oder einem anderen indifferenten Lösungsmittel aufgelöst werden.

Löst man Zinnchlorür in wenig Wasser auf, so liefert die Elektrolyse desselben Chlor und Zinn. Chlorzink giebt Chlor und Zink, letzteres an der Kathode, ersteres an der Anode, ebenso Chlorblei, Manganchlorür, Chromchlorür etc.

1) Faraday, Experimental researches VII. ser. Poggend Ann. Bd. XXXIII.

2) Davy, Philosoph. Transactions for 1808. Gilberts Annalen Bd. XII und XXXI.

3) Seebeck, Gilberts Annalen Bd. XXVIII.

4) Berzelius, Gilberts Annalen Bd. XXXVI.

5) Faraday, Exper. res. VII ser. art. 797 u. 798. Poggend Ann. Bd. XXXIII.



Es ist Bunsen gelungen<sup>1)</sup> auch aus konzentrierten Lösungen von Chlorcalcium, Chlorstrontium, Chlorbarium die Metalle abzuscheiden.

Konzentrierte Lösungen von Chlorwasserstoff, Bromwasserstoff, Jodwasserstoff zerfallen bei der Elektrolyse in die Salzbildner und Wasserstoff, erstere treten zur Anode, letzterer zur Kathode. Es wird in derselben, wenn die Lösungen nicht sehr verdünnt sind, nur die Säure zersetzt, nicht das Wasser<sup>2)</sup>, denn es tritt an der Anode nur Chlor oder Brom oder Jod auf, kein Sauerstoff. Für jedes Atom Wasserstoff wird also ein Atom Chlor frei, das heißt es scheiden sich gleiche Volume der beiden Gase ab; da aber Chlor ziemlich stark vom Wasser absorbiert wird, entwickelt sich an der positiven Elektrode meist weniger Chlor, als der entwickelten Wasserstoffmenge entspricht.

Auch wenn man die löslichen Metalloxydhydrate in Wasser löst, werden sie in konzentrierten Lösungen allein zersetzt. Um diesen Nachweis zu liefern, bedarf es aber gewisser Vorsichtsmaßregeln, da die aus ihnen entwickelten Metalle für sich schon das Wasser zersetzen. Elektrolysiert man daher z. B. Kalihydrat in konzentrierter Lösung einfach zwischen Platinelektroden, so hat es den Anschein, als wenn nur das Wasser zersetzt würde, indem das an der Kathode frei werdende Kalium sofort wieder das Wasser zersetzt und eine äquivalente Menge Wasserstoff entwickelt. Benutzt man indes als Kathode Quecksilber, so bildet sich sofort Kaliumamalgam, aus welchem man das Quecksilber abdestillieren kann, während an der Anode Sauerstoff frei wird. Man bedeckt zu dem Ende zunächst den Boden eines Gefäßes mit Quecksilber und schüttet darauf die konzentrierte Lösung von Ätzkali.

Man taucht dann in das Quecksilber als Kathode einen Platindraht, der außer an der Stelle, wo er sich im Quecksilber befindet, mit einer isolierenden Siegelackschicht überzogen ist, und senkt in die Kalilösung eine Platinplatte als Anode<sup>3)</sup>.

Hiernach scheint es also, als wenn in diesen Fällen der Strom nur durch die gelöste Substanz cirkuliere, nicht durch das Wasser, denn wenn er durch das Wasser mit hindurchginge, so würde auch dieses mit zersetzt werden. Wir halten vorläufig an dieser Annahme fest, werden indes später, wenn wir die Elektrolyse von Gemischen betrachten, auf diese Frage zurückkommen.

Durch dieses Verhalten des Wassers sind wir in den Stand gesetzt, die Elektrolyse einer Reihe von Stoffen, welche sehr schwierig oder, weil sie sich in höheren Temperaturen zersetzen, gar nicht schmelzbar sind, zu untersuchen, indem wir sie im Wasser lösen und die Lösungen elektrolysieren. Nur werden wir dabei die größte Aufmerksamkeit auf die demächst zu besprechenden sekundären Prozesse richten müssen, da durch diese das Resultat der Elektrolyse sehr leicht verdeckt wird.

Um die Resultate der Elektrolyse rein, d. h. frei von den Einflüssen der begleitenden sekundären Prozesse zu erhalten, muß man die elektro-

1) Bunsen, Poggend. Ann. Bd. XCI.

2) Faraday, Exper. res. VII. Reihe. Poggend. Ann. Bd. XXXIII. Bunsen, Poggend. Ann. Bd. C. S. 62–64.

3) Seebeck, Gilberts Annalen Bd. XXVIII.

lysierte Lösung nach der Elektrolyse an einer Stelle in zwei Teile theilen, an welcher sich während der ganzen Elektrolyse nichts geändert hat. Untersucht man die beiden Hälften nach der Elektrolyse für sich, so ist der Unterschied zwischen den jetzt in ihnen vorhandenen Substanzen und denen, welche vor der Elektrolyse sich dort befanden, das Resultat der Elektrolyse, mögen dabei sekundäre Prozesse stattgefunden haben oder nicht. Dabei müssen jedoch natürlich die etwa gasförmig entwickelten Substanzen in Betracht gezogen werden.

Um in dieser Weise die elektrolysierten Flüssigkeiten untersuchen zu können, sind von den verschiedenen Physikern verschiedene Apparate konstruirt worden; wir erwähnen von denselben folgende.

Daniell wandte bei seinen elektrolytischen Untersuchungen<sup>1)</sup> den Apparat Fig. 176 an. Zwei cylinderrörmige Glasgefäße *abcd* und *efgh*

Fig. 176.



sind auf das U-förmige Glasrohr *k* aufgeschliffen, so daß sie wasserdicht schließt. Durch die seitlichen Öffnungen *a* und *f* reichen in die Gefäße Platindrähte hinein, an welche die Platinbleche *r* und *q* als Elektroden angesetzt werden; die mit den Elektroden verbundenen Drähte *v* und *g* tauchen in die Quecksilbernapfchen *t* und *s*, in welche zugleich die mit der galvanischen Batterie verbundenen Leitungsdrähte eingesetzt werden. Die Gefäße werden mit Pfropfen geschlossen, durch welche an beiden Seiten offene Glasröhren hindurchgehen, um die gasförmigen Zersetzungsprodukte entweichen zu lassen.

Die Röhre *k* wird zunächst vollständig mit der zu untersuchenden Lösung gefüllt, dann werden die Mündungen derselben mit tierischer Blase zugebunden und schließlich jedes der beiden Gefäße mit Flüssigkeit vollgefüllt. Nach der Elektrolyse wird der Inhalt beider Gefäße gesondert untersucht.

Die zwischen den beiden Blasen eingeschlossene Flüssigkeit der Röhre *k* trennt also die beiden untersuchten Mengen; es wird demnach vorausgesetzt, daß diese un geändert bleibe und die beiden geänderten Flüssigkeitsmengen, welche die Elektroden umgeben, vollständig getrennt erhalte. Letzteres ist nicht ganz genau richtig, da sobald die Lösung in den Gefäßen sich geändert hat, durch Endosmose ein Austausch der Substanzen durch die Blase hindurch stattfindet.

1) Daniell, Philosoph. Transactions t. 1833. Poggend. Ann. Vervollständigung.



Ein weiterer Fehler tritt in den quantitativen Bestimmungen dadurch, daß in später zu betrachtender Weise durch den Strom Flüssigkeit durch die Membranen von dem positiven zu dem negativen Pole führt wird.

Beide Fehler suchte Wiedemann durch die Anordnung des Apparates 177 zu vermeiden<sup>1)</sup>. Zwei Gläser  $a$  und  $a_1$  sind neben einander

Fig. 177.



auf einem Brette aufgestellt und durch Glasplatten  $b$  und  $b_1$  bedeckt. Auf diese Glasplatten sind zwei Messinghülsen aufgesetzt, durch welche die Platindrähte  $l$  und  $l_1$  hindurchgehen, an die im Innern der Gläser die Elektroden  $c$  und  $c_1$  angesetzt sind. Endlich sind in die Gläser die Glasröhren  $d$  und  $d_1$  eingesenkt, welche in dem gabelförmigen Kautschukblanch  $f$  mit einander kommunizieren. Eine dritte Öffnung des Kautschukblanchs nimmt den Hahn  $g$  auf.

Zur Elektrolyse werden die beiden Gläser zu gleicher Höhe mit der untersuchenden Flüssigkeit gefüllt, dann wird durch den geöffneten Hahn die Flüssigkeit bis zu dem Hahne aufgesaugt und darauf der Hahn geschlossen. Auf diese Weise ist die leitende Verbindung zwischen den Gläsern hergestellt; wenn daher jetzt die Drähte  $l$  und  $l_1$  mit den Polen der Batterie verbunden werden, so wird die Lösung zersetzt.

Nach der Elektrolyse wird der Hahn geöffnet, die Flüssigkeit fällt in den Röhren in die Gläser zurück und wird dort gesondert untersucht.

Hittorf hat bei seinen Untersuchungen Apparate sehr verschiedener Form benutzt; diejenige Form, welche er als die beste empfiehlt, ist folgende (Fig. 178)<sup>2)</sup>. Der Apparat besteht aus fünf Glasgefäßen; das kleinste A enthält die Anode, deren Stift in die Öffnung des Bodens einkittet ist und den Fuß der ganzen Vorrichtung abgiebt. In den Hals

1) Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. XCIX. Galvanismus Bd. I. §. 273. 2. Aufl.

2) Hittorf, Poggend. Bd. LXXXIX. Bd. XCVIII. Bd. CVI.

des Gläschens ist das konische Gefäß *B* eingeschliffen, welches unten mit einer dünnen Membran *b* bespannt ist und die in einem Glasring *c* ausgespannte Membran enthält. Darüber befinden sich die Gefäße *C*, *D* und *E*, welche aus abgesprengten Präparatengläsern bestehen. Der Boden derselben wird ebenfalls von dünnen Membranen gebildet; um die Gefäße luftdicht an einander zu schließen und so die Verdunstung des Wassers zu verhindern, sind die schmalen Stellen der Gefäße, dort wo sie in einander gesteckt sind, mit einem Kautschukring umgeben.

In dem obersten Gefäße *E* befindet sich die Kathode, in den meisten Fällen Platin. Die Gefäße werden einzeln mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt, und dann in einander gesetzt. Nach der Elektrolyse werden sie auseinandergenommen und für sich untersucht.

In anderen Fällen wandte Hittorf den Apparat Fig. 179 an. In den Hals des Gefäßes *A*, welches die Anode enthielt, ebenfalls ein durchlöcheretes Blech, war der Hals des Gefäßes *B* eingeschliffen. Die Anode  $\gamma$  war auf einen Konus  $\alpha$  des gleichen Metalles aufgesetzt, welcher in den Boden des Gefäßes eingekittet war und auf der Messingplatte  $\beta$  aufstand; die Messingplatte vermittelte die Verbindung der Anode mit dem positiven Pole der Batterie. In dem oberen Gefäße befand sich die Kathode, welche in Form eines kleinen Konus *i* um die Glasröhre  $\xi$  herumgelegt war, und um das Herabfallen allenfalls losgelöster Teile zu verhüten, auf einer

kleinen Glasplatte  $\delta$  aufstand. Durch die Glasröhre  $\xi$  ging der lange Stiel  $\epsilon$  des in den Hals des oberen Gefäßes eingeschliffenen Glasstößels  $\delta$ , so daß derselbe gehoben oder gesenkt werden konnte, um das obere Gefäß von dem unteren abzusperren.

Während der Elektrolyse wurden die Gefäße einfach mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt; nach Beendigung derselben wurde das obere Gefäß von dem unteren durch Herabdrücken des Glasstößels abgesperrt, und die in jedem enthaltene Flüssigkeit für sich untersucht.

Untersucht man in einem dieser oder einem ähnlichen Apparate irgend ein schwefelsaures, salpetersaures, oder irgend ein anderes Salz, welche nach der früheren Anschauung aus gleichen Äquivalenten Basis und Sauerstoff zusammengesetzt ist, so findet man, daß auch dieses elektrolysiert wird und zwar in der Weise, daß das Metall an der Kathode, der Rest der Verbindung aber an der Anode frei wird. Elektrolysiert man schwefelsaures Kupferoxyd  $\text{CuSO}_4$  in einer ziemlich konzentrierten Lösung, so findet sich an der Kathode nur reines Kupfer, an der Anode findet sich freies Schwefelsäure, und wenn die Anode aus Platin besteht, entwickelt sich an der Anode Molekül Sauerstoff. Ganz ebenso findet sich bei der Elektrolyse salpetersauren Kupferoxyd  $\text{Cu(NO}_3)_2$ , oder salpetersauren Silber  $\text{AgNO}_3$  an der Kathode nur das Metall, an der Anode freies Sal-





während ein Molekül Sauerstoff entweicht. Ebenso ist es bei salpetersaurem Zinkoxyd und allen derartigen Salzen der Metalle, die das Wasser nicht zersetzen, stets tritt an der Kathode nur Wasserstoff, an der Anode der Rest der Verbindung.

Bei kohlensaurer, oxalsaurer u. s. w. Salzen wird das Salz auf dieser Weise zersetzt.

Wenn man eine Lösung von schwefelsaurem Natron in dem Apparate von Daniell oder Daniell zersetzt, so scheint man den ersten Blick das Resultat der Elektrolyse ganz anderes zu sein. Man findet in dem die Kathode enthaltenden Gefaß freies Natronhydrat und in dem Gefaß, welches die Anode enthält, die entsprechende Menge freier Schwefelsäure. Gleichzeitige Zersetzung an der Kathode Wasserstoff, an der Anode Sauerstoff. Es scheint also das Salz in anderer Weise zu sein, und gleichfalls neben dem Salz zersetzt zu werden.

Berzelius<sup>1)</sup> nahm dies in der That an; seine Theorie der Sauerstoffsalze besagte, dass dieselben aus dem basischen Oxyde und Sauerstoff, welche als nähere Bestandteile vorhanden sind. Das schwefelsaure Natron besteht demnach aus Schwefel- und Natron  $Na_2O$ . Bei der Elektrolyse sollte nun das Salz wieder in diese näheren Bestandteile gespalten und gleichzeitig Wasser zersetzt werden. Ganz in derselben Weise, nach Berzelius auch die vorher besprochenen Salze zersetzt werden. Kupferoxyd ist nach dieser Anschauungsweise  $CuO + SO_3$ ; zerfällt dann durch die Elektrolyse in  $CuO$  und  $SO_3$ , und man kann das Metall an der Kathode zu erklären, nahm Berzelius das abgeschiedene Oxyd dann weiter durch den Strom zerlegt in Metall und Sauerstoff.

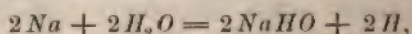
Die Ansicht über die Zersetzung der Salze beruht wesentlich auf der chemischen Anschauungsweise der Zusammensetzung der Salze aus Oxyd und Basis, welche die neuere Chemie hat fallen lassen; indes auch die Ableitung der Berzelius'schen Anschauung lässt sich die Unhaltbarkeit derselben Ansicht über die Elektrolyse der Salze leicht erkennen. Wenn man nämlich gleichzeitig in den Strom ein Voltameter ein, welches saures Wasser enthält, und den das schwefelsaure Natron enthaltenden Zersetzungsapparat, so liefern beide fast genau dieselbe Menge Wasserstoff und Sauerstoff. Nach der Anschauung von Berzelius würde man erwarten, dass derselbe Strom in dem das Natriumsulfat enthaltenden

Fig. 179.



Zersetzungsapparate einmal eine gewisse Menge Salz, gleichzeitig aber genau dieselbe Menge Wasser zersetzen wie in dem Wasservoltameter, es würde also ein und derselbe Strom in dem einen Apparate eine sehr viel gröfsere, und, wie wir nachher zeigen werden, die doppelte Arbeit leisten als in dem andern, was unmöglich ist.

Die gleichzeitige Zersetzung von Wasser und Salz erklärt sich übrigens nach der vorhin dargelegten Auffassung der Zerlegung des Salzes in Metall und den Rest der Verbindung unmittelbar aus der Beschaffenheit des abgeschiedenen Metalles. Diese gleichzeitige Zersetzung tritt nämlich nur ein, wenn irgend ein Salz eines Metalles zersetzt wird, welches für sich schon das Wasser zersetzt. Das aus dem Salze  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  abgeschiedene Natrium zersetzt zwei Moleküle Wasser unter Bildung zweier Moleküle Natronhydrat und Abscheidung je eines Atoms Wasserstoff aus jedem der Wassermoleküle nach dem Schema



während an dem positiven Pole ein Molekül Sauerstoff abgeschieden wird, gerade wie bei den Salzen der Metalle, welche das Wasser nicht zersetzen.

Letzteres ist eine Folge der Einwirkung des abgeschiedenen Atomkomplexes  $\text{SO}_4$  auf das Lösungswasser, es bildet sich nach dem Schema



unter Zersetzung eines Moleküls Wasser und Abscheidung des Sauerstoffs wieder Schwefelsäure. Daraus ergibt sich unmittelbar, weshalb bei der Zersetzung von Salzen der Metalle, welche das Wasser zersetzen, eine dem abgeschiedenen Metalle äquivalente Menge Wasserstoff auftritt, also für jedes Atom der einwertigen Alkalimetalle ein Atom Wasserstoff.

Der erste, welcher diese Auffassung der Zersetzung der Salze gegenüber derjenigen von Berzelius annahm, war Daniell<sup>1)</sup>, und um gegenüber der damaligen Anschauung der Chemiker, welche die Salze als aus Säure und Basis zusammengesetzt betrachteten, seine Auffassung erklären zu können, nahm Daniell an, dafs alle Sauerstoffsalze in derselben Weise gebildet seien wie die Haloidverbindungen, so zwar, dafs der ausser dem Metall in dem Salze vorhandene Atomkomplex als ein zusammengesetztes Radikal anzusehen sei, welches die Stelle des Salzbildners in den Haloiden vertrete. Die schwefelsauren Salze, nach der frühern Anschauung  $\text{MO} + \text{SO}_3$ , sollten darnach bestehen aus dem Metalle  $M$  und dem Radikal  $\text{SO}_4$ , welchem Daniell den Namen Oxysulphion beilegte; das Salz bezeichnete er als Oxysulphionkupfer. Das salpetersaure Kupferoxyd, nach der Schreibweise von Berzelius  $\text{CuO} + \text{NO}_5$ , schrieb Daniell  $\text{CuNO}_6$ , nannte den Atomkomplex  $\text{NO}_6$  Oxynitron und das Salz Oxynitronkupfer; die kohlen-sauren Salze betrachtete er als Verbindungen der Metalle mit  $\text{CO}_3$ , mit Oxycarbonion u. s. f. Darnach geschah die Elektrolyse der Salze genau wie jene der Haloide, sie zerfallen in das Metall und den Stoff, dessen Charakter demjenigen der Halogene entspricht, die überoxydierte Säure. Letztere tritt zur Anode, sie kann indes separiert nicht bestehen und zerfällt daher sofort wieder in Sauerstoff und Säure.

<sup>1)</sup> Daniell, Philosophical Transactions for 1839. Poggend. Ann. Ergänzungs-



Die Anschauung von Daniell stimmt insoweit mit den jetzigen Ansichten der Chemie überein, als er in den Salzen nicht Basis und Säure, sondern die näheren Bestandteile ansieht, sondern das Metall und den mit ihm verbundenen Atomkomplex, sie weicht insofern davon ab, als er letztern ein den Salzbildnern ähnliches Radikal ansieht, der aus der Säure und dem Sauerstoff besteht. Die jetzige Chemie denkt sich die Säuresalze aus den früher sogenannten Säurehydraten entstanden, welche sie als die eigentlichen Säuren ansieht, während sie die früher als Säuren angesehenen Verbindungen, die wasserfreien Säuren als Säureanhydride bezeichnet. Salpetersäure ist  $HNO_3$ , und aus der Salpetersäure wird ein Salz, wenn der Wasserstoff der Säure durch ein Metall vertreten wird, Schwefelsäure ist  $H_2SO_4$ , und in den neutralen Salzen der Schwefelsäure werden beide Atome des Wasserstoffs durch Metalle vertreten, entweder durch zwei Atome eines einwertigen Metalles oder durch ein Atom eines zweiwertigen Metalles u. s. f. In Bezug auf das Resultat der Elektrolyse ist diese Verschiedenheit in der Auffassung ohne Bedeutung; da nach den verschiedenen Auffassungen das Metall der eine, der Rest der Verbindung der andere Bestandteil des Salzes ist, so erkennt man leicht, daß bei der Elektrolyse stets das Metall an der einen, der Rest der Verbindung an der andern Elektrode auftreten wird; an der Kathode scheidet sich stets das Metall ab, das übrige an der Anode.

### §. 99.

**Faradays Gesetz der festen elektrolytischen Aktion.** Wir haben in dem Bisherigen die Resultate der Elektrolyse nur der Art nach untersucht, d. h. die Produkte betrachtet, welche durch die Elektrolyse aus verschiedenen Verbindungen abgeschieden werden. Es fragt sich nun, wie verhalten sich die Mengen der zersetzten Substanzen zu der Stromstärke und zu der Zeit, wenn ein und derselbe Strom durch eine Anzahl verschiedener Verbindungen hindurchgeführt wird.

Was die erste Frage angeht, so haben wir schon bei Messung der Stromstärke den Nachweis geliefert, daß die Menge des zersetzten Wassers der Stromstärke proportional ist, und zwar nicht nur, was selbstverständlich sein würde, wenn wir die Stromstärke nach chemischem Maße, sondern auch, wenn wir sie mit Hilfe der Tangentenbussole messen. Wir werden nun daraus den Schluß ziehen, daß das Gleiche für alle zersetzbaren Substanzen gilt, daß also stets die Menge der in gleichen Zeiten zersetzten Substanz der Stromstärke proportional ist, sei es, daß wir dieselbe nach chemischem oder nach irgend einem andern Maße messen.

Man kann nun aber auch leicht zeigen, wenn man zwei Zersetzungszellen in den Strom einschaltet, deren eine angesäuertes Wasser enthält, während die andere mit irgend einer andern zersetzbaren Verbindung gesättigt ist, daß die Zersetzungsprodukte in beiden Zellen einander immerfort proportional sind. Bei dem Nachweis dieser Proportionalität hat Faraday aus dem Satz bewiesen, daß die früher sogenannten binären Verbindungen bei gleicher Stromstärke nach äquivalenten Mengen zersetzt werden, d. h. beifst, daß derselbe Strom, welcher in einer gegebenen Zeit irgend eine Gewichtsmenge Wasser zersetzt, in ebenderselben Zeit eine der zer-



setzten Wassermenge äquivalente Menge einer beliebigen andern Verbindung zersetzt.

Diese beiden Sätze bilden das Faradaysche Gesetz der festen elektrolytischen Aktion<sup>1)</sup>, sie sind das Grundgesetz der ganzen Elektrochemie.

Als äquivalente Mengen gelten dabei jene Gewichtsmengen der verschiedenen Substanzen, welche einander in den Verbindungen ersetzen können, oder welche mit den ersetzbaren Mengen der Substanzen verbunden sind; also z. B. die Gewichtsmengen, welche die Gewichtseinheit Wasserstoff in einer Verbindung ersetzen können, sind einander und der Gewichtseinheit Wasserstoff äquivalent; ebenso sind die Mengen äquivalent, welche in einer Verbindung mit der Gewichtseinheit Wasserstoff oder der ihr äquivalenten Menge verbunden sind. Nach der Sprache der neuern Chemie sind demnach bei den einwertigen Elementen die durch die Atomgewichte angegebenen Mengen einander äquivalent; die durch das Atomgewicht eines mehrwertigen Elementes angegebene Menge ist soviel Atomen eines einwertigen Elementes äquivalent, als das mehrwertige Element Wertigkeiten besitzt. Ein Atom eines zweiwertigen Elementes ist zwei Atomen eines einwertigen Elementes äquivalent; so ist ein Atom Sauerstoff zwei Atomen Wasserstoff oder Chlor äquivalent, ein Atom Stickstoff drei Atomen Wasserstoff. In ähnlicher Weise ergeben sich die äquivalenten Mengen der verschiedenen Säuren; die einbasischen Säuren, in welchen ein Atom vertretbarer Wasserstoff ist, wie  $HNO_3$ , sind gewissermaßen einäquivalentig, das heißt, der mit dem Atom  $H$  verbundene Atomkomplex ist äquivalent einem halben Molekül Sauerstoff oder einem Atom Chlor; eine zweibasische Säure wie  $H_2SO_4$  bildet ein normales Salz, indem die beiden Atome Wasserstoff durch zwei Atome eines einwertigen Metalles oder durch ein Atom eines zweiwertigen Metalles ersetzt werden; ein Molekül eines normalen schwefelsauren Salzes ist also äquivalent einem Molekül Wasser  $H_2O$  oder zwei Molekülen  $2HCl$ . Ähnlich ist es in andern Fällen.

Faraday stellte das Gesetz der festen elektrolytischen Aktion auf für die früher als binäre bezeichneten Verbindungen, das heißt für Verbindungen, in welchen in der eben angegebenen Weise gleiche Äquivalente der verschiedenen Stoffe vorhanden waren; inwieweit dasselbe für kompliziertere Verbindungen gilt, werden wir im §. 101 betrachten.

Den Nachweis des Gesetzes der festen elektrolytischen Aktion hat Faraday in der vorhin angedeuteten Weise geführt. In ein und denselben Stromkreis wird ein Voltameter und eine Zersetzungszelle mit der zu untersuchenden Substanz eingeschaltet. Man beobachtet die in dem Voltameter entwickelte Menge von Knallgas oder Wasserstoff, reduziert dieselbe auf den Druck von 760 mm und auf  $0^0$  und berechnet dann daraus das Gewicht des zersetzten Wassers. Man bekommt dann ebenso durch Wägung oder durch eine Analyse das Gewicht des an einer der beiden Elektroden aufgetretenen Zersetzungsproduktes und berechnet daraus die Menge der zersetzten Substanz. Die beiden Gewichte verhalten sich stets wie die Äquivalente der zersetzten Substanzen.

In dieser Weise hat Faraday zunächst den Nachweis geliefert für

1) Faraday, Experimental researches on elect. VII. ser. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

erwasserstoffsäure, Bromwasserstoffsäure, Jodwasserstoffsäure, indem er aus denselben entwickelten Wasserstoffmengen mit einander verglich. entwickelten Wasserstoffmengen waren überall gleich; und da an den den kein Sauerstoff auftrat, so folgt, daß von demselben Strom äquivalente Mengen Wasser und Säuren zersetzt waren.

Bei einem andern Versuche zersetzte Faraday Chlorzinn<sup>1)</sup>  $\text{SnCl}_2$ . Er holz in den Boden einer Glasröhre  $AB$  (Fig. 180) einen Platindraht, der in einer Kugel endete, und welcher genau gewogen war. In die Röhre wurde wasserfreies Chlorzinn gegeben und dieses dann durch eine unterstützte Lampe in Fluß gehalten. In geschmolzene Chlortür wurde von oben her eine Elektrode von Graphit gebracht. Nun wurde die Graphitelektrode dem positiven Pole einer Batterie, Platinelektrode mit dem negativen derselben verbunden, und zugleich den Stromkreis ein Voltameter einschaltet.



Das Zinnchlortür wurde zersetzt, das werdende Chlor bildete an der Anode Zinnchlorid, welches in Form von Dämpfen entwich. Das an der Kathode ausgeschiedene Zinn bildete mit dem Platin eine Legierung, welche sich auf dem Boden der Röhre ansammelte. Nach Beendigung der Elektrolyse wurde die Röhre erkalten gelassen und dann zerbrochen, wobei das Glas und das feste Chlortür mit Leichtigkeit von dem Draht und der Legierung ablösen ließen. Die Gewichtszunahme des Drahtes gab die Menge des reduzierten Zinns; dieselbe betrug 3,2 Gran. In dem Voltameter ergab sich 0,49742 Gran Wasser zersetzt. Derselbe Strom also, der 0,49742 Gran Wasser zersetzte, vermochte so viel Zinnchlortür zu zersetzen, daß durch 3,2 Gran Zinn reduziert wurden. Da das Atomgewicht des Zinns 114,1 ist, das des Chlors 35,5 ist, so beträgt diese Menge 5,16 Gran. Nun ist aber fast genau

$$\frac{5,16}{0,49742} = \frac{189}{18},$$

so daß dem Verhältnis der Äquivalente des Zinnchlortürs und Wassers, so daß also auf ein Äquivalent Wasserstoff ein Äquivalent Zinnchlortür zersetzt wird, die zwei Atomen Wasserstoff äquivalente Menge Zinn ausgeschieden war.

Bei der Zersetzung von geschmolzenem borsaurem Bleioxyd wurde die Borsäure plus dem Sauerstoff an der Anode, und Blei an der Kathode ausgeschieden. Auf je 18 mg zersetzten Wassers fanden sich 202,58 mg Blei an der Kathode, eine Zahl, die so wenig von dem Atomgewichte des zweiseitigen Metalles Blei, 207, abweicht, daß dadurch auch für die geschmolzenen Sauerstoffsalze das Gesetz bewiesen ist.

1) Faraday, Experimental researches. VII. ser. art. 789—800. Poggend. Bd. XXXII.

Für gelöste Salze ist das Gesetz seitdem noch mehrfach bewiesen worden. So von Daniell, Soret, Buff, Hittorf u. a. Daniell<sup>1)</sup> bestimmte bei der Elektrolyse schwefelsauren Natrons die Menge des freien Natrons in der Zelle der negativen Elektrode, die der Schwefelsäure in der Zelle der Anode. Er fand eine der zersetzten Wassermenge genau äquivalente Menge freien Natrons an der Kathode, freier Schwefelsäure an der Anode.

Soret<sup>2)</sup> verglich die Mengen der bei gleicher Stromstärke aus Lösungen verschiedener Kupfersalze niedergeschlagenen Kupfermengen; er fand dieselben einander genau gleich; er verglich ferner bei Einschaltung dreier Zersetzungszellen, deren eine Wasser, die zweite eine Lösung von Kupfervitriol, die dritte die Lösung eines Silbersalzes enthielt, die Mengen des ausgeschiedenen Wasserstoffs, Silbers und Kupfers; er fand sie genau den Äquivalentzahlen entsprechend.

Buff<sup>3)</sup> verglich die ausgeschiedenen Silbermengen in einer Zersetzungs- zelle bei Anwendung von Stromstärken, welche nach der Tangentenbussole sich genau wie 1 : 2 : 4 verhielten; die ausgeschiedenen Silbermengen standen fast genau in demselben Verhältnisse. Bei einem anderen Versuche schaltete Buff verschiedene konzentrierte Lösungen des Silbersalzes ein, in allen schied sich an der Kathode dieselbe Silbermenge aus. Daraus ergibt sich, daß die Menge der zersetzten Substanz nur abhängig ist von der Stärke des Stromes, nicht von der Konzentration der Lösung, und wie wir früher schon für Wasser nachwiesen, daß die Menge der zersetzten Substanz der an der Tangentenbussole gemessenen Stromstärke proportional ist.

Letzterer Nachweis ist sehr wichtig, da Buff äußerst schwache Ströme anwandte, der eine schied in 100 Stunden nur 130 mg Silber aus; er würde in derselben Zeit 20,13 ccm Knallgas entwickelt haben, so daß die Stromstärke in dem von uns angenommenen chemischen Maß nur 0,00335 betrug. Dadurch schon ist die mehrfach, auch von Faraday<sup>4)</sup> gemachte Annahme widerlegt, daß der Strom eine Flüssigkeit durchsetzen könne, ohne daß dieselbe zersetzt werde. Denn wenn die Flüssigkeiten noch in anderer Weise, also wie die Metalle, ohne zersetzt zu werden leiten könnten, so würde es nicht möglich sein, daß die Zersetzung der nach magnetischem Maße gemessenen, also der Stromstärke überhaupt proportional wäre. Denn wenn auch nur sehr schwache Ströme geleitet werden könnten, ohne daß die Flüssigkeiten zersetzt würden, so müßte sich bei so schwachen Strömen eine Abweichung von der Proportionalität der chemischen Aktion mit der Stromstärke zeigen.

Faraday, Despretz<sup>5)</sup> und andere glaubten die Leitung der Flüssigkeiten ohne Elektrolyse annehmen zu müssen, weil bei sehr schwachen

1) Daniell, Philosophical Transactions for 1839. Poggend. Ann. Ergänzungsband I.

2) Soret, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XLII. p. 257.

3) Buff, Liebigs Annalen Bd LXXXV.

4) Faraday, Experimental researches. VIII. ser. art. 966 ff. Poggend. Ann. Bd. XXXV.

5) Despretz, Comptes Rendus. T. XLII. p. 707. Man sehe die Besprechung des Vortrages von Delarive in Poggendorffs Annalen Bd. XCIX aus dem Archives physiques Mai 1856.



men im Wasser keine Gasentwicklung bemerkbar wäre. De la Rive<sup>1)</sup> Buff<sup>2)</sup> haben aber gezeigt, daß wenn man als Anode eine Platintafel, als Kathode eine sogenannte Wollastonsche Spitze, einen Draht, bis zu seiner Spitze mit einer isolierenden Schicht überzogen ist, andeutet, daß dann an der Spitze auch bei den schwächsten Strömen noch Gasblasen auftreten. Buff beobachtete sie bei einem Strome, der gemäß an der Tangentenbussole beobachteten Intensität in einem Jahre nur einem Knallgas entwickelt hätte, also bei einem Strome, dessen Stärke Minimum ist.

Einen weiteren Beweis gegen die Annahme einer metallischen Leitfähigkeit der Flüssigkeit liefert die demnächst genauer zu besprechende Erfahrung, daß selbst bei dem schwächsten Strome, bei welchem keine Gasentwicklung mehr wahrnehmbar ist, Platinelektroden in einem Voltmeter polarisiert werden, d. h. daß in dem Voltmeter eine elektromotorische Kraft auftritt, welche einen dem ursprünglichen entgegengesetzten Strom erzeugt.

Es ergibt sich demnach, daß die Flüssigkeiten den Strom nur leiten, wenn sie elektrolysiert werden; dem entspricht auch die nachher zu besprechende Erfahrung, daß Flüssigkeiten, die nicht elektrolysiert werden, Strom nicht leiten<sup>3)</sup>.

Das elektrolytische Gesetz gilt ebenso wie für Zersetzungszellen, welche in den Stromkreis eingeschaltet sind, auch für die stromerregenden Elemente selbst; es versteht sich das nach dem Vorigen von selbst, daß in der Flüssigkeit in den Elementen von dem Strome durchflossen wird. Wenn in den Elementen der Strom vom Zink zu dem Kupfer, der Kohle zum Platin geht, so wird der Sauerstoff und die Säure an dem Kupfer frei; der an die Kathode tretende Wasserstoff wird bei den konstanten Elementen durch sekundäre Prozesse fortgeschafft. Die Säure,

1) De la Rive, *Traité de l'électricité*. T. II. p. 359. Ferner *Archive de physique*. T. III. p. 160. Man sehe auch den eben angegebenen Aufsatz von De la Rive, *Poggend. Ann.* Bd. XCIX.

2) Buff, *Liebigs Annalen* Bd. XCIV.

3) Man sehe auch Kohlrausch und Nippoldt, *Poggend. Ann.* Bd. CXXXVIII. Quincke (*Poggend. Ann.* Bd. CXLIV) glaubt, daß man aus der Thatsache, daß ein fester Körper ein absoluter Isolator für Elektrizität sei, schließen müsse, daß auch die Flüssigkeiten metallisch leiten; man müsse sonst annehmen, daß in festen die Elektrizität ohne Zersetzung immer etwas leitenden Salze durch den Übergang in die zweite Aggregatform diese Fähigkeit verliören, während feste Körper, wie die Metalle, bei dem Übergang in die flüssige Form leitend werden. Diese Annahme ist indes nicht so wunderlich, wie Quincke meint, da in den elektrolysierbaren Flüssigkeiten, wie später bei der Theorie der Elektrolyse hervortreten wird, verschiedene mit den verschiedenen Elektricitäten affekte bewegliche Moleküle annehmen müssen, während in den nicht elektrolysierbaren Flüssigkeiten nur gleichartige mit beiden Elektricitäten behaftete Moleküle vorhanden sind. In diesen kann also eine Leitung durch Bewegung der Moleküle nicht zustande kommen. Es ist allerdings nicht a priori unmöglich, daß in den Elektrolyten neben der Bewegung der Elektricität mit den Molekülen auch ein Übergang derselben von einem Molekül zum andern stattfindet, jedenfalls ist aber dieser Bruchteil, wie auch Quincke annimmt, bei der Umwandlung so klein, daß er außer Acht zu lassen, resp. nicht nachweisbar ist. Bei der Elektrisierung der Flüssigkeiten durch Influenz muß man ihn wohl annehmen.

welche sich an dem Zink entwickelt, löst das Zink unter Bildung schwefelsauren Salzes auf. Nach dem elektrolytischen Gesetze wird in jedem Elemente, wenn sie nach einander eingeschaltet sind, so daß der ganze Strom sie nach einander durchläuft, für jedes Äquivalent Wasser, welches außerhalb der Elemente zersetzt wird, ein Äquivalent Zink aufgelöst. Da nun die Stromstärke proportional ist dem in einem Voltameter in der Zeiteinheit erzeugten Knallgase, so folgt auch, daß die Stromstärke proportional ist dem Zinkverbrauche in der Kette. Wenn demnach durch einen Strom, dessen Stärke der Einheit gleich ist, in der Kette eine gewisse Menge  $p$  Zink gelöst wird, so wird bei dem Strom, dessen Stärke die  $n$ -fache ist, der also in der Zeiteinheit die  $n$ -fache Gasmenge liefert, auch  $np$  Zink aufgelöst. Dieser direkt aus dem elektrolytischen Gesetze sich ergebende Satz ist überdies auch von Daniell<sup>1)</sup> experimentell nachgewiesen worden. Wir werden auf denselben noch zurückkommen.

### §. 100.

**Sekundäre Aktionen bei der Elektrolyse. Zersetzung des Wassers.** Bei der Besprechung der Elektrolyse binärer Verbindungen haben wir schon mehrfach angedeutet, daß das Resultat der direkten Elektrolyse häufig durch sekundäre Aktionen getrübt wird, indem die Produkte der Elektrolyse chemische Änderungen erfahren. Wir haben einzelne dieser Änderungen bereits erwähnt und die betreffenden Erscheinungen erklärt. So haben wir angeführt, daß bei der Zersetzung eines Alkalisalzes durch das frei werdende Metall das Wasser zersetzt wird, daß sich dadurch an der Kathode das Alkali wieder bildet und Wasserstoff entweicht. Dasselbe ist im allgemeinen der Fall, wenn man ein Salz der alkalischen Erden in wässriger Lösung analysiert, auch dann findet sich im allgemeinen das Oxyd an der Kathode. Daß dieses Folge einer sekundären Zersetzung des Wassers ist, dafür haben wir schon dort mehrere Gründe kennen gelernt; ein weiterer Beweis liegt nach dem Nachweise des Faradayschen Gesetzes in der schon erwähnten Thatsache, daß bei der Zersetzung eines solchen Salzes genau eine der in einem eingeschalteten Voltameter entwickelten Wasserstoffmenge äquivalente Menge Oxyd und Säure auftritt und zugleich eine der im Voltameter entwickelten genau gleiche Wasserstoffmenge. Wäre also das Wasser durch die Elektrolyse und nicht sekundär zersetzt, so wäre in dem Zersetzungsapparate ein Äquivalent Salz und ein Äquivalent Wasser zersetzt, während in dem Voltameter ein Äquivalent Wasser zersetzt ist. In der Zersetzungs- zelle wäre also die Wirkung des Stromes die doppelte von derjenigen im Voltameter.

Ein weiterer Beweis liegt darin, daß es bei der Zersetzung der alkalischen Erdsalze für das schließliche Resultat von großem Einflusse ist, ob der Strom bei gleicher Intensität in der Flüssigkeit eine große Dichtigkeit hat oder nicht. Man schreibt einem Strome nämlich eine größere oder geringere Dichtigkeit zu, je nachdem er bei gleicher Inter-

<sup>1)</sup> Daniell, Brief an Faraday. Philosophical Transactions for 1836. Poggend. Bd. XLII. S. 264 ff.



sität einen kleinern oder größern Querschnitt durchfließt, so daß bei gleicher Intensität die Dichtigkeit des Stromes dem Querschnitte des Leiters, den er durchfließt, umgekehrt proportional ist. Demnach bezeichnet man als die Dichtigkeit des Stromes an einer Stelle der Leitung den Quotienten aus der Intensität desselben und dem Querschnitte des Leiters an der betreffenden Stelle.

Auf diesen Einfluß der Stromdichtigkeit haben wir schon bei Besprechung der Elektrolyse der Erdalkalisalze hingewiesen, indem wir anführten, daß es bei Anwendung eines einfachen Eisendrahtes als Kathode gelingt, aus ganz konzentrierten Lösungen die Metalle zu gewinnen. Bei großer Dichtigkeit des Stromes wird nämlich die ganze Menge des reduzierten Metalles, welche bei geringer Dichtigkeit des Stromes an einer ausgedehnten Elektrode frei wird, an einer kleinen Stelle frei, das Metall bietet daher dem Wasser nicht so viele Berührungspunkte und kann dadurch zum Teil vor neuer Oxydation bewahrt werden.

Ein ähnlicher Einfluß der Stromdichtigkeit zeigt sich bei andern sekundären Wirkungen.

Die sekundären Wirkungen können sehr verschiedener Art sein; es ist unmöglich sie hier alle zu beschreiben, indes kann man sie in einige Gruppen teilen und bei Betrachtung derselben die hauptsächlichsten kennen lernen.

Als erste Gruppe können wir die schon mehrfach besprochene Einwirkung der Ionen auf das Lösungsmittel bezeichnen, die nicht nur bei dem Kation, sondern auch bei dem Anion eintritt. Die Zersetzung des Wassers ist in allen Fällen eine solche sekundäre Wirkung, wie wir schon in manchen Fällen hervorgehoben haben. Das reine Wasser können wir nach den früher besprochenen Versuchen von Kohlrausch als einen Nichtleiter betrachten, nur Lösungen leiten; demnach ist es auch niemals das Wasser, welches durch den Strom direkt zersetzt wird, immer das Gelöste. In allen Fällen, in denen die Ionen durch direkte chemische Wirkung das Wasser zersetzen können, tritt diese Zersetzung ein, aber auch nur dann. Der gewöhnlichste in den Voltametern fast stets angewandte Weg zur Zersetzung des Wassers ist jener mittels Schwefelsäure. Dieselbe  $H_2SO_4$  wird wie jedes schwefelsaure Salz zersetzt in  $H_2$  und  $SO_4$ . An der Kathode entweicht  $H_2$ , an der Anode entwickelt sich  $SO_4$ , welches durch Zersetzung eines Moleküles  $H_2O$  sich wieder in  $H_2SO_4$  verwandelt unter Entwicklung eines Moleküles Sauerstoff. Da bei diesem Vorgange sich  $H_2SO_4$  stets wieder bildet, kann durch Zusatz einer geringen Menge  $H_2SO_4$  eine unbegrenzte Menge Wasser zersetzt werden.

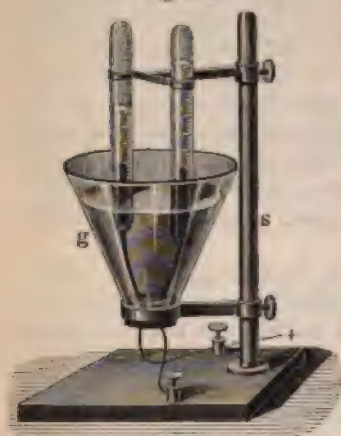
Da das Wasservoltameter in großer Ausdehnung zur Messung der Ströme benutzt wird, wollen wir etwas genauer die bei der Zersetzung des Wassers auftretenden Erscheinungen besprechen, insbesondere insoweit dabei eine Störung der entwickelten Gasmenge bewirkt werden kann.

Zunächst sei erwähnt, daß eine Zersetzung der Schwefelsäure beziehungsweise des Wassers zwischen Platinelektroden mit einem einzelnen Daniellschen Elemente sich überhaupt nicht, mit einem Groveschen Elemente kaum erreichen läßt; will man eine kräftige Gasentwicklung, so muß man mindestens zwei Grovesche Elemente anwenden. Der Grund

dieser Erscheinung liegt in der demnächst zu besprechenden Polarisation der Elektroden durch die an denselben frei werdenden Gase.

Wie wir wissen, entwickelt sich in dem Zersetzungsapparate der Sauerstoff nur an der Anode, der Wasserstoff an der Kathode, die zwischen denselben liegenden Flüssigkeitsschichten bleiben ungeändert. Zersetzt man schwach angesäuertes Wasser und fängt etwa in dem Apparate Fig. 181,

Fig. 181.



welcher aus einem trichterförmigen Glasgefäße *g* besteht, das unten wasserdicht mit einem Stopfen verschlossen ist, durch welchen von einander isoliert Platindrähte als Elektroden in das Gefäß eingeführt sind, über denen die Meßröhren aufgehängt sind, die Gase auf, so stehen die an den Elektroden entwickelten Gasvolumina fast genau in dem Verhältnisse 1 Sauerstoff zu 2 Wasserstoff. Eine geringe Störung dieses Verhältnisses tritt dadurch ein, daß der Absorptionskoeffizient des Sauerstoffes in Wasser fast doppelt so groß ist, als der des Wasserstoffs, die Störung ist um so geringer, je schmäler bei gleicher Stromstärke die Elektroden sind, je dichter also der Strom ist.

Ist das Wasser stark mit Schwefelsäure angesäuert, so kann infolge anderweiter sekundärer Wirkungen das Volumverhältnis des entwickelten Sauerstoffs und Wasserstoffs zuweilen sehr geändert werden; es kann das Volumen des Wasserstoffs fast das Vierfache von dem des Sauerstoffs werden.

Diese große Verminderung in dem Volumen des auftretenden Sauerstoffs ist zunächst in der Bildung von Ozon begründet; nämlich ebenso wie der Sauerstoff in Ozon verwandelt wird, wenn man durch denselben eine große Zahl elektrischer Funken schlagen läßt, so wird auch bei der Elektrolyse ein Teil des Sauerstoffs ozonisiert<sup>1)</sup>. Die Bildung des Ozons ist aber nach den Versuchen von Andrews und Tait<sup>2)</sup> mit einer Verdichtung des Sauerstoffs verbunden; es wird nämlich das Volumen des Sauerstoffs genau um das Volumen des in Ozon umgewandelten Sauerstoffs vermindert, gerade als wenn, wie Andrews und Tait sich ausdrücken, das Ozon eine unendliche Dichtigkeit besäße. Von der Richtigkeit dieser Angabe überzeugt man sich durch folgenden Versuch. Man sperre in einem Gefäße Sauerstoff ab, und lasse durch denselben zwischen zwei Spitzen längere Zeit von einer Elektrisiermaschine den elektrischen Strom hindurchgehen. Man beobachtet dann eine bestimmte Kontraktion des Volumens; darauf bringe man in den Raum etwas einer konzentrierten Jodkaliumlösung. Das Ozon hat wie das Chlor die Fähigkeit, aus seinen Verbindungen mit Metallen das Jod zu deplazieren; das Jod wird deshalb

1) Schönbein, Poggend. Ann. Bd. L.

2) Andrews und Tait, Poggend. Ann. Bd. CXII. aus Philosophical Transactions for 1860.



ausgefällt und an seine Stelle tritt zu dem Kalium das Ozon. Bei dieser Absorption des Ozon tritt nun gar keine Veränderung des Volumens mehr ein, woraus folgt, daß die Volumveränderung bei der Ozonbildung gerade so ist, als wenn das ganze in Ozon verwandelte Volumen Sauerstoff verschwunden wäre.

Die Menge Ozon ist zwar für gewöhnlich in dem elektrolytisch ausgeschiedenen Sauerstoff nur gering; aber wenn derselbe auch nur 1 Proz. beträgt, so folgt aus dem Vorigen doch, daß schon dadurch ein merklicher Verlust im Volumen des gebildeten Sauerstoffs eintritt.

Sobald bei der Elektrolyse des Wasserstoffs Ozon auftritt, zeigt sich immer nach den Versuchen von Meidinger<sup>1)</sup> und Schönbein<sup>2)</sup> an der positiven Elektrode auch Wasserstoffsuperoxyd, wodurch ebenfalls eine bedeutende Volumverminderung des Sauerstoffs eintreten kann. Wasserstoffsuperoxyd ist leicht nachzuweisen durch seine desoxydierenden Wirkungen auf Übermangansäure oder Chromsäure. Wenn man eine mit etwas Salpetersäure angesäuerte Lösung von übermangansaurem Kali mit Wasserstoffsuperoxyd zusammenbringt, so wird die Übermangansäure unter Sauerstoffentwicklung zu Manganoxydul reduziert, welches mit der Salpetersäure verbunden in Lösung bleibt. Die vorher rote Lösung wird dabei vollständig entfärbt. Ebenso wird bei Gegenwart von etwas Schwefelsäure oder Salpetersäure Chromsäure zu Chromoxyd reduziert, indem der frei werdende Sauerstoff mit einem Atom Sauerstoff des Wasserstoffsuperoxydes entweicht.

Wenn man die Zersetzungszelle, in welcher das angesäuerte Wasser elektrolysiert wird, durch eine tierische Membran oder poröse Thonwand in zwei Teile teilt, und die Flüssigkeit in dem die Anode umgebenden Teile mit etwas übermangansaurem Kali oder Chromsäure färbt, so zeigt die eintretende Farbeänderung, daß jedesmal dann, wenn sich Ozon bildet, auch Wasserstoffsuperoxyd auftritt.

Die Menge des Wasserstoffsuperoxydes kann sehr bedeutend werden, wenn man dem Wasser ziemlich viel Schwefelsäure zusetzt, so daß eine Säure von 1,4 spec. Gewicht entsteht, und dabei die Lösung möglichst kalt hält. Meidinger giebt an, daß der durch Bildung von Wasserstoffsuperoxyd eintretende Verlust von Sauerstoff 0,6 desjenigen betragen könne, der hätte auftreten müssen.

Bemerkt sei, daß Berthelot annimmt es bilde sich nicht Wasserstoffsuperoxyd, sondern eine höhere Oxydationsstufe der Schwefelsäure, die perschwefelsäure, deren Anhydrid die Formel  $S_2 O_7$  hat<sup>3)</sup>.

Auch eine Verminderung des Wasserstoffs kann eintreten durch Absorption desselben durch die Elektrode. In ganz hervorragender Weise tritt diese Absorption ein bei Anwendung einer Kathode aus Palladiummetall. Graham<sup>4)</sup> hat gezeigt, daß ein Palladiumdraht das 800- bis 1000fache seines Volumens an Wasserstoff aufnehmen kann, daß sich eine

1) Meidinger, Liebigs Annalen Bd. LXXXVIII.

2) Schönbein, Poggend. Ann. Bd. CVIII.

3) Berthelot, Comptes Rendus Bd. LXXIV p. 76 ff. und p. 277 ff. Beiblätter d. II. S. 360.

4) Graham, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI., auch Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI.

wahre Legierung von Palladium und Wasserstoff bildet. Bei schwachen Strömen entwickelt sich zunächst an einer Palladiumkathode gar kein Wasserstoff, erst nach längerer Zeit tritt Wasserstoff auf, und erst wenn das Palladium ganz gesättigt ist, wird die Entwicklung des Gases vollständig. Bei einem Versuche Grahams nahm ein Palladiumdraht von 609 mm Länge und 1,68 g Gewicht 11,5 mg oder 128 ccm Wasserstoff auf.

Will man deshalb die Wasserzersetzung als Maß der Stromstärke benutzen, so muß man schwach angesäuertes Wasser zwischen nicht zu großen Platinelektroden zersetzen; am besten thut man, wenn man die Zersetzung bereits einige Zeit andauern läßt, ehe man die Mischung beginnt, um die Störungen durch die Absorption möglichst gering zu machen.

Als zweite Gruppe von Nebenwirkungen können wir die Wirkung der Ionen auf die Elektroden bezeichnen, von denen die Absorption des Wasserstoffs durch Palladium schon ein Beispiel ist. Am häufigsten beobachtet man die Einwirkung des Anions auf die Anode. So wird stets, wenn die Anode aus einem in der Säure eines zersetzten Sauerstoffsalzes auflösbaren Metalle besteht, die Anode aufgelöst.

Elektrolysiert man z. B. ein Kupfersalz zwischen Kupferelektroden, so wird das Kupfer in der Säure gelöst. Für jedes Äquivalent Kupfer, welches an der Kathode erscheint, verliert daher die Anode ebenfalls ein Äquivalent Kupfer. Dasselbe ist der Fall bei der Elektrolyse eines Zinksalzes oder Silbersalzes etc. zwischen Elektroden derselben Metalle. Elektrolysiert man ein Kupfersalz zwischen Elektroden eines anderen Metalles, so ist das Resultat im wesentlichen dasselbe, es wird dann für jedes an der Kathode auftretende Äquivalent Kupfer von der Anode ein Äquivalent Metall gelöst.

Deshalb ist es in vielen Fällen bei der Untersuchung ratsam, die Anode von einem in der Säure löslichen Metall zu wählen, da dann durch den von derselben sonst aufsteigenden Sauerstoff die Flüssigkeit nicht gemischt wird. Hittorf wandte deshalb stets eine solche an; es ist dabei nicht gerade erforderlich, daß die Anode aus demselben Metalle sei, welches in dem Salze enthalten ist, besonders wenn man die Produkte der Elektrolyse dadurch untersucht, daß man die elektrolysierte Flüssigkeit an einer nicht veränderten Schicht spaltet, und dann die einzelnen Mengen für sich analysiert.

Bei den praktischen Anwendungen der Elektrolyse, bei Vergoldungen, Versilberungen, ferner bei der Galvanoplastik ist es ratsam, die Anode aus dem Metalle zu wählen, welches an der Kathode abgesetzt wird, da man auf diese Weise dafür sorgt, daß die benutzte Flüssigkeit immer dieselbe Zusammensetzung hat.

Bei der Elektrolyse von Chlormetallen werden auch Anoden von Gold und Platin unter Bildung von Chlorid aufgelöst.

Auf die Auflösung der Anode ist die Dichtigkeit des Stromes von bedeutendem Einflusse; ist dieselbe an der Anode sehr groß, die Anode also sehr klein, so wird weniger an derselben aufgelöst, als an der Kathode abgeschieden wird. So fand Magnus<sup>1)</sup> in einem Falle, daß von

1) Magnus, Elektrolytische Untersuchungen. §. 88. Poggend. Ann. Bd. CII.

der Anode nur ein Drittel des Kupfers aufgelöst wurde, welches an der Kathode niederfiel.

Die ausgeschiedenen Ionen können ferner auf das gelöste Salz einwirken, und zwar sowohl an der Kathode, als an der Anode. Eine derartige Aktion an der Anode haben wir bereits bei der Elektrolyse des Zinnchlorürs erwähnt; das an der Anode frei werdende Chlor verwandelt das Zinnchlorür  $\text{Sn Cl}_2$  in Zinnchlorid  $\text{Sn Cl}_4$ , welches dort dampfförmig entweicht.

Elektrolysiert man Chlorammonium, so zeigen sich ähnliche Einwirkungen. Alle Ammonsalze geben zunächst bei der Elektrolyse an der Kathode Ammonium  $\text{NH}_4$ , welches gewöhnlich zerfällt in Ammoniak  $\text{NH}_3$ , welches in Lösung bleibt, und in Wasserstoff, welcher entweicht. Wendet man dagegen als Kathode Quecksilber an, so tritt das Ammonium unzersetzt zu dem Quecksilber, und bildet mit demselben ein Amalgam, welches beim Erhitzen sich zersetzt in Ammoniak, Wasserstoff und Quecksilber<sup>1)</sup>. Daß in der That in diesem Amalgam Ammoniak und Wasserstoff in dem Verhältnis, wie sie im Ammonium vorhanden sein müßten, d. h. 2 Vol. Ammoniak auf 1 Vol. Wasserstoff enthalten sind, ist neuerdings von Landolt nachgewiesen<sup>2)</sup>.

Das an der Anode bei der Elektrolyse des Salmiaks frei werdende Chlor zersetzt den gelösten Salmiak und bildet Chlorstickstoff, gerade wie wenn man Chlorgas in eine Salmiaklösung einleitet.

Elektrolysiert man Salmiak in einer Porzellanschale, indem man die Lösung mit einer dünnen Schicht Terpentinöl bedeckt, so explodieren die Chlorstickstofftröpfchen sofort, wie sie das Terpentinöl berühren<sup>3)</sup>.

Auch der elektrolytisch ausgeschiedene Sauerstoff giebt zu solchen sekundären Produkten Veranlassung. Elektrolysiert man essigsäures Bleioxyd zwischen nicht löslichen Elektroden, so scheidet sich an der Kathode Blei ab, welches dieselbe in schönen Krystallen bedeckt. An der Anode erscheint Essigsäure und Sauerstoff. Letzterer scheidet sich indes nicht ab, sondern oxydiert das Blei zu Bleisuperoxyd  $\text{Pb O}_2$ , welches sich an der Anode ablagert. Auch wenn man eine Lösung von Bleioxyd in Kali elektrolysiert, erhält man an der Anode Bleisuperoxyd<sup>4)</sup>. Ebenso kann man aus Lösungen von Nickelsalzen, Kobaltsalzen, Mangansalzen und Wismutsalzen Superoxyde erhalten<sup>5)</sup>. Bei der Elektrolyse von salpetersaurem Silberoxyd erhält man an der Anode schwarzes Silbersuperoxyd<sup>6)</sup>.

Diese Bildung von Superoxyden wird in der Technik benutzt, um Metalle mit bestimmt gefärbten Überzügen zu versehen; so z. B. erhält man bei der Elektrolyse von essigsäurem Manganoxydul auf einer Platinschale als Anode je nach der Dicke der Schicht prachtvolle goldgelbe, purpurfarbige, grüne Überzüge von Mangansuperoxyd, wenn als Kathode ein dünner Platindraht benutzt wird<sup>7)</sup>.

1) Zuerst beobachtet von Seebeck. Gilberts Annalen Bd. XXVIII.

2) Landolt, Liebigs Annalen. Supplement Bd. VI.

3) Kolbe, Liebigs Annalen. Bd. LXIV.

4) Beetz, Poggend. Ann. Bd. LXI.

5) Fischer, Kastners Archiv. Bd. XVI.

6) Rütter, Gilberts Ann. Bd. II. Gehlens Journal. Bd. III.

7) Böttger, Beiträge zur Physik und Chemie. II. Heft. Frankfurt 1841.



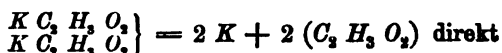
Auch an der Kathode können durch Einwirkung des reduzierten Metalles auf die Lösung sekundäre Produkte entstehen. Die Elektrolyse von Kupferchlorid giebt an der Kathode durch Verbindung des ausgeschiedenen Kupfers mit dem Chlorid Kupferchlortür.

Essigsäures Kupferoxyd liefert an der Kathode Kupfer gemengt mit Kupferoxyd oder Kupferoxydul<sup>1)</sup>. Arsensaures Kali giebt an der Kathode durch Einwirkung des Kaliums metallisches Arsen.

Auch die an einer Elektrode ausgeschiedenen Substanzen selbst können nach den Versuchen von Kolbe auf einander einwirken und geben dann besonders bei der Elektrolyse organischer Stoffe zu den verschiedensten Umsetzungen Anlaß<sup>2)</sup>.

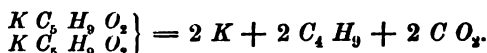
Bei der Elektrolyse schwefligsauren Kalis oxydiert der an der Anode frei werdende Sauerstoff die ebenfalls frei werdende schweflige Säure zu Schwefelsäure.

Bei der Elektrolyse des essigsäuren Kalis  $K C_2 H_3 O_2$  würden neben Abscheidung von Wasserstoff und Sauerstoff die normalen Produkte sein Kalihydrat an der Kathode, Essigsäure an der Anode nach dem Schema

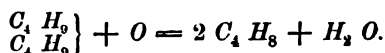


und weiter sekundär an der Kathode  $2 K + 2 H_2 O = 2 K H O + 2 H$ , an der Anode  $2 (C_2 H_3 O_2) + H_2 O = H_2 2 (C_2 H_3 O_2) + O$ ; statt dessen zerfällt der Atomkomplex  $2 C_2 H_3 O_2$  sofort in Methylgas  $2 C H_3$  und Kohlensäure  $2 C O_2$ .

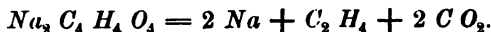
Valeriansaures Kali  $K C_5 H_9 O_2$  giebt Butyl und Kohlensäure



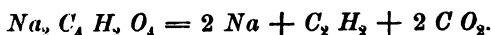
Das in öartigen Tropfen abgeschiedene Butyl verbindet sich zum Teil mit der Valeriansäure, zum Teil wird demselben durch frei werden den Sauerstoff Wasserstoff entzogen und es bildet sich Butylen



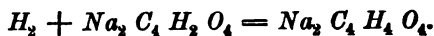
Bernsteinsaures Natron giebt an der Anode ein Gemenge von Äthylen  $C_2 H_4$  und Kohlensäure



Fumarsaures Natron  $Na_2 C_4 H_2 O_4$  liefert an der Anode Acetylen  $C_2 H_2$  und Kohlensäure



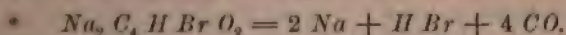
An der Kathode wirkt zugleich der durch das Natrium aus dem Lösungswasser abgeschiedene Wasserstoff auf das fumarsaure Natron ein und führt dasselbe in bernsteinsaures Natron über



1) Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. XCIX.

2) Kolbe, Liebigs Ann. Bd. LXIV und LXIX. Lehrbuch der organischen Chemie. Bd. I. Braunschweig 1854.

Die Maleinsäure verhält sich bei der Zerlegung ihrer Salze wie die mit ihr isomere Fumarsäure. Die Brommaleinsäure wird bei der Zerlegung ihres Salzes anders gespalten, sie liefert an der Anode Kohlenoxydgas und Bromwasserstoff. So giebt das brommaleinsäure Natron



Bei den Zersetzungen der organischen Salze treten diese Verhältnisse nur dann in dieser Weise deutlich hervor, wenn man recht konzentrierte Lösungen elektrolysiert, bei verdünnten Lösungen wird immer gleichzeitig Wasser zersetzt, wodurch manche der angeführten Reaktionen modifiziert und verdeckt werden können.

An diesen Beispielen sekundärer Wirkungen möge es genügen. Man kann es im allgemeinen leicht entscheiden, welche Veränderungen einer Lösung primär Folge der Elektrolyse, welche sekundär Folgen der chemischen Einwirkung der ausgeschiedenen Substanzen sind, und dadurch das reine Resultat der Elektrolyse erhalten. Im allgemeinen werden durch die sekundären Wirkungen Verbindungen gebildet, welche vorher nicht in der Lösung waren.

Trotz aller der Nebenwirkungen kann man doch immer bei der Elektrolyse das elektrolytische Gesetz erkennen, wenn man die Flüssigkeit, wie wir vorher angaben, an einer Stelle, die sich nicht verändert hat, spaltet und die Flüssigkeiten der beiden Teile, oder vielmehr den Gehalt der beiden Gefäße für sich untersucht. Mit Berücksichtigung der etwa gasförmig entwichenen Bestandteile ist das in jedem Gefäße außer unzersetzter Lösung Enthaltene das Resultat der Elektrolyse. So findet man z. B. stets bei der Zersetzung eines Salzes an der Anode die Bestandteile einer dem an der Kathode abgeschiedenen Metalle äquivalenten Menge Säure und Sauerstoff neben den Bestandteilen der unzersetzten Lösung; dieses ist das Resultat der direkten Zersetzung durch den Strom, welches im übrigen auch die Verbindungen sein mögen, welche diese Teile mit einander oder mit der Anode, oder mit den gelösten Substanzen eingegangen sein mögen. Man hat in den verwickeltsten Fällen nur sämtliche Bestandteile an der einen Seite der Spaltungsstelle durch eine Analyse zu bestimmen, daraus dann zu berechnen, wie viel der ursprünglichen Lösung sich aus diesen ergibt, und diese Menge von dem Gefundenen abziehen; als Rest wird man immer die Bestandteile von Säure und Sauerstoff finden, welche dem an der Kathode abgeschiedenen Metalle äquivalent sind.

### §. 101.

**Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen.** In dem Bisherigen haben wir nur die Elektrolyse von Verbindungen betrachtet, welche aus gleichen Äquivalenten ihrer Bestandteile zusammengesetzt sind. Faraday glaubte<sup>1)</sup>, daß nur diese überhaupt durch den Strom zersetzt werden könnten. Das hat sich indes nicht bestätigt, indem es gelungen ist, eine Anzahl zusammengesetzter Verbindungen durch den Strom zu zersetzen.

1) Faraday, Experimental researches. VII. ser., besonders art. 829 u. 830. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

Häufig jedoch treten durch sekundäre Aktionen Erscheinungen auf, welche vielfach für eine direkte Zersetzung durch den Strom gehalten sind, und es ist in manchen Fällen schwierig zu entscheiden, ob man eine direkte Zersetzung des Stromes, oder eine Zersetzung infolge solcher chemischer Aktionen vor sich hat.

So läßt es sich bei der Elektrolyse der Sauerstoffsäuren nur schwierig unterscheiden, ob man primäre oder sekundäre Aktion vor sich hat.

Bei der Elektrolyse von Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ) entwickelt sich an der positiven Elektrode Sauerstoffgas, an der negativen sehr wenig Wasserstoffgas, meist Schwefel und etwas Schwefelwasserstoffgas. Wenn man eine Lösung von Schwefelsäureanhydrid in Schwefelsäure elektrolysiert, so erhält man dieselben Resultate und, wenn nicht mehr als 3 Teile  $SO_3$  auf 1  $H_2SO_4$  gelöst ist, schweflige Säure.

Diese Zersetzung der Schwefelsäure ist jedenfalls sekundär, sie wird nach der Form  $H_2 + SO_4$  zersetzt, und der frei werdende Wasserstoff reduziert aus einem anderen Teile der Säure Schwefel, oder aus dem gelösten Schwefelsäureanhydrid schweflige Säure.

Wird in der Schwefelsäure eine noch größere Menge Säureanhydrid aufgelöst, so ist nach den Versuchen von Geuther<sup>1)</sup> das Resultat der Elektrolyse nur Sauerstoff an der Anode und Schwefel an der Kathode. Geuther glaubt deshalb, daß in diesem Falle wirklich das Schwefelsäureanhydrid in  $S$  und  $O_2$  zerlegt wäre, da, wenn die Reduktion wie vorher stattgefunden hätte, schweflige Säure hätte auftreten müssen.

Wasserfreie schweflige Säure leitet den Strom nicht und ist auch nicht zersetzbar; in Wasser gelöst wird sie sekundär durch den frei werdenden Wasserstoff unter Abscheidung von Schwefel zerlegt<sup>2)</sup>.

Borsäure, Phosphorsäure werden ebenfalls nicht zersetzt, indes treten auch hier, wenn sie in wässriger Lösung dem Versuche unterworfen werden, durch den frei werdenden Wasserstoff Reduktionen ein<sup>3)</sup>; gleiches gilt auch wohl von der Chromsäure, von welcher indes Geuther eine direkte Zersetzung annimmt<sup>4)</sup>.

Bei der Elektrolyse der Salpetersäure wird ebenfalls nur das Wasser zersetzt, indes kann auch dort durch den Wasserstoff an der Kathode eine Reduktion eintreten<sup>5)</sup>.

Dagegen ist für eine Anzahl von nicht aus gleichen Äquivalenten zusammengesetzten Haloidsalzen und Sauerstoffsalzen die direkte Zersetzung durch den Strom nachgewiesen worden.

Es würde zu weit führen, die einzelnen von den verschiedenen Forschern, insbesondere von Daniell und Miller<sup>6)</sup>, Buff<sup>7)</sup>, Becquerel<sup>8)</sup> und

1) Geuther, Liebigs Ann. Bd. CIX.

2) Faraday, Experimental researches. VII. ser. art. 755 ff. Poggend. Ann. Bd. XXXIII. Bleekrode, Wiedem. Ann. Bd. III.

3) Davy, Philosophical Transactions for 1807. Gilberts Ann. Bd. XXVIII.

4) Geuther, Liebigs Ann. Bd. XCIX.

5) Schönbein, Poggend. Ann. Bd. XLVII.

6) Daniell und Miller, Philosophical Transactions for 1844. Poggend. Ann. Bd. LXIV.

7) Buff, Liebigs Ann. Bd. CX.

8) Becquerel, Ann. de chim. et de phys. III. Série T. XL.

Hittorf<sup>1)</sup> erhaltenen Resultate durchzugehen, es genüge daher an einzelnen Beispielen.

Kupferchlorür  $Cu_2Cl_2$  sowohl geschmolzen als in Salzsäure gelöst zerfällt in Kupfer und Chlor, und zwar wird auf ein Molekül Wasser  $H_2O$  im Voltameter ein Molekül Chlorür zerlegt. An der Anode erscheinen also die den im Voltameter auftretenden zwei Atomen  $H$  äquivalenten zwei Atome Chlor, an der Kathode zwei Atome Kupfer. Die Zersetzung findet also derart statt, wie wenn das Kupfer ein einwertiges Metall wäre.

Eisenchlorid  $Fe_2Cl_6$ , Aluminiumchlorid  $Al_2Cl_6$  zerfallen in Metall und Chlor; auf ein Molekül Wasser wird ein Drittel Molekül Salz zerlegt. Auf ein Atom Wasserstoff im Voltameter erscheint also an der Anode ein Atom Chlor, an der Kathode  $\frac{1}{3}$  Atom Eisen. Eisen und Aluminium werden darnach in diesen Verbindungen so zersetzt, daß je zwei Atome der Metalle sechswertig erscheinen, als wenn somit die Metalle dreiwertig wären.

Zinnchlorid  $SnCl_4$  zerfällt nach Becquerel in  $Sn$  und  $Cl_2$ , so daß also auf zwei Moleküle Wasser ein Molekül des Salzes zersetzt wird. Während bei der Elektrolyse des Chlorzinns  $SnCl_2$  für jedes Molekül Wasser ein Molekül Salz zersetzt wurde, das Zinn also zweiwertig erschien, tritt es hier als vierwertiges Metall auf, ein Atom Zinn ist äquivalent vier Atomen Wasserstoff.

Hittorf dagegen nimmt an, daß das Zinnchlorid schon bei der Lösung in Zinnsäure  $SnO_2$  und  $4HCl$  zerfällt, daß dann nur die Chlorwasserstoffsäure elektrolysiert und durch die frei werdenden vier Atome Wasserstoff ein Molekül Zinnsäure reduziert werde. Er folgert das daraus, daß nach der Elektrolyse die Lösung an der Kathode inklusive dem ausgeschiedenen Zinn merklich dieselbe Quantität Zinn enthielt wie vor der Elektrolyse.

Becquerel glaubte aus den angegebenen und einigen anderen Resultaten schließen zu können, daß die Zersetzungen dieser zusammengesetzten Verbindungen stets so vor sich gingen, daß die auf ein Molekül Wasser zersetzte Salzmenge die äquivalente Menge des elektronegativen Bestandtheiles wie in den angegebenen Fällen zwei Atome Chlor lieferte.

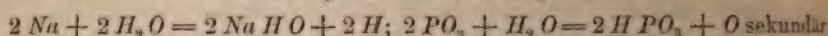
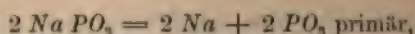
Dieser Satz bestätigte sich indes nicht bei der Elektrolyse der Sauerstoffsalze, welche auf ein Äquivalent Basis mehr als ein Äquivalent Säure enthalten.

So liefert nach Wiedemann<sup>2)</sup> neutrales und basisches essigsaures Kupferoxyd bei der Elektrolyse die gleiche Menge Kupfer, so daß also hier nur  $\frac{1}{2}$  Äquivalent Essigsäure frei wird. Gleiches gilt nach Hittorf von den verschiedenen phosphorsauren Salzen. Die normalen Salze der verschiedenen Phosphorsäuren werden je nach der Basicität der Säuren einfach dem Faradayschen Gesetz entsprechend zerlegt, wenn wir beachten, daß ein Molekül einer Säure soviel Atomen Wasserstoff äquivalent ist, als es vertretbare Wasserstoffatome enthält. Darnach liefert das Salz der einbasischen Metaphosphorsäure  $NaPO_3$  auf ein Atom Wasserstoff im Voltameter an der Kathode ein Atom Natrium, an der Anode ein Molekül Phosphorsäure nach dem Schema:

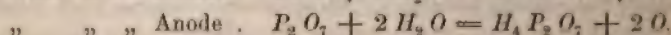
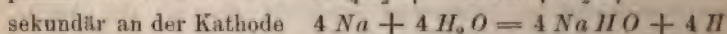
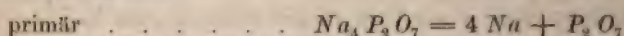
1) Hittorf, Poggend. Ann. Bd. CVI.

2) Wiedemann, Galvanismus Bd. I §. 224. 1. Aufl.



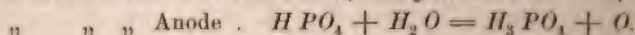
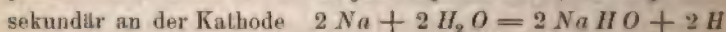
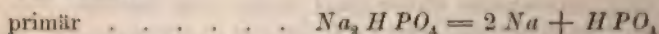


Das pyrophosphorsaure Natron  $\text{Na}_4\text{P}_2\text{O}_7$  ist dem vierbasischen Charakter der Säure entsprechend zwei Molekülen Wasser äquivalent; in der That werden auf zwei Moleküle Wasser im Voltameter ein Molekül Salz zersetzt, auf jedes im Voltameter abgeschiedene Atom Wasserstoff erscheint an der Kathode ein Atom Natrium. Die Zersetzung geschieht nach dem Schema



Das normale orthophosphorsaure Natron  $\text{Na}_3\text{PO}_4$  enthält gemäß dem dreibasischen Charakter der Orthophosphorsäure drei Atome Natrium, welche äquivalent sind drei Atomen Wasserstoff; zwei Moleküle Salz sind somit äquivalent drei Molekülen Wasser. Demgemäß findet auch die Zersetzung statt, für jedes Atom Wasserstoff im Voltameter tritt ein Atom Natrium an der Kathode auf, oder auf drei Moleküle Wasser werden zwei Moleküle Salz zersetzt.

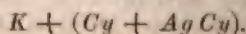
Abweichend ist das Verhalten des sogenannten neutralen und sauren orthophosphorsauren Salzes; bei der Zersetzung dieser Salze giebt sich der dreibasische Charakter der Säure nicht zu erkennen, dieselbe scheint vielmehr bei dem ersten Salze zweibasisch, bei dem letztern sogar einbasisch. Das neutrale phosphorsaure Salz  $\text{Na}_2\text{HPO}_4$  zerfällt nämlich bei der Elektrolyse in  $\text{Na}_2$  an der Kathode und  $\text{HPO}_4$  an der Anode, und zwar wird für jedes Molekül Wasser in dem Voltameter ein Molekül Salz zersetzt, auf jedes Atom Wasserstoff an der Kathode des Voltameters erscheint in der Lösung ein Atom Natrium an der Kathode, ein halb Molekül Säure an der Anode. Auf das Molekül Wasser  $\text{H}_2\text{O}$  bezogen ist das Schema der Zersetzung:



Das saure phosphorsaure Natron  $\text{NaH}_2\text{PO}_4$  zerfällt so, wie wenn die Phosphorsäure nur ein vertretbares Wasserstoffatom enthielte, welches in dem Salz durch Natrium vertreten ist, in  $\text{Na}$  an der Kathode und  $\text{H}_2\text{PO}_4$  an der Anode, für jedes Molekül Wasser werden also zwei Moleküle Salz zersetzt.

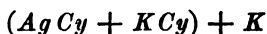
Bei der Zersetzung der verschiedenen orthophosphorsauren Salze, wenn sie sich gleichzeitig im Stromkreise befinden, tritt also stets die gleiche Menge Metall an der Kathode auf, die Mengen der Phosphorsäure an der Anode verhalten sich dagegen wie 1 : 2 : 3.

Doppelsalze zerfallen nach Hittorf in der Weise, daß eins der Metalle an der Kathode frei wird, der Rest an der Anode; so zerfällt Cyansilberkalium  $\text{AgCy} + \text{KCy}$  bei der Elektrolyse nach dem Schema





n ist Kalium, das Anion Cyansilber plus Cyan. Es folgte die Flüssigkeit an der Kathode mit dem ausgeschiedenen ein Atom Silber weniger als Kalium enthielt, d. h. daß sich die Bestandteile von



an der Kathode ausgeschiedene Silber ist also ein sekundär herrührend von der Reduktion eines Atoms Silber durch ein Kalium.

Erfahrungen zeigen, daß im allgemeinen auch bei den Verbindungen das Faradaysche Gesetz seine Gültigkeit behält, ja auch die neuere Chemie thut, annimmt, daß einzelnen verschiedenen Verbindungen eine verschiedene Wertigkeit kann, und ebenso einzelnen Säuren in den verschiedenen verschiedene Basicität. Von den Metallen sind es vorzugsweise Eisen, bei denen auch die Chemie Cuproverbindungen, Ferroverbindungen und Ferridverbindungen unter den Cuproverbindungen ist das Kupfer chemisch und elektrolytisch, oder genauer gesprochen, je zwei Atome Kupfer erfordern zweiwertig, in den Cupridverbindungen ist jedes ein Kupfer zweiwertig, deshalb scheidet sich aus Kupferchlorür ein Kupfer ab wie aus dem Chlorid. Ähnlich ist es bei der Chemie setzt das Eisen vierwertig und nimmt in den Verbindungen zwei Atome Eisen an, welche sich mit je zwei Verbin- dungen vereinigt haben, so daß die zwei verbundenen Atome zwei Verbindungseinheiten besitzen; in den Ferridverbindungen ein Atom Eisen sich mit je einer Verbindungseinheit verbin- det, noch sechs Verbindungseinheiten frei bleiben. Es bleiben in den Ferroverbindungen für jedes Atom Eisen zwei, in den Ferrid- verbindungen drei Verbindungseinheiten frei, dem entsprechend treten bei der Elektrolyse für jedes Atom Wasser- stoff in den Ferridverbindungen drei Atome Eisen hervor. Ähnlich kann die Zersetzung von Zinnchlorür und Zinnchlorid auffassen. Man kann an diesen wenigen Andeutungen, ein genaueres Eingehen würde uns zu weit auf das Gebiet der Chemie führen.

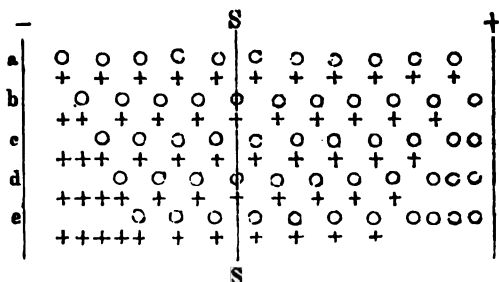
### §. 102.

**Wanderungen der Ionen.** Untersucht man nach der Elektrolyse die an der Anode und Kathode befindliche Flüssigkeit für man an der Anode außer neutraler Flüssigkeit oder deren ein Äquivalent des elektronegativen, an der Kathode da- her neutraler, d. h. unzersetzter Lösung ein Äquivalent des elektro- nendnegativen. Es ergibt sich das aus den sämtlichen bisher- gen Untersuchungen, nach denen an der Kathode sich ein Äqui- tropositiven, an der Anode ein Äquivalent des elektronega- tiven abscheidet.

Man nun nach der Elektrolyse den Gehalt der Flüssigkeiten Elektroden mit dem Gehalte an den verschiedenen Bestand-

teilen vor der Elektrolyse, so sollte man daraus schließen, daß die Sauerstoffigkeit an der Anode ein halbes Äquivalent des elektronegativen, an der Kathode aber ein halbes Äquivalent des elektropositiven Bestandteiles enthalten müsse als vor der Elektrolyse. Denn daß an der Anode ein Äquivalent des negativen Bestandteiles frei wird, das scheint am einfachsten daher zu rühren, daß von der Anode ein halbes Äquivalent des positiven Bestandteiles gegen die Kathode hin, dagegen von der Kathode ein halbes Äquivalent des negativen Bestandteiles gegen die Anode her gewandert ist. Nur durch eine solche entgegengesetzte Bewegung der Ionen ist es nämlich möglich, daß die Bestandteile an den Elektroden frei werden, d. h. daß bei der Elektrolyse eines neutralen Salzes z. B. an der Anode ein Überschufs von einem Äquivalente des einen Ions über die Bestandteile der neutralen Lösung vorhanden sein kann. Ohne hier schon auf die Theorie der Elektrolyse näher einzugehen, werden wir uns den Vorgang bei derselben in einer Reihe von Molekülen am besten so darstellen können, daß die einzelnen Ionen sich in derselben an einander verschieben. Sei z. B. Fig. 182 a eine Reihe von Molekülen zwischen

Fig. 182.



Elektroden vor der Elektrolyse, etwa Chlorkupfer, in welcher die Kreise den negativen Bestandteil, die Kreuze den positiven Bestandteil bezeichnen. Es beginne nun der Strom die Flüssigkeit zu durchsetzen, so ist die einfachste Vorstellung, die wir uns von der Elektrolyse machen können, die positive Elektrode die negativen, die negative dagegen die positiven Bestandteile anziehe. Wie die Reihen b, c, d, e zeigen, werden so die positiven Bestandteile in der ganzen Reihe immer mehr nach links und die negativen um ebensoviel nach rechts gezogen; so treten an den Elektroden nach und nach 1, 2, 3, 4 Moleküle der Ionen frei auf. Später wird die Flüssigkeit an irgend einer Stelle durch SS, so daß z. B. fünf unzersetzte Moleküle an der negativen, sechs an der positiven Elektrode sich befinden, und untersucht man nach der Elektrolyse in der Flüssigkeit die Bestandteile rechts und links von SS, so findet man, daß während an jeder Elektrode sich vier Moleküle ausgeschieden haben, an jeder Elektrode der Spaltungsstelle zwei Moleküle mehr vorhanden sind, als vor der Elektrolyse sich dort fanden.

Würde nun die positive Elektrode in unserem Falle von Kupfer sein, so würde alles entwickelte Chlor mit dem Kupfer sich zu Kupferchlorid verbinden; dann würde also die Flüssigkeit rechts von der Spaltungsstelle

ge dieser Lösung der positiven Elektrode acht Moleküle Kupferchlorid alten, während die Flüssigkeit links von *S* neben den vier ausgehenden Kupferatomen nur drei Moleküle Kupferchlorid besäße. Die Lösung an der Anode müßte also konzentrierter, an der Kathode aber dünnter werden.

Dafs diese Änderung in der Konzentration der Flüssigkeit infolge Elektrolyse in der That eintritt, das läßt sich leicht erkennen. Elektrisiert man ein Kupfersalz, so dafs die Elektroden sich vertikal über einander befinden, nimmt die untere Elektrode als Anode von Kupfer, so tritt eine Änderung der Farbe sofort, wie die Lösung unten konzentrierter wird, während die Entfärbung der Flüssigkeit an der Kathode die Verdünnung dort anzeigt. Stellt man den Apparat umgekehrt, so dafs die Zinkanode die obere wird, so sieht man deutlich, besonders wenn die Anode ein Draht oder ein Konus ist, wie die konzentriertere Flüssigkeit absinkt<sup>1)</sup>.

Verhindert man diesen direkten Austausch der verschiedenen konzentrierten Flüssigkeiten, indem man die Anode unten nimmt, und in manchen Fällen durch Anwendung einer passenden Elektrode bewirkt, dafs die gebildete Lösung unter die Anode hinabsinkt (Hittorf), oder wendet man den Apparat von Daniell oder Wiedemann an, so kann man die Konzentrationen an beiden Seiten einer unveränderten Spaltungsstelle analysieren und indem man den Gehalt derselben an den betreffenden Bestandteilen bestimmt, untersuchen, welcher Bruchteil des durch die Elektrolyse abgeschiedenen Äquivalents des betreffenden Ions sich an der einen oder anderen Seite der Spaltungsstelle mehr befindet als vorher.

Der erste, welcher derartige Versuche anstellte, war Daniell<sup>2)</sup>; er wandte zu denselben den von uns beschriebenen Apparat an. Bei denselben stellte sich heraus, dafs niemals ein halbes Äquivalent des abgeschiedenen Stoffes an jeder Elektrode sich mehr fand als vorher, sondern an der einen Elektrode nur ein gewisser Bruchteil des einen Ions, der anderen dann soviel des anderen Ions, als notwendig war, um die Fortwanderung des ersteren frei gewordene Menge zu einem Äquivalent zu ergänzen.

Die ausführlichsten Untersuchungen über diesen Gegenstand sind von Hittorf<sup>3)</sup> angestellt; er fand allgemein, dafs fast nie an der Kathode ein Äquivalent des Kations, an der Anode ein halbes Äquivalent des Ions mehr war, sondern dafs die Austausche immer in anderen Verhältnissen stattfanden. Wurde an der Kathode ein Äquivalent des Ions, an der Anode ein Äquivalent des Anions abgeschieden, so fand

an der Anode nur gegen früher mehr  $\frac{1}{n}$  Äquivalent, an der Kathode gegen  $1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$  Äquivalent des Kations. An der Anode war das eine Äquivalent Anion dadurch frei geworden, dafs  $\frac{1}{n}$  Äquivalent

1) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. CII.

2) *Daniell*, Poggend. Ann. Ergänzungsband I.

3) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIX, XCVIII und CVI.

von der Kathode herüber und  $\frac{n-1}{n}$  Äquivalent Kation zur Kathode hin über gewandert war.

Wir stellen in folgender Tabelle einige von den vielen Angaben Hittorfs zusammen; die erste Kolumne enthält die Namen der untersuchten Salze, die zweite die Menge Wasser auf ein Gramm Salz, die dritte Bruchtheile des ausgeschiedenen Äquivalents die Menge des Kations, welche an der negativen Elektrode mehr ist als vorher, die vierte das gleiche für das Anion.

Name der Salze	Wasser auf 1 Gr. Salz	Übergeführtes	
		Kation	Anion
Chlornatrium	3,472	0,352	0,648
"	20,706	0,366	0,634
"	104,76	0,372	0,628
"	320,33	0,378	0,622
Jodnatrium	22,053	0,374	0,626
Schwefelsaures Natron	11,769	0,359	0,641
Salpetersaures Natron	2,994	0,400	0,600
Essigsäures Natron	2,807	0,585	0,415
Chlorkalium	4,845	0,484	0,516
Jodkalium	2,722	0,508	0,492
Schwefelsaures Kali	11,837	0,500	0,500
Salpetersaures Kali	4,621	0,521	0,479
Essigsäures Kali	1,304	0,676	0,324
Chlorbarium	3,629	0,336	0,664
"	126,7	0,390	0,610
Salpetersaurer Baryt	16,231	0,359	0,641
Chlorkalcium	1,697	0,220	0,780
Jodcalcium	1,318	0,269	0,732
Salpetersaurer Kalk	1,419	0,282	0,718
Schwefelsaures Zinkoxyd	2,524	0,222	0,778

Es zeigt sich also fast durchgängig, mit wenigen Ausnahmen, was besonders die Essigsäure gehört, daß an der Anode mehr als ein halb Äquivalent auftritt, an der Kathode weniger. Im übrigen hängen die übergeführten Mengen ab von der Natur der Salze, so daß z. B. im Chlorkalcium mehr Chlor übergeführt wird als im Chlornatrium oder Chlorkalium. Ebenso hängen die Überführungen ab von der Konzentration der Flüssigkeit.

### §. 103.

**Elektrische Endosmose.** Elektrolysiert man eine Flüssigkeit in einem dem Daniellschen ähnlichen Apparate, so daß also zwischen den beiden Elektroden innerhalb der Flüssigkeit ein poröses Diaphragma, eine tierische Membran oder eine poröse Thonwand sich befindet, so zeigt sich eine mechanische Wirkung des Stromes, welche wir schon hier erwähnen müssen.

Beziehung zu der Elektrolyse gebracht hat. Zuerst Reuss<sup>1)</sup> und Reuss<sup>2)</sup> haben beobachtet, daß die von dem Strome durchdrungenheit durch die poröse Wand mit hindurchgeführt wird, und die Flüssigkeit an der Kathode an Volumen zunimmt, an der Anode abnimmt.

Die Erscheinung sind besonders von Wiedemann<sup>3)</sup> und Wiedemann<sup>4)</sup> studiert.

Man zeigt sich um so besser, je schlechter die Flüssigkeit Wasser wird am stärksten übergeführt; Quecksilber bewegt sich, als ob nur solche Flüssigkeiten übergeführt würden, welche elektrolysiert werden können.

Zur Untersuchung dieser Erscheinung wandte Wiedemann den Apparat auf einen unten geschlossenen, porösen Thoncylinder *a* war eine kleine tubulierte Glocke *c* gekittet, in deren Öffnung ein

Rohr *d* mit seitlichem Ausgange angesetzt war. Im

Inneren stand ein Cylinder *e* aus Zinn oder Platinblech.

Ein Draht *f* zum Durchdringen einer kräftigen galvanischen Zelle.

Der Draht war in einen Teil der Glocke eingefügt.

Das Glasrohr innerhalb war der Thoncylinder mit dem verbundenen Blech verbunden.

Der ganze Apparat in einem weiteren Glasgefäße ebenso wie der mit Wasser oder einer Flüssigkeit gefüllt war. Die

Druckhöhe des Stromes wurde an einem Manometer gemessen.

Die Flüssigkeit in der Säule geschlossen war, stieg die Flüssigkeit im Thoncylinder aus dem Ausflußrohr.

Es wurde nun entweder die ausfließende Flüssigkeit in Gefäße aufgefangen und gewogen, oder die Öffnung *d* nicht geschlossen und das Ende des Ausflußrohres mit dem verbunden und die Druckhöhe des Quecksilbers beobachtet, welches Überfließen aus der positiven in die negative Zelle

beobachtet wurde.

Die Intensität des Stromes, *m* die in einer Viertelstunde abfließende Flüssigkeit, so fand sich bei zwei Versuchsreihen

folgende Resultate:

Die Intensität des Stromes, *m* die in einer Viertelstunde abfließende Flüssigkeit, so fand sich bei zwei Versuchsreihen

folgende Resultate:

Die Intensität des Stromes, *m* die in einer Viertelstunde abfließende Flüssigkeit, so fand sich bei zwei Versuchsreihen

folgende Resultate:

Die Intensität des Stromes, *m* die in einer Viertelstunde abfließende Flüssigkeit, so fand sich bei zwei Versuchsreihen

folgende Resultate:

Fig. 183.



1) siehe Wiedemanns Galvanismus Bd. I. S. 392. 2. Aufl.

2) Poggend. Ann. Bd. XII.

3) Ann., Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.

4) Poggend. Ann. Bd. CXIII.



I. Wasser.			II. Kupfervitriollösung		
$i$	$m$	$\frac{m}{i}$	$i$	$m$	$\frac{m}{i}$
144	17,77 Gr.	0,123	106	2,48 Gr.	0,0234
108	13,26 „	0,123	101	2,32 „	0,0230
83	10,59 „	0,127	93	2,11 „	0,0226
60	7,46 „	0,124	65	1,49 „	0,0229
48	5,89 „	0,123	53,5	1,25 „	0,0233.
36	4,47 „	0,124			
29	3,38 „	0,117			

Es wurde nun der Thoncyylinder durch Bestreichen mit Firnis zu Teil für Flüssigkeit undurchdringlich gemacht. Als noch übrig waren:

0,75	der Oberfläche, war für Wasser	$\frac{m}{i} = 0,122$
0,375	„ „ „ „ „	$= 0,124$
0,1875	„ „ „ „ „	$= 0,110$
0,0937	„ „ „ „ „	$= 0,110$
0,66	„ „ „ „ Kupferlösung	$= 0,0231$
0,333	„ „ „ „ „	$= 0,0235$
0,166	„ „ „ „ „	$= 0,0228$
0,0833	„ „ „ „ „	$= 0,0231.$

Wurde die Dicke des Thoncyinders durch Abschaben vermindert, ergab sich ebenfalls für den Quotienten  $\frac{m}{i}$  derselbe Wert.

Die Menge der transportierten Flüssigkeit ist also der Stromstärke proportional, von der Größe der Oberfläche des Diaphragmas und innerhalb der Grenzen des Versuches auch von der Dicke des Diaphragmas unabhängig.

Die Menge der übergeführten Flüssigkeit hängt jedenfalls ab von der Reibung der Flüssigkeit in der Thonwand; um ein davon unabhängiges Maß dieses Vorganges zu erhalten, wurde die Druckhöhe bestimmt, bei welcher das Überfließen der Flüssigkeit aufhörte. Es fand sich, daß bei ein und demselben Thoncyylinder die Druckhöhe, welche dazu erforderlich ist, der Stromstärke und Dicke des Diaphragmas direkt proportional, gegen der Oberfläche umgekehrt proportional ist. Folgende Zahlen weisen das:

Oberfläche $o$	Stromstärke $i$	Druckhöhe in mm Wasserdruck $h$	$\frac{h}{i}$	$\frac{h}{i} \cdot o$
1	128	176,5	1,38	1,38
1	65,3	89,0	1,36	1,36
1	26,5	37,5	1,41	1,41
1	13	19,5	1,36	1,36
0,7	—	—	1,80	1,26
0,4	—	—	3,42	1,37
0,2	—	—	6,00	1,2

Das Gesetz der Dicke ergibt sich aus folgenden Zahlen:

Dicke der Thonwand $d$	$\frac{h}{i}$	$\frac{h}{i\bar{d}}$
4,3 mm	1,73	0,402
3,8	1,60	0,421
2,8	1,21	0,432.

Diese Gesetze sind mit den vorigen über die fortgeführten Flüssigkeiten, wenn man das Diaphragma als ein System kapillarer Röhren betrachtet, vollständig im Einklang; denn nach den Versuchen von Poiseuille (sagen<sup>1)</sup> muß, um durch verschiedene Kapillarröhrchen die gleiche Menge hindurchzutreiben, der Druck der Anzahl der Kapillaren, hier also der Größe der Oberfläche umgekehrt proportional sein, die Länge der Röhre, hier also der Dicke des Diaphragmas, dagegen direkt. Bei Anwendung verschiedener Lösungen von Kupfervitriol, deren Leitungswiderstände bestimmt waren, ergab sich, daß die Druckhöhen  $h$  den Leitungswiderständen direkt proportional sind, wie folgende Zahlen

Gehalt der Lösung in Prozenten Salz	Widerstand $r$	$\frac{h}{i}$	$\frac{h}{i\bar{r}}$
16,25	18,0	1,35	0,0750
9,22	27,0	1,98	0,0733
6,6	32,5	2,44	0,0750
3,4	55,5	3,79	0,0683
1,8	100	6,80	0,0680.

Auf die Wanderungen der Ionen hat diese Überführung keinen Einfluß, denn als Wiedemann bei den Kupferlösungen das zur Kathode übergetragene Kupfer in Bruchteilen des ausgeschiedenen Äquivalents bestimmte<sup>2)</sup>, erhielt er dieselben Zahlen, welche Hittorf bei gleichen Kupfersalzen ohne Diaphragma gefunden hatte.

Wiedemann sah in dieser Fortführung eine direkte mechanische Wirkung des Stromes und glaubte, daß zur Beobachtung dieser Erscheinung das poröse Diaphragma nur deswegen erforderlich sei, um die Rückführung der Flüssigkeit infolge des hydrostatischen Druckes zu verhindern. Wegen dieser Annahme ist von mehreren Seiten und ganz insbesondere von Logemann und Breda<sup>3)</sup> eingewandt worden, daß sich ohne Diaphragma eine Flüssigkeit nichts dem Ähnliches zeige, daß sich gar keine Bewegung im Innern der Flüssigkeit beobachten lasse, welche auf eine Rückführung der Flüssigkeit hindeute. Selbst in kapillaren Röhren lasse sich eine Fortführung beobachten.

Armstrong hat früher schon Armstrong<sup>4)</sup> mit dem Strome seiner Hydroisiermaschine und später Quincke<sup>5)</sup> sowohl mit dem Strome einer

<sup>1)</sup> Man sehe Teil I. Abschnitt II. §. 86.

<sup>2)</sup> Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. XCIX.

<sup>3)</sup> Logemann und van Breda, Poggend. Ann. Bd. C.

<sup>4)</sup> Armstrong, Philosophical Magazin. vol. XXIII. 1834. Poggend. Ann.

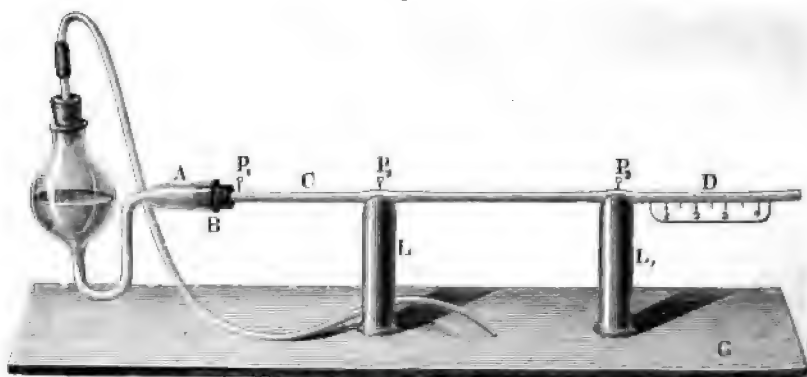
<sup>5)</sup> Quincke, Poggend. Ann. Bd. CXIII.

gewöhnlichen Elektrisiermaschine und mit dem Entladungsschlage der Leydener Flasche, als auch mit dem galvanischen Strome die Fortführung ohne Diaphragma beobachtet. Der Apparat, welchen er zu seinen Versuchen anwandte, ist folgender. Ein enges Glasrohr  $CD$  Fig. 184, in welches drei Platindrähte  $P_1, P_2, P_3$  eingeschmolzen sind, so daß ihre Spitzen in das Innere der Röhre reichen, ist mit einem Pfropfen in dem weiteren Rohre  $AB$ , welches an der anderen Seite eine Kugel trägt, befestigt. Das Rohr ist aus möglichst isolierendem Glase gefertigt und muß vor jedem Versuche auf das sorgfältigste mit Salpetersäure und heißem destilliertem Wasser gereinigt werden. Die Glaskugel wird zum Teil mit Flüssigkeit gefüllt, und ist so groß, daß das Niveau der Flüssigkeit fast gar nicht geändert wird, wenn die Flüssigkeit im Rohre  $CD$  sich hin und her bewegt.

Der Apparat wird so auf zwei Säulchen von Siegellack aufgestellt, daß das Rohr  $CD$  ganz wenig gegen den Horizont geneigt wird, und dann durch Einblasen in den Kautschukschlauch etwas Flüssigkeit in das Rohr hineingedrückt. Dadurch, daß zwei der drei Drähte  $P$  mit den Leitungsdrähten einer Elektrizitätsquelle verbunden wurden, wurde der Flüssigkeitsfaden in den Stromkreis eingeschaltet.

Die Verschiebung der Flüssigkeit wurde an der an dem Apparate befestigten Millimeterskala oder durch ein Mikroskop beobachtet, in welchem

Fig. 184.



an der Stelle des Fadenkreuzes ein Glasgitter angebracht war. Da man die Neigung der Röhre  $CD$  gegen den Horizont bestimmte, so konnte aus der beobachteten Verschiebung die Steighöhe berechnet werden, welche der fortführenden Wirkung des Stromes das Gleichgewicht hielt.

Quincke fand sowohl als er die Flüssigkeitssäule in die den Konduktor einer Elektrisiermaschine mit der Erde verbindende Leitung einschaltete, wie auch als er dieselbe zu einem Teile des Stromkreises einer Leydener Flasche oder einer Batterie von 80 oder 40 Groveschen Elementen machte, daß stets, wenn ein Strom durch die Flüssigkeit ging, eine Fortführung derselben stattfand. Für die meisten Flüssigkeiten war die Richtung der Fortführung die des positiven Stromes; bei einer gewissen Sorte Alkohol war sie jedoch entgegengesetzt, und ebenso war sie

entgegengesetzte bei Terpentinöl und einer alkoholischen Auflösung dessen, als die innere Röhrenwand mit Schellack bekleidet war. Die Befähigkeit der Röhrenwand ist somit auf die Fortführung von Einfluss, inso wie die Natur der Flüssigkeit.

Die Steighöhe der Flüssigkeit ist der Stromstärke proportional, wie Wiedemann bei seinen Versuchen über die elektrische Endosmose ebenfalls fand.

Bei verschiedener Länge der vom Strome durchflossenen Flüssigkeitsstrecke war die Steighöhe der elektromotorischen Kraft der Strecke proportional. Letzterer Satz stimmt mit dem Satze von Wiedemann, dass die Steighöhe bei gleicher Intensität  $i$  des Stromes dem Widerstande  $r$  der Flüssigkeit proportional ist, denn darnach ist

$$h = c i r = c \frac{E}{r} r = c E.$$

Bei Änderung des Querschnittes der Röhre ergab sich, dass trotz der Zunahme der Stromstärke die Steighöhe abnahm, und zwar war sehr annähernd dieselbe dem Querschnitte des Rohres umgekehrt proportional bei gleicher elektromotorischer Kraft der Kette. Der Satz ergab sich aus Beobachtungen in Röhren, deren Durchmesser zwischen 0,376 und 1,990 mm variierte. Für die Steighöhe in Röhren mit kreisförmigem Querschnitt ergab sich  $h$  in Millimetern

$$h = \frac{0,00006}{R^2} n,$$

wobei  $n$  die Anzahl der angewandten Groveschen Elemente war. Wird die Steighöhe in einem Rohr beobachtet, welches gegen die Horizontale um den Winkel  $\varphi$  geneigt ist, so wird die Verschiebung  $v$

$$v = \frac{h}{\sin \varphi} = \frac{0,00006}{R^2 \sin \varphi} n.$$

Der Einfluss der Röhrenwand auf die Fortführung der Flüssigkeit zeigt sich auch in Bezug auf die Grösse der Fortführung sehr deutlich, wenn man als Quincke die innere Oberfläche der Röhre um ein Bedeutendes durch vermehrte, dass er in die Röhre ein Glasrohr brachte, fand sich bei gleichem Flüssigkeitsquerschnitt die Fortführung in diesem ringförmigen Rohre um sehr vieles grösser als in Röhren von kreisförmigem Querschnitte.

Die Überführung wurde sehr viel kleiner, wenn das Wasser nur geringe Mengen eines Salzes gelöst enthielt, welches in der Lösung gut löslich war, schon bei der Lösung von 0,1 Prozent Kochsalz war die Steighöhe verschwindend klein.

Bei dieser Fortführung der Flüssigkeiten lässt sich auch eine andere Bewegung infolge des Stromes beobachten, die zuerst von Reufs<sup>1)</sup> beobachtet, später von Jürgensen<sup>2)</sup> und ebenfalls von Quincke<sup>3)</sup> genauer untersucht wurde. Fortführung suspendierter feiner Körperteilchen. Jürgensen hat an, dass in Wasser und wässerigen Lösungen suspendierte feste

1) Reufs, Mém. de la société impér. de Moscou. t. II. 1807.

2) Jürgensen. Reichert und Du Bois-Reymond Archiv. Jahrg. 1860. S. 573 ff.

3) Quincke, Poggend. Ann. Bd. CXIII.

Teilchen immer in der Richtung des negativen Stromes fortgeführt werden, sobald ein galvanischer Strom durch die Flüssigkeit fließt. Die Erscheinung wurde bei Teilchen von Kohle, Platin, Kupfer, Eisenoxyd, Karmin u. a. beobachtet, welche in Wasser suspendiert waren. Ein Zusatz leitender Substanzen zum Wasser vermindert die Bewegung oder läßt sie ganz aufhören.

Nach Quincke findet fast immer eine doppelte Bewegung statt. Es wurden in dem Wasser des Apparates Fig. 184 Stärkekörnchen suspendiert, und durch Blasen in das Kautschukrohr wurde Wasser mit suspendierten Stärkekörnchen in das horizontal gelegte Rohr *CD* gedrückt, und darauf, um die soeben untersuchte Fortführung des Wassers zu verhindern, das Gefäß oben fest geschlossen. Ließ man dann den Strom einer Elektrisiermaschine oder einer galvanischen Kette durch die Flüssigkeit gehen, so zeigte sich bei schwachen Strömen eine Bewegung der Stärkekörnchen an der Wand im Sinne des positiven, in der Mitte im Sinne des negativ elektrischen Stromes. Wurde der Strom stärker, so nahm die Bewegung in der Mitte der Röhre an Geschwindigkeit zu, an der Röhrenwand dagegen bewegten sich zunächst die kleineren Körnchen in der Richtung der positiven, die größeren in der Richtung der negativen Elektrizität; wurde der Strom noch stärker, so bewegten sich alle Körnchen in der Richtung der negativen Elektrizität.

Wie die Stärkemehlkörnchen verhielten sich alle im Wasser suspendierten Körper, die Quincke untersuchte, selbst Gase.

In Terpentinöl dagegen bewegen sich die meisten Substanzen umgekehrt, nur Schwefel bewegte sich in demselben ebenso wie im Wasser.

Für die Geschwindigkeit der Fortführung giebt Quincke an, daß sie der Stromstärke proportional sei, bei gleicher Stromstärke nimmt sie mit der Dichtigkeit des Stromes zu.

Die doppelte Bewegung der Körnchen erklärt Quincke folgendermaßen. Die Stärkekörnchen bewegen sich nur in der Richtung des negativen Stromes; an der Wand jedoch wird das Wasser in der Richtung des positiven Stromes fortgeführt; in der Mitte fließt dieses fortgeführte Wasser, da es keinen anderen Ausweg hat, wieder zurück. In der Mitte beobachtet man daher die Summe der eigenen Bewegung der Stärkekörnchen und der Bewegung des Wassers; an der Wand dagegen reißt das Wasser die Körnchen mit sich fort und überwindet deren eigene Bewegung. Bei größerer Stromstärke wird die Bewegung des Wassers an der Wand durch die Reibung verhindert, während die Stärkekörnchen sich frei wie vorher bewegen können; daher werden die Stärkekörnchen sich jetzt rascher im Sinne des negativen Stromes bewegen, und so wird ihre eigene Bewegung sichtbar. Das wird zunächst für die größeren, später auch für die kleineren Körnchen eintreten.

In welcher Weise diese Fortführungen zustande kommen, darüber stellt Quincke folgende Ansicht auf. Bei der Fortführung des Wassers in engen Röhren spielt das Wasser eine doppelte Rolle, einmal als Leiter der Elektrizität und dann als Isolator. Als Leiter insofern, als überhaupt ein elektrischer Strom zustande kommt und sich also auf der ganzen freien Oberfläche des Wassers freie Elektrizität finden wird, deren Dichtigkeit von Querschnitt zu Querschnitt sich ändert. Andererseits wird



aber ein auf irgend eine Weise elektrisch gewordenes Wasserteilchen nicht augenblicklich seine Elektricität an das folgende abgeben, sondern es wird eine gewisse Zeit verfließen, ehe das geschieht.

Ein an der Röhrenwand anliegendes Wasserteilchen wird nun auch durch den Kontakt mit der Röhrenwand positiv elektrisch, und die freie positive Elektricität desselben wird von derselben Kraft, welche den Strom erzeugt, nämlich von der freien Elektricität auf der Oberfläche des Wasserfadens in der Richtung des positiven Stromes fortgetrieben. Da aber das Wasserteilchen von dieser Elektricität sich sofort nicht trennen kann, so wird es selbst in der Richtung derselben, also in der Richtung des positiven Stromes mit fortgezogen. Deshalb sind nur die schlechtleitenden Flüssigkeiten durch den Strom fortzuführen.

Hat man ein im Wasser suspendiertes Teilchen, z. B. ein Stärkekörnchen, so wird auf diesem durch den Kontakt mit dem Wasser negative Elektricität erregt, und da diese von der den Strom erzeugenden Kraft in der Richtung des negativen Stromes fortgeführt wird, so bewegt sich das Stärkekörnchen in der Richtung des negativen Stromes.

Es ist nicht schwierig zu zeigen, wie die angeführten Gesetze mit dieser Theorie übereinstimmen, und überdies hat Quincke die Voraussetzungen derselben direkt geprüft<sup>1)</sup>.

Wichtig ist es hiernach hervorzuheben, daß die Erscheinung nicht eine einfache mechanische Wirkung des Stromes ist, daß sie überhaupt nur in engen Röhren oder bei Anwendung von Diaphragmen zu beobachten ist, da die Elektrisierung der Flüssigkeit durch den Kontakt mit der Röhrenwand zu derselben notwendig ist, denn nur durch diesen Kontakt erhält das Flüssigkeitsteilchen als solches eine gewisse Menge von Elektricität, mit welcher es dann fortgeführt wird. Die Fortführung der Flüssigkeit findet daher nur in der Wandschicht statt, und kann sich nur dann über die ganze Flüssigkeit erstrecken, wenn dieselbe einen so engen Querschnitt hat, daß infolge der Kohäsion die übrigen im Innern der Flüssigkeit liegenden Flüssigkeitsfäden mitgezogen werden.

Im Innern der Flüssigkeit ist nur die elektrische Leitung vorhanden, da dort nur die Bestandteile der Flüssigkeiten positiv oder negativ elektrisch sind, nicht die Flüssigkeitsteilchen als solche.

Auf die Bedeutung dieser Erscheinungen für die Elektrolyse werden wir bei Besprechung der Theorie der Elektrolyse hinweisen.

#### §. 104.

**Elektrolyse von Lösungsgemischen.** Wenn mehrere Flüssigkeiten mit einander gemischt der Elektrolyse ausgesetzt werden, so scheiden sich bei nicht zu großer Stromstärke nur die Bestandteile des einen Elektrolyten aus; nur wenn die Stromdichtigkeit sehr groß ist, scheiden sich die Bestandteile der verschiedenen Elektrolyte aus.

Das zeigt sich schon bei den Lösungen der Salze in Wasser; bei nicht zu großer Dichtigkeit des Stromes wird nur das Salz zersetzt, es

1) Eine ausführliche Theorie dieser Erscheinungen hat von Helmholtz, Wiedem. Ann. Bd. VII gegeben. Wir kommen in §. 112 noch darauf zurück,

zeigt sich an der Kathode nur Metall ohne eine Spur von Wasserstoff, bei größerer Dichtigkeit des Stromes scheidet sich dagegen an der Kathode auch Wasserstoff ab. Die Stromdichtigkeit, bei welcher Wasserstoff sich ausscheidet, hängt ab von der Natur und Konzentration der Lösung, je konzentrierter sie ist, um so höher muß die Dichtigkeit des Stromes sein. Bei einer und derselben Lösung ist aber nach den Versuchen von Magnus<sup>1)</sup> die Stromdichtigkeit, bei welcher Wasserstoff auftritt, eine ganz bestimmte, welche Magnus den Grenzwert nennt. Der Grenzwert hängt nicht ab von dem Abstände des Elektroden.

Für eine ziemlich verdünnte Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd giebt Magnus folgende Werte der Stromintensität an, welche bei der darunter angegebenen Größe der Elektroden neben dem Kupfersalze auch Wasser zersetzte.

Stromstärke	$J$	58,5	115	172	221	295
Größe der Elektroden	$G$	10	20	30	40	50
Stromdichte	$\frac{J}{G}$	5,85	5,75	5,73	5,52	5,9.

Die Stromstärke ist also der Größe der Elektroden proportional oder die Dichtigkeit des Stromes ist konstant.

Der Grenzwert wird ein bedeutend kleinerer, wenn die Lösung freie Säure enthält, wenn also neben dem Kupfersalze der besser leitende Elektrolyt  $H_2SO_4$  in der Lösung vorhanden ist.

Damit indes durch eine solche Vermehrung der Stromdichtigkeit neben der Zersetzung des Salzes eine solche des Wassers eintritt, ist nach einigen Versuchen von Quincke<sup>2)</sup> notwendig, daß der Strom mit der größeren Dichtigkeit aus den Elektroden in die Flüssigkeit übertritt. Steigert man die Dichtigkeit des Stromes in der Flüssigkeit selbst in sehr hohem Maße, so ist eine Zersetzung des Wassers nicht zu beobachten.

Quincke stellte aus Glasplatten mit Siegelack einen prismatischen Trog von 136 mm Länge, 25 mm Breite und 50 mm Höhe her, der in der Mitte durch eine dünne Glimmerplatte parallel der kleineren Seitenwand in zwei Kammern von gleicher Größe geteilt war. Beide Kammern standen nur durch ein ganz kleines Loch von etwa 0,2 mm Durchmesser in Verbindung und waren bis zu 42,5 mm Höhe mit reiner konzentrierter Kupfervitriollösung gefüllt. Der Strom einer Kette von 77 Groveschen Elementen wurde durch zwei auf der Rückseite mit geschmolzenem Siegelack überzogene Kupferplatten, welche gleiche Größe wie die kleinen Seitenwände des Glastrogs hatten und diesen parallel standen, in die eine Kammer ein- und aus der andern Kammer hinausgeleitet.

Der elektrische Strom floß also innerhalb zweier Kegel mit rechteckiger Basis, deren Spitzen in der Öffnung des Glimmerblattes zusammenstießen; die Stromdichtigkeit war somit um so größer, je näher der Querschnitt des kegelförmigen von der Kupfervitriollösung gebildeten Stromleiters der Öffnung der Glimmerplatte lag.

1) Magnus, Elektrolyt. Untersuch. §. 36 ff. Poggend. Ann. Bd. CII.

2) Quincke, Poggend. Ann. Bd. CXLV.

Trotzdem der Strom in der Nähe der Glimmerplatte eine äußerst große Dichtigkeit hatte, liefs sich doch nirgendwo die geringste Wasserzersetzung erkennen. Sobald aber als Kathode ein Kupferdraht angewandt wurde, dessen Oberfläche bedeutend gröfser war als die Öffnung in dem Glimmerplatte, zeigte sich eine reichlichere Entwicklung von Wasserstoff.

Ebenso zersetzt der Strom, wenn das Wasser mehrere Salze gelöst enthält, unterhalb eines gewissen Grenzwertes der Dichtigkeit nur ein Salz. Ist schwefelsaures Kupfer und schwefelsaures Silber in derselben Flüssigkeit enthalten, so scheidet sich bei einem gewissen Verhältnisse der gelösten Salze und innerhalb gewisser Grenzen der Stromdichte nur Silber aus; wird die Menge des Silbers kleiner oder die Stromstärke gröfser, so fällt auch Kupfer nieder. Dasselbe ist der Fall, wenn neben Kupfervitriol salpetersaures Silber, oder Chlorsilber neben Kupferchlorid in Ammoniak gelöst, in der Flüssigkeit sich findet.

Im allgemeinen hat sich herausgestellt, dafs die Reihenfolge, in welcher mehrere Metalle, welche zugleich gelöst sind, durch den Strom gefällt werden, dieselbe ist wie die, in welcher die Metalle selbst sich fallen. So fällt z. B., wenn zwei Metalle aus folgender Reihe zugleich gelöst sind, das voranstehende immer zuerst nieder:

Gold, Silber, Wismut, Kupfer, Zinn, Blei, Kadmium, Zink.

Wie man weifs, werden aber vom Zink alle diese Metalle, vom Kadmium alle aufser Zink aus ihren Lösungen auch ohne Strom gefällt.

Von wesentlichem Einflufs ist indes auf diese Fällungen der negative Bestandteil, mit welchem sie in den Salzen verbunden sind. Ist Kupfer und Zink in Cyankalium gelöst, hat man z. B. eine Lösung zweier Salze dieser Metalle mit Cyankalium versetzt, so ist das Resultat der Elektrolyse Messing, während sonst aus einem Gemische zweier solcher Salze immer zuerst Kupfer fällt<sup>1)</sup>.

Über den Grund dieser Erscheinungen kann man doppelter Ansicht sein. Magnus glaubt<sup>2)</sup>, dafs es für die verschiedenen Substanzen verschiedener elektrischer Einwirkung bedarf, um sie in ihre Bestandteile zu zerlegen, oder dafs es für jeden Elektrolyten, der mehrere zersetzbare Substanzen enthält, eine Grenze giebt, bei welcher nur die eine dieser Substanzen zersetzt wird, und dafs erst, wenn diese Grenze überschritten wird, auch die Zersetzung der zweiten Substanz beginnt.

Hittorf<sup>3)</sup> dagegen sieht diese Erscheinung als nur durch sekundäre Aktionen bestimmt an. Er glaubt, dafs der Strom nach den Gesetzen der Zweigströme sich zwischen den Elektrolyten nach Maßgabe ihrer Leitungsfähigkeit teile. Ist Wasser der zweite Elektrolyt, so bedarf es wegen der geringen Leitungsfähigkeit desselben einer bedeutenden Stromdichtigkeit, dafs auch Wasserstoff auftritt. Bei den anderen Elektrolyten jedoch, deren Leitungsfähigkeit nahezu dieselbe ist, werden bei jeder Stromstärke beide gefällt. Wenn indes das eine Metall durch den Strom abgeschieden ist, fällt es sekundär, indem es sich selbst löst, eine äqui-

1) Magnus, a. a. O. §. 24 ff.

2) Magnus, a. a. O. §. 30 und Elektrol. Untersuchungen. II. Teil. Poggend. Ann. Bd. CIV.

3) Hittorf, Poggend. Ann. Bd. CIII. S. 48.

valente Menge des anderen aus. So fällt Zink Kupfer aus, wie es das aus jeder Lösung thut, deshalb kann kein Zink an der Kathode erscheinen. Nur wenn die Dichtigkeit des Stromes eine sehr grofse ist, oder die Lösung soviel Zink enthält, dafs das an der Kathode momentan abgeschiedene Zink in seiner Umgebung nicht hinreichend Kupfer findet, kann das Zink sich ausgeschieden halten.

Hittorf hat diese Ansicht durch folgenden Versuch zu beweisen gesucht. Eine Lösung, gemischt aus Chlorkalium und Jodkalium, wurde zusammen elektrolysiert; an der Anode erschien nur freies Jod, da allenfalls elektrolytisch abgeschiedenes Chlor sofort eine äquivalente Menge Jod deplaziert hätte. Wäre aber nur das Jodkalium elektrolysiert worden, so hätte sich an der Anode nur eine Zunahme der Jodmenge, nicht aber der Chlormenge finden können; das Verhältnis von Chlor und Jod hätte also nach der Elektrolyse ein ganz anderes sein müssen als vorher. Es war aber dasselbe geblieben und blieb dasselbe, als man Ströme verschiedener Stärke anwandte, und als man die Salze in verschiedenen Verhältnisse mischte.

Auch Buff hat sich für die letztere Ansicht erklärt<sup>1)</sup> und sie zu beweisen gesucht, indem er durch ein Gemenge von Salzsäure und wenig Schwefelsäure Ströme sehr verschiedener Stärke leitete; es fand sich immer in 100 ccm an der Anode ausgeschiedenen Gases dieselbe Sauerstoffmenge, so dafs sich also der Strom immer in gleichen Verhältnissen zwischen dem angesäuerten Wasser und der Salzsäure geteilt hatte.

Wenn man mehrere Lösungen hinter einander einschaltet, also z. B. in dem Apparate von Daniell das eine Gefäfs mit schwefelsaurem Natron, die Verbindungsröhre mit Wasser, das zweite Gefäfs mit Salmiaklösung füllt, so wird jede Lösung für sich elektrolysiert und die Grenzstelle ist für jede die Elektrode. Wenn nun das an der Grenze frei werdende Ion sich in der angrenzenden Flüssigkeit lösen, und dort mit einem Bestandteile zu einem Elektrolyten verbinden kann, so wird es auch dort wieder als Ion auftreten und so zu der anderen Elektrode hinwandern können. Steht in obigem Beispiel die Kathode in dem schwefelsauren Natron, die Anode im Salmiak, so wird man schliesslich an der Kathode Natron und Ammoniak finden, an der Anode dagegen Schwefelsäure, freies Chlor und Chlorwasserstoffsäure.

Hätte man dagegen an der Kathode schwefelsaures Kali, in der Verbindungsröhre verdünnte Schwefelsäure, an der Anode Chlorbarium, so würde keine Schwefelsäure an der Anode auftreten, da an der Grenze der Bariumlösung und der Schwefelsäure die ausgeschiedenen Ionen sich sofort zu dem unlöslichen schwefelsauren Baryt verbunden hätten.

In ähnlicher Weise erklären sich alle Erscheinungen bei dieser Anordnung, es wird daher überflüssig sein näher darauf einzugehen<sup>2)</sup>.

### §. 105.

**Chemische Wirkung der Reibungselektricität.** Nachdem wir die chemischen Wirkungen der Elektricität vollständig kennen gelernt haben,

1) Buff, Elektrolyt. Studien. Liebigs Ann. Bd. CV.

2) Man sehe Wiedemann, Galvanismus Bd. I. §. 386 ff. 2. Aufl.



nen wir die an einer anderen Stelle erwähnten chemischen Wirkungen der Reibungselektricität ergänzen und untersuchen, ob die Wirkungen derselben gleich denen des galvanischen Stromes sind.

Eine Zersetzung des Wassers durch den Entladungsschlag der Leydener Flasche hat zuerst Paets van Troostwyck nachgewiesen<sup>1)</sup>, indem er Goldfäden, welche in einigem Abstände im Wasser einander gegenüberstanden, mit den Belegungen einer Leydener Flasche verband und die Entladungen der Flasche durch das Wasser gehen liefs. Es sammelte sich über dem Wasser Gas an, welches als Knallgas erkannt wurde.

Später hat Wollaston<sup>2)</sup> das Wasser durch den von dem Konduktor der Elektrisiermaschine zu dem Reibzeuge fließenden Strom zersetzt, indem er möglichst kleine Elektroden, sogenannte Wollastonsche Spitzen wandte. Sehr feine Golddrähte mit einer scharfen Spitze wurden in Zurröhren eingeschmolzen, so dafs nur die äufsersten Spitzen sichtbar blieben. Die beiden Spitzen wurden sich in Wasser gegenübergestellt und die eine mit dem Reibzeuge, die andere mit einer Kugel verbunden, welche dem Konduktor der Maschine beliebig genähert werden konnte; als man Funken überspringen, so stieg von den Spitzen ein Gasstrom auf, der mit der Schlagweite der Funken an Stärke zunahm. Es zeigte sich indes, dafs das von beiden Spitzen aufsteigende Gas Knallgas war, also ebenso an der Kathode wie an der Anode Sauerstoff frei wurde und auch an beiden Elektroden Wasserstoff. Wenn man daher nicht in der Leitung hin und her gehende Ströme annehmen will, kann die Zersetzung nicht eine elektrische sein. Riess vermutet, dafs sie nur durch die Hitze der Spitzen erfolgt sei<sup>3)</sup>, da von Grove in der That gezeigt ist, dafs glühendes Platin das Wasser zersetzt<sup>4)</sup>.

Als Faraday indes den vom Konduktor zum Reibzeug gehenden Strom nicht durch Funken sich herstellen liefs, sondern eine kontinuierliche Leitung anwandte, da schienen die verschiedenen Gase an den verschiedenen Elektroden aufzutreten, es gelang wegen der geringen Menge der entwickelten Gase jedoch nicht mit Sicherheit den Nachweis dafür zu liefern<sup>5)</sup>.

Armstrong gelang es zuerst mit Hilfe der Dampfelektrisiermaschine die wirklich elektrische Zersetzung des Wassers nachzuweisen<sup>6)</sup>, indem er dem Durchtritt des Stromes dieser Maschine an der Kathode das doppelte Volumen Gas von dem an der Anode frei wurde, und die spätere Untersuchung zeigte, dafs das von der Kathode aufsteigende Gas reiner Wasserstoff war.

Später ist es Buff gelungen diesen Beweis ebenso unzweideutig mit der gewöhnlichen Elektrisiermaschine zu liefern<sup>7)</sup>. Er wandte in Glasröhren eingeschmolzene Platindrähte als Wollastonsche Spitzen an und liess das von jeder Spitze aufsteigende Gas gesondert auf. Wenn an

1) Paets van Troostwyck, man sehe Riess, Reibungselektricität Bd. II. §. 591.

2) Wollaston, Philosoph. Transact. for 1801. Gilberts Ann. Bd. XI.

3) Riess, Doves Repertorium Bd. II. S. 45. Reibungselektr. Bd. II. §. 593.

4) Grove, Philosophical Transact. for 1847. Poggend. Ann. Bd. LXXI.

5) Faraday, Experimental researches III. ser. art. 328 ff. Poggend. Ann.

XXIX.

6) Armstrong, Philos. Magazin XXXIII. 1843. Poggend. Ann. Bd. LX.

7) Buff, Liebigs Annalen. Bd. XCVI.



keiner Stelle der Leitung ein Funke auftrat, fand sich über der Kathode nur Wasserstoff, über der Anode nur Sauerstoff. Buff bewies das, indem er die Gase direkt in eudiometerähnlich eingerichtete Röhren auffing, und dann durch die aufgefundenen Gase elektrische Funken schlagen liess. Es trat in keiner der Röhren eine Volumenverminderung der aufgefundenen Gase ein.

Wurde dagegen die Leitung an einer Stelle unterbrochen, so daſs ein Funke auftrat, so entwickelten sich an beiden Elektroden beide Gase, an der Kathode aber immer mehr als an der Anode.

Sehr viel leichter als die Zersetzung des Wassers läſst sich die elektrolytische Zersetzung von Salzen nachweisen, und es ist Faraday gelungen<sup>1)</sup> zu zeigen, daſs dieselbe nach denselben Gesetzen erfolgt, wie die Zersetzung durch den galvanischen Strom. Auf eine Glasplatte *C* Fig. 185

Fig. 185.



wurden in einigem Abstände von einander Tröpfchen der zu untersuchenden Lösung oder mit derselben getränkte Papierscheibchen *a* und *b* angebracht und durch einen feinen Platindraht mit einander verbunden. Das erste Scheibchen wurde durch einen ebensolchen Draht mit dem Konduktor einer

Elektrisiermaschine, das letzte mit einem zur Erde abgeleiteten Drahte verbunden.

Wenn die Maschine in Thätigkeit versetzt wurde, zeigten sich nach einiger Zeit deutliche Spuren der Zersetzung. Wurden die Papiere mit einer Lösung von Kupfervitriol getränkt, so bedeckte sich die Kathode mit Kupfer; es wurde also wie bei der Elektrolyse das Metall ausgeschieden. Daſs an der Anode der Rest der Verbindung auftrat, ergab sich darana, daſs nach Vertauschung der Drähte das Kupfer von der vorher als Kathode dienenden Drahtstelle wieder aufgelöst wurde.

Aus Jodkalium wurde an der Anode Jod frei, denn ein mit Jodkalium und Stärkekleister versehenes Papier wurde an der Anode deutlich gebläut.

Man muſs sich jedoch auch hier hüten, daſs zwischen den Elektroden ein Funke überspringt; geschieht das bei der Elektrolyse des Jodkaliums, so tritt an beiden Elektroden Jod auf, da sich dann Ozon bildet, welches das Jod aus der Verbindung deplaziert.

Es folgt somit, daſs die chemischen Wirkungen der Reibungselektricität mit denen des galvanischen Stromes identisch sind; ein weiterer Beweis, daſs der Art nach kein Unterschied zwischen den beiden Elektricitäten besteht.

1) Faraday, Experimental researches III. u. V. ser. art. 312 ff. u. art. 453 ff. Poggend. Ann. Bd. XXIX. und Bd. XXXII.

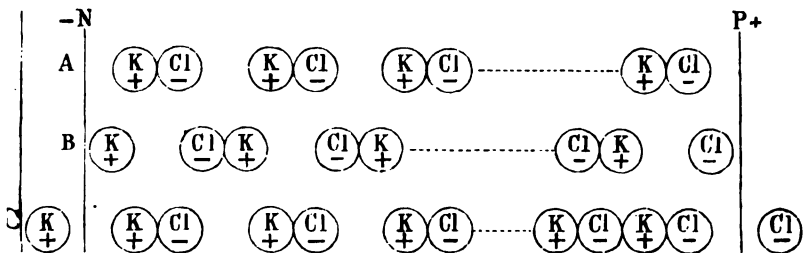
## §. 106.

**Theorie der Elektrolyse.** Wir haben in den letzten Paragraphen die Thatsachen, welche in betreff der Zersetzung von Flüssigkeiten, die den Stromkreis eingeschaltet sind, durch den Strom experimentell festgestellt sind, vollständig dargelegt; es erübrigt jetzt noch die Frage, in welcher Weise diese elektrische Wirkung zustande kommt, welche Beziehung zwischen der Elektrizität und der Natur der zersetzbaren Körper steht, so daß sie durch elektrische Einwirkung in ihre Bestandteile fallen. Es kann sich dabei natürlich nur um Hypothesen handeln, da wir weder die Natur der elektrischen Kraft, noch auch die Konstitution der Materie kennen und die ganze Erscheinung, um welche es sich hier handelt, nur in dem Verhältnis dieser beiden begründet ist.

Wir betrachten zunächst die Elektrolyse der einfachen binären Verbindungen und als Typus derselben jene eines geschmolzenen Salzes, etwa des Chlorkaliums.

Die Anschauung, welche allen Hypothesen über die Elektrolyse dieser Verbindungen zu Grunde liegt, ist die von Grotthius im Jahre 1805 aufgestellte<sup>1)</sup> Ansicht, daß die Bestandteile der Moleküle, welche Elektroten sind, elektrisch sind. Jeder Körper und jedes Molekül hat im natürlichen Zustande eine gewisse Menge neutraler Elektrizität. Wenn nun zwei einfache Körper zusammentreten, wie Chlor und Kalium zu Chlorkalium, verteilen sich die Elektrizitäten in den zusammengesetzten Molekülen, so daß der eine Bestandteil elektropositiv, der andere elektronegativ ist. In der gewöhnlichen Moleküle in den Flüssigkeiten alle möglichen Seiten, d. h. ihre positiven oder negativen Bestandteile sind nach allen möglichen Seiten gerichtet. Wird aber ein solcher Elektrolyt in den Stromkreis eingeschaltet, so werden die Moleküle unter dem Einflusse der mit der Elektrizität versehenen Elektroden und der nach der Ohmschen Theorie auf der Oberfläche des Leiters sich verbreitenden Elektrizität gerichtet, so daß die Moleküle ihre elektronegativen Hälften der Anode, ihre elektropositiven Hälften der Kathode zuwenden. Fig. 186 würde also in der Reihe

Fig. 186.



die Anordnung der Chlorkaliummoleküle nach dem Eintauchen der Elektroden beim Beginne der Elektrolyse darstellen. Ist die Dichtigkeit der freien Elektrizität auf der Oberfläche der Flüssigkeit hinreichend ge-

1) Grotthius, Physikalisch-chemische Forschungen S. 115.

worden, so wird durch die Anziehung und Abstossung derselben die Kraft, mit welcher die Moleküle sich gegenseitig festhalten, überwunden, die Moleküle trennen sich von einander und die an der Anode liegenden Chloratome, so wie die an der Kathode liegenden Kaliumatome werden frei. Die Moleküle der dazwischen liegenden Flüssigkeitsmoleküle bewegen sich gegen einander und verbinden sich mit einander, die Kaliumatome jedes vorhergehenden Moleküles mit dem Chloratome jedes folgenden. Der Vorgang im flüssigen Leiter ist also im wesentlichen derselbe, wie der im § 78 in dem festen Leiter abgeleitete mit dem Unterschiede nur, daß während in dem festen Leiter die Elektricitäten ohne ihre materiellen Träger fortgeführt werden, hier die Elektricitäten zugleich mit den Ionen, an denen sie haften, sich nach beiden Seiten hin bewegen. Den Zustand der Elektrolyten in diesem Momente zeigt die Reihe *B* Fig. 186, an den Elektroden sind *Cl* bei *P* und *K* bei *N* frei geworden. Das *K* des Moleküles, dessen *Cl* sich bei *P* abgeschieden hat, ist mit dem *Cl* des folgenden Moleküles zusammengetreten u. s. f.; und ebenso ist das *Cl* des letzten Moleküles, dessen *K* bei *N* sich abgeschieden hat, mit dem *K* des vorletzten Moleküles zusammengetreten. Die Moleküle zwischen den Elektroden befinden sich also in entgegengesetzter Lage wie in der Reihe *A*, in dem Momente, welcher der Zerreißung der Moleküle vorausging.

Durch die an die Elektroden übergegangenen Moleküle ist dort zugleich eine der auf den ausgeschiedenen Molekülen vorhandenen gleiche Elektricitätsmenge neutralisiert, auf *P* eine gewisse Menge positiver, auf *N* eine gewisse Menge negativer, so daß es im Effekt dasselbe ist, als wenn von *P* aus durch die Flüssigkeit diese Menge positiver Elektricität nach *N*, dagegen die gleiche Menge negativer Elektricität von *N* nach *P* übergegangen wäre. Es ergibt sich somit, daß infolge und durch diesen Zersetzungsakt der Strom durch die Flüssigkeit hindurchgegangen ist. Wie wir wissen, leiten die Flüssigkeiten auch nur elektrolytisch, nur indem sie ersetzt werden.

Jetzt wiederholt sich derselbe Prozeß; durch die Wirkung der freien Elektricität werden die Moleküle wieder gerichtet, wie in der Reihe *C* Fig. 186; sie werden wieder auseinandergerissen, bewegen sich in der Grenze zu den Elektroden, im Innern gegen einander, verbinden sich u. s. f.

Da die getrennten Moleküle es sind, welche die Elektricitäten an den Elektroden übertragen, so ergibt sich daraus mit Notwendigkeit auch, daß die Zersetzung der übergeführten Elektricitätsmenge, also der Stromstärke proportional ist; das Gesetz der festen elektrolytischen Aktion ist also eine Folgerung, welche diese Theorie gestattet.

Das Gleiche, was wir hier an dem Beispiele des Chlorkaliums abgeleitet haben, gilt ganz ebenso für alle einfachen binär nach gleichen Äquivalenten zusammengesetzten Verbindungen; an die Stelle des Kalium kann ein anderes Metall treten, an Stelle des Chlors ein anderer Salzbildner oder Sauerstoff.

Soweit sind alle Physiker über die Theorie der Elektrolyse einig, Abweichungen kommen nur vor betreffs der Annahmen, wodurch denn die einzelnen Bestandteile der Elektrolyte elektrisch werden, so dass sie in timmter Weise zwischen den Elektrolyten sich richten.



Magnus<sup>1)</sup> nimmt nicht an, wie wir der Einfachheit wegen thaten, daß die Moleküle der Elektrolyte für sich schon polar elektrisch sind; glaubt, daß dieser Annahme die Thatsache entgegenstehe, daß wir niemals einen Körper oder eine Substanz im isolierten Zustand elektrisch den. Er macht deshalb die Annahme, daß das Anion leichter die negative, das Kation leichter die positive Elektrizität annehme, daß dann die Moleküle der Elektrolyten, wenn die Elektroden in die Flüssigkeit eintaucht sind, durch Influenz elektrisch werden und zwar stets das Kation positiv, das Anion negativ. Die so polar elektrisch gewordenen Moleküle finden sich in der angegebenen Weise, und wenn die Dichtigkeit der Elektrizität hinreichend geworden ist, reißen die Atome der Moleküle auseinander. Sie bewegen sich darauf gegen einander und verbinden sich, wie wir es vorhin sahen.

Magnus vergleicht diesen Vorgang sehr hübsch mit der elektrischen Entladung einer Kugelreihe, welche sich zwischen zwei elektrischen Platten finden, deren eine mit positiver, deren andere mit negativer Elektrizität geladen wird.

Die Kugeln werden durch Influenz elektrisch, nach der positiven Seite hin negativ, nach der negativen positiv. Ist die Dichtigkeit der Elektrizität hinreichend, so werden alle Kugeln gleichzeitig entladen; die Elektrizitäten der äußersten gleichen sich mit denen der Platten aus, diejenigen der anderen Kugeln mit einander. Werden die Platten neu geladen, so wiederholt sich der Vorgang, sobald und so oft die Dichtigkeit auf den Kugeln wieder die hinreichende geworden ist.

Ganz ähnlich ist der Vorgang in dem Elektrolyten, mit dem Unterschiede nur, daß hier die Elektrizitäten sich nicht gesondert von den Atomen, sondern zugleich mit denselben bewegen.

Die einzige Schwierigkeit bei dieser Hypothese ist die, daß wir keine Eigenschaft kennen, wodurch auf dem influenzierten Moleküle lieber an der einen Stelle, auf dem Anion, die negative als die positive Elektrizität auftritt, da wir sonst immer finden, daß an der dem influenzierenden Körper nächsten Stelle die Influenzelektrizität der ersten Art auftritt.

Diese Schwierigkeit fällt fort bei der Annahme, daß die Moleküle der Elektrolyte für sich schon polar elektrisch sind, das Anion negativ, das Kation positiv. Nur handelt es sich dann um die Frage, wie kommt es, daß wir die für sich bestehenden Ionen nicht elektrisch finden?

Ampère<sup>2)</sup> glaubt, daß die Moleküle für sich elektrisch sind, die einen positiv, die anderen negativ, und daß dieser elektrische Zustand durch die Natur bedingt sei.

Die Metalloide sollen so elektronegativer, der Wasserstoff und die Metalle gegen positiv elektrisch sein; bestehen sie für sich, so sind sie von einer entgegengesetzt elektrischen Atmosphäre umhüllt, welche, ohne die Elektrizität des Atoms zu neutralisieren, dasselbe nach außen doch als un elektrisch erscheinen läßt. Kommen die Atome sich so nahe, daß die Atmosphären sich durchdringen, so ziehen die Atome infolge der auf ihnen

1) Magnus, Poggend. Ann. Bd. CII.

2) Ampère. Man sehe Becquerel Traité de l'électricité. T. I. p. 176.

vorhandenen Elektricitäten sich an, die Elektricitäten der Atmosphären gleichen sich aus und die Moleküle bleiben polar elektrisch zurück.

Nach dieser Hypothese könnten keine Verbindungen zweier Moleküle existieren, welche beide Metalloide, also negativ elektrisch sind, keine Säuren, keine Verbindungen der Salzbildner mit einander und mit anderen Metalloiden.

Diese existieren aber, wie z. B. Chlorjod, Bromjod, wenn dieselben auch nicht, wie man früher wohl annahm, Elektrolyte sind<sup>1)</sup>.

Um dieser Schwierigkeit zu entgehen, nimmt de la Rive<sup>2)</sup> an, daß die Atome der verschiedenen Substanzen für sich schon polar elektrisch sind, aber in verschiedenem Grade; so sollen die Elektricitäten auf den beiden Hälften eines Sauerstoffmoleküls stärker sein als auf denen eines Wasserstoffmoleküls. Nur dann können sich zwei Körper chemisch verbinden, wenn sie verschieden stark elektrisch sind, und in den Verbindungen wendet immer das stärker polare dem schwächeren seine positive Seite zu, so daß die freie Seite negativ elektrisch ist. Die stärker polaren Atome sind also immer die Anionen.

Diese Hypothese schließt, wie man sieht, eine Reihe anderer durch nichts begründete ein.

Die einfachste Hypothese ist wohl diejenige von Berzelius<sup>3)</sup>, der sich mit einer geringen Modifikation auch Fechner anschließt<sup>4)</sup>. Nach dieser Hypothese, wie sie Fechner vervollkommen hat, enthalten alle Atome positive und negative Elektricität, welche zu neutraler vereinigt ist. Kommen zwei sich verbindende Atome zusammen, so wird bei der Berührung oder unmittelbar vorher das elektrische Gleichgewicht auf beiden gestört, wie es auf zwei sich berührenden Metallen gestört wird. Es vereinigt sich ein Teil positiver Elektricität des einen Körpers, des Anions, mit einem Teil negativer des andern, wodurch beide Teile mit der entgegengesetzten Elektricität geladen zurückbleiben. Die sich ausgleichende Elektricität bei der Vereinigung nehmen wir als Lichterscheinung oder Feuererscheinung bei der chemischen Verbindung wahr. In der Verbindung hat also das eine Atom des zusammengesetzten Moleküls freie positive, das andere freie negative Elektricität, jenes ist das Kation, dieses das Anion.

Darnach kann also jede Substanz Anion, jede Kation sein, je nachdem bei der Verbindung diese oder die mit ihr verbundene positiv oder negativ elektrisch wird, wie ein Metall positiv oder negativ elektrisch wird, je nachdem es mit einem andern in der Spannungsreihe über oder unter ihm stehenden berührt wird. Berzelius hat es mehrfach versucht, eine der Spannungsreihe ähnliche elektromotorische Reihe festzustellen, die so geordnet ist, daß man sofort bei der Verbindung zweier Körper mit einander je nach ihrer Stellung in dieser Reihe erkennen könnte, welcher Kation und welcher Anion ist. Es versteht sich von selbst, daß diese Reihe nicht lediglich auf elektrolytischen Versuchen basieren kann, da es eine Reihe von Körpern giebt, welche sich gar nicht mit einander

1) Man sehe *Hittorf*, Wiedem. Ann. Bd. IV.

2) *De la Rive*, *Traité de l'électricité*. T. II. p. 814.

3) *Berzelius*, *Schweiggers Journal* Bd. VI. 1812.

4) *Fechner*, *Poggend. Ann.* Bd. XLIV.



verbinden lassen. Es ist im Gegenteil das chemische Verhalten der Körper mit in Betracht gezogen, indem die Körper, welche chemisch den Sauerstoff vertreten können, dem Sauerstoff, der unter allen Umständen als Anion auftritt, näher stehen als jene, die den Sauerstoff nicht vertreten können. Von den Metallen hält man jene, welche vorzugsweise Säuren bilden, oder welche den Sauerstoff nur lose gebunden halten, für negativer als jene, welche unter allen Umständen Basen bilden oder welche nur schwer reduziert werden können.

In dieser Weise hat Berzelius die elektrochemische Reihe zuletzt<sup>1)</sup> folgendermaßen bestimmt. Die Stoffe sind von dem elektropositivsten, dem Kation, zu den elektronegativen meistens als Anionen auftretenden Stoffen geordnet.

+				
Kalium	Zirkonium	Kupfer	Tantal	Chlor
Natrium	Thorium	Silber	Tellur	Fluor
Lithium	Cerium	Quecksilber	Antimon	Stickstoff
Barium	Uran	Palladium	Kohlenstoff	Selen
Strontium	Mangan	Rhodium	Bor	Schwefel
Kalcium	Zink	Platin	Wolfram	Sauerstoff
Magnesium	Eisen	Iridium	Molybdän	—
Beryllium	Nickel	Osmium	Vanadium	
Yttrium	Kobalt	Gold	Chrom	
Lanthan	Kadmium	Wasserstoff	Arsen	
Didym	Blei	Silicium	Phosphor	
Aluminium	Zinn	Titau	Jod	
	Wismut		Brom	

Man kann indes keineswegs aus dieser Reihe schließen, ob eine Verbindung zweier Körper dieser Reihe elektrolysisierbar ist. Wir haben schon erwähnt, daß Bromjod, Chlorjod nicht elektrolysisierbar sind, ebenso sind die Anhydride der Sauerstoffsäuren nicht elektrolysisierbar. Auch die Wassertoffsäuren  $HCl$  u. s. w. sind, wenn sie nicht in Wasser gelöst sind, nicht ersetzbar, reines flüssiges Ammoniak leitet ebenfalls den Strom nicht, und ist durch denselben nicht zersetzbar<sup>2)</sup>. Hittorf hat den Satz aufgestellt, daß überhaupt nur Salze elektrolysiert werden können und definiert alle Verbindungen als Salze, welche ihre Ionen gegenseitig austauschen können; er sagt: „Während der Elektrolyse findet derselbe Austausch zwischen den Salz molekülen statt, wie bei der doppelten Wahlverwandtschaft<sup>3)</sup>“. Wegen diese Definition von Hittorf weist indes Wiedemann<sup>4)</sup> darauf hin, daß es Verbindungen gebe, welche mit wohldefinierten und elektrolysierten Salzen ihre Bestandteile austauschen, aber nicht durch Elektrolyse ersetzbar sind. So erwähnt Wiedemann das Propylchlorid, das mit Aluminiumjodid oder Quecksilberjodid zusammengebracht, Propyljodid und Aluminiumchlorid resp. Quecksilberchlorid giebt, aber den Strom nicht

1) *Berzelius*, Lehrbuch der Chemie Bd. I. 5. Aufl. 1843.

2) *Bleekrode*, Wiedem. Ann. Bd. III. Bd. VI. *Hittorf*, Wiedem. Ann. Bd. IV.

3) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CVI. S. 567. Wiedem. Ann. Bd. IV.

4) *Wiedemann*, Elektrizitätslehre Bd. II. S. 927.

leitet und nicht zersetzt werden kann. Ebenso macht Bleekrode<sup>1)</sup> darauf aufmerksam, daß nach Versuchen von Gore<sup>2)</sup> wasserfreie Chlorwasserstoffsäure kohlen-saure Salze zersetzt und daß ebenso nach Versuchen von Pelouze<sup>3)</sup> eine Lösung von Chlorwasserstoffsäure in absolutem Alkohol kohlen-sauren Kalk mit großer Heftigkeit angreife. Es bedarf also nicht des Wassers, damit  $HCl$  mit einem kohlen-sauren Salze sein Atom Chlor gegen die Kohlensäure austauscht, und doch ist  $HCl$  in wasserfreiem Zustand kein Elektrolyt.

Wenn man demnach aus der Hittorfschen Definition im allgemeinen einen Überblick über die durch den Strom zersetzbaren Körper bekommt, der nicht nur für die geschmolzenen, sondern auch für die gelösten Körper gilt, und sofort erkennen läßt, welches bei der Zersetzung die Ionen sind, so gilt die Definition nicht ganz allgemein. Die Auffassung von Berzelius und Fechner wird aber schon dadurch unzulässig, daß es offenbar binäre Verbindungen giebt, die einer Zersetzung durch den Strom nicht fähig sind.

Wir wenden uns jetzt zu der Elektrolyse der Salzlösungen. Die dabei stattfindenden, als direktes Resultat der Elektrolyse anzusehenden Erscheinungen sind, wie wir sahen, folgende. An der Kathode erscheint, wenn die Stromdichtigkeit eine gewisse Grenze nicht überschreitet, nur das Metall des Salzes, an der Anode der Rest der Verbindung, also die Säure des Salzes, oder der betreffenden Salzbildner. Zugleich findet man, daß die Flüssigkeit an der Kathode zuweilen mehr, zuweilen weniger als ein halbes Äquivalent Kation mehr enthält als vorher, und daß dem entsprechend an der Anode das Anion zuweilen um weniger, zuweilen um mehr als die Hälfte des ausgeschiedenen Anions zugenommen hat. Eine Zersetzung des Wassers findet, so lange die Stromdichtigkeit nicht eine zu große ist, nicht statt.

Was zunächst den letzteren Punkt betrifft, daß aus diesem Gemenge von Elektrolyten, Wasser und Salz, bei nicht zu großer Stromdichte nur ein einziger zersetzt wird, so stehen sich darüber zwei Ansichten gegenüber; die eine ist die hauptsächlich von Magnus<sup>4)</sup> vertretene, daß die verschiedenen Substanzen verschieden leicht zersetzbar sind, so daß, wenn der Strom in einer Flüssigkeit zwei solcher findet, er zunächst immer nur die am leichtesten zersetzbare wählt. Erst wenn bei einer gewissen Konzentration der Lösung der Strom eine gewisse Stärke, den Grenzwert überschritten hat, vermag das Salz gewissermaßen nicht alle Elektrizität zu fassen und der Strom geht dann auch durch das Wasser.

Die zweite Ansicht, welche, wie schon erwähnt, Hittorf<sup>5)</sup> und Buff<sup>6)</sup> vertreten, ist die, daß in jedem Gemische von Elektrolyten der Strom sich zwischen denselben nach Maßgabe ihrer Leitungsfähigkeit teile. Da das Wasser für sich kaum oder vielleicht gar keine Leitungsfähigkeit hat, so ist der durch das Wasser gehende Anteil des Stromes immer nur sehr klein, so klein, daß wir den auftretenden Wasserstoff nicht nachweisen

1) Bleekrode, Wiedem. Ann. Bd. VI.

2) Gore, Proceedings of the Royal Society of London for 1865. p. 213.

3) Pelouze, Poggend. Ann. Bd. XXVI. S. 348.

4) Magnus, Poggend. Ann. Bd. CII und Bd. CIV.

5) Hittorf, Poggend. Ann. Bd. CIII und CVI.

6) Buff, Liebigs Ann. Bd. CV.

können (Hittorf). Andere dagegen meinen, daß der auftretende Wasserstoff im status nascens eine äquivalente Menge Metall aus dem Salze reduziere, und daß deshalb stets genau ein Äquivalent Metall auftrete.

Lange Zeit, so lange man annahm, daß die Salze aus Säure und Basis zusammengesetzt seien, derart, daß man als die nähern Bestandteile eines Salzes das basische Oxyd und das Anhydrid der Säure, welches dann den Rest der Verbindung bildet, ansah, bot es große Schwierigkeit, die Zerlegung der Sauerstoffsalze in Metall und Säure plus Sauerstoff andererseits zu verstehen. Man mußte, da man das Oxyd als solches in dem Salze vorhanden annahm, eine doppelte Zersetzung annehmen, einmal die Zerlegung des Salzes in Säure und Basis und zweitens die Zerlegung der Basis in Metall und Sauerstoff. Diese Schwierigkeit veranlaßte Daniell<sup>1)</sup>, wie bereits §. 98 erwähnt wurde, die schon früher ausgesprochene Ansicht wieder aufzunehmen, daß die Sauerstoffsalze wie die Haloidsalze zusammengesetzt seien, in welchen die überoxydierte Säure die Rolle des Salzbildners spielt, eine Ansicht, welche auch Hittorf<sup>2)</sup> bei seinen Arbeiten über Elektrolyse zu Grunde legte. Diese Schwierigkeit war indes nur in der damaligen Theorie über die Bildung der Salze begründet, bei den jetzt allgemeiner angenommenen Ansichten ist, wie zum Teil schon Magnus<sup>3)</sup> hervorgehoben, dieselbe gar nicht vorhanden. Die jetzige Chemie nimmt in den Salzen gar nicht die Oxyde als näheren Bestandteil an, sondern stellt das Metallatom dem Rest der Verbindung gegenüber, indem sie die Bildung des Salzes in der Weise annimmt, daß das Metall an die Stelle des oder der vertretbaren Wasserstoffatome in die Säure eintritt. Sie stellt also, wenn auch in etwas anderer Weise als die ältere von Daniell vertretene Anschauung, das Metall dem Rest der Verbindung gegenüber, und damit bedarf es keiner Erklärung weiter, daß das Metall als solches bei der Elektrolyse ausgeschieden wird. Das Metall ist gegenüber dem Rest der Verbindung das elektropositive Ion und wird als solches zu der negativen Elektrode geführt, während der Rest zur Anode geführt wird; die Zersetzung der Salze in den Lösungen geschieht somit einfach in derselben Weise wie die einer binären geschmolzenen Verbindung.

Es fragt sich nur, wie es kommt, daß die Ionen an den Elektroden nicht einfach um die Hälfte der ausgeschiedenen Bestandteile vermehrt werden.

Magnus<sup>4)</sup> hält die Änderung in der Konzentration der Lösungen an den Elektroden für nicht direkt durch die Elektrolyse bedingt.

Indem er sich den Durchgang des Stromes durch die Elektrolyten als einzelne Entladungen denkt, hält er nur den Zersetzungsakt für Folge des Stromes, die weitere Bewegung der Moleküle im Innern der Elektrolyte dagegen glaubt er als Folge des ersten Anstoßes beim Zersetzen und der chemischen Anziehung der zersetzten Moleküle ansehen zu können, deshalb hat die Wanderung der Ionen direkt nichts mit der Elektrolyse zu thun, und das Verhältnis der Ionen in der Nähe der Elektroden vor

1) Daniell, Philos. Transact. of London royal soc. for 1839 u. 1840.

2) Hittorf, Poggend. Ann. Bd. CVI.

3) Magnus, Poggend. Ann. Bd. CII und CIV.

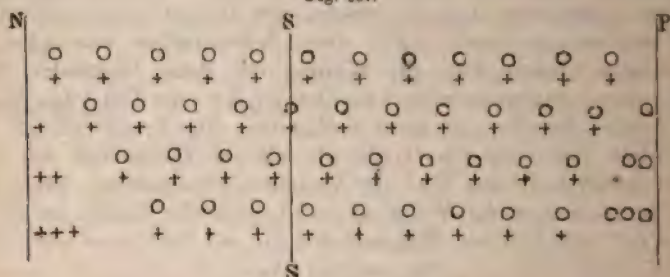
4) Magnus, a. a. O.



und nach der Elektrolyse hängt von ganz anderen Umständen ab. Diese Ansicht ist indes gegenüber der Regelmäßigkeit in der Änderung der Konzentrationen, wie sie von Hittorf beobachtet ist, nicht haltbar.

Hittorf<sup>1)</sup> hält deshalb die Wanderung der Ionen für einen ebenso wesentlichen Teil der Elektrolyse, als die Zersetzung selbst. Um zu erklären, daß nicht an jeder Elektrode ein halbes Äquivalent des ausgeschiedenen Bestandtheiles mehr vorhanden ist als vorher, nimmt er an, daß die verschiedenen Ionen im Innern der Elektrolyte nach der Zersetzung von dem Strome durch verschieden weite Wege geführt werden, daß sie also sich nicht in der Mitte zwischen ihren frühern Lagen begegnen, sondern daß entweder das positive oder negative Ion einen größern Weg zurücklegt, daß sie also nach der ersten Zersetzung sich näher bei der frühern Lage des einen oder andern Ions wieder verbinden. Folgendes Schema Fig. 187 zeigt z. B., wie sich der Überschufs der Ionen an den

Fig. 187.



Elektroden gegen vorher nach der Elektrolyse stellen muß, wenn das negative Ion  $\frac{2}{3}$  des Weges, das positive  $\frac{1}{3}$  nach der Zersetzung zurücklegt, bis sie sich treffen und wieder vereinigen. Während an den Elektroden sich ein Äquivalent der Ionen ausscheidet, kann an der linken Seite der Spaltungsfläche SS nur  $\frac{1}{3}$  Äquivalent des positiven Ions mehr vorhanden sein als vorher, an der Anode sind dagegen  $\frac{2}{3}$  Äquivalent mehr vorhanden.

Nach der Theorie von Hittorf kann die Zunahme der Ionen an den Elektroden im Maximum ein ganzes Äquivalent sein; es würde das eintreten, wenn das eine Ion nicht fortgeschoben wird, sondern nur das andere. In einzelnen Fällen, so bei der Elektrolyse von Jodzink, Jodkadmium, Chlorzink u. a. hat jedoch Hittorf beobachtet, daß das negative Ion, Jod, Chlor, um mehr als ein, ja bis zu zwei Äquivalenten an der Anode zunimmt. Hittorf nimmt zur Erklärung dieser Erscheinung an, daß in solchen Lösungen die Salze als Doppelsalze vorhanden wären, also z. B. das Jodkadmium in wässriger Lösung als  $Cd(CdJ_2 + J_2)$ , so daß also das eine Ion dabei  $CdJ_2 + J_2$  ist<sup>2)</sup>. Würde nun in dem Falle das eine Ion, also  $Cd$  um 0,4, das andere ( $CdJ_2 + J_2$ ) um 0,6 des Weges wandern, so würde an der Kathode das Kadmium um 0,4  $Cd$  zunehmen, an der Anode die Lösung um 0,6 ( $CdJ_2 + J_2$ ) = 0,6  $Cd$  + 1,2  $J_2$ .

1) Hittorf, Poggend. Ann. Bd. CIII u. CVI.

2) Hittorf, Poggend. Ann. Bd. CVI. S. 545.

jedes Äquivalent des zersetzten Salzes zunehmen. Es würde also dort entüber 0,4 Cd, welches zur negativen Anode wandert, 0,6 Cd mit  $J_2$  verbunden zur Anode wandern, es müßte also an der Kathode Kadmium um 0,2 Cd abnehmen, an der Anode Jod um 1,2  $J_2$  zunehmen, wie es Hittorf bei einer Lösung, welche 3,04 Wasser auf 1 Äquivalent Salz enthielt, beobachtet hat.

Um dieser Annahme von der Bildung von Doppelsalzen, welche noch in verschiedenen Lösungen verschieden sein müßten, in konzentrierteren Lösungen anders als in verdünnten, in Alkohol anders als in Wasser, entgegen, nimmt Wiedemann<sup>1)</sup> nicht nur eine Wanderung der Ionen, sondern auch des unzersetzten Salzes an.

Sind die Bestandteile des Elektrolyten nach der Trennung in gleichen Grade entgegengesetzt elektrisch, so erhalten sie entsprechend dem Ueberschusse des Potentials nach entgegengesetzten Richtungen gleiche Antriebe. denselben dadurch erteilten Geschwindigkeiten sind den Massen der Bestandteile umgekehrt proportional und hängen außerdem von den Reibungswiderständen ab, die sie auf den Wegen finden. Sie können daher die von Hittorf angenommenen verschiedenen Geschwindigkeiten haben, vermöge deren der eine  $\frac{1}{n}$ , der andere  $\frac{n-1}{n}$  des Molekularabstandes zurücklegen, ehe sie sich wieder zu einem Moleküle vereinigen vermöge deren zu beiden Seiten eines unveränderten Querschnittes gleichzeitiger Abscheidung von je einem Äquivalent der freien Ionen an beiden Elektroden der Gesamtgehalt an freien und gebundenen Ionen und  $\frac{n-1}{n}$  eines Äquivalentes mehr als vor der Elektrolyse beträgt.

Hierzu kann eine zweite Wirkung des Stromes kommen. Werden gelösten Salzteilchen und das Lösungsmittel selbst durch den Kontakt entgegengesetzt elektrisch, so werden sich infolge der Wirkung der freien Ladung der Oberfläche des Leiters vorhandenen Elektrizität auch die unzersetzten Moleküle des Salzes und des Lösungsmittels nach entgegengesetzten Richtungen bewegen können, eine Bewegung, welche von den Reibungswiderständen beeinflusst wird. Es kann hierdurch eine Vermehrung der Konzentration an der einen Elektrode, eine Verminderung an der anderen entstehen.

Als dritte Wirkung kann dazu, besonders bei Anwendung poröser Membranen, die Bewegung der Lösung kommen, welche durch die Elektrifizierung derselben im Kontakt mit den Gefäßwänden, nach der Erklärung der Fortführung von Quincke, bedingt ist.

Nimmt man an, daß in einer Lösung die gut leitenden Salzteilchen inmitten der äußerst schlecht leitenden Wasserteilchen zwischen den den Polen der Säule verbundenen Elektroden zu Reihen ordnen, ähnlich wie dies Baumwollenfäden in Terpentinöl zwischen zwei elektrischen Polen thun, so wird die Zahl dieser Reihen dem Salzgehalte proportional zunehmen. Da sich nun der Strom im Verhältnis der Leitungsfähigkeiten zwischen diesen verhältnismäßig gut leitenden Reihen und dem schlecht leitenden Wasser teilt, also hauptsächlich die erstern durch-

1) Wiedemann, Galvanismus Bd. I. §. 432. 2. Aufl.



fließt, so muß die Leitungsfähigkeit  $k$  der Lösung mit der Anzahl jener Reihen, mithin dem Salzgehalt der Lösung proportional zunehmen. Bei verdünnten Lösungen ist das in der That der Fall.

Für die Stärke des Stromes gilt auch in den Elektrolyten die Gleichung

$$c = -kq \frac{dV}{dx},$$

wenn  $V$  der Wert der Potentialfunktion, der auf dem Leiter vorhandenen Elektrizität im Querschnitt  $x$  ist. Die Kraft, welche die mit den verschiedenen Elektrizitäten versehenen Bestandteile auseinanderreibt, ist somit

$$\pm \frac{dV}{dx} = \frac{c}{kq},$$

wenn wie immer  $k$  die Leitungsfähigkeit und  $q$  den Querschnitt der Flüssigkeit bedeutet.

Hieraus folgt, daß bei gleicher Stromstärke die Menge der zersetzten Substanz immer dieselbe sein muß, einerlei welche Konzentration und welchen Querschnitt man dem Elektrolyten giebt. Bei  $n$ -fachem Salzgehalt und  $m$ -fachem Querschnitt der Lösung werden allerdings  $n \cdot m$  mal mehr Reihen von Salz molekülen zersetzt werden, aber die Kraft, mit welcher die Moleküle bewegt werden, ist auch nur  $\frac{1}{mn}$ ; in demselben Maße wird also auch ihre Anfangsgeschwindigkeit abnehmen. Es ist somit die zersetzte, an den Elektroden in ihren Bestandteilen ausgeschiedene Menge dieselbe. Ebenso ist auch die Menge der nach den Elektroden geführten unzersetzten Moleküle des Salzes und des Lösungsmittels dieselbe.

Wie man sieht, legt Wiedemann dieser Theorie der Elektrolyse die Anschauungen zu Grunde, welche Quincke zur Erklärung der elektrischen Endosmose und der Fortführung suspendierter Körperchen angewandt hat. Fast gleichzeitig mit Wiedemann hat Quincke auf diese seine Anschauungen eine ausführliche Theorie der Elektrolyse gegründet<sup>1)</sup>.

Quincke geht aus von der Betrachtung eines linearen Elektrolyten, etwa einer Lösung von Chlornatrium in Wasser, in welchem ein Strom in der Richtung der positiven  $x$  ströme. In diesem hat jedes Teil molekül, also Natrium und Chlor eine gewisse Menge freier Elektrizität, sei dieselbe auf dem Natriummolekül  $\epsilon$ , auf dem Chlormolekül  $\epsilon'$ . Dieselbe rührt her von der verschiedenen Anziehung, welche Natrium, Chlor, Wasserstoff, Sauerstoff, die sich unmittelbar neben einander befinden, auf die verschiedenen Elektrizitäten ausüben. GröÙe und Vorzeichen der beiden Elektrizitätsmengen  $\epsilon$  und  $\epsilon'$  sind vorläufig unbestimmt.

Ist nun  $V$  die Potentialfunktion der freien auf dem Leiter vorhandenen Elektrizität im Querschnitt  $x$ , so sind

$$-\frac{dV}{dx} \cdot \epsilon \text{ und } -\frac{dV}{dx} \cdot \epsilon'$$

die Kräfte, mit der die beiden Elektrizitätsmengen  $\epsilon$  und  $\epsilon'$  im Sinne der positiven  $x$  getrieben werden. Haftten dieselben an den Molekülen, so

1) Quincke, Poggend. Ann. Bd. CXLIV.

werden diese mit der gleichen Kraft in demselben Sinne getrieben. Sie erhalten infolgedessen eine gewisse von der Masse der Moleküle abhängige und infolge der Reibung an der umgebenden Flüssigkeit sehr bald konstante Geschwindigkeit, die wir setzen können

$$v = -C \frac{dV}{dx} \epsilon \quad \text{und} \quad v' = -C' \frac{dV}{dx} \epsilon'.$$

Die Seite, nach welcher diese Geschwindigkeit gerichtet ist, hängt wie die Richtung der Kraft von dem Vorzeichen von  $\epsilon$  und  $\epsilon'$  ab.

Die Kraft, mit welcher die im Gesamtmolekül verbundenen Teilmoleküle getrennt werden, setzt Quincke der mittleren relativen Geschwindigkeit der Moleküle proportional, also

$$K = A(v - v') = -\frac{dV}{dx} (B\epsilon - B'\epsilon').$$

Ist  $l$  die Länge des flüssigen Leiters und  $L$  die auf gleichen Leitungswiderstand und gleichen Querschnitt reduzierte Länge der sonstigen Teile des Stromkreises, so ist, wenn  $E$  die elektromotorische Kraft der Batterie ist,

$$-\frac{dV}{dx} = \frac{E}{l + L},$$

somit

$$K = \frac{E}{l + L} (B\epsilon - B'\epsilon').$$

Die Gleichung läßt hervortreten, daß die Kraft, welche die Moleküle, die Ionen, zu trennen strebt, der elektromotorischen Kraft direkt, der Länge des Stromkreises umgekehrt proportional ist, daß sie unabhängig von dem Querschnitte und der Leitungsfähigkeit der Flüssigkeit ist.

Sind in der Volumeinheit Flüssigkeit  $\alpha$  Gewichtsteile Natrium,  $\alpha'$  Gewichtsteile Chlor enthalten, so stehen  $\alpha$  und  $\alpha'$  im Verhältnis der chemischen Äquivalente. Ist  $M$  die ganze Menge des einen Ion, Natrium,  $M'$  die des anderen, Chlor, die in der Richtung der positiven  $x$  mit den Geschwindigkeiten  $v$  und  $v'$  in der Längeneinheit der Flüssigkeit fortgeführt werden, so ist, wenn  $q$  der Querschnitt der Flüssigkeit ist,

$$M = q\alpha v = -C\epsilon q\alpha \frac{dV}{dx}$$

$$M' = q\alpha' v' = -C'\epsilon' q\alpha' \frac{dV}{dx},$$

worin  $M$  sowohl als  $M'$  je nach dem Vorzeichen von  $\epsilon$  und  $\epsilon'$  sowohl positiv als negativ sein kann, wo dann das Letztere bedeutet, daß die betreffende Menge nach der Richtung der negativen  $x$  geführt wird.

In der Mitte der Flüssigkeit wird die Zusammensetzung nicht geändert, denn für jede Menge  $M$  oder  $M'$ , welche aus einem Querschnitte austritt, tritt von der anderen Seite aus dem benachbarten Querschnitte dieselbe Menge ein. Anders ist es aber an den Elektroden, an den Enden der Flüssigkeit, hier können je nach der Richtung der Bewegung oder was dasselbe ist, je nach dem Vorzeichen von  $M$  und  $M'$  Natrium- oder Chlormoleküle sich ansammeln.

Nehmen wir an es seien  $M$  und  $M'$  positiv, aber  $v > v'$  oder

$$\frac{M}{\alpha} > \frac{M'}{\alpha'},$$

so werden, da diese Quotienten die Anzahl  $p$  resp.  $p'$  der fortgeführten Moleküle bedeuten, in den letzten Querschnitt, durch den der Strom die Flüssigkeit verläßt, gleichzeitig  $p$  Moleküle Natrium und  $p'$  Moleküle Chlor eintreten. Von erstern werden sich  $p'$  Moleküle mit der gleichen Zahl Chlormoleküle zu neutralem Salze verbinden, es werden somit

$$m = p - p'$$

Moleküle Natrium abgeschieden werden.

Aus dem ersten an der Anode liegenden Querschnitte sind in derselben Zeit  $p$  Moleküle Natrium und  $p'$  Moleküle Chlor fortgeführt worden, es sind also hier

$$m = p - p'$$

Moleküle Chlor zurückgeblieben, welche an der Anode frei werden.

Gleichzeitig erkennt man, daß an der Kathode eine Zunahme, an der Anode eine Abnahme der Konzentration eintreten muß, da  $p'$  Moleküle Chlor und Natrium in der gleichen Zeit von der Anode fort und zur Kathode hingeführt sind.

Sind  $M$  und  $M'$  beide negativ, aber

$$\frac{M'}{\alpha'} > \frac{M}{\alpha},$$

so ist der Vorgang derselbe, im Resultate nur so weit verschieden, daß an der Anode eine Zunahme der Konzentration, an der Kathode eine Abnahme derselben eintritt.

Ist  $M$  positiv,  $M'$  negativ, ist also das Chlor negativ elektrisch und wird infolgedessen gegen die Anode hin bewegt, so ist die Anzahl der ausgeschiedenen Moleküle, sowohl des Chlor als des Natrium

$$m = p + p'$$

und wenn man von den abgeschiedenen Mengen absieht, wird an jeder Elektrode die Konzentration vermindert.

Dieser letztere Fall ist nach den vorliegenden Versuchen der gewöhnliche, und dabei zeigt sich nach den Versuchen von Hittorf, daß in der Regel  $p$  und  $p'$  verschieden ist, daß also entweder  $v'$  größer oder kleiner als  $v$  ist, wie es Hittorf als direktes Resultat seiner Versuche aussprach.

Die Beobachtungen Hittorfs bei dem Jodkadmium, Jodzink u. a. würden dagegen nach dieser Anschauung sich dadurch ergeben, daß die Bestandteile dieser Salze in der Lösung beide negativ elektrisch wären, so daß also beide gegen die Anode hin getrieben würden, eine Annahme, welche Quincke für ebenso wahrscheinlich hält als die von Hittorf angenommenen Doppelsalze.

Daß, wenn man in den Flüssigkeiten eine Bewegung der Elektricität nur mit den materiellen Molekülen annimmt, auch nach dieser Auffassung das Faradaysche Gesetz, daß die Menge der zersetzten Substanz der Jr

heit des Stromes proportional sei, sich ergibt, bedarf wohl keines besonderen Nachweises.

Auf eine den sämtlichen Theorien gemeinsame, in der ihnen zu Grunde liegenden Anschauung über die Natur der Elektrolyte basierte Schwierigkeit hat Clausius aufmerksam gemacht<sup>1)</sup>. Alle diese Theorien haben an, daß in den Elektrolyten die positiven und negativen Ionen mit einander verbunden sind, und wenn keine äußeren Kräfte auf die Flüssigkeiten einwirken, auch mit einander verbunden bleiben. Daraus folgt dann, daß sich die verbundenen Ionen mit einer gewissen Kraft festhalten. Der elektrische Strom soll nun zunächst die Moleküle drehen, um aber auch die zu einem Gesamtmoleküle vereinigten Ionen trennen. Man muß aber, damit die einmal verbundenen Ionen auseinandergehen, eine Anziehung, welche sie auf einander ausüben, überwunden werden, zu einer Kraft von bestimmter Stärke erforderlich ist. Daraus folgt nun aber, daß, so lange die im Elektrolyten wirksame Kraft nicht diese Stärke besitzt, gar keine Zersetzung der Moleküle stattfinden kann, daß gegen, wenn diese Stärke erreicht ist, sehr viele Moleküle mit einem Male zersetzt werden müssen, indem alle unter dem Einflusse derselben Kraft stehen und nahezu gleiche Lage haben. Da nun, wie wir sahen, ein Elektrolyt nur leiten, indem sie zersetzt werden, so folgt daraus weiter, daß, so lange die im Leiter thätige Kraft unter einer gewissen Grenze bleibt, gar kein Strom entstehen kann, daß aber, wenn sie diese Grenze erreicht hat, plötzlich ein starker Strom auftreten muß.

Die Erfahrung zeigt aber, daß die Zersetzung einfach der Stromstärke proportional ist, und daß schon der schwächste Strom Zersetzung bewirkt.

Um diesen Widerspruch zu lösen, erinnert Clausius an seine Hypothese über die Natur der Flüssigkeiten überhaupt<sup>2)</sup>, und präzisiert dieselbe folgendermaßen. Die zu einem Gesamtmoleküle gehörigen elektropositiven und negativen Teilmoleküle, also die Ionen sind überhaupt nicht mit einander verbunden, sondern nur mehr oder weniger locker an einander gelegt. Die Gesamtmoleküle oscillieren in der Flüssigkeit in unendlich weiten Bahnen hin und her, dabei wird es nun häufig vorkommen, daß zwei Moleküle zu einander in eine solche Lage kommen, daß ein positives Ion des einen von dem negativen Ion des andern stärker gezogen wird als von seinen eigenen. Die beiden Moleküle werden sich dann spalten und die beiden Ionen der einzelnen, die sich in der eben gegebenen Weise anziehen, werden sich zu einem neuen Molekül verbinden. Die abgeschiedenen Ionen werden dann sich entweder mit einander verbinden, oder getrennt sich in der Flüssigkeit weiter bewegen, sie an andere Moleküle stoßen, diese spalten und sich mit den betreffenden Teilen verbinden.

In den Elektrolyten ist also überhaupt kein Gleichgewichtszustand vorhanden, sondern die Moleküle bewegen sich in ganz unregelmäßigen Linien und sind in einem immerwährenden Zustande der Verbindung und Zersetzung. Wird nun der Elektrolyt in einen Stromkreis eingeschaltet, daß in demselben eine elektrische Kraft wirkt, die alle positiven Ionen

1) Clausius, Poggend. Ann. Bd. Cl.

2) Man sehe im III. Teil §. 44 S. 336.



nach der einen, alle negativen nach der entgegengesetzten Seite zu treiben sucht, so werden zunächst die vorhandenen freien Ionen nicht mehr in ganz unregelmäßigen Bahnen, sondern mehr in einer von Elektrode zu Elektrode gerichteten Bahn sich bewegen. Die positiven Ionen werden daher vorherrschend zur Kathode, die negativen Ionen nach entgegengesetzter Richtung sich bewegen. Außerdem werden bei der Einwirkung eines Teilmoleküles auf ein Gesamtmolekül, und bei Einwirkung zweier Gesamtmoleküle auf einander solche Zerlegungen, bei welchen die Teilmoleküle in ihren Bewegungen zugleich der elektrischen Kraft folgen können, erleichtert werden, und daher häufiger stattfinden als ohne die Kraft. Daraus folgt dann, daß in einem Elektrolyten durch irgend ein zur Stromrichtung senkrechtes Flächenstück nach der Kathode eine gewisse Menge positiver, nach der Anode eine gewisse Menge negativer Ionen hindurchgehen wird. Durch diese entgegengesetzte Bewegung der Teilmoleküle bildet sich der Strom, somit muß die Stromstärke dieser Menge und damit der Menge der zersetzten Substanz proportional sein<sup>1)</sup>.

Diese Ansicht von Clausius über die Konstitution der Elektrolyte verdient jedenfalls um so mehr Beachtung, als sie nicht besonders zur Erklärung der Elektrolyte ersonnen ist, sondern nur eine weitere Durchführung der Auffassung bildet, welche sich Clausius bereits bei seinen Untersuchungen über die mechanische Wärmetheorie ergeben hatte. Die Schwierigkeit, welche sie bietet, daß man die Moleküle der Elektrolyten, also z. B. der Salze, wenn auch nur kurze Zeit im unverbundenen Zustand in der Lösung annehmen muß, während doch im allgemeinen die Ionen nach ihrer Abscheidung sofort auf das Lösungswasser einwirken, die Alkalimetalle, indem sie Oxydhydrate bilden, die elektronegativen Bestandteile, indem sich die Säuren bilden, ist allen Theorien gemeinsam, indem bei allen Theorien angenommen werden muß, daß nach der Zersetzung die Moleküle eine Zeitlang unverbunden in den Lösungen vorhanden sind. Welche Theorie der Elektrolyse man auch bildet, die Aus-

1) *Quincke* bemerkt gegenüber diesen Entwicklungen von Clausius (*Poggend. Ann.* Bd. CXLIV. S. 164), daß zwischen der Annahme, daß zur Zersetzung bei der Elektrolyse eine gewisse Kraft erforderlich und daß die Zersetzung der Stromstärke proportional sei, der von Clausius angenommene Widerspruch doch wohl nicht vorhanden sei. Denn nach seinen Entwicklungen ist die Kraft, welche die Moleküle trennt, gegeben durch die Gleichung

$$K = - \frac{dV}{dx} (B\varepsilon - B\varepsilon').$$

Auch bei den schwächsten durch die Flüssigkeit hindurchgehenden Strömen sei das Gefälle des Potentials, also

$$- \frac{dV}{dx} = \frac{\varepsilon}{l + L}$$

keinesweges klein; die Ströme sind deshalb schwach, weil die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten eine sehr kleine ist.

Dem gegenüber ist indes zu bemerken, daß *Kohlrausch* und *Nippold* (*Poggend. Ann.* Bd. CXXXVIII) bei Anwendung von Zinkvitriollösungen und Thermosäulen das Ohmsche Gesetz noch gültig fanden bei einer elektromotorischen Kraft, welche nur  $\frac{1}{429000}$  eines Groveschen Elementes betrug.



lung der Ionen an den beiden Elektroden zwingt zu der Annahme, die Moleküle, aus welchen eine Verbindung besteht, eine Zeitlang gebunden in der Lösung vorhanden sind.

Noch auf einen Mangel in unseren theoretischen Auffassungen der Elektrolyse müssen wir aufmerksam machen, sie bietet gar keine Begründung des Faradayschen Gesetzes der Zersetzung der verschiedenen Substanzen nach äquivalenten Mengen durch denselben Strom. Dafs für eine eigene Substanz die Menge des zersetzten der Stromstärke proportional ist, sagt nichts anderes, als dafs der Strom nur durch die Zersetzung und Ueberführung der Ionen zustande kommt. Der zweite Teil des Faradayschen Gesetzes sagt aber, dafs durch äquivalente Mengen der Bestandteile verschiedener Verbindungen gleiche Mengen Elektrizität übergeführt werden. Wenn wir z. B. Salze einwertiger Metalle, so sind von diesen Mengen äquivalent, welche gleiche Zahl Moleküle enthalten; zersetzen wir diese, wird in jedem die gleiche Atomzahl der Bestandteile an den Elektroden abgetrennt. Es folgt somit, dafs die gleiche Zahl von Atomen die gleiche Menge Elektrizität überführt, oder dafs die elektrolytisch gleichwertigen Atome die gleiche Menge Elektrizität überführen. Das Atom eines zweiwertigen Metalles führt doppelt soviel als das eines einwertigen, ein Atom Chlor führt ebensoviel wie ein einwertiges Metall, der Atomkomplex  $SO_4$  aber die doppelte Menge, der Atomkomplex  $NO_3$  als zu einer einwertigen Säure gehörig aber nur ebensoviel als Chlor oder Jod. Das Kupfer führt in den Cupridverbindungen soviel Elektrizität über als ein Doppelatom  $Cu_2$  in den Cuproverbindungen. Irgend welche Erklärung dafür können wir nach den bisherigen Theorien nicht geben, müssen es als eine Thatsache hinnehmen, welche vielleicht bei näherer Untersuchung noch auf unsere ganze Auffassung der elektrischen Ströme einwirken kann.

### §. 107.

**Theorie der Leitung der Lösungen.** Aus unsern Erfahrungen über die Elektrolyse haben wir den Schlufs gezogen, dafs die Flüssigkeiten elektrolytisch leiten, dafs in denselben die Elektrizität nur durch die Bewegung von der Anode zur Kathode geführt wird, und weiter dafs elektrolytisch äquivalente Mengen der verschiedenen Ionen gleiche Mengen der Elektrizität überführen.

Da hiernach die Elektrizität nur durch die Fortbewegung der Ionen in der Lösung bewegt wird, so gelangen wir zu dem, zuerst wohl von Wiedemann<sup>1)</sup> gezogenen Schlusse, dafs der Widerstand der Elektrolyte hauptsächlich durch die Bewegungshindernisse, welche die Ionen bei ihrer Fortbewegung erfahren, gegeben sei. Diese Hindernisse sind die Reibung im Innern der Flüssigkeit. Würden sich in den elektrolysierten Lösungen die Ionen bewegen, so wäre es die Reibung, welche sie an der unendlichen Lösung erfahren, welche sich der Bewegung entgensetzt, welche auch den elektrischen Widerstand bilden würde. Diese Reibung wird allgemein nicht nur für verschiedene Lösungen, sondern auch für verschieden konzentrierte Lösungen desselben Elektrolyts verschieden sein.

1) Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. XCIX. S. 228 ff.

Da wir nämlich wissen, daß die Reibungskoeffizienten verschieden konzentrierter Lösungen verschieden sind, werden wir auch annehmen müssen, daß die Reibung der Ionen in verschieden konzentrierten Lösungen eine verschiedene ist. Wenn bei der Verschiebung der Ionen in den Lösungen gleichzeitig unersetzte Lösung mitgenommen wird, wie es die Erfahrungen der elektrischen Endosmose und der Fortführung wahrscheinlich machen, so wird zu der Reibung der Ionen an der Flüssigkeit noch die eigentliche Flüssigkeitsreibung hinzukommen. Die Abhängigkeit der Reibung von der Konzentration einer Lösung läßt erkennen, weshalb der im vorigen Paragraphen aus der Theorie der Elektrolyse von Wiedemann und Quincke folgende Satz, daß die Leitungsfähigkeit dem Salzgehalte proportional sein muß, nur in beschränktem Umfange Gültigkeit hat. Die Verschiedenheit der Reibung erklärt auch sofort, weshalb der Leitungswiderstand einer wässerigen Lösung eines Salzes kleiner ist als einer Lösung desselben Salzes in wasserhaltigem Alkohol. Auf jeden Fall ist hiernach ein inniger Zusammenhang zwischen der Reibung im Innern der Flüssigkeit und dem elektrischen Widerstande vorhanden.

Wiedemann<sup>1)</sup> schloß aus seinen Versuchen für eine Anzahl von Salzen, daß das Leitungsvermögen deren Lösungen dem Prozentgehalte direkt und dem Reibungskoeffizienten umgekehrt proportional sei, während Grotrian<sup>2)</sup> zu dem Resultate kam, daß die Leitungsfähigkeit dem Prozentgehalte direkt und einer gebrochenen Potenz des Reibungskoeffizienten umgekehrt proportional sei, wobei selbstverständlich der Reibungskoeffizient und die Leitungsfähigkeit bei derselben Temperatur genommen werden müssen. Stephan<sup>3)</sup> hat die Leitungsfähigkeiten und Reibungskoeffizienten verdünnter Lösungen in Wasser und wasserhaltigem Alkohol verglichen und gelangte zu dem Resultate, daß solange der Alkoholgehalt der Lösung unter 55% war, bei Lösungen von  $NaCl$ ,  $KaCl$ ,  $LiCl$ ,  $NaJ$ ,  $KaJ$ , die spezifischen Leitungsvermögen, in dem Sinne, wie F. Kohlrausch diese Größe definierte, sich umgekehrt verhalten wie die Reibungskoeffizienten der alkoholischen und wässerigen Lösungen. Wie wir sahen definiert Kohlrausch das spezifische Leitungsvermögen einer Lösung, wenn deren Leitungsfähigkeit bei dem Prozentgehalte  $p$  durch die Gleichung

$$k = \kappa p + \kappa' p^2$$

gegeben ist, durch den Koeffizienten  $\kappa$ , welcher das Maß der Leitungsfähigkeit bei sehr kleinen Werten von  $p$ , also sehr verdünnten Lösungen ist. Ist also  $\kappa_w$  und  $\eta_w$  die Leitungsfähigkeit und die Reibungskonstante für wässerige,  $\kappa$  und  $\eta$  für alkoholische Lösungen, so ist

$$\kappa_w \eta_w = \kappa \eta.$$

Für Lösungen von größerm Alkoholgehalt bis zu 70  $\frac{9}{10}$  ergibt sich

$$\frac{\kappa_w \eta_w}{\kappa \eta} = q$$

1) Wiedemann, a. a. O.

2) Grotrian, Poggend. Ann. Bd. CLVII.

3) Stephan, Wiedem. Ann. Bd. XVII.

in  $q$  eine von 1 verschiedene nur von der Menge des Alkohols in der Lösung, nicht von der Natur des gelösten Salzes abhängige Zahl ist.

Weiter zeigte Grotrian<sup>1)</sup>, daß im allgemeinen die Zunahme der Leitungs-  
 1) Zunahme mit der Temperatur der Abnahme des Reibungskoeffizienten resp.  
 2) Zunahme des reciproken Wertes desselben, welche Wiedemann die Fluidität der betreffenden Flüssigkeit nennt, parallel geht. Bouty<sup>2)</sup> kommt so-  
 3) zu dem Resultate, daß für sehr verdünnte Lösungen einer Anzahl  
 4) Salzen die Zunahme der Leitungsfähigkeit mit steigender Temperatur  
 5) Zunahme der Fluidität des Wassers von 0° bis 44° gleich gesetzt  
 6) werden kann.

Alles das zeigt eine innige Analogie mit der Flüssigkeitsreibung und  
 7) n elektrischen Leitungswiderstände der Flüssigkeit; eine Proportionali-  
 8) zwischen Flüssigkeitsreibung und Widerstand könnte indes nur vor-  
 9) handen sein, wenn die Ionen bei ihrer Bewegung sich an der umgebenden  
 10) Flüssigkeit derart stark reiben, daß sie nicht unabhängig von derselben  
 11) h bewegen könnten, sondern eine Hülle Lösung mit sich fort nähmen.

dem Falle würde allerdings der zu überwindende Widerstand direkt  
 12) Flüssigkeitsreibung sein. Das ist allerdings nicht anzunehmen, und  
 13) halb können wir im allgemeinen nur einen ähnlichen Verlauf der Wider-  
 14) stände und der Reibungen, sei es bei geänderter Temperatur, sei es bei  
 15) Umgleichung verschiedener Lösungen, erwarten<sup>3)</sup>.

F. Kohlrausch<sup>4)</sup> hat deshalb in ganz anderer Weise diese Theorie  
 16) s elektrischen Widerstandes in Flüssigkeiten geprüft. Er gelangt zu  
 17) m Schlusse, daß in sehr verdünnten Lösungen das elektrische Leitungs-  
 18) mögen außer von der Anzahl gelöster Moleküle nur von den wan-  
 19) denden Bestandteilen, also von den wandernden Ionen, abhängig sein  
 20) fs, nicht davon, in welcher Verbindung sie vor der Elektrolyse waren.

Je mehr nämlich die Anzahl der Wasserteilchen diejenige des Elek-  
 21) lyts überwiegt, desto mehr wird die Reibung der Ionen an dem Wasser

Lösung maßgebend sein, nicht die Reibung an den gelösten Salz-  
 22) molekülen oder an einander. Dann aber wird der Widerstand, den ein  
 23) Ionatom etwa bei seiner Bewegung findet, ganz derselbe sein, wenn es  
 24) einer Verbindung mit Kalium oder Natrium oder einem andern Stoffe  
 25) rührt. Es ist in allen Fällen dasselbe Chlor verbunden mit derselben  
 26) elektricitätsmenge, welches von den elektrischen Kräften durch das Wasser  
 27) reiben wird.

Es muß demnach jedem elektrochemischen Elemente z. B. dem  $H$ ,  
 28)  $Na$ ,  $Ag$ ,  $NO_3$ ,  $Cl$ ,  $J$  . . . in verdünnter wässriger Lösung ein ganz  
 29) timmter Widerstand zukommen, gleichgültig aus welchen Elektrolyten  
 30) Molekül abgeschieden ist. Aus diesen Widerständen, welche für jedes  
 31) Element ein für allemal bestimmbar sein müssen, muß sich das Leitungs-  
 32) mögen jeder Verbindung berechnen lassen.

Man sieht, daß dieser Satz ganz davon unabhängig ist, ob das elek-  
 33) chemische Molekül für sich wandert, oder ob es gleichzeitig ein Quan-

1) Grotrian, Poggend. Ann. Bd. CLX. Wiedem. Ann. Bd. VIII.

2) Bouty, Comptes Rendus T. XCVIII. p. 362.

3) Über Beziehung zwischen der elektrischen Leitungsfähigkeit und der  
 34) fision der Salze sehe man Long, Wiedem. Ann. Bd. IX.

4) F. Kohlrausch, Wiedem. Ann. Bd. VI.

tum unzersetzter Lösung mitnimmt, es muß auch gleichgültig sein, vorausgesetzt, daß die Lösung nur verdünnt genug ist, daß man annehmen darf, das Molekül wandert im Lösungsmittel, ob zwischen dem Molekül und dem Wasser irgend welche elektrische oder sonstige Wechselwirkung besteht, denn es ist eben immer dasselbe Molekül, welches wandert<sup>1)</sup>.

Hierbei, und darauf macht Kohlrausch sofort aufmerksam, kann man aber nicht ohne weiteres annehmen, daß z. B. das Kaliummolekül dasselbe ist, welches aus dem elektrochemischen Molekül einer Verbindung zweier einwertiger Moleküle, also aus  $KCl$  oder  $KNO_3$ , abgeschieden ist oder aus dem der Verbindung des Kaliums mit einem zweiwertigen Molekül, also aus  $\frac{1}{2}(K_2SO_4)$ , oder daß das Chlormolekül aus  $KCl$  und  $\frac{1}{2}(CuCl_2)$  dasselbe ist. Denn es ist möglich, daß im letztern Falle Doppelmoleküle wandern, welche einen andern Widerstand finden wie zwei einzelne Moleküle.

Nur für aus gleichartigen Verbindungen abgeschiedene Moleküle können wir also obigen Satz aufstellen.

Es handelt sich demnach darum, die Geschwindigkeiten der einzelnen Moleküle zu bestimmen, und das geht mit den Hittorfschen Überföhrungszahlen in folgender Weise.

Wir denken uns eine Lösung eines Elektrolyten, welche in der Form einer Säule vom Querschnitt eins gegeben sei. In der Längeneinheit der Säule, also in der Volumeinheit der Lösung befinden sich  $m$  Moleküle. In der Säule sei ein Strom erregt durch die Einheit des Gefälles, so daß die in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters hindurchgehende Elektrizitätsmenge  $c$  nach dem Ohmschen Gesetze, nach welchem

$$c = \mp k q \frac{dV}{dx}$$

ist, weil  $\frac{dV}{dx} = 1$  und  $q = 1$ , gegeben ist durch

$$c = k,$$

also die Stromstärke, welche der im mechanischen Maße gemessenen Elektrizitätsmenge proportional ist, der Leitungsfähigkeit proportional ist.

Der Strom kommt dadurch zustande, daß das Kation mit einer gewissen Geschwindigkeit  $U$  nach der einen, das Anion mit einer Geschwindigkeit  $U_1$  nach der entgegengesetzten Seite sich bewegt und jedes die Elektrizitätsmenge  $\epsilon$ , das Kation die positive, das Anion die negative mit sich führt. In der Zeiteinheit wird also in unserer Flüssigkeit die Elektrizitätsmenge  $m\epsilon$  mit dem Kation durch die Strecke  $U$ , mit dem Anion dagegen die gleiche Menge  $-m\epsilon$  durch die Strecke  $U_1$  nach der entgegengesetzten Richtung bewegt. Das ist dasselbe, als wenn die positive Menge  $m\epsilon$  durch die Strecke  $U + U_1$  bewegt wäre, so daß die in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters fließende Elektrizität  $c = k$  gegeben ist durch

$$k = m\epsilon (U + U_1) = m(u + v).$$

1) Hiernach kann ich Wiedemann nicht beistimmen, wenn er (Elektricitätslehre Bd. II. S. 955) sagt, Kohlrausch habe die Reibung der unzersetzt fortgeführten Salztheile beiseite gelassen, denn bei der elektrolytischen Leitung kommen diese nur insoweit in Betracht, als sie von den Ionen mitgenommen werden.



ücken wir also das Leitungsvermögen anstatt durch die Gewichtspro-  
nte der Lösung durch die in der Volumeinheit enthaltene Molekülzahl  
s, so muß, so lange  $u$  und  $v$  konstant sind, das Leitungsvermögen der  
lösten Molekülzahl für gleiche Molekülzahl verschiedener gelöster Sub-  
stanzen der Summe  $u + v$  proportional sein.

Im §. 87 sahen wir, daß man die Abhängigkeit der Leitungsfähig-  
keit der Lösungen vom Salzgehalte gewöhnlich durch Gleichungen dar-  
stellt, welche die Gewichtsprocente oder das in der Gewichtseinheit der  
Lösung vorhandene Gewicht  $p$  enthalten und die Form hatten

$$k = \kappa p + \kappa' p^2.$$

Der Koeffizient  $\kappa$  nannte Kohlrausch das spezifische Leitungsvermögen  
der Lösung. Man kann hieraus leicht die Abhängigkeit der Leitungs-  
fähigkeit von der Zahl der in der Volumeinheit gelösten Moleküle er-  
mitteln. Ist  $p$  die in einem Gramm der Lösung vorhandene Gewichts-  
menge, so ist, wenn  $s$  das spezifische Gewicht der Lösung ist, diese Menge

dem Volumen  $\frac{1}{s}$  vorhanden, somit ist in der Volumeinheit  $ps$  Gramm  
gelöst. Dividieren wir diese Zahl durch das Gewicht  $A$  des elektroche-  
mischen Moleküls, das heißt durch die elektrochemisch äquivalenten Men-  
gen, also etwa  $KCl$  oder  $\frac{1}{2} K_2SO_4$ , so erhalten wir die Molekülzahl  $m$ ,  
welche in der Volumeinheit gelöst ist, es ist somit

$$m = \frac{ps}{A}.$$

Einer Lösung von bestimmtem Prozentgehalt  $p$  entspricht demnach  
eine bestimmte Molekülzahl  $m$  nur bei einer bestimmten Temperatur, da  
das spezifische Gewicht  $s$  von der Temperatur abhängig ist. Um die  
Molekülzahl nicht durch zu kleine Zahlen auszudrücken, giebt Kohl-  
rausch dieselben nicht durch Gramm im Kubikcentimeter, sondern durch  
Milligramm, setzt also

$$m = 1000 \frac{ps}{A}.$$

ücken wir hiernach  $p$  durch  $m$  aus, so können wir schreiben

$$k = \frac{A\kappa}{1000s} m + \left(\frac{A}{1000s}\right)^2 \kappa' m^2 \dots$$

wohin hängt  $s$  von  $m$  ab; setzen wir

$$s = 1 + am + bm^2 \dots$$

und entwickeln  $\frac{1}{s}$  in eine Reihe, so können wir schreiben

$$k = \kappa \frac{A}{1000} m + \lambda_1 m^2 + \dots$$

nen wir die so sich ergebenden Koeffizienten der folgenden Glieder mit  
... bezeichnen.

Wie  $\kappa$  die spezifische Leitungsfähigkeit, so nennt Kohlrausch den  
Koeffizienten des ersten Gliedes der letzten Gleichung

$$\kappa \frac{A}{1000} = \lambda$$

molekulare Leitungsfähigkeit der Lösung.



Da wir vorhin ableiteten

$$k = (u + v)m,$$

so folgt hiernach

$$u + v = \lambda.$$

Die molekulare Leitungsfähigkeit eines Elektrolytes setzt sich also aus der Geschwindigkeit oder, wie es Kohlrausch geradezu nennt, der molekularen Leitungsfähigkeit des Kations und des Anions zusammen.

Die Hittorfschen Überführungszahlen geben uns das Verhältnis der Geschwindigkeit der einzelnen Ionen  $u$  und  $v$  zu der Summe der Geschwindigkeiten  $u + v$ , da uns die Überführungszahl jedes Ions den Bruchteil des von beiden zurückgelegten Weges giebt, welchen das betreffende Ion zurücklegt. Ist demnach  $n$  die Überführungszahl des Anions, so ist

$$n = \frac{v}{u + v} \quad 1 - n = \frac{u}{u + v}.$$

Für die molekularen Leitungsvermögen der einzelnen Ionen erhalten wir demnach

$$v = n(u + v) = n\lambda \quad u = (1 - n)(u + v) = (1 - n)\lambda.$$

Man erhält somit aus dem molekularen Leitungsvermögen eines Elektrolyten und den Überführungszahlen die molekularen Leitungsvermögen der Ionen. Nach der Theorie müssen die Werte von  $u$  oder von  $v$ , welche sich für ein und dasselbe Molekül ergeben, unabhängig davon sein, mit welchem andern Molekül es vorher verbunden war. Das ist in der That nach den Beobachtungen von Kohlrausch der Fall.

In folgender Tabelle geben wir zunächst die von Kohlrausch aus seinen Beobachtungen und denen von Lenz abgeleiteten molekularen Leitungsvermögen für die Temperatur  $18^\circ$  einer ziemlich Anzahl von Elektrolyten multipliziert mit  $10^7$ , also  $\lambda \cdot 10^7$ . Die Tabelle ist so geordnet, daß in der obersten horizontalen Reihe die Anionen, in der ersten Vertikalreihe die Kationen angegeben sind. Jede Zahl giebt also  $10^7 \lambda$  für die Verbindung jener Moleküle, welche an der Spitze der die Zahl enthaltenden Vertikalreihe und Horizontalreihe angegeben sind.

Tabelle der molekularen Leitungsvermögen.

	Cl	Br	J	NO <sub>3</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> O <sub>2</sub>	$\frac{1}{2}$ SO <sub>4</sub>	$\frac{1}{2}$ CO <sub>3</sub>	OH
K	97,5	103,6	103,0	92,2	69,7	78,8	78,3	197,5
NH <sub>4</sub>	95,4	102,9	101,6	93,4	—	76,5	—	—
Na	81,5	81,3	84,5	75,8	54,6	63,4	55,5	178,2
Li	70,1	—	75,8	—	—	51,3	—	160,0
Ag	—	—	—	84,5	—	—	—	—
H	323,2	310,7	328,0	334,4	—	206,4	—	—
$\frac{1}{2}$ Ba	79,4	88,2	88,1	69,2	—	—	—	166,1
$\frac{1}{2}$ Sr	77,4	—	—	—	—	—	—	—
$\frac{1}{2}$ Ca	75,0	72,9	73,4	71,3	—	—	—	—
$\frac{1}{2}$ Mg	71,9	—	—	68,5	—	36,9	—	—
$\frac{1}{2}$ Zn	68,1	69,2	70,5	—	—	33,6	—	—
$\frac{1}{2}$ Cu	—	—	—	72,0	—	32,6	—	—

In der nachfolgenden Tabelle teilen wir die von F. Kohlrausch aus n Beobachtungen von Hittorf, Weiske und Wiedemann für verdünnte Lösungen abgeleiteten Werte der Überföhrungszahlen  $n$  für das Anion der treffenden Verbindungen mit. Die Tabelle ist ebenso geordnet wie die rhergehende; jede Zahl giebt die Überföhrungszahl des in derselben rtikalreihe stehenden Anions, wenn dasselbe mit dem in derselben Hori- talreihe stehenden Kation verbunden ist.

Tabelle der Überföhrungszahlen  $n$ .

	<i>Cl</i>	<i>Br</i>	<i>J</i>	<i>CN</i>	<i>NO<sub>3</sub></i>	<i>C<sub>2</sub> H<sub>3</sub> O<sub>2</sub></i>	$\frac{1}{2}$ <i>SO<sub>4</sub></i>
<i>K</i>	0,515	0,514	0,505	0,47	0,498	0,329	0,499
<i>NH<sub>4</sub></i>	0,510	—	—	—	—	—	—
<i>Na</i>	0,623	—	0,60	—	0,613	0,430	0,635
<i>Ag</i>	—	—	—	—	0,526	0,375	0,556
<i>H</i>	0,19	0,19	0,25	—	0,14	—	0,195
$\frac{1}{2}$ <i>Ba</i>	0,618	—	—	—	0,61	—	—
$\frac{1}{2}$ <i>Sr</i>	0,655	—	—	—	—	—	—
$\frac{1}{2}$ <i>Ca</i>	0,673	—	0,68	—	0,59	—	—
$\frac{1}{2}$ <i>Mg</i>	0,682	—	0,66	—	—	—	0,63
$\frac{1}{2}$ <i>Zn</i>	0,70	—	0,68	—	—	—	0,64
$\frac{1}{2}$ <i>Cu</i>	—	—	—	—	0,59	—	0,645.

Die Molekülformeln entsprechen elektrochemisch äquivalenten Mengen.

Die beiden Tabellen enthalten das Material zur Prüfung der Theorie a Kohlrausch. Beschränken wir uns zunächst auf die Verbindungen wertiger Moleküle, so folgt z. B. für das molekulare Leistungsvermögen a Kalium und Natrium aus dem

	Chloride	Jodide	Nitrate	Acetate	Mittel
Kalium $u \cdot 10^7$	48	51	46	47	48
Natrium	31	34	29	31	31,2

Man sieht die einzelnen Werte weichen nur wenig vom Mittel ab. us allen geeigneten Beobachtungen leitet Kohlrausch für die einwertigen ektüle folgende molekularen Leistungsvermögen ab:

	<i>K</i>	<i>NH<sub>4</sub></i>	<i>Na</i>	<i>Li</i>	<i>Ag</i>	<i>H</i>	
<i>u</i> · 10 <sup>7</sup>	48	47	31	21	40	278	
	<i>Cl</i>	<i>Br</i>	<i>CN</i>	<i>Fl</i>	<i>NO<sub>3</sub></i>	<i>Cl O<sub>3</sub></i>	<i>C<sub>2</sub> H<sub>3</sub> O<sub>2</sub></i>
<i>v</i> · 10 <sup>7</sup>	49	53	50	30	46	40	23

Indem er dann aus denselben für 24 Elektrolyte, für welche a achtet ist, das molekulare Leistungsvermögen und für 14 die t rnungszahl berechnet, ergibt sich, daß die Übereinstimmung r eorie und Beobachtung eine durchaus befriedigende ist, e lwasserstoff berechnete Überföhrungszahl weicht von der rker ab, als es die Ungenauigkeiten, die besonders b- obiger Tabelle angegebenen Überföhrungszahl- arten lassen. Da indes bei Jodwasserstoff i

nur für das Anion bestimmen läßt, so hält Kohlrausch hier einen  
 tum nicht ausgeschlossen.

Für die Verbindungen der zweiwertigen Metalle mit einwertigen M  
 külen kommt Kohlrausch zu dem Resultate, daß für das Anion das m  
 kulare Leitungsvermögen dasselbe bleibt, so daß man schließen muß  
 wandert nach der Zersetzung das einzelne Molekül für sich, nicht  
 in der Verbindung vorhandene Doppelmolekül, also z. B. aus den Cl  
 riden nicht  $Cl_2$  sondern  $Cl$ .

Indem Kohlrausch hiernach die molekularen Leitungsvermögen  
 einzelnen zweiwertigen Metalle berechnet, erhält er für

	$\frac{1}{2} Ba$	$\frac{1}{2} Sr$	$\frac{1}{2} Ca$	$\frac{1}{2} Mg$	$\frac{1}{2} Zn$	$\frac{1}{2} Cu$
$u \cdot 10^7$	29	28	26	23	20	29

und findet eine, wenn auch nicht so gute Übereinstimmung wie bei d  
 Verbindungen einwertiger Moleküle.

Bei den Verbindungen der einwertigen Metalle mit den zweibasisch  
 Säuren, Schwefelsäure und Kohlensäure ergeben sich dagegen andere Wa  
 des molekularen Leitungsvermögens der Metalle, so daß also  $\frac{1}{2} (K_2)$  ein  
 anderen Wert hat als  $K$ . Es findet sich für

		$\frac{1}{2} (SO_4)$	$\frac{1}{2} (CO_3)$			
	$v \cdot 10^7$		40	86		
		$\frac{1}{2} (K_2)$	$\frac{1}{2} [(NH_4)_2]$	$\frac{1}{2} (Na_2)$	$\frac{1}{2} (Li_2)$	$\frac{1}{2} (Ag_2)$
$u \cdot 10^7$		40	37	22	11	32
						166.

Aus den Verbindungen schließlich der zweiwertigen Metalle Ma  
 nesium, Zink, Kupfer mit der Schwefelsäure ausgeschieden ergeben si  
 unter Voraussetzung, daß die Salze in der Lösung als  $Mg SO_4$  etc. a  
 halten sind und in  $Mg$  etc. als Kation,  $SO_4$  als Anion zerfallen, für d  
 Metalle sowohl als für  $\frac{1}{2} SO_4$  andere Werte wie sie vorher gefund  
 waren, es wird  $v \cdot 10^7$  für  $\frac{1}{2} (SO_4)$  gleich 22 anstatt 40 und für  $\frac{1}{2} Li$   
 gleich 14,  $\frac{1}{2} Zn$  gleich 12 und  $\frac{1}{2} Cu$  ebenfalls gleich 12.

Kohlrausch glaubt, wie es auch schon neuerdings<sup>1)</sup> aus chemisch  
 Gründen geschehen sei, annehmen zu dürfen, daß die Konstitution d  
 Salze in den Lösungen und das Schema der Zersetzung ein anderes s  
 müsse, als es jene Formeln voraussetzen.

Überhaupt macht Kohlrausch darauf aufmerksam, und das trat  
 auch schon in dem vorigen Paragraphen bei der Theorie der Elektroly  
 hervor, daß man aus dem Resultate der Elektrolyse nicht mit Sicherh  
 schließen kann, was eigentlich die Ionen sind, man wird daher in Fälle  
 in welchen die Theorie von Kohlrausch unter Voraussetzung der Z  
 setzung nach einem bestimmten Schema sich nicht bestätigt, immerh  
 vermuten dürfen, daß die Ionen nicht die angenommenen sind, da d  
 Theorie sich bei den Verbindungen einwertiger Moleküle so vortreffl  
 bewährt hat. Gerade der Umstand, daß wir über die Konstitution d  
 Salze in den Lösungen noch so wenig wissen, läßt ein abschließend  
 Urteil über die Theorie von Kohlrausch noch nicht möglich erschein

1) Lothar Meyer, Theorien der Chemie. 2. Aufl. S. 277.

gehen daher auf weitere Details, wie sie von Kohlrausch in seiner Handlung behandelt sind, nicht ein und verweisen deswegen auf die Handlung selbst. Nur das sei hier noch hervorgehoben, daß die Theorie von Kohlrausch die einfachste Darlegung des aus allen Erfahrungen zu liefsenden Satzes ist, daß die Flüssigkeiten nur elektrolytisch leiten, es also überhaupt die Elektrizität nur dadurch zu den Elektroden gelangt, daß das Kation an der Kathode seine positive, das Anion an der Anode seine negative Elektrizität abgibt. Halten wir diesen Satz fest, kann die Leitungsfähigkeit nur durch die Beweglichkeit der Ionen begünstigt sein.

### §. 108.

**Polarisation und Übergangswiderstand.** Der Durchgang des Stromes durch Flüssigkeiten oder die Elektrolyse bewirkt an den Stellen, an denen der Strom in die Flüssigkeit eintritt und dieselbe verläßt, eine Anzahl von Veränderungen, welche sich teils in einem Widerstande gegen den Durchgang des Stromes teils in dem Auftreten einer elektromotorischen Kraft zu erkennen geben.

Wir haben bereits mehrfach erwähnt, daß fast stets beim Einschalten der Flüssigkeit in einen Stromkreis sich eine viel erheblichere Schwächung des Stromes zeigt, als sie durch den Leitungswiderstand der Flüssigkeit bedingt ist. Denn haben wir zunächst eine Flüssigkeitsschicht von der Länge  $f$  eingeschaltet, und nehmen an, daß die Schwächung des Stromes allein durch Vergrößerung des Widerstandes  $R$  auf  $R + af$  bedingt sei, müßte durch Verdoppelung der Flüssigkeitsschicht auf  $2f$  der Strom entsprechend geschwächt werden, so daß die Stromstärken sich in den beiden Fällen verhielten wie  $R + 2af$  zu  $R + af$ .

Das ist jedoch nicht der Fall, sondern die Schwächung des Stromes bei Einschaltung des flüssigen Widerstandes  $f$  sehr viel bedeutender als bei Verdoppelung des flüssigen Widerstandes von  $f$  auf  $2f$ . Man hat deshalb früher an, daß an der Grenze der Elektroden bei dem Durchgange des Stromes aus den Metallen in die Flüssigkeit ein eigentümlicher Widerstand vorhanden sei, den man den Widerstand des Überganges nannte<sup>1)</sup>. Ist ein solcher vorhanden, so muß der Strom bei dem Einschalten einer Flüssigkeitsschicht natürlich mehr geschwächt werden, wenn man die Länge einer eingeschalteten Flüssigkeitsschicht verdoppelt. Man bezeichnen wir die elektromotorische Kraft in einem Stromkreise mit  $E$ , den Widerstand des Kreises mit Ausnahme der Flüssigkeit mit  $R$ , den Widerstand der Flüssigkeit kurz mit  $f$  und diesen vermuteten Übergangswiderstand mit  $w$ , so ist die Stromstärke, wenn der Strom die Flüssigkeit nicht enthält

$$J_1 = \frac{E}{R},$$

und die Flüssigkeit eingeschaltet, so geht die Stromstärke über in

$$J = \frac{E}{R + f + w}.$$

1) De la Rive, Ann. de chim. et de phys. T. XXVIII. Fechner, Lehrbuch Galvanismus S. 180 und 224. Maßbestimmungen S. 34 ff.

Wird jetzt die Länge der Flüssigkeitsschicht verdoppelt, so wird in dem Nenner dieses Ausdruckes nur  $f$  verdoppelt, nicht aber  $w$ , und deshalb mußte die Schwächung bei dem ersten Einschalten der Flüssigkeit viel bedeutender sein als bei Verdoppelung ihrer Länge.

In vielen Fällen ist die Existenz eines solchen Widerstandes  $\kappa$ , der unter Umständen direkt als Übergangswiderstand bezeichnet werden kann, nicht zu leugnen, er muß stets auftreten, wenn durch die Elektrolyse in der Nähe einer oder beider Elektroden eine weniger gut leitende Schicht erzeugt oder wenn an den Elektroden eine schlecht leitende Schicht gebildet wird. Letzteres ist z. B. der Fall, wenn man verdünnte Schwefelsäure zwischen Kupferelektroden zersetzt, wobei sich das Kupfer der Anode mit einer schlecht leitenden Oxydschicht bedeckt; ähnliches tritt in anderen Fällen ein; weiter kann sich ein solcher Übergangswiderstand durch Verdünnung der Lösungen an den Elektroden infolge der Wanderung der Ionen zeigen. Andererseits kann infolge der Elektrolyse auch der Widerstand abnehmen, wenn infolge der abgeschiedenen Ionen die Flüssigkeit an den Elektroden besser leitend wird, so z. B. bei der Zersetzung schwefelsauren Kupfers und Anwendung einer Platinplatte als Anode, da dann an der Anode freie Schwefelsäure auftritt.

Auf die Bildung schlecht leitender Schichten sind auch die von E. Du Bois Reymond<sup>1)</sup> und Munk<sup>2)</sup> untersuchten sogenannten sekundären Widerstände zurückzuführen, welche sich bei gewissen porösen Körpern dadurch zeigen, daß infolge des Stromdurchganges der Widerstand derselben sehr stark wächst.

Indes diese Widerstände sind es nicht, welche man früher als Übergangswiderstände bezeichnete, sondern man glaubte die fast immer bei Einschaltung der Flüssigkeit eintretende Stromschwächung, auch wenn keine Änderung der Flüssigkeit oder der Elektroden stattfindet, wie bei der Zersetzung verdünnter Schwefelsäure zwischen Platinelektroden einem eigentümlichen Widerstande zuschreiben zu müssen. Schon Ohm<sup>3)</sup> hob jedoch hervor, daß die Existenz eines solchen zweifelhaft sei, da noch eine andere wohl zuerst von Ritter<sup>4)</sup> genauer beobachtete Ursache dieser Stromschwächung vorhanden ist, nämlich eine elektromotorische Gegenkraft, welche einen dem ursprünglichen entgegengesetzten Strom in dem Stromkreise zu erzeugen strebt.

Von der Existenz dieser Gegenkraft kann man sich leicht durch folgenden Versuch überzeugen. In einen Stromkreis, welcher ein Voltmeter  $V$  (Fig. 188) und ein Galvanometer  $G$  enthält, schaltet man zugleich einen Interruptor  $J$  ein, von welchem Fig. 189 eine perspektivische Ansicht giebt. Die Einrichtung desselben ist folgende. Auf einer Platte von trockenem Holze sind 4 Klemmschrauben  $a, b, c, d$  aufgestellt. An jeder dieser Klemmschrauben sind Metallstreifen befestigt, welche an ihrem Ende umgebogen, federnd gegen einen in der Mitte des Brettes aufgestellten vertikalen Cylinder pressen. Der Cylinder ist aus Elfenbein verfertigt;

1) E. Du Bois-Reymond, Monatsberichte der Berliner Akademie 1860

2) H. Munk, Du Bois-Reymonds und Reicherts Archiv. Jahrg. 1873.

3) Ohm, Schweiggers Journal Bd. LXIII und LXIV. 1831.

4) Ritter, Voigts Neues Magazin. Bd. VI. 1803.





Kupferstreifen, auf diesem zu der Feder, welche zur Klemme *c* führt, und von dieser zu der Batterie zurück.

Dagegen bildet jetzt das Voltameter mit dem Galvanometer durch die jetzt metallisch verbundenen Klemmen *c* und *d* einen geschlossenen Kreis. Man erkennt sofort an der Ablenkung der Galvanometernadel, daß in diesem Kreise ein Strom cirkuliert, dessen Richtung derjenigen entgegengesetzt ist, welche der ursprüngliche Strom hatte; er fließt in dem Voltameter von der Kathode *f* zur Anode *e*, dann weiter von *e* durch *c*, *d*, durch das Galvanometer *G* zu *f* zurück.

Da in unserm Voltameter beide Elektroden von Platin und ganz gleichartig sind, so kann dieser sekundäre Strom nur infolge des ursprünglichen entstanden sein, welcher die Elektroden, die vorher gleichartig waren, in einen elektrischen Gegensatz gebracht hat, so daß sie in dieser Kombination elektromotorisch wirken, ähnlich wie wenn *f* eine Zinkplatte und *e* eine Kupferplatte wäre. Man nennt sie deshalb polarisiert, die Kathode ist positiv, die Anode negativ polarisiert, und bezeichnet den sekundären Strom als Polarisationsstrom.

Da nun, wie wir im §. 73 sahen, zwei Platinbleche gegen einander elektromotorisch wirksam werden, wenn das eine mit Wasserstoff, das andere mit Sauerstoff umhüllt ist, so kann der Grund der Polarisation nicht zweifelhaft sein; ein polarisiertes Voltameter ist einfach eine Gaskäule. Denn wenn auch in dem Voltameter das Gas nicht in solcher Menge entwickelt wird, daß die Elektroden wie bei den Groveschen Gasketten ganz von den Gasen umgeben sind, so kann es doch keinem Zweifel unterworfen sein, daß sie auf das vollständigste mit Gas bedeckt sind, da jedenfalls die zuerst entwickelten Gasmoleküle durch die Oberflächenwirkung auf dem Platin verdichtet werden. Wie wir bei der Zersetzung des Wassers sahen, beweist ja auch der Mangel an Proportionalität zwischen Stromstärke und Gasentwicklung bei Anwendung großer Elektroden und schwacher Ströme, oder der Umstand, daß die Volumina der entwickelten Gase nicht genau im Verhältnisse von 1 zu 2 stehen, wenn eine große und eine kleine Elektrode genommen wird, daß an den Elektroden Gas verdichtet wird.

Daraus folgt dann, daß nicht allein bei der Zersetzung des Wassers sondern auch bei der Zersetzung aller der Substanzen, welche Gase liefern, die in den Gasketten elektromotorisch wirksam sind, die Polarisation der Elektroden auftreten muß. Lenz und Saveljew<sup>1)</sup>, sowie Beetz<sup>2)</sup> haben diese Schlußfolgerung experimentell bestätigt, sie haben gezeigt, daß nicht nur bei der Zersetzung des Wassers, sondern auch bei derjenigen von Chlorwasserstoff, Salpetersäure u. s. w. die Elektroden polarisiert werden, und nicht nur bei Anwendung von Platinelektroden, sondern auch bei Elektroden von andern Metallen oder Kohle.

Zu dieser eigentlichen Polarisation tritt noch bei der Zersetzung von Salzen eine andere elektromotorische Kraft, welche den eigentlichen Polarisationsstrom in vielen Fällen noch bedeutend verstärkt, nämlich dadurch, daß nach dem Eintritt der Elektrolyse die Elektroden von verschiedenen

<sup>1)</sup> Lenz und Saveljew, Poggend. Ann. Bd. LXVII.

<sup>2)</sup> Beetz, Poggend. Ann. Bd. XC.



keiten umgeben sind. Am kräftigsten ist diese elektromotorische bei der Zersetzung von Alkalisalzen, bei denen nach dem Eintritt elektrolyse die eine Elektrode von freiem Alkali, die andere dagegen von Säure umgeben ist. Da die Alkalien die Metalle stark negativ, Säuren dieselben dagegen häufig positiv erregen, so folgt, daß der nach entstehende Strom sich zu dem eigentlichen Polarisationsstrom verhält. In Salzen ist daher der nach Schluß des Stromkreises in dem auftretende Gegenstrom am stärksten.

Der Polarisationsstrom ist nur von kurzer Dauer, ebenso wie die in den Gasketten, und aus demselben Grunde; denn der Polarisationsstrom selbst zersetzt die Flüssigkeiten und lagert so bei der Wasserzersetzung z. B. an der früher mit Wasserstoff bedeckten Elektrode Sauerstoff, welcher sich mit dem Wasserstoff verbindet und so die Polarisation beseitigt. Um daher die Wirkungen des Polarisationsstromes zeigen und dieselben studieren zu können, muß man häufig in rascher Folge den erregenden Strom durch den Zersetzungsapparat leiten und den Zersetzungsapparat für sich schließen können. Poggendorff<sup>1)</sup> hat zu dem Zweck einen sehr zweckmäßigen Apparat angegeben, die Wippe; Fig. 190

Fig. 190.



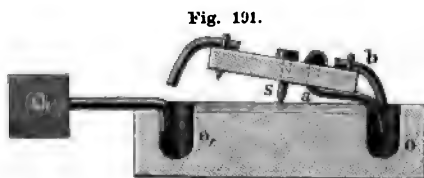
von demselben eine perspektivische Ansicht. Der Apparat besteht aus zwei Theilen, der Unterlage und der eigentlichen Wippe. Die Unterlage ist ein Brettchen A, von circa 15 cm Länge und 10 cm Breite. In der Unterlage sind in zwei parallelen Reihen je sechs oder acht Vertiefungen eingearbeitet, die mit Quecksilber gefüllt sind. Die Löcher sind mit Quecksilber gefüllt, und die Löcher sind in beiden Reihen bezeichnenden Buchstaben, also

<sup>1)</sup> Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LXI. Andere Apparate der Art von Poggendorff (Freiburg) siehe: Fortschritte der Physik, Braunschweig 1849. S. 356. Poggendorff, Die Polarisationsbatterie. Poggend. Ann. Bd. CXXIV. Bd. CXXV.

die Löcher  $o$  und die Löcher  $h$  sind in leitender Verbindung mit einander durch in das Quecksilber getauchte Drähte  $dd$ .

Auf die Unterlage kommt nun die eigentliche Wippe zu stehen; dieselbe besteht aus einem Brettchen, etwa 1,5 cm dick, 5 cm breit und ebenso lang als die Unterlage, welches mit zwei Spitzen  $s$  auf den Vertiefungen  $n$  der Unterlage steht, so daß es entweder nach der einen oder andern Seite neigt, und entweder mit der einen oder der andern Reihe von Haken in die Quecksilbernäpfehen  $o, h$  taucht. An den vier Ecken des Brettchens sind Stifte angebracht, welche, kürzer als die Spitzen  $s$ , die Bewegung des Brettchens nach der einen oder andern Seite begrenzen, so daß die Drähte nicht zu tief in das Quecksilber eintauchen. An den äußersten Punkten der Bewegung ruht also das Brettchen immer auf den mittleren Spitzen  $s$  und zwei seitlichen Spitzen, wie Fig. 191 im Durchschnitt zeigt.

Die Verbindung der einzelnen Drähte, welche die Wippe trägt, ist in der Figur deutlich; die sämtlichen Drähte  $a$  (Fig. 191) sind mit dem Drahte  $P$ , die sämtlichen Drähte  $b$  mit dem Drahte  $Z$  in leitender Verbindung.



An der andern Seite stellen, wenn die Wippe dahin geneigt ist, die Drähte  $c, f, g$  eine leitende Verbindung zwischen den ungleich bezeichneten Vertiefungen  $h_1, o \dots$

her. Die beiden letzten Drähte  $Oc$  und  $Hi$  tauchen der erste in die erste Vertiefung  $o_1$ , der letztere in die letzte Vertiefung  $h$ .

Jedes Paar der Öffnungen  $o_1, h_1$  ist nun weiter mit den Elektroden  $O_1, H_1$  eines Voltameters in leitende Verbindung gesetzt.

Ist nun die Wippe so gestellt, daß die Drähte  $a, b$  in die Quecksilbernäpfehen  $o, h$  eintauchen (Fig. 191), und wird dann  $P$  mit dem positiven,  $Z$  mit dem negativen Pole einer Batterie verbunden, so fließt, wie man sieht, durch die sämtlichen Voltameter ein Strom von gleicher Stärke, wenn die Elektroden gleiche Größe und gleichen Abstand haben. Verbindet man die Drähte  $O$  und  $H$  in irgend einer Weise mit einander und legt die Wippe um, so fließt durch den Kreis  $OII$  der Polarisationsstrom. Indem man nun in rascher Folge die Wippe hin und her bewegt, kann man ebenso oft die Platten  $O_1, H_1$  laden und wieder entladen. Schaltet man in den Stromkreis  $OII$  eine Tangentenbussole oder einen Zersetzungsapparat ein, so kann man die Stärke des Polarisationsstromes messen, oder mit ihm die sämtlichen Wirkungen galvanischer Ströme zeigen.

Wenn nun auch feststeht, daß in einem Stromkreise, der eine Zersetzungs- zelle enthält, eine elektromotorische Gegenkraft vorhanden ist, so ist damit noch keineswegs bewiesen, daß in den Fällen, wo sich an den Elektroden keine schlecht leitende Schicht bildet, kein Übergangswiderstand vorhanden ist; es ist im Gegenteile wohl möglich, daß neben der Polarisation noch ein eigentümlicher Widerstand beim Übergang des Stromes aus einem festen in einen flüssigen Leiter vorhanden ist.

Lenz<sup>1)</sup> und Poggendorff<sup>2)</sup> glaubten den Nachweis der Existenz desselben dadurch liefern zu können, daß sie bei fast momentan wechselnden, hin- und hergehenden Strömen, wie sie durch magnetelektrische Maschinen erhalten werden, zeigten, daß auch diese durch Einschaltung einer Flüssigkeitsschicht stärker geschwächt werden, als es vermöge des Widerstandes der Flüssigkeit hätte sein sollen. Vorrsselmann de Heer<sup>3)</sup> hat jedoch darauf aufmerksam gemacht, daß die Voraussetzung, auf welche dieser Nachweis sich gründet, in der That nicht richtig ist. Es wird nämlich dabei vorausgesetzt, daß die Herstellung der Polarisation so viel Zeit braucht, daß sie bei diesen kurz dauernden Strömen nicht merklich ist. Das ist nicht der Fall, denn wenn auch die Polarisation nicht sofort in ihrer ganzen Stärke auftritt, so kommt sie doch in demselben Augenblicke zustande, in welchem der Strom die Flüssigkeit durchsetzt. Deshalb kann auch bei diesen rasch wechselnden Strömen die Stromschwächung allein durch die Polarisation hervorgebracht sein.

Die Gesetze der Stromschwächung durch Einschaltung flüssiger Leiter sind zuerst genauer von Fechner<sup>4)</sup> studiert worden; er setzte dabei voraus, daß nur der Übergangswiderstand die Ursache dieser Schwächung sei, daß also die Stromstärke bei Einschaltung eines flüssigen Leiters, dessen Widerstand  $f$  ist, dargestellt werde durch die Gleichung:

$$J = \frac{E}{R + f + w},$$

worin  $R$  den Widerstand des sonstigen Schließungskreises und  $w$  den Übergangswiderstand bedeutet.

Für diesen Übergangswiderstand fand Fechner folgende Sätze:

- 1) Der Übergangswiderstand nimmt ab, wenn die Stromstärke wächst, er ist also kleiner bei stärkeren als bei schwächeren Strömen.
- 2) Der Übergangswiderstand ist der Größe der Elektroden umgekehrt proportional.
- 3) Der Übergangswiderstand ist um so kleiner, je besser die Flüssigkeit den Strom leitet.
- 4) Bei längerer Schließung nimmt der Übergangswiderstand erst rasch, dann immer langsamer zu und kommt so zu einem Maximum, dem dann ein Minimum der Stromstärke entspricht.

Man könnte auch alle diese Sätze für die Schwächung des Stromes lediglich durch die Annahme der Polarisation erklären; die Gleichung für die Stromstärke würde dann, wenn  $p$  die elektromotorische Kraft der Polarisation bedeutet,

$$J = \frac{E - p}{R + f};$$

der erste der vier angeführten Sätze würde dann z. B. lauten, daß die elektromotorische Kraft der Polarisation von der Stromstärke unabhängig ist.

1) Lenz, Poggend. Ann. Bd. XLVII, S. 586.

2) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LII.

3) Vorrsselmann de Heer, Poggend. Ann. Bd. LIII.

4) Fechner, Maßbestimmungen an der galvanischen Kette S. 34 ff. und S. 236 ff.



Um die Frage, welche wie gesagt durch die direkten Versuche nicht entschieden war, zu entscheiden, nahm Lenz beim Beginne seiner Untersuchungen über die Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom dieselbe wieder auf<sup>1)</sup>. Um zunächst die Abhängigkeit des Übergangswiderstandes oder der Polarisation von der Stromstärke zu erhalten, verfuhr Lenz folgendermaßen. In den Stromkreis einer Daniellschen Batterie, deren Elementenzahl bei den verschiedenen Versuchen eine verschiedene war, wurden zunächst eine Tangentenbussole und ein Rheostat eingeschaltet und die Anzahl  $a$  Windungen des Rheostatdrahtes bestimmt, welche notwendig war, um an der Tangentenbussole eine bestimmte Ablenkung  $\alpha$  zu erhalten.

Dann wurde außerdem in den Stromkreis die Flüssigkeitszelle eingeschaltet und beobachtet, wie viel Windungen  $a_1$  des Rheostaten jetzt noch erforderlich waren, um an der Tangentenbussole wieder dieselbe Ablenkung, also wieder dieselbe Stromstärke  $J$  wie vorher zu erhalten.

Ist  $E$  die elektromotorische Kraft der benutzten Batterie,  $l$  der Widerstand des Stromkreises ausser dem Rheostaten und der Flüssigkeitszelle, ausgedrückt in Windungen des Rheostatdrahtes, ist  $\lambda$  der Widerstand der Längeneinheit der Flüssigkeitsschicht,  $d$  die Länge derselben und ist weiter  $p$  die elektromotorische Kraft der Polarisation, und  $L$  die Größe des Übergangswiderstandes, wenn ein solcher vorhanden ist, so erhalten wir aus den beiden Beobachtungen folgende zwei Gleichungen:

$$J = \frac{E}{l + a}; \quad J = \frac{E - p}{l + a_1 + d\lambda + L},$$

und indem wir die beiden Ausdrücke für  $J$  einander gleich setzen:

$$E(l + a_1 + d\lambda + L) = (E - p)(l + a)$$

$$a - a_1 = d\lambda + L + \frac{p}{J} \quad (1)$$

Wäre die Polarisation gleich 0, so würde

$$a - a_1 = d\lambda + L \quad (2)$$

wäre dagegen  $L = 0$ , existiert also kein Übergangswiderstand, so wäre

$$a - a_1 = d\lambda + \frac{p}{J} \quad (3)$$

Die Werte  $a - a_1$  waren bei einer Versuchsreihe folgende:

Anzahl der Elemente	Stromstärke $J$	$a - a_1$	
		beobachtet	berechnet
24	48,07	6,707	6,785
14	33,08	8,433	8,010
11	20,85	9,755	10,312
6	10,10	17,205	16,942
4	5,01	30,409	30,283

1) Lenz, Poggend. Ann. Bd. LIX.

Aus den beobachteten Werten von  $a - a_1$  ergibt sich, daß dieselben wachsen, wenn die Stromstärke abnimmt, und zwar derart, daß sie der Gleichung genügen

$$a - a_1 = c + \frac{m}{J},$$

wörin  $c$  und  $m$  zwei Konstante bedeuten, welche bei dieser Versuchsreihe sind

$$c = 4,0835 \qquad m = 129,61.$$

Die als berechnet angeführten Werte von  $a - a_1$  sind nach der Formel mit diesen Werten berechnet.

Vergleichen wir diese Formel, die sich als empirische aus den Versuchen ergibt, mit den aus dem Ohmschen Gesetze abgeleiteten, so erkennt man sofort in der Konstanten  $c$  den Widerstand der eingeschalteten Flüssigkeit, so daß

$$c = d \cdot \lambda;$$

und daraus folgt dann nach der Gleichung 1

$$L + \frac{p}{J} = \frac{m}{J} \quad (4)$$

Würde  $p = 0$  sein, so müßte der Übergangswiderstand der Stromstärke umgekehrt proportional sein; wäre  $L$  gleich 0, so müßte die Polarisation konstant sein für die bei diesen Versuchen angewandten Stromstärken; ja auch wenn beide existieren, muß nach Gleichung (4) dieselbe Abhängigkeit für beide Größen existieren, denn nur wenn  $p$  konstant und  $L$  der Stromstärke umgekehrt proportional ist, kann die Gleichung (4) bestehen.

Ganz dieselben Resultate und fast denselben Wert von  $m$  erhielt Lenz, als er die Dicke  $d$  der Flüssigkeitsschicht änderte, und auch als er die Elektroden bis zu verschiedener Tiefe in die Flüssigkeit eintauchte. Daraus folgt also, daß sowohl der Übergangswiderstand als die Polarisation fast unabhängig sind von der Größe der Fläche, in welcher der Strom aus den festen Leitern in die flüssigen übertritt.

Gerade dieser letzte Satz spricht wohl gegen die Annahme, daß ein eigentümlicher Übergangswiderstand existiert, ein Widerstand, den der Strom bei einem Wechsel der festen und flüssigen Leiter zu überwinden hätte, ohne daß sich eine schlechtleitende Schicht zwischen den beiden Leitern bildet. Ja dieser Satz ist unter Voraussetzung des Übergangswiderstandes mit dem ersten im Widerspruch. Nach dem ersten Satze soll der Übergangswiderstand der Stromstärke umgekehrt proportional sein; tritt nun ein und derselbe Strom einmal durch eine Elektrode vom Querschnitt eins in eine Flüssigkeit, ein anderes Mal durch eine Elektrode von doppelter Oberfläche, so ist in dem zweiten Falle die Intensität des durch die Flächeneinheit tretenden Stromes die Hälfte von vorher, deshalb muß der Übergangswiderstand der doppelte sein von vorher.

Dagegen ist es nach den früheren Sätzen über die Unabhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Größe der erregenden Fläche fast selbstverständlich, daß auch die elektromotorische Kraft der Polarisation

von der GröÙe der Elektroden unabhängig ist, oder doch nur wenig ihr abhängt.

Wir werden deshalb berechtigt sein, in allen den Fällen, in welchen sich nicht an den Elektroden eine schlecht leitende Schicht bildet, Übergangswiderstand nicht anzunehmen.

Nach den Versuchen von Lenz würde die Polarisation unabhängig von der Stromstärke und der GröÙe der Elektroden; indes zeigen die Werte, welche man für dieselbe aus den Beobachtungen von Lenz berechnen kann, daß beides nicht ganz strenge der Fall ist. Für die Abhängigkeit der Polarisation von der Stromstärke ergibt sich vielmehr, daß sie mit derselben bis zu einem Maximum zunimmt, und daß für Ströme von gewisser Stärke die Polarisation konstant wird. So z. B. bei zwei Versuchsreihen, bei deren erster Wasser zwischen Platinelektroden, bei der zweiten zwischen Kupferelektroden zersetzt wurde, folgendes die Werte von  $p$  in einer willkürlichen Einheit.

Platinelektroden		Kupferelektroden	
Stromstärke	Polarisation	Stromstärke	Polarisation
48,07	131,3	48,07	40,86
33,08	132,7	33,08	39,26
20,85	125,8	20,85	36,38
10,10	119,1	10,10	33,91
5,01	114,2	5,01	31,89.

Wie man sieht, ist erst für die beiden größten Stromstärken die Polarisation merklich dieselbe, für die schwächeren Ströme ist sie etwas kleiner.

Da somit die Polarisation von der GröÙe der Stromstärke nicht unabhängig ist, wird man schon schließen, daß sie auch mit der GröÙe der Elektroden bei gleicher Stromstärke sich ändert, da die Stärke des durch die Flächeneinheit tretenden Stromes dann kleiner ist. Daß der That so ist, zeigen nun auch die Versuche von Lenz unmittelbar. Bei einer Stromstärke in dem eben angegebenen Maße gleich 10 für die folgende Werte für die Polarisation.

GröÙe der Elektr.	Polarisation	GröÙe der Elektr.	Polarisation
5,95 Quadratlinien	240,11	91,00	150,5
12,50 „	199,83	136,50	140,8
16,68 „	178,38	182,00	144,8
27,57 „	164,09	227,50	142,7
62,50 „	162,76	2063,00	145,5

Die Einheit, welche diesen Zahlen zu Grunde liegt, ist etwas kleiner als bei den oben angeführten Werten.

Von da an, wo die GröÙe der Elektroden 1 Quadratzoll oder 6 Quadratzentimeter war, ist die Polarisation konstant.

(Gleiche Resultate hat Poggendorff<sup>1)</sup> mit der Wippe erhalten. Er veränderte die Stromstärke von 0,8 bis 13,11 und fand in den von

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LXX. S. 177 ff.



gewandten Einheiten (§. 88), daß die elektromotorische Kraft der Polarisation von 25,41 bis 28,18 mit wechselnder Stromstärke zunahm. Crova<sup>1)</sup> leitet aus seinen Versuchen ab, daß durch ein Voltameter mit verdünnter Schwefelsäure und Platinelektroden ein meßbarer konstanter Strom zuerst hindurchgeht, wenn die elektromotorische Kraft gleich 2,2 Daniell ist, und daß von da ab die Polarisation wachse bis zu einem Maximum nach einer logarithmischen Gleichung

$$\frac{P}{E} = C - N e^{-\alpha J},$$

wo  $E$  die elektromotorische Kraft des primären Stromes, dessen Intensität gleich  $J$  ist, und  $C$ ,  $N$ ,  $\alpha$  drei Konstanten sind, deren Wert von den gewählten Einheiten der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke abhängig ist,  $e$  ist die Grundzahl des natürlichen Logarithmensystems.

Auch wenn die elektromotorische Kraft kleiner ist als 2,2 Daniell, besteht Polarisation und die entstehende Polarisation ist es, welche den Abgang des Stromes hindert. Indem Crova mit Hilfe einer wippenförmigen Vorrichtung direkt die Stromstärke der polarisierenden Elemente und des durch die Polarisation erzeugten Stromes mit einander verglich, kam er zu dem Resultat, daß so lange der Wasserzersetzungssapparat nicht mit einem Strome durchflossen ist, die elektromotorische Kraft der Polarisation stets gleich ist der elektromotorischen Kraft des polarisierenden Stromes.

Das Auftreten einer Polarisation bei geringern elektromotorischen Kräften als zu einer sichtbaren Wasserzersetzung erforderlich ist und das wenigstens in gasfreien Flüssigkeiten eintretende Aufhören des Stromes ist zu der Auffassung der Zersetzungszone als eines Kondensators geführt<sup>2)</sup>, dessen Belegungen, die Elektroden, welche durch die Flüssigkeit von einander getrennt sind, durch den polarisierenden Strom bis zu dem gleichen Werte der Potentialfunktion geladen werden, welcher an den Polen der den polarisierenden Strom liefernden Kette vorhanden ist. Dieser Kondensator hat eine sehr große Kapazität, so daß es unter Umständen selbst Minuten dauern kann, bis er vollständig geladen ist. Herwig<sup>3)</sup> betrachtet nach dieser Auffassung die Flüssigkeit einfach als ein Dielektricum, welches durch eine Drehung der Moleküle des Elektrolyten resp. durch eine Orientierung derselben dielektrisch polarisiert wird. Varley<sup>4)</sup>, v. Helmholtz<sup>5)</sup> und besonders Colley<sup>6)</sup> sehen dagegen jede Elektrode als einen Kondensator an. Wenn man sich nach der gewöhnlichen Vorstellungsweise negativ geladenen Sauerstoff der einen Elektrode, positiv geladenen Wasserstoff der andern Elektrode genähert denkt, aber so, daß ein Austausch der

1) Crova, Annales de chim. et de phys. III. Série T. LXVIII. Man sehe auch *Elemer*, Wiedem. Ann. Bd. VI.

2) Varley, Proceedings of the Royal Society of London. Januar 12. 1871. Maxwell, A Treatise of electricity. Bd. I. S. 408 (deutsche Ausgabe). Helmholtz, Poggend. Ann. Bd. CL.

3) Herwig, Wiedem. Ann. Bd. II, Bd. IV, Bd. VI, Bd. XI, Bd. XIII.

4) Varley, Philosophical Transactions for the year 1871. Bd. CLXI.

5) v. Helmholtz, Poggend. Ann. Bd. CL. Wiedem. Ann. Bd. XI.

6) Colley, Wiedem. Ann. Bd. VII.

Elektricität zwischen den genannten Bestandteilen des Wassers und den Elektroden nicht möglich ist, so wird sich auf der Elektrode selbst die entsprechende Menge der entgegengesetzten Elektricitäten anhäufen können und jede Elektrode würde dann mit der Flüssigkeit einen Kondensator von verschwindend kleiner Dicke der isolierenden Schicht und eben deshalb von sehr großer Kapazität bilden.

Nach dieser Auffassung müßte der polarisierende Strom stets nur von kurzer Dauer sein und dann aufhören; aber auch abgesehen von dieser Auffassung muß bei Festhaltung der Anschauung, daß die Flüssigkeiten den Strom nur elektrolytisch leiten, schon nach dem Princip der Erhaltung der Energie nach dem kurz dauernden Ladungsstrom der Strom durch einen Wasserzersetzungssapparat unterbrochen werden, so lange die elektromotorische Kraft einen gewissen Wert nicht erreicht. Die Wasserzersetzung verlangt eine gewisse Arbeit, deren Wärmewert auch die Verbrennungswärme des Wasserstoffs gegeben ist. Nach J. Thomson verlangt ein Molekül Wasser zur Zersetzung 68 360 Wärmeeinheiten, das für ein zersetztes Wassermolekül im Daniellschen Elemente aufgewandte Zinkmolekül liefert indes, wie wir sahen, nur rund 50 000 Wärmeeinheiten, es ist demnach eine elektromotorische Kraft von mindestens etwa 1,5 Daniell schon theoretisch, abgesehen davon, daß die Polarisation, wie wir schon sahen, über diesen Wert hinaus wächst, erforderlich, um eine wirkliche Zersetzung des Wassers und Abscheidung des Wasserstoffs und Sauerstoffs möglich zu machen. Es kann daher bei schwächeren elektromotorischen Kräften nur eine andere Anordnung der Moleküle, welche eben die Polarisation bewirkt, ein neuer Gleichgewichtszustand hergestellt werden. Die zur Herstellung dieses Zustandes aufgewandte Arbeit ist in den Elektroden aufgespeichert, und kann in dem kurzdauernden Depolarisationsstrom wieder gewonnen werden.

In Wirklichkeit zeigt sich aber, daß der polarisierende Strom sehr lange, wenn auch ohne sichtbare Gasentwicklung fortdauert, und wie v. Helmholtz sagt, eigentlich nie aufhört. v. Helmholtz hat gezeigt<sup>1)</sup>, daß man, um diese Fortdauer des Stromes zu verstehen, nicht notwendig hat für die Flüssigkeiten eine von der elektrolytischen Leitung verschiedene metallische Leitung anzunehmen, daß vielmehr der Strom durch den von ihm als elektrolytische Konvektion bezeichneten Vorgang fortbestehen kann.

v. Helmholtz erinnert zunächst daran, daß die Polarisation einer Platinplatte, welche als Wasserstoffelektrode in einer Zersetzungszelle dient, durch direkte Berührung mit dem Sauerstoff der Luft, durch Zuleiten lufthaltigen Wassers und durch Berührung mit solchen Flüssigkeiten, welche Sauerstoff chemisch gebunden enthalten, ihn aber an den ausscheidenden Wasserstoff abgeben können, vermindert oder aufgehoben werden kann. Das gleiche gilt von der Sauerstoffelektrode, wenn sie mit im Wasser gelöstem Wasserstoff oder chemischen Verbindungen in Berührung ist, welche Sauerstoff aufnehmen können. Wir haben ja gesehen, daß die Aufnahme des Wasserstoffs vom Platin des Groveschen, der Kohle des Bunsenschen Elementes durch die Salpetersäure Ursache ist, daß diese Elemente nicht durch Polarisation geschwächt werden.

1) v. Helmholtz, Poggend. Ann. Bd. CL. Wiesden. Ann. Bd. XI.



Weiter macht v. Helmholtz darauf aufmerksam, daß nach den Beobachtungen von Graham das Platin die Fähigkeit hat Gase, besonders Wasserstoff, aber auch, wenn auch in geringerem Maße, Sauerstoff in sich aufzunehmen.

Wenn nun ein elektrischer Strom in eine Wasserzersetzungszelle gesetzt wird, deren Flüssigkeit Wasserstoff gelöst enthält oder deren Platinelektroden ihn eingeschlossen haben, so wird an derjenigen Elektrode, zu welcher der Strom den Sauerstoff hindrängt, dieser wieder zu Wasser werden können, indem eine entsprechende Menge gelösten Wasserstoffs aus der Flüssigkeit oder eingeschlossenen Wasserstoffs aus der Elektrode taken verbraucht wird. Andererseits wird statt dieses bisher freien, wenigstens nicht mit Sauerstoff chemisch vereinigten Wasserstoffs eine gleiche Menge elektrolytisch ausgeschiedenen Wasserstoffs an der anderen Elektrode wieder erscheinen und entweder in der Flüssigkeit sich lösen oder auch in der Platinelektrode eingeschlossen werden. Obgleich hier also Elektrolyse in der Flüssigkeit stattfindet, so kommen doch schließlich die beiden Produkte der Elektrolyse nicht zum Vorschein, sondern das Endresultat ist, daß freier Wasserstoff an oder in der einen Elektrode verschwindet und an der andern in vermehrter Menge auftritt. Dieser Vorgang ist es, den v. Helmholtz als elektrolytische Konvektion bezeichnet. Es ist bei diesem Vorgange von der den Strom treibenden elektromotorischen Kraft nicht die Arbeit gegen die chemischen Verwandtschaftskräfte des Wasserstoffs und Sauerstoffs zu leisten, welche geleistet werden muß, wenn Wasser in diese seine beiden Elemente endgültig getrennt werden muß: elektrolytische Konvektion kann deshalb durch eine schwache elektromotorische Kraft unterhalten werden, welche durchaus nicht imstande ist, Wasser wirklich zu zersetzen.

Gleiches gilt, wenn die Flüssigkeit Sauerstoff gelöst oder die Elektroden solchen eingeschlossen enthalten, dann verschwindet durch die elektrolytische Konvektion Sauerstoff auf der einen Seite, während eine gleiche Menge an der andern Seite wieder zum Vorschein kommt.

Der auf solche Weise bei dem Vorgange der Konvektion auf der einen Elektrode frei gewordene Wasserstoff oder Sauerstoff ist, soweit er nicht in die Elektrode eingeschlossen wird, ebenso frei in die Flüssigkeit zu diffundieren, durch Strömungen derselben fortgeführt zu werden, oder auch sich als Gas zu entwickeln, wenn die Flüssigkeit gesättigt ist, wie die bei der gewöhnlichen Elektrolyse entwickelten Gase. Indem das Gas in der Flüssigkeit diffundiert, kann es wieder zur andern Elektrode gelangen, um wieder der elektrolytischen Konvektion zu verfallen und auf diese Weise in fortwährendem Kreislauf einen gewissen Grad elektrischer Strömung unterhalten.

Hiernach kann ein Daniell'sches Element in einem Voltameter mit Platinelektroden nicht nur dann, wenn die Flüssigkeit mit der Luft in Berührung ist, einen dauernden Strom unterhalten, sondern auch in einem vollkommen abgeschlossenen Gefäße, wenn dessen Elektroden mit Sauerstoff oder Wasserstoff gesättigt sind, oder die Flüssigkeit die Gase aufgelöst enthält. Ist aber das Material zur elektrolytischen Konvektion nicht vorhanden, so muß der Strom aufhören.

v. Helmholtz hat diese Theorie durch Versuche bestätigt; als Voltameter

wurde der obere Teil einer Quecksilberluftpumpe verwandt, indem auf das Quecksilber gesäuertes Wasser gebracht wurde; die Elektroden waren cylindrisch zusammengebogene Platinbleche, welche durch eingeschmolzene Drähte in den Stromkreis eingeschaltet werden konnten. Durch Heben und Senken des Quecksilbers mit dem darauf befindlichen Wasser konnte der Raum über dem Wasser luftleer gemacht werden und so das Wasser von aufgelösten Gasen befreit werden.

Es zeigte sich zunächst, daß, wenn die Elektroden mit Wasserstoff oder Sauerstoff und die Flüssigkeiten mit Gasen gesättigt werden, selbst in dem hermetisch abgeschlossenen Gefäße der Strom lange fort dauerte; am vollständigsten liefs sich das erreichen, wenn die Elektroden mit Wasserstoff gesättigt waren, dadurch, daß man zunächst längere Zeit durch einen dritten als Anode dienenden Draht, welchem die Elektroden als Kathode gegenüberstanden, einen stärkeren Strom durch die Flüssigkeit hindurchleitete. Werden die Platten, nachdem sie und die Flüssigkeit reichlich mit Wasserstoff gesättigt sind, in den Stromkreis eines Daniellschen Elementes eingeschaltet, so geht der Strom durch Konvektion geradeso durch die Flüssigkeit hindurch, wie durch ein Metall, es tritt gar keine Polarisation ein, der Strom bleibt stunden-, ja tagelang konstant. Erst dann, wenn durch die Konvektion der Wasserstoffvorrat in der einen Platte anfängt abzunehmen, hört die Konstanz des Stromes auf.

Sind die Elektroden stark mit Gas gesättigt, wird dagegen die Flüssigkeit gasfrei gemacht, so ist anfangs das Verhalten dasselbe, nach einiger Zeit, unter Umständen mehreren Tagen, wurde indes der Strom unmerkbar, obwohl das benutzte Galvanometer noch einen Grad Ablenkung erhielt, wenn dasselbe von einem Strom durchflossen wurde, der in 24 Stunden 0,03 Kubikcentimeter Wasserstoff entwickeln konnte.

Wurden dagegen auch die Platten von den eingeschlossenen Gasen befreit, so wurde der Strom eines Daniellschen Elementes sehr rasch unmerklich. Als nämlich an den mit Sauerstoff beladenen in der gasfreien Flüssigkeit befindlichen Platinplatten dadurch, daß sie als Kathoden dienten, während das mit ein wenig Zink versetzte Quecksilber als Anode benutzt wurde, mit einem schwachen Strom kleine Mengen Wasserstoff abgeschieden waren, nahm die Stärke des Stromes rasch ab, und als diese Wasserstoffabscheidung mehrfach wiederholt war, gelang es schließlich die Platten so sehr von Sauerstoff zu befreien, daß der Strom nach 18 Minuten unmerklich wurde<sup>1)</sup>.

Man wird daher die elektrolytische Konvektion als die Ursache anerkennen müssen, daß selbst unter der Stromstärke, welche eine Zersetzung des Wassers hervorbringt, dauernde Ströme die Flüssigkeit durchströmen können.

Die Zunahme der Polarisation bis zu einem Maximum müssen wir der zunehmenden Verdichtung der Gase an den Elektroden zuschreiben<sup>2)</sup>,

1) Über den Gang der Polarisation mit wachsender Zeit sehe man *Bernstein*, Poggend. Ann. Bd. CLV; v. *Helmholtz*, Wiedem. Ann. Bd. XI; *Witkowski*, Wiedem. Ann. Bd. XI.

2) Man sehe *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. CXLVIII; *Berts*, Wiedem. Bd. V, Bd. X; *Fromme*, Wiedem. Ann. Bd. XII. Eine andere Ansicht ver-  
*Escr*, Wiedem. Ann. Bd. VI.

es, daß wir den Wasserzersetzungssapparat zunächst als Kondensator fassen, sei es, daß wir die elektromotorische Kraft als durch die Wechselwirkung der verdichteten Gase und der Metalle uns entstanden denken.

Über die absolute Größe der elektromotorischen Kraft der Polarisation, wenn dieselbe ihr Maximum erreicht hat, hat wohl zuerst Wheatstone Messungen angestellt. Er wandte dazu die von uns als die Wheatstonesche beschriebene Messungsmethode an. In einen Stromkreis, der ein Galvanometer enthielt, wurde ein Rheostat eingeschaltet und beobachtet, wie wie große Drahtlänge von einem gewissen Punkte an eingeschaltet werden muß, um die Ablenkung des Galvanometers von einer gewissen Ablenkung  $\alpha$  auf eine andere  $\alpha'$  herabzubringen. Dann wird der Zersetzungssapparat eingeschaltet, der Rheostat so gestellt, daß am Galvanometer die Ablenkung  $\alpha$  entsteht, und nun die Drahtlänge beobachtet, welche erforderlich ist, um wieder die Ablenkung  $\alpha'$  zu erhalten. Ist nun die elektromotorische Kraft der benützten Batterie  $E$ , die der Polarisation  $p$ , und sind die beiden gefundenen Längen  $l$  und  $l_1$ , so ist

$$E : E - p = l : l_1$$

$$E : p = l : l - l_1$$

$$p = \frac{l - l_1}{l} \cdot E.$$

Als Wheatstone auf diese Weise drei seiner Elemente anwandte, fand er

$$3 E = 90$$

$$3 E - p = 21 = 90 - 69.$$

Bei 4, 5, 6 Elementen fand er  $l - l_1$  gleich 70, 71, 70.

Bezogen auf die elektromotorische Kraft eines Wheatstoneschen Elementes ist demnach

$$p = \frac{70}{90} = 2,333.$$

Wie wir §. 88 sahen, ist die elektromotorische Kraft eines Wheatstoneschen Elementes gleich 0,838 eines Daniellschen; daraus würde also  $p$ , bezogen auf das Daniellsche Element, folgen

$$p = 1,955 \text{ D.}$$

Nach derselben Methode und unter Anwendung der nach ihm benutzten Zellen fand Daniell<sup>1)</sup> die Polarisation in einem Voltameter mit Platinelektroden bei Anwendung verschiedener Stromstärken zwischen

$$p = 2,49 \text{ D. und } p = 2,85 \text{ D.}$$

Später hat Buff nach der Ohmschen Methode für die elektromotorische Kraft der Polarisation zwischen Platinelektroden bei verschiedenen Stromstärken Werte gefunden<sup>2)</sup>, welche zwischen 11,31 und 9,63 lagen; die elektromotorische Kraft eines Bunsenschen Elementes gleich 7,134 gesetzt.

1) Daniell, Philosophical Transactions for 1842. Poggend. Ann. Bd. LX.

2) Buff, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.



Der zuerst angegebene Wert ist das beobachtete Maximum. Nach demselben Maße giebt Buff die elektromotorische Kraft eines Daniellschen Elementes gleich 4,207 an. Somit ist nach Buff

$$p = \frac{11,31}{4,207} \cdot D. = 2,68 D.$$

Einen etwas kleineren Wert findet Poggendorff<sup>1)</sup>, er giebt

$$p = 2,333 D.$$

bei starken Strömen als Maximum, bei schwächeren Strömen sank sie auf etwa 2 D.

Svanberg<sup>2)</sup> erhält etwa den gleichen Wert wie Poggendorff 2,31 D.

Aus den schon vorhin erwähnten Versuchen von Crova ergibt sich, daß der Strom sichtbar die Flüssigkeit zwischen Platinelektroden durchsetzt, wenn die elektromotorische Kraft gleich 2,2 D. ist, daß indes mit wachsender Stromstärke die Polarisation bis 2,56 D. zunimmt.

Beetz findet<sup>3)</sup>, daß die elektromotorische Kraft der Polarisation so lange, bis sie etwa diejenige des Groveschen Elementes erreicht, derjenigen der polarisierenden Kette gleich ist, daß sie bei wachsender elektromotorischer Kraft langsamer wächst, und wenn die Platten sich in verschiedenen durch ein mit Flüssigkeit gefülltes Verbindungsrohr verbundenen Gefäßen befinden, bis 2,13 D., wenn sich die Platten in demselben Gefäße befinden, bis 2,3 D. steigt. Denselben Wert fand Tait<sup>4)</sup>.

F. Exner<sup>5)</sup> ist der Ansicht, wesentlich aus theoretischen Gründen, daß die eigentliche Polarisation überhaupt nur eine elektromotorische Kraft von etwa 1,5 D. habe, daß alle größeren Werte auf sekundären Einflüssen beruhen.

Von größtem Einfluß auf die Größe der Polarisation ist die Natur der Elektroden; schon als Poggendorff die blanken Platinelektroden mit platinirten vertauschte, sank die Polarisation auf 1,83 D. und bei schwachen Strömen auf 1,71 D.

Bei Anwendung anderer Elektroden ist die Polarisation erheblich schwächer; mit Übergehung älterer Versuche von Svanberg<sup>6)</sup>, Buff u. a.<sup>7)</sup> wollen wir nur die Versuche von Beetz<sup>8)</sup> genauer besprechen, da diese noch eine Reihe anderer wichtiger Resultate enthalten.

Beetz beobachtete zunächst die elektromotorischen Kräfte verschiedener Elemente mit dem Quadrantenelektrometer nach der Methode von Fuchs (§. 88), indem zunächst, wenn die Kette gar nicht geschlossen war, die Potentialdifferenz der Pole gemessen wurde, und dann, wenn die Kette 3 Minuten geschlossen war. In den aus zwei Metallen und verdünnter Schwefelsäure bestehenden Ketten tritt eine Polarisation nur durch Wasser

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LXX.

2) Svanberg, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

3) Beetz, Wiedem. Ann. Bd. X.

4) Tait, Philosophical Magazin 4 series vol. XXXVIII.

5) F. Exner, Wiedem. Ann. Bd. VI.

6) Svanberg, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

7) Buff, Poggend. Ann. Bd. LXXIII; Tait, a. u. O.

8) Beetz, Wiedem. Ann. Bd. X.

stoff am negativen Metall ein, da das positive Metall aufgelöst wird. Die Differenz der elektromotorischen Kette vor und nach dem Schluß der Kette giebt somit die Polarisation  $p$  des negativen Metalles durch Wasserstoff.

Beetz erhielt, die elektromotorischen Kräfte in Daniells ausgedrückt, folgende Zahlen

	Zink-Platin	Zink-Silber	Zink-Kupfer
offen	1,52	1,23	0,98
geschlossen	0,72	0,51	0,46
$p = 0,80$		0,72	0,54

In einer zweiten Versuchsreihe wurde als positives Metall Natrium gebraucht, indem ein dicker Brei von Natriumamalgam in eine poröse Thonzelle gefüllt und diese in verdünnte Schwefelsäure gesetzt wurde; in der Schwefelsäure stand das negative Metall. Um das Natriumamalgam zur Erde ableiten oder mit dem negativen Metall oder dem Elektrometer verbinden zu können, war in dasselbe ein Platindraht gesteckt. Er erhielt

	Natrium-Platin	Natrium-Silber	Natrium-Kupfer	Natrium-Zink
offen	2,31	2,05	1,79	0,78
geschlossen	1,33	1,22	1,14	0,68
$p = 0,98$		0,83	0,65	0,10

Die für die gleichen Metalle in der zweiten Reihe gefundenen Zahlen sind etwas größer als in der ersten, weil das Element mit Natrium einen stärkern Strom giebt als mit Zink; Platin erhält die größte, Zink die kleinste Polarisation.

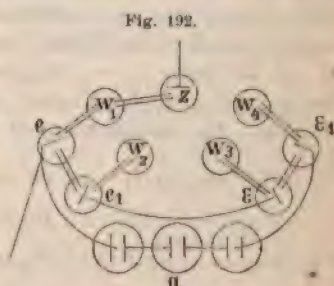
Man sieht, wie sowohl für die offene als geschlossene Kette das Spannungsgesetz gilt, denn es ist z. B.

$$\text{Natr.-Platin offen} = 2,31 = \text{Natr.-Zink } 0,78 + \text{Zink-Platin } 1,52 = 2,30.$$

$$\text{„ geschl.} = 1,33 = \text{„ } 0,68 + \text{„ } 0,72 = 1,40.$$

Die Polarisation des Zinks durch Wasserstoff in der verdünnten Schwefelsäure ist demnach nur etwa ein Zehntel von der des Platins. Interessant ist der von Beetz hierbei geführte Nachweis, daß das Zink als negatives Metall von der Schwefelsäure nicht angegriffen wird.

In einer weiteren Versuchsreihe zeigt dann Beetz, daß die Polarisation einer Platinplatte durchaus davon unabhängig ist, welches zweite Metall ihr gegenübersteht. Die von ihm benutzte Versuchsanordnung zeigt Fig. 192. Die beiden Gefäße  $e$  und  $e_1$ , welche durch ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes an den Enden mit Pergamentpapier verschlossenes Heberrohr mit einander verbunden waren, und ebenso die beiden Gefäße  $\varepsilon$  und  $\varepsilon_1$  bildeten je einen Zersetzungsapparat, welche gleichzeitig und hinter einander in den Stromkreis der Batterie  $a$  eingeschaltet wurden. Die Gefäße  $e_1$  und  $\varepsilon_1$  enthielten stets Platin in verdünnter Schwefelsäure, die Gefäße  $e$  und  $\varepsilon$  entweder Zink in Zinkvitriollösung oder Kupfer in





Kupfervitriollösung oder Silber in Silbernitratlösung oder auch Platin in verdünnter Schwefelsäure.

Die Gefäße standen jedes mit einem der Gefäße  $w_1, w_2 \dots$  durch mit Wasser gefüllte Heberrohre in Verbindung; die Gefäße  $w_1 \dots$  waren mit Wasser gefüllt. Das Gefäß  $Z$  enthielt konzentrierte Zinkvitriollösung, in welcher eine amalgamierte Zinkplatte sich befand, welche mit dem einen Quadrantenpaare eines Quadrantenelektrometers verbunden war; dasselbe konnte durch ein mit Wasser gefülltes Heberrohr mit jedem der Gefäße  $w_1, w_2 \dots$  verbunden werden.

Die vier Elektroden in den Gefäßen  $e$  und  $\varepsilon$  wurden somit stets durch denselben Strom polarisiert; um die Polarisation an jeder derselben zu messen wurde folgendermaßen verfahren. Vor jedem Stromschluß wurde zuerst die Potentialdifferenz zwischen der in  $z$  befindlichen Zinkplatte und jeder der Elektroden bestimmt. Es wurde zu dem Zwecke die betreffende Elektrode z. B.  $e$  ebenso wie das eine Quadrantenpaar zur Erde abgeleitet, die in  $z$  tauchende Heberöhre mit ihrem andern Ende in  $w_1$  eingetaucht und der Ausschlag am Elektrometer gemessen. Dieser Ausschlag giebt die Potentialdifferenz zwischen der Zinkplatte  $z$  und der nicht polarisierten Platte in  $e$ ; bezeichnen wir denselben mit  $z | e$ . Denn da die Platte  $e$  ebenso wie das eine Quadrantenpaar mit der Erde verbunden war, ist die an  $z$  beobachtete Potentialfunktion die Differenz zwischen  $z$  und  $e$ . Nachdem so für alle 4 Platten verfahren war, wurde der Strom geschlossen. Nehmen wir an der Strom fließt in der Richtung  $ee_1 \varepsilon \varepsilon_1$ , so wird  $e$  durch Sauerstoff polarisiert. Es wird wieder  $e$  zur Erde abgeleitet und verfahren wie vorhin. Der Ausschlag am Elektrometer giebt jetzt die Potentialdifferenz zwischen der amalgamierten Platte  $z$  und der polarisierten Elektrode  $e$ , nennen wir diese Differenz  $z | e_0$ . Ziehen wir von diesem Werte die vorher gefundene Differenz  $z | e$  ab, so ist  $z | e_0 - z | e = e | e_0$  die elektrische Differenz zwischen der mit Sauerstoff polarisierten Elektrode  $e$  und der nicht polarisierten, also die durch den Sauerstoff bedingte Polarisation.

So wurde in der ersten Versuchsreihe in  $e$  eine Zinkplatte in Zinkvitriol, in  $e_1$  eine Platinplatte in verdünnter Schwefelsäure, in  $\varepsilon$  eine Kupferplatte in konzentrierter Lösung von Kupfervitriol und in  $\varepsilon_1$  wieder eine Platinplatte in verdünnter Schwefelsäure angewandt. Der Strom wurde, nachdem die Werte  $z | Zn, z | Pt, z | Cu, z | Pt$  beobachtet waren, in der Richtung  $\varepsilon_1 - e$  hindurchgesandt, so daß die beiden Platinplatten durch Sauerstoff, die Kupfer- und Zinkplatte durch Wasserstoff polarisiert wurden. Die Beobachtungen ergaben

$$\begin{aligned} z | Zn &= -0,07 & z | Pt &= 1,51 & z | Cu &= 0,98 & z | Pt &= 1,49 \\ z | Zn_H &= -0,08 & z | Pt_0 &= 2,59 & z | Cu_H &= 0,95 & z | Pt_0 &= 2,57 \\ Zn_H | Zn_H &= -0,01 & Pt | Pt_0 &= 1,08 & Cu | Cu_H &= -0,03 & Pt | Pt_0 &= 1,08 \end{aligned}$$

In  $e$  Zink in Zinkvitriol, in  $e_1, \varepsilon, \varepsilon_1$  Platin in verdünnter Schwefelsäure unter Anwendung desselben Stromes von 4 Groveschen Elementen ergab:

$z   Zn = -0,06$	$z   Pt = 1,41$	$z   Pt = 1,41$	$z   Pt = 1,41$
$z   Zn_H = -0,07$	$z   Pt_0 = 2,39$	$z   Pt_H = 0,44$	$z   Pt_0 = 2,39$
$u   Zn_H = -0,01$	$Pt   Pt_0 = 0,98$	$Pt   Pt_H = -0,97$	$Pt   Pt_0 = 0,98$

Die Kombination wie bei dem ersten Versuche, es wurde aber der Strom von 3 Groves von  $c$  nach  $\varepsilon_1$  geführt, ergab

$z   Zn = 0,02$	$z   Pt = 1,44$	$z   Cu = 1,00$	$z   Pt = 1,43$
$z   Zn_0 = 0,03$	$z   Pt_H = 0,58$	$z   Cu_0 = 1,02$	$z   Pt_H = 0,57$
$Zn   Zn_0 = 0,01$	$Pt   Pt_H = -0,86$	$Cu   Cu_0 = 0,02$	$Pt   Pt_H = -0,86$

Wie hier so ergaben alle Versuche, daß die Polarisation einer Platinplatte, sei es durch Sauerstoff oder Wasserstoff durch einen und denselben Strom immer dieselbe ist, einerlei ob ihr Platin oder ein anderes Metall in Zersetzungsapparat gegenübersteht, es wird demnach im Zersetzungsapparat jede Platte für sich polarisiert und die Gesamtpolarisation ist die Summe der Polarisationen der beiden Platten.

Die starke Polarisation, welche durch Sauerstoff eintritt, muß zu der Ansicht führen, daß der in der Anode verdichtete Sauerstoff in aktivem Zustande abgeschieden wird, denn in der Gassäule ist die Polarisation es nicht elektrolytisch mit Sauerstoff bedeckten Platins gegen reines Platin nur 0,14 D. (§. 88).

Die zweite Versuchsreihe zeigt, daß die Polarisation des Platins durch Sauerstoff gleich derjenigen durch Wasserstoff ist; es wurde das aber auf Grund der Versuche von Poggendorff, Svanberg und Beetz als Regel angenommen, die neuern Versuche von Beetz ergaben aber, daß es nicht immer der Fall ist, besonders nicht, wenn die Elektroden an Größe erheblich verschieden sind. Die obigen Versuche bestätigen den schon früher von Du Bois-Reymond<sup>1)</sup> ausgesprochenen Satz, daß amalgamierte Zinkelektroden in konzentrierter Zinkvitriollösung oder Chlörzinklösung keine oder nur sehr geringe Polarisation annehmen. Nach Versuchen von Patry<sup>2)</sup> erhält man in der That gar keine Polarisation, wenn die Zinklösungen vollkommen säurefrei sind.

Beetz hat eine Anzahl von Messungen über die Polarisation durch andere Gase angestellt und mit der elektromotorischen Kraft in Gassäulen verglichen<sup>3)</sup>; er fand die elektromotorische Kraft gegen reines Platin zum Platin

polarisiert durch	elektrom. Kraft	elektrom. Kraft in der Gassäule
Jod	0,171 D	0,160 D
Brom	0,329 D	0,332 D
Chlor	0,505 D	0,471 D
Wasserstoff	0,910 D	0,833 D
Wasserstoff gegen Platin in Chlor	1,375 D	1,335 D

1) Du Bois-Reymond, Monatsber. der Berliner Akad. 1859. S. 443.

2) Patry, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI.

3) Beetz, Poggend. Ann. Bd. XC.

In der Regel ist die elektromotorische Kraft der Polarisation etwas größer als jene in der Gassäule<sup>1)</sup>, was ohne Zweifel der größern Verdichtung des Gases am Platin bei der Elektrolyse zuzuschreiben ist<sup>2)</sup>; im übrigen besteht aber eine so große Übereinstimmung zwischen der elektromotorischen Kraft der Polarisation und derjenigen in der Gassäule, daß darin der vollständigste Beweis gegeben ist für die vorhin schon aufgestellte Erklärung, daß die elektromotorische Kraft der Polarisation und jene der Gassäule Erscheinungen gleicher Art, daß beide der elektrischen Erregung der an und in den Metallen verdichteten Gase zuzuschreiben sind. Gleichzeitig ist dadurch der Beweis geliefert, daß ein Übergangswiderstand, wie er früher angenommen wurde, nicht existiert, oder doch nur äußerst gering ist, da alle diese Werte über die elektromotorische Kraft der Polarisation unter der Voraussetzung erhalten sind, daß ein Übergangswiderstand nicht vorhanden sei.

Da somit die Verdichtung der ausgeschiedenen Gase an den Elektroden die Ursache der Polarisation ist, so wird sie durch alle Umstände, welche die Gasschicht vermindern oder teilweise fortnehmen, geschwächt werden müssen. Dem entsprechend haben De la Rive<sup>3)</sup> und Poggendorff<sup>4)</sup> gezeigt, daß Verminderung des Druckes über dem Voltameter, Vosselmann de Heer<sup>5)</sup>, daß Erschütterung der Elektroden und Poggendorff<sup>6)</sup>, Beetz<sup>7)</sup>, Robinson<sup>8)</sup> und Crova<sup>9)</sup>, daß Erwärmung der Elektroden die Polarisation schwächt. Es würde zu weit führen, auf alle diese Punkte im einzelnen einzugehen.

### §. 109.

**Sekundäre Elemente; Accumulatoren.** Neben der im vorigen Paragraphen betrachteten Polarisation tritt noch eine andere ein, welche in einer chemischen Änderung der Elektroden ihre Ursache hat, und die wir hier kurz erwähnen, weil dieselbe in der elektrotechnischen Praxis eine ausgedehnte Anwendung gefunden hat. Diese Polarisation zeigt sich, wenn man als Elektroden Metalle anwendet, auf denen durch den Strom Superoxyde gebildet werden können. Diese Polarisation ist wohl zuerst von Sinsteden<sup>10)</sup> beobachtet worden, als er Ströme mit Elektroden von Silber, Blei oder Nickel durch verdünnte Schwefelsäure leitete. Die positive Elektrode bedeckt sich dann mit Superoxyd, wodurch sie gegen die negative Elektrode desselben Metalles sehr stark negativ wird. Schließt man die Zersetzungsquelle für sich, so erhält man einen kräftigen Strom

1) Man sehe darüber auch die interessanten Versuche von Macaluso über die Polarisation bei der Elektrolyse der Chlorwasserstoffsäure. Berichte der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. zu Leipzig. Jahrg. 1873. Bd. XXV.

2) Man sehe darüber auch Fromme, Wiedem. Ann. Bd. XII. S. 399.

3) De la Rive, Poggend. Ann. Bd. LIX.

4) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LXX.

5) Vosselmann de Heer, Poggend. Ann. Bd. XLIX.

6) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LXI.

7) Beetz, Poggend. Ann. Bd. LXXIX.

8) Robinson. Man sehe Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. II, S. 773.

9) Crova, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. LXVIII.

10) Sinsteden, Poggend. Ann. Bd. XCII. S. 17 ff.



ist viel längerer Dauer als den gewöhnlichen Polarisationsstrom; derselbe dauert ebenso lange, bis das gebildete Superoxyd aufgebraucht ist.

Unabhängig von Sinsteden hat Planté<sup>1)</sup> dieselbe Beobachtung gemacht und dieselbe zur Konstruktion sogenannter sekundärer Batterien benutzt. Diese sekundären Batterien bestehen aus zwei dünnen durch Kautschukstreifen von einander getrennten Bleiplatten, welche spiralig und so aufgerollt werden, daß die einzelnen Spiralwindungen ebenfalls durch Kautschukstreifen von einander getrennt werden. An jeder Spirale befindet sich eine Klemmschraube, um dieselben als Elektroden in einen Stromkreis einschalten zu können. Die Spiralen werden in ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes cylindrisches Gefäß getaucht.

Zur Ladung des Elementes bedarf es einer elektromotorischen Kraft von etwa 2 Groves, da die elektromotorische Kraft des geladenen Elementes nach Planté etwa 1,5 Groves, also etwa 2,6 D. beträgt. Läßt man einen hinreichend kräftigen Strom längere Zeit durch das Element hindurchgehen, so bedeckt sich die positive Elektrode nach und nach mit einer, mit der Dauer des Stromdurchganges an Dicke wachsenden Schicht von Bleisuperoxyd<sup>2)</sup>. Diese Bedeckung resp. die Verwandlung der positiven Platte in Bleisuperoxyd wird um so stärker, je öfter man das Element ladet und dabei die Stromrichtung wechselt, die abwechselnde Verwandlung des Bleis in Superoxyd und Verwendung derselben Platte als Kathode bewirkt eine Lockerung des Metalles, wodurch schließlich die Oxydation immer tiefer eindringt.

Das Superoxyd bedeckt die Platte mit einem dichten Überzuge, man kann deshalb die Elemente geöffnet ziemlich lange stehen lassen, ohne daß sie ihre Ladung verlieren, da die Ladung eben in dem gebildeten Superoxyd besteht. Man kann so in der That in diesen Elementen einen länger dauernden Strom aufspeichern, und ihn später zu einer beliebigen Zeit und an einem beliebigen Orte verwenden. Man nennt die sekundären Elemente deshalb auch Accumulatoren. Bei der Verwendung derselben zur Wiedergewinnung des aufgespeicherten Stromes, also zur Ausnutzung des gebildeten Superoxydes bleibt zunächst die elektromotorische Kraft der Elemente sehr konstant; erst wenn ein sehr großer Teil des Bleisuperoxydes durch den von dem Elemente gelieferten Strom wieder reduziert ist, nimmt die elektromotorische Kraft rasch ab. Die Dauer, während welcher die elektromotorische Kraft konstant ist, hängt selbstverständlich von der Dauer der Ladung, also der Quantität des gebildeten Superoxydes und von der Stärke des von dem Elemente gelieferten Stromes ab.

Diese Aufspeicherung eines Stromes in den Accumulatoren hat vielfach zur Verwendung in der Elektrotechnik speciell auch für die elektrische Beleuchtung geführt. Man kann tagesüber etwa bei einer elektrischen Beleuchtungsanlage, welche nur eine gewisse Anzahl von Glühlampen zu weissen imstande ist, den Strom zur Ladung von Accumulatoren benutzen und nun diese des Abends verwenden, um eine weitere Anzahl von Glühlampen zum Leuchten zu bringen.

1) Planté, Poggend. Ann. Bd. CIX. Recherches sur l'électricité. Paris 1879.

2) Über die chemischen Vorgänge bei der Ladung der Sekundärelemente siehe man Gladstone und Tribe, Nature. Bd. XXV. S. 221 und 461.

Es sind deshalb, seit G. Planté zuerst die sekundären Elemente konstruiert hat, viele Modifikationen derselben angegeben worden, in größerem Maßstabe wurden zuerst die von Faure angegebenen benutzt, der die Bleiplatte mit Mennige bedeckte und, um dieselbe festzuhalten, mit Flanell oder Filz umhüllte. Wir verweisen deswegen auf die Lehrbücher über Elektrotechnik und die verschiedenen elektrotechnischen Zeitschriften. Nur sei hier erwähnt, daß der ausgedehnten Verwendung der Accumulatoren die großen Kosten derselben im Wege stehen, welche darin begründet sind, daß die Elemente nicht von langer Dauer sind. Die vielfach wechselnde Oxydation und Reduktion des Bleis macht dasselbe bald brüchig so daß die Bleiplatten auseinanderfallen und durch neue ersetzt werden müssen.

## §. 110.

**Passivität des Eisens.** Ausser dem Auftreten einer elektromotorischen Gegenkraft an den Elektroden, welche den Strom in eine Flüssigkeit leiten, infolge der Polarisation oder der Bildung von Superoxyd an der Anode, zeigt sich häufig noch ein anderer Einfluß auf die elektromotorische Stellung der Elektroden gegen einander, welchen wir kurz erwähnen müssen. Vorzugsweise zeigt sich die Erscheinung am Eisen. Wenn man einen Eisendraht eine Zeitlang als positive Elektrode in einem Wasserzersetzungsgesetzapparat anwendet, dabei jedoch die Vorsicht gebraucht, nicht den als Kathode dienenden Draht in die angesäuerte Flüssigkeit zu tauchen, so ist seine Stellung in der Spannungsreihe der Metalle dauernd verändert<sup>1)</sup>. Gegen gewöhnliches Eisen zeigt sich dieses Eisen stark negativ elektrisch, ja während das Eisen in der Spannungsreihe dem positiven Ende näher steht als das Kupfer, steht das veränderte, oder wie man es wegen seines chemischen Verhaltens nennt, das passive Eisen zwischen dem Kupfer und Platin, es ist gegen Kupfer elektronegativer.

In chemischer Beziehung charakterisiert sich der passive Zustand des Eisens besonders dadurch, daß das passive Eisen von Salpetersäure, deren spec. Gewicht ungefähr 1,3 ist, nicht aufgelöst wird, während das nicht passive Eisen sehr rasch in dieser Säure oxydiert und gelöst wird. Indes beschränkt sich dieses passive Verhalten des Eisens nicht auf die Unfähigkeit in Salpetersäure oxydiert zu werden, sondern auch in Salzlösungen verhält es sich ähnlich; auf Lösungen, auf welche Eisen sonst einwirkt, hat das passive Eisen keine Einwirkung. So reduziert passives Eisen aus Kupfervitriollösungen kein Kupfer.

Das Eisen wird indes nicht allein passiv durch die Anwendung desselben als positive Elektrode, sondern ebenfalls durch eine Reihe von andern Manipulationen.

Zunächst kann man das Eisen dadurch passiv machen, daß man es ein oder mehrere Male in ganz konzentrierte Salpetersäure taucht<sup>2)</sup>. Wenn man das eine Ende eines Eisendrahtes kurze Zeit in ganz konzentrierte

1) Schönbein, Poggend. Ann. Bd. XXXVII.

2) Herschel, Poggend. Ann. Bd. XXXII. Schönbein, Poggend. Ann. Bd. XXXVII. Schon im Jahre 1790 von Keir beobachtet. Philosophical Transactions for 1790 Schweiggers Journal. Bd. LIII. 1828.



Salpetersäure eintaucht, so kann man dasselbe nachher in die verdünnte Salpetersäure eintauchen, ohne daß es von derselben angegriffen wird.

Wenn man dann den Draht so umbiegt, daß auch das vorher nicht eingetauchte Ende in die verdünnte Salpetersäure taucht, so wird auch dieses Ende nicht angegriffen, es wird passiv und kann dann auch für sich in verdünnte Säure getaucht werden ohne angegriffen zu werden. Man erkennt sofort, daß der Grund dieser letzteren Erscheinung ein elektrischer ist; denn da das passive Eisen gegen gewöhnliches negativ ist, geht in dem angegebenen Falle ein elektrischer Strom durch die Flüssigkeit von dem gewöhnlichen Eisen zu dem passiven; das vorher nicht aktive Eisen wird also zur positiven Elektrode und deshalb ebenso passiv wie bei dem zuerst angegebenen Verfahren, das Eisen passiv zu machen.

Ganz auf demselben Grunde beruht das Passivwerden des Eisens, wenn man einen Eisendraht zugleich mit einem passiven Drahte oder mit einem Platindrahte in verdünnte Säure taucht und dafür sorgt, daß die beiden Drähte sich außerhalb der Flüssigkeit berühren<sup>1)</sup>.

Nicht allein wenn man Eisen in konzentrierte Salpetersäure, sondern auch wenn man es in Jodsäure, Bromsäure oder Chlorsäure taucht, wird es nach den Versuchen von Beetz passiv<sup>2)</sup>. Als Beetz Eisen in Schwefelsäure tauchte und es mit einem Kupferstreifen verband, welcher in verdünnter, von der konzentrierten durch ein poröses Diaphragma getrennter Schwefelsäure stand, so zeigte ein in die Verbindung eingeschaltetes Galvanometer, daß das Eisen positiv war gegen Kupfer. Als er dann aber die das Eisen umgebende Schwefelsäure Krystalle von jodsaurem, bromsaurem oder chlorsaurem Kali warf, verhielt sich, sobald die Zersetzung dieser Salze begonnen hatte, das Eisen negativ gegen Kupfer. Es war dann das Eisen in Salpetersäure passiv.

Eine dritte Art, um das Eisen passiv zu machen, ist das Glühen desselben an der Luft<sup>3)</sup>. Durch Erhitzen in Räumen, welche keine Luft enthalten, in Quecksilber oder geschmolzenem Zink, oder auch in Wasserstoffgas, welches vollkommen frei ist von Wasserdampf, wird das Eisen nicht passiv.

Als den Grund dieser eigentümlichen Erscheinung, welche sich vorwiegend beim Eisen, in geringerem Grade auch bei Kobalt, Nickel, Wismut, Zinn und Aluminium<sup>4)</sup> beobachten läßt, hat zuerst Faraday<sup>5)</sup> eine Oxydschicht, oft für das Auge gar nicht merkbare Oxydschicht angesehen, welche beim Passivwerden sich auf dem Eisen bildet. Und in der That sprechen die Versuche von Beetz<sup>6)</sup> besonders hervorgehoben hat, alle Methoden, durch welche die Passivität auftritt, für diese einfache Erklärung; denn bei allen ist das Eisen in den für eine direkte Oxydation günstigsten Verhältnissen. Wenn das Eisen als positive Elektrode, so scheidet sich an demselben

1) Schönbein, Poggend. Ann. Bd. XXXVIII.

2) Beetz, Poggend. Ann. Bd. LXVII.

3) Schönbein, Poggend. Ann. Bd. XXXVII. Beetz, Poggend. Ann. Bd. LXII.

4) Schönbein, Poggend. Ann. Bd. XLIII. Man sehe auch Wiedemann, Galvanismus. Bd. I §. 540 ff. 2. Aufl.

5) Faraday, Philosophical Magazin. vol. IX u. X. 1837.

6) Beetz, Poggend. Ann. Bd. LXVII. Man sehe auch in Doves Repertorium VIII.

durch die Elektrolyse der Sauerstoff im aktiven Zustande als O<sub>2</sub> in konzentrierter Salpetersäure befindet sich das Eisen in einer Umgebung welche äußerst sauerstoffreich ist, und welche sehr leicht einen Teil Sauerstoffs abgibt; kann ja Kohle in konzentrierter Salpetersäure das Gleiche gilt für das Eintauchen des Eisens in die Sauerstoffsäure Salzbildner. Dafs beim Erhitzen an der Luft das Eisen sich ebenfalls einer Oxydhaut, Oxyduloxyd, überzieht, ist eine bekannte Thatsache.

Ebenso ist es bekannt, dafs Eisenoxyduloxyd sich in Salpetersäure auflöst; so dafs also auch das chemische Verhalten des passiven Eisens in dieser Annahme seine einfachste Erklärung findet. Auch das elektromotorische Verhalten findet darin seine Erklärung, denn das Eisen, welches nach dem Erhitzen angelauene, also oxydierte Eisen verhält sich ebenso gegen Kupfer wie Eisen, welches auf anderem Wege passiv geworden.

Für dieselbe Erklärung sprechen auch alle die Mittel, durch welche man dem Eisen seinen passiven Zustand wieder nehmen kann. Dafs dieselbe zunächst nur Folge einer oberflächlichen Veränderung ist, ergibt sich daraus, dafs man durch Feilen, Abreiben mit Sandpapier dem Eisen seinen passiven Zustand wieder vollständig nehmen kann.

Ebenso verliert aber der passive Draht seine Eigenschaft vollständig, wenn man ihn in Verhältnisse bringt, in welchen die ihn bedeckende Oxydschicht reduziert wird. Das ist der Fall, wenn man den Draht einem Strome von Wasserstoff glüht, wenn man ihn als negative Elektrode benutzt bei der Wasserzersetzung, oder wenn man ihn zugleich mit einem positiven Drahte in verdünnte Salpetersäure taucht und ihn mit dem positiveren Draht berührt.

Das ganze Phänomen ist also eigentlich kein elektrisches, sondern nur Folge einer Oberflächenänderung durch chemische Einflüsse, wodurch zugleich das elektrische Verhalten des Metalles modifiziert.

Solche Änderungen des elektrischen Verhaltens der Metalle sind viele zu beobachten, die sich darin z. B. zeigen, dafs wenn man Drähte desselben Metalles nach einander in dieselben Flüssigkeiten taucht, Ströme auftreten<sup>1)</sup>, oder auch darin, dafs die Ströme zwischen zwei Metallen bei längerem Verweilen in einer Flüssigkeit sich umkehren. Das ist z. B. der Fall, wenn man in eine mäßig konzentrierte Lösung von Schwefelkalium Kupfer und Eisen taucht. Verbindet man gleich nach dem Eintauchen die beiden Metalle mit einem Galvanometer, so ist das Eisen positiv gegen das Kupfer; stellt man indes die Verbindung nach einiger Zeit her, so ist das Eisen negativ gegen das Kupfer. Bleibt auch kurze Zeit negativ, wenn man die beiden Metalle dann in verdünnte Schwefelsäure taucht; ein Beweis, dafs eine Oberflächenänderung des Eisens die Ursache dieses Verhaltens ist<sup>2)</sup>.

### §. 111.

**Mechanische Wirkung des Stromes.** Wir haben in §. 103 bereits eine mechanische Wirkung des Stromes kennen gelernt, die Fortführung

1) Man sehe Doves Repertorium. Bd. VIII. Wiedemann, Galvanismus. §. 543 ff. 2. Aufl.

2) Fechner, Lehrbuch des Galvanismus. Wiedemann, Galvanismus. §. 549 ff. 2. Aufl.

Flüssigkeiten in der Richtung des positiven Stromes durch poröse Membranen und ebenso die Fortführung suspendierter Theilchen im Innern der Flüssigkeiten. Die Theorie dieser Bewegungserscheinungen, wie sie sich nach den Versuchen von Quincke ergab, zeigte indes, daß wir es nicht mit einer direkten mechanischen Wirkung des elektrischen Stromes zu thun haben, sondern mit einer Bewegung infolge elektrischer Anziehung und Abstößung ganz so wie die Bewegung der Teilmoleküle der Elektrolyten zustande kam.

Man hat indes auch eine Reihe ganz direkter mechanischer Wirkungen auf feste Leiter beobachtet, die zeigen, daß durch den Strom die Verhältnisse der Körper geändert werden. Kupferdrähte, welche als Stromleiter gedient haben, werden dadurch spröde und brüchig<sup>1)</sup> wie Dufour beobachtet hat<sup>2)</sup> wird die Festigkeitsgrenze dadurch herabgedrückt, indem ein Kupferdraht, welcher ohne daß er vom Strom durchflossen war, durch ein Gewicht von 6,29 kg zerrissen wurde, während ein durch ein Gewicht von 5,34 kg zerrissen wurde, als der Strom eines Bunsenschen Elementes 19 Tage durch denselben hindurchgeleitet war.

Das entgegengesetzte Resultat erhielt Dufour mit Eisendraht; ein Draht von 0,248 mm Dicke zerriß, wenn er mit 2,54 kg belastet wurde, nachdem der Strom eines Bunsenschen Elementes 4 Tage durch einen solchen Draht hindurchgegangen war, ergab sich als Mittel aus drei Versuchen, daß er erst durch 2,58 kg zerrissen wurde, und nachdem der Draht am 19 Tage hindurchgegangen war, wurde er bei fünf Versuchen erst durch 2,898 kg zerrissen.

Außer diesen Festigkeitsänderungen nach längerem Durchgange des Stromes hat Wertheim<sup>3)</sup> auch solche während des Durchganges des Stromes beobachtet. Im allgemeinen ist darnach die Festigkeit während des Durchganges des Stromes eine geringere, nur bei Eisendrahten zeigte sie sich in einzelnen Fällen größer.

Ebenso schloß Wertheim<sup>4)</sup> aus seinen Versuchen, daß der Elasticitätscoefficient bei dem Hindurchleiten eines Stromes durch einen Draht herabwürde, indem der Longitudinalton des Drahtes bei dem Durchgange des Stromes tiefer wird. H. Streintz<sup>5)</sup> kam indes durch Messung der Schwingungsdauer von Torsionsschwingungen eines feinen Drahtes zu dem Resultate, daß ein solcher Einfluß nicht existiere, er fand bei derselben Temperatur die Torsionsschwingungen mit und ohne Strom stets gleich.

Edlund<sup>6)</sup> fand, daß ein Draht durch den galvanischen Strom auch verlängert wird, abhängig von der durch den Strom stattfindenden Erwärmung verlängert wird, indem die Verlängerung des Drahtes bei dem Durchgange des Stromes größer ist, als sie der Ausdehnung infolge der durch den Strom bedingten höhern Temperatur entspricht. Die Verlängerung soll mit

1) Peltier, Comptes Rendus Bd. XX. S. 62. Poggend. Ann. Bd. LXV.

2) Dufour, Poggend. Ann. Bd. XCIX.

3) Wertheim, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XII. Poggend. Ann. Bd. CXXIX.

4) Wertheim, a. a. O.

5) H. Streintz, Poggend. Ann. Bd. CL.

6) Edlund, Poggend. Ann. Bd. CXXIX, Bd. CXXXI, Bd. CLVIII.



der Stromstärke wachsen; nach dem Unterbrechen des Stromes nimmt der Draht nur allmählich wieder seine frühere Länge an.

H. Streintz<sup>1)</sup> kam zu demselben Resultate, während F. Exner<sup>2)</sup> und Blondlot<sup>3)</sup> aus ihren Versuchen schloffen, daß eine solche von der Erwärmung unabhängige Ausdehnung durch den Strom nicht eintritt. In der That ist es schwierig, die Temperatur des in seinem ganzen Querschnitt durch den Strom gleichmäßig erwärmten Drahtes genau zu bestimmen und so eine etwaige galvanische Ausdehnung von der thermischen zu trennen.

Eine mechanische Wirkung des Stromes ist auch das Auftreten des Longitudinaltones in Eisenstäben, wenn man intermittierend Ströme hindurchsendet; jedes Öffnen und Schließen ruft einen Ton hervor<sup>4)</sup>. Da indes die Töne sich nur bei magnetischen Metallen zeigen, so ist diese Wirkung nicht eine rein mechanische.

Auf eine mechanische Änderung der Leitungsdrähte ist auch wohl die Beobachtung von Quintus Icilius zurückzuführen, nach welcher die spezifische Leitungsfähigkeit eines Drahtes abnimmt, wenn ein Strom längere Zeit hindurchgegangen ist<sup>5)</sup>.

Eine Anzahl von Bewegungen, welche man früher als mechanische Wirkungen des Stromes ansah, hat Paulzow<sup>6)</sup> auf andere Gründe, Erwärmung u. s. w. zurückgeführt.

Wenn man Quecksilber mit verdünnter Schwefelsäure bedeckt und einen Strom in die Schwefelsäure leitet, so daß das Quecksilber als Kathode dient, so wird durch die Polarisation des Quecksilbers mit Wasserstoff die Oberflächenspannung verstärkt. Auch hier wächst die Polarisation, so lange die elektromotorische Kraft des primären Stromes zur Zersetzung der Flüssigkeit nicht ausreicht, bis zur elektromotorischen Kraft des primären Stromes. Die Oberflächenspannung des durch Wasserstoff polarisierten Quecksilbers wächst nach den Versuchen von Lippmann<sup>7)</sup> und Quincke<sup>8)</sup> bei zunehmender Polarisation anfangs der elektromotorischen Kraft proportional, später indes langsamer; diese anfängliche Proportionalität der Zunahme der Oberflächenspannung und der elektromotorischen Kraft der Polarisation hat Lippmann<sup>9)</sup> zur Konstruktion eines Elektrometers für kleine elektromotorische Kräfte von sehr großer Empfindlichkeit benutzt, des sogenannten Kapillarelektrometers: Lippmann sieht diese Änderung der Oberflächenspannung als eine direkte Wirkung der

1) H. Streintz, Poggend. Ann. Bd. CL.

2) F. Exner, Wiedem. Ann. Bd. II. S. 100.

3) Blondlot, Comptes Rendus. T. LXXXVII. p. 206.

4) De la Rive, Comptes Rendus. T. XX. S. 1287. Poggend. Ann. Bd. LXV. Buff, Liebigs Ann. Supplementbd. III.

5) v. Quintus Icilius, Poggend. Ann. Bd. CI. S. 86.

6) Paulzow, Poggend. Ann. Bd. CIV.

7) Lippmann, Poggend. Ann. Bd. CXLIX. Annales de chim. et de phys. 5. Série. T. V. T. XII. Wiedem. Ann. Bd. XI.

8) Quincke, Poggend. Ann. Bd. CLIII.

9) Lippmann, Poggend. Ann. Bd. CXLIX. In der ihm neuerdings gegebenen Form ist dasselbe von Breguet in Paris zu beziehen. Man sehe auch Poggend. Ann. Bd. CLI.

strieht an, eine Ansicht, der sich auch v. Helmholtz<sup>1)</sup> anschließt. Quincke theilt diese Ansicht nicht, er sieht die Erscheinung als Folge der Bedeckung des Quecksilbers mit einer molekularen Wasserstoffschicht an<sup>2)</sup>.

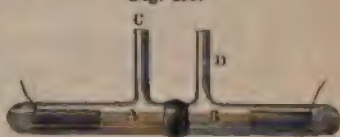
Nicht polarisierte Quecksilber hat in verdünnter Schwefelsäure die Oberflächenspannung des Quecksilbers in dieser Flüssigkeit; wird es mit Wasserstoff bedeckt, so muß sich die kapillare Spannung der Grenzfläche als Summe der kapillaren Spannungen der freien, das heißt von Luft begrenzten Quecksilberfläche und einer freien Fläche der verdünnten Schwefelsäure nähern, und das um so mehr, je mehr Wasserstoff an der Fläche verdichtet ist. Da die zunehmende elektromotorische Kraft der Polarisation einer zunehmenden Verdichtung des Wasserstoffs zuzuschreiben ist, würde sich auch so die Zunahme der Oberflächenspannung derselben erklären lassen.

### §. 112.

**Diaphragmenströme und Strömungsströme.** Eine eigentümliche Art von Strömen bei mechanischer Bewegung hat Quincke beobachtet, welche Diaphragmenströme nennt<sup>3)</sup>. Sie entstehen, wenn reines Wasser durch einen porösen Körper strömt, wie sich auf folgende Weise zeigen läßt.

Zwischen den abgeschliffenen Rändern zweier an dem andern Ende geschmolzener Glasröhren *A* und *B* Fig. 193 von 25 mm Durchmesser wird eine Platte aus gebranntem Thon mit Lack festgekittet. In die Wände der beiden Glasröhren sind zwei Platindrähte eingeschmolzen, an welche Platinplatten angeschlossen sind, und diese Drähte stehen mit den Enden eines empfindlichen Multiplikators von circa 33 000 Windungen und einem statischen Nadelpaar in Verbindung.

Fig. 193.



Neben dem Diaphragma sind vertikale, auch oben offene Glasröhren eingeschmolzen, durch welche der Apparat ganz mit reinem destillierten Wasser gefüllt wird, so daß in dem Diaphragma keine Luft zurückbleibt.

Drückt man durch Ausübung eines Druckes auf das Wasser der Röhre *C* oder *D* Wasser in der einen oder anderen Richtung durch die Thonplatte, so zeigt die Ablenkung der Galvanometernadel einen Strom, welcher durch die Thonwand in der Richtung der strömenden Flüssigkeit geht.

Um sich von etwaigen Ungleichheiten der Elektroden, die für sich einen Strom hervorrufen, ganz zu befreien, wurde dieser Strom durch einen Zweigstrom eines Daniellschen Elementes kompensiert. Zu

Ende war die eine Elektrode anstatt direkt mit dem einen Ende des Galvanometers mit einem vertikal ausgespannten Eisendrahte verbunden, in welchen der Strom eines Daniellschen Elementes hindurchging. Mit diesem Eisendrahte war dann das Ende des Galvanometers durch einen

1) von Helmholtz, in der Abhandlung von A. König, Wiedem. Ann. XVI. S. 1.

2) Quincke, Poggend. Ann. Bd. CLIII. Bd. CXXXIX. S. 70.

3) Quincke, Poggend. Ann. Bd. CVII. Bd. CX.



Draht verbunden, welcher auf dem Eisendrahte verschoben werden Die Stärke des durch den Diaphragmenapparat und das Galvanometer gehenden Zweigstromes hängt ab von dem Abstände der beiden Endigungen auf dem Eisendrahte; derselbe wurde so gewählt, daß das Galvanometer genau auf Null stand, ehe Flüssigkeit durch das Diaphragma strömte.

Anstatt des Thondiaphragmas wurden Seide, Leinwand, Elfenbein, Pulver, das zwischen Seidenzeug eingeschlossen war, Glas, Sand, Holz, Schwefel, Graphit, Kohle u. s. w. angewandt. Stets bei Anwendung destillierten Wassers der Strom mit der Stärke des Wassers.

Durch Zusatz von Säuren oder Salzlösungen zum destillierten Wasser wurde der elektrische Strom in seiner Richtung nicht geändert, wohl aber bedeutend geschwächt; als jedoch der Flüssigkeit etwas Seife oder Alkali zugesetzt wurde, war der Strom bedeutend stärker.

Nur in einem Falle beobachtete Quincke<sup>1)</sup> eine umgekehrte Richtung des Stromes; derselbe Alkohol nämlich, welcher bei der Fortleitung durch den Strom nicht in der Richtung des positiven Stromes abgewegt, zeigt auch durch ein Thondiaphragma gepreßt einen elektrischen Strom, welcher der Richtung der Flüssigkeitsströmung entgegengesetzt ist.

Die elektromotorischen Kräfte der Apparate wurden theils nach der Methode von Fechner verglichen, wobei vorausgesetzt wird, daß der Strom stand stets derselbe bleibt, theils nach der Poggendorffschen Kompensationsmethode bestimmt.

Die elektromotorische Kraft dieser Ströme zeigte sich unabhängig von der Größe und der Dicke der Thonplatte, aber proportional dem Drucke, mit welchem das Wasser durch das Diaphragma gepreßt wurde, also der Schnelligkeit, mit welcher es hindurchfließt. Für den Fall einer Atmosphäre und bei Anwendung destillierten Wassers erhielt Quincke folgende elektromotorischen Kräfte, jene eines Daniellschen Elementes gleich eins gesetzt

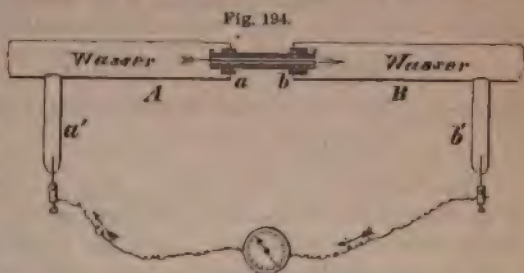
Substanz des Diaphragmas	Elektrom. Kraft.	Substanz des Diaphragmas	Elektr. Kraft
Schwefel	9,77	Asbest	0,25
Quarzsand	6,20	Porzellanmasse	0,20
Schellack	3,30	Elfenbein	0,05
Seide	1,15	Tierische Blase	0,01
Gebrannter Thon	0,36		

Wie man sieht, ergeben sich so in manchen Fällen sehr bedeutende elektromotorische Kräfte.

Die elektromotorischen Kräfte bei anderen Flüssigkeiten zu bestimmen gelang nicht mit Sicherheit, sie waren schon, als das Wasser wenige Milligramme Kochsalz gelöst enthielt, ganz bedeutend kleiner. In wasserhaltigem Alkohol werden sie bei dem Durchpressen durch Porzellanmasse etwas größer.

1) Quincke, Poggend. Ann. Bd. CXIII. S. 559.

Ebenso wie bei dem Durchpressen von Wasser durch Diaphragmen erhält man Ströme bei dem Durchpressen desselben durch kapillare Röhren, was zuerst Zöllner<sup>1)</sup> gezeigt hat. Die von demselben angewandte Anordnung zeigt Fig. 194; das kapillare Rohr *ab* ist zwischen die weiteren Glasröhren *A* und *B* als Verbindungsstück eingehoben, und von den weiteren Röhren gehen Ansatzröhren *a'*, *b'* nach unten, welche Platindrähte eingeschmolzen sind, die als Elektroden dienen, und welche durch eine das Galvanometer enthaltende Leitung verbunden sind. Wird



Wasser in der Richtung des Pfeilstriches durch die Röhre gedrückt, so fließt durch das Galvanometer ein Strom in der Richtung von *b'* nach *a'*, wie wenn durch die Flüssigkeit ein Strom in der Strömungsrichtung hindurchging. Zöllner fand ebenso wie Quincke, daß die elektromotorische Kraft der Ströme der Druckdifferenz an beiden Seiten des kapillaren Rohres, also der Schnelligkeit der Strömung proportional ist.

Diese bei dem Durchpressen von Wasser entstehenden Ströme resp. infolge desselben auftretenden elektromotorischen Kräfte sind seitdem (nach von Edlund<sup>2)</sup>, Dorn<sup>3)</sup>, Haga<sup>4)</sup> und Clark<sup>5)</sup> sowie Elster<sup>6)</sup>) untersucht worden, von denen der letztere besonders zeigte, daß eine elektromotorische Kraft in einem frei ausströmenden Wasserstrahl nicht vorhanden ist, daß zur Erzeugung derselben Bedingung ist, daß das Wasser einem festen Isolator gleitet, sei es in einer Röhre, sei es über einer Platte. Die Versuche ergeben übereinstimmend, daß wenn Wasser durch engen Röhren gepreßt wird, vor und hinter der Röhre eine Differenz elektrischen Potentialfunktion eintritt, so zwar, daß das aus der Röhre tretende Wasser positiv gegen das in die Röhre eintretende Wasser ist. Haga, Clark und Dorn haben diese Potentialdifferenz gemessen, und gefunden, daß dieselbe bei gleicher Druckdifferenz vor und hinter der Röhre von der Länge der durchströmten Kapillarröhre unabhängig ist, daß sie aber der Differenz der Drucke vor und hinter der Röhre proportional ist. Für Röhren, deren Durchschnitt so klein ist, daß für dieselben das Gesetz von Poiseuille für den Durchfluß der Flüssigkeiten gilt, fand Dorn ferner, daß die elektromotorische Kraft auch unabhängig vom Querschnitt der Röhre ist, für weitere Röhren nimmt die elektromotorische Kraft mit dem Durchmesser der Röhre ab.

Wesentlich abhängig ist die elektromotorische Kraft von der Benetzung der Röhrenwände, ja bei einem Überzuge der Röhre mit Wachs

1) Zöllner, Poggend. Ann. Bd. CXLVIII.

2) Edlund, Wiedem. Ann. Bd. I, Bd. III, Bd. VIII, Bd. IX.

3) Dorn, Poggend. Ann. Bd. CLX. Wiedem. Ann. Bd. V, Bd. IX, Bd. X.

4) Haga, Wiedem. Ann. Bd. II.

5) Clark, Wiedem. Ann. Bd. II.

6) Elster, Wiedem. Ann. Bd. VI.

erhielt Dorn eine entgegengesetzte elektromotorische Kraft, die Funktion hinter der Röhre war gegenüber derjenigen vor der Röhre positiv. Für drei frische Glasröhren, deren Querschnitt so klein war, für dieselben das Poiseuillesche Strömungsgesetz giltig ist, erhielt als Differenz der Potentialfunktion, wenn destilliertes Wasser durch gepresst wurde, für einen hydrostatischen Druck von 1000 mm

$$3,529 D \qquad 3,573 D \qquad 3,549 D;$$

später, nachdem die Röhren frisch gereinigt waren,

$$3,320 D \qquad 3,536 D \qquad 3,372 D.$$

Die Versuche beweisen somit, daß ein Flüssigkeitsstrom durch die Röhre gleichzeitig Elektrizität mitführt, welche bei Anwendung von  $E$  fast ausnahmslos positiv ist. Sind die beiden Enden  $A$  und  $B$  so häufig sich die Elektrizität in  $B$  so lange an, bis die in gleichen nach  $B$  durch die Strömung hingeführte Elektrizität gleich der ist, welche durch die Differenzen der Potentialniveaus in  $B$  und  $A$  fließt. Ist  $E$  die Differenz der Potentialniveaus,  $l$  die Länge,  $q$  der Querschnitt der Röhre und  $\sigma$  der spezifische Leitungswiderstand der Flüssigkeit, so ist die im Strome zurückfließende Elektrizität in der Zeit

$$e = \frac{E}{\sigma l \frac{1}{q}}$$

Dies ist demnach auch die Elektrizität, welche in der Zeiteinheit jenem hydrostatischen Drucke, welcher die Potentialdifferenz  $E$  her durch die Röhren getrieben wird.

Werden  $A$  und  $B$  durch einen Stromleiter verbunden, so ist  $e$  die Elektrizität, welche sich in dem Stromleiter ausgleicht, vorausgesetzt der Widerstand des Stromleiters gegen den Widerstand der Röhre vernachlässigt werden darf. Nennen wir den Widerstand der Röhre  $w$ , so muß demnach

$$i = K \frac{E}{w},$$

worin die Konstante  $K$  davon abhängig ist, welches Strommaß man benutzen will.

Ist der Widerstand  $w_1$  des Stromleiters gegen den der Röhre verschwindend klein, so geht ein Zweigstrom durch denselben, indem ein Teil der Elektrizität durch das Wasser sich ausgleicht. Die Intensität desselben  $i_1$  ist gegeben durch

$$i_1 = \frac{i w}{w + w_1}.$$

Diese kurze Übersicht der Hauptresultate der Untersuchungen läßt erkennen, daß wir in den Diaphragmen- und Strömungsströmen die Erscheinung der von Wiedemann und Quincke untersuchten elektroosmotischen und der elektrischen Überführung vor uns haben. Die Untersuchungen zur Erklärung der Fortführung gemachten Annahmen geben deshalb auch sofort eine Erklärung dieser Ströme. Das Wasser

Berührung mit der Röhrenwand positiv, die Wand selbst negativ elektrisch, es bildet sich somit an der Wand, nach v. Helmholtz's Bezeichnung eine elektrische Doppelschicht. Die positive Schicht im Wasser ist zwar von geringer Dicke, beschränkt sich indes nicht auf die Außenfläche des Wassers, welche an der Wand, wenn keine Gleitung stattfindet, fest haftet, sondern erstreckt sich auf eine gewisse Strecke in das Innere des Wassers. Diese Doppelschicht ist in der ganzen Röhrenlänge dieselbe, im ruhenden Wasser kann demnach dadurch keine Potentialdifferenz und somit auch keine elektrische Strömung vorhanden sein. Wird indes durch einen hydrostatischen Druck das Wasser fortgetrieben, so bewegen sich mit demselben auch die inneren Teile der elektrisch geladenen Grenzschichten des Wassers. So lange sich diese mit gleichbleibender Geschwindigkeit parallel der Röhrenwand verschieben, und daher fortdauernd gleichmäßig unter dem Einflusse der durch die Berührung bedingten elektrischen Kräfte stehen, wird ihr elektrisches Gleichgewicht nicht gestört. Nach dem Austritte der Flüssigkeit aus den Röhren wird die positive Ladung der Schichten frei, und die aus der Röhre hervortretende Flüssigkeit muß negativ elektrisch sein.

Die an dem anderen Ende in die Röhre eintretende Flüssigkeit trifft auf die schon negativ geladene Wand, sie wird deshalb aus der vor der Röhre befindlichen Flüssigkeit positive Elektrizität in sich aufnehmen, so daß die Flüssigkeit vor der Röhre negativ elektrisch werden muß.

Von Helmholtz hat auf Grundlage dieser Anschauungen eine ausführliche Theorie dieser ganzen Erscheinungsgruppe, also der elektrischen Fortführung und der Strömungsströme entwickelt<sup>1)</sup>. Der Raum gestattet es nicht auf dieselben näher einzugehen, nur sei erwähnt, daß v. Helmholtz aus seiner Theorie sowohl die von Wiedemann und Quincke gefundenen Gesetze der elektrischen Fortführung als auch die Gesetze der Strömungsströme ableitet. Das Maßgebende für die Erscheinung ist die elektrische Differenz der elektrischen Doppelschicht, nennen wir dieselbe  $\mathcal{A}$ , erhält von Helmholtz für die durch eine Strömung unter dem hydrostatischen Drucke  $P$  in engen Röhren erzeugte elektromotorische Kraft

$$E = \frac{\sigma P}{4\pi\eta} \mathcal{A},$$

wann wie vorhin  $\sigma$  den spezifischen Widerstand des Wassers und  $\eta$  den Reibungskoeffizienten bedeutet. Der Widerstand  $\sigma$  ist in dem später zu besprechenden absoluten elektrostatischen Maße auszudrücken. Dorn erhält aus den vorhin angegebenen Werten von  $E$  nach dieser Gleichung  $\mathcal{A} = 3,75$  Daniell für die frischen,  $\mathcal{A} = 3,600$  Daniell für die gereinigten Röhren. Andere Versuche, bei welchen der Widerstand des benutzten Wassers direkt gemessen wurde, lieferten im Mittel  $\mathcal{A} = 3,936$  Daniell.

Von Helmholtz erhält für den hydrostatischen Druck, welcher durch den Strom von der elektromotorischen Kraft  $\mathcal{A}$  in einem engen Rohr von Radius  $R$  durch Fortführung des Wassers wie bei den Versuchen von Quincke erzeugt werden kann, den Ausdruck

$$P = \frac{2\mathcal{A}}{R^2\pi} \cdot \mathcal{A},$$

1) v. Helmholtz, Wiedem. Ann. Bd. VII.

während Quincke für die Steighöhe des Wassers  $h$  durch die elektromotorische Kraft  $G$  eines Groveschen Elementes gefunden hatte (§. 103)

$$h = \frac{0,00006}{R^2} = \frac{0,000188}{R^2 \pi}.$$

In der Helmholtzschen Gleichung sind die Größen nach absoluten Maße, die elektromotorischen Kräfte nach absolutem elektrostatischem Maße zu messen; ist  $G$  die elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes in absolutem Maße, so wird demnach gemäß der Quinckeschen Beobachtungen

$$h_1 = \frac{0,000188}{R_1 \pi G}$$

die Steighöhe für die absolute elektrostatische Einheit der elektromotorischen Kraft. Da  $h$  in Millimetern gegeben ist, so ist der entsprechende hydrostatische Druck in absoluten Einheiten (Milligramm, Millimeter, Sekunde)

$$h_1 \cdot 9811 = \frac{0,000188 \cdot 9811}{R_1^2 \pi G},$$

somit

$$\frac{0,000188 \cdot 9811}{2G} = D$$

in absolutem Maße. In Daniells ergibt sich daraus, wenn  $G$  in absolutem Maße gleich 0,6387 und  $D = 0,374$  gesetzt wird,

$$D = 3,861 \text{ Daniell},$$

- eine Zahl, welche sehr nahe mit der von Dorn für die elektrische Differenz Wasser-Glas aus der beobachteten elektromotorischen Kraft der Strömungsströme abgeleiteten übereinstimmt.

### §. 113.

**Theorien des Galvanismus.** Wir haben in diesem Abschnitt die Entstehung des galvanischen Stromes und die Wirkungen desselben in dem Stromkreise beschrieben, ohne näher auf die verschiedenen Ansichten einzugehen, welche man sich über die Quelle der hier wirkenden Kraft gebildet hat. Wir haben uns dabei einfach an die Erfahrung gehalten, daß jedesmal, wenn zwei heterogene Körper zur Berührung kommen, die beiden Körper, der eine positiv, der andere negativ elektrisch werden, und haben bei Besprechung der Voltaschen Fundamentalversuche die Ansicht von Helmholtz mitgeteilt, nach welcher diese Erscheinung in einer verschiedenen Anziehung der Metalle auf die verschiedenen Elektricitäten ihren Grund hat. Bei der Vorführung und Besprechung des Peltierschen Phänomens haben wir dann die Modifikation der Ansicht von Helmholtz mitgeteilt, welche nach den Entwicklungen von Clausius angebracht werden muß, um die an den Lötstellen unter gewissen Umständen durch den Strom eintretende Abkühlung verstehen zu können, daß nämlich bis zu einem gewissen Grade die Arbeit der Wärme bei der Herstellung der elektrischen Differenzen thätig sein muß.

Eine ähnliche verschiedene Anziehung der verschiedenen Substanzen auf die beiden Elektricitäten ist dann auch die Ursache des Auf-



Elektricität bei der Berührung irgend zweier anderer Substanzen, Metalle und Flüssigkeit oder auch zweier Flüssigkeiten.

Eine große Zahl von Physikern, insbesondere die deutschen Physiker, wie Pechner, Poggendorff, Pfaff, Ohm, Kohlrausch, v. Helmholtz und viele andere haben sich zu dieser zuerst von Volta ausgesprochenen Ansicht bekannt, und eine bei dem Kontakte auftretende, von Helmholtz dann als verschiedene Anziehung der Stoffe auf die beiden Elektricitäten näher bezeichnete Kraft als die Ursache der galvanisch-elektrischen Erscheinungen angesehen.

Diese Kontaktkraft, oder wie wir sie bezeichnen, diese elektromotorische Kraft bewirkt zunächst nur eine andere Verteilung der Elektricität, und in einem geschlossenen Kreise, wo diese Verteilung einen neuen Gleichgewichtszustand herstellen kann, entsteht deshalb durch dieselbe kein Strom. Das ist der Fall in einem rein metallischen Kreise, in welchem durch den Kontakt allerdings Niveaudifferenzen der elektrischen Potentialwerte auf den verschiedenen Metallen herstellen, in welchem aber jedem einzelnen Metalle die Niveaus konstant sind. Es kann deshalb dort kein Strom entstehen; wenn man aber den Kreis zwischen zwei Metallen durchschneidet, so können an den Enden freie Elektricitäten auftreten. Nur wenn wir das Gleichgewicht stören, also etwa durch Wärmefuhr an einer Berührungsstelle die Differenz des Potentialniveaus verändern, und dadurch bewirken, daß auch in einem und demselben Metall die elektrische Potentialfunktion einen verschiedenen Wert hat, tritt in einem solchen Kreise ein Strom ein. Der Strom dauert so lange fort, als durch die höhere Temperatur der einen Berührungsstelle eine Verschiedenheit der Potentialniveaus in den einzelnen Metallen vorhanden ist, da die Elektricität in einem und demselben Körper nur im Gleichgewicht sein kann, wenn das Potentialniveau in demselben überall das gleiche ist. Die Arbeit der Wärme ist es, welche an der wärmeren Berührungsstelle die Elektricität von dem tieferen zum höheren Niveau hebt, welche also den Strom möglich macht und ihn unterhält.

Ebenso kann kein neuer Gleichgewichtszustand in dem geschlossenen Stromkreise sich ausbilden, wenn bei hinreichender elektromotorischer Kraft zwischen zwei Metallen ein Elektrolyt eingeschaltet ist. Die Bedingungen der Strombildung sind vor kurzem von v. Helmholtz<sup>1)</sup> mit aller Schärfe dargelegt worden; das wesentlichste der Helmholtzschen Entwicklungen lassen wir hier folgen.

Bereits bei Entwicklung des Gesetzes der Spannungsreihe im §. 69 sahen wir, daß die Differenz der Potentialfunktionen  $\varphi_z$  und  $\varphi_c$  zweier berührender Metalle  $z$  und  $c$  gegeben ist durch den Ausdruck

$$\varphi_z - \varphi_c = G_z - G_c$$

in  $G_z$  resp.  $G_c$  die Arbeiten bedeuten, welche geleistet werden müssen, um die Elektricitätsmenge eins aus einer gegen die Molekularkräfte des Metalls  $z$  oder  $c$  in die Entfernung durch die Anziehungen des Metalls  $z$  oder  $c$  in die Entfernung übergeht.  $G_z$  oder  $G_c$  nennt v. Helmholtz die galvanischen Werte der Metalle.

1) v. Helmholtz, Wiedem. Ann. Bd. XI. S. 747 ff.

Von Helmholtz betrachtet nun zunächst die Strombildung in einer Flüssigkeit, welche in einem Stromkreise sich befindet, in welchem eine elektromotorische Kraft  $A$  vorhanden ist.

In den Elektrolyten ist, wie wir sahen, mit jedem Kation des elektrochemischen Moleküls das gleiche Quantum, v. Helmholtz nennt es ein Äquivalent, positiver, mit jedem Anion ein Äquivalent negativer Elektrizität verbunden. Jede Bewegung von Elektrizität in der Flüssigkeit geschieht nur in der Weise, daß die Elektrizität haftend an ihren Ionen sich fortbewegt. Da die schwächsten verteilenden elektrischen Anziehungskräfte ebenso vollständiges Gleichgewicht der Elektrizität im Innern der elektrolytischen Flüssigkeiten erzeugen, wie in Metallen, wie aus den Erscheinungen der Polarisation bei kleinen elektromotorischen Kräften folgt, wenn keine Konvektion stattfindet, so ist anzunehmen, daß der freien Bewegung der positiv und negativ geladenen Ionen keine andern (chemischen) Kräfte entgegenstehen als allein ihre elektrischen Anziehungs- und Abstofsungskräfte. Mit positiver Elektrizität geladene Wasserstoffatome, die sich an einer Seite der Flüssigkeit angesammelt haben, der ein negativ geladener elektrischer Leiter genähert wird, sind also nicht als freier Wasserstoff aufzufassen, sondern noch als chemisch gebundener. In der That werden sie, so wie der negative Leiter entfernt wird, sich eine merkliche Arbeitsleistung wieder mit den Sauerstoffatomen, welche die Träger der entsprechenden Äquivalente negativer Elektrizität sind, verbinden.

Damit eine Anzahl positiver Ionen elektrisch neutral und chemisch unverbunden abgeschieden werden, müssen die halben Äquivalente positiver Elektrizität abgegeben und dafür gleiche Mengen negativer Elektrizität aufgenommen werden. Dieser Vorgang konstituiert die definitive Trennung der vorher bestandenen chemischen Verbindung und ist mit großem Arbeitsaufwand verbunden.

Ist die elektrolytische Flüssigkeit in Berührung mit zwei Elektroden von ungleicher elektrischer Potentialfunktion, so tritt zunächst Ansammlung von positiven Ionen an der negativen Platte, von negativen an der positiven Platte ein, bis im Innern der Flüssigkeit die Potentialfunktion einen konstanten Wert erreicht hat. Wenn sich positiv beladene Atome an der äußern Seite der negativen Elektrodenfläche, also an der Kathode ansammeln, werden an der innern Seite die entsprechenden Quanten negativer Elektrizität herangezogen und es wird sich eine elektrische Doppelschicht ausbilden müssen, auf welcher die Differenz der Potentialfunktion so lange zunimmt, bis die an den beiden Elektroden gebildeten Doppelschichten ausreichen, den zwischen ihnen durch die elektromotorische Kraft der Kette bedingten Sprung des Potentialwertes hervorzubringen. Der Abstand der Doppelschichten ist zwar sehr klein aber nicht unendlich klein, wie man hier ohne weiteres erkennt, da die eine elektrische Schicht durch die Atome der Flüssigkeitsmoleküle gebildet wird. Die Doppelschicht bildet deshalb einen Kondensator von außerordentlich großer Kapazität. So lange keinerlei chemische Prozesse die Menge der angesammelten Elektrizitäten verändern, ist die Potentialfunktion in der Flüssigkeit dadurch bestimmt, daß die gleichen Mengen von  $+E$  und  $-$  gebunden an ihre Ionen sich an beiden Elektroden angesammelt

zeichnen wir mit  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  die Potentialfunktionen in den Elektroden,  $\varphi_0$  in der Flüssigkeit, mit  $C_1$  und  $C_2$  die Kapazitäten der als Kondensatoren gedachten Doppelschichten, und nehmen wir an, daß an der Elektrode vom Potentialwerte  $\varphi_1$  sich negative Elektrizität sammelt, so folgt man unmittelbar aus der Theorie des Kondensators (§. 41)

$$-E = C_1(\varphi_0 - \varphi_1) \quad E = C_2(\varphi_0 - \varphi_2) \quad (1)$$

Sind  $G_1$  und  $G_2$  die galvanischen Werte der Elektrodenmetalle, so ist

$$\varphi_1 - G_1 - (\varphi_2 - G_2) = A \quad (1a)$$

weil der elektromotorischen Kraft der Kette, denn es fließt so lange Elektrizität von der Kette in die Elektroden, bis die elektrische Differenz der Elektroden der elektromotorischen Kraft der Kette gleich geworden ist. Daß diese elektrische Differenz der Elektroden durch die linke Seite der letzten Gleichung dargestellt wird, erkennt man daraus, daß wenn

$$\varphi_1 - \varphi_2 = G_1 - G_2,$$

zwischen den Elektroden nach dem Spannungsgesetz Gleichgewicht ist. Durch die Gleichungen (1) und (1a) sind die Werte von  $E$ ,  $\varphi_1 - \varphi_0$  und  $\varphi_0 - \varphi_2$  bestimmt, welche dem elektrischen Gleichgewichtszustande in der Zersetzungszelle entsprechen. Dieser Gleichgewichtszustand besteht so lange, als nicht Prozesse eintreten, welche einen Teil der Elektrizität, welche in den Grenzschichten der Flüssigkeiten angesammelt sind, beseitigen.

Ein derartiger Prozeß ist die elektrolytische Abscheidung der Ionen in den Elektroden, wobei dieselben elektrisch neutral werden, indem die an jeder Elektrode abgeschiedenen Ionen die Hälfte ihrer Elektrizität an die Elektrode abgeben und dafür die gleiche Menge entgegengesetzter Elektrizität aufnehmen. Damit diese elektrolytische Abscheidung der Ionen eintreten kann muß molekulare Arbeit geleistet werden, indem an der Kathode die negative Elektrizität des Anions losgelöst und außerdem die nötige Änderung des Aggregatzustandes oder die Auflösung bewirkt werden muß. Diese Arbeit kann in dem jetzt betrachteten Fall nur durch die Arbeit der Elektrizität geleistet werden, die dadurch erhalten wird, daß an der Anode aus derselben positive Elektrizität von dem höhern Niveau in der Anode auf das Potentialniveau an der Grenze zwischen Flüssigkeit und Anode hinabsinkt. Die Arbeit kann somit erst geleistet werden, wenn die Niveaudifferenz in der Grenze so groß ist, daß durch das Hinabsinken der Einheit der positiven Elektrizität die zur Abscheidung der gleichen Menge negativer Elektrizität von den Ionen erforderliche Arbeit geliefert wird. Sei die erforderliche Arbeit  $K_1$ . Dazu ist zunächst notwendig, daß die elektromotorische Kraft  $A$  der Kette größer ist, als dem vorhin betrachteten Gleichgewichtszustande entspricht; ist das der Fall, so steigt die Potentialfunktion  $\varphi_1$  in der Anode. Tritt die Abscheidung der Ionen ein, so ändert sich gleichzeitig die Potentialfunktion an der Grenze der Flüssigkeit und Anode, sie werde  $\varphi_{01}$ . Die Arbeit, welche die Elektrizität an der Anode für die Einheit der positiven Elektrizität leistet, ist nach §. 93

$$\varphi_1 - G_1 - \varphi_{01}$$

Die Bedingung, daß die zur Entstehung des Stromes erforderliche Arbeit an der Anode geleistet werden kann, ist demnach

$$\varphi_1 - G_1 - \varphi_{0,1} - K_1 = 0; \quad \varphi_1 - G_1 - \varphi_{0,1} = K_1.$$

Soll der Strom zustande kommen, so muß an der Kathode der Vorgang eintreten, es muß dort die positive Elektrizität der Kathode abgeschieden werden und in die Elektrode übertreten. Letzteres entspricht hier der gewonnenen Arbeit; nennen wir die für die Einheit der Elektrode erforderliche molekulare Arbeit hier  $K_2$ , das Potentialniveau in der Elektrode  $\varphi_2$ , an der Grenze zwischen Flüssigkeit und Anode  $\varphi_{0,2}$ , so muß

$$\varphi_{0,2} - (\varphi_2 - G_2) = K_2$$

sein. An beiden Elektroden bleibt dieser Zustand während der Existenz des Stromes bestehen, denn welchen Wert auch die elektromotorische Kraft hat, die Potentialdifferenzen können nicht größer werden, da wenn durch die letzten Gleichungen charakterisierter Zustand erreicht ist, ankommende Elektrizität sofort unter Leistung der entsprechenden Arbeit übergeht. Die Summe der Arbeiten ist somit während der ganzen Existenz des Stromes für die Einheit der Elektrizität

$$\varphi_1 - G_1 - \varphi_{0,1} - \varphi_2 + G_2 + \varphi_{0,2} = (K_1 + K_2).$$

Nennen wir jetzt  $J$  die Stärke des durch unsern Stromkreis fließenden Stromes,  $W$  den Widerstand des Kreises außerhalb der Flüssigkeitszelle,  $w$  den Widerstand in der Flüssigkeit, so ist nach den eben gemachten Bemerkungen und der Gleichung (1a) gemäß dem Ohmschen Gesetz

$$A - \{(\varphi_1 - G_1) - (\varphi_2 - G_2)\} = JW$$

und in der Flüssigkeitszelle

$$\varphi_{0,1} - \varphi_{0,2} = Jw.$$

Die Summe beider Ausdrücke liefert

$$A - \{(\varphi_1 - G_1 - \varphi_{0,1}) - (\varphi_2 - G_2 - \varphi_{0,2})\} = J(W + w)$$

oder

$$A - (K_1 + K_2) = J(W + w) = E$$

oder die elektromotorische Kraft des Stromes, welche in dem Stromkreis zirkuliert, ist gleich der elektromotorischen Kraft der Kette weniger der Summe der für die Einheit der Elektrizität an jeder der beiden Elektroden erforderlichen Arbeit. Letztere repräsentiert die elektromotorische Kraft des Polarisationsstromes.

Letztere Gleichung schließt sofort die Theorie der konstanten Ketten ein. Werden auch ohne eine außer der Flüssigkeitszelle vorhandene elektromotorische Kraft, also bei offener Kette, die Potentialdifferenzen an den Grenzen der Flüssigkeiten und der Elektroden solche, daß für die Einleitung der chemischen Prozesse erforderliche Zustand erreicht wird, so wird durch die Verbindung der Elektroden dieser Zustand gestört, indem die molekulare Arbeit diesen Zustand wieder herstellen will, und dieselbe den Strom. Dabei muß elektrische Arbeit geleistet, also die molekularen Vorgänge Arbeit gewonnen werden. Das ist der Fall bei konstanten Ketten der Fall. Wir wissen z. B. bei der Daniell-



Es wenn wir den Wert der Potentialfunktion am Zink gleich  $\varphi_z$  setzen, an der Schwefelsäure am Zink  $\varphi_{0z}$ , daß letztere einen erheblich höhern Wert hat als erstere, wir erinnern an die Versuche von Kohlrausch (§. 79), welche diese direkt gemessen haben. Ist die durch die molekularen Vorgänge am Zink für die Einheit der abgeschiedenen Elektrizität disponible Arbeit  $K_z$ , so muß

$$\varphi_{0z} - \varphi_z + G_z = K_z$$

sein, da die Elektrizität hier aus dem Zink in das höhere Niveau gehoben werden muß. In der Flüssigkeit sinkt das Niveau bis  $\varphi_{0c}$  an der Grenze von Flüssigkeit und Kupfer und fällt im Kupfer auf  $\varphi_c$ , welches aber höher ist als  $\varphi_z$ . Dort wird also elektrische Arbeit gewonnen und dadurch die molekulare Arbeit geleistet, es ist

$$\varphi_{0c} - \varphi_c + G_c = K_c,$$

wenn wir die betreffenden Größen am Kupfer mit dem Index  $c$  bezeichnen. Für den Schließungsbogen des Elements ist dann, wenn wir mit  $J$  die Stromstärke, mit  $W$  den Widerstand des Schließungsbogens bezeichnen,

$$\varphi_c - G_c - \varphi_z + G_z = JW;$$

die Flüssigkeit ist, wenn  $w$  deren Widerstand ist,

$$\varphi_{0z} - \varphi_{0c} = Jw,$$

mit

$$\varphi_{0z} - \varphi_z + G_z - (\varphi_{0c} - \varphi_c + G_c) = J(W + w)$$

er

$$K_z - K_c = E$$

daß die elektromotorische Kraft ist gleich dem durch die molekularen Vorgänge disponibeln Arbeitsvorrat.

Die hier dargelegte Anschauung der Strombildung giebt in kurzen Zügen die eine der herrschenden und wohl jetzt ziemlich allgemein angenommenen Theorien des Galvanismus, der sogenannten Kontakttheorie, wir können dieselben kurz darin zusammenfassen, daß durch die Berührung verschiedener Stoffe in denselben eine Differenz der elektrischen Potentialniveaus eintritt. Wird dadurch in einem geschlossenen Kreise eine Differenz der Niveaus in einem und demselben Körper hervorgebracht und durch Arbeit der Wärme oder Molekulararbeit dauernd in dieser Verschiedenheit gehalten, so entsteht ein dauernder, konstanter elektrischer Strom<sup>1)</sup>.

Gegen diese Theorie traten aber schon frühe namhafte Physiker auf,

1) Es wird überflüssig sein, die ausgedehnte Zahl von Arbeiten hier anzuführen, welche eine Begründung der Kontakttheorie und Verteidigung derselben gegen die chemische Theorie zum Zweck haben, da dieselben jetzt nur mehr ein historisches Interesse haben, seitdem infolge der Erkenntnis des Principes der Erhaltung der Arbeit über das die Ausbildung des Stromes Bedingende kein Zweifel mehr möglich ist; wir erwähnen deshalb von ältern Werken nur *Poggend. Ann.* Bd. XLII, die vielfachen Arbeiten *Poggendorffs* gegen *de la Rive*, *Poggend. Ann.* Bd. LVI und LXII, und *Doetsch* Repert. Bd. VIII, die Zusammenstellung von *Beetz* über die verschiedenen Theorien und *Voltas* Funkenkreisversuch. Man sehe ferner *Wiedemann*, Elektrizitätslehre Bd. II.



sobald die chemischen Wirkungen der Säule bekannt und näher untersucht wurden, man glaubte, daß nur durch chemische Aktion Elektrizität erzeugt werden könne, nicht durch den Kontakt. Wollaston<sup>1)</sup> war wohl einer der Ersten, welcher die Ansicht aussprach, daß in der Voltaschen Säule die Oxydation des Zinks es sei, welche die Elektrizität erzeuge, indem das Zink durch dieselbe negativ elektrisch werde, eine Ansicht, welche später Parrot<sup>2)</sup> theoretisch begründete.

Die erste vollständig ausgebildete chemische Theorie des Galvanismus ist wohl diejenige von De la Rive<sup>3)</sup>. Er glaubt, daß jede mechanische Aktion (Reibung), physische Aktion (Wärme in den Thermostaten) und chemische Aktion Elektrizität erzeuge; die Elektrizitätsquelle, welche die Anhänger der vorher dargelegten Theorie im Kontakt suchen, soll die chemische Aktion zwischen den festen und flüssigen Leitern oder zwischen den flüssigen Leitern sein.

De la Rive selbst faßt seine Hypothese in folgenden Sätzen zusammen:

1) Wenn zwei heterogene, sich berührende Körper in ein Liquidum oder ein Gas gebracht sind, welches auf beide oder auch bloß auf einen von ihnen eine chemische Wirkung ausübt, so findet Elektrizitätsentwicklung statt.

2) Wenn die beiden sich berührenden Körper abseits des Gases oder Liquidums, in welches sie gebracht sind, keine chemische Einwirkung erfahren, so findet keine Elektrizitätsentwicklung statt, wenigstens dann nicht, wenn keine Wärmewirkung oder mechanische Wirkung stattfindet.

3) Die durch die chemische Wirkung erregte Elektrizität hat keineswegs in allen Fällen und unter allen Gestalten eine der Lebhaftigkeit dieser chemischen Wirkung proportionale Intensität, vielmehr ändern vorzüglich zwei Umstände diese Intensität ab, nämlich die unmittelbare, mehr oder weniger beträchtliche Wiedervereinigung der beiden elektrischen Principien und die eigenthümliche Natur der die Elektrizität erregenden chemischen Wirkung.

Der chemisch angegriffene Körper wird dabei negativ elektrisch, der angreifende positiv.

In welcher Weise De la Rive dabei die Voltaschen Fundamentalversuche erklärt, haben wir bei der Besprechung derselben angedeutet.

In ähnlicher Weise erklärt de la Rive die elektrischen Erscheinungen in der Säule oder in galvanischen Elementen; das von der Flüssigkeit am stärksten angegriffene Metall wird am stärksten negativ, also bei Kupfer-Zink das Zink.

Es kann hier nicht unsere Aufgabe sein, die vielfachen Widersprüche nachzuweisen, welche diese Anschauung mit den Erfahrungen darbietet; wir verweisen nur auf die vielfachen in diesem Abschnitte mitgetheilten Thatsachen, in denen eine Elektrizitätserregung ohne vorhergehende chemische Aktion gezeigt ist, wie z. B. daß man in der Daniellschen Kette

1) Wollaston. Man sehe *Becquerel*, *Traité de l'électricité* T. II. p. 118.

2) Parrot. Man sehe *Gehlers Wörterb.* Art. Galvanismus.

3) De la Rive, *Recherches sur la cause de l'électricité voltaïque*. *Compt. Rend. Poggend. Ann.* Bd. XV, XXXVII, XL; seine Sätze finden sich Poggend. Bd. XL.

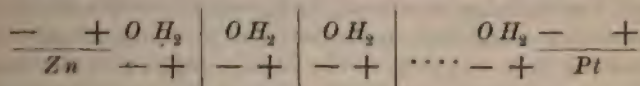
Schwefelsäure durch ganz neutrales schwefelsaures Zinkoxyd oder schwefel-  
saure Magnesia oder andere neutrale Salzlösungen ersetzen kann, und beson-  
ders auf die Unhaltbarkeit in der Erklärung des Voltaschen Fundamental-  
versuches.

Der Theorie von De la Rive haben sich mit mehr oder weniger großen  
Modifikationen vorzüglich die englischen Physiker, so Faraday, und viele  
französische Physiker angeschlossen<sup>1)</sup>.

Diesen beiden Theorien gegenüber ist noch eine dritte, die von  
Schönbein zu erwähnen<sup>2)</sup>. Schönbein verwirft die Kontakttheorie ebenfalls,  
nimmt nur Elektricitätsentwicklung zwischen Metallen und Elektro-  
lyten, oder überhaupt zwischen Körpern an, von denen wenigstens der eine  
misch zusammengesetzt sein muß. Er nimmt zwischen diesen Stoffen  
chemische Anziehungen an, wenn auch keine wirkliche Änderung ihrer  
Zusammensetzung eintritt. Es läßt sich, sagt er, als chemisches Axiom  
stellen, daß so oft verschiedenartige Materien in Kontakt kommen, auch  
zwischen denselben chemische, je nach der Beschaffenheit der sich berührenden  
Körper mehr oder weniger intensive Anziehungskräfte ins Spiel kommen,  
wobei letztere irgend eine chemische Trennung oder Verbindung hervor-  
rufen oder nicht.

Diese Anziehungskräfte sind die eigentlichen elektromotorischen  
Kräfte; in welcher Weise, das möge folgendes Beispiel zeigen.

Tauchen wir chemisch reines Zink in Wasser, so zieht dieses vermöge  
der eben angeführten Kraft den negativen Sauerstoff an, und infolgedessen  
zerfallen sich die Moleküle des Wassers wie bei der Elektrolyse.



Die negative Elektricität des Sauerstoffs influenziert das Zink und  
wirkt, daß das in das Wasser tauchende Ende positiv, das außer dem  
Wasser befindliche Ende negativ elektrisch wird. Taucht man nun in das  
Wasser irgendwo ein Metall, welches weniger stark den Sauerstoff anzieht  
als das Zink, oder ganz indifferent gegen denselben ist, so wird an diesem  
Metall positiv elektrische Wasserstoff anliegen; dieser wird das Metall eben-  
falls influenzieren, die negative Elektricität desselben anziehen und an der  
Berührungsstelle festhalten, während die Influenzelektricität zweiter Art, also  
positive, sich zu dem außerhalb des Wassers befindlichen Ende begiebt.

Bleibt die Kette offen, so tritt ein Zustand des elektrischen Gleich-  
gewichts ein, bei welchem die Pole *Zn* negativ, *Pt* positiv elektrisch sind.  
Werden aber jetzt die Pole metallisch verbunden, so vereint sich die posi-

1) Faraday, Experimental researches. VIII. Reihe. Poggend. Ann. Bd. XV; XVI und XVII. Reihe. Poggend. Ann. Bd. LII und LIII. Man sehe auch Becquerel, Traité de l'électr. T. I und VI, auch Becquerel und E. Becquerel, Atlas de l'électr. (en 3 vol.). Paris 1855. T. I. Neuerdings ist diese Theorie von Fr. Exner wieder aufgenommen in einer Anzahl Abhandlungen in den Berichten der Wiener Akademie. Man sehe Wiedem. Ann. Bd. V, Bd. VI, Bd. IX, X, Bd. XI, Bd. XII, Bd. XV. Auf die Arbeiten Exners kommen wir im letzten Kapitel noch zurück.

2) Schönbein, Beiträge zur physik. Chemie. Basel 1844. Poggend. Ann. XLIII, XLIV und LXXVIII.

tive Elektricität des Poles *Pt* mit der negativen des Zinkpols, ferner die positive Elektricität des in das Wasser tauchenden Zinkendes mit der negativen des anliegenden Sauerstoffes, indem zugleich der Sauerstoff mit dem Zink sich zu Zinkoxyd verbindet. Wie bei der Elektrolyse verbinden sich dann die Wasserstoffatome des ersten Wassermoleküles mit dem Sauerstoffatom des zweiten und so fort durch die ganze Flüssigkeit, während die letzten Wasserstoffatome ihre positive Elektricität mit der negativen des Platins verbinden und unelektrisch frei werden. Der chemische Prozeß tritt also erst infolge des Stromes ein, welcher selbst durch die chemischen Anziehungen erregt wird.

Die Theorie Schönbeins unterscheidet sich demnach von der Kontakttheorie eigentlich nur dadurch, daß er die Elektricitäts-erregung bei der Berührung chemisch indifferenten Körper leugnet und an Stelle der unbestimmten Bezeichnung Kontaktkraft, oder bei dem Kontakte auftretende Kraft ganz bestimmte chemische Anziehungskräfte setzt.

Manche Erscheinungen lassen sich allerdings hiernach sofort verstehen, so z. B. die so stark negative Stellung der Superoxyde in der Spannungsreihe. Steht sich dann ein Superoxyd und ein oxydierbares Metall im Wasser gegenüber, so zieht nicht nur das positive Metall den Sauerstoff des Wassers an, sondern auch der aktive Sauerstoff des negativen Superoxyds den Wasserstoff, und die Richtung der Moleküle muß sehr viel vollständiger sein, als wenn dem positiven Metall ein anderes Metall gegenübersteht.

Es läßt sich nicht leugnen, daß die Theorie von Schönbein, welche an die Stelle des immerhin unbestimmten Begriffes der Kontaktkraft eine bestimmt definierbare chemische Anziehungskraft setzt, etwas sehr Verlockendes hat, und daß wir in Fällen, wo es nicht gelingen will, die chemischen Anziehungen zu erkennen, gewiß mit Wiedemann sagen können, daß wir dieselben noch nicht zu übersehen imstande sind.

Indes scheint mir doch einerseits die Natur dieser chemischen Anziehungskraft nicht viel bestimmter als die unbestimmte Kraft beim Kontakte, und andererseits erfordert diese Theorie für die bei dem Metallkontakte beobachteten Elektricitäten eine so gezwungene Erklärung, daß es nicht möglich scheint, an Stelle der Kontaktkraft die Schönbeinsche Ansicht zu setzen.

Es genügt an diesen wenigen Bemerkungen über die streitigen Theorien, sie vollständig darzulegen und gegen einander abzuwägen, das ist hier unmöglich, da wohl über keinen anderen Punkt der Physik eine so große Litteratur existiert.

Wir bemerken noch, daß es sich eigentlich nur noch um die Frage handeln kann, wodurch entstehen die Potentialdifferenzen, sei es bei der Berührung zweier Metalle, sei es bei der Berührung irgend zweier Körper, welche die den Strom erzeugenden molekularen Arbeiten veranlassen. Daß der Strom selbst nur Folge dieser Arbeiten ist, unterliegt keinem Zweifel mehr, da kann es sich nur fragen, ob die ganze bei den Molekulararbeiten frei gewordene Energie in Strom umgesetzt wird, oder, wie Braun (§. 92) annimmt, nur ein Teil derselben. Auf diese Frage kommen wir am Schluß des Werkes nochmals zurück.

## Vierter Abschnitt.

### Die Wirkungen des Stromes aufserhalb des Stromkreises.

#### Erstes Kapitel.

#### Elektrodynamik.

##### §. 114.

**Anziehung und Abstossung zweier galvanischer Ströme.** Im Jahre 1820 machte Oersted in Kopenhagen zuerst die Beobachtung<sup>1)</sup>, daß wenn ein starker Strom in der Nähe einer im magnetischen Meridiane befindlichen Magnetnadel vorübergeführt wurde, die Nadel dadurch aus ihrer Lage abgelenkt wurde. Wurde der Strom über oder unter der Nadel her oder um sie herumgeführt, so wurde die Nadel stets aus dem Meridiane gelenkt und fast senkrecht zur Richtung des Stromes gestellt. Die Ablenkung war verschieden, je nachdem ein und derselbe Strom über oder unter der Nadel floss, oder je nachdem der über der Nadel fließende Strom von Süden nach Norden oder von Norden nach Süden sich bewegte; ein über der Nadel nach Norden fließender Strom lenkt dieselbe ebenso ab, wie ein unter der Nadel nach Süden fließender. Oersted gab als Regel zur Bestimmung der Ablenkung an, daß derjenige Pol, über welchem der positive Strom eintritt, nach Westen, derjenige, unter welchem derselbe austritt, nach Osten abgelenkt wird.

Von Ampère<sup>2)</sup> wurde die Regel dann in die Form gebracht, welche wir früher schon angegeben haben; denkt man sich in der Richtung des Stromes der Nadel vorübergeführten positiven Stromes schwimmend, das Gesicht der Nadel zugewandt, den Kopf nach vorn, so wird stets der Nordpol zur Rechten abgelenkt.

Die Beobachtung von Oersted brachte Ampère auf die Vermutung, daß eine innige Beziehung zwischen den galvanischen Strömen und dem Magnetismus existiere, und er sah voraus, daß ähnliche mechanische Wechsel-

1) *Oersted*, *Experimenta circa efficaciam conflictus electrici in acum magneticum*. Copenhagen 1820. *Gilberts Annalen* Bd. LXVI.

2) *Ampère*, *Annales de chim. et de phys.* T. XV. *Gilberts Ann.* Bd. LXVII.

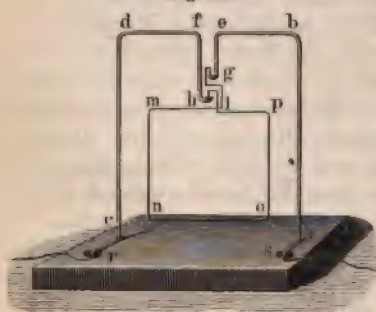


wirkungen, wie zwischen Strömen und Magneten, so auch zwischen zwei galvanischen Strömen vorhanden seien. Auf diese Weise durch die Beobachtung Oersted's angeregt, wurde Ampère nicht allein der Begründer einer neuen Theorie des Magnetismus, sondern er entdeckte auch eine neue Gruppe von Erscheinungen, welche selbst die Grundlage aller jetzt Entdeckungen wurden, die wir jetzt noch zu betrachten haben, des Elektromagnetismus und der Induktion, der ganzen Gruppe von Erscheinungen, welche man unter dem Namen Fernwirkungen des galvanischen Stromes zusammenfaßt.

Wir werden daher berechtigt sein, nicht die der Zeit nach frühere Entdeckung der Wechselwirkung zwischen Strom und Magnete, sondern die mechanischen Wirkungen galvanischer Ströme auf einander an die Spitze dieser Fernwirkungen zu setzen. Bei der Behandlung dieser Erscheinungen werden wir vollständig dem Gange von Ampères Untersuchungen folgen, da diese zugleich ein Muster der naturwissenschaftlichen Methode sind; er beginnt mit einer genauen experimentellen Untersuchung, leitet daraus die Gesetze der Wechselwirkungen ab und gründet dann auf diese die Theorie der elektrodynamischen Erscheinungen.

Zur Untersuchung der mechanischen Wechselwirkungen zweier Ströme muß man bewegliche und feste Ströme auf einander wirken lassen können. Ampère konstruierte deshalb zunächst einen Apparat<sup>1)</sup>, an welchem er Ströme möglichst beweglich aufhängen konnte.

Fig. 195.



Die erste Einrichtung Ampères, wenn auch in etwas anderer Form, zeigt Fig. 195. Auf einem horizontalen Fußbrett von etwa 30 cm im Quadrat sind vertikal zwei Drähte *ab* und *cd* aufgestellt, welche oben horizontal umgebogen *be* und *df*, und dann noch einmal vertikal herabgebogen sind *eg* und *fh*. Die Drähte haben eine Höhe von etwa 40 cm. Sie tragen an den oberen herabgebogenen Enden die Näpfehen *d* und *h*, welche genau vertikal unter einander sich befinden. Das untere der beiden Näpfehen hat auf seinem Boden

eine Achatplatte, die beiden Näpfehen werden mit Quecksilber gefüllt. Die unteren Enden der Drähte *a* und *c* stehen mit den Quecksilbernäpfehen *r* und *s* in Verbindung.

In den Näpfehen *g* und *h* werden die Spitzen rechteckig geformter Stromleiter *glnmnoh* hineingehängt; die Spitzen sind von hartem Stahl, und nur die untere steht auf dem Boden des Schälchens, also auf der Achatplatte, die obere taucht nur eben in das Quecksilber des Schälchens *g*.

1) *Ampère*, Annales de chim. et de phys. T. XVIII. Description d'un appareil électrodynamique. Paris 1826. Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'expérience dans lequel se trouvent réunis les mémoires que M. Ampère a communiqués à l'Académie royale des sciences dans les séances des 4. et 26. déc. 1820, 10. juin 1822, 22. déc. 1823, 12. sept. et 21. nov. 1825.



Dieser Apparat kann nur für wenige Versuche dienen, es kann nur die Einwirkung der in den Drähten *ab*, *cd* fließenden Ströme auf die in den vertikalen Theilen des Rechtecks *lmnop* fließenden Ströme untersucht werden, und zwar muß für jeden Fall besonderer Stromleiter benutzt werden. Gemeiner ist der Apparat Fig. 196 zu wenden. Um den einen senkrecht aufsteigenden Draht, welcher gut mit Seide umspunnen und gefirnisset ist, ist ein zweiter ebenfalls überspannener und gefirnisseter Draht spiralförmig gewickelt; die beiden Drähte endigen oben wieder genau vertikal unter einander bei den beiden Quecksilbernäpfchen *g* und *h*, die ebenso eingerichtet sind wie die in Fig. 195. Die beiden Drähte gehen unten mit den Quecksilbernäpfchen *s* und *r* in Verbindung. In die Näpfchen *s* und *r* werden wie in dem eben beschriebenen Apparat die Spitzen des fleckig geformten Stromleiters wie Fig. 195, oder von der Form *molpqkg* Fig. 196 gehängt.

Eine kleine Veränderung dieses Apparates ist die, daß man anstatt des einen spiralförmig gewundenen Drahtes eine hohle Säule von Kupfer anwendet, von welcher oben ein horizontaler Arm von Kupfer ausgeht, an dem das Näpfchen *h* hängt ist. In der Axe dieser Säule und derselben isoliert steigt der zweite Draht auf, welcher oben horizontal umgeben ist, und dessen Ende das Näpfchen *g* trägt.

Bei dem zuletzt beschriebenen Apparat ist noch der eine Übelstand, daß die Stromleitern keine vollständige Ummantelung gestattet ist. Dieser Übelstand wird fort bei dem Apparate von Sturgeon<sup>1)</sup> Fig. 197; derselbe läßt die eben beschriebene hohle Säule in Quecksilbernäpfchen liegen. Auf einem Fußbrette sind die beiden Klemmschrauben *A* und *B* befestigt; Klemmschraube *A* ist durch einen

von dem Brette geführten Draht mit dem in der Axe der hohlen Säule steigenden Drahte *CE* in Verbindung. Der Draht *CE* endigt oben in einem eisernen Quecksilbernäpfchen *E*. Die Klemmschraube *B* ist durch den Draht *BH* mit der metallischen Säule *H* in Verbindung. Auf dieser Säule liegt oben eine Röhre von Kupfer *GF*, welche man durch die Schraube *G*

Fig. 196.

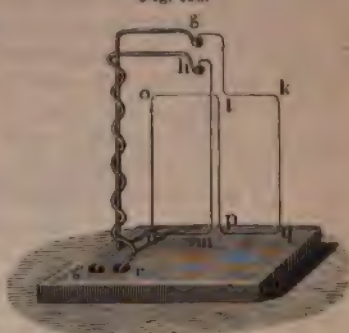
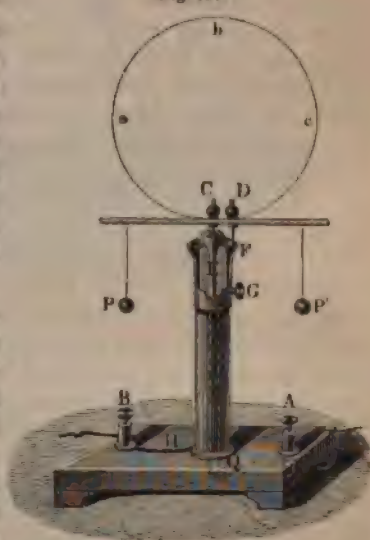


Fig. 197.



1) Sturgeon, *Annals of Electricity* T. VIII. p. 377. Mai 1842.

in verschiedener Höhe festklemmen kann, und welche oben in einem ringförmigen Gefäß von Eisen endigt. Die beiden von einander isolierten Gefäße  $E$  und  $F$  sind mit Quecksilber gefüllt.

In die Quecksilbernäpfechen tauchen nun wieder die Spitzen irgendwiederrechtig oder kreisförmig geformter Leiter; dieselben ruhen auf der in das mittlere Gefäß tauchenden Stahlspitze, welche ebenfalls auf Achat steht während die in das ringförmige Gefäß tauchende Spitze nur eben unter Quecksilber taucht. An dem unteren horizontalen Teile der Leiter, oder an einem leichten Holzstäbchen sind zu beiden Seiten Gewichte  $PP'$  angehängt, welche bewirken, daß der Schwerpunkt des beweglichen Leiters in die Axe des Apparates eben unter die Spitze  $C$  fällt. Der bewegliche Leiter ist also im stabilen Gleichgewicht, kann aber mit der größten Leichtigkeit um die vertikale Axe des Apparates gedreht werden.

Wenn man nun bei dem Apparate Fig. 196 oder 197 einen einfachen rechteckigen oder kreisförmigen Leiter anwendet, und in die Quecksilbernäpfechen  $r$ ,  $s$ , oder die Klemmschrauben  $A$ ,  $B$  die Zuleitungsdrähte eines Stromes bringt, so steigt z. B. von  $A$  durch die Axe der Strom auf, tritt dann in die Spitze  $C$  über, fließt von  $C$  nach  $a$ , steigt nach  $b$  auf, fließt über  $c$  nach  $D$  und kehrt durch die Säule  $H$  über  $B$  nach der Batterie zurück. Ist ein solcher Apparat sich selbst überlassen, so nimmt die Ebene des Stromleiters allmählich eine bestimmte Richtung an; sie stellt sich senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridians. Daß diese Richtung nicht durch den in der Säule auf- und absteigenden Strom bedingt ist, davon kann man sich leicht mit dem Apparate Fig. 196 überzeugen, denn wie auch die auf- und absteigenden Drähte gestellt sind, immer stellt sich die Ebene des Stromleiters senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridians und so, daß der Strom an der Ostseite des Meridians aufsteigt und an der Westseite absteigt.

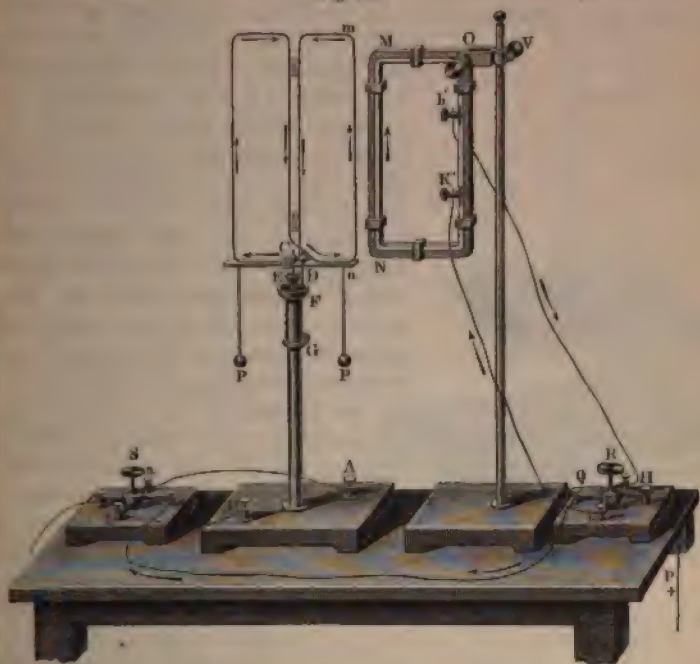
Wir werden diese Bewegung später ins Auge fassen; jetzt sei nur erwähnt, daß diese Richtkraft des sich selbst überlassenen Stromes so schwach ist, daß die Bewegungen, welche wir zunächst untersuchen werden, nicht oder kaum merkbar dadurch gestört werden. Man kann indes diese Bewegung durch Benutzung sogenannter astatischer Leiter, welche gar keine Richtkraft haben, ganz vermeiden. Einen solchen astatischen Leiter zeigt Fig. 196; er besteht aus einem doppelten Rechteck, welches so gebogen ist, daß der Strom in den beiden äußeren Drähten  $no$  und  $qk$  zugleich aufsteigt oder absteigt, und ebenso in den beiden mittleren Drähten eine gleiche, derjenigen in den äußeren entgegengesetzte Richtung hat. Wie man sieht, ist für jedes der beiden Rechtecke die Richtkraft eine andere, so daß das eine immer gerade entgegengesetzt gerichtet wird als das andere; das System ist deshalb in jeder Lage im Gleichgewicht.

Um nun auf diese beweglichen Stromleiter andere feste wirken zu lassen, werden neben denselben solche aufgestellt; sehr bequem zu diesen Versuchen ist die Einrichtung Fig. 198. Auf einen rechteckigen Rahmen von trockenem Holze  $OMN$  ist ein Kupferdraht in mehreren Windungen gewunden; seine Enden sind mit den Klemmschrauben  $h'$  und  $k'$  verbunden. Dieser Rahmen kann an einer Säule in beliebiger Höhe festgeklemmt und nach allen Azimuthen gerichtet werden; in dem Gelenke  $O$  kann er in einer vertikalen Ebene gedreht werden, so daß die Seite  $MN$  des Rechteckes

kal steht, wie in der Zeichnung, oder auch horizontal gestellt werden

Um in dem beweglichen und festen Leiter die Richtung der Ströme beliebig wechseln zu können, sind die Zuleitungsdrähte zu beiden durch Kommutatoren *R* und *S* geführt; die Einrichtung der in der Zeichnung dargestellten ist derjenigen in Fig. 189 ganz gleich; durch Drehung der Kommutatoren *R* und *S* um  $90^\circ$  wird der betreffende Strom umgekehrt, wie sich unmittelbar aus der Verbindung der Drähte (Fig. 198) ergibt. In

Fig. 198.



dargestellten Lage kommt bei dem Kommutator *R* der Strom von *P*, durch das Metall der Axe zur Klemmschraube *K*, steigt von da zu auf, durchläuft die Windungen des Kupferdrahtes, steigt von *h'* herab *H* und geht durch den zweiten Metallstreifen der Axe des Kommutators nach *Q*. Dreht man die Axe um  $90^\circ$ , so sind *P* und *H* einerseits, und *Q* andererseits direkt verbunden, der Strom hat demnach die umkehrte Richtung in dem Rechtecke.

Von *Q* läuft man dann den Strom direkt in den zweiten Kommutator *S*, so daß ein und derselbe Strom den beweglichen und den festen Leiter durchströmt. Mit 3 — 5 Bunsenschen oder Groveschen Elementen lassen sich sämtliche Versuche anstellen.

Die in Fig. 198 dargestellte Anordnung dient sofort dazu, die erste (Ampère<sup>1)</sup>) beobachtete mechanische Wechselwirkung zwischen zwei

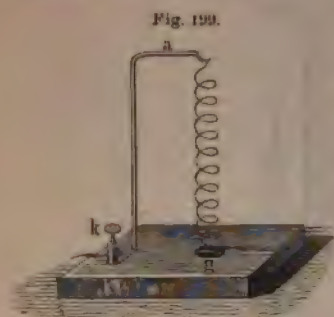
<sup>1) Ampère, Annales de chim. et de phys. T. XV. und Mémoire sur la force etc.</sup>



Strömen zu zeigen: „Zwei parallele und gleichgerichtete Ströme ziehen sich an, zwei parallele und entgegengesetzt gerichtete stossen ab.“ Steigt nämlich der Strom in dem Rechtecke in  $MN$  und zugleich in den äusseren Drähten des astatischen Leiters auf oder ab, so wird der Leiter von  $MN$  angezogen und stellt sich wie in der Zeichnung.

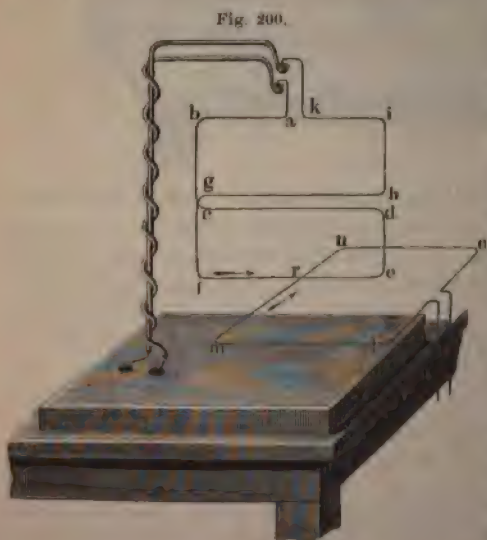
Steigt dagegen der Strom in  $MN$  auf, in den äusseren Drähten des astatischen Leiters dagegen ab oder umgekehrt, so wird der Leiter von  $MN$  abgestossen.

Man kann diesen Versuch in mancherlei verschiedenen Formen anstellen, eine der interessantesten Formen zum Nachweis des Satzes



zwei parallele und gleichgerichtete Ströme sich anziehen, ist die Rogetsche<sup>1)</sup> (Fig. 199). An dem horizontalen Ende ist eine schlaife Spirale von Kupfer befestigt, deren untere Spitze in das Quecksilber des Gefässes  $g$  taucht. Wenn man die Klemmschraube  $k$  mit dem einen Pol der Batterie, so dass durch die Spirale Strom hindurchgeht, so wird das Ende aus dem Quecksilber infolge der Anziehung den parallelen Windungen der Batterie herausgezogen.

Wenn der Strom unterbrochen ist, hört die Anziehung auf, und das Ende der Spirale senkt sich wieder in das Quecksilber; dann wird es wieder herausgezogen und so fort, so dass es immerfort auf und ab oscilliert.



Nicht allein parallele, sondern auch gekreuzte Ströme wirken auf einander an. Um das zu beweisen und die Art der Einwirkung kennen zu lernen, hänge man an das Ende (Fig. 200) für den beweisenden Strom den astatischen Stromkreis  $abcde fghik$ , und lege unter denselben den horizontalen Stromkreis  $lmnopqr$ , die Ströme  $ef$  und  $lm$  kreuzen. Fließt der Strom in beiden Leitern in der Richtung der Pfeile, so dass er in der Stelle  $r$  hindurchfließt und in der Stelle  $m$  von denselben fortfließt, ziehen die Leiter sich an, so dass sie sich parallel

<sup>1)</sup> Roget, Darstellung des Elektromagnetismus. Deutsch von Kötter. Stuttgart 1847. S. 136 f.

stellen suchen der Art, daß die Ströme in beiden Drähten gleich gerichtet sind. Wird dagegen in dem einen Leiter der Strom umgekehrt, so daß in dem einen der Strom an der Seite von dem Kreuzungspunkte fortfließt, an welcher er in dem andern zur Kreuzungsstelle hinfließt, so stoßen die Ströme sich ab.

Zwei sich kreuzende Ströme ziehen sich also an, wenn beide zugleich zu dem Scheitel des Winkels, den sie mit einander bilden, hinfließen, oder von demselben fortfließen; sie stoßen sich ab, wenn der eine zu dem Scheitel hin, der andere von ihm fortfließt.

Dasselbe ist der Fall, wie man durch eine ähnliche Anordnung zeigen kann, wenn die Ströme nur die Schenkel eines Winkels bilden. Es ist auch noch der Fall, wenn die beiden Ströme nicht in derselben Ebene, sondern der eine in einiger Entfernung über dem andern liegt; ist der eine um die durch die Kreuzungsstelle gelegte Vertikale drehbar, so wirken die Ströme nach dem eben angegebenen Gesetze auf einander, als wenn jene Vertikale der Scheitel des Winkels wäre, den die beiden Ströme mit einander bilden würden, wenn sie in einer Ebene lägen.

Aus diesem Satze läßt sich eine bemerkenswerte Folgerung ziehen für das Verhalten der Teile eines und desselben Stromes. Sind  $AB$  und  $CD$  (Fig. 201) zwei Stromteile, so stoßen sich dieselben, wenn in

Fig. 201.

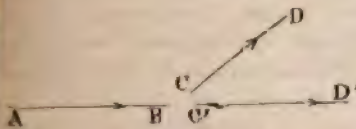


Fig. 202.



beiden die Ströme wie die Pfeile gerichtet sind, ab, wie groß auch der Winkel ist, den  $AB$  und  $CD$  mit einander bilden; auch dann, wenn der Winkel ein stumpfer ist; ist der Strom  $CD$  um die Kreuzungsstelle drehbar, so wird er sich in die Verlängerung von  $AB$  in  $C'D'$  stellen. Dann bilden die beiden Ströme einen Winkel von  $180^\circ$  mit einander; und ist der oben aufgestellte Satz ganz allgemein gültig, so müssen die beiden Ströme sich auch jetzt abstossen. Daß dem in der That so ist, haben Ampère und de la Rive<sup>1)</sup> mit dem Apparate Fig. 202 nachgewiesen. Ein Holztrög ist durch eine Glaswand in zwei Teile geteilt, die von einander isoliert sind. Die beiden Teile sind mit Quecksilber gefüllt. Auf dem Quecksilber schwimmt der Bügel  $CEB$  von Eisendraht; derselbe ist bis auf die in das Quecksilber tauchenden Spitzen  $C$  und  $B$  sorgfältig mit Siegellack überzogen.

Werden nun bei  $A$  und  $D$  in das Quecksilber die Leitungsdrähte einer Säule getaucht, so fließt der Strom von  $A$  bis  $B$  im Quecksilber, tritt in den Bügel, durchfließt ihn in der Richtung  $BEC$  und fließt dann von  $C$  nach  $D$  wieder im Quecksilber. Die Stromteile  $AB$  und  $BE$ ,

1) Ampère und De la Rive, *Annales de chim et de phys.* T. XX. Mémoire sur la théorie p. 211.



sowie  $DC$  und  $CE$ , müssen sich somit abstossen, und in der That sieht man, daß der Bügel sich nach dem andern Ende des Troges hinbewegt.

Würde man bei diesem Versuche die Leitungsdrähte an dem andern Ende des Troges eintauchen, so würde die Wirkung eine doppelte sein: der Bügel  $E$  würde von den Stromteilen  $ME$  und  $NE$  abgestossen, da in dem von den aufsteigenden Teilen des Bügels und der Stromrichtung im Quecksilber gebildeten Winkel der Strom in dem einen Schenkel zur Kreuzungsstelle hin, in dem andern von der Kreuzungsstelle fortfließt.

In dem horizontalen Teile des Bügels dagegen ist der Strom entgegenesetzt gerichtet wie im Quecksilber; der horizontale Teil muß deshalb von dem Strome im Quecksilber zwischen  $MN$  und dem Bügel angezogen werden; letztere Wirkung treibt daher den Bügel nach der Seite  $MN$  hin. Da die erstere abstossende Wirkung aber wegen größserer Nähe der auf einander einwirkenden Ströme überwiegt, so muß sich der Bügel nach  $AD$  hinbewegen.

Nach Feilitzsch<sup>1)</sup> ist das in der That der Fall. Taucht man dagegen die Drähte zwischen  $BC$  und dem Bügel  $E$  in das Quecksilber, so ist allerdings auch die Wirkung auf den Bügel derjenigen auf die horizontalen Teile entgegengesetzt, indes überwiegt jetzt die Wirkung auf die horizontalen Teile und nach Feilitzsch bewegt sich der Draht nach  $MN$ .

In sehr deutlicher Weise ist die Abstossung der einzelnen Teile eines und desselben Stromes von Faraday<sup>2)</sup> beobachtet worden; auf die eine Schale einer Wage wurde ein Kupferdraht gelegt, von dessen Enden Drähte in Quecksilberschalen hinabhangen; auf der anderen Wagschale war der Draht durch Gewichte equilibriert. Wurden nun in die Quecksilberschälchen die Leitungsdrähte einer Batterie gebracht, so daß durch den Kupferdraht ein Strom ging, so wurden seine in Quecksilber tauchenden Enden emporgehoben.

Wir haben bisher angenommen, daß die auf einander einwirkenden Ströme geradlinig seien; wir können indes, wie Ampère<sup>3)</sup> gezeigt hat, jeden geradlinigen Strom durch einen anderen, welcher um die Gerade in beliebigen Windungen herumfließt, ersetzen, unter der Voraussetzung nur, daß die Windungen sich nur sehr wenig von der Geraden entfernen. Wir haben diesen Satz eigentlich schon bei der Konstruktion unseres Stativs (Fig. 196) bewiesen, indem wir zeigten, daß die in dem Stativ auf- und abfließenden Ströme durchaus keinen Einfluß auf die aufgehängten Stromleiter ausüben.

Wenn wir nämlich einem Leiter einen anderen nähern, in welchem unmittelbar neben einander, wie Fig. 203 entgegengesetzt gerichtete Ströme fließen, so folgt aus dem zuerst bewiesenen Satze, daß gleichgerichtete Ströme sich anziehen, entgegengesetzt gerichtete sich abstossen, daß ein solcher Leiter auf einen anderen gar nicht einwirkt, da Anziehungen und Abstossungen sich gleich sind. Der Versuch bestätigt diesen Schluß: ganz ebenso zeigt aber der Versuch, daß der Leiter Fig. 204, bei welchem der

1) Feilitzsch, Galvanische Fernwirkungen. Karstens Encyclopädie Bd. XII S. 211.

2) Faraday, Gilberts Annalen Bd. LXXII. S. 122.

3) Ampère, Mémoire sur la théorie etc. p. 188.

ne Draht spiralförmig um den anderen gewunden ist, ohne ihn jedoch zu berühren, auch auf einen genäherten Strom durchaus keinen Einfluß hat; ihn weder anzieht, noch abstößt.

Daraus folgt, daß diese Spirale gerade so nach außen wirkt, wie der eine der beiden in Fig. 203 ausgespannten geraden Drähte, als man also jeden geraden Leiter durch einen beliebig gekrümmten, dessen Krümmungen aber nur wenig von der Geraden abweichen, setzen kann.

Aus den im Bisherigen besprochenen Sätzen über das Verhalten

von paralleler und gekreuzter Drähte lassen sich nun sofort noch einige Folgerungen ziehen, die wir betrachten wollen, ehe wir zur Ableitung des elektrodynamischen Grundgesetzes übergehen<sup>1)</sup>.

Ist Fig. 205  $ab$  ein begrenzter Strom, d. h. ein Strom, welcher den Seiten  $AB$  nicht kreuzt, sondern ganz an einer Seite desselben ist, an welcher der Strom  $AB$  vorüberfließt, der also gegen  $ab$  ein unbegrenzter Strom ist, so wird jedes Element des Stromes  $ab$  von der einen Seite  $AC$  des unbegrenzten Stromes angezogen, von der anderen  $CB$  abgestoßen; diese beiden Kräfte setzen sich zu einer Resultante zusammen, welche  $ab$  parallel zu sich selbst nach  $A$  hin fortzuschieben sucht. Man kann diese Wirkung benutzen, um eine kontinuierliche Rotation hervorzubringen. Auf

Fig. 203.



Fig. 204.



Fig. 205.

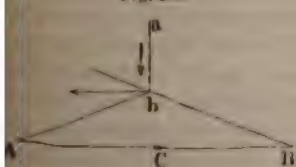
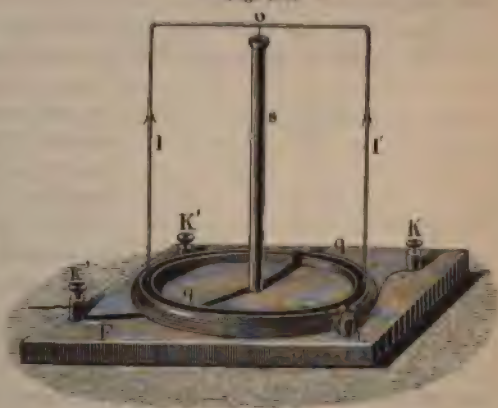


Fig. 206.



dem Fußbrett  $P$  (Fig. 206) ist eine kreisförmige Quecksilberrinne  $qq$  befestigt; in der Axe derselben ist die leitende Säule  $s$  aufgestellt, welche oben ein Quecksilbernapfchen trägt. In das Quecksilber desselben taucht die Spitze, welche den rechteckig gebogenen Kupferdraht  $lol'$  trägt; die

1) Ampère, Mémoire sur la théorie etc. p. 217 ff.

Enden des Kupferdrahtes sind mit Platinspitzen versehen, welche in das Quecksilber der Rinne *qq* eintauchen.

Das Quecksilber der Rinne ist durch einen Draht mit der Klemmschraube *k*, die Säule *s* mit der Klemmschraube *k'* in leitender Verbindung.

Um die Quecksilberrinne herum ist in mehrfachen Windungen ein mit Seide übersponnener gut gefirniffter Kupferdraht gelegt, dessen eines Ende mit der Klemmschraube *K*, dessen anderes mit der Klemmschraube *K'* in Verbindung steht.

Verbindet man nun die vier Klemmschrauben mit den Polen einer Batterie, so daß durch die um die Rinne gelegten Kupferdrähte wie durch den aufgehängten Leiter ein Strom geht, so rotiert der bewegliche Leiter, je nach der Richtung der beiden Ströme in dem einen oder anderen Sinne.

Ist z. B. *k* mit dem positiven Pole verbunden, so daß der Strom aus der Quecksilberrinne in den beiden Drähten *l* aufsteigt, in der Säule *s* wieder absteigt, und cirkuliert der Strom in den um die Rinne gelegten Drähten in der Richtung des Pfeiles, so rotiert der Leiter so, daß der Arm *l* aus der augenblicklichen Stellung in der Zeichnung nach vorn kommt, der Arm *l'* aber nach hinten geht.

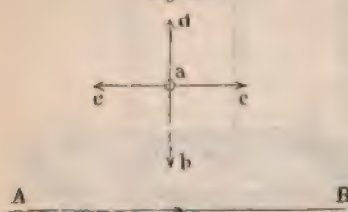
Die senkrechten Ströme *l* und *l'* sind in Bezug auf den Kreisstrom, welcher um die Quecksilberrinne herum läuft, begrenzt, und jedes Element des Kreisstromes, über welchem sie augenblicklich stehen, verhält sich zu denselben wie *AB* zu *ab* Fig. 205. Nach dem Satze über die gekrenzten Ströme wird daher *l'* von dem vor ihm liegenden Kreiselemente nach hinten gestossen, von dem hinter ihm liegenden nach hinten gezogen, das Umgekehrte gilt für *l*; der Erfolg dieser Wirkungen ist, daß die Ströme in jedem Augenblicke parallel mit sich selbst in der Richtung des Kreiselementes verschoben werden, daß also der Leiter um die Axe rotiert.

Kann sich der Leiter *ab* Fig. 207 nicht parallel mit sich selbst fortbewegen, sondern ist er im Punkte *a* drehbar befestigt, so gerät er in-

folge der Einwirkung des Stromes *AB* in eine kontinuierliche Rotation. Denn in der Stellung *ab* Fig. 207 wird er, wie wir sahen, gegen *A* hingetrieben; da aber das Ende *a* fest ist, dreht er sich in die Lage *ac*, parallel zu *AB*. In dieser Lage stoßen sich die parallelen aber entgegengesetzt gerichteten Ströme *ac* und *AB* ab, der Leiter *ac* wird sich daher weiter nach *ad* bewegen. Da aber in dieser Lage die Richtung des

Stromes in *ad* in Bezug auf *AB* entgegengesetzt ist als in der Lage *ab*, so wird durch die Einwirkung des Stromes der Leiter jetzt nach *ac* getrieben; aus dieser Lage zieht ihn der jetzt mit dem im Leiter *ac* befindlichen gleichgerichtete Strom *AB* nach unten hin u. s. f. Um diese Rotation darzustellen, wendet man den Apparat Fig. 208 an, der sich von dem Fig. 206 dargestellten nur dadurch unterscheidet, daß anstatt der Säule nur der kleine metallische Aufsatz *a* angebracht ist; auf demselben liegt der lineare Leiter *cac*, welcher an seinen Enden mit Platinspitzen versehen ist, die nur soweit umgebogen sind, daß sie eben in das Queck-

Fig. 207.





der Rinne  $qq$  eintauchen. Man verbindet dann wie früher die Schrauben  $K$  mit den Polen einer Batterie und legt neben die Zinksilberrinne einen

geraden Stromleiter

Sind die Ströme in den einzelnen Teilen gleich, wie die Pfeile zeigen, so ist der

Fig. 207 schematisch dargestellte Fall reali-

Fig. 208.



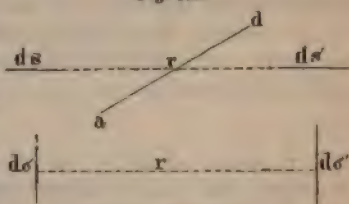
## §. 115.

**Elektrodynamisches Grundgesetz.** Die im vorigen Paragraphen mitgetheilten Erfahrungen reichen hin, um im allgemeinen die mechanischen Wirkungen zweier Ströme zu charakterisieren; aber sie zeigen zunächst die Resultate sehr verwickelter Kräfte. Um diese Kräfte kennen und einzelnen bestimmen zu lernen, müssen wir nun, in ähnlicher Weise, wie es bei dem Magnetismus gethan haben, mit Hilfe der vorgeführten Versuche zunächst die Wechselwirkung zweier Stromelemente ihrerseits nach und nach der Abhängigkeit von ihrer gegenseitigen Lage untersuchen.

Die mitgetheilten Versuche reichen hin, um die Form des Gesetzes zu erhalten, nach welchem zwei Elemente auf einander wirken.

Nehmen wir zunächst an<sup>1)</sup>, daß die zwei auf einander einwirkenden unendlich kleinen Elemente  $ds$  und  $ds'$  Fig. 219 in einer geraden Linie liegen, so ziehen sie sich an oder stoßen ab parallel der geraden Linie  $r$ , welche die Elemente verbindet.

Fig. 209.



Sind die Elemente wie  $d\sigma$  und  $d\sigma'$  oder parallel, so wird die Anziehung oder Abstossung derselben parallel der Verbindungslinie der Mittelpunkte der Elemente gerichtet sein. Für diese beiden von Ampère gemachten Annahmen hat Poisson<sup>2)</sup> folgenden Beweis geliefert.

Für den ersten Fall genügt folgende Bemerkung. Falle die Wirkung nicht in  $r$ , sondern etwa in die Linie  $ad$ , welche irgend einen Winkel mit  $r$  bildet, so folgt daraus, daß jedes der Elemente auf allen Seiten gleich beschaffen ist, daß ebenso gut wie nach  $ad$  die Wirkung auch in allen Richtungen, welche auf dem Mantel des Kegels liegen, der durch Rotation von  $ad$  um  $r$  als Axe erzeugt wird, gerichtet sein müßte.

Die aus allen diesen gleichen Kräften hervorgehende Resultante ist also parallel  $r$ , so daß also jedenfalls die Anziehung oder Abstossung zwischen beiden Elementen parallel  $r$  ist.

1) Ampère, Mémoire sur la théorie etc. p. 200 ff.

2) Liouville, Annales de chim. et de phys. T. XLl.

Wenn in dem zweiten Falle die Kraft eine andere Richtung hat, als parallel  $r$ , so könnten wir diese in eine mit  $r$  parallele und eine zu  $r$  senkrechte Komponente zerlegen, sei letztere so, daß das Element  $ds$ , wenn  $ds$  festläge, nach unten getrieben würde. Kehrt man die beiden Elemente um, so daß, was jetzt unten ist, dann oben wäre, oder was dasselbe ist, kehren wir in beiden den Strom um, so müßte  $ds$  auch nach oben getrieben werden, da die vorher nach unten gerichtete Komponente nach oben gerichtet sein müßte. Nun haben wir aber in den Versuchen immer gesehen, daß, wenn in den beiden auf einander wirkenden Leitern die Ströme umgekehrt werden, ihre Wirkung auf einander dieselbe bleibt; es muß daher die senkrechte Komponente gleich null sein.

Es folgt sonach, daß die Wirkung der Elemente in beiden Fällen parallel der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte ist.

Die beiden auf einander einwirkenden Elemente können drittens so liegen, daß das eine  $ds$  Fig. 210 parallel der Verbindungslinie, das andere

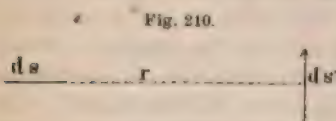


Fig. 210.

$ds'$  aber dazu senkrecht ist. Die Wirkung der beiden Elemente auf einander muß dann gleich 0 sein. Denn wäre das nicht der Fall, zögen sie sich z. B. an, wenn in den Elementen  $ds'$  der Strom nach oben gerichtet ist, so müßten sie sich nach den

vorigen Versuchen, nach welchen die Anziehung zweier Ströme in Abstoßung übergeht, wenn die Richtung des einen umgekehrt wird, abstoßen, wenn in  $ds'$  der Strom nach unten fließt. Wenn wir aber ohne die Richtung des Stromes in  $ds'$  zu ändern, die ganze Vorrichtung Fig. 210 um  $180^\circ$  drehen, so muß die Anziehung dieselbe bleiben wie in der jetzigen Lage; dann liegen aber die Ströme gerade so zu einander, als wenn wir in der jetzigen Lage den Strom in  $ds'$  umkehren. Wir gelangen also bei der Annahme, daß eine Einwirkung stattfindet, zu einem Widerspruche, woraus folgt, daß keine Einwirkung stattfinden kann<sup>1)</sup>.

1) Stefan macht in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. LIX (Aprilheft 1869) darauf aufmerksam, daß in diesem Falle eine transversale Wirkung der Elemente und zwar in der durch  $ds$ ,  $r$ ,  $ds'$  gelegten Ebene nach den vorliegenden Erfahrungen nicht ausgeschlossen ist. Die Wirkung kann parallel der Richtung des Stromes  $ds'$  oder die entgegengesetzte sein. Die Erfahrung, daß die Umkehr eines Stromes die Wirkung zweier Ströme auf einander in die entgegengesetzte verwandelt, führt nämlich in diesem Falle nicht zu einem Widerspruch. Nehmen wir an, daß die transversale Wirkung nach der Richtung des Stromes  $ds'$  erfolgt, so muß die Umkehr eines der Ströme die Wirkung in die entgegengesetzte verwandeln, das heißt, wenn in der Lage Fig. 210  $ds'$  nach oben getrieben wird, muß, wenn der Strom in der entgegengesetzten Richtung fließt, das Element  $ds'$  nach unten getrieben werden. Da eine Drehung der Figur um  $r$  als Axe um  $180^\circ$  die Richtung des Stromes ebenfalls ändert, so muß auch diese Drehung die Richtung der Wirkung ändern, was in diesem Falle keinen Widerspruch in sich schließt. Dasselbe gilt von der Wirkung  $ds'$  auf  $ds$ . Im Laufe seiner Untersuchung weist indes Stefan nach, daß bei der Berechnung der Wirkung geschlossener Ströme die von diesen Wirkungen abhängigen Glieder aus den Gleichungen herausfallen, resp. daß die Ampère'sche Annahme, diese Wirkungen seien gleich null, zu ganz denselben, der Erfahrung



Ebenso kann keine Einwirkung stattfinden, wenn beide Elemente senkrecht zur Verbindungslinie  $r$  und zu einander sind. Denn denken wir uns das Element  $ds$  Fig. 211, in welchem der Strom nach unten fließen soll, senkrecht nach oben nach  $ds''$  versetzt, und werde  $ds'$  jetzt angezogen, muß, wenn der Strom in  $ds''$  umgekehrt wird, also von der Ebene  $mnop$  fortfließt, abgestoßen werden.

Der Strom fließt aber ebenso von der Ebene fort, wenn  $ds$  von der Ebene nach unten, nach  $ds'''$  verschoben wird, also auch in  $ds'$  abgestoßen werden.

Die Anziehung muß in Abstossung übergehen, wenn  $ds$  die Ebene passiert, dort muß nun die Wirkung gleich 0 sei.

Es bleiben demnach von den betrachteten Fällen nur die beiden Fig. 209 dargestellten, in welchen zwei Elemente auf einander einwirken; betreffs der übrigen Fälle wollen wir noch bemerken, daß diese Nachweise der Unwirksamkeit nur gültig sind, wenn die Elemente gegen ihre Enden unendlich klein sind, daß sie nicht gelten, wenn die Leiter eine endliche Ausdehnung haben. Sobald das der Fall ist, müssen wir den Leiter wieder in unendlich kleine Elemente zerlegen, und die Lage der einzelnen Elemente gegen einander wird dann eine andere.

Um nun die Einwirkung der beiden Elemente in den wirksamen Fällen bestimmen zu können, machen wir folgende Annahmen<sup>1)</sup>:

1) Die Anziehung oder Abstossung der Elemente ist proportional in der Zeiteinheit durch dieselben hindurchfließenden Elektrizitätsmengen.

2) Sie ist umgekehrt proportional einer Potenz  $n$  der Entfernung  $r$ , wir von  $n$  nur voraussetzen, daß es eine ganze Zahl ist.

Ist demnach  $i$  die Intensität des Stromes, zu welchem  $ds$ ,  $i'$  jene des Stromes, zu welchem  $ds'$  gehört, so ist die Einwirkung der beiden Elemente im Abstände  $r$  auf einander:

a) wenn die Elemente parallel sind

$$\frac{c i i' ds ds'}{r^n};$$

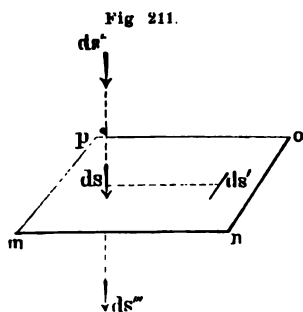
b) wenn die Elemente in die Verbindungslinie fallen

$$\frac{c' i i' ds ds'}{r^n}.$$

Die beiden Konstanten  $c$  und  $c'$  in diesen Formeln lassen sich auf eine zurückführen; drücken wir nämlich die Stromstärken in solchem Maße aus, daß in der Abstandseinheit und bei der Einheit der Stromstärke die Einwirkung der beiden Elemente, wenn sie einander parallel

entsprechenden Ausdrücken führe. Wir werden daher im Folgenden die einfachere Ampèresche Annahme beibehalten, und von diesen möglichen Wirkungen absehen.

1) *Ampère, Mémoire sur la théorie etc. p. 201 ff.*



sind, gleich dem Produkte  $ds ds'$  gesetzt werden kann, so wird  $c$  gleich. Wir wählen dann die Einheit der Stromstärke so, daß in diesem sich die Anziehung oder Abstossung der parallelen Elemente zur Einheit der Kraft verhält, wie das Produkt  $ds ds'$  der beiden Elemente zur Einheit der Fläche. Bezeichnen wir den Wert, den die Konstante  $c$  erhält, mit  $k$ , so erhalten wir für die Einwirkung paralleler Elemente

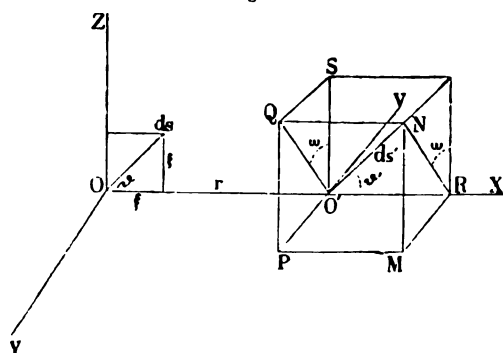
$$\frac{i i' ds ds'}{r^2} \dots \dots \dots$$

für die Einwirkung zweier in einer geraden Linie liegender Elemente

$$k \cdot \frac{i i' ds ds'}{r^2} \dots \dots \dots$$

Auf diese beiden Fälle können wir die Einwirkung zweier beliebig gegen einander geneigter Elemente zurückführen. Da wir nämlich sehen, daß wir jeden geradlinigen Strom durch einen andern ersetzen können, welcher spiraling um denselben gewunden ist, wenn er dem geradlinigen nur sehr nahe bleibt, so können wir, um die Einwirkung zweier beliebig im Raume gerichteter Elemente auf einander zu bestimmen, jedes in die zu einander senkrechte Komponenten zerlegen, die Einwirkung der Komponenten auf einander nach den eben abgeleiteten Formeln bestimmen, und diese Einwirkungen summieren. So

Fig. 212.



deshalb  $ds$  und  $ds'$  Fig. 212. zwei beliebig im Raume gerichtete Elemente, in welchen die Stromstärken  $i$  und  $i'$ , deren Mittelpunkte in  $O$  und  $O'$  seien. Wir legen durch dieselben ein rechtwinkliges dreiaxiges Koordinatensystem, dessen Axe der  $X$  mit der Verbindungslinie  $r$  zusammenfällt, und dessen  $XZ$ -Ebene die durch  $r$  und das Element  $ds$  gelegte Ebene ist. Es bilde in dieser Ebene das Element  $ds$  mit  $r$  den Winkel  $\vartheta$ , so können wir uns das Element  $ds$  ersetzt denken durch die beiden Komponenten

$$\xi = ds \cos \vartheta; \quad \zeta = ds \sin \vartheta.$$

Legen wir durch das Element  $ds'$  und durch  $r$  die Ebene  $O'QX$  und bilde in dieser Ebene das Element  $ds'$  mit  $r$  den Winkel  $\vartheta'$ , während diese Ebene selbst mit der Ebene  $XZ$  den Winkel  $\omega$  bildet. Wir können nun  $ds'$  ersetzt denken durch seine drei Komponenten  $O'P$ ,  $O'R$ ,  $O'S$ , da wir uns  $O'PMN$  als Teil einer um den Strom, zu welchem  $ON$  gehört, gelegten unendlich nahen Spirale denken können. An die Stelle von  $O'N$  treten dann

$$\begin{aligned} O'R &= ds' \cos \vartheta'; & O'P &= O'Q \cdot \sin \omega = ds' \sin \vartheta' \sin \omega; \\ O'S &= O'Q \cdot \cos \omega = ds' \sin \vartheta' \cos \omega. \end{aligned}$$

Jedes dieser drei Elemente wirkt auf jedes der beiden andern, und die Summe aller dieser Wirkungen ist jene der beiden Elemente  $ds$  und  $ds'$  auf einander.

Die Einwirkung der Elemente ist:

$$O'R \text{ auf } \xi = k \frac{ii' ds ds' \cos \vartheta \cos \vartheta'}{r^n} \text{ nach Formel 2}$$

$O'R$  auf  $\xi = 0$ , da sie zu einander senkrecht sind

$O'P$  „  $\xi = 0$  aus demselben Grunde

$O'P$  „  $\xi = 0$  aus demselben Grunde

$O'S$  „  $\xi = 0$  aus demselben Grunde

$$O'S \text{ „ } \xi = \frac{ii' ds ds' \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos \omega}{r^n} \text{ nach Formel (1).}$$

Die Gesamtwirkung der beiden Elemente auf einander ist somit

$$w = \frac{ii' ds ds'}{r^n} (\sin \vartheta \sin \vartheta' \cos \omega + k \cos \vartheta \cos \vartheta') \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Die Wirkung ist parallel der Verbindungslinie  $r$  entweder anziehend, oder abstoßend. Betreffs der Stromrichtung in den Elementen wollen wir bemerken, daß wenn  $\vartheta = \vartheta'$  und  $\omega = 0$  gesetzt wird, die Ströme parallel sind, dieselben auch gleichgerichtet sein sollen; die gegenwärtige Richtung der Ströme ist also zugleich durch diese drei Winkel bestimmt.

Anstatt des Winkels  $\omega$ , welchen die beiden durch  $r$  und  $ds$ , sowie durch  $r$  und  $ds'$  gelegten Ebenen mit einander bilden, können wir auch den Winkel  $\varepsilon$  einführen, welchen die beiden Elemente im Raume mit einander bilden. Legen wir zu dem Ende durch  $O'$  die Gerade  $O'V$  parallel zu  $ds$ , so ist der Cosinus des Winkels  $VO'N$  oder  $\varepsilon$  gleich der Summe der drei Produkten der je zwei Winkel, welche die Richtungen  $O'V$  und  $O'N$  mit den drei Koordinataxen bilden, also

$$\varepsilon = \cos VO'R \cdot \cos NO'R + \cos VO'S \cdot \cos NO'S + \cos VO'P \cdot \cos NO'P,$$

mit, da  $\cos VOP' = \cos 90^\circ = 0$ ,

$$\cos \varepsilon = \cos \vartheta \cos \vartheta' + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos \omega$$

$$\sin \vartheta \sin \vartheta' \cos \omega = \cos \varepsilon - \cos \vartheta \cos \vartheta';$$

Setzen wir diesen Wert für das erste in der Klammer stehende Produkt in unsern Ausdruck ein, so wird

$$w = \frac{ii' ds ds'}{r^n} (\cos \varepsilon + (k - 1) \cos \vartheta \cos \vartheta') \quad . \quad . \quad . \quad (3a)$$

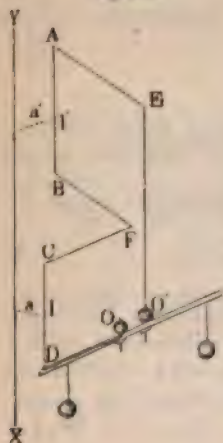
Der Ausdruck (3) oder (3a) würde uns nun gestatten, die Wechselwirkung zweier Elemente zu berechnen, wenn wir die beiden Konstanten  $k$  und  $k'$  kennen würden; die erste Aufgabe ist es daher, diese aus den Versuchen abzuleiten. Dazu gelangte Ampère durch die Beobachtung einiger Gleichgewichtslagen, d. h. von Fällen, wo zwei Ströme gar nicht auf einander einwirkten. Wir wollen versuchen den Weg anzudeuten, wie

man zur Bestimmung dieser Konstanten gelangt; wir folgen darin dem Teil dem Wege, welchen Jamin<sup>1)</sup> eingeschlagen hat, zum Teil den Entwicklungen Ampères<sup>2)</sup>.

Der erste Versuch, den wir zur Bestimmung der Konstanten anstellen, ist folgender.

Wir stellen auf das Stativ von Sturgeon einen Stromleiter von der Form  $ODCFBAEO'$  Fig. 213 zwei Rechtecke, deren horizontale Seiten

Fig. 213.



genau gleiche Längen haben, deren vertikale Seiten  $AB$  und  $CD$  aber respektive die Längen  $l$  und  $l'$  haben. Die beiden Rechtecke bilden irgend einen Winkel mit einander. Lassen wir durch diesen Stromleiter einen in  $O'E$  aufsteigenden Strom cirkulieren, so wird derselbe bald eine bestimmte Gleichgewichtslage annehmen, so daß die beiden Rechteckseiten mit der Ebene des magnetischen Meridians gewisse Winkel bilden. Man bringe dann zwischen die beiden Rechtecke einen vertikal aufsteigenden möglichst langen Strom  $XY$ , so daß die drei Ströme  $AB$ ,  $l$ ,  $CD$  in einer Ebene liegen. Im allgemeinen wird man dann finden, daß der auf dem Stativ befindliche Leiter aus seiner Gleichgewichtslage gebracht wird. Man wird indes eine Lage für den Strom  $XY$  finden, bei welcher das nicht der Fall ist, bei welcher er seine Lage genau beibehält. Mißt man dann die senkrechten Abstände der beiden Leiter  $l$  und  $l'$  von

$XY$ , so findet man, wenn wir sie mit  $a$  und  $a'$  bezeichnen, daß

$$a : a' = l : l',$$

daß also in der Gleichgewichtslage die Abstände der Ströme  $l$  und  $l'$  von dem sie abstossenden  $XY$  sich direkt verhalten, wie die Längen  $l$  und  $l'$ .

Zu der Bewegung des Leiters können in diesem Versuche nur beitragen die Wechselwirkungen zwischen dem vertikalen Leiter  $XY$  und den vertikalen Stromteilen  $AB$  und  $CD$ . Denn welches auch die Wirkungen des Stromes  $XY$  auf die horizontalen Seiten der Rechtecke sein mögen, die Wirkungen heben sich an jedem einzelnen Rechtecke auf, da die zu jedem gehörigen je zwei horizontalen Ströme gegen  $XY$  genau gleich gelegen, aber entgegengesetzt gerichtet sind.

Aus diesem Versuche folgt der Satz, daß ein unendlich langer Strom auf zwei ihm parallele Ströme von der Länge  $l$  und  $l'$  genau gleiche anziehende oder abstossende Kräfte ausübt, wenn die senkrechten Abstände dieser beiden Ströme von dem unendlich langen Strom sich verhalten wie die Längen dieser Ströme.

Um diese Erfahrung zu benutzen, untersuchen wir zunächst die Wirkung eines unendlich langen Stromes auf ein ihm paralleles Stromelement. Sei zu dem Ende  $ds$  Fig. 214 ein Element des unendlich langen Stromes  $XY$ ,  $ds'$  ein ihm paralleles Element, die Stromintensität in ersterem sei  $s$

<sup>1)</sup> Jamin, Cours de physique vol. III. p. 205.

<sup>2)</sup> Ampère, Mémoire sur la théorie. p. 205 ff.

letzterem  $i'$ ; der Abstand der Elemente sei  $r$ , der senkrechte Abstand  $r$  Leiter sei  $a$ .

Da die beiden Elemente in derselben Ebene liegen, so ist der Winkel  $\omega$  der Formel (3) gleich und da sie parallel sind, so ist  $\vartheta = \vartheta'$ . Der Ausdruck (3) oder (3a) wird daher in diesem Falle

$$w = \frac{i i' ds ds'}{r^n} (\sin^2 \vartheta + k \cos^2 \vartheta).$$

Nun ist

$$r = \frac{a}{\sin \vartheta}.$$

Um jetzt auch  $ds$  durch  $\vartheta$  auszudrücken, beachten wir, daß die Länge  $s$  des Leiters von dem Punkte  $B$  an gerechnet bis zu dem Elemente  $ds$  gleich ist

$$s = a \cdot \cot \vartheta.$$

Ändert sich nun der Winkel  $\vartheta$  um das unendlich kleine Stück  $d\vartheta$ , ändert sich die Länge  $s$  um  $ds$ , demnach ist  $ds$  gleich dem Differential von  $a \cdot \cot \vartheta$ , somit

$$ds = -a \frac{d\vartheta}{\sin^2 \vartheta}.$$

Setzen wir diese Werte für  $r$  und  $ds$  ein, so wird

$$w = -\frac{i i' ds'}{a^{n-1}} \sin^{n-2} \vartheta (\sin^2 \vartheta + k \cos^2 \vartheta) d\vartheta.$$

Diese Wirkung ist nach der Verbindungslinie  $r$  gerichtet; um daraus parallel  $a$  gerichtete Wirkung zu erhalten, haben wir obigen Ausdruck mit  $\sin \vartheta$  zu multiplizieren, dann ist

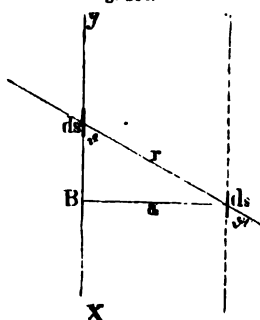
$$w' = w \sin \vartheta = -\frac{i i' ds'}{a^{n-1}} \sin^{n-1} \vartheta (\sin^2 \vartheta + k \cos^2 \vartheta) d\vartheta.$$

Um daraus die Wirkung des ganzen Stromes  $XY$  auf  $ds'$  zu erhalten, haben wir für alle den Strom zusammensetzenden Elemente  $ds$  denselben Ausdruck zu bilden, und alle diese Ausdrücke zu summieren. Wir gelangen dazu, indem wir in jenem Ausdrucke  $\vartheta$  nach  $\vartheta$  nach alle Werte zwischen  $0$  und  $180^\circ$  annehmen lassen, für jeden Wert von  $\vartheta$  obigen Ausdruck bilden, und diese alle summieren. Jedes Glied dieser Summe hat den vor der Klammer stehenden Teil zum Faktor, wir können daher diese Summe setzen

$$W = -\frac{i i' ds'}{a^{n-1}} \int_0^\pi \{ \sin^{n-1} \vartheta (\sin^2 \vartheta + k \cos^2 \vartheta) \} d\vartheta.$$

Welchen Wert diese Summe  $\int$  hat, können wir nicht bestimmen, es sieht man aber, daß sie irgend einen konstanten von  $ds$  und  $a$  un-

Fig. 214.





abhängigen Wert hat; bezeichnen wir denselben mit  $A$ , so wird die Wirkung des unendlichen Stromes auf das ihm parallele Element  $ds'$

$$W = - \frac{i i' ds'}{a^{n-1}} \cdot A.$$

Da nun jedes Element des begrenzten Leiters  $l$  gegen den unlangen Leiter dieselbe Lage hat, so wird die Wirkung des Stromes auf jedes dieser Elemente parallel  $a$  dieselbe sein; die Wirkung der Ströme auf einander wird daher durch eine Summe von unendlich Gliedern dargestellt werden. Jedes Glied der Summe besteht aus Teilen, aus dem Faktor

$$A \cdot \frac{i i'}{a^{n-1}}$$

und aus  $ds'$ ; sie wird daher

$$- A \cdot \frac{i i'}{a^{n-1}} \cdot \int ds';$$

die Summe  $\int ds'$  ist einfach gleich der Länge des Leiters  $l$ , so daß die Einwirkung des unendlich langen Leiters  $XY$  auf den Leiter Abstände  $a$  ist

$$E = - A \cdot \frac{i i'}{a^{n-1}} \cdot l.$$

Befindet sich neben dem unendlich langen Leiter  $XY$  im Abstände  $a'$  ein anderer begrenzter Leiter  $l'$ , welcher ihm parallel und in welcher die Stromstärke auch gleich  $i'$  ist, so ist

$$E' = - A \cdot \frac{i i'}{a'^{n-1}} \cdot l'.$$

Soll die Einwirkung auf beide Leiter dieselbe sein, so muß

$$\frac{l}{a^{n-1}} = \frac{l'}{a'^{n-1}}.$$

Der Versuch hat ergeben, daß die Einwirkung gleich ist, wenn

$$\frac{l}{a} = \frac{l'}{a'}.$$

Daraus folgt, daß

$$n - 1 = 1, n = 2$$

ist.

Die Konstante  $n$  der Formel ist somit gleich 2, das heißt die Wirkung zweier Elemente ist dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional; die Formel 3 wird:

$$w = \frac{i i' ds ds'}{r^2} (\sin \vartheta \sin \vartheta' \cos \omega + k \cos \vartheta \cos \vartheta').$$

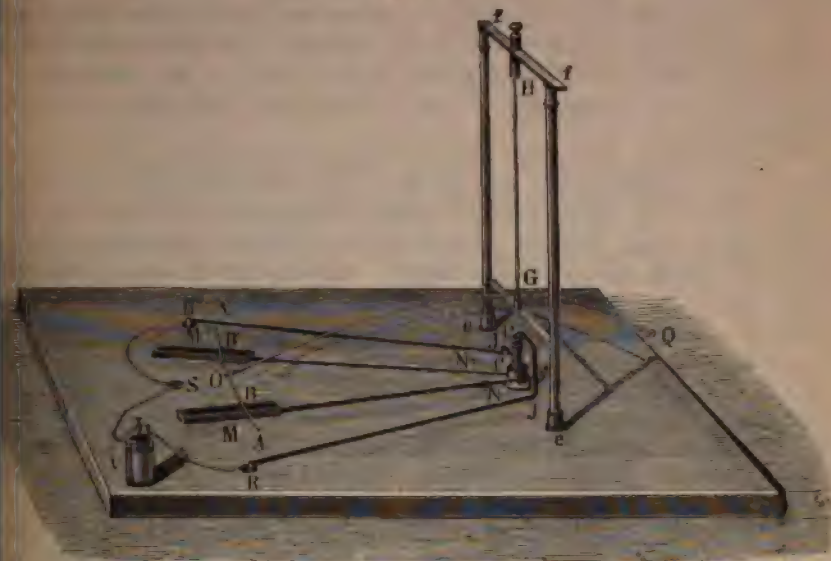
Es erübrigt jetzt noch die Bestimmung der Konstanten  $k$ .

Ampère gelangte dazu durch Beobachtung einer zweiten Gleichge-  
lage<sup>1)</sup>. Er zeigte nämlich, daß ein geschlossener Strom, seine For-

1) Ampère, Mémoire sur la théorie. p. 194 ff.

in welche sie will, ein Stück eines kreisförmigen Stromes, welches um  $O$  durch den Mittelpunkt des Kreises gehende Axe drehbar ist, nicht Bewegung zu setzen vermag. Die Versuchsanordnung, durch welche Ampere dieses zeigte, war folgende. Auf einem Tisch waren zwei vertikale Säulen  $e$ / Fig. 215 angebracht und durch zwei Querleisten verbunden; die Axe  $GH$  wird von dem letzteren in vertikaler Lage gehalten. Die

Fig. 215.



Enden der Axe sind zugespitzt und stehen oben und unten in konischen Vertiefungen. Mit dieser Axe ist ein Arm  $QO$  verbunden, dessen Ende mit einem Charnier an der Mitte des Kreisbogens  $AA'$  befestigt ist, welcher aus einem Metalldraht gebildet ist und dessen Radius genau gleich dem Abstände des Punktes  $O$  von der Axe  $GH$  ist. Dieser Kreisbogen wird durch ein Gegengewicht  $Q$  equilibriert, um die Reibung der Axe in den konischen Lagern möglichst zu vermindern.

Unter dem Kreisbogen  $AA'$  befinden sich die zwei Quecksilberwannen  $M$  und  $M'$ , so daß die über den Rändern hervorragende Quecksilberfläche den Rändern  $AA'$  in  $B$  und  $B'$  eben berührt. Die beiden Rinnen kommunizieren durch die metallischen Leiter  $MN$ ,  $M'N'$  mit den Quecksilberschälchen  $P$  und  $P'$ . Das Schälchen  $P$  und der Leiter  $MN$ , der es mit der Rinne  $M$  verbindet, sind an einer vertikalen Achse befestigt, welche frei drehen läßt. Durch das ringförmige Schälchen  $P'$ , mit welchem der Leiter  $M'N'$  verbunden ist, geht die nämliche Achse hindurch, um zu zeigen, daß es sich unabhängig von dem anderen Schälchen drehen kann. Man kann auf diese Weise mit den Leitern  $MN$  und  $M'N'$  beliebige Winkel bilden. Das ringförmige Schälchen  $P'$  ist von der Axe durch eine Glasplatte isoliert und wird durch eine kleine Glasplatte von dem Leiter  $MN$  getrennt.

Zwei andere in den Tisch eingelassene Leiter  $RJ$  und  $K'J'$  tauchen resp. in die Näpfehen  $P$  und  $P'$ , so wie andererseits in die Näpfehen  $R$  und  $R'$ . Zwischen den Näpfehen  $R$  befindet sich noch die ebenfalls mit Quecksilber gefüllte Vertiefung  $S$ .

Man verbindet  $R'$  mit  $S$  durch einen irgendwie gekrümmten Leiter, dann  $S$  mit dem einen,  $R$  mit dem anderen Pole der Säule  $V$ . Der Strom geht von dem positiven Pole der Säule durch  $RJ$  nach  $P$ , von dort durch  $NM$ , den Kreisbogen  $AA'$ , den Leiter  $M'N'$  nach  $P'$ , durch  $J'R'$ ,  $R'S$  und den  $S$  mit dem anderen Pole der Säule verbindenden Draht zu dieser zurück. Auf den Kreisbogen  $AA'$  wirkt also der geschlossene Strom  $VRJPP'J'R'SV$ , denn dieser ist als geschlossen zu betrachten, da er zwischen  $P$  und  $P'$  nur durch eine dünne Glaswand unterbrochen ist.

Unter Wirkung dieses Stromes nimmt der Kreisbogen  $AA'$  durch aus keine Bewegung an, welches auch der Winkel ist, den die Leiter  $MN$ ,  $M'N'$  mit einander bilden; daraus ergibt sich, daß kein Element des Bogens einen Antrieb parallel seiner möglichen Bewegungsrichtung von dem geschlossenen Strome erhält. Da nun der Bogen sich nur um eine durch den Mittelpunkt des Kreises, von welchem er ein Teil ist, gehende vertikale Axe drehen kann, so folgt, daß die Bewegungsrichtung jedes Elementes in jedem Augenblicke mit der an dem betreffenden Punkte des Kreises gelegten Tangente zusammenfällt, das ist mit der Richtung des Elementes selbst.

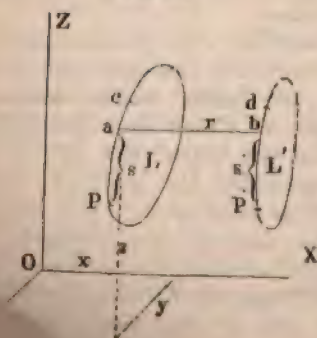
Es folgt also aus dem Ausbleiben der Bewegung bei diesem Versuche, daß ein geschlossener Strom auf ein Element eines anderen Stromes keine der Richtung des Stromes parallele Wirkung ausübt.

Um diese Erfahrung zur Ableitung der Konstanten  $k$  zu benutzen, müssen wir aus unserer Formel für die Wechselwirkung zweier Elemente die Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Element zu bestimmen suchen.

In unserer Formel

$$w = \frac{i i' ds ds'}{r^2} (\cos \varepsilon + (k - 1) \cos \vartheta \cdot \cos \vartheta'),$$

Fig. 216.



in welcher wir uns  $ds'$  als ein Element des geschlossenen Stromes denken wollen, ändert sich  $r$ ,  $\vartheta$ ,  $\vartheta'$ ,  $\varepsilon$ , wenn sich die Lage des betrachteten Elementes in dem Stromkreis ändert, sie ändern sich aber ebenso, wenn wir anstatt des Elementes  $ds$  ein folgendes Element betrachten, so daß also alle diese Werte Funktionen von  $s$  und  $s'$  sind. Sind z. B.  $L$  und  $L'$  Fig. 216 zwei Leiter, auf denen bei  $a$  und  $b$  die Elemente  $ds$  und  $ds'$  liegen, so ändert sich  $r$  sowohl, wenn wir  $a$  mit  $d$ , als auch, wenn wir  $c$  mit  $b$  oder  $d$  verbinden. Ebenso wird der Winkel  $\vartheta$ , den  $ac$  mit  $r$  bildet, geändert,



wenn wir  $a$  anstatt mit  $b$  mit  $d$  verbinden, der Winkel wird aber ebenso ein anderer, wenn wir auf dem Leiter  $L$  um  $ac$  voranschreiten und nun  $c$  mit  $b$  oder  $d$  verbinden. Gleiches gilt von  $\vartheta'$ , und ebenso ändert sich der Winkel, den die beiden Elemente mit einander bilden.

Da wir die Wirkung des Leiters  $L'$  auf ein irgendwie gelegenes Element zu bestimmen suchen, so müssen wir untersuchen, in welcher Weise sich die Winkel mit der Lage der Elemente ändern.

Wir bezeichnen die Länge des Leiters  $L$  von irgend einem Punkte  $P$  an gerechnet bis zur Stelle, wo das Element  $ds$  liegt, mit  $s$ , ebenso mit  $s'$  die Länge des Leiters  $L'$  von  $P'$  bis zum Element  $ds'$ .

Zunächst ist es leicht, den Abstand  $r$  der betrachteten Elemente in seiner Abhängigkeit von der Lage der Elemente auszudrücken. Wir beziehen dazu die Leiter  $L$  und  $L'$  auf ein rechtwinkliges dreiaxiges Koordinatensystem und nehmen an, daß sowohl  $s$  als auch  $s'$  als Funktionen von  $x, y, z$  gegeben sind, d. h., daß wir die Beziehungen zwischen den drei Koordinaten kennen, welche jeden Punkt der Leiter bestimmen. Dieses gesetzt seien  $x, y, z$  die Koordinaten des Elementes  $ds$ ,  $x' y' z'$  die Koordinaten des Elementes  $ds'$ . Für den Abstand  $r$  der beiden Elemente haben wir dann bekanntlich

$$r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2.$$

Wächst  $s$  um  $ds$ , so ändert sich der Wert  $r$  um  $dr$ .

Wenn sich aber  $s$  um  $ds$  ändert, so ändern sich  $x$  in  $x + dx$ ,  $y$  in  $y + dy$ ,  $z$  in  $z + dz$ . Die Änderung  $dr$  können wir darnach berechnen, indem wir die geänderten Werte in jene Gleichung einsetzen; es wird

$$-dr = \frac{(x' - x) \cdot dx + (y' - y) dy + (z' - z) dz}{r}.$$

Ebenso ändert sich aber  $r$  um  $dr$ , wenn sich  $s'$  um  $ds'$ , also  $x'$  um  $dx'$ ,  $y'$  um  $dy'$  und  $z'$  um  $dz'$  ändert; den Wert von dieser Änderung  $dr$  erhalten wir ebenso,

$$dr = \frac{(x' - x) dx' + (y' - y) dy' + (z' - z) dz'}{r}.$$

Bezeichnen wir die Größe, um welche  $dr$  sich ändert, wenn sowohl  $s$  als auch  $s'$  sich ändern, mit  $d^2r$ , so daß die Verbindungslinie der beiden Endpunkte  $c$  und  $d$  der Elemente wird

$$r + dr + d^2r,$$

so können wir den Wert dieser Änderung aus einer der beiden Gleichungen für  $dr$  erhalten, nehmen wir die letzte und schreiben sie

$$r \cdot dr = (x' - x) dx' + (y' - y) dy' + (z' - z) dz'.$$

Differentiieren wir dieselbe, so wird

$$dr \cdot dr + r \cdot d^2r = -(dx \cdot dx' + dy \cdot dy' + dz \cdot dz') \quad . \quad (a)$$

Diese Änderungen von  $r$  gestatten uns die Winkel  $\vartheta$ ,  $\vartheta'$  und  $\varepsilon$  zu bestimmen.

Es ist  $\vartheta$  der Winkel, welchen  $ds$  mit  $r$  bildet; projizieren wir  $ds$  auf  $r$ , so ist diese Projektion die Größe, um welche, wenn  $\vartheta$  kleiner ist

als  $90^\circ$ ,  $r$  abnimmt, wenn  $s$  um  $ds$  wächst, also gleich  $-dr$ ; der Coefficient dieser Projektion durch  $ds$  ist aber der Cosinus von  $\vartheta$ , dem

$$\cos \vartheta = -\frac{dr}{ds};$$

in derselben Weise ist

$$\cos \vartheta' = \frac{dr}{ds'}.$$

Der Winkel  $\varepsilon$  ist der Winkel, welchen die beiden Elemente mit einander bilden; bezeichnen wir für einen Augenblick die Winkel, die die beiden Elemente mit den drei Axen bilden, respective mit  $\lambda, \mu, \lambda', \mu', \nu',$  so ist

$$\cos \varepsilon = \cos \lambda \cos \lambda' + \cos \mu \cos \mu' + \cos \nu \cos \nu'.$$

Nun sind aber, da  $dx, dy, dz$  und  $dx', dy', dz'$  die Projektionen der beiden Elemente  $ds$  und  $ds'$  auf die Axen sind,

$$\cos \lambda = \frac{dx}{ds}, \cos \lambda' = \frac{dx'}{ds'}, \cos \mu = \frac{dy}{ds}, \cos \mu' = \frac{dy'}{ds'};$$

$$\cos \nu = \frac{dz}{ds}, \cos \nu' = \frac{dz'}{ds'}.$$

Demnach ist

$$\cos \varepsilon = \frac{dx}{ds} \cdot \frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds} \cdot \frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds} \cdot \frac{dz'}{ds'}.$$

Die Summe der drei Produkte auf der rechten Seite könne sofort durch  $r, dr$  und  $d^2r$  ausdrücken, denn nach Gleichung (a) i

$$\frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'} + r \cdot \frac{d^2r}{ds ds'} = - \left( \frac{dx}{ds} \cdot \frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds} \cdot \frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds} \cdot \frac{dz'}{ds'} \right)$$

Demnach

$$\cos \varepsilon = - \frac{d^2r}{ds ds'} - \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'}.$$

Auf diese Weise haben wir alle in unserer Gleichung für  $\varepsilon$  vorkommenden Werte durch  $r, s$  und  $s'$  wieder gegeben; setzen wir diese Ausdrücke in jene Gleichung ein, so wird sie

$$w = - \frac{i i' ds ds'}{r^2} \left\{ r \frac{d^2r}{ds ds'} + \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'} + (k-1) \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'} \right\}$$

$$w = - \frac{i i' ds ds'}{r^2} \left\{ r \frac{d^2r}{ds ds'} + k \cdot \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'} \right\}.$$

Wir brauchen demnach nur die Abhängigkeit von  $r$  von  $s$  zu kennen, d. h. nur die Form der Leiter, um die Wirkung zweier Elemente, welche irgendwo in den beiden Strömen liegen, auf einander berechnen.

Wir können diesem Ausdrucke noch eine bequemere Form geben. Berechnen wir nämlich die Änderung, welche der Ausdruck

$$r^k \cdot \frac{dr}{ds}$$



erfährt, wenn sich  $s'$  um  $ds'$  ändert, differenzieren wir also den Ausdruck nach  $s'$ , so wird

$$\frac{d\left(r^k \frac{dr}{ds}\right)}{ds'} = kr^{k-1} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} + r^k \frac{d^2r}{ds ds'}$$

und somit

$$\frac{1}{r^{k-1}} \cdot \left(r^k \frac{dr}{ds}\right) \frac{1}{ds'} = r \cdot \frac{d^2r}{ds ds'} + k \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'}$$

und daraus

$$w = -\frac{i i' ds}{r^{k+1}} \cdot \frac{d\left(r^k \frac{dr}{ds}\right)}{ds'} \cdot ds'.$$

Dies ist die Wirkung der beiden Elemente auf einander; um die der Richtung des Elementes  $ds$  parallele Komponente zu erhalten, haben wir die parallel  $r$  gerichtete Gesamtwirkung mit  $\cos \vartheta$  zu multiplizieren; vertauschen wir zugleich  $\frac{dr}{ds}$  mit dem ihm gleichen  $-\cos \vartheta$ , so wird

$$v = w \cdot \cos \vartheta = \frac{i i' ds}{r^{k+1}} \cdot \frac{d(r^k \cdot \cos \vartheta)}{ds'} \cos \vartheta \cdot ds'.$$

Um hieraus die Einwirkung eines beliebigen geschlossenen Stromes auf ein irgendwie gelegenes Element  $ds$  zu erhalten, haben wir für alle Elemente  $ds'$  den Wert des so gefundenen Ausdruckes zu bestimmen und alle diese Werte zu summieren; wir können diese Summe schreiben, da jedes Glied den konstanten Faktor  $i i' ds$  hat,

$$V = i i' ds \int_{g_1}^{g_2} r^{-k-1} \cdot \frac{d(r^k \cdot \cos \vartheta)}{ds'} \cos \vartheta \cdot ds',$$

wo das Integral über alle Elemente des Leiters von dem einen Ende  $g_1$  bis zum andern Ende  $g_2$  zu bilden ist.

Die Integralrechnung lehrt diese Summe finden; und zwar beweist sie, dafs, welches auch die Form des Leiters ist, zu welchem  $ds'$  gehört, immer

$$V = \frac{1}{2} i i' ds \left\{ \left[ \frac{\cos^2 \vartheta}{r} \right]_{g_1}^{g_2} - \left[ \frac{\cos^2 \vartheta}{r} \right]_{g_1} + (1 + 2k) \int_{g_1}^{g_2} r^{-2} \cos^2 \vartheta \frac{dr}{ds'} ds' \right\}.$$

Die beiden ersten Glieder in der Klammer bedeuten die Werte, welche diese Ausdrücke an den beiden Grenzen des Leiters, zu welchem das Element  $ds'$  gehört, annehmen.

Wie wir in dem beschriebenen Versuche sahen, ist  $V$  immer gleich 0, die Form des geschlossenen Leiters mag sein, welche sie will. Da der Leiter geschlossen ist, haben  $\vartheta$  und  $r$  an den beiden Grenzen  $g_1$  und  $g_2$ , welche zusammenfallen, gleiche Werte, deshalb ist die Differenz der beiden ersten Glieder in der Klammer des Ausdruckes für  $V$  gleich 0, welches auch die Form des Leiters ist; über den Wert der Summe des zweiten Gliedes läfst sich gar nichts aussagen. Diese Summe läfst sich gar nicht

bilden, da der Ausdruck unter dem Summenzeichen kein vollständiges Differential ist, das heißt da dieser Ausdruck nicht die Differenz zweier auf einander folgender Werte einer Funktion ist, in welchen die Veränderlichen nur unendlich wenig verschieden gesetzt werden. Soll  $V$  unter allen Umständen gleich 0 sein, so muß deshalb

$$1 + 2k = 0$$

oder

$$k = -\frac{1}{2}$$

sein.

Die Konstante  $k$  der Formel ist somit gleich  $-\frac{1}{2}$ , d. h. die Wirkung zweier in einer geraden Linie liegenden Elemente ist bei gleichem Abstände  $r$  halb so groß, und bei gleichgerichteten Strömen entgegengesetzt der Wirkung zweier paralleler Ströme. Mit diesem Werte wird in unserer Formel 3a

$$w = \frac{i i' ds ds'}{r^2} (\cos \varepsilon - \frac{3}{2} \cos \vartheta \cdot \cos \vartheta').$$

Sind die Elemente einander parallel und die Ströme gleichgerichtet, so ist  $\varepsilon = 0$ ,  $\vartheta = \vartheta' = 90^\circ$ , somit

$$w = \frac{i i' ds ds'}{r^2}.$$

Fallen die Elemente in eine gerade Linie und sind die Ströme gleichgerichtet, so ist  $\varepsilon = 0$ ,  $\vartheta = 0$ ,  $\vartheta' = 0$ , dann wird

$$w = -\frac{i i' ds ds'}{2 r^2}.$$

Der Versuch hat bewiesen, daß im letzteren Falle die Elemente sich abstofsen, im ersteren sich anziehen; im letzteren Falle wird also durch die Wirkung  $w$  der Abstand  $r$  vergrößert. Man versieht nun gewöhnlich jene Wirkung, durch welche der Abstand der Elemente vergrößert wird, mit dem positiven, jene, welche den Abstand  $r$  zu verkleinern strebt, mit dem negativen Vorzeichen; deshalb vertauschen wir in unserm Ausdruck die Vorzeichen und setzen

$$w = -\frac{i i' ds ds'}{r^2} \left\{ \cos \varepsilon - \frac{3}{2} \cos \vartheta \cdot \cos \vartheta' \right\}$$

oder

$$w = \frac{i i' ds ds'}{r^2} \left\{ r \frac{dr}{ds ds'} - \frac{1}{2} \frac{dr}{ds ds'} \right\}$$

oder auch

$$w = \frac{i i' ds ds'}{r^{\frac{1}{2}}} \frac{d \left( r^{-\frac{1}{2}} \frac{dr}{ds} \right)}{ds'}.$$

Diese Ausdrücke geben uns das elektrodynamische Grundgesetz, indem sie uns die Wechselwirkung irgend zweier beliebig gerichteter Elemente parallel der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte geben<sup>1)</sup>.

1) Eine von der Ampèreschen abweichende Theorie giebt Grassmann<sup>1)</sup> Poggend. Ann. Bd. LXIV. Er verwirft in derselben die Annahme Ampères, daß zwei Stromelemente parallel der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte an-

## §. 116.

**Wirkung eines geschlossenen Stromkreises auf ein Element.**

Wir wollen zunächst den im vorigen Paragraphen abgeleiteten Ausdruck für die Wirkung zweier Elemente benutzen, um die Wirkung eines Stromkreises auf ein Element durch die drei den Koordinatenachsen parallelen Komponenten der Wirkung auszudrücken. Es sei  $L'$  Fig. 216 (Seite 818) der geschlossene Stromkreis.

In unserm Ausdruck für die Wirkung zweier Elemente

$$w = \frac{ii' ds ds'}{r^{1/2}} \frac{d \left( r^{-1/2} \frac{dr}{ds} \right)}{ds'}$$

ist, wie wir sahen,

$$\frac{dr}{ds} = -\cos \vartheta,$$

wenn  $\vartheta$  der Winkel ist, den  $ds$  mit der Verbindungslinie  $r$  der beiden Elemente bildet. Diesen Winkel können wir durch die Winkel  $\lambda, \mu, \nu$ , welche das Element mit den drei Koordinatenachsen bildet und die drei Winkel, welche die Verbindungslinie  $r$  mit den drei Axen bildet, ausdrücken. Die Cosinus dieser drei letztern Winkel sind

$$\frac{x' - x}{r}, \quad \frac{y' - y}{r}, \quad \frac{z' - z}{r}$$

Demnach

$$\cos \vartheta = \cos \lambda \frac{x' - x}{r} + \cos \mu \frac{y' - y}{r} + \cos \nu \frac{z' - z}{r} \dots (a).$$

Setzen wir das in den Ausdruck für  $w$  ein und multiplizieren mit dem Cosinus des Winkels, den die Verbindungslinie  $r$  mit der  $x$ -Axe bildet, so erhalten wir für die  $x$ -Komponente der Wirkung

$$\xi = -ii' ds ds' \frac{x' - x}{r^{3/2}} \frac{d \left( \frac{x' - x}{r^{1/2}} \cos \lambda + \frac{y' - y}{r^{1/2}} \cos \mu + \frac{z' - z}{r^{1/2}} \cos \nu \right)}{ds'}$$

oder abstoßend auf einander wirken. Wir können die Theorie von Grassmann hier nicht darlegen und bemerken nur, daß sie für geschlossene Ströme zu denselben Resultaten führt, wie die Theorie von Ampère. Ein Unterschied zeigt sich nur in dem Verhalten begrenzter, d. h. nicht in sich selbst zurücklaufender Ströme. Eine experimentelle Prüfung dieses Falles, und somit eine Entscheidung zwischen beiden Theorien hat noch nicht stattgefunden. Die allgemeinste Behandlung der elektrodynamischen Gleichungen giebt Stefan in seiner umfangreichen sehr interessanten Abhandlung, die wir schon im Beginne dieses Paragraphen erwähnten. Stefan weist darin nach, daß sowohl die Theorie von Ampère als die von Grassmann durch besondere nicht notwendige Annahmen aus der von ihm entwickelten allgemeinen Theorie sich ergeben, wie z. B. die von Ampère einfach dadurch, daß er die Seite 810 Anm. 1) erwähnten transversalen Wirkungen gleich Null setzt. Zugleich weist Stefan nach, daß und weshalb diese Theorien sämtlich für geschlossene Ströme dieselben Resultate liefern. Wir werden daher im Folgenden, da wir stets nur die Wirkung geschlossener Ströme beobachten, die Ampèresche Theorie beibehalten, an den passenden Stellen dagegen auf die andern Theorien hinweisen.

Hierin können wir, da  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$  konstant sind, wie man sich durch Ausföhrung der Differentiation nach  $x'$  beziehungsweise nach  $y'$  überzeugen folgende Umformung vornehmen

$$\begin{aligned} \frac{x'-x}{r^{3/2}} d \frac{x'-x}{r^{1/2}} \cos \lambda &= \frac{1}{2} d \frac{(x'-x)^2}{r^3} \cos \lambda \\ \frac{x'-x}{r^{1/2}} d \frac{y'-y}{r^{1/2}} \cos \mu &= \frac{x'-x}{y'-y} \frac{y'-y}{r^{1/2}} d \frac{y'-y}{r^{1/2}} \cos \mu \\ &= \frac{x'-x}{y'-y} d \frac{(y'-y)^2}{r^3} \cos \mu. \end{aligned}$$

Wenden wir die bekannte Formel an, daß wenn  $u$  und  $v$  zwei Veränderliche sind

$$\begin{aligned} d(uv) &= u dv + v du \\ u dv &= d(uv) - v du \end{aligned}$$

und setzen

$$\frac{x'-x}{y'-y} = u, \quad \frac{(y'-y)^2}{r^3} \cos \mu = v,$$

so können wir den zuletzt erhaltenen Ausdruck schreiben

$$d \frac{(x'-x)(y'-y)}{r^3} \cos \mu - \frac{(y'-y)^2}{r^3} \cos \mu d \frac{x'-x}{y'-y}$$

und wenn wir die Differentiation des zweiten Gliedes ausführen

$$d \frac{(x'-x)(y'-y)}{r^3} \cos \mu - \cos \mu \frac{(y'-y) dx' - (x'-x) dy'}{r^3}.$$

In ganz gleicher Weise erhalten wir für das dritte Glied in dem Ausdruck für  $\xi$

$$d \frac{(x'-x)(z'-z)}{r^3} \cos \nu - \cos \nu \frac{(z'-z) dx' - (x'-x) dz'}{r^3}.$$

Setzen wir die so umgeformte Differentiale in den Ausdruck für ein, nachdem wir im Zähler und Nenner  $ds'$  fortgehoben haben, so

$$\begin{aligned} \xi &= -ii' ds \left\{ d(x'-x) \frac{(x'-x) \cos \lambda + (y'-y) \cos \mu + (z'-z) \cos \nu}{r^3} \right. \\ &\quad \left. - \cos \mu \frac{(y'-y) dx' - (x'-x) dy'}{r^3} - \cos \nu \frac{(z'-z) dx' - (x'-x) dz'}{r^3} \right\} \end{aligned}$$

Das erste Glied in der Klammer ist nach Gleichung (a)

$$d \frac{x'^2 - x^2}{r^2} \cos \vartheta.$$

Die X-Komponente der Wirkung des ganzen Stromes auf das Element  $ds$  erhalten wir durch Integration des für  $\xi$  erhaltenen Ausdruckes über den ganzen Strom, somit

$$\begin{aligned} X &= -ii' ds \left\{ \int d \frac{x'^2 - x^2}{r^2} \cos \vartheta - \cos \mu \int \frac{(y'-y) dx' - (x'-x) dy'}{r^3} \right. \\ &\quad \left. - \cos \nu \int \frac{(z'-z) dx' - (x'-x) dz'}{r^3} \right\} \end{aligned}$$



Unter dem ersten der drei Integralzeichen haben wir ein totales Differential; da bei der Integration über den ganzen Stromkreis die Grenzen zusammenfallen, also an den Grenzen  $x'$ ,  $r$  und  $\vartheta$  denselben Wert haben, so ist der Wert des ersten Integrals gleich null. Die Werte der andern Integrale können wir nicht allgemein angeben, setzen wir deshalb mit Ampère

$$\int \frac{(y' - y) dx' - (x' - x) dy'}{r^3} = -C$$

$$\int \frac{(z' - z) dx' - (x' - x) dz'}{r^3} = B,$$

so wird

$$X = -ii' ds (C \cos \mu - B \cos \nu).$$

In ganz gleicher Weise ergibt sich, wenn wir noch

$$\int \frac{(y' - y) dz' - (z' - z) dy'}{r^3} = A$$

setzen, für die Y-Komponente und Z-Komponente

$$Y = -ii' ds (A \cos \nu - C \cos \lambda)$$

$$Z = -ii' ds (B \cos \lambda - A \cos \mu).$$

Wenn wir auch die Werte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  nicht allgemein angeben können, so lassen sich doch sofort aus diesen Ausdrücken einige wichtige Folgerungen über die Richtung der Resultierenden ziehen. Die resultierende Wirkung des Stromes auf das Element ist gegeben durch

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

und die Cosinus der Winkel, welche die Resultierende mit den Koordinatenachsen bildet, durch

$$\frac{X}{R} \quad \frac{Y}{R} \quad \frac{Z}{R}.$$

Den Winkel, welchen die Resultierende mit dem Elemente bildet, erhalten wir in der Summe der Produkte

$$\frac{Y}{R} \cos \lambda + \frac{Y}{R} \cos \mu + \frac{Z}{R} \cos \nu = \frac{X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu}{R}.$$

Rechnen wir den Zähler aus, so wird derselbe gleich null, der Winkel, den die Resultierende mit dem Element bildet, ist somit ein Rechter, oder die Gleichungen geben den nach dem vorigen Paragraphen von Ampère bewiesenen Satz, daß in die Richtung des Elementes keine Komponente der Wirkung fällt, daß somit die Richtung der Resultierenden auf dem Elemente senkrecht steht.

Die Richtung und GröÙe der resultierenden Wirkung können wir mit Hilfe einer zweiten von Ampère als Direktrix bezeichneten Linie bestimmen.

Denken wir uns die drei GröÙen  $A$ ,  $B$ ,  $C$  auf die Koordinatenachsen aufgetragen, so ist die durch die Gleichung

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$$



gegebene Diagonale des durch die Seiten  $A, B, C$  bestimmten Parallelepipeds die Direktrix. Die Cosinus der Winkel, die sie mit den Koordinatenachsen bildet, sind

$$\frac{A}{D} \quad \frac{B}{D} \quad \frac{C}{D}.$$

Der Cosinus des Winkels, welchen die Resultierende mit der Direktrix bildet, ist demnach

$$\frac{A}{D} \frac{X}{R} + \frac{B}{D} \frac{Y}{R} + \frac{C}{D} \frac{Z}{R}.$$

Rechnet man die Summe  $AX + BY + CZ$  aus, so ergibt sich dieselbe gleich null; es folgt die Resultierende ist auch senkrecht zur Richtung der Direktrix. Legen wir somit durch das Element die Direktrix, so daß die Richtung der Resultierenden senkrecht ist zu der durch das Element und die Direktrix gelegten Ebene.

Mit Hilfe der Direktrix und des Winkels  $\omega$ , welchen das Element mit der Direktrix bildet, läßt sich die GröÙe der Resultierenden in kürzester Form darstellen. Nennen wir die Winkel, welche die Direktrix mit den drei Koordinatenachsen bildet,  $\alpha, \beta, \gamma$ , so daß

$$\frac{A}{D} = \cos \alpha \quad \frac{B}{D} = \cos \beta \quad \frac{C}{D} = \cos \gamma,$$

so ist

$$\cos \omega = \cos \alpha \cos \lambda + \cos \beta \cos \mu + \cos \gamma \cos \nu.$$

Rechnet man den Wert der Resultierenden aus, indem man in Gleichung

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

für  $X, Y, Z$  ihre Werte, und weiter

$$A = D \cos \alpha \quad B = D \cos \beta \quad C = D \cos \gamma$$

setzt, so erhält man leicht

$$R = -\frac{1}{2} i i' ds D \sqrt{H^2 + K^2 + L^2}$$

wenn

$$H = \cos \gamma \cos \mu - \cos \beta \cos \nu$$

$$K = \cos \alpha \cos \nu - \cos \gamma \cos \lambda$$

$$L = \cos \beta \cos \lambda - \cos \alpha \cos \mu.$$

Beachtet man, daß

$$\cos^2 \lambda + \cos^2 \mu + \cos^2 \nu = 1 \quad \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$$

so erhält man durch leichte Umformungen

$$H^2 + K^2 + L^2 = 1 - \cos^2 \omega$$

und somit

$$R = -\frac{1}{2} i i' ds D \sqrt{1 - \cos^2 \omega} = -\frac{1}{2} i i' ds D \sin \omega.$$

Aus der GröÙe und der Lage der Direktrix und der Lage des Elementes läßt sich deshalb unmittelbar die Richtung und GröÙe der

renden Wirkung berechnen. Wir werden diese Ausdrücke später zu diesem Zwecke dort, wo wir den Wert der Direktrix angeben können, nutzen.

## §. 117.

**Das Potential zweier geschlossener Ströme auf einander.** Durch die Umformung des in §. 115 abgeleiteten Ausdrucks für die Wirkung zweier Stromelemente auf einander können wir leicht nachweisen, daß die Wirkung zweier geschlossener Ströme auf einander durch ein Potential bestimmt ist, dessen partielle Derivierten nach den Koordinatenachsen uns die Wirkungen dieser Ströme parallel diesen Axen geben. Von den beiden Elementen  $ds$  und  $ds'$  gehöre wie in Fig. 216 das erstere zu dem geschlossenen Strome  $L$ , das andere zu dem geschlossenen Strome  $L'$ , die Koordinaten des erstern seien wie bisher  $x, y, z$ , des letztern  $x', y', z'$ . Die nach der Verbindungslinie  $r$  der beiden Elemente gerichtete Wirkung mit den frühern Bezeichnungen

$$w = - \frac{ii' ds ds'}{r^2} (\cos \varepsilon - \frac{3}{2} \cos \vartheta \cos \vartheta').$$

um die Wirkung parallel den Koordinatenachsen zu erhalten, haben wir  $w$  multipliziert mit beziehungsweise

$$\cos \widehat{r, x} = \frac{x' - x}{r}, \quad \cos \widehat{r, y} = \frac{y' - y}{r}, \quad \cos \widehat{r, z} = \frac{z' - z}{r}.$$

Betrachten wir zunächst nur die Komponente parallel  $x$ , so wird dieselbe

$$\xi = \frac{1}{2} ii' ds ds' \{ 3 \cos \vartheta \cos \vartheta' - 2 \cos \varepsilon \} \frac{x' - x}{r^3}.$$

Umformung führen wir den Differentialquotienten des  $\cos \widehat{r, x}$  nach  $s$ , derselbe wird

$$\frac{d\left(\frac{x' - x}{r}\right)}{ds} = - \frac{x' - x}{r^3} \frac{dr}{ds} - \frac{1}{r} \frac{dx}{ds},$$

bei dieser Differentiation  $x'$  konstant ist. Wir differentiierten jetzt nochmals nach  $s'$ , bei welcher Differentiation  $x$  konstant ist und erhalten

$$\frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x' - x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'} = 2 \frac{x' - x}{r^3} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} - \frac{x' - x}{r^2} \frac{d^2 r}{ds ds'} - \frac{1}{r^3} \frac{dr}{ds} \frac{dx'}{ds'} + \frac{1}{r^3} \frac{dr}{ds'} \frac{dx}{ds}.$$

Addieren und subtrahieren wir auf der rechten Seite den Ausdruck

$$\frac{x' - x}{r^3} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'},$$

können wir die letztere Gleichung schreiben:

$$\begin{aligned} \frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x' - x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'} &= 3 \frac{x' - x}{r^3} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} - \frac{x' - x}{r^2} \left( r \frac{d^2 r}{ds ds'} + \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} \right) \\ &\quad - \frac{1}{r^3} \frac{dr}{ds} \frac{dx'}{ds'} + \frac{1}{r^3} \frac{dr}{ds'} \frac{dx}{ds}. \end{aligned}$$

Nach §. 115 ist

$$-\frac{dr}{ds} = \cos \vartheta, \quad \frac{dr'}{ds'} = \cos \vartheta', \quad r \frac{d^2 r}{ds ds'} + \frac{dr}{ds} \frac{dr'}{ds'} = -\cos \epsilon.$$

Führen wir diese Ausdrücke ein, so erhält man leicht

$$(2 \cos \epsilon - 3 \cos \vartheta \cos \vartheta') \frac{x' - x}{r^3} = \frac{d\left(\frac{x' - x}{r}\right)}{ds ds'} + \frac{1}{r^2} \frac{dr}{ds} \frac{dx'}{ds'} - \frac{1}{r^2} \frac{dr}{ds'} \frac{dx}{ds} + \cos \epsilon \frac{x' - x}{r}.$$

Das zweite Glied auf der rechten Seite können wir schreiben

$$\frac{1}{r^2} \frac{dr}{ds} \frac{dx'}{ds'} = - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds} \frac{dx'}{ds'},$$

und ebenso das dritte

$$-\frac{1}{r^2} \frac{dr}{ds'} \frac{dx}{ds} = \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds'} \frac{dx}{ds}.$$

Setzen wir diese Ausdrücke in die Gleichung für  $\xi$  ein, so wird dies

$$\xi = -\frac{1}{2} ii' ds ds' \left\{ d\left(\frac{x' - x}{r}\right) \frac{1}{ds ds'} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds} \frac{dx'}{ds'} + \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds'} \frac{dx}{ds} + \cos \epsilon \frac{x' - x}{r} \right\}.$$

Ganz genau in derselben Weise erhält man die Komponenten der Wirkung parallel der Axe der  $Y$  und parallel der Axe der  $Z$ ; man hat um die erstere zu erhalten für  $x'$  einzusetzen  $y'$  und für  $x$  die Ordinate ferner  $x'$  mit  $z'$  und  $x$  mit  $z$  zu vertauschen, um die Komponente parallel der  $Z$  zu bestimmen.

Die den drei Koordinaten parallelen Komponenten der Wirkung, welche die geschlossenen Ströme auf einander ausüben, erhalten wir aus der geleiteten Wirkung der Elemente, indem wir für jedes Element des einen und des andern Leiters diesen Ausdruck bilden, und dann alle diese Ausdrücke summieren, also über die beiden Leiter  $L$  und  $L'$  integrieren. Bei der Integration über  $L'$  fällt das erste Glied

$$-\frac{1}{2} ii' ds \int d\left(\frac{x' - x}{r}\right) \frac{1}{ds ds'} ds'$$

aus, denn der Ausdruck unter dem Integralzeichen ist ein vollständiges Differential, und bei der Integration über den geschlossenen Leiter fallen die obere und untere Grenze des Integrals zusammen.

Gleiches gilt bei der Integration über  $L'$  für das dritte Glied und  $s$  demselben Grunde.

Für die  $X$ -Komponente der Wirkung des Leiters  $L'$  auf das Element erhalten wir demnach

$$X_1 = -\frac{1}{2} i \cdot i' \cdot ds \int \left\{ \cos \varepsilon \cdot \frac{x' - x}{r^3} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds} \cdot \frac{dx'}{ds'} \right\} ds'.$$

Daraus erhalten wir die  $X$ -Komponente der Wirkung der gesamten Leiter, indem wir nochmals über den Leiter  $L$ , also nach  $s$  summieren

$$X = -\frac{1}{2} i i' \iint \left\{ \cos \varepsilon \cdot \frac{x' - x}{r^3} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds} \frac{dx'}{ds'} \right\} ds' ds.$$

Aus demselben Grunde, aus welchem bei der vorigen Summation das dritte Glied fortfiel, fällt jetzt das zweite Glied wieder fort, da diese Summe der Differenzen aller auf einander folgenden Werte als Faktor hält, welche  $\frac{1}{r}$  annimmt, wenn  $ds$  nach und nach alle Lagen auf dem Leiter  $L$  annimmt.

Die  $X$ -Komponente wird also schließlich für zwei geschlossene Leiter

$$X = -\frac{1}{2} i i' \iint \cos \varepsilon \cdot \frac{x' - x}{r^3} ds ds',$$

in derselben Weise die beiden andern Komponenten

$$= -\frac{1}{2} i i' \iint \cos \varepsilon \frac{y' - y}{r^3} ds ds'; \quad Z = -\frac{1}{2} i i' \iint \cos \varepsilon \frac{z' - z}{r^3} ds ds'.$$

Diese drei Komponenten lassen sich aber als die partiellen Derivierten nach den Richtungen der Axen eines und desselben Ausdruckes, nämlich des Ausdruckes

$$W = -\frac{1}{2} i i' \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds'$$

darstellen, wie man in folgender Weise erkennen kann. Sei der Wert des Integrals in obigem Ausdruck bei der wirklich stattfindenden Lage der Leiter gleich  $U$ , also

$$U = \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds'.$$

Nun sei der Leiter  $L$  ganz festgehalten, und der Leiter  $L'$  werde parallel der Axe  $X$  um die unendlich kleine Größe  $d\xi'$  verschoben, so daß jedes Element des Leiters  $ds'$ , welches vorher die Koordinate  $x'$  hatte, jetzt die Koordinate  $x' + d\xi'$  hat. Die andern Koordinaten  $y'$  und  $z'$  sind dann ungeändert, und ebenso der Winkel  $\varepsilon$ , den die beiden Elemente mit einander bilden. Durch die Änderung von  $x'$  ist aber  $r$  in  $r'$  übergegangen und damit  $U$  in  $U + \partial U$ , so daß

$$U + \partial U = \iint \frac{\cos \varepsilon}{r'} ds ds',$$

worin  $r'$  aus der Gleichung

$$r'^2 = (x' + \partial \xi' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2$$

zu berechnen ist

$$\frac{1}{r'} = \left\{ (x' + \partial \xi' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2 \right\}^{-1/2},$$

oder da  $d\xi'^2$  als unendlich klein gegen  $d\xi'$  zu vernachlässigen ist,

$$\frac{1}{r'} = \left\{ r^2 + 2(x' - x)\partial \xi' \right\}^{-1/2}$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} - \frac{x' - x}{r^3} \partial \xi'.$$

Damit wird

$$U + \partial U = \iint \left( \frac{\cos \varepsilon}{r} - \cos \varepsilon \cdot \frac{x' - x}{r^3} \partial \xi' \right) ds \cdot ds'$$

und

$$\frac{\partial U}{\partial \xi'} = - \iint \cos \varepsilon \frac{x' - x}{r^3} ds ds'.$$

Schreiben wir demnach

$$W = - \frac{1}{2} i i' \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds',$$

so wird

$$X = - \frac{\partial W}{\partial \xi'},$$

und ebenso werden dann

$$Y = - \frac{\partial W}{\partial \eta'}, \quad Z = - \frac{\partial W}{\partial \zeta'},$$

worin wir für die Verschiebungen die deutschen Zeichen  $\xi, \eta, \zeta$  ein um anzudeuten, daß die Änderung der Koordinaten für alle Elemente Leiters gleichmäßig durch eine Verschiebung des Leiters zu nehmen nicht durch ein Fortrücken der Elemente  $ds$  und  $ds'$  auf den Lei-

Der Wert  $W$  hat hiernach die Bedeutung des Potentials des Leiters auf den andern, in derselben Bedeutung, wie wir früher das Potential zweier ruhender elektrischer Massen bestimmt haben. Wir können deshalb dieses Potential später benutzen, um die Arbeit zu bestimmen, welche durch die Bewegung zweier Leiter gegen einander gewonnen oder geleistet wird, wobei wir gleich hier bemerken, daß das Potential zu solchen Berechnungen nicht nur dienen kann, wenn die Leiter einander genähert oder entfernt, sondern auch, wenn sie gegen ein gedreht werden<sup>1)</sup>.

Zur Berechnung elektrodynamischer Wirkungen werden wir es benutzen, da die hier uns gesteckten Grenzen eine Ausführung der Berechnungen nicht gestatten.

1) Die Bestimmung obiger Funktion als Potential zweier geschlossener Ströme ist zuerst von Neumann gegeben in: *F. Neumann, Allgemeine Theorie der induzierten Ströme. Abhandl. der Berliner Akad. 1845.* Ob dies nach *Stefan*, Sitzungsber. der Wiener Akad. 1869.



## §. 118.

**Webers experimentelle Prüfung des elektrodynamischen Grundgesetzes.** Die in §. 115 gegebene Ableitung des elektrodynamischen Grundgesetzes, besonders die Bestimmung der Konstanten beruht auf der Herstellung gewisser Gleichgewichtslagen, in denen die auf einander wirkenden Kräfte sich das Gleichgewicht halten, und infolgedessen keine Bewegung des beweglichen Stromleiters eintritt. So sehr man auch den Geist Ampères bewundern muß, welcher die Bedingungen dieser Beobachtungen auffand und aus denselben dann die Theorie der Erscheinungen ableitete, so läßt sich doch nicht leugnen, daß diese experimentelle Grundlage der Theorie nicht die ausreichende Festigkeit besitzt, um sie als über jeden Zweifel erhaben erscheinen zu lassen. Denn Ampère gründet seine Entwicklungen auf die Beobachtung, daß unter gewissen Umständen keine Bewegung eintritt, wenn Ströme auf Stromteile einwirken, und auf die Annahme, daß in diesen Fällen die elektrodynamischen Kräfte sich das Gleichgewicht halten. Letztere Annahme kann in Zweifel gezogen werden; denn damit eine Bewegung eintritt, müssen immer gewisse Bewegungshindernisse, insbesondere Reibung überwunden werden, wie vorsichtig man auch alles anwendet, um diese Hindernisse möglichst gering zu machen. Man kann deshalb aus dem Ausbleiben einer Bewegung nicht schließen, daß die wirksamen Kräfte sich vollständig aufheben, sondern nur, daß sie nicht hinreichend sind, um die mechanischen Hindernisse der Bewegung zu überwinden.

Deshalb ist es notwendig, die elektrodynamischen Kräfte direkt zu messen, d. h. sie mit mechanischen Kräften zu vergleichen, indem man elektrodynamische und genau meßbare mechanische Kräfte einander entgegenwirken läßt, und beobachtet, wann sie sich das Gleichgewicht halten. Man kann hierbei natürlich nicht einzelne Stromelemente auf einander wirken lassen, sondern muß geschlossene Ströme anwenden.

Diesen Weg zur Prüfung des elektrodynamischen Grundgesetzes hat W. Weber eingeschlagen<sup>1)</sup>; Weber berechnete das Drehungsmoment, welches ein fester Kreisstrom auf einen beweglichen in verschiedenen Lagen ausübt, und verglich mit den Resultaten der Rechnung die ablenkenden Kräfte, welche ein Kreisstrom in diesen Lagen auf einen andern ausübte.

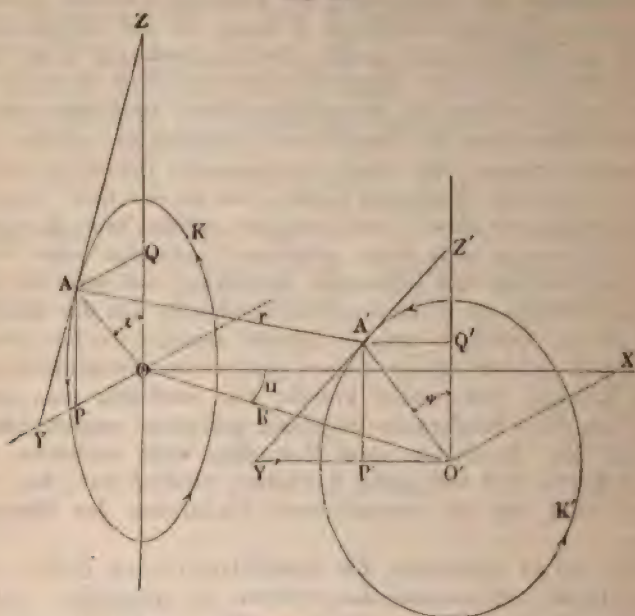
Wir müssen uns hier darauf beschränken, die Versuche Webers zu beschreiben und die von ihm gegebene Vergleichung der Resultate des Versuches mit denen der Rechnung anzuführen, da die Durchführung jener Rechnungen viel zu weit führen würde, weil eine Berechnung der Wirkungen der Ströme nur durch Reihenentwicklung möglich ist. Wir verweisen deshalb auf die Abhandlung von Weber.

Wenn ein Kreisstrom  $K$  (Fig. 217) um die vertikale durch seinen Mittelpunkt  $O$  gehende Axe  $Z$  drehbar aufgehängt ist, und ein zweiter Kreisstrom, dessen Ebene senkrecht zur Ebene des ersten ist, und dessen Mittelpunkt  $O'$  in derselben Horizontalebene liegt wie  $O$ , auf denselben

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen. I. Teil. Leipzig 1846. Auszüglich in Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

einwirkt, so erteilt dieser Strom  $K'$  dem ersteren ein gewisses Drehungsmoment, dessen GröÙe und Richtung abhängig ist von der GröÙe der beiden Kreise und von der Lage der Kreise zu einander.

Fig. 217.



Um dieses Drehungsmoment zu erhalten, verfährt man ähnlich wie bei den Rechnungen des §. 115, indem man zunächst die Einwirkung zweier Elemente bestimmt, und aus dieser durch Integration die Einwirkung der Kreise auf einander ableitet. Um den Weg, auf welchem man dahin gelangen kann, anzudeuten, wollen wir die Wirkung zweier Elemente dieser Kreise auf einander bestimmen. Wir benutzen dazu die Formel:

$$w = - \frac{i i' ds ds'}{r^3} (\cos \varepsilon - \frac{3}{2} \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \vartheta');$$

es sind in derselben  $r$ ,  $\varepsilon$ ,  $\vartheta$ ,  $\vartheta'$  zu bestimmen.

Legen wir zu dem Ende durch die beiden Kreise ein rechtwinkliges Axensystem, der Anfangspunkt liege in  $O$ , die Axe der  $Z$  sei die vertikale Drehungsaxe,  $Y$  in der Ebene des Kreisstromes  $K$ , und  $OX$  senkrecht zur Ebene  $K$  parallel der Ebene  $K'$  gelegt.

Der Abstand  $AA'$  der beiden Elemente oder  $r$  ist dann, wenn wir die Koordinaten der Punkte  $A$  mit  $x, y, z$ ;  $A'$  mit  $x', y', z'$  bezeichnen, wie wir schon mehrfach sahen, gegeben durch

$$r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2.$$

Sind der Abstand  $OO'$  der beiden Mittelpunkte gleich  $R$ , der Winkel den  $R$  mit  $x$  bildet  $u$ , die Radien der Kreise  $\varrho$  und  $\varrho'$ , die Winkel, welche die an  $A$  resp.  $A'$  gezogenen Radien mit der  $Z$ -Axe bilden, in

ichtung der Ströme von der vertikal nach oben gehenden Axe der  
echnet, gleich  $\chi$  und  $\psi$ , so können wir die Werte  $x, y, z \dots$  fol-  
mafsen ausdrücken

$$\begin{aligned}x &= 0, y = AQ = q \cdot \sin \chi, z = OQ = q \cdot \cos \chi \\&= OX - O'P' = R \cdot \cos u - q' \cdot \sin \psi, y' = O'X = R \cdot \sin u, \\&z' = O'Q' = q' \cdot \cos \psi.\end{aligned}$$

Demnach ist

$$\begin{aligned}&R \cdot \cos u - q' \cdot \sin \psi)^2 + \{R \cdot \sin u - q \cdot \sin \chi\}^2 + \{q' \cos \psi - q \cdot \cos \chi\}^2 \\&R^2 - 2R \{q' \cos u \sin \psi + q \sin u \sin \chi\} + q^2 + q'^2 - 2qq' \cos \psi \cos \chi.\end{aligned}$$

Der Winkel  $\varepsilon$  ist jener, welchen die beiden Elemente mit einander  
; wir erhalten den Cosinus desselben aus den Cosinus der Winkel,  
e die beiden Elemente mit den drei Axen bilden.

Das Element  $ds$  bildet mit den Axen dieselben Winkel, wie die an  
Kreisstrom bei  $A$  gelegte Tangente  $YZ$ . Der Winkel, welchen  $ds$   
er Axe  $Z$  bildet, ist demnach  $90^\circ + \chi$ , welchen es mit der Axe  $Y$   
 $\chi$ , mit der Axe  $X$ , da dieselbe zur Kreisebene senkrecht ist,  $90^\circ$ .  
Das Element  $ds'$  bildet mit den Axen die gleichen Winkel wie die  
nte  $Y'Z'$ , dieselben sind mit  $Z$   $90^\circ + \psi$ , mit  $Y = 90^\circ$ , mit  $X$   
 $+\psi$ .

Daraus folgt

$$\begin{aligned}&= \cos(180^\circ + \psi) \cdot \cos 90^\circ + \cos 90^\circ \cdot \cos \chi + \cos(90^\circ + \psi) \cdot \cos(90^\circ + \chi) \\&\cos \varepsilon = \sin \psi \cdot \sin \chi.\end{aligned}$$

Die Winkel  $\vartheta, \vartheta'$ , welche die Elemente mit  $r$  bilden, erhalten wir  
en Cosinus der eben bestimmten Winkel und den Cosinus der Winkel,  
e  $r$  mit den Axen bildet. Bezeichnen wir die Winkel, welche  $r$  mit  
drei Axen bildet, mit  $\alpha, \beta, \gamma$ , so ist

$$\begin{aligned}&= \frac{x' - x}{r} = \frac{R \cdot \cos u - q' \sin \psi}{r}; \cos \beta = \frac{y' - y}{r} = \frac{R \cdot \sin u - q \cdot \sin \chi}{r} \\&\cos \gamma = \frac{z' - z}{r} = \frac{q' \cos \psi - q \cos \chi}{r}.\end{aligned}$$

Demnach ist

$$\begin{aligned}\cos \vartheta &= \cos \chi \cdot \frac{R \sin u - q \sin \chi}{r} - \sin \chi \frac{q' \cos \psi - q \cos \chi}{r} \\&= \frac{R \sin u \cos \chi - q' \cos \psi \sin \chi}{r} \\&\cos \vartheta' = -\cos \psi \cdot \frac{R \cos u - q' \sin \psi}{r} - \sin \psi \frac{q' \cos \psi - q \cos \chi}{r} \\&= -\frac{R \cos u \cos \psi - q \cos \chi \sin \psi}{r}.\end{aligned}$$

Setzen wir diese Werte für  $\cos \varepsilon, \cos \vartheta, \cos \vartheta'$  in unsere Gleichung  
so wird

$$w = - \frac{i i' ds ds'}{r^2} \left\{ \sin \chi \cdot \sin \psi \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \frac{R \sin u \cos \chi - q' \cos \psi \sin \chi}{r} \cdot \frac{R \cos u \cos \psi - q \cos \chi \sin \psi}{r} \right\}$$

Diese Wirkung der beiden Elemente auf einander ist parallel  $r$  richtet; um das Drehungsmoment zu erhalten, welches der feste dem weglichen Leiter  $K$ , welcher nur um die vertikale Axe  $Z$  drehbar erteilt, haben wir die der  $X$ -Axe parallele Komponente der Kraft  $w$  dem Abstände des Elements  $ds$  von der Axe  $Z$  oder mit  $q \sin \chi$  zu multiplizieren. Dann wird das Drehungsmoment  $m$

$$m = - \frac{i i' ds ds' (R \cos u - q' \sin \psi)}{r^2} \cdot q \sin \chi \left\{ \sin \chi \cdot \sin \psi \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \frac{R \sin u \cos \chi - q' \cos \psi \sin \chi}{r} \cdot \frac{R \cos u \cos \psi - q \cos \chi \sin \psi}{r} \right\}$$

Drei Lagen des festen Kreises sind nun von besonderem Interesse nämlich:

1) Die Ebene des festen Kreises halbiert die Ebene des beweglichen Kreises, der Winkel  $u$  ist gleich null, dann ist

$$m_1 = - \frac{i i' ds ds' (R - q' \sin \psi)}{r^2} \cdot q \sin^2 \chi \left\{ \sin \psi \right. \\ \left. - \frac{3}{2} \frac{q' \cos \psi}{r} \cdot \frac{R \cos \psi - q \cos \chi \sin \psi}{r} \right\}.$$

2) Die Ebene des festen Kreises wird von der Ebene des beweglichen Kreises halbiert, der Winkel  $u$  ist  $90^\circ$ , dann ist

$$m_2 = \frac{i i' ds ds' \cdot q' \sin^2 \psi}{r^2} \cdot q \sin \chi \left\{ \sin \chi \right. \\ \left. - \frac{3}{2} \frac{R \cos \chi - q' \cos \psi \sin \chi}{r} \cdot \frac{q \cos \chi}{r} \right\}.$$

3) Die Mittelpunkte der Leiter fallen zusammen, der Abstand  $R$  gleich 0; dann ist

$$m_3 = \frac{i i' ds ds'}{r^2} \cdot q' \sin^2 \psi \cdot q \sin^2 \chi \left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{q' \cos \psi}{r} \cdot \frac{q \cos \chi}{r} \right\}.$$

Um für diese Fälle das Drehungsmoment zu erhalten, wird der ganze feste Strom dem drehbaren erteilt, hat man von diesen drei Ausdrücken, in denen man noch  $ds = q \cdot d\chi$  und  $ds' = q' \cdot d\psi$  setzt durch Integration nach den Veränderlichen  $\psi$  und  $\chi$  die Summe der Wirkungen aller Elemente des einen Stromkreises auf alle Elemente des andern Stromkreises zu bilden.

Führt man diese Rechnungen aus, die wie vorhin erwähnt zu keinen geschlossenen Ausdrücken führen, so findet man zunächst, daß die Drehungsmomente, welche der feste dem um die vertikale Axe drehbaren Strom erteilt, proportional sind dem Produkte aus den Stromstärken der beiden Ströme, daß sie überdies abhängig sind von der Größe des Fläch



leben die Ströme umkreisen, von dem Abstände  $R$ , und daß in dem ersten Falle die Ablenkung des beweglichen Stromes fast doppelt so groß ist als in dem ersten Falle.

Hängt man den beweglichen Strom bifilar auf, so daß also das ihn die Gleichgewichtslage zurückführende Drehungsmoment dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist, während das ihm von dem festen Strom erteilte Drehungsmoment, wie man unmittelbar sieht, dem Cosinus des Ablenkungswinkels proportional ist, so läßt sich die Tangente des Ablenkungswinkels in dem zweiten Falle geben durch

$$\operatorname{tang} v = \frac{2A}{R^2} + \frac{B}{R^2},$$

und in dem ersten Falle durch

$$\operatorname{tang} v' = \frac{A}{R^2} + \frac{C}{R^2},$$

wo  $A$  dem Produkte aus den Stromintensitäten und den Flächenräumen, welche von den Strömen umkreist sind, proportional ist.

Um die Wechselwirkung von Kreisströmen experimentell zu untersuchen, konstruierte Weber das Elektrodynamometer. Das Instrument steht im wesentlichen aus zwei Teilen, einer bifilar aufgehängten Drahtrolle und einer festen Rolle; erstere, welche den abzulenkenden Stromkreis stellt, nennt Weber die Bifilarrolle, letztere, welche als ablenkender Stromkreis dient, die Multiplikatorrolle. Da dieser Apparat auch zu Strommessungen dienen kann, möge derselbe hier etwas genauer beschrieben werden. Die Abbildungen Fig. 218 und Fig. 219 zeigen ihn in zwei zu einander senkrechten Durchschnitten. Die Bifilarrolle, welche Fig. 218 in vertikalem Durchschnitte dargestellt ist, besteht aus zwei dünnen Messingstreifen  $aa$  und  $a'a'$ , welche von einer etwa 3 mm dicken messingenen Rolle in einem Abstände von etwa 30 mm festgehalten werden. Um die Rolle zwischen den Scheiben ist ein mit Seide überspannener Kupferdraht mit 0,4 mm Durchmesser ungefähr 5000 mal herumgewunden und füllt den Zwischenraum zwischen den Scheiben ganz aus. In Fig. 219  $cc$  ist dieselbe Rolle in einem zum ersten senkrechten Durchschnitte dargestellt; an einem Ende des Drahtes ist bei  $c$  durch eine Durchbohrung der einen Messingstreife hindurchgeführt und in der Klemmschraube  $c'$  des Rahmens  $kk'$ , welcher die Bifilarrolle trägt, befestigt. Das äußere Ende des Drahtes ist ebenso zur Klemmschraube  $d'$  geführt. An der Drahtrolle ist der Spiegel  $ff$  (Fig. 219) befestigt, indem er durch drei kleine Schrauben, welche die Stellung seiner Ebene zu korrigieren gestatten, an eine kleine Messingplatte geschraubt ist, welche durch die Fortsätze  $g$  an den Scheiben der Bifilarrolle befestigt ist. Auf der anderen Seite wird der Spiegel durch ein kleines Gegengewicht  $h$  equilibriert, so daß der Schwerpunkt der ganzen Vorrichtung in den Mittelpunkt der Axe der Rolle fällt. Die Rolle wird getragen durch den Träger  $klkl'$  (Fig. 219), an welchem zwei parallele Drähte  $rr'$  (Fig. 218) befestigt sind, welche oben über die von einander isolierten Rollen  $nn'$  (Fig. 218) geführt und durch einen Seidenfaden mit einander verbunden sind. Die Aufhängedrähte können unten an einem Halter, an welchem sie ähnlich wie bei dem Bifilarmagnetometer befestigt sind, jedoch so, daß sie von einander isoliert sind, einander ge-

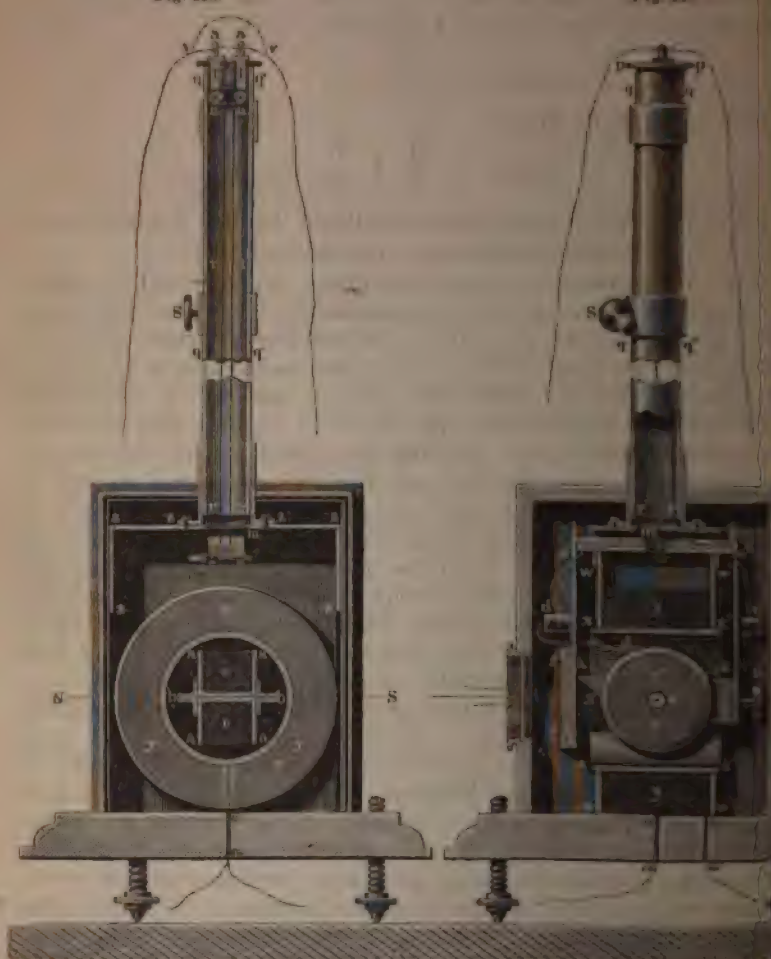


nähert, oder von einander entfernt werden. Mit den Aufhängeseilen zugleich die Klemmen  $e'$  und  $d'$  leitend verbunden.

Die feste Multiplikatorrolle  $yyy$  (Fig. 218) besteht aus zwei kreisförmigen Messingplatten mit kreisrundem Loche von 76 mm Durchmesser, welche parallel durch eine hohle Messingröhre von 76 mm Durchmesser in einem Abstände von 70 mm gehalten werden. Um diese Röhre

Fig. 218.

Fig. 219.



den parallelen Platten, ist ein mit Seide überspannener 0,7 mm dicker Kupferdraht etwa 3500 mal heringewunden. Die obere Seite des Multiplikators ist durch den Deckel  $zzzz$  (Fig. 218) bedeckt, welcher eine mittlere Durchbohrung, durch welche die die Bitlarrolle  $rrr$  hindurchgehen, die Messingröhre  $qq'$  trägt, in welcher die Drähte bis zu den Rollen  $n$  aufsteigen. Die Röhre besteht aus zwei

ander geschobenen Theilen, so daß sie verlängert oder verkürzt werden kann. Die Multiplikatorrolle steht auf dem hölzernen Fußbrett, in welches zwei Löcher  $\alpha$  und  $\alpha'$  gebohrt sind, um die Enden des Multiplikator-drahtes nach außen zu führen. Die Bifilarrolle schwebt in der Röhre der Multiplikatorrolle, so daß die Ebene ihrer Windungen zur Ebene der Multiplikatorwindungen senkrecht ist. Wie man Fig. 219 sieht, ist der Deckel des Multiplikators seitlich durchbohrt, so daß der horizontale Arm  $U'$  des Trägers durch die Durchbohrungen hindurchgeht und frei in denselben schwingen kann.

Der ganze Apparat wird zum Schutze gegen die Luftströmungen durch ein Mahagonikästchen bedeckt, welches oben eine Öffnung hat, um die Röhre  $qq'$  durchzulassen, und an der dem Spiegel der Bifilarrolle gegenüberstehenden Seite eine mit einem Spiegelglase verschlossene Öffnung, durch welche das Licht von einer Skala auf den Spiegel fällt und von demselben reflektiert wird.

Der Apparat wird dann so aufgestellt, daß die Ebene der Multiplikatorrolle vertikal und parallel der Ebene des magnetischen Meridianes, die Ebene der Bifilarrolle ebenfalls vertikal, aber senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridianes ist. Um die Stellung der Bifilarrolle zu beobachten, wird dem Spiegel derselben gegenüber, wie bei dem Magnetometer, ein Fernrohr mit Fadenkreuz aufgestellt, unter welchem sich eine Skala befindet, deren Spiegelbild im Fernrohr beobachtet wird.

Leitet man nun einen Strom durch die Multiplikatorrolle, dessen Intensität gleich  $J$  ist, und einen mit der Intensität  $J'$  durch die Bifilarrolle, indem man die Enden der Aufhängedrähte  $nn$  (Fig. 218) mit den Polen einer Batterie verbindet, so erteilt der freie Strom dem beweglichen ein zur Ebene des beweglichen Stromes senkrechtcs Drehungsmoment, welches nach den vorigen Entwicklungen proportional  $J \cdot J'$  ist, oder

$$D = a J J',$$

setzen wir  $J' = b J$ , so können wir auch schreiben

$$D = a b J^2.$$

Wird der bewegliche Strom um einen Winkel  $v$  abgelenkt, so wirken auf denselben nach entgegengesetzten Richtungen folgende Kräfte ein. Erstens die ablenkende Kraft des festen Stromes, welche den beweglichen dem festen Strome parallel zu stellen sucht, dieselbe ist gleich  $D \cdot \cos v$ .

Da aber infolge der Ablenkung die Aufhängedrähte nicht mehr parallel sind, und der Schwerpunkt der Bifilarrolle etwas gehoben wird, so erteilt die Direktionskraft infolge der Aufhängung der Bifilarrolle ein Drehungsmoment, welches sie wieder in die frühere Lage zurückzuführen sucht und welches dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist. Außerdem aber erteilt in später zu betrachtender Weise auch der Erdmagnetismus der Bifilarrolle ein Drehungsmoment, welches ebenfalls dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist. Dasselbe ist gleichzeitig der Stromstärke in der Bifilarrolle proportional; da es aber, wenn man durch die Bifilarrolle nur schwache Ströme leitet, gegen die andern Kräfte nur klein ist, so können wir dasselbe als konstant betrachten. Bezeichnen wir die Summe der Direktionskraft infolge der Aufhängung und der Einwirkung

des Erdmagnetismus mit  $M$ , so ist das die Bifilarrolle zurückdrehende Drehungsmoment gleich  $M \cdot \sin v$ .

Ist die Bifilarrolle in der abgelenkten Lage im Gleichgewicht, so ist

$$J^2 a b \cdot \cos v = M \cdot \sin v$$

$$\frac{J^2 a b}{M} = \tan v.$$

Es muß also die der ablenkenden Kraft proportionale Tangente des Ablenkungswinkels dem Quadrate der Stromstärke proportional sein.

Zur Prüfung dieses Satzes leitete Weber einen Strom durch die Multiplikatorrolle und dann durch die Bifilarrolle; da indes selbst bei Anwendung von nur einem Groveschen Elemente die Ablenkung der Bifilarrolle dann so stark wurde, daß sie nicht mehr beobachtet werden konnte, wurden, wie Fig. 218 *cc* zeigt, die Drähte, welche den Strom zur Bifilarrolle hin und von ihr fortleiteten, durch einen kurzen Draht verbunden, so daß durch die Bifilarrolle nur ein Zweigstrom ging, dessen Intensität

<sup>1</sup>  
246,26 des ganzen, also auch des durch den Multiplikator Draht fließenden Stromes war.

Die Intensität des durch den Multiplikator fließenden Stromes wurde durch die Ablenkung bestimmt, welche dieser Strom einem Magnetstab erteilt; die Stromstärken sind dann der Tangente des Ablenkungswinkels proportional. Die Ablenkung des Magnetstabes wurde wie bei dem Magnetometer und Dynamometer mit Fernrohr und Skala beobachtet.

Die in Skalenteilen gegebene Ablenkung liefert uns die Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel; man müßte daher eigentlich aus den direkt beobachteten Ablenkungen erst die Tangenten der einfachen Ablenkungswinkel ableiten; da indes die Ablenkungen überhaupt nur klein sind, weichen die Tangenten der Ablenkungswinkel so wenig von den halben Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel ab, daß wir ohne weiteres den direkt beobachteten Ablenkungen sowohl die Stromstärke  $J$ , als auch das von der festen der beweglichen Rolle erteilte Drehungsmoment proportional setzen dürfen.

Aus drei mit möglichster Sorgfalt durchgeführten Beobachtungsreihen erhielt Weber folgende zusammengehörigen Ablenkungen des Magnetstabes und Dynamometers:

Zahl der Elemente	Ablenkung des Magnetstabes $J$	Ablenkung des Dynamometers $I$
3 Grov. Becher	108,426	440,038
2 „ „	72,398	198,255
1 „ „	36,332	50,910.

Ist die Voraussetzung richtig, daß die elektrodynamische Wechselwirkung zweier Ströme dem Produkte der Stromstärken proportional ist, dann muß die Quadratwurzel aus den Zahlen der letzten Reihe den Zahlen der zweiten Reihe, welche der Stromstärke des durch die Rollen fließenden Stromes proportional sind, proportional sein, oder die Quadratwurzel der Zahlen der letzten Reihe muß, mit einem konstanten Faktor multi-



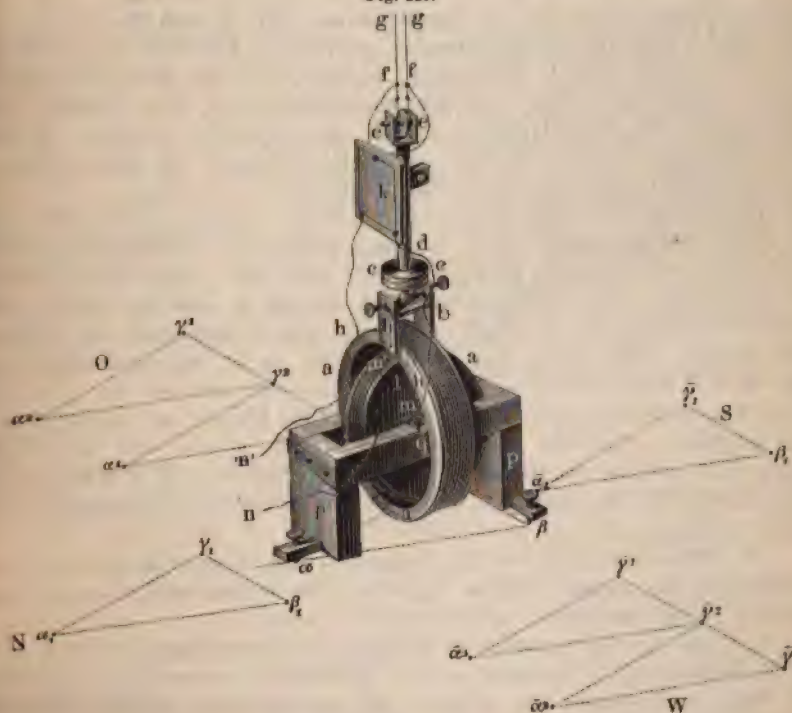
pliziert, die Zahlen der zweiten Reihe liefern. Das ist in der That der Fall, denn multiplizieren wir die Quadratwurzeln mit 5,15534, so erhalten wir

$5,15534 \cdot \sqrt{D}$	$J$	Differenz
108,144	108,426	— 0,282
72,589	72,398	+ 0,191
36,786	36,332	+ 0,454.

Die Differenzen zwischen den beobachteten und gefundenen Werten für  $J$  sind so klein, daß sie vollständig innerhalb der Grenzen der möglichen Beobachtungsfehler fallen; es folgt also, daß in der That die elektrodynamischen Wechselwirkungen zweier Ströme dem Produkte der Stromstärken proportional sind.

Um die Einwirkung zweier Stromkreise in den beiden anderen vorher bestimmten Lagen und in verschiedenen Entfernungen zu untersuchen und mit den aus der Ampèreschen Theorie sich ergebenden Folgerungen zu vergleichen, gab Weber dem Dynamometer die Einrichtung Fig. 220.

Fig. 220.



Die Bifilarrolle  $aa$ , welche circa 3000 Windungen Kupferdraht von 0,3 mm Dicke enthält, ist von einer Messingklammer  $bb$  gehalten, welche ihrerseits an der unteren der beiden horizontalen Messingscheiben  $cc$  befestigt ist. Die untere Messingscheibe ist in ihrer Mitte durchbohrt, und in

dieser Durchbohrung ist ein Zapfen befestigt, welchen die obere der beiden Messingscheiben  $c$  trägt. Die untere Scheibe und mit ihr die Bifilarrolle kann um den Zapfen gedreht werden, so daß man die Ebene der Bifilarrolle in jedem Azimute feststellen kann, ohne die Aufhängedrähte aus ihrer parallelen Lage zu bringen. Die obere Scheibe  $c$  ist an dem vertikalen hölzernen Zapfen  $d$  befestigt, an welchem oben eine kleine Gabel sich befindet, in welcher die sehr leicht bewegliche Rolle  $cc$  liegt. In diese Rolle ist ein Seidenfaden gelegt, welcher an die Aufhängedrähte  $q$  geknüpft ist. Die Aufhängedrähte sind oben an der Decke des Zimmers an zwei von einander isolierten Rollen von Messing befestigt; von diesen gehen zwei Drähte, der eine zu einem Pole der Batterie, der andere zum Kommutator. Zu den Aufhängedrähten führen auch die Enden des an die Bifilarrolle gewickelten Drahtes.

An dem hölzernen Zapfen  $d$  ist zugleich ein vertikaler Planspiegel befestigt, auf welchen aus circa 3,2 m Entfernung ein Fernrohr mit Fadenkreuz gerichtet ist, so daß man das Spiegelbild der unter dem Fernrohr befestigten Skala beobachten kann. Die Multiplikatorrolle besteht aus zwei Messingscheiben  $l$ , deren Durchmesser etwas kleiner ist als der lichte Durchmesser der Bifilarrolle, und welche durch eine Messingaxe mit einander verbunden sind. Um die Axe ist in ungefähr 10 000 Windungen ein Kupferdraht von 0,3 mm Durchmesser gewunden. Die Rolle wird auf ein kleines hölzernes Gestell  $pp$  gelegt, welches, um die Ebene der Rolle genau vertikal zu stellen, mit drei Stellschrauben  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  versehen ist. Der eine der Füße des Gestelles ist mit einem Charnier versehen, so daß er zurückgeschlagen werden und so der Multiplikator frei in die Bifilarrolle eingeführt, oder aus ihr herausgenommen werden kann.

Die Bifilarrolle wird so gestellt, daß ihre Ebene genau senkrecht zur Ebene des Meridianes steht, während die Ebene der Multiplikatorrolle derjenigen des Meridianes parallel gestellt wird, also senkrecht zur Ebene der Bifilarrolle. Der Multiplikator kann erstens so gestellt werden, daß sein Mittelpunkt, wie die Figur zeigt, mit dem Mittelpunkte der Bifilarrolle zusammenfällt; dann aber auch so, daß er in der Ostwestrichtung oder in der Südrichtung von der Bifilarrolle entfernt ist. Um bei diesen letzten Stellungen sicher zu sein, daß die Ebenen der beiden Rollen sich halbieren, daß also  $u = 0^\circ$  oder  $90^\circ$  ist, werden auf der Tischplatte, über welcher die Bifilarrolle hängt, die Punkte  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  vorher sorgfältig aufgesucht und markiert, auf welchen die Spitzen der Stellschrauben stehen müssen.

Die Bifilarrolle wird bei den Versuchen zum Schutze gegen die Luftströmungen von einem Gehäuse umgeben, dessen dem Spiegel gegenüberstehende Wand aus einer Spiegelglasplatte besteht.

Um mit diesem Apparate die Messungen vorzunehmen, stellte man die Multiplikatorrolle zunächst in die Bifilarrolle, wie es Fig. 220 zeigt, und dann in Abstände von 300 bis 600 mm entweder in der Richtung des magnetischen Meridianes, oder in die magnetische Ost-Westrichtung auf die vorher markierten Punkte  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

Es wurde dann durch beide Rollen der Strom von 8 Bunsenschen Elementen nach einander hindurchgeführt; nur als die Multiplikatorrolle sich in der Bifilarrolle befand, wurde der Strom von 2 Groveschen Ele-



nenten angewandt. Um die Stromstärke in jedem Falle zu messen, wurde der Strom dann noch ferner durch eine entferntere, vertikal und dem magnetischen Meridiane parallel gestellte Drahtrolle geführt, welche den Magnetstab eines Magnetometers ablenkte. Die Stromstärken waren auch hier der Tangente des Ablenkungswinkels des Magnetstabes proportional; man konnte aber auch hier wieder die Stromstärke den direkt beobachteten Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel proportional setzen.

Bezeichnen wir die Intensität des Stromes in beiden Rollen mit  $J$ , so ergibt die Ampèresche Theorie auch hier wieder die Direktionskraft der festen auf die bewegliche Rolle

$$D = J^2 \cdot K,$$

worin die Konstante  $K$  abhängig ist von der Größe der Rollen, ihrer Lage gegen und ihrer Entfernung von einander. Ist die Bifilarrolle um den Winkel  $v$  aus ihrer Lage abgelenkt, so ist das sie ablenkende Drehungsmoment

$$J^2 \cdot K \cdot \cos v.$$

In der abgelenkten Lage wird die Bifilarrolle noch durch zwei Kräfte affiziert, nämlich durch die statische Direktionskraft infolge der Aufhängung, sei dieselbe gleich  $S$ , welche die Rolle der frühern Lage wieder zu nähern sucht, und durch die Direktionskraft des Erdmagnetismus, welche je nach der Richtung des Stromes in der Bifilarrolle dieselbe der Gleichgewichtslage wieder zu nähern oder von ihr zu entfernen sucht. Diese Direktionskraft darf bei diesen Beobachtungen, bei welchen die angewandten Stromstärken von 2, resp. 8 Elementen in der Bifilarrolle ziemlich beträchtlich sind, nicht außer Acht gelassen werden. Die Größe dieser Direktionskraft läßt sich, wie Weber gezeigt hat, berechnen; sei sie in Teilen der statischen Direktionskraft gleich  $s$ . Das Drehungsmoment, welches die Bifilarrolle aus der abgelenkten Lage infolge dieser Kräfte zurückzudrehen sucht, ist dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional, also

$$S(1 \pm s) \cdot \sin v,$$

worin das positive Vorzeichen zu nehmen ist, wenn der Strom in der Bifilarrolle an der Westseite des Meridianes aufsteigt.

Ist die Bifilarrolle in der abgelenkten Lage im Gleichgewicht, so ist

$$J^2 \cdot K \cdot \cos v = S(1 \pm s) \cdot \sin v$$

$$K \cdot \frac{J^2}{S(1 \pm s)} = \tan v,$$

oder

$$\frac{K}{S} = \tan v \cdot \frac{(1 \pm s)}{J^2}.$$

Die von Weber beobachteten Werte von  $\tan v \cdot \frac{1 \pm s}{J^2}$  sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Entfernung der Rollen	Reduzierte Ablenkung des Dynamometers, wenn die Bifilarrolle sich befand von der Bifilarrolle	
	östlich oder westlich	südlich oder nördlich
0 mm	22960	22960
300 „	189,93	— 77,11
400 „	77,45	— 34,77
500 „	39,72	— 18,24
600 „	22,46	—

Betreffs dieser Zahlen ist zu bemerken, daß sie den Abstand beobachteten Punkte der Skalen geben, wenn die Bifilarrolle in äußersten Lagen bei abwechselnd entgegengesetzt gerichteten Strömen sich befand, daß sie also den doppelten Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel, oder da die Ablenkungen immer nur sehr klein sind, vierfachen Tangenten der Ablenkungswinkel proportional sind.

Die negativen Vorzeichen in der letzten Kolonne bedeuten, daß gleicher Stromrichtung in den beiden Rollen der Sinn der Ablenkung entgegengesetzt ist, wenn die Ebene der festen Rolle die bewegliche halbiert, als wenn die bewegliche die feste Rolle halbiert; daß im ersten Falle die Rollen sich parallel und so zu stellen suchen, daß der Strom in ihnen im entgegengesetzten Sinne kreist, während im letztern die bewegliche Rolle so gedreht wird, daß die Ströme parallel und gleichgerichtet werden. Daß dieses mit der Ampèreschen Theorie übereinstimmt, zeigen unsere Ausdrücke  $m_1$  und  $m_2$ , indem der erstere das negative letztere das positive Vorzeichen hat; es ergibt sich aber auch schon aus einer Betrachtung der Fig. 217. Denn fällt die Verbindungslinie der beiden Kreismittelpunkte mit der X-Axe zusammen, befindet sich also der Kreis nördlich oder südlich von K, so wird der Kreis K offenbar so gedreht, daß wenn beide parallel stehen, in den einander nächsten Kreisteilen die Ströme gleichgerichtet sind, daß also dort, wo die Ströme in zugewandten Kreishälften die Axe der X passieren, dieselben von oben nach unten fließen. Wie man sieht, durchfließen die Ströme die beiden Kreise dann in entgegengesetztem Sinne.

Befindet sich aber der Kreis K' östlich oder westlich von K, so fällt also R mit der Axe der Y zusammen, so wird der Kreis K so gedreht, daß bei paralleler Stellung ebenfalls in den einander zugewandten Teilen des Kreises die Richtung der Ströme dieselbe ist, wie im ersten Falle, wenn die Ströme die beiden Kreise in demselben Sinne durchfließen.

Bei den in Fig. 217 angedeuteten Stromrichtungen dreht sich nach von oben gesehen der Kreis K, wenn  $\alpha = 0$  ist, im entgegengesetzten Sinne wie der Zeiger einer Uhr; wenn  $\alpha = 90^\circ$  ist, in demselben Sinne wie der Zeiger einer Uhr.

Weber prüfte nun mit seinen Messungen das Ampèresche Gesetz doppelter Weise.

Zunächst müssen, wie erwähnt, bei gleicher Stromstärke und gleicher statischer Direktionskraft die Tangenten der Ablenkungswinkel, wenn

Öme aus verschiedenen Abständen auf einander wirken, den Gleichungen nügen

$$\operatorname{tang} v = \frac{2A}{R^3} + \frac{B}{R^5},$$

ann die Multiplikatorrolle östlich oder westlich von der Bifilarrolle aufstellt ist; der Gleichung

$$\operatorname{tang} v' = \frac{A}{R^3} + \frac{C}{R^5},$$

an die Multiplikatorrolle sich nördlich oder südlich von der Bifilarrolle indet.

Die in der oben gegebenen Tabelle angeführten Zahlen liefern uns doppelten Tangenten der Ablenkungswinkel, wenn wir sie durch die pelte Entfernung der Skala vom Spiegel dividieren, da die beobach- en Werte der doppelten Ablenkung der Bifilarrolle entsprechen.

Berechnet man hiernach die einfachen Ablenkungswinkel, so ergibt a folgende Tabelle:

Abstand der Rollen $R$	Ablenkungswinkel $v$		Ablenkungswinkel $v'$	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
0,3 m	0° 49' 22"	0° 49' 22"	0° 20' 3"	0° 20' 4"
0,4 „	0° 20' 8"	0° 20' 7"	0° 9' 2"	0° 8' 58"
0,5 „	0° 10' 12"	0° 10' 8"	0° 4' 44"	0° 4' 42"
0,6 „	0° 5' 50"	0° 5' 49"	—	—

Nach der Methode der kleinsten Quadrate wurden nun die drei Kon- anten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  berechnet, und es ergab sich

$$\operatorname{tang} v = 0,0003572 \cdot R^{-3} + 0,000002755 R^{-5}$$

$$\operatorname{tang} v' = 0,0001786 \cdot R^{-3} + 0,000001886 R^{-5}.$$

Wie genau die hiernach berechneten Werte von  $v$  und  $v'$  mit den bschauten Werten übereinstimmen, zeigt obige Tabelle.

Eine noch eingehendere und vollständige Prüfung der Ampèreschen eorie führte Weber dadurch aus, dafs er die Konstante  $K$  in den ange- arten Gleichungen für die Verhältnisse des Versuches bestimmte, und an die Ablenkungen der Bifilarrolle darnach berechnete. Wie voll- ndig die beobachteten und berechneten Werte mit einander überein- nmen, zeigt folgende Tabelle.

Abstand der Rollen	Ablenkungen der Bifilarrolle, wenn die Multiplikatorrolle sich befand von der Bifilarrolle			
	östlich oder westlich		nördlich oder südlich	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
0 mm	22960	22680	22960	22680
300 mm	189,93	189,03	— 77,11	— 77,17
400 mm	77,45	77,79	— 34,77	— 34,74
500 mm	39,72	39,37	— 18,24	— 18,31
600 mm	23,46	22,64	—	—

Die Übereinstimmung ist so vollkommen, daß sie den schönsteis liefert, daß das Ampèresche Fundamentalgesetz bei seiner Anwendung auf geschlossene Ströme durchaus mit der Erfahrung übereinstimmende Resultate liefert<sup>1)</sup>.

### §. 119.

**Webers elektrisches Grundgesetz.** Das Ampèresche elektrische Grundgesetz, welches in der Formel für die Wechselwirkung zweier Elemente ausgedrückt ist, ist, soweit man überhaupt von der Wirkung geschlossener Ströme auf diejenige der einzelnen Elemente zurückschließen kann, das unmittelbare Ergebnis des Versuchs, so zwar, daß man wohl als eine empirische Formel bezeichnen kann. Dasselbe geht von der Natur der Kräfte, welche diesen Erscheinungen zu Grunde liegen weiter ein, als daß es der Erfahrung gemäß als die Ursache der beobachteten Erscheinungen die in den Stromleitern fließende Elektrizität betrachtet. In welcher Weise die an den Stromleitern beobachteten elektrodynamischen Aktionen mit den elektrischen Anziehungen und Abstossungen in dem Stromleiter fließenden Elektrizitäten zusammenhängen, und die Ampère nicht zu bestimmen gesucht.

Diese Frage hat sich W. Weber gestellt, er hat die elektrodynamischen Erscheinungen aus der Wechselwirkung der elektrischen Kräfte abgeleitet, welche in den galvanischen Strömen auf einander wirken, und so ein elektrisches Grundgesetz aufgestellt, von welchem die elektrodynamischen Bewegungen nur ein specieller Fall sind<sup>2)</sup>.

Weber geht dabei auch von den beiden Erfahrungssätzen aus: zwei Stromelemente, welche in einer geraden Linie liegen, mit welcher Richtung zusammenfallen, einander abstossen oder anziehen, je nachdem die Ströme in ihnen gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind, und daß zwei parallele Stromelemente, welche mit ihrer Verbindungslinie rechte Winkel bilden, einander anziehen oder abstossen, je nachdem die Ströme in ihnen gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind.

Weber nimmt an, wie wir es schon mehrfach auseinandergesetzt haben, daß in jedem elektrischen Strome gleichzeitig beide Elektrizitäten in gleicher Menge nach entgegengesetzten Richtungen fließen.

Wir haben demnach in zwei Stromelementen, die wir betrachten, nach den Gesetzen der elektrischen Anziehungen und Abstossungen vier elektrodynamische Wechselwirkungen, zwei abstossende zwischen den beiden positiven und den beiden negativen Elektrizitäten, und zwei anziehende zwischen der positiven Elektrizität des ersten und der negativen des zweiten, zwischen der negativen Elektrizität des ersten und der positiven des zweiten Leiters. Da diese elektrischen Massen aus gleichen Entfernungen auf einander wirken, so müßte den Gesetzen der Elektrostatik gemäß die Summe dieser Wirkungen gleich null sein. Denn bezeichnen wir die beiden Leitern in dem Element gerade vorhandenen Elektrizitäten mit

1) Versuche von *Cazin*, welche zu dem gleichen Resultate führen. *Ann. chim. et de phys.* 4. Série T. I.

2) *W. Weber, Elektrodynamische Mafbestimmungen.* I. Teil. S. 48-



und  $+e'$ , den Abstand der Elemente mit  $r$ , so sind nach jenen Gesetzen die Wechselwirkungen dieser Elektricitäten

$$\frac{+e \cdot +e'}{r^2}, \quad \frac{-e \cdot -e'}{r^2}, \quad \frac{+e \cdot -e'}{r^2}, \quad \frac{-e \cdot +e'}{r^2}.$$

Dieselben sind ihrem absoluten Werte nach gleich, zwei haben aber das positive, zwei das negative Vorzeichen; ihre Summe ist daher gleich 0.

Da wir nun aber die elektrodynamischen Erscheinungen der Einwirkung der in den Leitern fließenden Elektricitäten zuschreiben müssen, so folgt, daß die Gesetze der Anziehung und Abstossung, wie wir sie aus den Wechselwirkungen der ruhenden Elektricität ableiten, nicht auch die Wechselwirkungen der bewegten Elektricität umfassen. Da ferner die beiden oben angeführten Erfahrungssätze uns zeigen, daß die Wechselwirkungen der Elemente um so stärker sind, je geschwinder die Elektricität durch die Elemente strömt, d. h. je größer die Stromintensität ist, so folgt, daß die elektrischen Anziehungen und Abstossungen auch abhängig sind von den Geschwindigkeiten, welche die elektrischen Massen gegen einander haben. Die Gesetze der Elektrostatik geben uns daher nur einen Grenzfall, nämlich die elektrischen Wirkungen, wenn die gegenseitigen Geschwindigkeiten gleich null sind.

Wir müssen daher zu dem aus der Elektrostatik abgeleiteten Gesetze noch ein Glied hinzufügen, welches von der Geschwindigkeit abhängt, welche die elektrischen Massen gegen einander haben.

Die erste der beiden angeführten Thatsachen beweist, daß elektrische Massen, welche in entgegengesetztem Sinne bewegt werden, schwächer auf einander einwirken als solche, welche in gleichem Sinne bewegt werden.

Denn wenn die Stromrichtung in beiden Elementen dieselbe ist, so findet Abstossung statt; folglich müssen die Anziehungen der ungleichnamigen Elektricitäten schwächer sein als die Abstossungen der gleichnamigen; die ungleichnamigen Elektricitäten bewegen sich aber in diesem Falle nach entgegengesetzten, die gleichnamigen nach denselben Richtungen.

Aus derselben Thatsache läßt sich ferner der Satz ableiten, daß zwei elektrische Massen desto schwächer abstossend oder anziehend, je nachdem sie gleichartig oder ungleichartig sind, auf einander einwirken, je größer das Quadrat ihrer relativen Geschwindigkeit ist, d. h. der Geschwindigkeit, mit welcher die Elektricitäten sich einander nähern oder von einander entfernen.

Daß die Geschwindigkeit, mit welcher die beiden Elektricitäten sich gegen einander bewegen, von Einfluß ist, folgt wie wir sahen daraus, daß die elektrodynamischen Wechselwirkungen von der Stromstärke abhängig sind. Bezeichnen wir den Abstand der elektrischen Massen mit  $r$ , und mit  $dr$  die Strecke, um welche sie sich in der Zeit  $dt$  von einander entfernen, also den Zuwachs des Abstandes  $r$ , so ist  $-dr$  die Strecke, um welche sie sich einander in derselben Zeit nähern, wenn sie sich gegen einander hin bewegen. Die relativen Geschwindigkeiten sind in dem ersten Falle  $\frac{dr}{dt}$ , in dem zweiten Falle  $-\frac{dr}{dt}$ . Da eine Umkehr des Stromes in beiden Elementen die Wirkung derselben auf einander gar nicht ändert, so folgt, daß bei gleicher relativen Geschwindigkeit es gleichgültig ist, ob



die beiden Elektricitäten sich einander nähern, oder von einander entfernen. Da somit das Vorzeichen von  $\frac{dr}{dt}$  keinen Einfluss auf die Größe der Kraft hat, so kann sie nur von einer geraden Potenz der relativen Geschwindigkeit abhängig sein; am einfachsten ist daher die Annahme, daß sie sich mit dem Quadrate derselben ändere.

Die Einwirkung zweier elektrischer Massen  $e$  und  $e'$  in dem Abstände  $r$ , wenn sie gegen einander die Geschwindigkeit  $\pm \frac{dr}{dt}$  haben, werden wir darnach ausdrücken können durch die Form

$$\frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \alpha \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 \right\},$$

worin die Vorzeichen von  $e$  und  $e'$  positiv oder negativ sind, je nachdem die Elektricitäten positiv oder negativ sind, und worin  $\alpha$  eine Konstante bedeutet.

Dieser Ausdruck spricht aus, daß nach entgegengesetzten Richtungen bewegte, oder überhaupt Elektricitäten, die nicht in relativer Ruhe sind, schwächer auf einander einwirken als ruhende, und daß die Schwächung dem Quadrate der relativen Geschwindigkeit proportional ist. Wenn  $\frac{dr}{dt}$  gleich null wird, so geht dieser Ausdruck in das einfache elektrostatische Gesetz über.

Wenden wir diesen Ausdruck auf den bisher betrachteten Fall, zweier in einer geraden Linie liegender Elemente an, um ihn mit dem durch die Erfahrung bestätigten Ausdruck von Ampère zu vergleichen. Nach der Ampèreschen Formel ist für diesen Fall die Wechselwirkung der Elemente

$$\frac{i i' ds ds'}{2 r^2}.$$

Um die völlige Übereinstimmung beider Formeln zu zeigen, bezeichnen wir die Elektricitätsmenge, welche gleichzeitig in der Längeneinheit der Stromleiter vorhanden ist, mit  $+e$  resp.  $+e'$ . Die in den Elementen  $ds$  und  $ds'$  gleichzeitig vorhandenen Elektricitäten sind dann  $\pm e ds$ ,  $\pm e' ds'$ . Nun seien die Geschwindigkeiten der Elektricitäten in beiden Leitern  $u$  und  $u'$ . Dann sind die relativen Geschwindigkeiten, also die Geschwindigkeiten mit welchen die Elektricitäten sich von einander entfernen oder einander nähern,

Geschwindigkeiten

$$\frac{dr}{dt}$$

von  $+e$  und  $+e'$   $u - u'$

„  $-e$  „  $-e'$   $-(u - u')$

„  $+e$  „  $-e'$   $u + u'$

„  $-e$  „  $+e'$   $-(u + u')$

Deshalb sind die Wirkungen

$$\frac{ee' ds ds'}{r^2} [1 - \alpha (u - u')^2]$$

$$\frac{ee' ds ds'}{r^2} [1 - \alpha (u - u')^2]$$

$$- \frac{ee' ds ds'}{r^2} [1 - \alpha (u + u')^2]$$

$$- \frac{ee' ds ds'}{r^2} [1 - \alpha (u + u')^2]$$

Die algebraische Summe aller dieser vier Wechselwirkungen ist die Wirkung der beiden Stromelemente auf einander, für welche der Amperesche Ausdruck gilt; diese Summe ist

$$8\alpha \frac{ee' ds ds'}{r^2} u u'.$$

Dieser Ausdruck soll dem von Ampère gegebenen identisch gleich sein.

Die Stromintensität  $i$  in der Formel von Ampère ist proportional der Elektrizitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters fließt, es ist demnach, wenn  $a$  eine Konstante bedeutet,

$$i = acu, \quad i' = ae'u'.$$

Darnach wird die Formel von Ampère

$$a^2 \frac{ee' ds ds'}{2r^2} uu'.$$

Die beiden Ausdrücke sind demnach einander vollkommen gleich, wenn  $r$  setzen

$$8\alpha = \frac{a^2}{2}, \quad \alpha = \frac{a^2}{16},$$

daß der Webersche Ausdruck für die Wechselwirkung zweier Elemente demnach wird

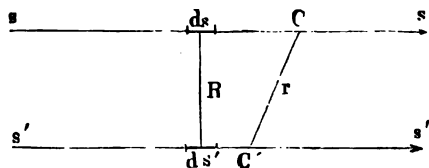
$$w = \frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 \right\}.$$

Dieser Ausdruck reicht indes zur Darstellung der Erscheinungen nicht aus, denn nach demselben müßte die Wechselwirkung zweier paralleler Elemente auf einander gleich 0 sein. Denn sind  $ds, ds'$  Fig. 221 die beiden einander wirkenden Elemente, die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte, so sieht man, wie die durch die Leiter fließenden Elektrizitäten in dem Augenblicke, in welchem sie die Elemente passieren, sich weder einander nähern, noch von einander entfernen, wie so für alle Elektrizitäten die relativen Geschwindigkeiten gleich null sind. Nehmen wir an, in beiden Leitern sei die Stromrichtung dieselbe; die Intensität aber in  $ss$  die größere. Nach derselben Seite gerichtete Geschwindigkeit der gleichnamigen Elektrizitäten ist dann in dem Leiter  $ss$  die größere.

Zwei elektrische Massen, welche zu gleicher Zeit die Elemente passieren, nähern sich dann bis zu dem Augenblicke, in welchem sie sich in den Elementen befinden, von da an entfernen sie sich; in dem Augenblicke also, in welchem sie sich in den Elementen befinden, kehrt die relative Geschwindigkeit ihr Vorzeichen um, sie muß also gleich null sein. Gleiches gilt für die entgegengesetzten Elektrizitäten.

In diesem Falle ändern sich also die relativen Geschwindigkeiten mit der Zeit, sie nehmen ab, wenn die Elektrizitäten sich nähern, gehen durch Null, wenn sie in den betrachteten Elementen sich befinden, und

Fig. 221.



nehmen wieder zu, wenn sie sich von einander entfernen; Weber 1 daher an, daß diese Veränderlichkeit der relativen Geschwindigkeit die relative Beschleunigung der auf einander wirkenden elektrischen Massen ebenfalls von Einfluß auf die Anziehungen und Abstosungen selbst sei, und zwar daß diese Kräfte der relativen Beschleunigung proportional zunehmen. Ist demnach  $dv$  die GröÙe, um welche die relative Geschwindigkeit der elektrischen Massen in der Zeit  $dt$  zunimmt, die relative Beschleunigung derselben  $\frac{dv}{dt}$ , denn dieser Quotient giebt die Zunahme der relativen Geschwindigkeit in der Zeiteinheit, wie in jedem Zeitelemente  $dt$  ebenso zunähme, wie in dem betrachteten elemente. Die Wechselwirkung zweier bewegter elektrischer Massen  $e$  und  $e'$  im Abstände  $r$  ist dann ganz allgemein

$$w = \frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + b \frac{dv}{dt} \right\}.$$

Vergleichen wir wieder diesen Ausdruck mit dem Ampèreschen die Wechselwirkung zweier paralleler Elemente

$$w = - \frac{ii' ds ds'}{R^2}.$$

Seien wieder wie vorher  $\pm e, \pm e'$  die Elektricitäten in der Längeneinheit der Leiter,  $\pm u, \pm u'$  deren Geschwindigkeiten; die in den beiden Elementen auf einander einwirkenden Elektricitäten sind dann

$$\pm eds; \pm e' ds'.$$

Um die relativen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zu erhalten, müssen wir bestimmen, um welches Stück  $dr$  sich der Abstand der Elektricitäten in der Zeit  $dt$  zu irgend einer Zeit  $t$  ändert. Lassen nun die Elektricitäten  $e$  und  $e'$  in der Zeit  $t$ , von dem Momente an rechnet, wo sie die Elemente passieren, den Weg  $dsC = ut$  und  $dsC' = u't$  (Fig. 221) zurück, so ist am Ende der Zeit  $t$  der Abstand der beiden Elektricitäten gegeben durch

$$CC'^2 = r^2 = R^2 + (u - u')^2 \cdot t^2.$$

Wächst  $t$  um  $dt$ , so wächst  $r$  um  $dr$ , demnach ist

$$r dr = (u - u')^2 t dt$$

$$r \frac{dr}{dt} = rv = (u - u')^2 t$$

oder

$$v = \frac{(u - u')^2}{r} t.$$

Dieser Ausdruck für die relative Geschwindigkeit der Elektricitäten läßt schon erkennen, daß in dem Augenblicke, in welchem die Elektricitäten die Elemente passieren,  $v = 0$  ist, denn dann ist  $t = 0$ . Vor ist  $t$  negativ zu setzen, wie man sieht ist dann auch  $v$  negativ, d. h. die Elektricitäten nähern sich einander.

Um die relative Beschleunigung der elektrischen Massen

ander zu erhalten, müssen wir die Geschwindigkeitsänderung  $dv$  in dem Zeitelement  $dt$  bestimmen; ändert sich in der Gleichung

$$r \cdot v = (u - u')^2 \cdot t$$

$t$  um  $dt$ , so ändert sich auch der Wert von  $r$  um  $dr$ , so daß also

$$r dv + v dr = (u - u')^2 \cdot dt$$

$$r \frac{dr}{dt} + v \frac{dr}{dt} = (u - u')^2$$

oder

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(u - u')^2}{r} - \frac{v^2}{r}$$

In dem Augenblicke, in welchem die Elektricitäten die Elemente passieren, ist  $r = R$ ,  $v = 0$ , deshalb

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{R} \cdot (u - u')^2.$$

Daraus ergibt sich für die Wechselwirkung der in den Elementen strömenden Elektricitäten

$$+ e \text{ auf } + e' \dots \dots \frac{e e' ds ds'}{R^2} \left[ 1 + \frac{b}{R} (u - u')^2 \right]$$

$$- e \text{ „ } - e' \dots \dots \frac{e e' ds ds'}{R^2} \left[ 1 + \frac{b}{R} (u - u')^2 \right]$$

$$+ e \text{ „ } - e' \dots \dots \frac{e e' ds ds'}{R^2} \left[ 1 + \frac{b}{R} (u + u')^2 \right]$$

$$- e \text{ „ } + e' \dots \dots \frac{e e' ds ds'}{R^2} \left[ 1 + \frac{b}{R} (u + u')^2 \right]$$

Die algebraische Summe dieser vier Wirkungen ist

$$w = - 8 \frac{b}{R} \frac{e e' ds ds'}{R^2} u u'.$$

Setzen wir wieder in der Formel von Ampère

$$i = a e u \quad i' = a e' u',$$

so wird dieselbe

$$- \frac{a^2 e e' ds ds'}{R^2} u u'.$$

Der Ausdruck von Ampère wird dem aus dem Weberschen Grundgesetze abgeleiteten vollkommen gleich, wenn man

$$b = \frac{a^2}{8} R$$

setzt, so daß also der Ausdruck für die Wechselwirkung zweier bewegten Elektricitätsmengen  $e$  und  $e'$  ganz allgemein wird

$$w = \frac{e e'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{a^2}{8} r \frac{dv}{dt} \right\},$$

wo dann zur Berechnung der Wirkung zweier Stromelemente sowohl  $e$  als auch  $e'$  sowohl positiv als negativ zu nehmen sind.

Sowie nach der eben gemachten Bestimmung der Konstanten  $b$  sich sofort erkennen läßt, daß die Formel von Weber die beiden sonderbaren Fälle von Ampère einschließt, so läßt sich auch mit einiger Rechnungen leicht zeigen, daß die allgemeine Formel von A in derselben enthalten ist, so daß man in der That die Formel von A als das elektrische Grundgesetz betrachten darf, welches die von A nur aus den Versuchen berechneten Erscheinungen aus den wirklichen elektrischen Kräften abgeleitet hat.

Den Wert und die Bedeutung der Konstanten  $a$  können wir direkt aus der Form des Weberschen Gesetzes erhalten. Nehme nämlich an, daß sich zwei elektrische Teilchen mit konstanter Geschwindigkeit gegen einander bewegen, so ist in der für die zwischen denselben wirksame Kraft abgeleiteten Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\left(\frac{dr}{dt}\right)}{dt} = 0,$$

somit wird

$$w = \frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \right\}$$

die zwischen den Teilchen wirksame Kraft. Wird die relative Geschwindigkeit der Teilchen, also  $\frac{dr}{dt}$  so groß, daß

$$1 - \frac{a^2}{16} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 0,$$

so üben die Teilchen auf einander gar keine Einwirkung aus, sie sich weder ab, noch ziehen sie sich an. Schreiben wir die letzte Gleichung in der Form

$$\frac{16}{a^2} = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2$$

so folgt, daß  $\frac{4}{a}$  jene Geschwindigkeit bedeutet, bei welcher die zwischen den Teilchen sich weder anziehen noch abstossen, bei welcher sie überhaupt nicht auf einander einwirken. Bezeichnen wir diese Geschwindigkeit mit  $c$ , so wird die Webersche Gleichung

$$w = \frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dv}{dt} \right\}.$$

Aus der Form der Weberschen Gleichung würde sich ergeben, wenn die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Teilchen gegen einander bewegen, größer als  $c$  ist, die von denselben auf einander ausgehenden Wirkungen das Vorzeichen ändern, daß die Anziehung in Abstossung, Abstossung gleichnamiger Elektricitäten in Anziehung übergeht.

Die dem Weberschen Gesetze zu Grunde liegenden Annahmen über die Wechselwirkung zweier elektrischer Massen nicht allein von der GröÙe oder Entfernung, sondern auch davon abhängen, ob sie sich einander bewegen, ja daß sie selbst von der Art der Bewegung abhängen, stehen allerdings mit den Grundsätzen der Mechanik, nach denen die Wirksamkeit einer Kraft durchaus nicht von einer et-



Bewegung der Massen, auf welche sie wirkt, abhängig sein kann, in Widerspruch. Indes kann man daraus nicht ohne weiteres schließen, daß das Webersche Gesetz nicht ein wirkliches Grundgesetz, sondern nur eine die Versuche darstellende empirische Gleichung sei. Denn es ist zu beachten, daß der erwähnte Grundsatz der Mechanik keineswegs a priori feststeht, sondern daß derselbe ebenfalls aus der Erfahrung abstrahiert ist, daß er aus der Beobachtung der Einwirkung von Kräften auf ponderable Massen sich ergeben hat, ebenso wie Weber aus der Wirkung der elektrischen Kräfte den Schluß gezogen hat, daß die Wechselwirkung elektrischer Massen auch von deren relativer Geschwindigkeit und Beschleunigung abhängt. Die eine Schlußfolgerung ist so berechtigt wie die andere, so daß die Nichtübereinstimmung dieser Sätze mit denen der Mechanik keinen haltbaren Grund gegen die Einführung dieser Beziehungen abgeben kann.

Man könnte sogar behaupten, daß möglicherweise die von Weber für die Wechselwirkung zweier elektrischer Massen angenommene Abhängigkeit der Kraftwirkung von der relativen Geschwindigkeit und Beschleunigung das allgemeine Gesetz für die Einwirkung zweier Massen auf einander sei, daß aber in der Mechanik die von der Geschwindigkeit und Beschleunigung abhängigen Glieder nur einen verschwindenden Wert haben in Bezug auf das erste von denselben unabhängige Glied, und daß wir deshalb in der Erfahrung nur dieses unabhängige Glied bei der Bewegung ponderabler Massen wahrnehmen<sup>1)</sup>.

Neuerdings sind indes gegen die Zulässigkeit des Weberschen Gesetzes als eines elektrischen Grundgesetzes von einer anderen Seite her mehrere und zum Teil gewichtige Einwände erhoben worden.

Der erste dieser Einwände wurde zunächst wohl von Tait<sup>2)</sup> ausgesprochen und dann später schärfer formuliert von W. Thomson und Tait<sup>3)</sup>, daß nämlich das Webersche Gesetz dem Princip von der Erhaltung der Kraft widerspreche.

Auf den ersten Blick scheint dieser Einwurf allerdings begründet zu sein, da die zwischen den elektrischen Theilen nach dem Weberschen Gesetze angenommenen Kräfte nicht allein von der Lage der Theile abhängig sind, sich also nicht, wenn die Lage der Theile durch ihre Koordinaten gegeben sind, als Funktionen dieser Koordinaten darstellen lassen. Das Princip von der Erhaltung der Kraft verlangt nämlich, daß, wenn auf ein System keine äußeren Kräfte wirken, also zwischen den Theilen desselben nur innere Kräfte thätig sind, daß dann die Summe der Energie und der geleisteten Arbeit stets einen konstanten Wert haben muß; wenn also nach beliebigen Änderungen die einzelnen Teile des

1) Über die Versuche von C. Neumann, Riemann und Betti, den Unterschied der Wirkung strömender und ruhender Elektrizität daraus abzuleiten, daß die Fernwirkung nicht momentan erfolge, sondern zu ihrer Ausbreitung durch den Raum Zeit gebrauche, sehe man *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

2) *Tait*, Sketch of thermodynamics. Edinburgh 1868. p. 76.

3) *Thomson und Tait* (Handbuch der theoretischen Physik. Deutsche Ausgabe Braunschweig 1871. §. 385). Die beiden Autoren erheben noch einen andern Einwand gegen das Webersche Gesetz, nämlich den, daß das Webersche Gesetz zwei elektrische Fluida annehme, während der jetzige Stand unseres Wissens diese Hypothese unmöglich als richtig denken könne, ein Einwurf, auf den wir nachher noch zurückkommen.

Systems wieder in dieselbe Lage kommen und damit ihre Energie wieder dieselbe ist, die Teile des Systems also, wie wir es kurz ausdrücken können, einen Kreisprozeß durchlaufen haben, so darf weder Arbeit gewonnen, noch verloren sein. Dafs das in der That der Fall ist, wenn die Kräfte nur von der gegenseitigen Lage der auf einander einwirkenden Teile des Systems abhängig sind, erkennt man leicht, denn wird in dem Falle durch die Verschiebung der Teilchen in dem einen Sinne Arbeit gewonnen, so wird durch eine gleiche Verschiebung in dem entgegengesetzten Sinne genau dieselbe Arbeit geleistet; bei einem Kreisprozeß, bei dem also die Teile des Systems am Schlusse genau in derselben relativen Lage sind wie beim Beginne, heben sich die entgegengesetzten Verschiebungen und deshalb auch die geleistete und gewonnene Arbeit vollständig auf. Oder um diese Bedingung mathematisch zu formulieren, wenn die wirksamen Kräfte nur von der Lage der Teilchen abhängig, also nur Funktionen der Koordinaten sind, dann kann die bei einer unendlich kleinen Verschiebung der Teile des Systems gegen einander geleistete Arbeit als die Differenz zweier Werte einer Funktion zwischen den Koordinaten, das heifst somit, als das vollständige Differential einer solchen Funktion dargestellt werden, und die Arbeit bei einem geschlossenen Kreisprozeß, die Summe aller der den darin vorkommenden unendlich kleinen Verschiebungen entsprechenden Arbeiten, ist das Integral jenes vollständigen Differentials über eine geschlossene Kurve weg, welches, wie wir schon mehrfach sahen, gleich null ist, weil die Grenzen des Integrals zusammenfallen.

Diese Formulierung der Bedingung, dafs die zwischen den Teilen eines Systemes thätigen Kräfte dem Princip von der Erhaltung der Energie entsprechen, läfst schon erkennen, dafs es für dieselben keine notwendige Bedingung ist, dafs sie nur eine Funktion der Koordinaten sind, sondern dafs es ausreichend ist, wenn für die Kräfte eine Funktion existiert, deren nach irgend einer Richtung gebildeter Differentialquotient die parallel dieser Richtung gerichtete Komponente der wirksamen Kraft liefert, oder mit andern Worten, dafs für die Kräfte ein Potential existiere. Dafs diese Bedingung ausreichend ist, ergibt sich unmittelbar aus den Entwicklungen des §. 9.

Denn ist das Potential zweier Massen auf einander gleich  $W$ , so ist nach dem Begriffe desselben die parallel der Verbindungslinie wirkende Kraft, wenn die Massen im Abstände  $r$  sich befinden,

$$-\frac{dW}{dr}$$

und damit die einer Verschiebung um  $dr$  entsprechende Arbeit

$$-\frac{dW}{dr} dr = -dW.$$

Die einer endlichen Verschiebung von  $r = r_0$  bis  $r = r_1$  entsprechende Arbeit ist dann

$$-\int_{r_0}^{r_1} dW = W_{r_0} - W_{r_1},$$

an  $W_{r_0}$  resp.  $W_{r_1}$  die Werte des Potentials in den Abständen  $r_0$

und  $r_1$  bedeuten. Fallen nun die Grenzen des Integrals zusammen, ist also  $r_0 = r_1$ , so ist

$$W_{r_0} = W_{r_1}; \quad W_{r_0} - W_{r_1} = 0.$$

Die Frage, ob das Webersche Gesetz mit dem Princip von der Erhaltung der Kraft im Widerspruch steht, fällt also damit zusammen, ob die nach demselben zwischen zwei elektrischen Theilchen thätigen Kräfte ein Potential haben oder nicht, als dessen Differentialquotient parallel der Verbindungslinie sich die wirksamen Kräfte parallel dieser Richtung ergeben.

Dafs in der That die zwischen zwei elektrischen Theilchen thätigen Kräfte ein Potential haben, ist von W. Weber bereits vor längerer Zeit, fast sofort nach der Aufstellung seines Gesetzes ausgesprochen<sup>1)</sup> und später ausführlicher abgeleitet worden<sup>2)</sup>. Das Potential zweier elektrischer Theilchen ist nämlich

$$W = \frac{ee'}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 \right\},$$

wenn wir nach der vorhin gemachten Bestimmung der Konstanten  $\frac{4}{a} = c$  setzen. In dieser Gleichung sind sowohl  $r$  als  $\frac{dr}{dt}$  Funktionen der Zeit  $t$ . Ebendeshalb können wir auch  $\frac{dr}{dt}$  als eine Funktion von  $r$  betrachten, das heifst wir können aus  $r = f(t)$  durch Auflösen nach  $t$  letzteres durch  $r$  ausdrücken, und somit auch  $\frac{dr}{dt}$  ganz durch einen nur  $r$  enthaltenden Ausdruck darstellen. Schreiben wir zunächst

$$\frac{dr}{dt} = v,$$

oder

$$W = \frac{ee'}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} v^2 \right\}$$

und beachten, dafs, wenn  $r$  sich um  $dr$  ändert,  $v$  sich um  $dv$  ändert, so wird in schon oft durchgeführter Weise

$$-\frac{dW}{dr} = \frac{ee'}{r^2} \left( 1 - \frac{1}{c^2} v^2 \right) + \frac{ee'}{r} \cdot \frac{2}{c^2} v \frac{dv}{dr}$$

oder

$$-\frac{dW}{dr} = \frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} v^2 + \frac{2}{c^2} r v \frac{dv}{dr} \right\}.$$

Setzen wir jetzt wieder

$$v = \frac{dr}{dt},$$

so wird

$$-\frac{dW}{dr} = \frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dr}{dt} \frac{dv}{dr} \right\}.$$

1) W. Weber, Poggend. Ann. Bd. LXXIII. S. 229.

2) W. Weber, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere über das Princip von der Erhaltung der Energie. Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. Mathem. Phys. Abteilung. Bd. X.



In dem letzten Gliede auf der rechten Seite hebt sich dann  $dr$  im Zähler und Nenner gegen einander fort, es wird somit

$$-\frac{dW}{dr} = w = \frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dr}{dt} \right\},$$

also genau der für die zwischen zwei elektrischen Theilchen thätige Kraft nach dem Weberschen Gesetze angenommene Wert. Die von Weber zwischen den elektrischen Theilchen angenommenen Kräfte haben somit ein Potential, somit widersprechen sie nicht, wie Thomson und Tait angeben, dem Princip von der Erhaltung der Kraft, es kann durch dieselben bei einem geschlossenen Kreisprozeß weder Arbeit gewonnen noch verloren werden.

Von größerem Gewichte sind die Einwürfe, welche v. Helmholtz gegen das Webersche Gesetz erhoben hat<sup>1)</sup>, nach denen zwar das Webersche Gesetz mit dem Princip von der Erhaltung der Kraft insofern in Übereinstimmung ist, daß durch geschlossene Kreisprozesse nicht Arbeit gewonnen oder verloren werden kann, aber dadurch mit demselben in Widerspruch steht, daß unter Umständen die dem Weberschen Gesetze folgenden elektrischen Massen einen solchen Kreisprozeß überhaupt nicht vollziehen können, indem während desselben die Geschwindigkeiten der auf einander einwirkenden elektrischen Massen unendlich groß werden.

Um das zu zeigen, entwickelt v. Helmholtz aus dem Ausdrucke, welchen das Webersche Gesetz für die wirksame Kraft zwischen zwei elektrischen Theilen liefert, die relative Geschwindigkeit derselben.

Wir wollen zu dem Ende denken, die eine der Massen  $e'$  sei fest, die andere  $e$  sei an die träge Masse  $m$  gebunden und bewege sich parallel der Verbindungslinie der beiden Elektricitäten, deren Abstand gleich  $r$  sei. Die wirksame Kraft  $w$ , welche zwischen den Elektricitäten thätig ist, können wir durch die der Masse  $m$  erteilte Beschleunigung darstellen, indem

$$w = m \frac{dv}{dt}.$$

Damit wird dann

$$-m \frac{dv}{dt} = \frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dr}{dt} \right\}.$$

Multiplizieren wir nun auf beiden Seiten mit  $v dt$ , und berücksichtigen, daß

$$v dt = \frac{dr}{dt} dt = dr,$$

so wird

$$m v dv = \frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dr}{dt} \right\} dr.$$

Wie wir nun vorher bewiesen haben, ist

$$\frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dr}{dt} \right\} dr = -dW,$$

somit wird

$$m v dv = -dW.$$

1) v. Helmholtz, Journal für reine und angewandte Mathematik, Bd. LXXII Bd. LXXV.

Ist nun  $r_0$  die Entfernung der Masse  $m$  von  $e'$ , in welcher die Geschwindigkeit  $v = 0$  ist, so erhalten wir die Geschwindigkeit  $v$ , wenn wir auf der linken Seite die Summe aller Werte  $v dv$  von  $v = 0$  bis  $v = v$  bilden und auf der rechten Seite die Summe aller Werte  $dW$  von  $r = r_0$  bis  $r = r$ . Da nun

$$v dv = \frac{1}{2} d(v^2),$$

so wird

$$\frac{1}{2} m v^2 = W_{r_0} - W_r,$$

ein Ausdruck, der sich auch ohne weiteres daraus ergibt, daß die durch eine Bewegung der elektrischen Masse  $e$  geleistete Arbeit gleich ist der Differenz der beiden Potentialwerte am Anfang und am Ende des Weges, durch welchen sich die Masse bewegt hat. Wenn nun, wie hier vorausgesetzt ist, die einzige Arbeit die Beschleunigung der Masse  $m$  ist, so muß diese Arbeit gleich der lebendigen Kraft der Masse sein, welche auf diesem Wege erreicht ist, also gleich  $\frac{1}{2} m v^2$ , wie es die eben abgeleitete Gleichung ergibt.

Da nun für  $r = r_0$  die Geschwindigkeit  $v = \frac{dr}{dt} = 0$ , so ist

$$W_{r_0} = \frac{ee'}{r_0},$$

somit wird

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{ee'}{r_0} - \frac{ee'}{r} \left(1 - \frac{1}{c^2} v^2\right)$$

und wenn wir diese Gleichung nach  $v$  auflösen

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{\frac{ee'}{r_0} - \frac{ee'}{r}}{\frac{1}{2} m c^2 - \frac{ee'}{r}} \cdot c^2,$$

oder auch

$$v^2 = \frac{r - r_0}{\frac{1}{2} \frac{m c^2}{ee'} \cdot r - 1} \cdot \frac{1}{r_0} \cdot c^2.$$

Setzen wir nun

$$\frac{1}{2} \frac{m c^2}{ee'} = \frac{1}{\varrho},$$

so wird

$$v^2 = \frac{r - r_0}{r - \varrho} \cdot \frac{\varrho}{r_0} \cdot c^2 \quad \dots \quad (I)$$

In diesem Ausdrucke hängt der Wert  $r_0$ , für welchen  $v = 0$  wird, wesentlich ab von der Geschwindigkeit, welche die Masse in irgend einem Abstände zur Zeit  $t = 0$  besitzt, die ihr also durch äußere Kräfte erteilt wird; während dann die Masse  $m$  sich mit der ihr erteilten Anfangsgeschwindigkeit von dem anfänglichen Abstände aus bis zur Entfernung  $r_0$  bewegen würde, würde die Geschwindigkeit auf 0 abnehmen. Die Größe dieser Entfernung  $r_0$  ergibt sich aus der Gleichung für  $v^2$

$$r_0 = \frac{r}{1 + \frac{v^2}{c^2} \frac{r - \varrho}{\varrho}}.$$



In der Gleichung für  $v^2$  und  $r_0$  können wir auch  $\varrho$  als eine gewisse sehr kleine von den auf einander wirkenden Elektricitätsmengen und der bewegten Masse  $m$  bedingte Entfernung auffassen, dieselbe wächst proportional  $ee'$  und nimmt ab proportional der Masse  $m$ , ist also jedenfalls sehr klein.

Denkt man sich nun in einer Entfernung  $r$  der beiden elektrischen Massen, die wir uns als gleichnamig denken wollen, welche kleiner ist als  $\varrho$ , der mit der Elektricität  $e$  versehenen Masse  $m$  eine solche Geschwindigkeit erteilt, daß der Abstand  $r_0$ , dem die Geschwindigkeit  $r = 0$  entspricht, größer ist als  $\varrho$ , so wird, da man Gleichung (I) schreiben kann

$$v^2 = \frac{\frac{r}{r_0} - 1}{\frac{r}{\varrho} - 1} c^2 = \frac{1 - \frac{r}{r_0}}{1 - \frac{r}{\varrho}} c^2$$

für alle Werte von  $r$ , welche kleiner sind als  $\varrho$ , der Wert  $v^2$  positiv, somit  $v$  reell. Die Gleichung zeigt gleichzeitig, daß dann die anfängliche der Masse  $m$  erteilte Geschwindigkeit, da

$$\frac{r}{r_0} < \frac{r}{\varrho},$$

größer sein muß als die Geschwindigkeit  $c$ , bei welcher die Elektricitäten nicht auf einander einwirken.

Ist die der Masse  $m$  erteilte Geschwindigkeit gegen die elektrische Masse  $e'$  gerichtet, also  $v$  negativ, so wird  $r$  kleiner, somit nähert sich sowohl Nenner wie Zähler des Ausdruckes für  $v^2$  dem Werte eins, die Geschwindigkeit nimmt also ab und nähert sich dem Werte  $c^2$ .

Wenn dagegen die der Masse  $m$  erteilte Geschwindigkeit von der Elektricität  $e'$  fortgerichtet ist, so vergrößert sich  $r$ , damit wächst  $r$  und zwar wird  $v$  unendlich, wenn  $r = \varrho$  wird. Es würde somit, während die Masse  $m$  einen endlichen Weg  $\varrho - r$  zurücklegt, die Geschwindigkeit der Masse bis ins Unendliche wachsen, somit bei Zurücklegung eines endlichen Weges eine unendlich große Arbeit geleistet.

Zu demselben Resultate gelangt man, wenn man der Masse  $m$  in einem Abstände  $r$ , der größer als  $\varrho$  ist, eine gegen die Elektricität  $e'$  hin gerichtete Geschwindigkeit giebt, so daß die Geschwindigkeit in einem Abstände  $r_0 < \varrho$  gleich null sein würde. Auch diese Geschwindigkeit  $r$  muß größer sein als  $c$ , wie man erkennt, wenn man die Gleichung für  $v^2$  auf die Form bringt

$$v^2 = \frac{\frac{r}{\varrho} - \frac{r_0}{\varrho}}{\frac{r}{\varrho} - 1} \frac{\varrho}{r_0} c^2,$$

in dieser Gleichung sind, da  $\frac{r_0}{\varrho} < 1$ , in den Koeffizienten der rechten Seite beide Zähler größer als die Nenner.

Ist nun die Geschwindigkeit der Masse  $m$  gegen die Elektricität  $e'$  gerichtet, so wird  $r$  kleiner; damit wächst  $c^2$ , und wenn  $r = \varrho$  geworden ist, wird  $v^2$  unendlich groß.

Es würde also unter gewissen Umständen nach dem Weberschen Satze auf einem endlichen Wege eine unendliche Arbeit geleistet werden können, was dem Princip von der Erhaltung der Kraft widerspricht.

Dagegen bemerkt Weber<sup>1)</sup>, daß hier zwei elektrische Teilchen angenommen werden, die sich zwar mit endlicher Geschwindigkeit zu bewegen beginnen, die aber größer sein muß als die sehr große Geschwindigkeit  $c$ , von der wir nachweisen werden, daß sie nach den bis jetzt liegenden Messungen 439450 km in der Sekunde beträgt. Der Fall, zwei Körper mit solcher Geschwindigkeit sich gegen einander bewegen, sei nirgends in der Natur nachzuweisen, bei allen praktischen Anwendungen des Gesetzes pflege man vielmehr  $\frac{v^2}{c^2}$  immer als einen sehr kleinen Bruch anzunehmen.

Weiter bemerkt dann Weber, daß nach Helmholtzs Einwurf ein Gesetz der Erhaltung der Kraft widerspreche, wenn zwei Teilchen, sich demselben gemäß bewegen und mit endlicher Geschwindigkeit in endlicher Entfernung von einander unendlich große lebendige Kraft erreichen, und also eine unendlich große Arbeit leisten.

Es scheine hierin der Satz ausgesprochen zu sein, daß nach dem Satze der Erhaltung der Kraft zwei Teilchen überhaupt niemals unendliche lebendige Kraft besitzen können.

Denn man würde offenbar obigen Satz auch umkehren und sagen können:

Ein Gesetz widerspricht dem Gesetze der Erhaltung der Kraft, wenn zwei Teilchen, die sich demselben gemäß bewegen und mit unendlicher Geschwindigkeit beginnen, in endlicher Entfernung von einander endliche lebendige Kraft erreichen, und also einen unendlich großen Verlust an Arbeit, die sie leisten können, erleiden.

Die beiden Teilchen müßten also immer unendliche Geschwindigkeit behalten, denn haben sie dieselbe in keiner noch so großen endlichen Entfernung verloren, so werden sie dieselbe nach der Natur der Potentiale auch darüber hinaus niemals verlieren. Körper aber, die sich immer unendlich großer Geschwindigkeit gegen einander bewegen, sind von den Bereichen unserer Forschungen ausgeschlossen.

Besitzen aber zwei Teilchen immer nur endliche lebendige Kraft, so ist es einen endlichen Grenzwert der lebendigen Kraft geben, den sie niemals überschreiten; es ist dann möglich, daß dieser Grenzwert für zwei elektrische Teilchen jener ist, bei welchem das Quadrat der Geschwindigkeit, mit der sich beide Teilchen gegen einander bewegen, gleich  $c^2$  ist.

Wird die eben angedeutete Grenzbestimmung der lebendigen Kräfte als Gesetz der Erhaltung der Kraft aufgenommen, so dürfe man, meint Weber, eine solche ebenso gut in das elektrische Grundgesetz aufnehmen, Bedingung nämlich, daß das Potential der elektrischen Kräfte

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere über das Princip von der Erhaltung der Energie. Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, Mathem. Phys. Abteilung. Bd. X.

$$W = \frac{ee'}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 \right\}$$

nur einen positiven Wert haben könne.

Zweitens bemerkt Weber gegen die Einwendung von Helmholtz die Entfernung

$$\varrho = \frac{2ee'}{mc^2}$$

eine in unsern Massen unangebbar kleine Entfernung sei, da  $m$  gegen  $e$  und  $e'$  jedenfalls sehr groß sei. Es wäre deshalb  $\varrho$  eine molekulare Entfernung, und alle Bewegungen in solchen Entfernungen Molekularbewegungen, deren Kenntnis uns noch vollständig abgeht. Zweifel an der Richtigkeit des Weberschen Gesetzes, von Molekulargängen hergenommen, habe demnach keine Berechtigung.

Gegenüber den Einwendungen Webers hat dann Helmholtz später<sup>1)</sup> gezeigt, daß die Annahme einer Geschwindigkeit  $v > c$  als Anfangsbewegung gar nicht erforderlich sei, sondern daß, wenn man eine Kraft zu Hilfe nimmt, die Masse  $m$  bei dem Ausgange von einer großen Entfernung  $r$  mit der Geschwindigkeit null, auf dem Wege eine unendlich große Geschwindigkeit erhalte. Wir nehmen wieder die Elektrizität  $e'$  sei fest,  $e$  sei mit der ponderablen Masse  $m$  verbunden und befinde sich ruhend im Abstände  $r$ . Die beiden Elektrizitäten ziehen sich dann ab; nun wirke aber auf die Masse  $m$  eine sie gegen die  $e'$  treibende Kraft, welche größer sei als die abstößende der beiden Elektrizitäten, so daß die Masse  $m$  eine gegen  $e'$  hin gerichtete, also negative Beschleunigung bekommt. Wir erhalten dann für diese Bewegung die Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = \frac{ee'}{r^2} \left( 1 - \frac{1}{c^2} v^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dv}{dt} \right) - R,$$

somit

$$m \left( 1 - \frac{2ee'}{mc^2 r} \right) \frac{dv}{dt} = \frac{ee'}{r^2} \left( 1 - \frac{1}{c^2} v^2 \right) - R,$$

oder, wenn wir wieder

$$\frac{2ee'}{mc^2} = \varrho$$

setzen,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\frac{ee'}{r^2} (c^2 - v^2) - c^2 R}{c^2 m \left( 1 - \frac{\varrho}{r} \right)}.$$

Wie man sieht, ist diese Beschleunigung, wenn bei dem Beginn der Bewegung, bei dem  $v = 0$ ,  $R > \frac{ee'}{r^2}$  negativ, so lange  $r > \varrho$ , und der Nenner sich, wenn  $r$  bis zu  $\varrho$  abnimmt, dem Werte 0 nähert, so daß die Beschleunigung auf dem Wege  $r = \varrho$  bis ins Unendliche geht. Es ist also hiernach auf einem endlichen Wege durch endliche Kräfte ein

1) v. Helmholtz, Journal für reine und angewandte Mathematik

liche Beschleunigung hervorgebracht, also eine unendliche Arbeit ist.

In Bezug auf die Bedeutung dieses Einwurfs von Helmholtz ist nun Frage von entscheidender Wichtigkeit, ob denn, wie Weber schon ersten Einwurfe gegenüber bemerkte, die Entfernung  $\varrho$  eine molekulare ist oder nicht. In Bezug darauf bemerkt v. Helmholtz, daß der Wert  $\varrho$ :

$$\varrho = \frac{2ee'}{mc^2}$$

zwei Faktoren abhängt, nämlich von dem Faktor

$$\frac{2e}{mc^2}$$

der Menge  $e'$  der von uns als ruhend gedachten Elektrizität. Wenn auch der erste Faktor unzweifelhaft sehr klein ist, so kann doch andere sehr groß sein. Denken wir uns die Elektrizitätsmenge  $e'$  auf Oberfläche einer Kugel verbreitet, und sei bei einer gewissen Menge selbst  $\varrho = \varrho_0$ . Nun werde die Elektrizitätsmenge die  $n$ -fache und sei selbst mit der gleichen Dichtigkeit wie vorher auf einer Kugel verteilt, so wird der Radius dieser Kugel  $\sqrt{n}$ , dagegen  $\varrho = n\varrho_0$ . Wie man sieht, wächst  $\varrho$  viel rascher als der Radius der Kugel; würde  $n$  so groß sein, daß  $\sqrt{n}$  dagegen klein wäre, so würde die auf der Kugel verteilte Elektrizität auf eine im Abstand  $\varrho$  von dem Mittelpunkte der Kugel vorhandene Menge  $e$  so wirken, wie wenn sie im Mittelpunkte der Kugel konzentriert wäre, die Einwirkung würde also wie die zweier elektrischer Teilchen sein, somit dem Weberschen Gesetze folgen, während  $\varrho$  eine sehr große Entfernung wäre.

Darnach würde also die aus dem Weberschen Gesetze sich ergebende zulässige Folgerung nicht auf molekulare Entfernungen beschränkt, sondern das Webersche Gesetz nicht haltbar sein.

Es ist indes dabei nicht außer Acht zu lassen, daß wir nicht wissen, die v. Helmholtzschen Annahmen über die Größe von  $e'$ , durch welche  $\varrho$  endlich meßbare Entfernung wird, physikalisch möglich sind, daß also, ob bei dem jedenfalls unmeßbar kleinen Werte des Faktors

der Faktor  $e'$  einen solchen Wert annehmen kann, daß  $\varrho$  mehr als molekulare Entfernung wird.

Wenn man das aber zugeben will, so würde, wie W. Weber bemerkt<sup>1)</sup>, elektrische Teilchen  $e'$ , dem in der ganzen Weberschen Auffassung molekulare Dimensionen beizulegen sind, etwas ganz anders sein als was wir ein Molekül oder Atom nennen. Man sieht, sagt Weber, nicht ein, daß wenn man statt der in der Natur wirklich vorhandenen Peratome mit unmeßbar kleinen Massen Atome mit Weltkörpermassen denken will, selbstverständlich die Molekulardistanzen in dieser gegebenen Welt nicht so unmeßbar klein sein werden, wie in der wirklichen Welt.

Es kann natürlich hier nicht unsere Aufgabe sein, die Diskussion,

1) W. Weber, Poggend. Ann. Bd. CLVI.



welche sich an die angeführten und einige weitere auf einer Basis sich gründende Einwürfe geknüpft hat<sup>1)</sup>, ausführlich da um so mehr, da die ganze Diskussion eine rein theoretische ist, bisher noch keine einzige Beobachtung ergeben hat, welche dem schon Gesetz widerspräche. Auch die kurze Besprechung der beiden Einwürfe von v. Helmholtz hat nur den Zweck, auf die Komplikationen, welche sich über das Webersche Gesetz erhoben hat, hinzuweisen.

Von Helmholtz verwarf mit dem Weberschen Grundgesetz zeitig das Ampèresche Fundamentalgesetz. Statt dessen nahm Grundlage der mathematischen Behandlung der elektrodynamischen Erscheinungen, ohne einen Versuch zu machen, die elektrodynamischen elektrostatischen Erscheinungen mit einander zu verknüpfen, das von ihm für zwei geschlossene Ströme entwickelte Potential (§. 1.

$$W = - \frac{1}{2} ii' \int \int \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds',$$

indem er die Annahme machte, daß ebenso wie zwei Ströme Elemente ein Potential haben, oder daß das Potential zweier geschlossener Ströme die Summe der Potentiale der einzelnen Elemente sei. Dann aber nicht einfach als Potential zweier Elemente den Ausdruck, dessen über beide Ströme genommene Summe das Neumannsche ist, also nicht

$$P = - A^2 ii' \int \int \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds',$$

worin wir anstatt des Koeffizienten  $\frac{1}{2}$  einsetzen  $A^2$ , um eine Einheit der Stromstärke anwenden zu können, sondern einen allseitigen Ausdruck, der außer dem oben hingeschriebenen noch Glieder enthält, die bei Integration über geschlossene Ströme verschwinden. v. Helmholtz gegebene Ausdruck für das Potential zweier geschlossener Ströme enthält außer dem Winkel, den die Elemente mit einander bilden, auch die Winkel, welche die Elemente mit der Verbindungslinie bilden. Wir früher mit  $\vartheta$  und  $\vartheta'$  bezeichneten, er ist

$$P = - \frac{1}{2} A^2 ii' \frac{1}{r} \{ (1 + k) \cos \varepsilon - (1 - k) \cos \vartheta \cos \vartheta' \} ds ds'$$

worin  $k$  eine Konstante bedeutet, welche gleich 1 gesetzt das zweite Glied verschwinden läßt, und den aus dem Neumannschen Potential gebenden Wert des Potentials liefert, wenn man annimmt, daß das Potential zweier geschlossener Ströme sei die Summe der Potentiale der Elemente.

Die Annahme, daß die Stromelemente ein Potential haben, nicht nur eine neue Form der mathematischen Behandlung, sondern

1) Man sehe außer den schon erwähnten Abhandlungen von v. Helmholtz und W. Weber noch des letztern Abhandlung in Wiedem. Ann. Bd. IV. Anzahl Abhandlungen von C. Neumann in den Berichten und Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissenschaften aus den Jahren 1871-72. Poggend. Ann. Bd. CLV.

2) v. Helmholtz, Journal für reine und angewandte Mathematik Bd. LXXV, Bd. LXXVIII.

mehr ganz andere Annahmen über die Wechselwirkung zweier Elemente ein, als diejenigen von Ampère oder auch die allgemeineren von ihm sind. Außer translatorischen Anziehungen und Abstosungen der Elemente ergeben sich daraus auch drehende Kräfte für die einzelnen Elemente, also Kräfte, welche an den Endpunkten derselben angreifend Kräftepaar bilden, somit die Elemente in bestimmte Richtung zu drehen suchen.

Trotzdem ergibt sich aus der Art, wie das Potential gebildet ist, die Helmholtzsche Theorie für geschlossene Ströme zu ganz denselben Resultaten führen muß, wie die Ampèresche, da eben für zwei blossene Ströme die Integration des Neumannsche Potential liefert. Bei nicht geschlossenen Strömen sind die aus der v. Helmholtzschen Theorie sich ergebenden Folgerungen verschieden.

Auch über die Zulässigkeit der v. Helmholtzschen Theorie hat sich eine heftige Diskussion erhoben<sup>1)</sup>, wir gehen darauf nicht ein, da nach Versuchen über das Verhalten von Stromenden, beziehungsweise über das Verhalten elektrisierter Spitzen<sup>2)</sup>, sowie dasjenige mechanisch bewegter Elektrizität<sup>3)</sup>, deren Resultate dem elementaren Potentialgesetz widersprechen, Helmholtz das elementare Potentialgesetz als nicht zulässig, wenigstens unvollständig anerkannt hat.

Einen ganz andern Einwurf gegen das Webersche Gesetz hat Clausius<sup>4)</sup> erhoben, er weist darauf hin, daß das Webersche Gesetz wesentlich der Anschauung fulse, daß in dem elektrischen Strome sich beide Electricitäten mit gleicher Geschwindigkeit nach entgegengesetzten Richtungen bewegen, denn nur unter dieser Voraussetzung führe das Webersche Gesetz zu dem erfahrungsmässig feststehenden Resultate, daß ein elektrischer Strom auf eine ruhende Electricitätsmenge keinen Einfluß habe. Wie man an, daß in dem Strome nur eine Electricität sich bewege, sei demnach das Webersche Gesetz nicht richtig. Clausius glaubt, daß die Auffassung des Stromes als eines Doppelstromes positiver und negativer Electricität eine zu komplizierte sei, und daß sie durch die Annahme der Strömung nur einer Electricität zu ersetzen sei. Er hat deswegen ein neues elektrodynamisches Grundgesetz entwickelt, welches von derselben Grundanschauung wie das Webersche ausgeht, nämlich, daß bewegte elektrische Theilchen anders auf einander einwirken als ruhende. In Beziehung geht er sogar noch einen Schritt weiter als Weber, indem er von Weber festgehaltene Annahme fallen läßt, daß die elektrischen Theilchen nur parallel ihrer Verbindungslinie wirken, er nimmt vielmehr an, daß bei bewegten Theilchen auch eine Komponente in die Bewegungs-

1) Man sehe C. Neumann, Berichte der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissenschaften zu Leipzig vom 3. Aug. 1872 und vom 8. Aug. 1874. Poggend. Ann. Bd. CLV. Riecke, Göttinger Nachrichten von 1872, Zöllner, Poggend. Ann. Bd. CLIII, Bd. CLIV, Bd. CLVIII. Herwig, Poggend. Ann. Bd. CLIII. v. Helmholtz, Monatsberichte der Berliner Akad. Febr. 1873; Poggend. Ann. Bd. CLIII.

2) v. Helmholtz, Mitteilung der Versuche von Schiller, Poggend. Ann. Bd. CLVIII.

3) v. Helmholtz, Mitteilung der Versuche von Rowland, Poggend. Ann. Bd. CLVIII.

4) Clausius, Journal für reine und angewandte Mathematik Bd. LXXXII.

richtung fallen könne. Indem Clausius im übrigen mit Weber an das die Wirkung bewegter Elektricität von den Geschwindigkeiten Beschleunigungen abhängt, bestimmt er die zur Darstellung der Wirkung zweier elektrischer Theilchen erforderlichen Funktionen mit Hülfe der Sätze über die Einwirkung geschlossener Ströme auf einander und ruhende Elektricität, welche erfahrungsmässig feststehen. Er schliesst endlich zu dem Resultate, dass ebenso nach diesen Annahmen wie denen von Weber zwischen zwei bewegten elektrischen Theilchen ein Potential bestehe, welches folgende Form hat

$$W = \frac{e e'}{r} (1 + K v v' \cos \varepsilon)$$

worin  $K$  eine Konstante,  $v$  und  $v'$  die absoluten Geschwindigkeiten elektrischer Theilchen  $e$  und  $e'$ , und  $\varepsilon$  den Winkel bedeuten, welchen die Bewegungsrichtungen der elektrischen Theilchen mit einander bilden.

Der wesentliche Unterschied des aus den Entwicklungen von Clausius sich ergebenden Potentials und des Weberschen ist hiernach der, dass dem Weberschen Potential nur die relativen Geschwindigkeiten der elektrischen Theilchen und zwar nur in soweit, als sich durch diesen Abstand derselben ändert, eingehen, während Clausius die absoluten Geschwindigkeiten der Theilchen enthält. Was diese absolute Geschwindigkeit sein soll, definiert Clausius genauer<sup>1)</sup>, indem er ausspricht, er annahme, dass die Wechselwirkung zwischen zwei Theilchen durch ein zwischen denselben befindliches Zwischenmedium vermittelt werde. Nach dieser Annahme darf man von zwei Theilchen, welche sich mit gleicher Geschwindigkeit nach gleicher Richtung bewegen, also relativ zu einander in Ruhe sind, nicht erwarten, dass sie sich ebenso verhalten wie zwei wirklich ruhende Theilchen, denn während die letzteren nicht nur zu einander, sondern auch relativ zu dem Medium ruhen, befinden sich die erstern relativ zu dem Medium in Bewegung. Die absoluten Geschwindigkeiten von Clausius bedeuten demnach die relativen Geschwindigkeiten gegenüber dem Medium, welches die elektrischen Wirkungen vermittelt, sind also nur in dem Falle absolute Geschwindigkeiten, wenn sich das vermittelnde Medium als ein absolut ruhendes denkt. Man an, dass dieses Medium mit der Erde sich bewege, würden die Geschwindigkeiten  $v$  und  $v'$  diejenigen relativ zur Erde sein. Letztere Annahme würde nach den Entwicklungen von Fröhlich notwendig sein.

Clausius' Einwurf gegen das Webersche Gesetz zweifelt, wie man nicht die Zulässigkeit desselben an, weil dasselbe festgestellten Erthaten oder allgemein anerkannten Principien widerspräche, weil dasselbe eine specielle Voraussetzung über die Natur des elektrischen Stromes macht; in dem Sinne ist das Gesetz von Clausius all-

1) Clausius, a. a. O., ferner Wiedem. Ann. Bd. I, Mechanische Theorie II. Bd. Wiedem. Ann. Bd. XI.

2) Clausius, Poggend. Ann. Bd. CLVI. Wiedem. Ann. Bd. X. 1) Clausius'sche Grundgesetz sehe man auch Zöllner, Poggend. Ann. 1) Wiedem. Ann. Bd. II. Clausius, Wiedem. Ann. Bd. II. Fröhlich, Wiedem. Ann. Bd. IX, Bd. XII. Lorberg, Journal für reine und angewandte Mathematik Bd. LXXXIV.

nach demselben kann das Geschwindigkeitsverhältniß der beiden Elek-  
tricitäten ein ganz beliebiges sein. Die Voraussetzungen, auf denen das  
Gesetz von Clausius beruht, sind indes ohne Zweifel komplizierter als  
welche Weber seiner Entwicklung zum Grunde legt, denn für die  
Entwicklungen von Clausius ist die Annahme eines die elektrischen Kräfte  
vermittelnden Mediums erforderlich, da nur bei Annahme eines solchen  
Einführung der absoluten Geschwindigkeiten zulässig ist; dieses Medium  
kann nicht die Faradayschen Dielektrika sein. Noch aus einem andern  
Grunde muß, wie Riecke in einer sehr interessanten Abhandlung über  
ponderomotorische Elementargesetz der Elektrodynamik<sup>1)</sup> nachweist,  
das Zwischenmittel von Clausius angenommen werden. Riecke zeigt  
sich, daß das Clausiussche Gesetz, soweit es sich nur auf die Wechsel-  
wirkung der elektrischen Theilchen erstreckt, gegen das Princip der Gleich-  
heit von Aktion und Reaktion verstößt. Der schwerwiegende Einwand,  
den Riecke, welcher sich hieraus gegen das Gesetz von Clausius  
heben würde, wird dadurch gehoben, daß dasselbe ein fragmentarisches  
Gesetz ist, da nach der Vorstellung von Clausius die Wechselwirkung zweier  
elektrischer Theilchen keine unmittelbare ist, sondern vermittelt wird durch  
ein unbekanntes den Zwischenraum zwischen denselben erfüllendes Medium;  
das Gesetz von Clausius bestimmt nur die auf die elektrischen Theilchen  
wirkende Wirkung und läßt die auf jenes vermittelnde Medium wir-  
kenden Kräfte ganz unbestimmt.

Bei der Wahl zwischen dem Grundgesetze von Weber und dem von  
Clausius kann man nur die Frage stellen, da beide auf Hypothesen be-  
ruhen, beide die Erfahrungsthatfachen gleich gut wiedergeben, durch wel-  
che der beiden Gesetze wird unser Causalitätsbedürfnis am besten befrie-  
digt, welches ist also das einfachere. Diese Frage wird der eine so, der  
andere anders entscheiden, ich kann mich da nur für das Webersche Gesetz  
äußern, da, wie Riecke in der oben angeführten Abhandlung ganz  
richtig sagt, das Gesetz von Weber die elektrodynamischen Erscheinungen  
von bekannten Verhältnissen abhängig macht, während das Gesetz  
von Clausius eines vermittelnden Körpers bedarf, von dessen Existenz und  
Eigenschaft wir nicht die mindeste Kenntnis besitzen. Selbst wenn wir  
wüßten, die Webersche Auffassung des Stromes aufzugeben, daß  
denselben beide Elektricitäten mit entgegengesetzt gleicher Geschwin-  
digkeit sich bewegen, fragt es sich immer noch, ob die sich dann aus  
denselben ergebenden Wirkungen zwischen einem ruhenden Strom und  
einer ruhenden Elektricitätsmenge von einer solchen Größenordnung sind,  
wie beobachtet werden können. Würde sich so ein Widerspruch zwischen  
Weberschen Gesetze und der Erfahrung ergeben, so müßte dasselbe  
unvermeidlich aufgegeben werden. Bis dahin ist dasselbe beizubehalten.

#### §. 120.

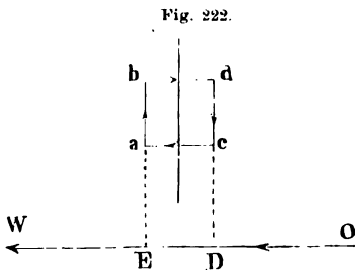
**Richtung der Ströme unter dem Einflusse der Erde.** Wir haben  
schon im §. 114 erwähnt, daß ein einfacher in Form eines Vierecks oder  
eines Kreises gebogener Leiter, am Ampèreschen<sup>2)</sup> Gestelle aufgehängt, eine

1) Riecke, Abhandl. der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göt-  
tingen Bd. XXIV, Göttingen 1879.

bestimmte Lage annimmt; er stellt sich so, daß seine Ebene senk zur Ebene des magnetischen Meridians, und daß der Strom an der Seite des Meridians aufsteigt, daß also in dem untersten horizontal der Strom von Osten nach Westen fließt, oder das von Norden gesehen die Richtung des Stromes entgegengesetzt ist der Richtung der Bewegung eines Uhrzeigers<sup>1)</sup>.

Man kann diese Einstellung einer Stromebene schon bei Anwendung eines einfachen Leiters beobachten; leichter sieht man es aber, wenn anstatt eines Leiters einen Stromkreis anwendet, welcher wie bei Weberschen Dynamometer aus einer großen Zahl von Windungen gespannen Kupferdrahtes besteht; auf die Webersche Bifilarrolle, wie wir sahen, bei noch nicht sehr starken Strömen die Direktionskraft den Einfluß der Erde ziemlich bedeutend. Dieser Direktionskraft mußte bei dem Dynamometer die Bifilarrolle stets so gehängt werden in ihrer Gleichgewichtslage die Ebene derselben senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridians war. Mit Hilfe dieser Direktionskraft ist leicht zu erkennen, ob die Ebene der Bifilarrolle senkrecht zur Ebene des Meridians ist; denn leitet man durch dieselbe einen Strom, während der Multiplikator kein Strom geht, so wird sich infolge dieser Direktionskraft die Stellung der Rolle sofort ändern, wenn die Ebene der Rolle zum Meridiane senkrecht ist, sie wird je nach der Richtung des Stromes der senkrechten Stellung näher gebracht oder von ihr entfernt.

Dieser Einfluß der Erde auf die Stellung von Ebenen, welche von galvanischen Strömen umflossen werden, ist so, als wenn die Ebenen einem Strome in der Richtung vom magnetischen Osten nach dem magnetischen Westen umflossen würde. Denn denken wir uns einen Strom, der in der Richtung von Osten nach Westen fließt, und über demselben ein von einem Strome umflossenes Quadrat, um eine zu  $OW$  senkrechte Achse, die zugleich so weit von  $OW$  entfernt ist, daß sein Durchmesser gegen die Entfernung verschwindend klein ist, so wird durch die Einwirkung des Stromes dem Quadrat  $abcd$  keine translativ Bewegung erteilt werden, da die Seite desselben von  $OW$  ebenso so stark gezogen wird, als die obere abgestoßen wird. Die Seite  $ab$  des Quadrates wird aber nach dem Verhalten bei



gegen unbegrenzte Ströme einen Antrieb gegen  $W$  hin erhalten, der Teil  $EW$  die Seite  $ab$  anzieht, der Teil  $EO$  dagegen die Seite  $cd$  stößt; die Seite  $cd$  erhält einen ebenso starken Antrieb gegen  $O$ , da  $DO$  diese Seite anzieht,  $DW$  sie aber abstoßt. Wenn deshalb die Ebene des Quadrates nicht mit der durch  $OW$  gelegten Vertikalebene zusammenfällt, so wirken diese Kräfte als ein Paar, welches das Quadrat in die durch  $WO$  gelegte Vertikalebene zu bringen sucht, so daß die gegen  $W$  gelegene Seite der Strom aufsteigt, in der gegenüberliegenden Seite dagegen der Strom absteigt.

1) Ampère, Annales de chim. et de phys. T. XV.



Da wir nun sehen, daß ein um eine vertikale Axe drehbar aufgehängter Stromkreis sich stets senkrecht zum magnetischen Meridiane und so zu stellen läßt, daß an der Westseite des Meridianes der Strom aufsteigt, so folgt, daß das Verhalten der Ströme so ist, als wenn in der magnetischen Ost-West-Richtung ein Strom um die Erde kreiste.

Um die Lage des Erdstromes, d. h. des Stromes zu erhalten, den wir als resultierenden der jedenfalls unendlich vielen Ströme betrachten können, welche dann die Erde umkreisen, müssen wir einen Strom so aufhängen, daß er zugleich um eine vertikale und um eine horizontale Axe drehbar ist. Da wir bereits wissen, daß eine um die vertikale Axe drehbare Stromschleife zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrecht gestellt wird, müssen wir einen Strom um eine horizontale zum magnetischen Meridiane senkrechte Axe drehbar aufhängen.

Ampère gab dafür den Apparat Fig. 223 an<sup>1)</sup>. Es wurde ein Draht in einem Rechteck *bedc* von etwa 3 Decimeter Breite und 6 Decimeter Länge gebogen und dann von *g* nach *h* geführt, ohne daß der Arm *gh* mit der Seite *dc* in metallischer Berührung war.

Der Arm *h* war ein gabelförmiges Stück angefügt, an dem eine Zinke mit einem Gewicht, jedoch nicht leitend verbunden war, dessen untere Zinke nach *a* so gebogen war, daß sie eine gerade Linie bildete. Auf den Draht war ein rautenförmiges leichtes Holzstück gesetzt, welches die Seiten *cd* und *de* stützte, so daß der Stromleiter eine große Stabilität erhielt.

An die Enden *a* und *h* waren Stahl-

drähte angelötet, welche auf die stählernen Pfannen der metallischen Unterlage gelegt wurden; um den Kontakt sicherer zu machen, wurde diese Unterlage etwas Quecksilber gebracht.

Die Gewichte der einzelnen Teile dieses Stromleiters wurden möglichst genau so abgeglichen, daß der Schwerpunkt desselben in die Drehaxe fiel, so daß man der Ebene des Leiters jede Neigung gegen die Horizontale geben konnte, ohne das Gleichgewicht zu stören. Der Apparat wurde dann so aufgestellt, daß die horizontale Drehungsaxe *ah* senkrecht zum magnetischen Meridian, daß also, wie auch die Neigung der Ebene des Stromleiters gegen die Horizontale ist, dieselbe immer senkrecht zu derjenigen des Meridianes ist.

Fig. 223.



1) Annales de chim. et de phys. T. XV.

Taucht man dann in die mit den metallischen Trägern verbundenen Quecksilbernäpfchen die Leitungsdrähte eines Stromes, so daß derselbe den Leiter nach der Reihe der Buchstaben durchfließt, so stellt sich der Leiter, welches auch vorher seine Lage war, so, daß seine Ebene senkrecht ist zur Richtung der Inklinationsnadel, und daß von oben her gesehen der Strom in dem Sinne cirkuliert, wie der Zeiger einer Uhr, daß also in der untersten horizontalen Seite des Rechtecks der Strom von Osten nach Westen fließt.

Kehrt man, wenn der Leiter sich in dieser Lage befindet, den Strom um, so wird die Lage des Leiters nicht geändert; aber er ist in einer labilen Gleichgewichtslage, denn sobald man ihn nur ein wenig aus seiner Lage bringt, dreht er sich um  $180^\circ$ .

Aus diesem Versuche folgt, daß der Erdstrom sich südlich von uns in der zur Inklinationsnadel senkrechten Ebene befindet. Denn die Wirkung des Stromes auf den um die horizontale Axe drehbaren Leiter muß auf die beiden horizontalen Teile des Stromes beschränkt sein, da in den beiden anderen in ihrer Mitte unterstützten Seiten die Ströme einander entgegengesetzt sind. Der von Osten nach Westen gerichtete Erdstrom wird nun den ihm gleichgerichteten horizontalen Strom des Leiters anziehen, den entgegengesetzten abstossen, und deshalb dem Leiter so lange ein Drehungsmoment erteilen, bis die Ebene des Leiters der durch die horizontale Drehungsaxe und den Erdstrom gelegten Ebene parallel ist.

Wenn nun in der That ein solcher Erdstrom existiert, so müssen wir auch alle in §. 114 erwähnten, aus der Einwirkung eines unbegrenzten Stromes auf einen begrenzten hervorgehenden Erscheinungen durch die Wirkung des Erdstromes allein hervorrufen können. In der That haben Ampère<sup>1)</sup> und De la Rive<sup>2)</sup> auch diese Erscheinungen nachgewiesen. Wir erwähnen von denselben hier nur die von Ampère beobachtete kontinuierliche Rotation eines horizontalen Stromes in dem Apparate Fig. 198. Leitet man durch denselben einen kräftigen Strom, so rotiert der Leiter *cac* schon ohne daß sich ein Leiter in der Nähe befindet. Ganz ebenso rotiert auch der Leiter in dem Apparate Fig. 196, ohne daß man um die untere Quecksilberrinne einen Strom leitet. Die Rotation dieses Apparates beruht aber in diesem Falle nicht wie in dem §. 114 dargestellten auf der Einwirkung auf die vertikalen Teile des beweglichen Leiters, sondern auf der Einwirkung auf die oberen horizontalen Teile. Denn da in den vertikalen Teilen des Leiters die Ströme gleich gerichtet sind, so werden dieselben von dem Erdstrome immer und mit derselben Kraft nach derselben Seite getrieben; da sie sich aber an entgegengesetzter Seite der Drehungsaxe befinden, so sind die daraus sich ergebenden Drehungsmomente einander entgegengesetzt, sie heben sich daher auf.

Wird in dem Apparate Fig. 196 der eine vertikale Arm *I* so kurz genommen, daß er nicht in das Quecksilber taucht, sondern nur als Gegengewicht dient, so tritt bei einiger Länge des vertikalen Teils *I'* gar keine Rotation ein, sondern der Leiter stellt sich, wenn der Strom in ihm auf-

1) Ampère, Annales de chim. et de phys. T. XX. Gilberts Ann. Bd. LXXI und Bd. LXXVII.

2) A. de la Rive, Annales de chim. et de phys. T. XXI.

gt, so, daß der vertikale Leiter an der Westseite der Axe sich befindet; wenn der Strom absteigt, daß er sich an der Ostseite befindet; hier also so, daß in dem horizontalen Teile der Strom von Westen nach Osten fließt. Es ergibt sich das einfach aus dem Satze, daß ein begrenzter Strom einen gegen ihn gerichteten und zu ihm senkrechten Strom mit sich selbst, aber der Stromrichtung entgegen, einen von dem begrenzten fortgerichteten mit sich parallel und nach der Richtung des Stromes zu verschieben sucht. Es überwiegt dann die Wirkung des Erdmagnetismus auf den vertikalen Teil. Ist der vertikale Teil des Leiters sehr klein, so überwiegt der Einfluß auf den horizontalen Teil und hat der Leiter eine ziemliche Länge, so tritt wieder eine kontinuierliche Rotation ein.

## §. 121.

**Verhalten der Solenoide oder elektrodynamischen Cylinder.**

Ein Solenoid bezeichnet Ampère eine Menge auf einander geschichteter unendlich kleiner kreisförmiger Ströme, wie z. B. AC Fig. 225, welche alle senkrecht sind zu der ihre Mittelpunkte verbindenden Linie; diese Linie eine gerade, so wird das Solenoid ein unendlich dünner Cylinder. Die Ströme sind in allen den Kreisen gleich gerichtet.

Das Verhalten solcher Solenoide gegen Ströme und gegen einander (von Ampère<sup>1)</sup>) besonders untersucht worden, da sie das Verbindungsstück zwischen den elektrodynamischen und elektromagnetischen Erscheinungen bilden, oder das Mittel, um das Verhalten der Magnete auf Eigenschaften galvanischer Ströme zurückzuführen.

Um die Wechselwirkung von Strömen und Solenoiden zu erhalten, versuchen wir zunächst den Einfluss eines unendlich kleinen geschlossenen Stromes auf ein Stromelement. Wir erhielten §. 116 für die Komponenten der Wirkung eines geschlossenen Stromes, dessen Intensität  $i'$  auf ein Element  $ds$ , das mit den Koordinatenachsen die Winkel  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$  bildet von einem Strome von der Stärke  $i$  durchflossen ist,

$$X = -\frac{1}{2} ii' (C \cos \mu - B \cos \nu) ds; \quad Y = -\frac{1}{2} ii' (A \cos \nu - C \cos \lambda) ds;$$

$$Z = -\frac{1}{2} ii' (B \cos \lambda - A \cos \mu).$$

Wenn  $x', y', z'$  die Koordinaten eines Elementes des geschlossenen Stromes,  $x, y, z$  diejenigen des Elementes  $ds$ , so ist

$$A = \int \frac{(y' - y) dz' - (z' - z) dy'}{r^3}; \quad B = \int \frac{(z' - z) dx' - (x' - x) dz'}{r^3};$$

$$C = \int \frac{(x' - x) dy' - (y' - y) dx'}{r^3}.$$

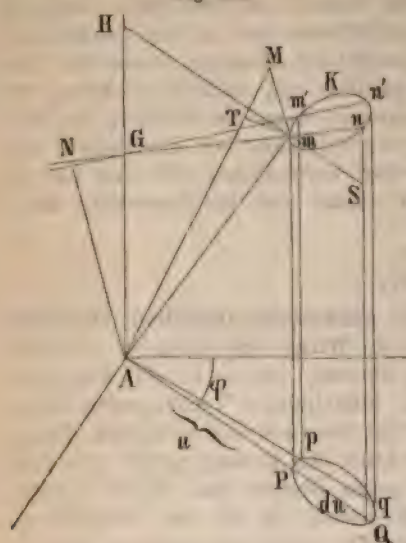
Diese Integrale sind über den geschlossenen Strom auszudehnen. Um sie auswerten sei  $K$  der irgendwie im Raume gelegene geschlossene Strom, in A Fig. 224 liege das Stromelement. Wir legen in A den An-

1) Ampère, Mémoire sur la théorie des phénomènes électrodynamiques etc. 6 ff.



fangspunkt eines dem gegebenen parallelen Koordinatensystems;  $mm'$  sei das Element  $ds'$ . Projizieren wir den Strom  $K$  auf die durch  $A$  gelegte  $XY$ -Ebene in  $PpqQ$ , so daß  $Pp$  die Projektion von  $mm'$  ist, und setzen wir  $AP = u$ , den Winkel, welchen  $AP$  mit der  $X$ -Achse bildet  $\varphi$ , so ist

Fig. 224.



$$x' - x = u \cos \varphi$$

$$y' - y = u \sin \varphi.$$

Das  $dx'$  in dem Ausdrucke für  $C$  ist die Änderung von  $x'$ , wenn wir von dem Elemente  $ds'$  zum nächstfolgenden übergehen, oder wenn wir in der Projektion von  $P$  in  $p$  übergehen, dabei ändert sich  $\varphi$  um  $d\varphi$ , während  $pA = PA$  gesetzt werden darf. Dann ist

$$dx' = -u \sin \varphi d\varphi;$$

ebenso ist

$$dy' = u \cos \varphi d\varphi.$$

Darnach wird

$$C = \int \frac{(x' - x) dy' - (y' - y) dx'}{r^3} = \int \frac{u^2 \cos^2 \varphi d\varphi + u^2 \sin^2 \varphi d\varphi}{r^3} = \int \frac{u^2 d\varphi}{r^3}.$$

Um  $C$  zu berechnen, ziehen wir sofort zur Wirkung des Elementes  $ds'$  noch diejenige eines zweiten hinzu, dessen Lage dadurch bestimmt ist, daß wir durch  $mP$  und die  $Z$ -Achse und durch  $m'p$  und die  $Z$ -Achse zwei Ebenen legen; diese Ebenen schneiden aus dem Leiter  $K$  als zweites Element  $nn'$  aus, dessen Projektion  $Qq$  ist. Da wir den Stromkreis als unendlich klein vorausgesetzt haben, können wir  $AQ = u + du$  setzen, und erhalten dann für dieses Element sofort die Differenz

$$(x' - x) dy' - (y' - y) dx' = (u + du)^2 d\varphi.$$

Den Abstand dieses Elementes von  $A$  können wir gleich  $r + dr$  setzen. Die Stromrichtung in diesem Elemente ist in Bezug auf  $A$  derjenigen des Elementes  $mm'$  entgegengesetzt, es muß somit die Wirkung desselben von der des Elementes  $mm'$  abgezogen werden; wir können demnach für  $C$  sofort schreiben

$$C = \int \left( \frac{u^2}{r^3} - \frac{(u + du)^2}{(r + dr)^3} \right) d\varphi.$$

Der Ausdruck in dem Integralzeichen ist nichts als

$$-d\varphi \cdot d\left(\frac{u^2}{r^3}\right);$$

ist aber

$$-d\varphi \cdot d\left(\frac{u^2}{r^3}\right) = -d\varphi \frac{r^3 2u du - 3u^2 r^2 dr}{r^6} = d\varphi \left(\frac{3u^2 dr}{r^4} - \frac{2u du}{r^3}\right).$$

Nun ist

$$r^2 = Am^2 = AP^2 + Pm^2 = u^2 + (z' - z)^2,$$

d

$$[(r + dr)^2 = An^2 = AQ^2 + Qn^2 = (u + du)^2 + (z' - z + dz)^2]$$

$$r dr = u du + (z' - z) dz; \quad dr = \frac{u du + (z' - z) dz}{r}$$

hen wir durch  $m$  die Linie  $HmS$  parallel zu  $AQ$ , so ist

$$mS = PQ = du; \quad Sn = dz'.$$

Ist  $G$  der Punkt, in welchem die Ebene der kleinen Strombahn, also auch die verlängerte  $mn$  die  $Z$ -Axe schneidet, so sind die Dreiecke  $mHG$  und  $mSn$  ähnlich und die Winkel an  $S$  und  $H$  sind rechte; demnach ist

$$du : dz = mS : Sn = mH : GH.$$

Hierin ist  $mH = PA = u$ , ferner  $GH = AH - AG$ . Es ist  $AH$  gleich  $Pm$ , also die  $Z$ -Koordinate des Elementes  $mm'$  oder gleich  $(z' - z)$ . Um  $AG$  zu bestimmen, lassen wir die Normale  $AN$  zur Ebene der Strombahn hinab; dieselbe bilde mit den drei Axen die Winkel  $\xi, \eta, \zeta$ , ihre Länge sei  $q$ , so ist

$$AG = \frac{q}{\cos \xi}$$

mit

$$du : dz' = u : z' - z - \frac{q}{\cos \xi}$$

$$dz' = \frac{du}{u} \left( z' - z - \frac{q}{\cos \xi} \right).$$

Mit Benutzung dieses Wertes wird

$$dr = \frac{(u^2 + (z' - z)^2) \cos \xi - (z' - z) q}{ur \cos \xi} du.$$

Wenn wir diesen Wert von  $dr$  benutzen erhält man leicht

$$C = \int \left( \frac{3u^2 dr}{r^4} - \frac{2u du}{r^3} \right) d\varphi = \int \left( \frac{1}{r^3} - \frac{3q(z' - z)}{r^3 \cos \xi} \right) u du d\varphi.$$

Unter der Voraussetzung, daß der Stromkreis  $K$  unendlich klein ist, können wir den Abstand aller seiner Elemente von dem Elemente  $ds$  als gleich ansehen und deshalb  $r$  ersetzen durch den Abstand  $l_0$  des Schwerpunktes des Stromkreises von  $A$ ; ebenso können wir dann für  $z'$  die betreffende Ordinate desselben Schwerpunktes einsetzen. Setzen wir deshalb  $z = z_0$ , so wird der in der Klammer eingeschlossene Faktor des  $dr$  den Stromkreis zu integrierenden Ausdrucks konstant und es wird

$$C = \left( \frac{1}{l_0^3} - \frac{3q z_0}{l_0^3 \cos \xi} \right) \int u d\varphi du.$$

Der unter dem Integralzeichen jetzt noch stehende Ausdruck  $u d\varphi du$  der Flächeninhalt des Streifens  $PQqp$ , da  $u d\varphi = Pp$  die eine und



$du = PQ$  die andere Seite des Vierecks ist. Das Integral bedeutet somit die Projektion des Stromkreises auf die durch  $A$  gelegte  $XY$ -Ebene. Die Ebene des Stromes bildet mit der  $XY$ -Ebene denselben Winkel, welcher die zu ihr senkrechte Richtung mit der Axe der  $Z$  bildet, also der Winkel  $\xi$ . Nennen wir die von dem Stromkreis umschlossene Fläche  $f$ , so wird demnach das Integral gleich  $f \cos \xi$  und damit

$$C = f \left( \frac{1}{l_0^3} \cos \xi - \frac{3qz_0}{l_0^5} \right).$$

Durch ganz entsprechende Entwicklungen erhalten wir die Werte von  $B$  und  $A$ . Sind  $\eta$  und  $\xi$  die Winkel, welche die zur Stromebene normale Richtung mit der  $Y$ - und  $X$ -Axe bildet, und setzen wir  $y' - y = y_0$  ferner  $x' - x = x_0$ , so sind

$$B = f \left( \frac{1}{l_0^3} \cos \eta - \frac{3qy_0}{l_0^5} \right)$$

$$A = f \left( \frac{1}{l_0^3} \cos \xi - \frac{3qx_0}{l_0^5} \right).$$

Mit diesen Werten von  $A, B, C$  kann man entweder die drei Komponenten der Wirkung des Stromes auf das Element bestimmen, oder diese Wirkung der Richtung und Gröfse nach mit Hilfe der Direktrix ableiten.

Nehmen wir z. B. an, das Element läge bei  $A$  in der Axe der  $Y$ , der geschlossene Stromkreis sei der  $XY$ -Ebene parallel und sein Schwerpunkt liege in der durch  $A$  geführten Axe der  $Z$ . In dieser Lage sind

$$\xi = 90^\circ \quad \eta = 90^\circ \quad \zeta = 0$$

$$\lambda = 90^\circ \quad \mu = 0 \quad \nu = 90^\circ$$

$$z_0 = l_0, \quad y_0 = 0 \quad x_0 = 0,$$

somit

$$C = -2 \frac{f}{l_0^3} \quad B = 0 \quad A = 0$$

und

$$X = ii' \frac{f}{l_0^3} ds \quad Y = 0 \quad Z = 0;$$

das Element bekommt nur einen Antrieb parallel der  $X$ -Axe. Das gleiche ergibt sich durch Bestimmung der Direktrix

$$D = C$$

da  $A = B = 0$ ; daraus folgt gleichzeitig, daß die Direktrix in die Axe der  $Z$  fällt, denn die Cosinus der Winkel  $\alpha, \beta, \gamma$ , welche sie mit den Axen bildet, sind

$$\cos \alpha = \frac{A}{D} = 0 \quad \cos \beta = \frac{B}{D} = 0 \quad \cos \gamma = \frac{C}{D} = 1.$$

Da die Wirkung des geschlossenen Stromes senkrecht zu der durch das Element und die Direktrix gelegten Ebene ist, so folgt auch hieraus, daß dieselbe parallel der Axe der  $X$  ist. Die Gröfse der Wirkung ist

$$R = -\frac{1}{2} ii' ds D \sin \omega = ii' ds \frac{f}{l_0^3},$$

da das Element senkrecht zur Direktrix liegt, somit  $\sin \omega = 1$ .

Um von der Wirkung eines unendlich kleinen geschlossenen Stromes auf diejenige eines Solenoides auf ein Stromelement bequem übergehen zu können, wollen wir die Ausdrücke für  $A$ ,  $B$ ,  $C$  zunächst in einer von F. Neumann<sup>1)</sup> angegebenen Weise umformen. Wir ziehen Fig. 224  $mM$  senkrecht zur Ebene des kleinen Stromes, also parallel  $AN$ , verbinden  $A$  mit  $M$  und ziehen  $mT \perp AM$ . Setzen wir  $mM$  verschwindend klein voraus, so können wir dasselbe gleich der Zunahme von  $AN$ , also der Zunahme des Abstandes der Stromebene  $K$ , von dem Anfangspunkte  $A$  setzen, wenn wir uns den Strom  $K$  soweit verschoben denken, daß er durch  $M$  anstatt durch  $m$  geht. Wir setzen demnach  $mM = dq$ . Wir können weiter  $AM = r + dr$ , oder da  $AT$  merklich gleich  $Am$  ist,  $TM = dr$  setzen, wo jetzt  $dr$  die Zunahme von  $r$  ist, wenn der Stromkreis  $K$  verschoben wird. Es ist somit  $dq$  Hypotenuse,  $dr$  eine Kathete des rechtwinkligen Dreiecks  $TMm$ . Dieses Dreieck können wir dem bei  $N$  rechtwinkligen Dreiecke  $ANm$  ähnlich setzen, denn der Winkel  $mMA$  ist, da  $mM \parallel AN$  ist, gleich dem Winkel  $NAM$ ; da wir aber  $mM$  als verschwindend klein vorausgesetzt haben, ist der Winkel  $NAM$  dem Winkel  $NAm$  gleich zu setzen. In dem Dreiecke  $NAm$  ist die Kathete  $AN = q$ , die Hypotenuse  $Am = l_0$ . Es ist somit

$$dq : dr = l_0 : q; \quad \frac{q}{l_0} = \frac{dr}{dq} = \frac{dl_0}{dq}.$$

Setzen wir die Zunahme der Koordinaten  $z_0$ ,  $y_0$ ,  $x_0$ , wenn der Stromkreis  $K$  in dieser Weise verschoben gedacht wird, gleich  $dz_0$ ,  $dy_0$ ,  $dx_0$ , so können wir schreiben

$$\cos \xi = \frac{dz_0}{dq}, \quad \cos \eta = \frac{dy_0}{dq}, \quad \cos \xi = \frac{dx_0}{dq}.$$

Indem wir diese Formen in die Gleichungen für  $C$ ,  $B$ ,  $A$  einsetzen, wird zunächst

$$C = f \left( \frac{1}{l_0^3} \frac{dz_0}{dq} - 3 \frac{z_0}{l_0^4} \frac{dl_0}{dq} \right) = f \frac{d \left( \frac{z_0}{l_0^3} \right)}{dq},$$

wie man sofort erkennt, wenn man  $z_0$  und  $l_0$  als Funktionen von  $q$  betrachtend den Ausdruck  $\frac{z_0}{l_0^3}$  nach  $q$  differentiirt.

Ganz ebenso werden

$$B = f \frac{d \left( \frac{y_0}{l_0^3} \right)}{dq}, \quad A = f \frac{d \left( \frac{x_0}{l_0^3} \right)}{dq}.$$

Diese Umformung gestattet uns leicht die Wirkung eines Solenoides auf ein Element zu berechnen. Für jeden Stromkreis des Solenoides  $AC$  Fig. 225 erhalten wir durch den für denselben geltenden Wert von  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$  die entsprechenden Werte von  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Damit für jeden Kreis auch etwa die  $X$ -Komponente durch

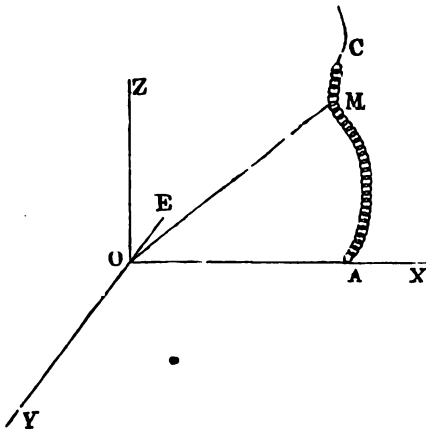
$$X = - \frac{1}{2} i i' ds (C \cos \mu - B \cos \nu).$$

1) F. Neumann. Man sehe Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. III, S. 46.

Die Wirkung des ganzen Solenoids erhalten wir somit, wenn wir alle Kreise denselben Ausdruck bilden und alle diese Ausdrücke summieren. Die Summen können wir dann zunächst schreiben, da nur  $A$ ,  $B$ ,  $C$  die verschiedenen Kreise verschiedene Werte haben,

$$X = -\frac{1}{2} i i' ds (\cos \mu \Sigma C - \cos \nu \Sigma B).$$

Fig. 225.



Wir haben somit nur die Summen aller Werte  $C$ ,  $B$  und  $A$  bilden. Für irgend einen et bei  $M$  liegenden Kreis ist

$$C = f \frac{d \left( \frac{z_0}{l_0^3} \right)}{dq}.$$

Liegen auf der Längeneinheit des Solenoids  $a$  Stromkreise, liegen auf dem Längenelemente die Zahl  $a d\lambda$  Stromkreise. für jeden Stromkreis auf dies verschwindend kleinen Elemente die Werte  $z_0$  und  $l_0$  dieselben sein können wir ohne weiteres dieses Element den Wert von gleich dem Produkte der Anzahl von Strömen und dem für jeden einzelnen geltenden Wert von  $C$  setzen oder

$$C_{d\lambda} = a f d\lambda \frac{d \left( \frac{z_0}{l_0^3} \right)}{dq}.$$

Die Summe aller  $C_{d\lambda}$  giebt jetzt die gesuchte Summe  $C$ , wir erhalten dieselbe, indem wir die rechte Seite über das ganze Solenoid integrieren. Nach der Definition des Solenoids sind die Stromkreise an jeder Stelle senkrecht zur Axe des Solenoids, es fällt also für jeden Strom das Element  $dq$ , welches das Differential der von  $O$  auf die Ebene Stromkreises gezogenen Senkrechten ist, mit dem Elemente  $d\lambda$  zusammen so daß unser Integral wird

$$C_\lambda = \int_{z_{0,1}}^{z_{0,2}} a f \frac{d \left( \frac{z_0}{l_0^3} \right)}{d\lambda} d\lambda = \int_{z_{0,1}}^{z_{0,2}} a f d \left( \frac{z_0}{l_0^3} \right)$$

somit, da der Ausdruck unter dem Integralzeichen ein totales Differential ist,

$$C_\lambda = a f \left( \frac{z_{0,2}}{l_{0,2}^3} - \frac{z_{0,1}}{l_{0,1}^3} \right).$$

Setzen wir voraus, daß das Solenoid in der einen Richtung

unendliche reicht, setzen also  $x_{0,1}$  und  $l_{0,1}$  unendlich groß, so wird das zweite Glied in der Klammer gleich null, somit

$$C = af \frac{x_{0,2}}{l_{0,2}^2}.$$

In ganz derselben Weise erhalten wir in dem Falle für

$$B = af \frac{y_{0,2}}{l_{0,2}^2}, \quad A = af \frac{x_{0,2}}{l_{0,2}^2},$$

Nach der ganzen Ableitung erkennt man, daß auch hier die Direktrix gegeben ist durch

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = \sqrt{\frac{x_{0,2}^2 + y_{0,2}^2 + z_{0,2}^2}{l_{0,2}^2}} \cdot af.$$

Sind  $x', y', z'$  die Koordinaten des Solenoidendes,  $x, y, z$  diejenigen des Elementes, so ist

$$x_{0,2} = x' - x, \quad y_{0,2} = y' - y, \quad z_{0,2} = z' - z, \\ l_{0,2}^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2,$$

mit

$$D = \frac{af}{l_{0,2}^2}$$

da

$$\frac{A}{D} = \frac{x' - x}{l_{0,2}}, \quad \frac{B}{D} = \frac{y' - y}{l_{0,2}}, \quad \frac{C}{D} = \frac{z' - z}{l_{0,2}};$$

dieses die Cosinus der Winkel sind, welche die Verbindungslinie des Elementes und des Solenoidendes mit den drei Axen bildet, so folgt, daß die Direktrix in die Verbindungslinie fällt, somit die resultierende Wirkung senkrecht steht zu der durch das Element und die Verbindungslinie derselben mit dem Solenoidende gelegten Ebene. Die Größe dieser Wirkung ist

$$R_1 = -\frac{1}{2} ii' ds D \sin \omega = -\frac{1}{2} ii' ds \frac{af}{l_{0,2}^2} \sin \omega_1.$$

Um die Seite der durch die Direktrix und das Element gelegten Ebene zu bestimmen, nach welcher das Element senkrecht zu dieser Ebene gezogen wird, führen wir sofort an, daß wenn man sich in der Richtung

Stromes des Elementes stehend denkt, so daß der Strom zu den Augen eintritt, und sieht die Endfläche des Solenoides an, welche zum Beobachter zugewandt denken, so wird das Element zur linken Seite des Beobachters hin getrieben, wenn der Strom im Solenoid kreist in der Richtung der Zeiger einer Uhr, es wird zur rechten getrieben, wenn die Richtung des Stromes die entgegengesetzte ist. Ist das Element fest, dagegen das Solenoid beweglich, so wird infolge der betrachteten Wechselwirkung das Solenoid seitlich abgelenkt, und zwar nach der Rechten, wenn das Element nach der Linken getrieben und zur Linken, wenn das Element nach der Rechten abgelenkt wird. Das ergibt sich unmittelbar aus dem Princip von der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung, indem jedes Element des Solenoides von dem Element  $ds$  nach der entgegengesetzten Seite gezogen wird, als es selbst das Element  $ds$  zieht.



Für ein begrenztes Solenoid erhielten wir

$$C_1 = af \frac{z_{0,2}}{l_{0,2}^3} - af \frac{z_{0,1}}{l_{0,1}^3}$$

und entsprechend sind die Werte von  $B$  und  $A$ .

Das erste Glied auf der rechten Seite der Gleichung für  $C_1$  giebt uns die Wirkung des einen Poles des Solenoides, vorausgesetzt, daß der andere Pol im Unendlichen läge. Das zweite Glied würde uns die Wirkung eines Solenoides geben, dessen einer Pol in  $x_{0,1}$ ,  $y_{0,1}$ ,  $z_{0,1}$  liegt und dessen anderer Pol im Unendlichen läge, in welchem die Richtung aller Ströme aber, da dieses Glied das entgegengesetzte Vorzeichen hat, die entgegengesetzte jener Ströme ist, welche das erste Solenoid bilden. Die Wirkung eines begrenzten Solenoids auf ein Element können wir somit der Wirkung zweier nach einer Richtung unendlicher Solenoide gleich setzen, deren eines seinen Pol an dem einen Ende des begrenzten Solenoids hat und dessen Ströme denjenigen des Solenoids gleich gerichtet sind, während das andere seinen im Endlichen liegenden Pol am andern Ende des begrenzten Solenoids hat und durch Ströme gebildet wird, deren Richtung derjenigen der Ströme des gegebenen Solenoids entgegengesetzt ist. In der That können wir uns auch das begrenzte Solenoid durch zwei solcher Solenoide gebildet denken. Denn wäre das Solenoid Fig. 225 bei  $M$  begrenzt, so könnten wir denken, das gegebene Solenoid reiche von  $A$  bis ins Unendliche, gleichzeitig sei ein zweites von  $M$  aus ins Unendliche reichende Solenoid gegeben, welches überall oberhalb  $M$  an derselben Stelle lage wie das erste, dieselbe Zahl und Stärke der Ströme hätte, in denen aber die Ströme entgegengesetzte Richtung hätten. Dieses Solenoid würde oberhalb  $M$  in der That das erste Solenoid vollständig neutralisieren

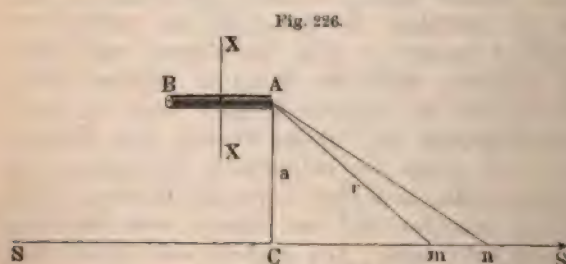
Demnach ist die Wirkung des zweiten Poles

$$R_2 = \frac{1}{2} ii' ds \frac{af}{l_{0,1}^3} \sin \omega_2.$$

Fallen die beiden durch  $ds$  und  $l_{0,2}$  sowie  $l_{0,1}$  gelegten Ebenen zusammen, so wird von dem zweiten Pol das Element gerade nach der entgegengesetzten Richtung getrieben, als von dem ersten; es entspricht das auch der vorhin angegebenen Regel, denn wenden wir den Pol  $M$  dem in dem Element stehenden Beobachter zu, so sieht derselbe den Strom

in entgegengesetzter Richtung kreisen, als den Strom des Poles  $A$ , weil er den Strom eben von der andern Seite ansieht.

Aus den bisher abgeleiteten Sätzen wollen wir zunächst die Wirkung eines geradlinigen Stromes auf



ein begrenztes Solenoid ableiten; sei  $AB$  Fig. 226 ein dem Strome  $SS'$  paralleles Solenoid, dessen Axe eine gerade Linie sei. Der senkrechte



stand des Poles  $A$  von  $SS'$  sei gleich  $e$ . Die Wirkung irgend eines Elementes  $mn$  auf den Pol  $A$  ist dann

$$R_1 = -\frac{1}{2} ii' ds \frac{af}{l^2} \sin \omega,$$

man wir den Abstand  $Am$ , der für die verschiedenen Elemente des Stromes verschieden ist, gleich  $l$  setzen und, wenn wir unter der Annahme, der Strom fließe in der Richtung von  $S$  nach  $S'$ , den Winkel  $AmS'$  gleich  $\omega$  setzen. Rechnen wir die Länge  $s$  des Leiters vom Punkte  $C$  an, so ist

$$Cm = s = \frac{AC}{\tan AmC} = -\frac{e}{\tan \omega}.$$

Wächst  $\omega$  um  $d\omega$ , so wächst  $s$  um  $ds$ , somit wird

$$ds = \frac{e}{\sin^2 \omega} d\omega.$$

Für  $l$  können wir setzen

$$l = \frac{AC}{\sin AmC} = \frac{e}{\sin \omega},$$

daß wir für  $R_1$  schreiben können

$$R_1 = -\frac{1}{2} ii' \frac{af}{e} \sin \omega d\omega.$$

Die Wirkung des ganzen Stromes erhalten wir, wenn wir diesen Ausdruck über den ganzen geradlinigen Strom weg integrieren, also von dem Werte  $\omega = \omega_1$ , welcher der Verbindungslinie von  $A$  mit dem einen Ende des Stromes entspricht, bis  $\omega = \omega_2$ , welcher Wert dem andern Ende entspricht. Es wird, wenn  $i$  die Intensität des Stromes im Solenoid,  $i'$  im Pole  $SS'$  ist

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{iaf}{e} (\cos \omega_2 - \cos \omega_1) i'.$$

Für die Einwirkung auf den Pol  $B$  erhält man ebenso

$$W_2 = -\frac{1}{2} \frac{iaf}{e} (\cos \omega'_2 - \cos \omega'_1) i'.$$

Ist das Solenoid um  $XX$  als Axe drehbar, so wird dasselbe durch ein als Kräftepaar senkrecht zur Ebene  $XAB$  wirkenden Antriebe gedreht und zwar, wenn von  $S'$  aus gesehen der Pol  $A$  von Strömen umgeben ist, die im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers fließen, wird  $A$  gedreht, also hinter die Ebene der Zeichnung getrieben. Das Solenoid dreht sich senkrecht zum Strom.

Die Wirkung ist dem Abstände des Stromes vom Solenoid umgekehrt proportional und hängt außerdem von der Länge des Stromes ab; setzen wir den Strom gegen den Abstand  $e$  und die Länge des Solenoides unendlich, so wird, da  $\omega_2 = \omega'_2 = 180^\circ$  und  $\omega_1 = \omega'_1 = 0$ ,

$$W_1 = -\frac{iaf}{e} i', \quad W_2 = \frac{iaf}{e} i'.$$

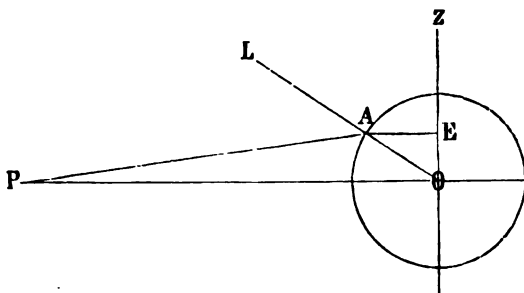
Ist  $\lambda$  die Länge des Solenoides, so ist das Drehungsmoment, das Solenoid aus der parallelen Lage um einen Winkel  $\vartheta$  gedreht

$$D = -\frac{iaf}{e} i' \lambda \cos \vartheta.$$

Wir wollen ferner die Wechselwirkung zwischen dem im End liegenden Pole eines unbegrenzten Solenoides und einem Kreisstrom

sehr kleinem Radius rechnen, und zwar len wir zunächst annehmen, der Solenoid liege in der Ebene des Kreisstromes und der Kreisstrom sei um die  $PO$  senkrechte  $OZ$  bar. Für ein beliebiges Element des Kreisstromes, der einem Strome von Intensität  $i'$  durchfließt wird, ist dann

Fig. 227.



$$R_1 = -\frac{1}{2} \frac{iaf}{r^2} i' ds \sin \omega,$$

wenn  $AP$  gleich  $l$  gesetzt wird. Wird das Solenoid von  $A$  aus gegen den Strom im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers umkreist, wird das Element bei  $A$  vor die Ebene der Zeichnung getrieben, die der andern Seite von  $OZ$  liegenden Elemente dagegen werden hinter die Ebene der Zeichnung getrieben, der Kreis erhält somit ein Drehmoment, welches ihn so zu stellen sucht, daß der Strom mit demjenigen des ihm zugewandten Solenoidpols parallel und gleich gerichtet ist. Drehungsmoment, welches das bei  $A$  liegende Element um  $OZ$  zu drehen sucht, erhalten wir, wenn wir  $R_1$  mit  $AE$  multiplizieren. Setzen wir Winkel  $AOP$  gleich  $\varphi$ , so wird dieses Drehungsmoment

$$d = -\frac{1}{2} \frac{iaf}{r^2} i' ds \sin \omega \cdot \varrho \cos \varphi,$$

wenn  $\varrho$  der Radius des Kreises ist.

Der Winkel  $\omega$  ist, wenn wir den Winkel  $OPA = \chi$  setzen,

$$\omega = 90^\circ + \angle AP = 90^\circ + (\varphi + \chi)$$

$$\sin \omega = \cos (\varphi + \chi) = \cos \varphi \cos \chi - \sin \varphi \sin \chi.$$

Nennen wir den Abstand  $PO$  des Solenoidpols vom Mittelpunkt des Kreises  $c$ , so ist

$$l \cos \chi + \varrho \cos \varphi = c; \quad \cos \chi = \frac{c - \varrho \cos \varphi}{l}; \quad \sin \chi = \frac{\varrho}{l} \sin \varphi$$

$$\sin \omega = \frac{c \cos \varphi - \varrho \cos^2 \varphi - \varrho \sin^2 \varphi}{l} = \frac{c \cos \varphi - \varrho}{l}.$$

zen wir weiter  $ds = \varrho d\varphi$ , so wird

$$d = -\frac{1}{2} \frac{iaf}{l^2} i' \varrho^2 \frac{l \cos^2 \varphi - \varrho \cos \varphi}{l} d\varphi.$$

Das Drehungsmoment, welches der ganze Kreisstrom erfährt, erhalten, wenn wir diesen Ausdruck nach  $\varphi$  über den ganzen Kreis weg, also 0 bis  $2\pi$  integrieren. Da  $l$  auch von  $\varphi$  abhängig ist, läßt sich die Integration nicht ohne weiteres durchführen, setzen wir aber den Kreis als so in voraus gegen die Entfernung des Solenoidpoles, daß wir anstatt  $l$  einfach  $c$ , den Abstand des Poles vom Mittelpunkt einsetzen dürfen, so ist das Drehungsmoment

$$D = -\frac{1}{2} \frac{iaf}{c^2} i' \varrho^2 \int_0^{2\pi} (c \cos^2 \varphi - \varrho \cos \varphi) d\varphi.$$

hierin ist

$$\int_0^{2\pi} c \cos^2 \varphi d\varphi = \pi \cdot c; \quad \int_0^{2\pi} \varrho \cos \varphi d\varphi = 0,$$

ist

$$D = -\frac{1}{2} \frac{iaf}{c^2} i' \varrho^2 \pi.$$

Kreisstrom dreht sich somit um  $OZ$  und stellt sich senkrecht zu, so daß der Strom parallel und demjenigen des zugewandten Solenoidstroms gleichgerichtet ist. In der zu  $PO$  betrachteten Lage wird, wie man sieht, das Drehungsmoment gleich null.

Sowie der Kreis aus der zu  $PO$  parallelen Lage gedreht ist, ergibt auch eine den Pol gegen den Kreis hinziehende Komponente; wir

rechnen dieselbe für die Lage, wenn Kreisebene senkrecht zu  $PO$  ist, Fig. 228. In dem Falle ist für alle Elemente des Kreises  $\omega = 90^\circ$ . Für etwa bei  $A$  liegende gerade die eine der Zeichnung passierende Element ist die Richtung der Resultierenden in der Ebene der Zeichnung senkrecht zu  $PA$  gegen  $B$  hin

$$R_1 = -\frac{1}{2} \frac{iaf}{l^2} i' ds,$$

parallel  $PO$  gerichtete Komponente erhalten wir durch Multiplikation mit  $CAB = \sin OPA$ , sie wird somit

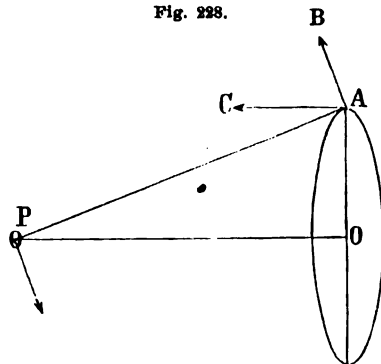
$$w = -\frac{1}{2} \frac{iaf}{l^2} i' ds \frac{OA}{PA} = -\frac{1}{2} \frac{iaf}{l^2} \varrho i' ds.$$

setzen wieder  $ds = \varrho d\varphi$  und integrieren über den Kreis weg, so ist die parallel  $PO$  wirkende Komponente

$$W = -\frac{iaf}{l^2} \varrho^2 \pi i' = -\frac{iaf}{c^2} \varrho^2 \pi i'.$$

Der Kreis und Solenoidpol ziehen sich somit an, und zwar mit einer der

Fig. 228.



dritten Potenz ihres Abstandes umgekehrt, den Kreis so klein voraussetzen, daß wir

Nun sei der Kreis der im Endlichen auf dessen Längeneinheit  $a'$  Ströme liege sich dann  $a'de$ ; setzen wir  $e^2\pi = f'$ , so des Stückes  $de$  des Solenoides

$$W_{de} = - \frac{iafi'e}{e}$$

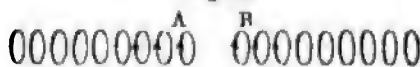
somit für diejenige des unendlichen Solenoides

$$W = - iaf i' a' f' \int \frac{de}{e^2} =$$

Die beiden Solenoidpole ziehen sich somit, gerichtet sind, mit einer Kraft an, welche der Pole umgekehrt proportional ist. Sie gerichtet, so stoßen sich die Pole ab.

Im Falle der Anziehung, wenn die Ströme im gleichen Sinne umkreisen, bilden sie

Fig. 229.



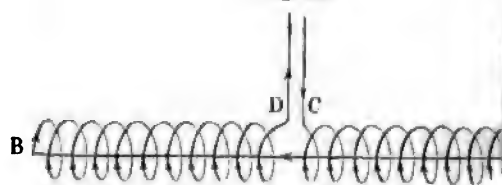
die Lage des Solenoids A, so umkreisen Punkte angesehen die Ströme den Pol A Uhrzeigers, den Pol B im entgegengesetzten

Fließen die Ströme um B in entgegengesetzter Richtung, so ist die Wirkung dieser Betrachtung der Solenoidpol B gleich

Wir kommen daher zu dem Resultate, daß sich Solenoidpole sich anziehen, zwei gleichartige

Diese von der Theorie abgeleiteten Sätze kann man nicht prüfen, da man in der That keine geraden Ströme erhält. Man kann sie indessen annähernd im Versuche spiralförmig gewundenen Drähten<sup>1)</sup>.

Fig. 230.



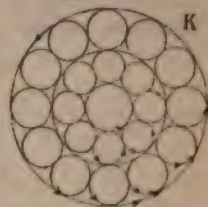
geradlinig von A im Innern der Glasröhre Windungen, welche der Bewegung des Uhr-

1) *Ampère, Annales de chim. et de phys.*

$D$  führt, so verhält sich diese Spirale gerade wie eine Anzahl aufeinander geschichteter, zur Axe der Röhre senkrechter Kreisströme. Denn jede einzelne Windung können wir uns ersetzt denken durch einen fast ständig geschlossenen, um die Röhre gelegten Kreis und durch einen in einen geradlinigen Draht, welcher den Strom von einer Windung zur nächsten folgenden führt. Die Summe aller dieser von einer zur andern Windung gehenden Ströme giebt einen der Länge der Röhre an Länge gleichem Strom, welcher den Strom von  $B$  nach  $A$  führt. Die Wirkung dieses Stromes wird vollständig aufgehoben von dem geradlinigen Strom  $F$ , welcher von der letzten Windung bei  $A$  zu der ersten Windung bei  $B$  hinfließt. In Bezug auf die Wirkung nach außen bleiben demnach nur die einzelnen Kreisströme der Windungen übrig.

Eine solche Spirale, welche Ampère einen elektrodynamischen Cylinder nennt, unterscheidet sich demnach von einem Solenoide nur dadurch, daß die einzelnen Ströme nicht unendlich klein sind; man kann ihn deshalb, wie leicht zu zeigen ist, als ein Bündel einander parallel gelegter Solenoide betrachten. Denn ist Fig. 231  $K$  ein zur Axe senkrechter Querschnitt des Cylinders, also ein einzelner Kreisstrom, welcher in der Richtung des Pfeiles fließt, so können wir uns denselben ersetzt denken durch unendlich viele unendlich kleine, die ganze Ebene des Kreises  $K$  ausfüllende Kreisströme, welche alle in gleicher Richtung fließen. Wie man unmittelbar in der Figur sieht, werden sich nun im Innern des Kreises die Ströme sämtlich aufheben, so daß nur der Kreisstrom  $K$  übrig bleibt; denn jedes Element jedes Kreises innerhalb  $K$  wird unmittelbar von einem Elemente eines nebenliegenden Kreises heftet, in welchem der Strom die entgegengesetzte Richtung hat, so daß die Wirkung der beiden Elemente sich geradezu aufhebt. So bleiben nur die an  $K$  grenzenden Kreise die in  $K$  fallenden Elemente übrig, diese setzen den Kreisstrom  $K$  zusammen.

Fig. 231.



Das Verhalten eines elektrodynamischen Cylinders wird daher jenes eines Bündels gleicher Solenoide sein, und dieses wird sich qualitativ von dem Verhalten eines Solenoides unterscheiden, sondern nur quantitativ. Wenn ferner der Durchmesser des Cylinders nur klein ist, werden wir auch als den Angriffspunkt der auf den Solenoidpol wirkenden Kräfte den Mittelpunkt der Polfläche betrachten dürfen.

Hängt man nun einen solchen elektrodynamischen Cylinder an ein ferresches Gestell, so ist es leicht, an demselben alle für die Solenoide leitenden Folgerungen nachzuweisen.

Zunächst sieht man, daß ein solches Solenoid sich senkrecht zur Westrichtung, also senkrecht zur Richtung des Erdstromes stellt, und so, daß derjenige Pol desselben nach Süden zeigt, um welchen, wenn man sich ihm gegenüberstellt, der Strom wie der Zeiger einer Uhr kreist, der Pol nach Norden zeigt, um welchen, wenn man sich ihm gegenüberstellt, der Strom in dem entgegengesetzten Sinne kreist.

Bezeichnen wir den nach Süden zeigenden Pol als Südpol, so ist der Pol eines Solenoides jener, um welchen, wenn man sich ihm gegenüberstellt, der Strom im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers strömt. Bei



dem Fig. 230 dargestellten Stromlauf ist also das Ende *A* der *B* der Nordpol.

Hängt man einen elektrodynamischen Cylinder um eine horizontale zum magnetischen Meridiane senkrechte Axe drehbar auf, so steht seine Axe der Richtung der Inklinationsnadel parallel, den Nordpol unten.

Wenn man über oder unter einen elektrodynamischen Cylinder dem magnetischen Meridiane parallel hängt, einen geradlinigen Strom herleitet, so wird derselbe abgelenkt, und ist die Richtkraft infolge des Erdstromes gegen die Stromintensität des geradlinigen Stromes nur so wird der Cylinder fast senkrecht zum Strome gestellt. Wenn man dann in der Richtung des Stromes schwimmend denkt und den Cylinder ansieht, so wird der Nordpol desselben zur Linken abgelenkt.

Nähert man dem einen Pole des aufgehängten Cylinders den Pol eines andern Cylinders, so ziehen sich die beiden Pole an, wenn der eine Südpol, der andere ein Nordpol ist; sie stoßen sich ab, wenn beide Pole oder beide Nordpole sind.

Man sieht demnach, daß solche Cylinder qualitativ alle jene Erscheinungen darzustellen gestatten, welche die Ampèresche Theorie des Solenoids ableitet.

## Zweites Kapitel.

### Elektromagnetismus und Diamagnetismus.

#### §. 122.

**Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom.** Wir kehren zurück zu der im Beginne des vorigen Kapitels beschriebenen Beobachtung Oersteds, der Ablenkung der Magnetnadel durch den galvanischen Strom. Führt man einen Strom an einer Deklinationsnadel vorüber, so wird dieselbe im allgemeinen aus ihrer Gleichgewichtslage im magnetischen Meridiane abgelenkt, und zwar nach der Ampèreschen Regel so, daß man in der Richtung des Stromes schwimmend die Nadel ansieht, Nordpol nach der Linken hin gewandt wird.

Führen wir demnach in der Richtung des Meridianes über der Nadel einen Strom nach Norden, so wird der Nordpol nach Westen abgelenkt; steigt der Strom vor dem Nordpol vertikal abwärts, so ist die Ablenkung dieselbe; ebenso ist es auch, wenn der Strom unter der Nadel nach Süden fließt und an der Südseite aufsteigt. Ein kreisförmiger Strom um die Nadel lenkt sie also ebenso ab, wie der geradlinig über die Nadel hingeführte Strom.

Nach welcher Richtung die von dem Strome auf einen Pol ausgeübte Kraft wirkt, und wie die Kraft sich mit der Intensität des Stromes verhält, wird im nächsten Paragraphen untersucht.

ner Entfernung von der Nadel ändert, das haben gleich nach der Entdeckung Oersteds Biot und Savart<sup>1)</sup> durch Versuche festgestellt.

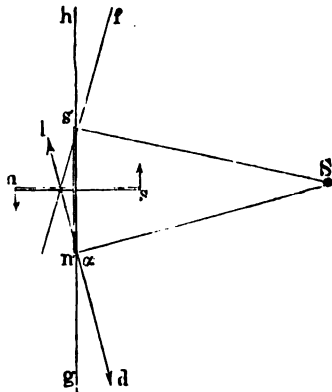
Zunächst wurde eine Magnetnadel an einem Coconfaden aufgehängt und durch einen in der Nähe aufgestellten Magnet die Richtkraft des Magnetismus kompensiert, so daß die Nadel in jedem Azimute im Gleichgewicht war, oder daß die Gleichgewichtslage nur durch die äußerst geringe Torsionskraft des Fadens bedingt war. In der Nähe der Nadel wurde ein vertikaler Strom aufgestellt; die Nadel wurde nur durch die in dem Strome auf sie einwirkenden Kräfte gerichtet. Die Nadel stellte sich senkrecht zu der durch den Strom und Aufhängefaden der Nadel gelegten Ebene, so daß also die Verbindungslinie des Mittelpunktes der Nadel mit dem Querschnitte des Leiters, welcher in der durch die Nadel gelegten Horizontalebene sich befindet, senkrecht steht auf der Axe der Nadel. Der Nordpol befindet sich dann von dem Strome aus, den Kopf der Richtung des Stromes voraus, gesehen, an der linken Seite der durch den Strom und den Aufhängefaden gelegten Ebene. Hieraus folgt, daß die Richtung der von einem Strom auf die Pole einer Nadel ausgeübten Kraft senkrecht steht auf der durch den Pol und den Strom gelegten Ebene; steht man in dem Strome, den Kopf nach der Richtung

Stromes voraus, und sieht man die Nadel an, so wird der Nordpol durch jene Kraft nach der Linken getrieben. Daß letzteres der Fall ist, geht aus der angeführten stabilen Gleichgewichtslage unmittelbar; denn

Nadel  $ns$  (Fig. 232) kann durch die Wirkung des vertikal aufsteigenden Stromes  $S$ , von welchem hier nur der in der Ebene liegende Querschnitt dargestellt ist, nur dann in die Lage  $n's'$  dreht werden, wenn von  $S$  aus gesehen der Südpol  $s$  zur Rechten, der Nordpol  $n$  zur Linken getrieben wird. Daß diese Kräfte nun zugleich senkrecht stehen zu der durch  $S$  und die Pole gelegten Ebene, hat Biot folgendermaßen ab. In der Gleichgewichtslage  $n's'$  hängt die Nadel so, daß die Abstände  $n'S$  und  $s'S$  einander gleich sind und mit der Axe der Nadel gleiche Winkel bilden. Bezeichnet  $n'd$  die Richtung und GröÙe nach der zwischen dem Strome und Nordpole thätige Kraft, welche mit der Richtung  $n'S$  irgend einen Winkel  $\alpha$  bilde, so würde, wenn an der Stelle  $n'$  sich ein Südpol befände, die auf denselben einwirkende Kraft derjenigen, welche der Nordpol erfährt, gerade entgegengesetzt, also nach  $n'l$  gerichtet sein.

Die auf den Südpol der Nadel ausgeübte Kraft muß der GröÙe  $h$  nun genau gleich der Kraft  $n'd$  sein, da der Südpol  $s'$  ebenso

Fig. 232.



1) Biot und Savart. Eine Notiz dieser Versuche findet sich in den *Annales Chimie et de physique* T. XV. p. 222; ausführlich sind sie mitgeteilt in *Biot's Buch der Physik*, Fechners Übersetzung Bd. IV. S. 158 ff.  
WOLFF, Physik. IV. 4. Aufl.

stark magnetisch und genau ebenso weit entfernt von  $S$  ist, als der Nordpol  $n'$ ; die Richtung dieser Kraft muß mit  $s' S$  genau denselben Winkel bilden wie  $n' l$  mit  $n' S$ , da der Strom  $S$  auf allen Seiten dieselben Eigenschaften hat, also den Südpol in  $s'$  genau ebenso affiziert, als den eben supponierten Südpol in  $n'$ . Der Winkel  $f s' S$  ist demnach  $180^\circ - \alpha$ . Bezeichnen wir nun die Winkel, welche  $n' S$  oder  $s' S$  mit der Verlängerung der Axe der Magnetnadel bilden, mit  $\gamma$ , so ist der Winkel, welchen  $n' d$  mit derselben Richtung bildet,  $dn' g = \gamma - \alpha$ , der Winkel, den  $s' f$  damit bildet,  $hs' f = \gamma - (180 - \alpha)$ .

Zerlegen wir die Kräfte  $n' d$  und  $s' f$  in ihre der Nadel parallelen und zu derselben senkrechten Komponenten, so sind letztere

$$n' d \cdot \sin(\gamma - \alpha) \text{ und } s' f \cdot \sin[\gamma - (180 - \alpha)].$$

Da die Nadel im Gleichgewicht ist, so müssen die entgegengesetzten Drehungsmomente, welche diese Kräfte der Nadel erteilen, einander gleich sein; da die Hebelarme, an denen diese Kräfte angreifen, einander gleich sind, so müssen jene Komponenten einander gleich sein, und das ist nur möglich, wenn

$$\alpha = 180 - \alpha$$

$$\alpha = 90^\circ$$

ist, also nur dann, wenn die Richtungen der Resultanten senkrecht sind zu der durch  $S$  und die Pole gelegten Ebene.

Um die Abhängigkeit der zwischen Strom und Magnetpol wirkenden Kraft von dem Abstände des Stromes von der Nadel zu untersuchen, wurde eine Magnetnadel von 20 mm Länge in der angegebenen Weise an einem Stativ aufgehängt, welches horizontal verschoben werden konnte, das Stativ war zu dem Ende an einer Zahnstange befestigt, welche durch einen Trieb hin und her geschoben werden konnte. Um Luftströmungen abzuhalten, war der Apparat mit einem Glasgehäuse umgeben. Die Nadel war wieder durch einen genähten Magnet ihrer Direktionskraft beraubt; sie stellte sich dann wieder senkrecht zu der durch den Strom und den Aufhängefaden geführten Vertikalebene. Wurde die Nadel aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht, so geriet sie in Schwingungen. Bezeichnen wir das Drehungsmoment, welches der Strom der Nadel in der zur Gleichgewichtslage senkrechten Lage erteilt, mit  $f$ , das Trägheitsmoment der Nadel in Bezug auf den Aufhängefaden mit  $K$ , die Schwingungsdauer der Nadel mit  $t$ , so werden wir dem Pendelgesetze, dessen Anwendung auf diese Schwingungen gestattet ist, zufolge setzen können

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{f}}$$

$$f = \frac{\pi^2 K}{t^2}.$$

Die von dem Strome auf die Nadel ausgeübte Kraft ist also der hingete der Schwingungsdauer umgekehrt proportional.

Nach Resultat einer solchen Beobachtungsreihe enthält folgende Kraft wirkt.

stand des Stro- ms von der Mitte der Nadel	Schwingungsdauer aus 10 Oscillatio- nen bestimmt	f, jene bei 80 mm Abstand gleich 1 gesetzt
30 mm	4,225"	1
40	4,885	$\frac{3}{4}$ (1 - 0,008508)
20	3,35	$\frac{3}{2}$ (1 + 0,02309)
50	5,475	$\frac{3}{5}$ (1 - 0,036673)
60	5,675	$\frac{3}{6}$ (1 + 0,095460)
120	8,990	$\frac{3}{12}$ (1 - 0,103892)
15	3,00	$\frac{2}{1}$ (1 + 0,076010).

Die in der letzten Kolumne angeführten Zahlen beweisen, daß die wirkenden Kräfte sich fast genau umgekehrt wie die Abstände der Nadel von dem Strome verhalten; die Abweichungen, welche die in den Versuchen angegebenen Koeffizienten messen, erklären sich leicht aus der Genauigkeit der Beobachtungen. Denn da bei den verschiedenen Beobachtungen die Nadel selbst von ihrer Stelle gerückt wurde, mußte jedesmal durch eine Änderung in der Stellung des Magnetes die eigene Direktionskraft der Nadel kompensiert werden; die Unterschiede zwischen der Beobachtung und dem ausgesprochenen Gesetze erklären sich daher vollkommen, daß die Kompensation nicht immer gleich gut gelungen war.

Bei der Kürze der Magnetnadel kann man den Abstand des Stromes von der Mitte der Nadel mit dem Abstände desselben von den Polen vergleichen; dann ergibt sich das Gesetz, daß die Kraft, mit welcher ein unendlicher langer Strom auf einen Magnetpol einwirkt, sich umgekehrt wie der senkrechte Abstand des Poles von dem Strome.

Aus diesem Satze über die Wirkung eines unbegrenzten geradlinigen Stromes auf die Pole eines Magnetes läßt sich nun auch ableiten, wie die Wirkung eines Stromes auf einen Magnetpol wirkt. Wir haben uns nun Ende nur an die im vorigen Paragraphen gegebene Ableitung der Wirkung eines unendlichen Stromes auf ein Solenoid zu erinnern. Die Wirkung eines Stromelementes auf einen Solenoidpol war ihrer GröÙße nach gegeben durch

$$w = \frac{1}{2} \frac{iaf' ds}{r^3} \sin \omega,$$

wo  $r$  den Abstand des Poles von dem Elemente und  $\omega$  den Winkel bedeutet, welchen die Richtung des Elementes mit  $r$  bildet. Aus diesem ergab sich für die Wirkung eines unbegrenzten geradlinigen Stromes auf einen Pol eines Solenoides

$$W = \frac{iaf}{r^2} i',$$

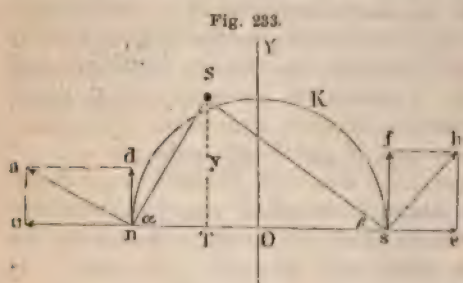
sofern man annehmen will, daß die Einwirkung dem senkrechten Abstände des Poles vom Strome umgekehrt proportional ist.

Wir setzen nun letzteres Gesetz durch den Versuch auch für die Wechselwirkung zwischen einem unbegrenzten Strome und dem Pole eines Magneten, so liegt es nahe, daraus zu schließen, daß für die Wechselwirkung zwischen einem Stromelement und dem Pole eines Magnetes derselbe Ausdruck gilt, wie für die Wechselwirkung zwischen dem Stromelement und einem Solenoidpole, vielleicht multipliziert mit einer Konstanten.

Die Einwirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol würde dann ebenso dem Sinus des Winkels, welchen das Element mit der Verbindungslinie des Poles und des Elementes bildet, direkt, dem Quadrate des Abstandes umgekehrt proportional sein, sie würde zugleich senkrecht zu der durch den Magnetpol und das Stromelement gelegten Ebene gerichtet sein.

Ehe wir auf dieses Gesetz näher eingehen und aus demselben weitere Folgerungen ableiten, wollen wir einige Bewegungen aus dem Gesetze von Biot und Savart ableiten, welche eine Magnetnadel unter dem Einflusse eines Stromes zeigt, und nach welchen es häufig scheint, als wenn ein Strom eine Magnetnadel direkt anziehe.

Läßt man z. B. eine kleine Magnetnadel mittels eines Korkes oder direkt auf dem Wasser schwimmen, und leitet über die Nadel horizontal einen kräftigen Strom hin, so wird die Magnetnadel nicht nur so gerichtet,



dafs sie senkrecht liegt zu der durch den Strom gelegten Vertikalebene, sondern sie schwimmt auch gegen den Strom hin, bis jene Vertikalebene die Mitte der Nadel schneidet<sup>1)</sup>. Um diese Erscheinung aus dem Biot-Savartschen Gesetze abzuleiten, sei *S* (Fig. 233) der Durchschnitt des horizontalen Stromes mit der Ebene der Zeichnung und *ns* die schwimmende zu der durch *S*

gelegten Vertikalebene senkrechte Nadel; die auf beide Pole ausgeübten Kräfte sind dann  $sb \perp Ss$  und  $na \perp Sn$ .

Die mit der Nadel parallelen und zu ihr senkrechten Komponenten sind  $sc$ ,  $nc$ ,  $sf$ ,  $nd$ , gerichtet wie die Pfeile es andeuten. Ist der Winkel  $Sns = \alpha$ , und  $Ssn = \beta$ , und bezeichnen wir die Einwirkung des Stromes auf die Pole im Abstände eins mit  $w$ , so ist

$$nd = \frac{w}{Sn} \cdot \cos \alpha, nc = \frac{w}{Sn} \cdot \sin \alpha; sf = \frac{w}{Ss} \cdot \cos \beta, sc = \frac{w}{Ss} \cdot \sin \beta.$$

Die beiden zur Nadel senkrechten Komponenten würden dieselbe von dem Wasser empor zu heben suchen, wir brauchen sie deshalb nicht zu beachten.

Nennen wir den senkrechten Abstand des Stromes von der Nadel  $ST = y$ , die Länge der Nadel  $2l$ , und  $OT = x$ , so ist

$$\sin \alpha = \frac{y}{Sn}; \sin \beta = \frac{y}{Ss}.$$

Daraus folgt

$$nc - sc = \frac{wy}{Sn^2} - \frac{wy}{Ss^2} = \frac{wy}{y^2 + (l-x)^2} - \frac{wy}{y^2 + (l+x)^2}$$

$$nc - sc = \frac{w \cdot 4lx y}{\{y^2 + (l-x)^2\} \{y^2 + (l+x)^2\}}.$$

1) Boisgiraud aîné, Ann. de chim. et de phys. T. XV.



Diese Differenz bewegt die Nadel nach der einen oder anderen Seite hin, sie ist von null verschieden, so lange  $x$  und  $y$  von 0 verschieden sind. Wenn  $y$  gleich 0 ist, der Strom also die Nadel berührt, so ist sie im Gleichgewicht, sobald die Nadel senkrecht liegt zur Richtung des Stromes; wie man sieht, sind dann die beiden der Nadel parallelen Komponenten schon für sich gleich null.

Die Differenz ist ebenfalls gleich null, wenn  $x$  gleich null ist, wenn also die durch den Strom gelegte Vertikalebene die Nadel halbiert, dann ist die Nadel im Gleichgewicht; wenn der Strom sich einem Pole näher befindet als dem anderen, so wird die Nadel nach der Seite dieses Poles fortgezogen, bis  $x$  gleich null, also jene Gleichgewichtslage erreicht ist.

Wenn man dem Pole einer um eine vertikale Axe drehbaren Nadel einen vertikalen Strom nähert, so beobachtet man im allgemeinen eine Anziehung oder auch eine Abstossung des Poles. Stelle, um diesen Fall näher zu untersuchen und ihn aus dem Biot-Savartschen Gesetze abzuleiten, jetzt  $S$  (Fig. 233) den Durchschnitt eines vertikal absteigenden Stromes mit der Ebene der Zeichnung und  $ns$  eine in der Horizontalebene um  $O$  drehbare Nadel vor. Die Wirkungen des Stromes auf die Pole sind dann wieder  $na$  und  $sb$ ; die der Nadel parallelen Komponenten dieser Kraft haben wir nicht zu beachten, da die Nadel keine ihrer Axe parallele Bewegung annehmen kann; die zur Nadel senkrechten Komponenten sind dann, da

$$\cos \alpha = \frac{l-x}{Sn}, \quad \cos \beta = \frac{l+x}{Ss},$$

$$nd = \frac{w \cdot (l-x)}{y^2 + (l-x)^2}, \quad sf = \frac{w \cdot (l+x)}{y^2 + (l+x)^2}.$$

Da diese beiden Kräfte an den gleichen Hebelarmen wirken, so theilen sie der Nadel ein Drehungsmoment, welches der Differenz der beiden Kräfte proportional ist und die Nadel im Sinne der gröfseren Kraft zu drehen sucht. Diese Differenz ist

$$nd - sf = \frac{w \cdot 2x [l^2 - (x^2 + y^2)]}{\{y^2 + (l-x)^2\} \{y^2 + (l+x)^2\}}.$$

Diese Differenz ist gleich 0, wenn  $x = 0$ , also immer dann, wenn die in der Ebene der Nadel von dem Strome auf die Richtung der Nadel gefällte Senkrechte die Mitte der Nadel trifft; befindet sich also der Strom in der durch  $OY$  gelegten Vertikalebene, so ist die Nadel im Gleichgewicht, wenn sie zu dieser Ebene senkrecht ist.

Diese Differenz ist ferner gleich 0, wenn der Draht sich in einer solchen Stellung befindet, dafs

$$x^2 + y^2 = l^2;$$

das ist der Fall, wenn der Querschnitt  $S$  sich auf der Peripherie des um  $O$  mit dem Radius  $l$ , also mit der halben Länge der Nadel beschriebenen Kreises befindet, denn dann ist immer  $S$  die Spitze eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten  $x$  und  $y$  sind, dessen Hypotenuse  $l$  ist.

Ist  $x$  von 0 verschieden, so hängt es von dem senkrechten Abstände  $y$  des Stromes von der Nadel ab, nach welcher Richtung die Nadel ge-

dreht wird; ist  $x$  positiv und befindet sich der Strom außerhalb des Kreises  $K$ , so ist

$$l^2 < x^2 + y^2.$$

Die Differenz  $nd - sf$  ist negativ, die Nadel wird also im Sinne des von  $sf$  ausgeübten Drehungsmomentes gedreht, der Nordpol wird scheinbar abgestoßen; befindet sich der Strom innerhalb des Kreises  $K$ , so ist

$$l^2 > x^2 + y^2.$$

Die Nadel wird im Sinne der Kraft  $nd$  gedreht, der Nordpol scheinbar angezogen.

Ist  $x$  negativ, befindet sich also der Strom näher bei dem Südpole, so wird der Südpol abgestoßen, wenn sich der Strom außerhalb, angezogen, wenn er sich innerhalb des Kreises befindet.

Für einige Grenzfälle ergibt sich dieses schon ohne Rechnung; befindet sich der Strom z. B. in der Richtung  $nd$  senkrecht vor  $n$ , dann ist die Wirkung auf  $n$  der Nadelaxe parallel; dieselbe hat also, wie groß sie auch sein mag, keine zur Nadel senkrechte Komponente; die Wirkung auf  $s$  aber ist senkrecht zu  $Ss$ , hat also immer eine zur Axe der Nadel senkrechte Komponente; die Nadel wird sich aber immer in der Richtung dieser Komponente drehen.

Pouillet hat nach der Angabe von Biot alle diese Folgerungen durch den Versuch bestätigt<sup>1)</sup>.

In ganz ähnlicher Weise erklären sich alle sonstigen Anziehungs- und Abstofsungserscheinungen, unter anderen folgende von Dove beobachteten<sup>2)</sup>.

Fig. 234.



Eine Magnetnadel wurde, wie Fig. 234  $ns$ , auf ein leichtes Brettchen und dieses auf eine horizontale Schneide gelegt; um die Magnetnadel zu equilibriren, wurde auf die andere Seite des

Brettchens ein kleines Gegengewicht aufgestellt. Die Nadel konnte sich demnach nur in der Vertikalebene auf- und abbewegen, indem das Brettchen sich um die Schneide als Axe drehte.

Die Nadel wurde nun senkrecht zu dem magnetischen Meridiane gestellt, und dann ein Strom darüber oder darunter hin geleitet, welcher dem magnetischen Meridiane parallel nach Süden oder nach Norden floss.

So zeigte sich Folgendes:

Die Nadel lag				Der Strom floss		Die Nadel wurde
das Südende nach Osten				darunter nach	Norden	
"	"	"	"	"	Süden	angezogen
"	"	"	"	darüber	Norden	angezogen
"	"	"	"	"	Süden	abgestoßen
"	Nordende	"	"	darunter	Norden	angezogen
"	"	"	"	"	Süden	abgestoßen
"	"	"	"	darüber	Norden	abgestoßen
"	"	"	"	"	Süden	angezogen

1) Pouillet. Nach Angabe von Biot, Lehrbuch der Physik, von Fuchs übersetzt, Bd. IV. S. 175.

2) Dove, Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

se Beobachtungen bedürfen nach dem Vorigen keiner weiteren Er-; ein Blick auf Fig. 233 weist z. B. sofort die Bewegung für den und damit auch für alle übrigen Fälle nach.

enso wie nach den vorigen Angaben die Pole eines Magnetes von imen angezogen werden, so auch werden Ströme von den Magneten en; um diese Anziehungen, welche nach den Erklärungen, die wir durchführten, sich von selbst ergeben, zu zeigen, hat man nur Ampèreschen Gestell beweglich aufgehängten Strömen Magnetpole rn. Wenn man einem absteigenden Strome z. B. einen Nordpol len her nähert, so wird er angezogen, nähert man ihm denselben den, so wird er abgestoßen. Man braucht, um alle diese Er- gen abzuleiten, sich nur daran zu erinnern, daß nach dem Princip chheit von Aktion und Reaktion auf die Ströme von den Polen aber entgegengesetzt gerichtete Wirkungen ausgeübt werden, wie Strömen auf die Pole.

### §. 123.

pères Theorie des Magnetismus. Um die Erscheinungen des mus zu erklären, haben wir in dem ersten Abschnitte dieses Teiles hme gemacht, daß in den Magneten und in jedem Moleküle der- ei magnetische Flüssigkeiten vorhanden sind, eine nordmagnetische stüdmagnetische. Diese Flüssigkeiten sollen in den Molekülen der zetreunnt sein und in allen Molekülen die nordmagnetische Flüssig- ler einen, die stüdmagnetische Flüssigkeit an der andern Seite Die Anziehung oder Abstofsung, welche wir bei den Magneten n, wurde dann als von der Wechselwirkung dieser Flüssigkeiten d betrachtet, der Art, daß die gleichnamig magnetischen Flüssig- h abstoßen, die ungleichnamigen sich anziehen.

die Hypothese von der Existenz solcher Fluida war man nur ge- l man an den Magneten Eigenschaften beobachtete, welche man Körpern nicht fand und auf keine Weise hervorbringen konnte; Satze ausgehend, daß jede sich in Anziehung oder Abstofsung Kraft Eigenschaft eines Stoffes sei, nahm man dann an, daß magnetische Kraft die Eigenschaft eines Stoffes, der magnetischen

lurch die Entdeckung Oersteds, daß strömende Elektrizität und uf einander wirken, die innige Beziehung zwischen Elektri- cismus festgestellt war, und besonders seit durch die Be- n Ampères gezeigt war, daß man mit Hilfe der strömenden , auch an andern Körpern Anziehungen und Abstofsungen hervor- te, welche den magnetischen sehr ähnlich sind, lag es nahe, die en Kräfte auf elektrische zurückzuführen, und nach dem Satze, stur sich vorgesetzt zu haben scheint, mit Wenigem Vieles zu magnetischen Flüssigkeiten zu verbannen.

in der That, vergleichen wir das Verhalten zweier Magnete mit zweier Solenoide, so finden wir die vollste Übereinstimmung. namigen Pole zweier Magnete ziehen sich an, die gleichnamigen ab, mit einer Kraft, welche abnimmt, wie die Quadrate der



Entfernungen der beiden Pole wachsen; ebendasselbe thun die Pole zweier Solenöide. Für die Wechselwirkung zweier Solenöidpole erhielten wir den Ausdruck

$$W = - \frac{1}{2} \frac{i i' f f' a a'}{c^2}.$$

Für zwei Magnetpole haben wir

$$W = \frac{m \mu}{c^2}.$$

Die beiden Magnetpole können also vollständig durch Solenöidpole ersetzt werden, wenn

$$m \mu = \frac{1}{2} i i' f f' a a'$$

ist. Ebenso kann aber auch jeder der beiden Pole durch einen Solenöidpol ersetzt werden, denn ein Magnet wirkt auf einen Solenöidpol gerade so, wie auf einen andern Magnetpol. Man kann das auch direkt durch Versuche mit dem elektrodynamischen Cylinder zeigen; auf denselben wirkt ein Magnet gerade so wie ein anderer elektrodynamischer Cylinder.

Ein Solenoid wird ebenso wie eine Magnetsadel durch den Einfluß der Erde gerichtet, ist es um eine vertikale Axe drehbar, so stellt es sich der Ebene des magnetischen Meridianes parallel; ist es um eine zum magnetischen Meridiane senkrechte horizontale Axe drehbar, so stellt es sich der Richtung der Inklinationsnadel parallel.

Die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelemente ist ebenfalls, wie wir sahen, der Wechselwirkung zwischen einem Solenöidpole und dem Stromelemente vollkommen gleich.

Ebenso läßt sich nachweisen, daß die Wechselwirkung zwischen einem geschlossenen unendlich kleinen Strome und einem Stromelemente gleich ist der Wirkung eines unendlich kleinen zur Ebene des Stromes senkrechten Magnetes, wenn das Produkt aus dem von dem kleinen Strome umflossenen Flächenraume in die Intensität des Stromes gleich ist dem magnetischen Momente des Magnetes.

Diese sich aus den beiden letzten Paragraphen ergebende, hier nochmals an einzelnen Punkten hervorgehobene Übereinstimmung zwischen dem Verhalten von Magneten und Solenoiden veranlaßte Ampère<sup>1)</sup>, die Hypothese magnetischer Fluida vollständig fallen zu lassen und anzunehmen, daß ein Magnet sich von einem Solenöide oder einem Bündel Solenöide nicht unterscheidet.

Betrachten wir zunächst einen linearen Magnet, so nimmt Ampère an, daß jedes Molekül desselben beständig von einem Strome umflossen werde, in dem Sinne, daß wenn man den dem Beobachter zugewandten Südpol betrachtet, der Strom in demselben Sinne sich bewegt, wie der Zeiger einer Uhr; sieht man dann gegen den Nordpol hin, so bewegt sich der Strom in dem entgegengesetzten Sinne, wie der Zeiger einer Uhr. Wir sahen, daß die Pole des Solenoides oder elektrodynamischen Cylinders ebenso bestimmt sind.

1) Ampère, Ann. de chim. et de phys. T. XV. p. 70 ff. und p. 170 ff. Mémoire sur la théorie etc. p. 323—372.

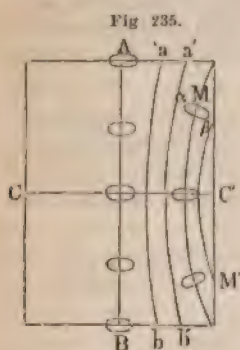


In einer Beziehung unterscheiden sich jedoch die linearen Magnete den Solenoiden, wie wir sie bisher betrachteten. Bei den Solenoiden, die aus einer Schichtung gleichstarker Ströme bestehen, reduziert sich ganze Kraft, welche nach außen wirkt, auf jene der Endfläche, denn Resultierende aus den gegenseitigen Wirkungen zweier unendlicher Solenoide ist durch die Mittelpunkte der Endflächen gerichtet. Bei den Magneten dagegen ist das nicht der Fall, dort findet sich bis zur Indifferenzzone der Magnetismus, die Pole liegen daher nicht in den Endflächen, sondern einiger Entfernung von denselben. Wie wir sahen, rührt diese Veranordnung des Magnetismus in den Magneten daher, daß die Molekularmagnete von den Enden gegen die Mitte hin an Stärke zunehmen, daß magnetische Moment derselben gegen die Mitte hin größer wird. Nach obigen Vergleichung von Magneten und Solenoid kann ein Molekularmagnet durch einen kleinen geschlossenen Strom ersetzt werden, wenn das magnetische Moment gleich ist dem Produkte aus der Stromstärke und der umflossenen Fläche; wir würden daher, um das Verhalten des Magnetes mit dem eines Solenoides ganz zu parallelisieren, nur anzunehmen müssen, daß die Intensität der Molekularströme von den Enden gegen die Mitte hin zunehme. Dann würde auf jedem Querschnitte des Solenoides, da an einander grenzenden Ströme nicht gleiche Intensität haben, ein Strom übrig bleiben, dessen Intensität der Differenz der benachbarten Molekularströme proportional ist, und die Wirkung eines solchen Solenoides wird nicht auf die der Endfläche reduzieren, der Pol wird nicht in der Endfläche liegen. Indes ist eine solche Annahme doch wohl nicht statthaft, man wird vielmehr, wie wir §. 11 dieses Theiles schon bei den Molekularmagneten thaten, annehmen müssen, daß die einzelnen Ströme alle gleich sind. Dann läßt sich der Linearmagnet mit dem Solenoid nicht vollständig parallelisieren; indes ist das kein Mangel der Theorie, da wir magnetische Verteilung in einem Linearmagnete durchaus nicht kennen, lernen dieselbe nur der an endlichen Magneten beobachteten analog annehmen. Allein schon die Annahme von Molekularmagneten fordert zur Erklärung der magnetischen Verteilung Magnete mit endlichem Querschnitte, wie dort, ergibt sich für solche auch hier die Verteilung des Magnetismus leicht der Beobachtung gemäß, wie wir gleich zeigen werden.

Betreffs der die Moleküle umkreisenden Ströme müssen wir noch eine andere Voraussetzung machen; wir müssen annehmen, daß sie in Bahnen verlaufen, in welchen ihnen kein Widerstand entgegensteht. Denn da wir annehmen, daß ein galvanischer Strom, welcher in seinen Leitern einen Widerstand findet, sofort aufhört, wenn die elektromotorische Kraft aufhört, so da irgend ein Widerstand die Molekularströme in den Magneten auch allmählich vernichten müssen, und der Magnetismus müßte allmählich verschwinden.

Von widerstandslosen Strombahnen können wir uns allerdings keine Vorstellung machen; indes dürfen wir dies vorläufig nicht als ein Hindernis der Theorie betrachten, da wir über das Wesen der Elektrizität noch durchaus im Dunkeln sind und es z. B. möglich ist, daß der elektrische Strom eine Bewegung ist, ähnlich wie die neuere Wärmetheorie sie im Innern der Körper annimmt; permanente Molekularströme würden dann existieren, daß unter gewissen Umständen diese Bewegung fort dauern kann.

Ein Magnetstab wurde von uns schon früher als ein Bündel von linearen Magneten betrachtet, nach der Theorie von Ampère besteht daher ein Magnet aus einem Bündel von Solenoiden, wobei indes nicht alle Axen der Solenoide gerade der magnetischen Axe parallele Linien sind. Es wird vielmehr durch die Einwirkung der im Innern der Magnete liegenden Molekularströme die Ebene der der Oberfläche näheren Ströme so gedreht werden, daß die Axe der äußern Solenoide eine gegen die Axe des Magnets konvexe Linie wird. Denn ist Fig. 235  $M$  ein außerhalb der Axe liegender



Molekularstrom, so wird dessen der Axe zugewandte Seite  $\alpha$  von den ihm zugewandten Seiten der der Axe näher liegenden, die der Axe abgewandte Seite  $\beta$  ebenso von den weiter nach außen liegenden Strömen abgestoßen. Liegt  $M$  oberhalb der Mitte, so wird sich daraus eine den Strom nach oben treibende Kraft ergeben, da sich unterhalb  $M$  mehr Ströme befinden als oberhalb  $M$ . Zugleich wird aber, da auf der Seite der Axe von  $M$  aus eine größere Zahl von Strömen liegt als aufserhalb  $M$  der Antrieb, welchen  $\alpha$  nach oben erhält, größer sein als der Antrieb, welchen  $\beta$  erhält; daraus ergibt sich aber eine Drehung, welche  $M$  der Seite des Magnets zuwendet. Das wird um so mehr

der Fall sein, je weiter  $M$  von der Axe  $AB$  oder der Mitte  $CC'$  des Magnets entfernt ist. Links von  $AB$  und unterhalb  $CC'$  werden sich die Molekularströme entgegengesetzt richten.

Wie man sieht, werden dadurch die Axen der nebeneinanderliegenden Solenoide gegen die Axe konvex gekrümmt werden, und zwar um so mehr, je näher man der Oberfläche der Magnete kommt, so daß  $ab$ ,  $a'b'$  dieselben darstellen. Daher werden von den Solenoiden einige auf der Seitenfläche des Magnets ihren Pol haben, und infolge dieser Gruppierung der Solenoide muß auf den Seitenflächen der Magnete freier Magnetismus vorhanden sein, und das magnetische Moment der der Mitte näheren Querschnitte größer sein als das derjenigen, welche dem Ende näher liegen. Es wird also durch die mehr oder weniger parallele Richtung der Molekularströme die Verteilung ebenso erklärt, wie durch die mehr oder weniger parallele Richtung der Molekularmagnete.

Wie hiernach die Erscheinungen des Magnetismus überhaupt auf elektrische Ströme zurückgeführt sind, so wird man auch als den Grund des Erdmagnetismus jenen Erdstrom ansehen, auf dessen Annahme uns die in §. 120 betrachteten Erscheinungen geführt haben. Indem nun in den Temperaturänderungen an den verschiedensten Punkten der Erde und in den mannigfachen molekularen Vorgängen im Innern und an der Oberfläche der Erde eine Menge von Gründen für Variationen in der Intensität und auch wohl in der Richtung des Erdstromes vorliegen, sieht man zugleich einen Weg, um die Variationen des Erdmagnetismus zu verstehen.

## §. 124.

**Rotation von Strömen unter dem Einflusse von Magneten.**  
 In §. 122 aus der Gleichheit der Wechselwirkung zwischen einem Pole eines Magnetes oder eines Solenoides und eines unbegrenzten radlinigen Stromes den Schluss gezogen, daß auch die Wirkung zwischen einem Stromelemente und einem Magnetpole, und zwischen einem Stromelemente und einem Solenoidpole dieselbe sei. Dieser Schluss ist nicht exakt, da man aus der Gleichheit zweier Summen nicht ohne weiteres einen Schluss ziehen kann, daß auch die einzelnen Summanden, durch welche jede der beiden Summen gebildet wurde, einander gleich sind. Wir können jedoch a posteriori die Richtigkeit dieses Schlusses nachweisen, indem wir jenen Ausdruck für die Wechselwirkung von Magnetpol und Stromelement gestützt, das Verhalten beweglicher Ströme und fester Magnete, und fester Ströme und beweglicher Magnete allgemein untersuchen und ihn durch das Experiment die Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung nachweisen. Gelingt das letztere, so werden wir daraus die Richtigkeit der Voraussetzung, daß die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelemente gleich ist derjenigen zwischen einem Solenoidpole und einem Stromelemente, zu folgern berechtigt sein.

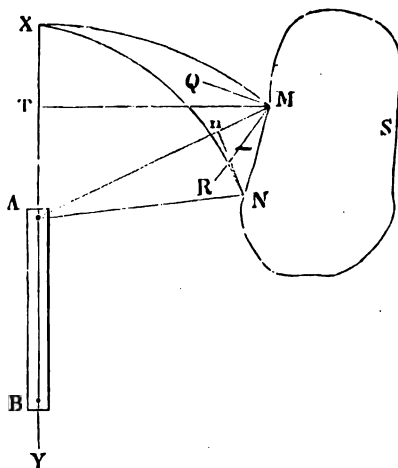
Sei, um die Bedingungen, unter welchen ein Strom um einen Magnet drehen kann, zu untersuchen<sup>1)</sup>,  $MN$  (Fig. 236) ein Element eines Stromes, welches um die Axe  $XY$ , welche durch die Pole des Magnetes  $AB$  geht, drehbar ist. Die Wirkung des Poles  $A$  auf das Element ist senkrecht zu der durch die Verbindungslinie  $AM$  und das Element  $MN$  gelegten Ebene und greift im Mittelpunkte des Elementes an. Ist der Abstand  $MA$  des Elementes von dem Pole gleich  $r$ , und der Winkel  $AMN$ , welchen das Element mit  $r$  bildet, gleich  $\omega$ , so ist die Einwirkung des Poles auf das Element, welche der Größe und Richtung nach durch  $MQ$  dargestellt sein mag,

$$MQ = c \cdot \frac{mi ds}{r^2} \cdot \sin \omega,$$

in  $m$  den Magnetismus des Poles  $A$  bedeutet.

Die Wirkung  $MQ$  können wir in zwei Komponenten zerlegen, deren eine in die durch die Axe des Magnetes  $XY$  und  $r$  gelegte Ebene fällt, deren andere zu dieser Ebene senkrecht ist. Nur die letztere dieser Komponenten kann eine Rotation des Elementes erzeugen, da sie senkrecht

Fig. 236.



1) *Ampère, Ann. de chim. et de phys. T. XXXVII.*

zu der durch die Drehungsaxe gelegten Ebene ist. Bezeichnen wir den Winkel, den diese Komponente  $MR$  mit  $MQ$  bildet, durch  $\varepsilon$ , so ist die Komponente

$$MR = c \frac{m i ds}{r^2} \sin \omega \cos \varepsilon.$$

Um das Drehungsmoment zu erhalten, welches diese Kraft dem Elemente erteilt, müssen wir  $MR$  mit dem senkrechten Abstände des Angriffspunktes  $M$  der Kraft von der Drehungsaxe mit  $MT$  multiplizieren. Ist der Winkel, welchen  $r$  mit der Axe bildet, der Winkel  $TAM = \vartheta$ , so ist

$$MT = r \sin \vartheta,$$

und darnach wird das Drehungsmoment, welches die Kraft  $MR$  dem Stromelemente erteilt,

$$\delta = c \frac{m i ds}{r} \sin \omega \sin \vartheta \cos \varepsilon.$$

Wir erhalten das Drehungsmoment, welches der ganze Strom durch die Wirkung des Magnetpoles erhält, wenn wir den Wert von  $\delta$  für jedes Element aufsuchen und alle diese Werte summieren. Um das zu können, müssen wir zunächst die sämtlichen veränderlichen Größen in dem Ausdrucke für  $\delta$ , nämlich  $r$ ,  $ds$ ,  $\omega$ ,  $\varepsilon$ ,  $\vartheta$  als Funktionen derselben Veränderlichen ausdrücken; wir wählen darn  $\vartheta$ .

Beschreiben wir um  $A$  mit dem Radius  $AM$  eine Kugel, so können wir ohne merklichen Fehler annehmen, daß auch  $N$  auf dieser Kugel liegt, daß also  $XMN$  ein sphärisches Dreieck ist. Der Winkel, welchen die Seiten des sphärischen Dreiecks an  $M$  bilden, es ist der Winkel, welchen die Ebenen  $AMN$  und  $AMX$  mit einander bilden, ist gleich dem Winkel  $\vartheta$  oder  $QMR$ , da  $QM$  senkrecht zur Ebene  $AMN$  und  $RM$  senkrecht zu  $AMX$  ist. Nach dem Fundamentalsatze der sphärischen Trigonometrie ist

$$\cos XAN = \cos XAM \cdot \cos MAN + \sin XAM \cdot \sin MAN \cdot \cos \varepsilon.$$

Der Winkel  $XAN$  ist jener, in welchen  $\vartheta$  übergeht, wenn wir von  $ds$  zu dem nächstfolgenden Elemente übergehen, also

$$XAN = \vartheta + d\vartheta.$$

Der Winkel  $XAM$  ist gleich  $\vartheta$ ; der Winkel  $MAN$  ist so klein, daß wir ohne merklichen Fehler seinen Cosinus gleich 1 setzen können. Um den Sinus dieses Winkels zu bestimmen, fallen wir von  $N$  die Senkrechte  $Nn$  auf  $AM$ , dann ist

$$\sin MAN = \frac{Nn}{AN}.$$

Nun ist

$$Nn = ds \cdot \sin \omega,$$

und für  $AN$  können wir ohne merklichen Fehler  $AM = r$  einsetzen, dann wird

$$\sin MAN = \frac{ds \cdot \sin \omega}{r}.$$



$$\cos(\vartheta + d\vartheta) = \cos \vartheta + \frac{ds}{r} \cdot \sin \omega \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varepsilon$$

d daraus

$$-\sin \vartheta \cdot d\vartheta = \frac{ds}{r} \cdot \sin \omega \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varepsilon.$$

Setzen wir diesen Wert in den Ausdruck für  $\delta$  ein, so wird

$$\delta = -c m i \sin \vartheta \cdot d\vartheta.$$

Das Drehungsmoment für alle übrigen Elemente erhalten wir, wenn  $r$  und  $\vartheta$  nach und nach alle Werte annehmen lassen, welche die Linie  $r$  an der einen Grenze des Stromes, wo sie mit der Axe den Winkel  $\vartheta_1$  bildet, bis zur anderen Grenze, wo dieser Winkel  $\vartheta_2$  sei, mit der Axe  $XY$  bilden kann. Das Drehungsmoment  $D$  ist für den ganzen Strom die Summe aller dieser einzelnen Momente, also das Integral

$$D = c m i (\cos \vartheta_2 - \cos \vartheta_1).$$

Auf das Element  $ds$  wirkt auch der Pol  $B$  ein, indem er demselben entgegengesetztes Drehungsmoment erteilt. Bezeichnen wir den Winkel, welchen  $BM$  mit der Axe  $XY$  bildet, mit  $\eta$ , so ist

$$\delta' = c m i \sin \eta \cdot d\eta$$

das Drehungsmoment, welches der ganze Strom erhält,

$$D' = -c m i (\cos \eta_2 - \cos \eta_1),$$

wo  $\eta_2$  den Winkel bedeutet, welchen  $BM$  mit der Axe an der einen Grenze bildet,  $\eta_1$  den Winkel an der anderen Grenze.

Das Drehungsmoment, welches der Strom von dem ganzen Magnete erhält, ist demnach

$$M = D - D' = c m i \cdot \{(\cos \vartheta_2 - \cos \vartheta_1) - (\cos \eta_2 - \cos \eta_1)\}.$$

Das Drehungsmoment eines Stromes hängt somit nur von der Lage seines Anfangspunktes und Endpunktes ab, es ist unabhängig von der Gestalt des Stromes.

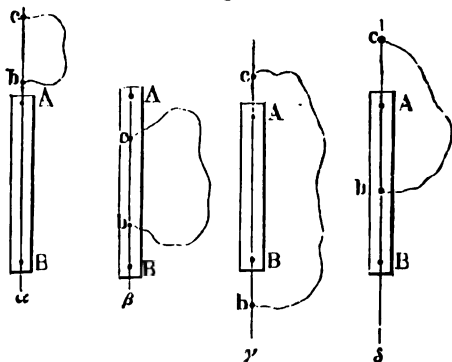
Ist der Strom ein ganz in sich geschlossener, so ist, wenn sich der Magnet außerhalb seines Kreises befindet, immer  $\vartheta_2 = \vartheta_1$  und  $\eta_2 = \eta_1$ , und wenn sich der Magnet im Innern des Stromkreises befindet,  $\vartheta_2 = \vartheta_1 + 2\pi$ ,  $\eta_2 = \eta_1 + 2\pi$ , demnach  $M = 0$ .

Ein geschlossener Stromkreis kann also nie in Rotation durch einen Magnet versetzt werden; man kann nur dann durch Magnete kontinuierliche Rotationen hervorbringen, wenn man einen Teil eines Stromes beweglich macht, denn nur für einen Teil des Stromes kann das Drehungsmoment von null verschieden sein. Aber auch für bewegliche Stromteile ist das Drehungsmoment nicht immer von null verschieden; ob das der Fall ist oder nicht, das hängt davon ab, wo sich die Endpunkte des beweglichen Leiters befinden.

Nehmen wir an, die Endpunkte des beweglichen Leiters befinden sich an der Axe des Magnets, so können wir vier Fälle unterscheiden, nämlich:

1) Beide Endpunkte befinden sich, wie Fig. 237  $\alpha$ , über oder dem Magnete.

Fig. 237.



2) Die Enden des blichen Leiters befinden sich zwischen den Polen des Ma (Fig. 237  $\beta$ ).

3) Der eine Endpunkt Leiters  $c$  befindet sich dem Pole  $A$ , der andere  $b$  dem Pole  $B$  (Fig. 237  $\gamma$ ).

4) Der eine Endpunkt beweglichen Leiters  $c$  befindet sich über dem Pole  $A$ , andere  $b$  zwischen den beiden Polen bei  $b$  (Fig. 237  $\delta$ ).

Nur in dem letzten die vier Fälle kann eine Rotati

eintreten; denn in dem ersten Falle ist

$$\vartheta_2 = 0 \quad \vartheta_1 = 0 \quad \eta_2 = 0 \quad \eta_1 = 0 \quad M = 0,$$

im zweiten Falle ist

$$\vartheta_2 = 180^\circ \quad \vartheta_1 = 180^\circ \quad \eta_2 = 0 \quad \eta_1 = 0 \quad M = 0,$$

im dritten Falle ist

$$\vartheta_2 = 0 \quad \vartheta_1 = 180^\circ \quad \eta_2 = 0 \quad \eta_1 = 180^\circ \quad M = 0.$$

in dem vierten Falle aber ist

$$\vartheta_2 = 0 \quad \vartheta_1 = 180^\circ \quad \eta_2 = 0 \quad \eta_1 = 0 \quad M = 2cm$$

Der Strom rotiert als kontinuierlich um die Axe des Magnets, und das Drehungsmoment ist unabhängig von der Form des Leiters.

Liegt der eine Endpunkt des Stromes außerhalb der Axe, der andere in der Axe, so tritt immer eine kontinuierliche Rotation ein, das Drehungsmoment ist jedoch verschieden, je nach der Lage des Punktes  $b$ ; es ist sehr leicht zu zeigen, dass in dem Falle das Drehungsmoment ein Maximum wird, wenn  $b$  in der durch die Mittellinie des Magnets gelegten Ebene liegt und wenn es sich dem Magnete möglichst nahe befindet.

Es sind, seitdem Faraday<sup>1)</sup> zuerst die Rotation eines Stromtheiles in einem Magnete gezeigt hat, von vielen derartige Rotationsapparate konstruiert worden, wir beschreiben von diesen nur den von Jamin<sup>2)</sup> konstruierten.

1) Faraday, Ann. de chim. et de phys. T. XVIII. Gilberts Ann. Bd. LI und LXXII.

2) Jamin, Cours de physique. T. III. p. 243. Andere Rotationsapparate siehe Helitzsch, Galvanische Fernwirkungen S. 293 ff. Karstens Encyclopädie der Physik. Bd. XIX. Ferner Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. III. §. 154. Über die Rotation von Flüssigkeiten, welche auf den Polen eines Magneten einem Strome durchflossen sind, siehe Davy, Philosophical Transactions for 1801. Annales de chim. et de phys. T. XXV. Poggendorff, Poggendorffs Ann. Bd. LXXI. De la Rive, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. LVI. Über die Rotation

nierten, mit welchem man leicht zeigen kann, daßs auch hier das Ver-  
halten der Solenoide und Magnete identisch ist.

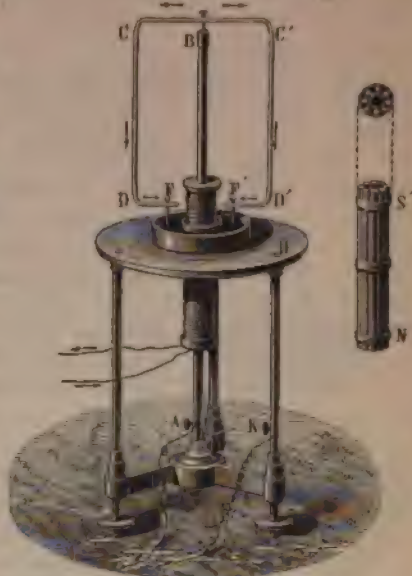
Eine feste Kupfersäule  $AB$  Fig. 238 ist auf einer isolierenden Platte  
aus Elfenbein befestigt; dieselbe trägt oben eine kleine Vertiefung, in  
welche die Spitze eingesetzt ist, welche den Stromleiter  $BCD$  trägt.  
Dieser besteht, um ihn möglichst leicht beweglich zu machen, aus  
einer Röhre von Aluminium. Die Enden des Leiters  $FF'$  sind mit  
Klappen versehen, welche in das Quecksilber des ringförmigen Ge-  
fäßes tauchen und der Axe  $AB$  so nahe wie möglich sind. Der Tisch  
des Fußs  $HK$  sind leitend.

Auf die Säule  $AB$  kann man einen Magneten und in verschiedenen Höhen  
aufstellen, entweder den elektro-  
dynamischen Cylinder  $NS$  oder das  
Magnetbündel  $N'S'$ ; letzteres be-  
steht aus acht dünnen cylindrischen  
Magnetstäben, welche um eine  
Röhre herumgelegt sind, deren in-  
nerer Durchmesser genau gleich dem  
Äußeren der Säule  $AB$  ist.

Verbindet man nun die Klemm-  
schrauben  $A$  und  $K$  mit den Polen  
der Batterie, so fließt der Strom in der Säule  $AB$ , welche zugleich  
die Axe des Solenoids oder des Magnets ist, hinauf, und dann von  $B$  durch  
die Arme  $BCDE$  und  $BC'D'E'$  zu dem Quecksilbergeläße. Da der Ab-  
stand der Punkte  $F$  von der Axe  $AB$  nur sehr gering ist, kann man  
den merklichen Fehler annehmen, daßs der bewegliche Stromteil  $BCDE$   
in beiden Enden sich in der Axe des Magnets oder des Solenoids befindet.

Man kann nun leicht durch passendes Stellen des Magnets oder elek-  
trodynamischen Cylinders die drei Fälle  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  Fig. 237 realisieren und  
findet dann der Theorie gemäß, wenn der Magnet oder der elektrodyna-  
mische Cylinder vollständig über oder unter  $F$  ist, nur einen sehr schwachen  
Einfluss, der nur deshalb nicht null ist, weil die Enden  $F$  des Leiters nicht  
in der Axe des Magnets sich befinden; sobald aber  $F$  zwischen den beiden  
Polen sich befindet, tritt sofort die Rotation mit großer Schnelligkeit ein<sup>1)</sup>.

Fig. 238.

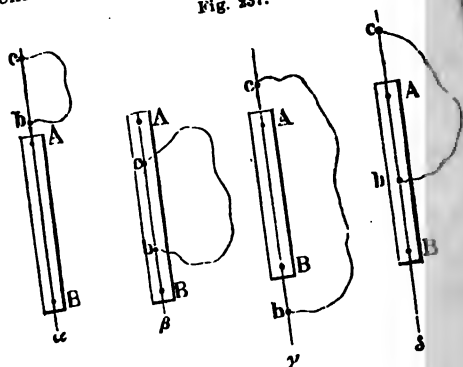


1) Rotation des Lichtbogens: Casselmann, Poggend. Ann. Bd. LXIII. Walker,  
Poggend. Ann. Bd. LIV.

1) Man sehe auch die von Zöllner (Poggend. Ann. Bd. CLIII, CLIV, CLVIII),  
Hewig (Poggend. Ann. Bd. CLIII) bei Gelegenheit der Kontroverse über das  
Helmholtzsche elementare Potentialgesetz (§. 119) ausgeführten Versuche und  
Bemerkungen von v. Helmholtz zu denselben (Poggend. Ann. Bd. CLIII).

1) Beide Endpunkte befinden sich dem Magnete.

Fig. 237.



eintreten; denn in dem ersten Falle ist

$$\vartheta_2 = 0 \quad \vartheta_1 = 0 \quad \eta_2 = 0$$

im zweiten Falle ist

$$\vartheta_2 = 180^\circ \quad \vartheta_1 = 180^\circ \quad \eta_2 = 0$$

im dritten Falle ist

$$\vartheta_2 = 0 \quad \vartheta_1 = 180^\circ \quad \eta_2 = 0$$

in dem vierten Falle aber ist

$$\vartheta_2 = 0 \quad \vartheta_1 = 180^\circ \quad \eta_2 = 0$$

Der Strom rotiert als kontinuierlich um das Drehungsmoment ist unabhängig von der

Liegt der eine Endpunkt des Stromes an der Axe, so tritt immer eine kontinuierliche Rotation ein, moment ist jedoch verschieden, je nach der Lage der Axe zu zeigen, dass in dem Falle das Drehmoment

wird, wenn  $b$  in der durch die Mittellinie liegt und wenn es sich dem Magnete möglich ist, seitdem Faraday<sup>1)</sup> zuerst die Rotation eines Magnet gezeigt hat, von vielen derstruiert worden, wir beschreiben von diese

1) Faraday, Ann. de chim. et de phys. T. LXXII.

2) Jamin, Cours de physique. T. III. P. siehe Feilitzsch, Galvanische Fernwirkungen der Physik. Bd. XIX. Ferner Wiedemann, Über die Rotation von Flüssigkeiten, welche einem Strome durchflossen sind, siehe Davy, Annales de chim. et de phys. T. XXV. Pogg. De la Rive, Annales de chim. et de phys. I



gar keine Rotation ein, indem die den entgegengesetzten Polen Drehungsmomente entgegengesetzt und an GröÙe einander gleich

Man kann in dieser Weise auch einen Magnet um seine eigene zur Rotation bringen. Die Bedingung, unter welcher dieses ein wieder dieselbe, es muß ein Teil des Stromes mit dem Magnet verbunden sein, am besten durch ihn selbst fließen; der übrige Stromes erteilt ihm dann die Drehung um die Axe, vorausgesetzt nicht die Punkte, an welchen der Strom in die Axe selbst tritt, selben Seite eines Poles liegen oder durch den ganzen Magnet vander getrennt sind; die beiden Punkte müssen durch einen der F einander getrennt sein.

Man kann sich die Entstehung dieser Rotation am besten machen, wenn man den Magnet als ein Bündel von Linear magnet trachtet, welche der Axe parallel dieselbe in Röhrenform umgeben nicht mit dem Magnete fest verbundenen Stromteil giebt dieses wenn es selbst fest ist, ein Drehungsmoment um die Axe, dessen wir im vorigen Paragraphen bestimmten. Ist der Strom fest u Bündel beweglich, so muß genau dasselbe Drehungsmoment, nur gegengesetzter Richtung das Bündel um dieselbe Axe rotieren ma

Es gelang zuerst Ampère<sup>1)</sup>, die Rotation eines Magnetes um eigene Axe zu zeigen. Er tauchte in ein mit Quecksilber gefülltes einen Magnet *AB* Fig. 241, an dessen unterem Ende ein Plating befestigt war, welches bewirkte, daß der Magnet in vertikaler S und so schwamm, daß der Pol *A* sich außerhalb des Quecksilber fand. Die obere Endfläche *A* des Magnets war vertieft, und in d tiefung befand sich ein Tröpfchen Quecksilber. Die Spitze der s Stative *S* befindlichen Schraube *E* reichte in diese Vertiefung bei *A* und brachte so den Magnet mit dem Stativ in leitende Verbindung Gefäß war mit einem Metallringe auf seiner inneren Seite v welcher von dem Quecksilber des Gefäßes berührt wurde. We Klemmschraube *a* mit dem positiven, die Klemmschraube *H* mit negativen Pole einer Batterie verbunden wurde, so stieg der Str Stativ zu der Schraube *E* auf, von dort durch die Axe des Magn der Oberfläche des Quecksilbers in *D* ab, und floß dann durch das silber zu dem mit der Klemme *H* verbundenen Ringe und von d der Batterie zurück. Der Stromteil *ED* ist mit dem Magnet fest bunden, der in dem Punkte *E*, über dem Pole *A* und in dem Pun zwischen den beiden Polen auf der Axe, endigende Stromteil v daher den Magnet in Rotation, er rotiert, wenn *A* ein Nordpol i der Strom die angegebene Richtung hat, von oben gesehen in dem der Bewegung des Uhrzeigers. Es ergibt sich das schon aus der pèreschen Regel, wenn man die Wirkung der nächstliegenden Stro betrachtet, welche den Nordpol zur Linken ablenken.

Jetzt giebt man dem Apparate gewöhnlich die Form Fig. 242 Magnet kann sich um die Verbindungslinien der beiden Spitzen d der in der Mittellinie befestigte Platindraht *g* taucht in die kreisfö

1) Ampère, Ann. de chim. et de phys. T. XX.

Ueberrinne *E*. Der Strom tritt in *P* ein, fließt zur Quecksilberrinne, über zu dem Magnete, durch denselben nach *B* und von da durch

Fig. 241.

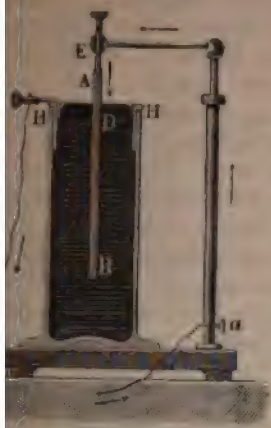


Fig. 242.



zumme *H* zur Batterie zurück. Wie man sieht, ist der Apparat im dem Ampèreschen ganz gleich.

### §. 126.

**Ablenkung des Stromes in einem Leiter.** Bringt man zwischen die eines kräftigen Magnetes biegsame Leiter, so wirken auf die einzelnen Theile desselben die in den letzten Paragraphen besprochenen Kräfte, wodurch die Leiter in bestimmte Gestalten gebogen werden müssen. Diese Formänderungen hat Le Roux<sup>1)</sup> zuerst experimentell gezeigt. Ein Platindraht, etwa 0,07 mm dick und 200 mm lang, wurde zwischen zwei Kupferdrähten lose ausgespannt und in verschiedenen Lagen zwischen die Pole eines sehr kräftigen Hufeisenmagnetes gebracht. Durch den Draht wurde ein starker Strom geführt, so daß derselbe glühend wurde.

War der Draht senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Pole, so blieb er in seiner geraden Richtung gehalten, so bog er sich zu einem nach oben oder unten konvexen Bogen je nach der Lage der Pole und der Richtung des Stromes im Leiter. Denken wir uns den Nordpol vor, den wir hinter der Ebene des Papiers und einen Strom in der Ebene des Papiers von links nach rechts fließen, so wird der Draht zu einem nach oben konvexen Bogen gestaltet. Man erkennt die Notwendigkeit dieser Ablenkung, indem man sich daran erinnert, daß ein Stromelement, wenn man denselben, den Kopf nach der Richtung des Stromes haltend, betrachtet und den Südpol ansieht, einen Antrieb zur Linken erhält.

<sup>1)</sup> Le Roux, Ann. de chim. et de phys. III. Série. T. LIX. Man sehe auch Wiedem. Ann. Bd. XXIII.

Spannt man den Draht von Pol zu Pol, so nimmt derselbe S-Form an; stehen die Pole einander horizontal gegenüber, so liegt S in horizontaler Ebene; auch diese Formänderung ergibt sich unmittelbar aus der Erwägung, daß jedes Stromelement durch den Nordpol entgegengesetzten Antrieb erhält als durch den Südpol.

Man hat vielfach versucht, ob auch der Strom selbst in einem eine ähnliche Biegung erfährt, vielfach ohne Erfolg<sup>1)</sup>, bis zuerst eine solche Ablenkung des Stromes nachweisen konnte. Hall klebte eine Glasplatte ein etwa 2 cm breites, 9 cm langes Goldblatt; an Enden des Streifens war mit Messingklemmen Stanniol gedrückt, so wenn die Messingklemmen mit den Polen eines Elementes verbunden wurden, ein Strom der Länge nach durch den Streifen hindurchging, zwar, daß der Strom, da er der ganzen Breite nach in das Gold eintrat, in demselben überall parallel der Längsrichtung des Streifens. In gleichem Abstände von der Eintrittsstelle und der Austrittsstelle des Stromes wurden nahe den beiden Rändern des Streifens die Enden ein empfindliches Galvanometer enthaltenden Leitung angebracht. Bei diesen das Goldblatt in einer Linie gleichen Potentialniveaus, so durch diese Leitung kein Strom. Diese Vorrichtung wurde so zwischen die Pole eines kräftigen Elektromagneten gebracht, daß die Ebene des Goldblättchens senkrecht zur Verbindungslinie der Pole war und die Längsrichtung des Streifens die äquatoriale Lage hatte. Der Strom floss in äquatorialer Richtung wie bei dem ersten Versuche von Le Roux, lange der Elektromagnet nicht in Thätigkeit war, floss durch die Zweigleitung kein Strom, wurde aber der Elektromagnet erregt, so wurde Zweigleitung von einem konstanten Strome durchflossen, dessen Richtung mit dem Wechsel der Magnetpole sich umkehrte. Die Beobachtung weist, daß während ohne Wirkung der Magnetpole in einer zur Längsrichtung senkrechten Linie das Potentialniveau an allen Stellen denselben Wert hat, daß durch die Wirkung der Pole die Potentialniveaus geändert, somit die Stromfäden abgelenkt sind.

Daß es sich indes in diesem Falle nicht um eine einfache elektrodynamische Ablenkung des Stromes in dem Goldblatte handelt, geht daraus hervor, daß die Ablenkung des Stromes in dem Goldblatte der Ampèreschen Regel entgegen ist<sup>2)</sup>. Wir sahen, der Le Roux'sche Draht wird nach oben gebogen, wenn vor der Ebene des Papiers ein Nordpol hinter derselben ein Südpol ist und der Strom von links nach rechts fließt; bei den Versuchen Hall's wird der Strom umgekehrt abgelenkt, denn in dem Falle geht in der Zweigleitung ein Strom von dem unteren Berührungspunkte des Streifens durch das Galvanometer zum oberen. Es ergibt sich das weiter daraus, daß die Richtung und Intensität des Stromes im Galvanometer der Zweigleitung abhängt von dem Metalle, aus welchem der dünne Streifen gefertigt ist. Im Silber und Platin ist die Ablenkung wie im Gold, im Eisen und Kobalt entgegengesetzt.

1) Mach, Carls Repertorium. Bd. VI. v. Feilitzsch, Fernwirkungen des galvanischen Stromes S. 743.

2) Hall, American Journal of Mathematics Bd. II. Silliman Journal 3. series vol. XIX. 1885. Philos. Magazin 5. series vol. XII und vol. XV.

3) Man sehe auch C. v. Ettingshausen, Wiedem. Ann. Bd. XI.

Welchen Umständen die beobachtete Wirkung zuzuschreiben ist, läßt h noch nicht erkennen<sup>1)</sup>; wir begnügen uns deshalb darauf hingewiesen haben und zu bemerken, daß sich eigentliche elektrodynamische Wirkungen stets nur in der Bewegung der Ströme mit den Leitern zeigen, weshalb sie neuerdings vielfach auch als die ponderomotorischen Wirkungen der Ströme bezeichnet werden<sup>2)</sup>.

## §. 127.

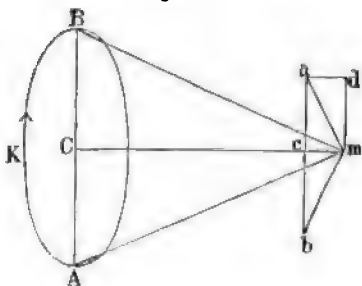
**Ablenkung einer Magnetaadel durch einen Kreisstrom. Bussolen.** Nach den in den Paragraphen dieses Kapitels dargelegten Erfahrungen kennen wir die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelement derjenigen zwischen einem Stromelement und einem Solenoidpole gleichsetzen, wobei wir uns allerdings eine Vergleichung der quantitativen Verhältnisse noch vorbehalten. Wir können demnach unmittelbar die früher erhaltenen Sätze anwenden, um das Drehungsmoment bestimmen, welches eine Magnetaadel durch irgend einen geschlossenen Strom um eine zur magnetischen Axe senkrechte Drehungsaxe erhält. Wir beschränken davon nur einen speciellen Fall, nämlich die Ablenkung einer horizontalen Nadel durch einen Kreisstrom, um dadurch zu einer vollständigen Theorie der elektromagnetischen Meßapparate zu gelangen.

Die Einwirkung eines Kreisstromes auf ein in seiner Axe befindliches magnetisches Theilchen erhalten wir genau so wie die Wirkung eines Kreisstromes auf einen in seiner Axe befindlichen Solenoidpol. Ist  $K$  Fig. 243 ein Kreisstrom,  $m$  das magnetische Theilchen im Abstände  $x = mC$  von der Ebene des Kreisstromes, so wirkt jedes Element des Kreisstromes senkrecht zu seiner Verbindungslinie mit dem magnetischen Theilchen; das magnetische Theilchen nordmagnetisch und fließt der Strom von  $m$  aus, so sehen wir wie der Zeiger einer Uhr, so ist das bei  $B$  die Ebene der Zeichnung schetzende Element das magnetische Theilchen nach  $mb$ . Ist  $m$  die Menge des Magnetismus, also die Stärke des magnetischen Poles, so können wir, wenn  $R$  der Radius des Kreisstromes nach §. 121 unmittelbar schreiben

$$mb = -c \frac{m i ds}{R^2 + x^2},$$

in  $c$  eine noch zu bestimmende Konstante ist, so daß  $c \cdot m$  an die Stelle  $\frac{1}{2} i a f$  tritt, welcher Ausdruck die Stärke des Solenoidpoles gab. Die  $mC$  parallele Komponente ist

Fig. 243.



1) Man sehe *Roiti*, Atti della Accademia Reale dei Lincei 1882. *Shelford well*, Philos. Magazin 5. series. vol. XVII.

2) v. *Feilitzsch* weist (Fernwirkungen etc. S. 743) noch auf andere benannte Versuche hin, welche beweisen, daß die elektrodynamischen Wirkungen die vom Strom durchflossenen Leiter bewegen, also nur ponderomotorische



$$mc = -c \frac{mi ds}{R^2 + x^2} \cos b \quad mc = -c \frac{mi ds}{R^2 + x^2} \cdot \frac{BC}{mB}$$

Da  $BC = R$ ,  $mB^2 = R^2 + x^2$ , so wird, wenn wir  $ds = R d\varphi$  setzen,

$$mc = -c \frac{mi R^2 d\varphi}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Integrieren wir über den ganzen Kreis, so erhalten wir für die Größe der Anziehung des magnetischen Teilchens  $m$

$$W = c \frac{2mi R^2 \pi}{(R^2 + x^2)^{3/2}},$$

wo wir das negative Zeichen fortlassen, weil wir die Wirkung schon so Anziehung bezeichnet haben.

Wirkt statt des einfachen Kreises  $K$  eine Spirale von  $n$  Windungen auf das magnetische Teilchen, so können wir die Wirkungen derselben ebenso wie diejenigen des Solenoides auf einen Solenoidpol (§. 121) berechnen. Wir betrachten die Spirale als  $n$  parallele Kreise, deren Mittelpunkte sämtlich auf der Axe  $mC$  liegen. Der Abstand des Kreises  $K$  ist jetzt gleich  $c$ , derjenige des am weitesten entfernten Kreises  $c + 2L$ . Der oben berechnete Ausdruck gilt für einen Kreis im Abstände  $x$  von  $m$ . Sind auf der Längeneinheit  $\frac{n}{2L}$  Kreise, so können wir auch jetzt annehmen, daß auf der Länge  $dx$  sich  $\frac{n}{2L} dx$  Kreise befinden; für diese im Abstände  $x$  befindlichen Kreise erhalten wir die Wirkung

$$W_{dx} = c \frac{2nmi\pi}{2L} \frac{R^2 dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Die Wirkung der Spirale erhalten wir durch Integration nach  $x$  von  $x = c$  bis  $x = c + 2L$ . Man überzeugt sich leicht durch Differentiation, daß

$$\frac{R^2 dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = d \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}.$$

Darnach wird die Wirkung der Spirale

$$W_{2L} = c \frac{mni\pi}{L} \left\{ \frac{c + 2L}{\sqrt{R^2 + (c + 2L)^2}} - \frac{c}{\sqrt{R^2 + c^2}} \right\}.$$

Befindet sich in unmittelbarer Nähe von  $m$  ein süd magnetisches Teilchen  $m$ , welches mit dem nord magnetischen einen kleinen Magnet von der Länge  $2l$  bildet, so wird, wenn wir die Länge  $2l$  so klein annehmen, daß wir voraussetzen dürfen, der Magnet befinde sich vollständig in der Axe des Kreisstromes, dieses süd magnetische Teilchen mit derselben Kraft  $W$  von dem Strome oder der Spirale abgestoßen, als das nord magnetische Teilchen angezogen wird. Durch die Wirkung der beiden Kräfte erhält der kleine Magnet ein Drehungsmoment

$$D = 2lW.$$

Befindet sich die Nadel unter dem Einflusse des Erdmagnetismus in der magnetischen Meridian, und ist der Stromkreis der Ebene des magnetischen

meridianes parallel, so sucht dieses Drehungsmoment die Nadel senkrecht zum magnetischen Meridian zu stellen. Ist die Nadel um den Winkel  $\alpha$  abgelenkt, so ist bei der Voraussetzung, daß  $l$  so klein ist, daß der Magnet als ganz in der Axe liegend gedacht werden kann, daß also die auf die Pole des abgelenkten Magnetes wirksame Kraft der Größe und Richtung nach durch Ablenkung der Nadel sich nicht ändert, das der Nadel vom Strome erteilte Drehungsmoment noch  $D \cos \alpha = 2 l W \cos \alpha$ . In dieser abgelenkten Lage sucht der Erdmagnetismus die Nadel in den Meridian zurückzuführen; ist  $T$  die Horizontalkomponente desselben, so ist das zurückführende Drehungsmoment  $T 2 l m \sin \alpha$ .

Die beiden der Nadel erteilten Drehungsmomente halten sich das Gleichgewicht, wenn

$$T 2 l m \sin \alpha = 2 l W \cos \alpha$$

$$T \tan \alpha = \frac{W}{m}$$

mit bei einem Kreise

$$T \tan \alpha = c \frac{2 R^2 \pi i}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (1)$$

oder bei der Spirale

$$T \tan \alpha = c \frac{n i \pi}{L} \left\{ \frac{e + 2 L}{\sqrt{R^2 + (e + 2 L)^2}} - \frac{e}{\sqrt{R^2 + e^2}} \right\} \quad (2)$$

In beiden Fällen ist die Tangente des Ablenkungswinkels der Stromstärke proportional, von dem magnetischen Momente der Nadel aber unabhängig.

Diesen Satz haben Pouillet<sup>1)</sup> und W. Weber<sup>2)</sup> zur Konstruktion der von früher beschriebenen Tangentenbusssole benutzt. Bei dieser befindet sich die Magnetnadel in dem Mittelpunkte des Kreises oder einer flachen Spirale, das heißt einer Anzahl neben einander gewundener Kreise, wenn die Tangentenbusssole zur Messung sehr schwacher Ströme benutzt werden soll.

Besteht die Tangentenbusssole aus einem Kreise, so ist in Gleichung (1)  $x = 0$  zu setzen, es wird

$$T \tan \alpha = c \frac{2 R^2 \pi i}{R^3}$$

$$i = \frac{R T}{c 2 \pi} \tan \alpha;$$

steht sie aus  $n$  Kreisen, so ist, wenn die Nadel sich in der Mitte der Spirale befindet, da  $e$  der Abstand derselben vom ersten Kreise ist, in Gleichung (2)  $e = -L$  zu setzen, es wird

$$T \tan \alpha = c \frac{n i \pi}{L} \frac{2 L}{\sqrt{R^2 + L^2}} = c \frac{2 n i \pi}{\sqrt{R^2 + L^2}}$$

$$i = \frac{T \sqrt{R^2 + L^2}}{c \cdot 2 n \pi} \tan \alpha.$$

1) Pouillet, Comptes Rendus T. IV. p. 267. Poggend. Ann. Bd. XLII.

2) W. Weber, Poggend. Ann. Bd. LV.

Richtung bildet,  $\alpha + \varphi$ , und die Bedingung des Gleichg

$$T \sin \alpha = C i \cos (\alpha + \varphi).$$

Kehrt man dann den Strom um, so wird man jetzt lenkung im entgegengesetzten Sinne,  $\alpha'$  beobachten. In d die Nadel mit der zur Kreisaxe senkrechten Richtung den und die Gleichgewichtsbedingung ist dann

$$T \sin \alpha' = C i \cos (\alpha' - \varphi).$$

Ist der Winkel  $\varphi$  unbekannt, so kann man denselben b und darnach die Stellung des Kreises korrigieren; ist der nur klein, also  $\alpha$  von  $\alpha'$  nur sehr wenig verschieden, so merklichen Fehler  $\frac{1}{2}(\sin \alpha + \sin \alpha') = \sin \frac{\alpha + \alpha'}{2}$  setzen, eine Addition der beiden Gleichungen

$$i = \frac{1}{C} T \tan \frac{\alpha + \alpha'}{2}.$$

Ferner darf die Länge der Nadel nur eine sehr kl das Tangentengesetz beruht wesentlich darauf, daß die der Strom auf die Pole der abgelenkten Nadel ausübt, der Wirkung auf die nicht abgelenkte Nadel. Hat nun eine gegen den Radius des Kreises merkliche Größe, so merklich aus der Ebene des Kreises heraus und zwar, w der Nadel ist, um den Wert  $l \cdot \sin \alpha$ . Für die abgelenkte die Voraussetzung, daß  $x = 0$ , nicht mehr zutreffend, d die Pole wird also kleiner. Wie man sieht, wird die dem Tangentengesetze um so größer, je größer die Abl größer also die Intensität des durch die Tangentenb Stromes ist



Ein sehr einfaches Mittel, um die Tangentenbusssole gleichzeitig für starke und für schwache Ströme anwendbar zu machen, ist von Obach<sup>1)</sup> angewandt; er macht den Drahtkreis um eine horizontale durch den Mittelpunkt des Kreises und der Nadel gehende Axe drehbar. Ist der Drahtkreis aus der vertikalen Lage um einen Winkel  $\varphi$  gedreht, so ist das Drehungsmoment des Kreises auf die Nadel noch  $D \cdot \cos \varphi$ , ist der Kreis ganz bis zur horizontalen gedreht, so wird das Drehungsmoment gleich null. Die Stromstärke wird somit, wenn der Kreis um den Winkel  $\varphi$  gedreht ist,

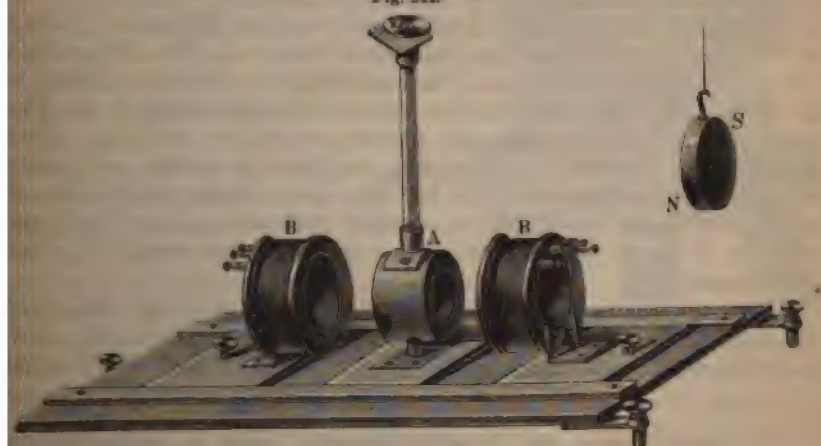
$$i = \frac{RT}{c \cdot 2\pi} \tan \alpha \frac{1}{\cos \varphi}.$$

Man darf aber in dem Falle die Nadel nicht an einem Coconfaden hängen oder einfach auf eine Spitze legen, sondern muß sie mit einer Feder in zwei Lagern sich drehenden Axe versehen, damit sie sich nicht aus der horizontalen Lage entfernt, da, so wie der Stromkreis nicht mehr vertikal steht, die Nadel ein Drehungsmoment um eine horizontale Axe erhält.

Bei den feinen Meßapparaten wendet man jetzt immer nur, eventuell durch Abzweigung, sehr schwache Ströme und damit sehr geringe Ablesungen an; um bei denselben dennoch genaue Messungen machen zu können, muß man nach der Methode von Poggendorff und Gaußs Spiegellesungen zu Hilfe nehmen.

Einen Apparat, welcher sehr geeignet ist genaue Resultate zu geben, ist Wiedemann konstruiert<sup>2)</sup>. In einer dicken Hülse von Kupfer A (Fig. 244 von 17 mm Wanddicke und 21 mm Länge hängt an dem am oberen

Fig. 244.



der auf der Hülse befindlichen Glasröhre befestigten Coconfaden ein Stahlspiegel (SN der Nebenfigur) von 1 mm Dicke und 19 mm Durchmesser. Der Stahlspiegel ist so magnetisiert, daß seine magnetische Axe

1) Obach, Carls Repertorium Bd. XIV.

2) Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. LXXXIX. S. 504.



Der Apparat ist so gestellt, daß die Axe der Hülse Spiralen *B* senkrecht zum magnetischen Meridiane ist; die Spiegels wird wie bei dem Magnetometer durch ein Fernrohr beobachtet.

Je nach der Intensität der zu messenden Ströme kann man die Spiralen auf die Kupferhülse schieben oder mehr oder weniger selbst entfernen<sup>1)</sup>.

W. Weber<sup>2)</sup> wendet zu demselben Zwecke ein transportablem an. Fig. 245 zeigt dasselbe in perspektivischer Ansicht. Es besteht aus einem Kugelsegment von Messing, dessen konvexe Seite in einer ausgearbeiteten Vertiefung der Bodenplatte des Apparates liegt. Die seitliche Fortsätze *i* ein elliptischer Kupferring *ee* von 80 mm 8 mm Wandstärke befestigt; in der großen Axe dieses Ringes liegt die Magnetnadel.

Auf diesen Ring ist ein Rahmen von dünnem Messingblech auf welchen in neun Lagen über einander, in jeder Lage in 8 nebeneinander überspannener Kupferdraht von 0,66 Millimeter wunden ist. Je drei Lagen sind aus einem Stücke, so daß aus drei Drähte, jeder in drei Lagen, die Umhüllung des Rahmens bildet. Der Anfang des ersten Drahtes ist mit der Klemmschraube mit *f'* verbunden, der Anfang des zweiten mit der von der ersten Klemme *g*, das Ende mit *g'*; Anfang und Ende der dritten verbunden. Man kann also nach Belieben einen Strom durch die Drähte, oder indem man *f'* mit *g*, *g'* mit *h* verbindet und die Drähte an *f* und *h'* befestigt, den Strom nach einander durchgehen lassen.

Auf den Kupferring ist durch seitliche Schrauben der Apparat befestigt, welcher oben mit einer durchbohrten Platte bedeckt

isses hängt ein Coconfaden herab, welcher unten eine leichte, in dem Innern *kk* schwebende Metallplatte trägt. Von der Platte gehen durch die seitliche Ausschnitte des Kupferringes zwei schwache Stäbchen herab, welche unten, also im Innern des Ringes, gebogen sind. In diese Haken

werden Haken umgebogen sind. In diese Haken wird ein Magnetstab gelegt; derselbe ist zu dem Ende in seiner Mitte mit einer Hülse umgeben, an welcher sich oben ein zur Stabaxe senkrechtes Verstellrädchen befindet, dessen walzenförmig auslaufende Enden in die Haken angelegt sind.

Auf der in dem Rahmen *kk* schwebenden Metallplatte ist ein Spiegel mit einem Schraubchen befestigt, so daß wie in dem Magnetometer die Lage des Magnetstabes durch ein Fernrohr mit Scala beobachtet wird.

Das Rähmchen *kk* ist schließlich außer auf der dem Spiegel gegenüberliegenden Seite mit leichten Metallplatten verschlossen, letztere Seite, sowie die offenen Seiten des Kupferringes sind mit ebenen Spiegelplatten verschlossen.

Je nach der Stärke der zu messenden Ströme werden dieselben durch einen Draht oder durch alle drei entweder neben einander oder nach einander geführt; sind die zu messenden Ströme zu stark, so führt man nur einen Zweigstrom durch das Galvanometer.

Man beobachtet bei allen Spiegelgalvanometern direkt die Tangenten deroppelten Ablenkungswinkel; da man aber wie gesagt immer nur kleine Ablenkungen beobachtet, darf man dieselben auch den Tangenten der einfachen Ablenkungswinkel, also die Stromstärke *i* in Skalenteilen beobachteten Ablenkung direkt proportional setzen. Sind die Ablenkungen gleich *d*, so ist

$$i = kd,$$

in *k* eine von der Beschaffenheit des Instrumentes, dem Abstände der Scala vom Spiegel und der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus abhängige Konstante bedeutet.

Die Kupferhülsen bei den Apparaten von Wiedemann und W. Weber haben den Zweck, die Magnete in der abgelenkten Lage möglichst rasch in Ruhe zu bringen. Auf die Theorie der Dämpfung werden wir im

Fig. 245.



§. 149 noch ausführlicher eingehen, hier sei nur erwähnt, daß in den neuern feinem Meßinstrumenten die Dämpfung so stark macht, daß der Magnet überhaupt keine Schwingungen mehr vollführt, sondern in der abgelenkten Lage zur Ruhe kommt. Wir werden die darüberlichen Bedingungen bei der Theorie der Dämpfung besprechen.

Den Fehler der einfachen Tangentenbussole hat Gaugain<sup>1)</sup> in anderer Weise durch Anwendung eines schon früher von v. Helmholtz angewandten Principis bei der Konstruktion derselben vermieden, indem die Nadel excentrisch auf, so daß der Abstand derselben von der Ebene gleich dem halben Radius des Stromkreises ist.

Wenn die Nadel dann nur  $\frac{1}{8}$  des Kreisdurchmessers ist, so bei dieser Anordnung das Tangentengesetz für alle Ablenkungen wie sich leicht auf folgende Weise zeigen läßt<sup>2)</sup>.

Wie wir sahen, ist die Wirkung des Stromes auf ein im Abstande von dem Stromkreise befindliches nordmagnetisches Molekül, vorausgesetzt, daß wir den Abstand von der Axe vernachlässigen dürfen,

$$W = c \cdot \frac{2\pi i m R^2}{(R^2 + x_1^2)^{3/2}},$$

auf ein mit diesem ungleichnamiges, im Abstande  $x_2$  vorhandenes magnetisches Molekül

$$W' = - c \frac{2\pi i m R^2}{(R^2 + x_2^2)^{3/2}}.$$

Denken wir uns diese beiden Moleküle zu einer Nadel von der Länge  $l$  verbunden, welche mit dem magnetischen Meridiane den Winkel  $\alpha$  bildet, während der Stromkreis dem Meridian parallel ist, so übt der Strom auf diese Nadel ein Drehungsmoment aus, welches die Nadel zum Meridiane senkrecht zu stellen sucht, dessen GröÙe ist

$$D = (W - W') l \cos \alpha.$$

Der Erdmagnetismus erteilt der Nadel dann ein entgegengesetztes Drehungsmoment, dessen GröÙe ist

$$D' = T 2 l m \sin \alpha.$$

Die Nadel ist im Gleichgewicht, wenn  $D = D'$ , also

$$c 2 \pi i m R^2 l \cos \alpha \frac{(R^2 + x_1^2)^{3/2} + (R^2 + x_2^2)^{3/2}}{(R^2 + x_1^2)^{3/2} (R^2 + x_2^2)^{3/2}} = T 2 l m \sin \alpha.$$

Für die Stromstärke  $i$  ergibt sich daraus

$$i = \frac{T \tan \alpha}{c R^2 \pi} \cdot \frac{(R^2 + x_1^2)^{3/2} (R^2 + x_2^2)^{3/2}}{(R^2 + x_1^2)^{3/2} + (R^2 + x_2^2)^{3/2}}.$$

Ist nun der Abstand des Mittelpunktes der Nadel von der Kreis-

1) Gaugain, Comptes Rendus Bd. XXXVI p. 191. Poggend. Ann. LXXXVIII.

2) v. Helmholtz, nach einer Notiz von Wiedemann, Galvanismus. 1. Bd. II. S. 197.

3) Pierre, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

gleich  $x$ , so ist, wenn wir annehmen  $x_1$  sei der Abstand des Nordpols von der Kreisebene und dieser sei der Ebene zugewandt,

$$x_1 = x - l \cdot \sin \alpha; \quad x_2 = x + l \cdot \sin \alpha.$$

Setzt man diese Werte in den Ausdruck für  $i$  ein, führt die angedeuteten Potenzierungen aus, indem man aber nur bis zu den Gliedern der einzelnen Reihen aufsteigt, welche  $\sin^2 \alpha$  enthalten, so bekommt man nach passenden Reduktionen leicht den Ausdruck

$$i = \frac{(R^2 + x^2)^{3/2}}{c \cdot 2 R^2 \pi} \cdot T \cdot \tan \alpha \left\{ 1 + \frac{3}{2} (R^2 - 4x^2) \frac{l^2 \cdot \sin^2 \alpha}{(x^2 + R^2)^2} \right\}.$$

Wenn nun  $R = 2x$  ist, so ist das zweite Glied in der Klammer gleich 0, und

$$i = \frac{(R^2 + x^2)^{3/2}}{c \cdot 2 R^2 \pi} \cdot T \cdot \tan \alpha = \frac{11,18 \cdot R T}{16 \cdot c \pi} \cdot \tan \alpha;$$

wie man sieht, ist also für jeden Winkel  $\alpha$ , wenigstens wenn derselbe einem Rechten nicht sehr nahe kommt, die Stromstärke der Tangente des Ablenkungswinkels proportional.

Die Form, welche Gaugain der Tangentenbussole gab, zeigt Fig. 216. Auf einen Holzring  $R$ , dessen äußere Fläche konisch abgedreht ist, so daß die Oberfläche einen Teil eines Kegelmantels bildet, dessen Höhe gleich ein Viertel der Basis, dessen Öffnung also  $63^\circ 26'$  beträgt, ist Kupferdraht in mehrfachen Windungen aufgerollt, dessen Anfang und Ende in den Klemmschrauben  $p$  und  $z$  liegt. Neben dem Ringe ist ein Tischchen  $T$  mit einem getheilten Kreise, dessen Mittelpunkt in der Spitze des Kegels liegt, auf dessen Mantel der Draht gewickelt ist. Über dem Kreise schwebt die Magnetnadel, an einem Coconfaden hängend, welcher in der Axe der Röhre  $r$  an dem oberen Ende derselben befestigt ist. Die Röhre  $r$  wird von der Glasplatte getragen, welche den getheilten Kreis bedeckt, um die Nadel vor Luftströmungen zu schützen.

Für den Fall, daß  $x = \frac{1}{2} R$ , kommt in dem Ausdrucke für  $i$  die Länge der Magnetnadel nicht vor, es könnte daher scheinen, daß diese bei der Gaugainschen Bussole keinen Einfluß hätte, daß also die oben gemachte Beschränkung, nach welcher dieselbe nur  $\frac{1}{4} R$  betragen dürfte

Fig. 216.





überflüssig wäre; das ist jedoch nur scheinbar, denn die Länge der Magnetnadel ist dadurch beschränkt, daß wir in der Berechnung der Wirkung auf die einzelnen Pole annehmen, dieselben lägen in der Axe des Kreisstromes. Genauere Rechnungen von Bravais<sup>1)</sup>, welche die excentrische Lage der Pole berücksichtigen, beweisen, daß selbst bei der von uns vorausgesetzten Nadellänge bei Annahme des Tangentengesetzes noch ein sehr kleiner Fehler begangen wird<sup>2)</sup>.

Die mit der Benutzung der Tangentenbussole in ihrer einfachen Form verbundene Ungenauigkeit hat früher schon Pouillet<sup>3)</sup> zur Konstruktion einer anderen Bussole, der Sinussussole, veranlaßt, welche später hauptsächlich von Poggendorff benutzt worden ist<sup>4)</sup>.

Macht man nämlich bei der Tangentenbussole den Stromkreis um eine vertikale durch die Mitte der Nadel gehende Axe drehbar, und dreht denselben der abgelenkten Nadel nach, so daß die Nadel immer in der Ebene des Stromes bleibt, so stehen die auf die Pole der Nadel wirkenden Kräfte immer senkrecht auf der Axe der Nadel. Das von dem Stromkreis der Nadel erteilte Drehungsmoment ist

$$D = c \frac{2\pi}{R} i \ 2lm.$$

Die Nadel wird dann um einen solchen Winkel  $\alpha$  abgelenkt, daß das von dem Erdmagnetismus derselben erteilte Drehungsmoment diesem gleich ist, daß also

$$2lm \ T \sin \alpha = c \frac{2\pi}{R} i \ 2lm$$

ist. Daraus folgt

$$i = \frac{R \ T}{c \ 2\pi} \sin \alpha.$$

Die Stromstärke ist dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional. Man hat also nur den Winkel  $\alpha$  zu beobachten, um welchen man den Stromkreis gedreht hat, um die Stromstärke zu erhalten.

Die Einrichtung einer solchen Bussole zeigt Fig. 247. Auf einem mit Stellschrauben versehenen Fusse ist ein geteilter Horizontalkreis  $H$  befestigt. Der Drahtkreis  $K$  ist um die vertikale Axe dieses Kreises drehbar. An der Säule, welche den Drahtkreis trägt, ist eine Alhidade  $A$  mit einem Nonius befestigt, welcher die GröÙe der Drehung genau zu messen gestattet. Eine zweite Alhidade, ebenfalls fest an der den Drahtkreis tragenden Säule, trägt die Klemmen zur Aufnahme der Leitungsdrahte. Die Aufhängung der Nadel ist genau wie bei der eben beschriebenen Tangentenbussole. Auf dem oberen geteilten Kreise fällt der durch die Punkte  $0^\circ$  und  $180^\circ$  gelegte Durchmesser mit der Ebene des Draht-

1) Bravais, Comptes Rendus. T. XXXVI. p. 139. Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.

2) Andere Anordnungen zu demselben Zwecke sehe man Maxwell, a Treatise etc. Bd. II art. 714 (deutsche Ausgabe S. 443).

3) Pouillet, Comptes Rendus. T. IV. p. 287. Poggend. Ann. Bd. XLII.

4) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. L.

ges zusammen; man hat also den Apparat immer so einzustellen, daß die Nadel auf die Punkte  $0^\circ$  und  $180^\circ$  zeigt<sup>1)</sup>.

Außer den bisher beschriebenen Apparaten, welche die Intensität des Stromes aus der beobachteten Ablenkung einer Magnetnadel zu bestimmen gestatten, müssen wir an dieser Stelle noch der Galvanometer- und Multiplikatoren erwähnen, welche weniger den Zweck haben, die Stärke von Strömen zu messen, als die Existenz sehr schwacher Ströme nachzuweisen.

Die Principien, auf welchen die Konstruktion dieser, zuerst von Schweigger<sup>2)</sup> und Poggendorff<sup>3)</sup> angegebenen Apparate beruht, sind folgende.

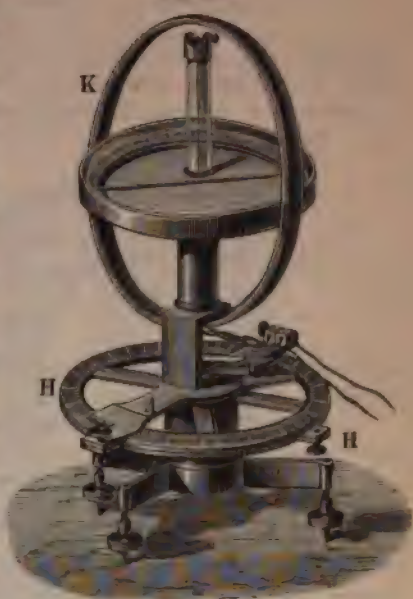
Da jeder Drahtkreis, welcher in demselben Sinne um eine Magnetnadel geführt wird, der Magnetnadel ein Drehungsmoment nach derselben Richtung erteilt, so wird eine Vervielfältigung der Drahtkreise schon eine Vergrößerung der Ablenkung der Nadel durch einen Strom hervorbringen, wenn ein einziger Draht noch lange nicht imstande ist die Nadel abzulenken. Durch Vervielfachung der Windungen, welche um die Nadel geführt werden, wird allerdings auch die Stärke des Stromes geschwächt, es giebt deshalb eine Grenze, über welche hinaus eine Vermehrung der Windungen keine Verstärkung der Wirkung mehr zur Folge hat, da durch dieselbe die Stromstärke in einem stärkeren Verhältnisse geschwächt wird, als die ablenkende Kraft verstärkt wird. Diese Grenze hängt ab von der Natur der Elektrizitätsquelle, oder vielmehr von dem Widerstande des Schließungsapparates außer dem Galvanometer; wir können dieselbe leicht in folgender Weise bestimmen.

Denken wir uns eine Magnetnadel zunächst von einem einzigen dicken Kupferferring umgeben, dessen Widerstand gleich  $R$  sei, sei ferner der Widerstand des anderen Teils des Schließungsbogens gleich  $r$  und die elektromotorische Kraft der Kette gleich  $e$ , so ist das der Stromstärke proportionale Drehungsmoment auf die Nadel

$$D = k \frac{e}{R + r}.$$

Wird jetzt dieser Kupferferring zu einem Drahte von  $n$ facher Länge

Fig. 247.



1) Andere Formen der Tangenten- und Sinus-Busssole sehe man: *Wiedemann, Elektrizitätslehre* Bd. III. §. 261 ff.

2) *Schweigger*, *Schweiggers Journal*. Bd XXXI. 1821.

3) *Poggendorff*, *Gilberts Annalen*. Bd. LXVII. 1821.

ausgezogen, dessen Querschnitt dadurch  $\frac{1}{n}$  des Ringes ist, so wird die Stromstärke

$$i = \frac{e}{n^2 R + r},$$

wird aber der ganze Draht in  $n$  Windungen um die Nadel geführt, würde bei gleicher Stromstärke auch das Drehungsmoment das gleiche geworden sein, da jede Drahtwindung dann ebenso wirkt, als der Kette. Daraus folgt, daß das Drehungsmoment  $D_1$  jetzt ist

$$D_1 = \frac{ne}{n^2 R + r}.$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite erhält nun seinen gewöhnlichen Wert, wie eine der im §. 80 durchgeführten ganz gleichen Rechnungen, wenn

$$n^2 R = r,$$

wenn also der Widerstand im Multiplikator dem sonstigen Widerstand der Kette an Größe gleich ist<sup>1)</sup>.

Hat man daher eine Elektrizitätsquelle, welche außer dem Multiplikator in den Stromkreis keinen bedeutenden Widerstand bringt, so kann man auch einen Multiplikator anwenden, dessen Widerstand nicht zu groß ist, man muß also eine beschränkte Zahl von Windungen dicken Kupferdrahtes benutzen; ist dagegen der Widerstand  $r$  sehr groß, so muß man auch  $n$  sehr groß nehmen, also einen Multiplikator mit sehr vielen Windungen feinen Drahtes benutzen.

Ersteres ist z. B. der Fall bei Thermoströmen, wo die ganze Kette metallisch ist; wie wir bei Besprechung der strahlenden Wärme bemerkt haben, erwähnt man bei denselben ungefähr 80 Windungen dicken Kupferdrahtes an. Sind feuchte Leiter in dem Stromkreise von geringem Querschnitt, wie z. B. bei den physiologisch elektrischen Versuchen von Bois-Reymonds, so wendet man Multiplikatoren von mehreren tausend bis zu 25000 Windungen an.

Da das Drehungsmoment, welches ein Stromkreis auf die Nadel ausübt, mit dem Durchmesser des Stromkreises abnimmt, so windet man die innersten Windungen so enge, daß nur eben die Magnetnadel in den inneren Räume des Multiplikators Platz hat. Wie wir bereits im dritten Teile S. 161 erwähnten, wickelt man zu dem Ende den Draht um ein kleines Rahmen Fig. 248, in dessen horizontaler Spalte  $ss$  die Magnetnadel schwebt. Der Zwischenraum zwischen den vertikalen Brettchen des Rahmens wird mit den Windungen angefüllt, wie es Fig. 250 zeigt.

Anstatt einer einfachen Magnetnadel wendet man ferner eine doppelte Doppel-nadel an; dieselbe besteht aus zwei möglichst gleich stark magnetisierten feinen Nadeln von hartem Stahl, welche (Fig. 249) in zwei leichtes Stäbchen von Elfenbein eingesteckt sind, so daß sie einander parallel möglichst genau in einer Ebene und so liegen, daß die eine ihren Nordpol dort hat, wo die andere ihren Südpol hat. Diese Nadeln

1) Man sehe auch über die Empfindlichkeit der Multiplikatoren eine Abhandlung von Heinrich Weber. Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.



werden nur mit der Differenz der auf beide wirkenden Richtkraft des Magnetismus in dem magnetischen Meridiane gehalten; je kleiner daher diese Differenz ist, um so leichter wird ein schwacher Strom, welcher auf beide in gleichem Sinne ablenkend wirkt, das Nadelsystem ablenken. Damit der Stromkreis auf beide Nadeln in gleichem Sinne ablenkend wirkt, muß die eine über den Windungen, die andere zwischen denselben anzuheben.

Fig. 248.



Fig. 249.



Fig. 250.



Die Anordnung dieser Teile im Galvanometer zeigt Fig. 250. Der Rahmen mit den Drahtwindungen liegt auf der Mitte einer Messingplatte, welche ihrerseits auf der durch Stellschrauben horizontal zu stellenden Bodenplatte *b* des Apparates liegt. Ein in der Mitte der die Windungen umgebenden Messingplatte befestigter konischer Zapfen reicht durch eine Lochbohrung der Bodenplatte hindurch, so daß die Messingplatte *m* um die Axe des ganzen Apparates gedreht werden kann. Der Zapfen ist nach Art eines Triebes ausgeschnitten, in welchen eine Schraube am Ende *s* eingreift, welche andererseits an der Bodenplatte befestigt ist. Durch eine kleine, in der Figur nicht sichtbare, Hebelvorrichtung kann die Schraube aus dem Trieb gelöst werden, so daß die grösseren Ablesungen mit freier Hand und die feineren mit der Schraube *s* vorgenommen werden. Die Enden der Drahtwindungen sind mit den auf einem Aussprünge der Platte *m* befestigten Klemmschrauben *p*, *q* verbunden. In dem abgebildeten Apparate sind vier solcher Klemmen vorhanden, je



zwei stehen mit einem besonderen Drahte in Verbindung, die äusseren mit einem in 80 Windungen um das Rähmchen Kupferdrahte von 1mm Dicke, die beiden inneren mit einem Drahte, welcher in 12000 Windungen den Rahmen umgiebt.

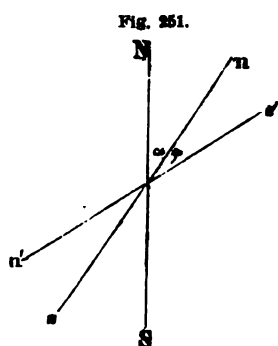
Das astatische Nadelsystem hängt an einem Coconfaden, dessen Ende in der Mitte des Rahmens *EFG* befestigt ist. Die Ebene des Rahmens ist senkrecht zur Ebene der Drahtwindungen; durch den Knopf *K* kann das Nadelsystem etwas gehoben oder gesenkt ohne dass der Faden tordiert wird; es wird so gehängt, dass die Nadel über der auf den Windungen liegenden Kreisteilung, die der horizontalen von den Windungen gelassenen Spalte frei steht.

Um die Schwingungen der Nadeln etwas zu beschränken, sind vom Nullpunkte der Teilung auf dem getheilten Kreise um  $90^\circ$  an Teilstrichen feine Metallstiftchen oder Glimmerblättchen vertikal befestigt.

Die Windungen mit der Nadel werden schliesslich mit einer Glocke bedeckt, welche oben durchbohrt ist, um den Knopf *K* durchlassen zu können.

Das astatische System muss möglichst leicht sein, damit sein Hebelmoment möglichst klein ist; es ist das deshalb notwendig, dass momentan Strom eine bedeutende Ablenkung zur Folge hat.

Bei den Versuchen stellt man am besten, die Ebene der Nadeln parallel der Richtung der oberen Nadel; diese Richtung fällt, wenn die Astasie der Nadeln möglichst weit getrieben wird, nicht mit der Richtung des Meridians zusammen, sondern ist eine andere. Es ist nicht möglich, die beiden Nadeln genau zu stellen, so also, dass sie in einer Vertikalebene liegen. Dann wird aber, wenn das Hebelmoment der beiden Nadeln ganz gleich ist, die durch den spitzen Winkel der beiden Nadeln gebildete Vertikalebene sich senkrecht zu dem Meridiane stellen; ist das Moment der Nadeln verschieden, so werden sie irgend einen anderen Winkel mit dem Meridiane bilden. Denn bezeichnet  $m$  das magnetische Moment der einen Nadel *ns* und  $m'$  das der anderen *n's'* und  $\varphi$  den Winkel, welchen dieselben mit einander bilden, so ist die Bedingung der Gleichgewichtslage, wenn *ns* mit dem Meridiane *NS* den Winkel  $\alpha$  bil-



den, wenn dieselben mit einander bilden, so ist die Bedingung der Gleichgewichtslage, wenn *ns* mit dem Meridiane *NS* den Winkel  $\alpha$  bil-

$$m \cdot \sin \alpha = m' \cdot \sin \{180^\circ - (\alpha + \varphi)\},$$

woraus

$$\tan \alpha = \frac{m' \cdot \sin \varphi}{m - m' \cdot \cos \varphi}.$$

Es ändert sich demnach der Winkel  $\alpha$  mit der Differenz  $m - m'$  und dem Winkel  $\varphi$ , ist  $m = m'$ , so wird

$$\tan \alpha = \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} = \cot \frac{\varphi}{2},$$

so dass also dann die Ablenkung um so grösser wird,

inkel ist, welchen die Nadeln mit einander bilden. Ist  $m = m'$  und  $= 0$ , so erhält der Ausdruck für  $\tan \alpha$  die Form  $\frac{0}{0}$ , wie wir sahen (dann die Lage des Nadelsystems unbestimmt<sup>1)</sup>).

Außer dieser sogenannten freiwilligen Ablenkung der Magnetnadeln im Galvanometer ist noch eine andere störende Ablenkung zu erwähnen, welche eintritt, wenn  $m - m'$  sehr klein ist, welche daher rührt, daß das Kupfer eisenhaltig ist. Die Windungen ziehen deshalb die Nadeln an; wenn die Nadeln dann in der Nulllage sich befinden, so daß die Windungen auf beiden Seiten gleichmäßig verteilt sind, ist das Nadelsystem in einer labilen Gleichgewichtslage, sobald es aber nach einer Seite aus dieser Lage abweicht, wird es durch die Anziehung der eisenhaltigen Windungen so weit abgelenkt, bis die noch vorhandene Direktrikraft des Erdmagnetismus der Anziehung der eisenhaltigen Windungen das Gleichgewicht hält.

Diese Ablenkung kann dadurch aufgehoben werden, daß man durch einen kleinen am Apparate angebrachten Magnet die Anziehung der eisenhaltigen Windungen kompensiert; am besten ist dazu wohl die Methode von Du Bois-Reymond geeignet, welcher an einem kleinen vertikalen Messingstab gerade über dem Nullpunkte der Teilung einen kleinen Magnet, ein Stück einer magnetisierten Nadel etwa, anbringt<sup>2)</sup>. Der Magnetismus des Stübchens reicht nur eben aus, die Nulllage zur stabilen Gleichgewichtslage zu machen; sobald die Nadel durch den Strom abgelenkt ist wegen der Entfernung der Pole, und da dann der Magnet auf ungleichnamigen Pole entgegengesetzt wirkt, der Einfluß des Magnets schwindend klein.

Eine andere Methode zu astasieren, welche von Sauerwald an dem Siemens'schen Galvanometer und von Meyerstein an seinem Spiegelgalvanometer angewandt ist, besteht darin, daß man unter oder über dem Magnet des Galvanometers parallel dem magnetischen Meridian einen kleinen Magnet anbringt, dessen Nordpol nach Süden, dessen Südpol nach Norden zeigt. Da die Einwirkung dieses Magnetes der Richtkraft der Erde gerade entgegenwirkt, kann man durch Regulieren des Abstandes des Magnetes von jenem der Busssole den letztern in beliebigem Grade astasieren, so daß diese Form des Astasierens besonders dann den Vorzug verdient, wenn derselbe Apparat zur Messung sehr verschiedener Ströme dienen soll.

Das Galvanometer wird hauptsächlich zum Nachweise der Existenz schwacher Ströme angewandt; soll es auch zu Messungen benutzt werden, muß man dasselbe graduieren.

Eine Methode zu diesem Zwecke haben wir bereits im dritten Teile Gelegenheit der Untersuchungen über die strahlende Wärme beschrieben; außer dieser sind noch eine ganze Reihe anderer Methoden ange-

1) Moser, Doves Repertorium. Bd. I. S. 259.

2) Du Bois-Reymond. In den Untersuchungen über tierische Elektrizität sind die genauesten und ausführlichsten Untersuchungen über den Multiplikator enthalten, aus denen auch im wesentlichen die jetzige Form desselben hervorgegangen ist. Man sehe in denselben Bd. I. S. 162 und Bd. II. S. 477. Die Versuchung über die störende Kurve siehe Bd. I. S. 179.

wandt, von denen besonders die Poggendorffsche<sup>1)</sup> sich durch Exaktheit auszeichnet; wir verweisen betreffs derselben auf die Originalabhandlung.

### §. 128.

**Messung der Stromstärken nach absolutem Mafse.** Wir haben bis jetzt drei Methoden kennen gelernt, die Intensität eines galvanischen Stromes zu messen, die chemische mit dem Voltameter, die elektromagnetische mit der Tangentenbussole oder Sinusbussole und die elektrodynamische mit dem Elektrodynamometer. Bei ersterer Methode war die Stromstärke einfach der Menge der in gleichen Zeiten zersetzten Flüssigkeit, also bei dem Wasservoltameter der Menge des zersetzten Wassers proportional. Wir gelangten dabei sofort zu einer bestimmten Einheit der Stromstärke, indem wir jenem Strome die Einheit der Stromstärke beileigten, welcher in der Einheit der Zeit die Einheit der chemischen Wirkung ausübt. Von Rücksichten der praktischen Brauchbarkeit geleitet, setzten wir als Einheit der Zeit die Minute und als Einheit der chemischen Wirksamkeit die Zersetzung einer Wassermenge fest, welche ein Kubikcentimeter Knallgas bei 0° und 760 mm Druck liefert.

Auf diese Einheit haben wir zunächst alle Stromstärken bezogen, und so für die Stromstärken bestimmte Zahlenwerte erhalten. Die magnetischen oder elektrodynamischen Wirkungen waren dann diesen Stromstärken proportional, und wie wir sahen, konnten wir auch mit Hilfe der Tangentenbussole die Stromstärke in diesem Mafse ausdrücken, indem wir auf das Gesetz der Proportionalität gestützt für die Tangentenbussolen den Reduktionsfaktor bestimmten.

Anstatt dieser willkürlichen chemischen Einheit der Stromstärke kann man ebenso gut die elektromagnetischen oder elektrodynamischen Wirkungen benutzen, um zu einer Einheit für die Stromstärke zu gelangen, indem man mit Weber als die Einheit jene Stromstärke bezeichnet, welche unter den Normalverhältnissen die Einheit der Wirkung ausübt<sup>2)</sup>.

Als die Einheit der Stromstärke in elektromagnetischem Mafse bezeichnet Weber die Stärke eines Stromes, welcher in einem kreisförmigen Leiter die Flächeneinheit umfließt und einem Magnete in der Einheit der Entfernung, dessen Axe in der Ebene des Leiters liegt, ein der Einheit gleiches reduziertes Drehungsmoment erteilt.

Denken wir uns an der Stelle des Kreisstromes in diesem Falle einen Magnet, dessen magnetisches Moment der Einheit gleich ist, dessen Axe senkrecht ist zu der Ebene des Kreisstromes, so erteilt dieser Magnet dem anderen nach §. 17 ebenfalls ein der Einheit gleiches reduziertes Drehungsmoment, so daß also der die Flächeneinheit umfließende Strom von der

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LVI. Über andere Methoden siehe Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. III. §. 283 ff. Die schon vorhin erwähnten Spiegelgalvanometer haben jetzt fast ganz die Multiplikatoren verdrängt. Man wendet bei denselben stets so kleine Ablenkungen an, daß sie als Tangentenbussolen verwandt werden, und giebt ihnen eine solche Empfindlichkeit, daß sie auch die schwächsten Ströme zu messen gestatten.

2) Kohlrausch und Weber, Elektrodynamische Mafsbestimmungen §. 1. und Weber, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere Widerstandungen.

kräfte eins auf einen anderen Magnet gerade so wirkt, wie ein kleiner Magnet, dessen magnetisches Moment gleich der Einheit ist.

Hiernach können wir die elektromagnetische Einheit der Stromstärke so definieren, dafs jener Strom die Einheit der Stärke besitzt, welcher die Einheit der Fläche umfliefsend dieselbe magnetische Wirkung in der Ferne ausübt, wie ein Magnet, dessen magnetisches Moment der Einheit gleich ist, und welcher in dem Mittelpunkt des Kreisstromes senkrecht zur Ebene desselben liegt.

Wenn wir bei dieser Bestimmung dasselbe Mafs anwenden, welches auch bei Messung des Magnetismus angewandt, so ist dieses elektromagnetische Strommafs ebenso ein absolutes Strommafs, wie wir im ersten Abschnitt dieses Teiles das Mafs für den Magnetismus ein absolutes nannten.

Um die Intensität eines Stromes in diesem Mafse zu erhalten, haben wir das Drehungsmoment zu bestimmen, welches ein Strom in der angegebenen Lage auf einen Magnet aus gröfser Entfernung ausübt; bequemer als gelangen wir dazu, wenn wir das bereits von uns bestimmte Drehungsmoment dazu benutzen, welches ein Kreisstrom, welcher sich in der Ebene des Meridianes befindet, auf einen entfernten in seiner Axe befindlichen, dem Meridiane ebenfalls parallelen Magnet ausübt. Da nämlich der die Achseneinheit umfliefsende Strom von der Einheit der Stärke nach außen wirken soll, wie ein in seiner Mitte befindlicher zu seiner Ebene senkrechter Magnet, dessen Moment der Einheit gleich ist, so besitzt auch der Strom die Einheit der Stärke, welcher in dieser Lage ebenso auf einen entfernten Magnet wirkt, wie ein Magnet mit der Einheit des Moments auf einen anderen in der ersten Hauptlage (§. 17) wirkt.

Das Drehungsmoment, welches ein Kreisstrom vom Radius  $R$  auf einen Magnet, dessen Moment gleich  $m$  sei, und dessen Entfernung von dem Kreise gleich  $r$  ist, ausübt, ist nach dem vorigen Paragraphen

$$D = c \frac{2 \cdot i \cdot R^2 \pi \cdot m}{r^3}.$$

Das auf die Einheit der Entfernung reduzierte Drehungsmoment somit

$$r^3 D = c \cdot 2 i \cdot R^2 \pi \cdot m$$

er, wenn wir  $i = 1$ ,  $R^2 \pi = 1$  setzen,

$$r^3 D = c \cdot 2 m.$$

Das Drehungsmoment, welches ein Magnet, dessen Moment gleich  $m$  ist, aus der Entfernung  $r$  auf einen anderen in der ersten Hauptlage ausübt, dessen Moment gleich  $m$  ist, ist

$$D = \frac{2 m}{r^3},$$

so reduzierte also

$$r^3 D = 2 m.$$

Da beide Drehungsmomente gleich sind, so ist

$$c \cdot 2 m = 2 m; \quad c = 1.$$

Wenn wir also die Stromstärke nach elektromagnetischem Mafse



messen, ist die Konstante  $c$  in den Ausdrücken für die Einwirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol gleich 1.

Ein Strom, dessen Intensität im elektromagnetischen Maße gleich  $i$  ist und welcher eine Fläche vom Radius  $R$  umkreist, wirkt also auf einen entfernten Magnet gerade so, wie ein unendlich kleiner im Mittelpunkte der Fläche befindlicher Magnet, dessen Axe zu der Fläche senkrecht ist und dessen magnetisches Moment ist

$$M = R^2 \pi \cdot i.$$

Ein Magnet vom Momente  $m$ , welcher in der Ebene des Stromkreises in einer großen Entfernung  $r$  von dem Mittelpunkte sich befindet, dessen Axe dem Stromkreise parallel ist, erhält daher von diesem Strome ein Drehungsmoment

$$D = \frac{R^2 \pi i m}{r^3};$$

denn dieser Magnet befindet sich in Bezug auf den den Stromkreis ersetzenden Magnet in der zweiten Hauptlage (§. 17).

Die Tangentenbussole liefert uns darnach, soweit das Tangentengesetz strenge richtig ist, die Stromstärke sofort in absolutem Maße. Denn ist der Winkel, um welchen die Magnetnadel von einem Strome, dessen Intensität in elektromagnetischem Maße gleich  $i$  ist, aus dem magnetischen Meridian abgelenkt wird, gleich  $\alpha$ , und ist die horizontale Intensität des Erdmagnetismus gleich  $T$ , so ist die Gleichgewichtsbedingung der Nadel

$$T \cdot \sin \alpha = \frac{2 R^2 \pi \cdot i}{r^3} \cdot \cos \alpha,$$

woraus

$$i = \frac{r^3 T}{2 R^2 \pi} \cdot \tan \alpha.$$

Befindet sich die Nadel im Mittelpunkte des Kreises, ist also  $r = R$ , so ist

$$i = \frac{R T}{2 \pi} \cdot \tan \alpha.$$

Bezeichnen wir den Winkel, um welchen der Strom von der Stärke eins die Nadel ablenkt, mit  $\alpha'$ , so ist

$$1 = \frac{R T}{2 \pi} \cdot \tan \alpha'.$$

$$\tan \alpha' = \frac{2 \pi}{R T}.$$

In einer Tangentenbussole vom Radius  $R$  lenkt also ein Strom, dessen Stärke der Einheit gleich ist, die Nadel um einen Winkel ab, dessen Tangente gleich ist  $\frac{2 \pi}{R T}$ .

Zur Bestimmung der Stromintensität nach absolutem Maße bedarf es demnach der Kenntnis der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus, deren Bestimmung indes nach dem ersten Abschnitte keiner großen Schwierigkeit unterliegt.

Kennt man dieselbe nicht, so ist es auch dann noch möglich, die Stärke nach absolutem Maße aus der Beobachtung der chemischen

cung oder dem für eine Tangentenbussole an einem bestimmten Orte mmmten Reduktionsfaktor zu erhalten, wenn man das Verhältnis der romagnetischen Einheit zur chemischen Einheit kennt.

Um dieses Verhältnis zu bestimmen, hat zuerst W. Weber die Strom-ze nach absolutem Maße genau bestimmt, welche in der Zeiteinheit, welche Weber die Sekunde setzt, ein Milligramm Wasser zersetzt<sup>1)</sup>. er leitete zu dem Ende einen Strom durch einen Wasserzersetzungsrat und zugleich durch eine bifilar aufgehängte Drahtrolle, deren ie mit derjenigen des Meridianes zusammenfiel. Als Wasserzersetzungsrat diente eine  $\omega$  förmig gebogene Glasröhre, in deren verschlossenes das zu zersetzende Wasser gebracht war, während das offene Ende r Quecksilber mündete, über welchem das entwickelte Knallgas aufgen wurde. Um den Strom in das Wasser zu leiten, waren Platintete in die Röhre nahe dem verschlossenen Ende eingeschmolzen. Die ge des zersetzten Wassers wurde aus dem beobachteten Volumen des ickelten Gases bestimmt.

Die Intensität des Stromes nach absolutem Maße wurde aus der achteten Ablenkung der bifilaren Rolle bestimmt. Die Rolle war Meridiane parallel, wurde sie von dem Strome durchflossen, so strebte Erdmagnetismus ihre Ebene zum Meridiane senkrecht zu stellen, und Gleichgewichtslage war erreicht, wenn das Drehungsmoment infolge Aufhängung dem der Rolle durch den Erdmagnetismus erteilten ungsmomente gleich war. Die Intensität in absolutem Maße ergibt daraus folgendermaßen.

Ein Strom, dessen Intensität gleich 1 ist und welcher die Flächen- it umkreist, wird in Bezug auf seine magnetischen Wirkungen durch in seinem Mittelpunkte befindlichen, der Axe des Stromes parallelen et, dessen Moment gleich 1 ist, ersetzt; ein Strom, dessen Intensität h  $J$  ist, und welcher die Fläche  $F$  umkreist, wird demnach in Bezug sein magnetisches Verhalten durch einen ebenso liegenden Magnet zt, dessen Moment gleich  $J \cdot F$  ist, denn wie wir sahen, ist die etische Wirkung eines Stromes dem von ihm umkreisten Flächen-e und der Stromintensität direkt proportional.

Ist die Axe eines solchen Magnets senkrecht zur Ebene des Meridians, t die von dem Erdmagnetismus ihm gegebene Direktionskraft  $J \cdot F \cdot T$ ,  $T$  die horizontale Intensität 'des Erdmagnetismus bedeutet. Bildet it dem Meridiane den Winkel  $\beta$ , so ist das ihn in den Meridian nde Drehungsmoment gleich  $J \cdot F \cdot T \cdot \sin \beta$ .

Dieselbe Kraft, welche diesen Magnet in den Meridian zu führen t, sucht die mit der Meridianebene parallele Drahtrolle zum Meridiane recht zu stellen; ist daher der Winkel, welchen sie mit dem Meri- bildet, gleich  $\alpha$ , so ist das ihr von dem Erdmagnetismus erteilte ungsmoment gleich

$$J \cdot F \cdot T \cdot \cos \alpha.$$

Bezeichnet  $D$  die Direktionskraft der Rolle infolge der bifilaren Auf- ung, welche die Rolle im Meridiane zu halten sucht, so ist das sie

1) Weber, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im 1840.

in den Meridian bei der Ablenkung  $\alpha$  zurückführende Drehungsgewicht gleich  $D \cdot \sin \alpha$ ; die Gleichgewichtsbedingung ist also

$$J F T \cdot \cos \alpha = D \cdot \sin \alpha,$$

somit die Intensität  $J$

$$J = \frac{D}{F T} \cdot \tan \alpha.$$

Der auf die Rolle aufgewundene Draht bildete 1130 Umwinden die Peripherie der Rolle betrug 164 mm, die Länge des Drahtes 253600 mm. Der Flächeninhalt der von dem Drahte gebildeten K kann für die von dem Drahte umflossene Fläche gesetzt werden; W berechnet dieselbe zu

$$4668330 \text{ Quadratmillimeter.}$$

Um die Direktionskraft  $D$  zu erhalten, wurde zunächst nach Gaußschen Methode das Trägheitsmoment der Rolle bestimmt und es

$$K = 77940000$$

gefunden, und darauf die Schwingungsdauer der Rolle, wenn sie nicht Strom durchflossen war, beobachtet. Die Schwingungsdauer ergab

$$t = 8'',0803,$$

daraus dann

$$D = \frac{\pi^2 K}{t^2} = 117817000.$$

Die absolute Intensität des Erdmagnetismus am Orte der Beobachtung wurde direkt bestimmt und ergab sich

$$T = 1,7026.$$

Die aus 5 Messungen erhaltenen Resultate sind folgende:

Zersetztes Wasser in Milligrammen	Dauer der Zersetzung $\vartheta''$	$J \cdot \vartheta$ .
14,2346	1168''	1522,44
14,2026	1280''	1504,92
14,0872	1135'',5	1506,46
14,0182	1154''	1501,43
13,9625	1263''	1484,90.

Dividieren wir die in der Zeit  $\vartheta$  zersetzte Wassermenge durch  $J$  so erhalten wir die Wassermenge, welche ein Strom, welcher nach dem magnetischen Maße die Stromstärke eins hat, in der Zeiteinheit, zersetzt; es ergibt sich als Mittel aus den 5 Beobachtungen

$$0,009376 \text{ Milligramm.}$$

Setzt man nun als chemische Einheit der Stromstärke jene fest, welche in einer Sekunde ein Milligramm Wasser zersetzt, so ergibt sich Verhältnis der chemischen und absoluten Einheit

$$\frac{1}{0,009376} = 106,66,$$

er die so gewählte chemische Einheit ist 106,65 Mal größer als die elektromagnetische oder absolute Einheit.

Wir haben jene Stromstärke nach chemischem Maße als Einheit gesetzt, welche in der Minute ein Kubikcentimeter Knallgas liefert; das Verhältnis derselben zur absoluten Einheit wird folgendermaßen bestimmt.

Die absolute Einheit zersetzt in der Minute

$$60 \cdot 0,009376 = 0,56256 \text{ Milligramme Wasser,}$$

es liefert also in der Minute, da ein Kubikcentimeter Knallgas 0,53631 Milligramm wiegt,

$$1,0489 \text{ Kubikcent. Knallgas.}$$

Ein Strom, welcher in der Minute einen Kubikcent. Knallgas liefert, ist also zur absoluten Einheit im Verhältnis

$$\frac{1}{1,0489} = 0,9534.$$

Die von uns gewählte Einheit der Stromstärke ist also nur um wenig kleiner als die absolute Einheit.

Die Bestimmung von Weber ist später mehrfach wiederholt worden, (Casselmann<sup>1)</sup>, Bunsen<sup>2)</sup>, Joule<sup>3)</sup> und von F. Kohlrausch<sup>4)</sup>, und zwar nicht allein durch Wasserzersetzung, sondern auch durch Zersetzung von Natriumsulfatlösung, Kupfervitriollösung, Silbernitratlösung u. a., und neuerdings wieder von Mascart<sup>5)</sup>, F. und W. Kohlrausch<sup>6)</sup>, sowie Lord Rayleigh<sup>7)</sup> durch Zersetzung von Silbernitrat, woraus sich nach dem Faradayschen Gesetze die Wassermenge berechnen läßt, welche durch die Webersche absolute Stromeinheit zersetzt wird. Wir stellen die erhaltenen Resultate zusammen, in der ersten Kolonne die in der Sekunde zersetzte Wassermenge, in der zweiten die abgeschiedene Silbermenge in Milligrammen.

	zers. Wasser	abgesch. Silber
Casselmann . . . . .	0,009331	
Bunsen . . . . .	0,0092705	
Joule . . . . .	0,009239	
F. Kohlrausch . . . . .	0,009476	
Mascart . . . . .	0,009297	0,11156
F. und W. Kohlrausch . . . . .	0,009328	0,11183
Rayleigh . . . . .	0,009326	0,1118

Man sieht, die drei letzten Beobachtungen, besonders die mit äußerster Sorgfalt durchgeführte von F. und W. Kohlrausch weichen ebenso wie

1) Casselmann, Die Kohlenzinkkette. Marburg 1843.

2) Bunsen. In der Abhandlung von Reiset: Annales de chim. et de phys. Sér. T. VIII. p. 33.

3) Joule, Philosophical Magazin IV. Reihe, Bd. II. 1851.

4) F. Kohlrausch, Nachrichten der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften Göttingen 1873. Poggend. Ann. Bd. CXLIX.

5) Mascart, C. R. XCIII p. 50. Journal de phys. 2 Série T. I.

6) F. und W. Kohlrausch, Sitzungsber. d. phys. Ges. zu Würzburg 1884.

7) Rayleigh u. Mrs Sidgwick, Proc. Roy. Soc. v. XXXVII p. 144.



die Casselmannsche von der ersten von W. Weber kaum um  $\frac{1}{2}$  ab, das Mittel aller Beobachtungen würde 0,009322; damit würde für unsere chemische Einheit in absolutem Maße ergeben

$$0,9589.$$

Mit dieser Zahl sind die in chemischem Maße wie bisher gemessenen Stromstärken zu multiplizieren, um sie in Webersche absolute Einheiten zu verwandeln, oder eine Webersche Einheit ist gleich 1,0434 chemischen Einheit.

Die Webersche Einheit setzt die absoluten Maße von Gramm, Millimeter, Sekunde voraus. Um die Einheit in dem (Centimeter, Sekunde [C G S] System auszudrücken, ist es am bequemsten zunächst die Dimensionen des elektromagnetischen Strommaßes anzugeben. Wir gehen dazu davon aus, daß das Produkt aus der Stromstärke einer Fläche die Bedeutung eines magnetischen Momentes hat, den vom Strome  $i$  umflossene Fläche  $F$  ist gleichwertig einem magnetischen Moment gleich  $iF$  ist. Da die Fläche das Quadrat einer Länge ist, so ergibt sich nach §. 17

$$i\lambda^2 = z [\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-1}],$$

somit

$$i = z [\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-1}],$$

wenn  $\mu$  das Zeichen der Masse,  $\lambda$  das der Länge,  $\tau$  das der Zeit. Um den im Gaußschen System gegebenen Zahlenwert  $z$  im [C G S] System auszudrücken, haben wir nach Seite 549 des ersten Bandes zu schreiben

$$\text{mgr} = \frac{\text{Gramm}}{1000}, \quad \text{mm} = \frac{\text{cm}}{10}$$

oder

$$i = z \left[ \frac{\text{gr}^{1/2}}{\sqrt{1000}} \frac{\text{cm}^{1/2}}{\sqrt{10}} \tau^{-1} \right] = 0,01 z [\text{gr}^{1/2} \text{cm}^{1/2} \text{sec}^{-1}].$$

Im [C G S] System werden also die Stromstärken durch Zahlen ausgedrückt, welche ein Hundertstel der Zahlen sind, welche dieselbe Stromstärke in Weberschen Einheiten wiedergeben, die Einheit im [C G S] System ist somit das Hundertfache der Weberschen.

Wir haben schon mehrfach darauf hingewiesen, daß man in neuer Zeit das elektromagnetische Strommaß in die elektrotechnische Einheit eingeführt hat. Der Elektrikerkongress zu Paris im Herbst des Jahres 1889 hat auf den Antrag englischer Physiker, welche schon länger als absolutes Maß das Zehnfache der Weberschen Stromeinheit benutzt, dieses Maß als ein Weber bezeichnet hatten, diese Einheit als allgemeine Einheit acceptiert, derselben aber nicht den Namen Weber gelassen, sondern ihr den Namen Ampère gegeben. Als Grund dieser Namensänderung wurde angegeben, daß die ursprünglich von Weber aufgestellte Einheit allgemein als Webersche Einheit bezeichnet werde, und daß es der Verwirrung geben würde, wenn man den Zehnfachen dieser Einheit den Namen Weber gebe. Mir scheint allerdings der Grund wenig stichhaltig, sollte eine bestimmte Anzahl absoluter Einheiten mit einem Namen bezeichnet werden, so dürfte es nur der Name dessen sein, der

heit eingeführt hatte, nicht der Name eines andern, wenn auch noch sehr um die Elektrizitätslehre verdienten Physikers. Indes da der me in den letzten vier Jahren sich ziemlich eingebürgert hat, ist ein ekgängigmachen dieser Namengebung kaum mehr möglich.

Das Ampère ist somit gleich 10 Weber<sub>em</sub>, wenn wir das Webersche ktromagnetische Strommaß zum Unterschied der beiden andern von 1 eingeführten absoluten Strommaße durch das dem Namen Weber Index angefügte em bezeichnen.

Das Ampère ist somit nicht die Einheit im [C G S] System, sondern dieser Einheit, da wir sahen, daß diese letztere Einheit gleich 100 eber<sub>em</sub> ist.

Bei der Ableitung der elektrodynamischen Grundgesetze haben wir ch eine andere Stromeinheit eingeführt; für die Wechselwirkung zweier ralleler, auf ihrer Verbindungslinie senkrechter Stromelemente erhielten r zunächst

$$w = a \cdot \frac{ii' ds ds'}{r^2}.$$

Wir setzten dann die Konstante  $a$  gleich 1, wählten also jene Stromrke zur Einheit, von welcher zwei Elemente  $ds$  und  $ds'$  durchflossen d, wenn sie in der Abstandseinheit eine Wirkung auf einander ausen, welche sich zur Einheit der Kraft verhält, wie das Produkt  $ds ds'$  - Flächeneinheit.

Um diese von W. Weber<sup>1)</sup> als absolute elektrodynamische bezeichnete heit der Stromstärke mit der elektromagnetischen zu vergleichen,utzen wir die Entwicklungen des §. 98 über die Wechselwirkung eier Kreisströme.

Wir erhielten dort für das Drehungsmoment, welches ein Element es festen Kreisstromes dem Elemente eines beweglichen Kreisstromes teilt, wenn die Ebenen der beiden Kreise auf einander senkrecht stehen, d wenn die Ebene des beweglichen Stromes jene des festen Stromes lbiert [S. 834 (2)]:

$$= \frac{ii' ds ds' \cdot \varrho' \sin^2 \psi}{r^3} \cdot \varrho \sin \chi \left\{ \sin \chi - \frac{1}{2} \frac{R \cos \chi - \varrho' \cos \psi \sin \chi}{r} \cdot \frac{\varrho \cos \chi}{r} \right\},$$

arin  $\varrho$  der Radius des beweglichen,  $\varrho'$  des festen Kreises,  $R$  der Abstand r Kreismittelpunkte ist, der Winkel  $\chi$  die Lage des Elementes  $ds$  im weglichen,  $\psi$  diejenige des Elementes  $ds'$  im festen Kreise bestimmt, und  $i'$  die Stromstärken in elektrodynamischem Maße bedeuten, und  $r$ , r Abstand der beiden Elemente, gegeben ist durch die Gleichung

$$r^2 = R^2 \left\{ 1 - 2 \frac{\varrho \sin \chi}{R} + \varrho^2 + \varrho'^2 - \frac{2 \varrho \varrho' \cos \psi \cos \chi}{R^2} \right\}.$$

Setzen wir nun diesen Wert für  $r$  in den Ausdruck für  $m$ , indem r zugleich die dort angedeuteten Potenzierungen ausführen, so erhalten r eine nach fallenden Potenzen von  $R$  geordnete Reihe für  $m$ , deren tes Glied ist

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen §. 9. Leipzig 1846.

$$m = \frac{ii' ds ds' \cdot \varrho' \sin^2 \psi \varrho \sin^2 \chi}{R^3} + \dots;$$

nehmen wir an, daß  $R$  gegen  $\varrho$  und  $\varrho'$  sehr groß ist, so können wir alle folgenden Glieder der Reihe vernachlässigen.

Um das Drehungsmoment zu erhalten, das der feste dem beweglichen Kreise erteilt, setzen wir  $ds = \varrho d\chi$ ,  $ds' = \varrho' d\psi$  und integrieren über beide Kreise von 0 bis  $2\pi$ . Da  $R$ ,  $\varrho$  und  $\varrho'$  sowie  $i$  und  $i'$  konstant sind, ist das Integral

$$M = \frac{ii' \varrho^2 \varrho'^2}{R^3} \int \sin^2 \chi d\chi \int \sin^2 \psi d\psi.$$

Bei der einen Integration ist nur  $\chi$ , bei der andern nur  $\psi$  variabel. Nun ist

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \chi d\chi = \pi, \quad \int_0^{2\pi} \sin^2 \psi d\psi = \pi,$$

somit wird das Drehungsmoment:

$$M = \frac{ii' \varrho^2 \varrho'^2 \pi}{R^3}.$$

Das reduzierte Drehungsmoment ist somit

$$M R^3 = ii' \varrho^2 \varrho'^2 \pi.$$

Ist die Intensität der Ströme in elektrodynamischem Maße der Einheit gleich, und die von jedem der Ströme umkreiste Fläche der Einheit gleich, so wird

$$M R^3 = 1,$$

so daß wir die elektrodynamische Stromeinheit auch dahin definieren können, daß ein die Flächeneinheit umkreisender Strom einem andern ebenfalls die Flächeneinheit umkreisenden ein der Einheit gleiches reduziertes Drehungsmoment erteilt, wenn die Ebenen beider Ströme zu einander senkrecht sind, und die Ebene des beweglichen Stromes die des festen Stromes halbiert<sup>1)</sup>.

Würden die Kreisflächen von einem Strome umflossen, dessen Intensität in elektromagnetischem Maße gleich  $J$  und  $J'$  ist, so könnten wir uns jeden durch einen Magnet ersetzt denken, dessen Momente wären  $J \varrho^2 \pi$  und  $J' \varrho'^2 \pi$ , und da die Lage der Magnete der ersten Hauptlage (§. 17) entspricht, der feste halbiert verlängert den beweglichen, so ist das reduzierte Drehungsmoment

$$M' R^3 = 2 J \varrho^2 \pi \cdot J' \varrho'^2 \pi.$$

Wird hier die Intensität in beiden der Einheit gleich und ebenso der von jedem umkreiste Flächenraum gleich 1, so wird

$$M' R^3 = 2.$$

Zwei von der elektromagnetischen Stromeinheit in dieser Weise um-

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen S. 261 ff.

kreiste Flächen erteilen also dem beweglichen Strome ein Drehungsmoment gleich 2; das findet ebenfalls statt, wenn die Ströme nach elektrodynamischer Einheit gemessen die Stromstärke  $\sqrt{2}$  haben, denn dann wird

$$MR^3 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2.$$

Daraus folgt also, daß die elektromagnetische Stromeinheit  $\sqrt{2}$  mal größer ist als die elektrodynamische, oder in elektromagnetischem Strommaße ist die elektrodynamische Einheit

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Um die in elektrodynamischem Maße gegebene Stromstärke auf elektromagnetische zu reduzieren, hat man sie durch  $\sqrt{2}$  zu dividieren.

Hiernach sind wir imstande, die an den verschiedenen Maßapparaten, den chemischen, elektromagnetischen oder elektrodynamischen, beobachteten und in dem jedem eigentümlichen Maße gegebenen Stromstärken auf einander und auf absolutes Maß zu reduzieren, also allgemein vergleichbare Resultate zu erhalten.

### §. 129.

**Magnetisierung durch den galvanischen Strom.** Nachdem durch die Versuche von Oersted die Wechselwirkung zwischen galvanischen Strömen und Magneten festgestellt war, lag es nahe zu untersuchen, ob nicht durch solche Ströme in magnetisierbaren Substanzen Magnetismus erregt werden könne. Der Erste, welcher dahin gerichtete Versuche anstellte, war Arago<sup>1)</sup>, und er erkannte, daß durch den galvanischen Strom in Eisen oder Stahl ein kräftiger Magnetismus erregt werden könne. Er fand nämlich, daß ein die Pole der Batterie verbindender kupferner Leitungsdraht sich ringsum mit Eisenfeilspänen bedeckte, als er in dieselben eingetaucht wurde, welche sofort wieder abfielen, als die Verbindung des Drahtes mit der Batterie unterbrochen wurde. Daß man es hier in der That mit einer magnetischen Erscheinung zu thun hat, daß diese Anziehung und Anhäufung der Eisenspäne in einer vorhergehenden Magnetisierung ihren Grund hat, ergibt sich unmittelbar daraus, daß sich die Erscheinung nur bei Eisen- oder Stahlspänen, nicht bei Spänen eines andern Metalles zeigt.

Noch deutlicher ergibt sich dies aus einer genauern Betrachtung dieser Erscheinung; der in die Späne getauchte Draht umgibt sich ringsum mit denselben, so daß die Eisenspäne ihn gewissermaßen als eine Röhre umgeben; diese Röhre haftet nicht an dem Drahte fest, sondern läßt sich mit Leichtigkeit auf demselben verschieben. Zugleich sieht man, daß die Feilspäne nicht aus der Ferne gegen den Leitungsdraht sich hin bewegen, sondern daß nur bei sehr kleinem Abstände des Drahtes von denselben die Späne sich gegen den Draht aufrichten, daß dann gewissermaßen die Späne an einander emporklettern und sich oberhalb des Drahtes gegen einander neigen, bis sich die Umhüllung des Drahtes ausgebildet hat, diese ganze Hülle wird bei folgendem Heben des Drahtes mit aufgehoben; einzelne Späne haften an dem Drahte nicht.

1) Arago, Annales de chim. et de phys. T. XV.



Daraus folgt, daß der Draht als solcher die Feilspäne nicht anzieht, daß vielmehr die ganze Erscheinung darauf beruht, daß jedes Eisenteilchen ein Magnet wird unter dem Einfluß des Stromes und daß dieses Magnet von dem Strome nach der Ampèreschen Regel gerichtet wird. Hat sich auf diese Weise eine Kette von Magneten rings um den Draht gebildet, so können bei nachfolgendem Aufheben des Drahtes die Späne getragen werden, indem ein Eisenteilchen an dem andern haftet. Nachdem also durch die Einwirkung des Stromes die Feilspäne magnetisiert sind, trägt der Draht dieselben, wie ein durch eine Röhre gesteckter Stab die Röhre trägt.

Ebenso wie die Feilspäne wurden eiserne Nadeln in der Nähe des Stromes magnetisch, und der Magnetismus dauerte so lange als der Strom dauert; Stahlnadeln dagegen wurden dauernd magnetisch.

Nach unserer Hypothese permanenter Molekularmagnete in den magnetisierbaren Körpern, welche, wenn die Körper magnetisch werden, mehr oder weniger gleich gerichtet werden, verbunden mit der Ampèreschen Theorie nach welcher der Magnetismus seinen Grund in galvanischen Strömen hat, welche die Moleküle der Magnete umkreisen, ist dieser Erfolg des Versuchs voranzusehen. Denn darnach sind die Moleküle des Eisens, Stahls, überhaupt der magnetischen Körper schon im natürlichen Zustande von permanenten Strömen umflossen, deren Ebenen indes alle möglichen Lagen haben, so daß die Wirkungen nach außen sich aufheben. Sobald aber nun auf diese Ströme eine Kraft einwirkt, welche dieselbe in bestimmter Weise zu richten sucht, müssen diese Molekularströme, welche man natürlich ebenso beweglich annehmen muß, wie die früher supponierten Molekularmagnete, mehr oder weniger parallel gerichtet werden<sup>1)</sup>.

Das ist zunächst der Fall, wenn wir einer magnetisierbaren Substanz einen fertigen Magnet nähern, von dem wir wissen, daß er auf geschlossene Kreisströme in bestimmtem Sinne drehend einwirkt, das muß aber ebenso der Fall sein, wenn wir an einem magnetisierbaren Körper einen galvanischen Strom vorüberführen, da auch dieser geschlossene Ströme in bestimmtem Sinne zu richten sucht.

1) Die hier vorgeführte Theorie der Magnetisierung wird fast überall, auch in französischen Werken, als die Theorie von Ampère angeführt; ich habe in den frühern Auflagen dieses Buches bezweifelt, daß das richtig sei, da die oft citierte Hauptabhandlung Ampères über Elektrodynamik eine andere Ansicht ausspricht. Herr Haentzschel in Berlin hat mich indes darauf aufmerksam gemacht, daß Ampère in der That anfänglich (*Journal de physique* Bd. XCIII oder *Recueil d'observations*, Paris 1822, p. 164 und p. 174) die Magnetisierung auf drehbare Molekularströme zurückgeführt hat. Ampère hat indes diese Ansicht sehr bald aufgegeben und sich an die frühere Scheidungstheorie angeschlossen, indem er annahm, daß durch den Akt des Magnetisierens die den Magnetismus bedingenden Molekularströme erzeugt werden. Denn Ampère sagt in dem schon mehrfach erwähnten *mémoire sur la théorie etc.* p. 372 sub Nr. 8: *Quand l'action d'un aimant ou celle de fil conducteur établit ce mouvement autour des particules des corps, les molécules d'électricité positive et d'électricité négative, qui doivent se constituer dans l'état électrodynamique permanent d'où résultent les actions qu'il exerce alors, ... ne peuvent arriver à cet état qu'après un temps toujours très court, mais qui n'est jamais nul.*

Durchgeführt ist die Theorie der drehbaren Molekularströme zuerst von den Maßbestimmungen insbesondere über Diamagnetismus; Vgl. Erheber der Theorie Ampère an.

Wir können aus dieser Theorie sogar weiter ableiten, in welcher Weise wir einen Strom an der magnetischen Substanz vorüberleiten müssen, um die kräftigste magnetische Wirkung zu erhalten; es wird das der Fall sein, wenn wir den Strom in einer Spirale um den zu magnetisierenden Stab herumführen. Jede Windung derselben wirkt dann nahezu als geschlossener Kreisstrom auf die im Innern des Eisens befindlichen Molekularströme und sucht dieselben so zu stellen, daß die Ebenen dem Strome parallel werden und die Richtung der Ströme dieselbe ist, gerade so wie ein geschlossener Kreisstrom einen andern sich selbst parallel zu stellen sucht (§. 118).

Auch die Richtung der Pole läßt sich hiernach sofort voraussagen. Befindet sich in der Spirale (Fig. 252) ein Stab  $AB$ , und fließt durch

Fig. 252.



dieselbe ein Strom in der Richtung  $mn$ , der also, wenn man die Spirale von  $A$  aus ansieht, sich um dieselbe entgegengesetzt als der Zeiger einer Uhr bewegt, so werden auch die in  $AB$  befindlichen Molekularströme so gerichtet werden, daß sie von  $A$  aus gesehen sich entgegengesetzt bewegen als der Zeiger einer Uhr. Daraus folgt, daß das Ende  $A$  ein Nordpol, das Ende  $B$  ein Südpol wird.

Befindet sich dagegen ein Stab in der Spirale Fig. 253 und fließt der Strom ebenfalls von  $m$  nach  $n$  durch dieselbe, so werden die Molekular-

Fig. 253.



ströme entgegengesetzt gerichtet, es wird  $A$  ein Südpol werden müssen,  $B$  ein Nordpol.

Fließt der Strom in den Spiralen von  $n$  nach  $m$ , so muß die Polarität der Stäbe umgekehrt werden, es muß  $B$  Fig. 252 ein Nordpol,  $B$  Fig. 253 ein Südpol werden.

Die Lage der Pole wird durch den Versuch in allen Fällen dem entsprechend gefunden.

Man bezeichnet gewöhnlich die Spirale Fig. 252 als eine linksgewundene, die Spirale Fig. 253 als eine rechtsgewundene, und kann deshalb die Art der Magnetisierung kurz so aussprechen: Fließt der Strom durch eine linksgewundene Spirale, so entsteht an der Eintrittsstelle desselben ein Nordpol, fließt er durch eine rechtsgewundene, so entsteht an der Eintrittsstelle ein Südpol. Da die Bezeichnung rechts und links gewunden jedoch nicht immer in demselben Sinne gebraucht wird, einige das rechts, was andere links nennen, so dient am besten zur Orientierung der Art des Magnetisierens einfach die Ampèresche Regel; ein Stab wird durch den Strom immer so magnetisiert, daß seine Pole nach dem Magnetisieren in

Bezug auf den Strom so liegen, wie ein fertiger Kompass gerichtet wäre. Der Nordpol liegt also immer dem Strom gegenüber. Der Magnet schwimmt und dabei den Magnet an.

Ein einfacher Magnet mit zwei Polen entsteht, wenn die Spirale in demselben Sinne um den ganzen Stab gewickelt wird, wie Fig. 254, zur Hälfte von *m* bis *c*

Fig. 254.



von *c* bis *m* in dem andern Sinne gewunden, so wird die Spirale sowohl bei *A* als auch bei *B* gegen den Strom gerichtet. Bei *c* bildet sich ein Südpol; bei *m* ein Nordpol. Wir haben nun einen Magnet mit einem Folgepunkte. Die Anzahl der Pole wird beliebig vermehrt, indem wir mehrfach die Spirale wechseln.

Unter dem Einflusse von Strömen werden Eisenstäbe sofort magnetisch, und der Magnetismus bleibt ungeändert, wenn der Strom abgebrochen wird. Dieser Magnetismus als temporärer Magnetismus. Unterbrochen der Strom, so schwindet der Magnetismus zum Teil; den Rest bildet den permanenten Magnetismus; dieser ist von der Natur des Eisens und Stahls, bei weichem Stahl ist er oft nur wenig von dem permanenten verschieden. Es gilt hier dasselbe, was wir im vorigen über den dauernden Magnetismus gesagt haben. Wir nähern uns dem temporären um so mehr, je stärker der magnetisierte Stab ist.

Mit Hilfe kräftiger Ströme kann man starke Magnete erhalten; es ist dazu nicht einmal erforderlich, den Stab mit der Spirale vollständig zu umgeben, sondern nur teilweise zu bewickeln.

Um kräftige permanente Stahlmagnete zu erhalten, ist von Elias<sup>1)</sup> sehr geeignet. Man wickelt etwa 3 mm Dicke, welcher gut mit Seide übersponnen ist, auf einen dicken aber kurzen Cylinder zusammen, lässt den Cylinder gehen, etwa den Strom eines Elementes, steckt den zu magnetisierenden Stab in die Spirale, schiebt ihn mehrfach auf und ab von einem Ende zum andern. Der Stab schiebt sich dann wieder mit seinem mittleren Ende so öffnet man den Strom. Ist der Stab hufeisenförmig, so öffnet man den Strom. Ist der Stab hufeisenförmig, so öffnet man den Strom. Ist der Stab hufeisenförmig, so öffnet man den Strom.

Diese Magnetisierungsmethode füllt im Wesentlichen die Methode des Michellschen Doppelstriches, bei

1) Elias, Poggend. Ann. Bd. LXII und LXIII.



Ihren ungleichnamigen Polen über den zu magnetisierenden Stab hin her geführt und von der Mitte abgehoben werden. Denn eine solche Spiraletasteil verhält sich gerade wie ein Magnet, welcher nur an den Endflächen magnetisch ist, und dessen eine Endfläche nordpolar, dessen andere südpolär ist. Es werden also auch bei dieser Methode zwei einander sehr nahe aber getrennte Pole über dem zu magnetisierenden Stabe hin und her geführt.

In sehr vielen Fällen wendet man jetzt anstatt permanenter Magnete porphyrisch magnetisierte Eisenstäbe, sogenannte Elektromagnete an, und besonders dann, wenn es sich darum handelt, sehr starke Magnete zu erhalten. Der Magnetismus, welchen man einem Stabe erteilen kann, ist nämlich, wie wir im ersten Abschnitte dieses Teiles sahen, abhängig von der Größe und Dicke des Stabes, kräftige Magnete müssen daher sehr stark sein. Da sich nun sehr große Magnete nur äußerst schwierig permanent bis zur Sättigung magnetisieren lassen, so ist es im allgemeinen viel bequemer, große Eisenmassen passend mit Spiralen zu umgeben, durch diese, so lange man den Magnetismus benutzen will, einen ständigen Strom gehen zu lassen.

Die Formen, welche man diesen Elektromagneten gegeben hat, sind sehr verschieden<sup>1)</sup>; die gewöhnlichste Form ist die in Fig. 255 oder Fig. 256.

Ein hufeisenförmig gebogenes Eisen wird entweder wie Fig. 255 aufgehängt, daß seine Pole nach unten hängen, oder wie Fig. 256 auf-

Fig. 255.



Fig. 256.



gestellt, so daß seine Pole oben sind. Die senkrechten Schenkel des Hufeisens werden dann entweder mit auf hölzerne Rollen gewickelten Spiralen (Fig. 255), oder direkt mit übersponnenem Kupferdraht umgeben. Da die magnetisierende Kraft des Stromes mit seiner Stärke und der Anzahl der Windungen, mit denen er um den Stab geführt wird, zunimmt, so muß

<sup>1)</sup> *Nikola, Les Electronimants, Paris 1860, unterscheidet mehr als 80 Arten.*  
*Zeitschrift, Physik 18. 4. Aufl.*



man möglichst dicken Draht zu den Windungen wählen, und den möglichst oft um den Kern herumwinden. Der grofse Elektromagnet Plückers, den Fig. 256 im wesentlichen darstellt, besteht<sup>1)</sup> aus einem Eisenkern, dessen Durchmesser 102 mm beträgt, welcher ein Gewicht von 84 kg hat; jeder seiner senkrecht stehenden Schenkel ist mit 4 Kupferdraht, jede aus 92 Windungen bestehend, umwickelt. Der Draht hat eine Dicke von 4,36 mm und wiegt 35 kg.

Um an so kräftigen Magneten bequem das magnetische Verhalten anderer Substanzen untersuchen zu können, versieht man die Pole mit Anker. An dem Plückerschen Magneten bestehen dieselben aus zwei Platten von weichem Eisen 48 mm hoch, welche auf die Polflächen aufgeschraubt sind; in der Mitte ihrer Höhe sind die Platten der Breite nach durchbohrt, und in die Durchbohrungen, die 20 mm Durchmesser haben, sind darin passende verschiebbare, an einem ihrer Enden konisch zugefertigte Cylinder von weichem Eisen geschoben und durch Schrauben festgelassen, so dafs die einander zugewandten Zuspitzungen passend von einander entfernt sind.

Häufig wendet man auch anstatt solcher Anker einfach parallele Eisenstäbe oder an einer Seite zugespitzte oder zugeschärfte Eisenstücke an.

Eine andere Form hat Rühmkorff den Elektromagneten gegeben, welche zu vielen Untersuchungen sehr bequem ist<sup>2)</sup>; dieselbe zeigt Fig. 257. Auf einer dicken, mit zwei Spalten versehenen eisernen Basis lassen sich zwei massive knieförmige Eisenstücke *HLH*, *JFJ* verschieben und durch zwei Schrauben *s* in beliebiger Entfernung von einander festigen. Oben sind in diesen Eisenstücken zwei horizontale Eisen cylinder *JO*, *HO* befestigt, deren Axen in einer geraden Linie liegen. Die Cylinder sind zu manchen Zwecken ihrer Länge nach durchbohrt. Jeder Cylinder ist von den beiden, aus sehr vielen Windungen dicken Kupferdrahtes bestehenden Spiralen umgeben; durchfliefst ein kräftiger Strom dieselben in gleichem Sinne, so werden die Enden der Cylinder *JO*, *HO*, welche einander zugewandt sind, entgegengesetzte Pole erhalten. Der Strom tritt zunächst in den Rühmkorffschen Kommutator, welchen Fig. 258 im Durchschnitt zeigt; ein Eisenbeincylinder *M* ist um die in der Mitte durchbrochene Axe *CD* drehbar; der Teil *C* der Axe ist zunächst in einer leitenden Verbindung mit der Klemme *A*, der Teil *D* ebenso mit der Klemme *B*. Auf dem Eisenbeincylinder sind auf entgegengesetzten Seiten zwei Metallwülste *FF'* und *EE'* mit Stiften befestigt, deren einer *F'* bis zur Axe *D* reicht, während ein anderer *E'* bis zur Axe *C* reicht. Auf diesen Metallwülsten schleifen auf jedem eine Feder, welche mit den zur Mitte des Cylinders stehenden Klemmschrauben, deren eine *H* Fig. 258 im Durchschnitt ist, und welche Fig. 257 mit *hk* bezeichnet sind, in leitender Verbindung stehen.

Der Strom tritt in *k* ein, geht dann durch den Kommutator nach *A*, durchläuft die beiden Spiralen, indem er von der ersten Spirale über die Klemme *B* zum Teil sichtbare Klemme *g* an dem Stativ her zur zweiten Spirale

1) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXII.

2) Rühmkorff, Comptes Rendus T. XXIII. p. 417 und 538. Jamin, Comptes Rendus T. III. p. 268.

wird, fließt durch den Draht  $LL'$  zum Kommutator und verläßt  
 selben durch die Klemme  $h$ . Wird der Cylinder des Kommutators um

Fig. 257.

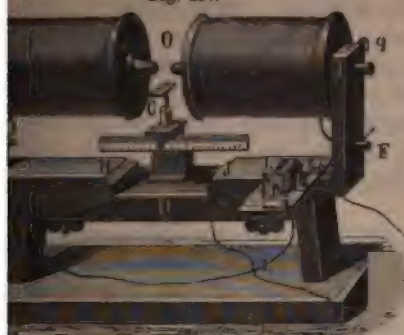
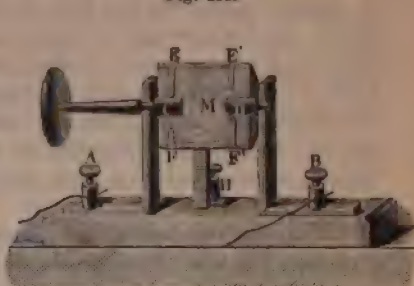


Fig. 258.



gedreht, so fließt der Strom von  $k$  durch den Draht  $LL'$  in die  
 Pole und kehrt durch  $F$  über  $h$  zurück.

Zwischen den Polen befindet sich ein Tischchen  $C$ , auf welches die  
 untersuchenden Gegenstände gelegt werden können. Das Tischchen ist  
 in horizontaler und vertikaler Richtung verschiebbar.

Die Pole können mit verschiedenen Aufsätzen versehen werden, welche  
 an den Enden der Stäbe festgeschraubt werden.

Derartige große Magnete sind sehr geeignet, um andere Stahlmag-  
 nete permanent zu magnetisieren, indem man entweder die zu magneti-  
 sierenden Stäbe über die Pole hinzieht, oder einfach an einen Pol ansetzt  
 und dann mehrfach erschüttert; einen Hufeisenmagnet setzt man als  
 er auf, und wenn er nicht zu groß ist, genügt eine geringe Er-  
 schütterung, um ihn zur Sättigung zu magnetisieren.

### §. 130.

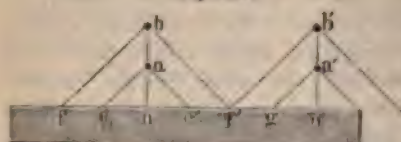
**Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke.** Die Stärke  
 in einem Stabe erregten Magnetismus, d. h. die Größe seines tempo-  
 rären magnetischen Momentes, hängt ab von der Stärke des magneti-  
 sierenden Stromes, der Anzahl Windungen, in welchen derselbe den Stab  
 umgibt, der Weite der Windungen und schließlich von der Größe und  
 der Natur des Stabes.

Die ersten genaueren Versuche über die Abhängigkeit des magneti-  
 schen Momentes von den angeführten Umständen haben Jacobi und Lenz  
 angestellt<sup>1)</sup>. Die Methode, welche sie zur Messung des magnetischen  
 Momentes anwandten, beruht auf Folgendem. Wenn man einen von einer  
 geschlossenen Spirale umgebenen Eisenstab magnetisiert, so wird, wie wir  
 im nächsten Kapitel ausführlicher nachweisen werden, im Momente des  
 Magnetisierens in der Spirale ein elektrischer Strom erregt, welcher nur  
 solange dauert, als der Magnetismus erregt wird, aber aufhört, wenn der  
 Magnetismus des Stabes vollständig ausgebildet ist. Man kann sich davon

1) Lenz und Jacobi, Poggend. Ann. Bd. XLVII.

einen Magnet dem Abstände beider umgekehrt proportional. Ist  $a$  eine um  $an$ ,  $b$  eine um  $bn$  (Fig. 259) von dem Magnet entfernte Windung, und ist der Winkel  $aan$  die Grenze, innerhalb deren die Wirkung

Fig. 259.



des Stromes noch merklich ist, so wird sich die Wirkung der Windung  $b$  relativ ebenso stark über die Strecke  $ff'$  erstrecken, als die Wirkung von  $a$  auf  $ee'$ . Die Wirkung der Windung  $a$  auf den Stab werden wir nun nach dem Gesetze von Biot und Savart gleich setzen

mit  $\frac{M}{an} \cdot ee'$ , die Wirkung von  $b$  dagegen gleich  $\frac{M}{bn} \cdot ff'$ . Da nun aber  $\frac{ee'}{ff'} = \frac{an}{bn}$ , so ist die Wirkung dieser beiden Windungen dieselbe, indem die entferntere Windung in demselben Verhältnisse auf eine grössere Zahl von Molekülen wirkt, als die Wirkung auf jedes einzelne schwächer ist.

An den Enden ist das aber nicht mehr der Fall; die Figur zeigt schon unmittelbar, daß die Windung  $a'$  noch ihre volle Wirkung hat, während die Windung  $b'$  dieselbe nicht mehr hat. Für Spiralen, welche erheblich kürzer oder länger sind als die Kerne, würde man daraus die Unabhängigkeit der magnetisierenden Kraft von der Weite der Spirale folgern.

Um die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Windungszahl der Spiralen zu bestimmen, wurden die eben benutzten Spiralen nacheinander auf den Eisenkern geschoben und der Strom in gleicher Stärke durch eine, zwei oder mehrere Spiralen geleitet. Die Resultate der Beobachtung waren folgende:

Magnetisierende Spiralen	Magnetismen
I	1333
I + II	2640
I + II + IV	3889
I + II + IV + V	5110
I + II + III + IV + V	6391
I + II + III + IV + V + VI	7610

Beachtet man das soeben über den Einfluß der Weite der Windungen Gesagte, so ergibt sich, daß das in dem Stabe erregte magnetische Moment der Zahl der Windungen einfach proportional ist, denn die durch Einwirkung der verschiedenen Spiralen gefundenen Magnetismen sind einfach die Summen der durch die einzelnen Spiralen erhaltenen Magnetismen.

Man wird deshalb das Produkt aus der Stromstärke und der Windungszahl einer Spirale als die magnetisierende Kraft derselben bezeichnen können.

Das aus den Versuchen von Jacobi und Lenz sich ergebende Gesetz, nach welchem das temporäre magnetische Moment der Intensität des magnetisierenden Stromes proportional sein soll, ist später noch mehrmals bestätigt worden. Dasselbe hat sich danach nicht als allgemein richtig

ben, es ist, wie sich aus den ausgedehnten Versuchen Müllers<sup>1)</sup> ergibt, r gültig für Stäbe von nicht zu kleinem Durchmesser, für dünnere Stäbe findet sich, daß die Stärke des Magnetismus langsamer zunimmt; die Stromstärke, daß sich das magnetische Moment einem Maximum nähert.

Die Messung des magnetischen Momentes der Stäbe vollführte Müller durch Beobachtung der Ablenkung, welche die magnetisierten Stäbe dem Magnete eines Magnetometers erteilten. Die Magnetisierungsspirale wurde senkrecht zur Richtung des magnetischen Meridianes aufgestellt und zwar nördlich, ungefähr ein Meter von dem Magnetometer entfernt. Die Ablenkung des Magnetes rührte dann her von der Wirkung der Magnetisierungsspirale und von dem in dem Stabe erregten Magnetismus. Die beiden Einwirkungen wurden dadurch gesondert, daß man zuerst die Ablenkung des Magnetometers durch die Spirale allein beobachtete, und dann, nachdem der Stab in die Spirale eingelegt war. Ist  $\alpha$  der Ablenkungswinkel durch die Spirale allein,  $\alpha_1$  derjenige durch die Spirale und den eingelegten Stab, ist  $M$  das temporäre magnetische Moment des Stabes,  $m$  das der Spirale,  $T$  die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus und  $R$  der Abstand der Magnetisierungsspirale von dem Magnetometer, so ist nach §. 127 und 128

$$2m = R^3 T \cdot \tan \alpha; \quad 2(m + M) = R^3 T \cdot \tan \alpha_1,$$

$$M = \frac{1}{2} R^3 T (\tan \alpha_1 - \tan \alpha).$$

Das permanente magnetische Moment des Stabes erhält man durch eine dritte Beobachtung der Ablenkung des Magnetometers, wenn der magnetisierende Strom unterbrochen ist.

Die Stromstärke bestimmte Müller an einer Tangentenbussole, deren Induktionsfaktor, um die Stromstärke auf chemisches Maß zurückzuführen, gleich 70 war.

Folgende Tabelle enthält die Resultate dreier Versuchsreihen mit Stäben, deren Länge 560 mm betrug; dieselben wurden in eine Spirale mit 780 Windungen gelegt, deren Länge 530 mm war, so daß die Stäbe an beiden Seiten 15 mm aus der Spirale hervorragten.

Die erste Kolumne der Tabelle enthält die Stromstärke  $s$  in chemischem Maße, die zweite  $p$  die magnetisierende Kraft der Spirale, das Produkt aus der Stromstärke und der Windungszahl, die dritte  $m$  die Differenz  $g \alpha_1 - \tan \alpha$ , welcher das magnetische Moment des Stabes proportional ist, und die vierte  $\frac{m}{p}$  den mit 100000000 multiplizierten Quotienten aus dem erregten magnetischen Momente und der magnetisierenden Kraft.

1) Müller, Poggend. Ann. Bd. LXXIX, Bd. LXXXII. Bericht über die Fortschritte der Physik. Braunschweig 1849. S. 464 ff. Daß das magnetische Moment eines Stabes sich einem Maximum nähert, ist durch Messung der Tragkraft von Magneten schon früher von Joule gezeigt worden. Annales of Electricity vol. IV. Philosophical Magazin IV. series vol. II.



## Stabdicke 9 mm

$s$	$p$	$m$	$\frac{m}{p}$
35,665	27819	0,2864	1027
30,436	23740	0,2842	1197
19,933	13288	0,2627	1967
8,569	6705	0,2078	3090
3,913	3052	0,1193	3909.

## Stabdicke 12 mm

35,432	27638	0,5098	1844
17,451	13612	0,4247	3120
8,596	6705	0,2954	4108
4,458	3243	0,1386	4270.

## Stabdicke 15 mm

34,902	27223	0,7335	2694
21,399	16691	0,6228	3731
17,451	13618	0,5648	4147
8,596	6705	0,3092	4611
4,158	3243	0,1541	4748.

## Stabdicke 44 mm, Zahl der Windungen 372

45,633	16975	1,3631	8041
25,753	9580	0,7898	8244
19,810	7369	0,5946	8069
9,093	3383	0,2730	8129
7,973	2946	0,2487	8102.

Hätte das Gesetz von Lenz und Jacobi allgemeine Gültigkeit, so für ein und denselben Stab der Quotient  $\frac{m}{p}$  denselben Wert bev das ist indes nur für den Stab von 44 mm Durchmesser, also den d der untersuchten Stäbe der Fall; für die drei dünnern Stäbe nim der Wert dieses Quotienten stets zu, je schwächer der Strom i ergibt sich daraus, daß das magnetische Moment langsamer wä die magnetisierende Kraft der Spirale. Eine einfache Beziehung z Magnetismus und Stromstärke ließ sich nicht erkennen, indes ge Müller, die Resultate dieser Beobachtungen in einer empirischen zu vereinigen, welche zugleich die Abhängigkeit des temporären M von dem Durchmesser des Stabes in sich aufnimmt. Ist  $d$  der messer des Stabes und sind  $a$  und  $b$  zwei Konstanten, so ergab

$$p = a d^2 \cdot \tan \frac{m}{b d^2}.$$

Die Konstanten  $a$  und  $b$  sind, wenn die Stromstärke in eben Maße (Einheit 1 ccm Knallgas in der Minute) und  $m = \tan \alpha_1$  — gesetzt wird,

$$a = 220, \quad b = 0,00005.$$

Vertauschen wir  $m$  mit dem magnetischen Momente  $M$ , so v

$$b = 0,00005 \cdot R^3 T,$$

und drücken wir die Stromstärke in einem andern Maße aus, so muß  $a$  entsprechend geändert werden.

Für schwächere Ströme ergibt sich auch aus dieser Formel, daß die Magnetismen den Stromstärken proportional sind, denn so lange  $\frac{m}{d^2}$  einen kleinen Wert hat, können wir die Tangente mit dem Bogen vertauschen, und erhalten

$$p = \frac{a}{b} d^{\frac{1}{2}} \frac{m}{d^2}; \quad p = c \frac{m}{\sqrt{d}},$$

und daraus

$$m = \frac{1}{c} p \sqrt{d}.$$

So lange also der Magnetismus der Stromstärke proportional gesetzt werden darf, würde er hiernach für verschiedene Stäbe gleicher Länge  $ch$  der Quadratwurzel aus dem Durchmesser proportional sein.

Nimmt man an, daß diese Formel auch außerhalb der Grenzen der Versuche, aus denen sie abgeleitet ist, ihre Gültigkeit bewahrt, so ergibt sich aus ihr, daß jeder Eisenstab nur bis zu einem bestimmten, an seiner Dicke abhängigen Maximum magnetisiert werden kann, welchem er sich bei stetiger Vergrößerung der magnetisierenden Kraft immer mehr annähert. Denn für  $p = \infty$  muß

$$\frac{m}{b d^2} = \frac{1}{2} \pi$$

$$m = \frac{1}{2} \pi b d^2$$

werden, so daß also das Maximum des temporären Magnetismus, welches verschiedenen Stäben gleicher Länge erreicht werden kann, dem Querschnitte des Stabdurchmessers, resp. seinem Querschnitte proportional sein wird. Setzen wir  $b = c \cdot l$ , worin  $l$  die Länge der Stäbe bedeuten soll,

$$m = 2 c \cdot \frac{1}{4} l d^2 \pi,$$

mit, da  $\frac{1}{4} l d^2 \pi$  das Volumen des Stabes bedeutet,

$$m = 2 c v; \quad \frac{m}{v} = 2 c.$$

Das erreichbare magnetische Moment ist dem Volumen des Stabes proportional, und das der Volumeinheit Eisen zu erteilende magnetische Moment ist gleich der Konstanten  $2 c$ .

Eine ausführliche Prüfung und Bestätigung der Müllerschen Formel später von v. Waltenhofen<sup>1)</sup> gegeben worden. Die von ihm benutzten Stäbe hatten alle die Länge von 103 mm, ihre Durchmesser waren zwischen 1,13 und 28 mm. Die Messungen wurden nach der Methode von Haller ausgeführt, welche v. Waltenhofen nur insofern verbesserte, daß er die Ablenkung, welche die Magnetisierungsspirale allein bewirkte, dadurch subtrahierte, daß er an der andern Seite des Magnets des Magnetometers eine ebensolche Spirale aufstellte, welche den Magnet nach der entgegengesetzten Seite ablenkte. Die letztere Spirale wurde stets so gestellt,

1) von Waltenhofen, Berichte der Wiener Akademie Bd. LII.

daß der Stab des Magnetometers keine abmagnetisierende Stab nicht in die Spirale g  
Weise nur die Ablenkung durch den Magn  
konnte man auch die kleinen Momente, wel  
rende Kräfte den Stäben erteilt wurden, m

Zur Vergleichung der Beobachtung mit  
v. Waltenhofen in letztere anstatt der Durt  
wichte ein, da diese sich mit größerer Genau  
Müllersche Formel wird dann, wenn  $\alpha$  und

$$m = \beta \gamma \arctan \left( \frac{m}{\gamma} \right)$$

Drückt man das Gewicht  $\gamma$  in Gramm  
durch die Anzahl Grade, so daß  $\frac{1}{2} \pi$  gleic  
sich die beobachteten Momente darstellen i

$$\alpha = 1,853$$

$$\beta = 0,01865$$

Die Momente des Stabes sind nach a  
daß  $m$  die Anzahl Millionen Einheiten a  
hielt, und als Einheit der magnetisierend  
welche der Magnetisierungsspirale, die v. Wa  
von einer Million absoluten Einheiten erteil  
tisierungsspirale für sich genommen auf ei  
so wirkte, wie ein Magnetstab, dessen mag  
Million absoluter Einheiten ist.

In folgender Tabelle sind einige der  
Resultate zusammengestellt; die erste Kolu  
den Kräfte, die folgenden die beobachteten  
die Stäbe, deren Gewicht  $\gamma$  über denselben

p	$\gamma = 0,773$		$\gamma = 2,700$		$\gamma = 22,490$	
	m beob.	m ber.	m beob.	m ber.	m beob.	m ber.
1	0,393	0,479	0,549	0,724	1,061	1,25
2	0,732	0,759	1,098	1,366	2,269	2,50
3	0,869	0,909	1,647	1,891	3,366	3,73
4	0,915	0,997	2,242	2,301	4,570	4,91
5	0,938	1,053	2,536	2,620	5,818	6,14
6	0,960	1,092	2,838	2,868	6,955	7,29
7	1,015	1,120	3,003	3,065	8,098	8,42
8	1,038	1,142	3,114	3,229	9,240	9,51
9	1,084	1,139	3,351	3,352	10,438	10,54
10	1,121	1,173	3,297	3,459	11,637	11,57
15	1,166	1,214	3,653	3,798	17,233	15,94

Im großen und ganzen zeigt sich eine  
zwischen Beobachtung und Rechnung, so da  
beobachtungen mit großer Annäherung sich  
wiedergeben lassen. Jedenfalls folgt aus  
Magnetismus des Eisens nur bis zu ein

werden kann, dem er sich mit wachsender magnetisierender Kraft allmählich nähert. Darf man die Müllersche Gleichung auch außerhalb der Beobachtungen noch benutzen, so würde für dieses Maximum, welches dem Werte  $p = \infty$  entspricht, sich ergeben

$$M = 0,01865 \cdot \gamma \cdot 90$$

der die Gewichtseinheit Eisen, das Gramm, dieselbe als Stab gleicher Länge angewandt, könnte das Moment

$$\frac{M}{\gamma} = 1,6785$$

halten, wo die Einheit einer Million absoluten magnetischen Einheiten entspricht. Für das Milligramm Eisen ergäben sich somit 1678,5 absolute Einheiten.

Diese Zahl hat Waltenhofen später<sup>1)</sup> aus seinen und andern Versuchen etwas korrigiert, er findet im Mittel

$$\beta = 0,0236$$

$$\frac{M}{\gamma} = 2,124,$$

so für das Milligramm Eisen, dasselbe in Form eines Stabes gebracht, 2124 absolute magnetische Einheiten. Fromme<sup>2)</sup> erhält aus seinen Beobachtungen den ein wenig größeren Wert 2263.

Aus den Versuchen von Müller und Waltenhofen, so wie der Formel von Müller folgt, daß bis zu gewissen magnetisierenden Kräften der Magnetismus der Stäbe annähernd den Kräften proportional ist, und daß diese Proportionalität um so weiter geht, je dicker die Stäbe sind. Durch einen Versuch von Koosen<sup>3)</sup> angegebenen Versuch läßt sich dieses Verhalten der Stäbe direkt sichtbar machen.

Man leitet einen Strom durch eine Tangentenbussole und eine Magnetisierungsspirale, in welcher sich ein Eisenstab befindet. Die Magnetisierungsspirale wird so gestellt, daß sie ebenfalls ablenkend auf die Nadel der Tangentenbussole wirkt, und dann der Strom so durch sie hindurchgeführt, und ihr Abstand von der Bussole so geregelt, daß die Wirkung des Stromes und der den Eisenstab enthaltenden Magnetisierungsspirale auf die Nadel der Tangentenbussole sich gerade aufheben. So lange dann das magnetische Moment des Stabes der magnetisierenden Kraft proportional ist, müssen die beiden Wirkungen auf die Nadel sich bei jeder Stromstärke aufheben, und die Nadel der Tangentenbussole darf nicht abgelenkt werden, welches auch die Stromstärke ist.

Als Koosen nun einen Eisenstab von 27 mm Durchmesser in die Magnetisierungsspirale legte, zeigte sich auch keine Ablenkung, selbst als er Stromstärken anwandte, welche für sich die Nadel der Tangentenbussole um 60° ablenkten, nachdem er den Apparat so aufgestellt hatte, daß bei jeder Stromstärke, welche die Nadel der Bussole um 10° ablenkte, die Ablenkungen kompensiert waren. Bei dünnern Stäben erhielt er jedoch mit

1) von Waltenhofen, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

2) Fromme, Wiedem. Ann. Bd. XIII.

3) Koosen, Poggend. Ann. Bd. LXXXV.

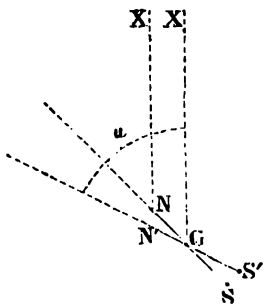


wachsender Stromstärke Ablenkungen, die zeigten, daß das magnetische Moment des Stabes langsamer zunahm als die Stromstärke<sup>1)</sup>.

W. Weber<sup>2)</sup> hat aus der Theorie der drehbaren Molekularmagnete einen Ausdruck für das magnetische Moment, welches durch irgend eine magnetisierende Kraft erregt wird, abgeleitet, welcher ebenfalls zeigt, daß das magnetische Moment sich mit wachsender Stromstärke einem bestimmten Maximum nähert, welches erreicht ist, wenn sämtliche Moleküle des Magnets der magnetischen Axe parallel gelagert sind.

Es sei, um den Weg anzudeuten, auf welchem man zu diesem Ausdrucke gelangt,  $N'S'$  (Fig. 260) die natürliche Lage eines Molekularmagnets, welcher um seinen Mittelpunkt drehbar ist; durch eine der Richtung  $CX$  parallele magnetisierende Kraft  $X$  sei derselbe um den Winkel  $N'CN = \varphi$  gedreht.

Fig. 260.



Die auf den Magnet einwirkenden Molekularkräfte, von deren Vorhandensein uns die einzige Thatsache überzeugt, daß bei dem weichen Eisen der temporäre Magnetismus fast vollständig, bei dem Stahl zum Teil verschwindet, üben auf den Magnet eine der Richtung  $N'S'$  parallele Direktionskraft aus; sei dieselbe gleich  $D$ . Würde man nun annehmen dürfen, daß diese Direktionskraft auch in dem magnetisierten Stabe dieselbe bleibt, obgleich die naheliegenden Moleküle ebenfalls eine

Drehung erfahren, so würde bei einer Drehung des Magnets  $N'S'$  um  $\varphi$  die ihn zurücktreibende Kraft  $D \cdot \sin \varphi$  sein. Das ist nun zwar wohl nicht der Fall, indes wird man unter Annahme dieses Wertes doch wohl eine dem wahren Werte der den Molekularmagnet in seine Gleichgewichtslage zurückführenden Kraft nahe kommende Voraussetzung machen, besonders bei dem Eisen, in welchem die Moleküle nach Aufhören der magnetisierenden Kraft in ihre Gleichgewichtslage zurückkehren.

Die magnetisierende Kraft  $X$  sucht den Magnet parallel  $CX$  zu stellen; ist der Winkel  $N'CX$ , welchen dieselbe mit  $N'S'$  bildet, gleich  $u$ , so wird die in der Lage  $NS$  auf den Magnet wirkende Kraft sein

$$X \cdot \sin(u - \varphi).$$

Ist nun  $NS$  die neue, unter Einwirkung der Kraft  $X$  erreichte Gleichgewichtslage, so ist die Bedingung derselben

$$X \cdot \sin(u - \varphi) = D \cdot \sin \varphi$$

$$\tan \varphi = \frac{X \cdot \sin u}{D + X \cdot \cos u}.$$

Ist auf diese Weise der Winkel  $\varphi$  bestimmt, so läßt sich daraus

1) Ähnlich wie bei Eisen ist auch die Abhängigkeit des magnetischen Moments von der magnetisierenden Kraft bei Nickel und Kobalt. Man sehe Hankel, Wiedem. Ann. Bd. I. H. Becquerel, Annales de chim. et de phys. 5. série T. XVI. Rowland, Philosoph. Magazin. 4. series vol. XLVI und vol. XLVII.

2) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus. S. 566 ff.

nen, um wie viel die der Richtung  $CX$  parallele Komponente des Molekularmagnets zugenommen hat. Ist  $m$  das der Axe des Molekularmagnets parallele Moment, so war in der natürlichen Gleichgewichtslage die  $CX$  parallele Komponente desselben

$$m \cdot \cos u,$$

bei der Drehung um den Winkel  $\varphi$  ist es dann

$$m \cdot \cos (u - \varphi),$$

also ist die Zunahme

$$x = m \{ \cos (u - \varphi) - \cos u \}.$$

wickelt man aus dem gefundenen Werte für  $\tan \varphi$  die Werte von  $\varphi$  und  $\sin \varphi$ , so wird

$$x = m \left\{ \frac{X + D \cdot \cos u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2XD \cdot \cos u}} - \cos u \right\}.$$

Da in einem natürlichen Eisenstabe die Molekularmagnete alle möglichen Lagen haben, so ist die Summe der Komponenten parallel  $CX$ , bevor Magnetisierung eintrat, gleich null, und das temporäre magnetische Moment nach der Magnetisierung ist gleich der Summe aller  $x$  für die möglichen Elemente des Stabes.

In dem körperlichen Elemente des Stabes, dessen Mittelpunkt  $C$  ist, sind nun  $n$  solcher Molekularmagnete vorhanden; dieselben liegen im natürlichen Zustande des Stabes nach allen möglichen Richtungen des Stabes gerichtet. Die Zahl derjenigen, welche mit der Richtung  $CX$  Winkel bilden, welche zwischen  $u$  und dem davon unendlich wenig veränderten Werte  $u + du$  liegen, verhält sich deshalb zu der gesamten Zahl  $n$  der Moleküle, wie eine Kugelzone, deren Radius  $\sin u$ , deren Höhe  $du$  ist, zur Oberfläche der ganzen Kugel, deren Radius gleich 1 also wie

$$2\pi \sin u du : 4\pi;$$

Zahl derselben ist somit

$$\frac{n \sin u du}{2}.$$

Moment aller dieser Molekularmagnete ist somit

$$y = \frac{mn}{2} \left\{ \frac{X + D \cos u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2DX \cos u}} - \cos u \right\} \sin u du.$$

Wenn wir erhalten wir das Moment  $M_0$  des ganzen körperlichen Elementes, wenn wir die Summen aller Werte  $y$  bilden für alle Werte, welche  $u$  annehmen kann, also für alle zwischen 0 und  $\pi$  liegenden Werte oder

$$M_0 = \frac{mn}{2} \int_0^\pi \left\{ \frac{X + D \cos u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2DX \cos u}} - \cos u \right\} \sin u du.$$

Da nun

$$\frac{mn}{2} \int_0^\pi \cos u \sin u du = \frac{mn}{2} (\sin^2 \pi - \sin^2 0) = 0,$$

so wird

$$M_0 = \frac{mn}{2} \int_0^\pi \frac{X + D \cos u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2DX \cos u}} \sin u \, du.$$

Diese Summe ist, wie sich bei einer Durchführung der Integration und unter Beachtung, daß wegen

$$\sin \varphi = \frac{X \sin u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2DX \cos u}}$$

weil  $\sin \varphi$  nur positiv sein kann, der Nenner

$$\sqrt{X^2 + D^2 + 2DX \cos u}$$

stets positiv sein muß, da  $\sin u$  stets positiv ist für alle Werte zwischen 0 und  $\pi$ , ergibt<sup>1)</sup>

$$M_0 = \frac{2}{3} mn \frac{X}{D}, \text{ wenn } D > X$$

$$M_0 = mn \left\{ 1 - \frac{1}{3} \frac{D^2}{X^2} \right\}, \text{ wenn } D < X.$$

Es ergibt sich somit, daß die Abhängigkeit des magnetischen Momentes des betrachteten körperlichen Elementes von der magnetisierenden je nach dem Verhältnis derselben zu der molekularen Direktionskraft ganz verschiedene ist; so lange die magnetisierende Kraft kleiner als die molekulare Direktionskraft, muß darnach das magnetische Moment des körperlichen Elementes der magnetisierenden Kraft proportional sein, wird dagegen die magnetisierende Kraft größer als die molekulare Direktionskraft, so wächst das magnetische Moment langsamer und nähert sich dem Werte

$$M_0 = mn,$$

wenn  $X = \infty$  wird. In dem Falle sind alle Molekularmagnete des körperlichen Elementes der Richtung der magnetisierenden Kraft parallel gerichtet.

Aus dem magnetischen Momente des körperlichen Elementes läßt sich man das temporäre Moment des ganzen Stabes unter der Voraussetzung bilden, daß an allen Stellen desselben die gleiche magnetisierende Kraft ist, indem man jetzt die Summe der Werte  $M_0$  für alle Elemente des Stabes bildet. Wie man sieht, hängt deshalb das Moment des Stabes von seiner Größe, Dichtigkeit und Gestalt ab.

Für einen Stab, dessen Querschnitt gegen die Länge sehr klein ist, so daß man ihn als ein Rotationsellipsoid betrachten kann, dessen Axialdurchmesser gegen die Rotationsaxe verschwindend klein ist, ergibt sich, wie im nächsten Paragraphen hervortreten wird, wenn  $X > D$

$$M = Cg \left( 1 - \frac{1}{3} \frac{D^2}{X^2} \right),$$

wenn  $g$  das Gewicht des Stabes und  $C$  sowie  $D$ , die Direktionskraft der Moleküle, zwei von der Natur des Stabes abhängige Konstanten sind. Die Konstante  $C$  bedeutet das in der Gewichtseinheit des Stabes, unter  $V$

1) Röber, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

der dem Stabe gleichen Form zu erreichende Maximum des magnetischen Momentes.

Da die magnetisierende Kraft  $X$  kleiner als  $D$ , wird der Wert des Momentes in diesem Falle

$$M = \frac{1}{3} Cg \frac{X}{D}.$$

dem ersten aus der Theorie von Weber abgeleiteten Ausdrucke, für groÙe magnetisierende Kräfte gilt, stimmen die Resultate einer von Weber angestellten Versuchsreihe recht gut überein. Weber umgab einen Eisenstab von 3,6 mm Durchmesser und 100,2 mm Länge mit einer Spirale, welche bedeutend länger war als der Stab, so daÙ derselben wirkende magnetisierende Kraft der ganzen Länge des Stabes nach als gleich angenommen werden kann; das magnetische Moment des Stabes wurde, wie von Müller, durch die Ablenkung eines Magnetometers gemessen. Um die Ablenkung des Magnetometers durch die Spirale zu eliminieren, wurde das Ende des Spiraldrahtes zweimal in umgekehrter Richtung um die Mitte der Spirale in weiten Kreisen herumgewunden, so daÙ der von diesen Windungen begrenzte Flächenraum dem von den Windungen der engeren Spirale begrenzten gleich war. Dadurch wird die Wirkung der Spirale auf das Magnetometer aufgehoben. Die Stromstärke wurde mit einer Tangentenbussole nach absolutem Maß gemessen; die magnetisierende Kraft daraus berechnet ist in folgender Tabelle unter der Kolumne  $X$  verzeichnet.

Das beobachtete, ebenfalls in absolutem magnetischen Maße ausgemessene magnetische Moment wurde durch das in Milligrammen ausgeglichene Gewicht des Stabes dividiert, und so das Moment eines dem unteren Gestalt gleichen Stabes, dessen Gewicht der Einheit gleich kommt. Die folgende Tabelle enthält dieses Moment unter  $\frac{M}{g}$  beob.

Die dritte Kolumne enthält das nach der Weberschen Formel von unten<sup>1)</sup> berechnete Moment.

$X$	$\frac{M}{g}$	
	beobachtet	berechnet
658,9	911,1	911,1
1381,5	1424,0	1595,0
1792,0	1547,9	1686,9
2151,0	1627,3	1721
2432,8	1680,7	1744
2757,0	1722,7	1757
3090,6	1767,3	1767,3
3186,6	1787,7	1769
2645,6	1707,9	1742,4
2232,1	1654,0	1730
1918,7	1584,1	1702,2
1551,2	1488,9	1646
1133,1	1327,9	1404,4
670,3	952,0	942,6.

$$C = 1808$$

$$D = 803,8$$



Die Konstanten  $C$  und  $D$  wurden aus dem ersten und letzten Versuche der ersten Reihe, bei aufsteigenden Stromstärken berechnet.

Die bei absteigenden Stromstärken beobachteten Werte von  $M$  zeigen, daß das Eisen keine merkliche Koercitivkraft besaß, daß also von dem langsameren Wachsen des magnetischen Momentes nicht herrührte.

Für das Maximum des magnetischen Momentes, welches der Gewichteinheit Eisen erteilt werden kann, ergibt sich hiernach

$$C = 1808,$$

ein Wert, der etwas kleiner ist als der von Waltenhofen abgeleitet.

Den aus der Weberschen Theorie sich ergebenden Gang der magnetischen Momente, wonach dieselben sich bis zu dem Momente  $M = Cg$  durch eine gerade Linie, dann weiter durch eine Kurve darstellen lassen, welche sich asymptotisch dem Werte  $M = Cg$  nähert, hat Dub<sup>2)</sup> in einer Reihe von Versuchen zu prüfen unternommen. Bei dicken Stäben von etwa 2 cm Durchmesser an, fand er den Magnetismus, soweit er bei diesen Versuchen ging, der Stromstärke proportional, bei geringeren Durchmessern dagegen ergaben sich die magnetischen Momente bis zu einer gewissen Stromstärke derselben proportional, dann aber langsamer wachsend als diese. In der That stimmen die Beobachtungen mit den Gleichungen ziemlich gut überein, wie unter anderen folgende Reihe zeigt, die an einem Stabe von 21 cm Länge und 1,3 cm Dicke gefunden wurde. Die Stromstärken  $X$  sind durch die mit 10000 multiplizierten Tangenten des Ablenkungswinkels einer Tangentenbusssole, und ebenso die magnetischen Momente durch die mit derselben Zahl multiplizierten Tangenten des Ablenkungswinkels gegeben, um welche eine 78 cm von der Mitte des Stabes entfernt aufgehängte Nadel abgelenkt wurde.

$X$	$M$	
	beob.	ber.
522	1161	1224
875	2011	2045
1228	2867	2870
1583	3788	3763
1944	4610	4543
2309	5514	5396
2679	6340	6161
2776	—	6488
3057	7099	7057
3640	7794	7848
4245	8391	8344
4663	8616	8584

$$\frac{M}{X} = 2,337$$

$$Cg = 9732$$

$$D = 2776$$

Die Konstante  $Cg$  wurde aus den letzten 4 Werten und dann die Konstante  $D$  aus der Gleichung

1) Eine genauere Berechnung dieser Versuche, welche das Webersche Gesetz nicht als ein unendlich gestrecktes Ellipsoid betrachtet, liefert indeed  $C$  einen mit dem Waltenhofenschen näher übereinstimmenden Wert, etwa

2) Dub, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

$$\frac{M}{X} = \frac{2}{3} \frac{Cg}{D}$$

t. Wie man sieht, stimmen die mit diesen Konstanten berechneten von  $M$  mit den beobachteten ziemlich gut überein.

Verlauf der beobachteten Werte, so lange sie nach der Gleichung magnetisierende Kraft proportional sein sollten, läßt indes erkennen, doch nicht in aller Strenge der Fall ist, er zeigt vielmehr, daß magnetischen Momente etwas rascher wachsen als die magnetisierende

diesen Verlauf der magnetischen Momente hat zuerst Wiedemann gemacht<sup>1)</sup> bei der Untersuchung des magnetischen Verhaltens von Stäben verschiedener Länge und verschiedenen Quer-

Es zeigte sich bei denselben stets, daß die magnetischen Momente steigender magnetisierender Kraft anfangs rascher wachsen als die wirkende Kraft, daß sie dann aber, ohne eine Zeitlang der magnetisierenden Kraft proportional zu sein, entsprechend dem Weberschen Gesetz langsamer wachsen. Diesen Gang läßt unter anderen folgende Versuchsreihe erkennen, in welcher die Stromstärken  $J$  durch eine Wiedemannsche Tangentenbussole, und die magnetischen Momente  $M$  nach der Methode von Müller beobachtet wurden. Die Länge des Stabes war 10,3 mm, die Dicke 10,3 mm.

$M$	$\frac{M}{J}$	$J$	$M$	$\frac{M}{J}$
11,63	2,500	48,03	173,1	3,602
23,42	2,982	56,04	193,2	3,446
52,82	3,639	61,31	207,6	3,310
73,24	3,758	74,91	230,9	3,072
99,82	3,807	83,10	244,0	2,935
115,8	3,845	87,78	249,7	2,844
158,4	3,798	107,3	273,9	2,553.

an dicken Stäben dauert das raschere Ansteigen des Magnetismus länger als bei dünnern Stäben, es dauert dort noch bei magnetisierenden Kräften fort, bei welchen für dünnere Stäbe der Wendepunkt überschritten ist. Es ergibt sich das außer aus den Versuchen von Wiedemann aus den vorhin zum Teil angeführten Versuchen von Waltenhofen<sup>2)</sup>. Je dünner die zu den Versuchen benutzten Stäbe sind, von je geringeren magnetisierenden Kräften man ausgeht, um so früher tritt dieser Gang der magnetischen Momente hervor, wie man aus anderen folgenden drei Versuchsreihen, welche von Quintus Icilius<sup>3)</sup> erhalten sind, sehr schön erkennen lassen. Die untersuchten Stäbe waren ellipsoide, bei Nr. 1 war die Rotationsaxe 199, der Äquatorialradius 1,97 mm, bei Nr. 2 erstere 200 mm, letztere 20,41 mm und

Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. CXVII. Auch Galvanismus Bd. II, 1. Aufl.

von Waltenhofen, Sitzungsberichte der Wiener Akademie Band LIII

von Quintus Icilius, Poggend. Ann. Bd. CXXI.

2. Physik. IV. 4. Aufl.



bei Nr. 3 erstere 51mm, letzterer 19,84mm lang. Die Kolumne  $\frac{m}{X}$  giebt die Quotienten des magnetischen Momentes der Volumeinheit, dasselbe ausgedrückt in absoluten Einheiten, und der magnetisierenden Kraft. Die Stäbchen wurden nach und nach in die Mitte derselben Spirale gebracht.

Nr. 1		Nr. 2		Nr. 3	
X	$\frac{m}{X}$	X	$\frac{m}{X}$	X	$\frac{m}{X}$
2,7	27,1	2,7	3,88	28,1	0,564
6,3	33,7	6,2	4,01	68,5	0,566
16,6	52,4	18,6	4,17	135,5	0,593
38,6	70,8	37,8	4,23	230,1	0,595
63,2	73,4	68,4	4,35	285,4	0,595
74,7	73,5	74,5	4,36	377,0	0,577
94,5	70,8	95,5	4,34	418,1	0,626
235,0	47,2	188,0	4,46	767,9	0,604
364,0	32,8	260,6	4,52	983,3	0,615
		361,5	4,47	1170,5	0,629

Wie man sieht, zeigt das dünnste Ellipsoid diesen Gang in höchst auffallender Weise, während die beiden dickern innerhalb dieser Versuchsgrenzen ein der Stromstärke nahezu proportionales magnetisches Moment zeigen.

Zu ganz ähnlichen Resultaten in Bezug auf den Gang der magnetischen Momente gelangten später Oberbeck<sup>1)</sup> und Stoletow<sup>2)</sup>, Rowland<sup>3)</sup>, Riecke<sup>4)</sup>, Fromme<sup>5)</sup>, Bauer<sup>6)</sup>, H. Meyer<sup>7)</sup> u. a., auf deren Arbeiten wir noch an einer anderen Stelle eingehen werden; wir werden dann auch andeuten können, daß die annähernde Proportionalität zwischen  $m$  und  $X$  bei den Stäben Nr. 2 und Nr. 3 in ihrer Form begründet ist.

Der aus den vorgeführten Versuchen für kleinere Werte von  $X$  sich ergebende eigentümliche Verlauf der magnetischen Momente läßt sich mit der Weberschen Theorie der drehbaren Molekularmagnete nur durch die Annahme vereinigen, daß die molekulare Direktionskraft nicht von der Lage der Moleküle unabhängig ist, daß dieselbe vielmehr kleiner wird, wenn die Moleküle aus ihrer natürlichen Gleichgewichtslage herausgebracht sind. Daß eine derartige Veränderlichkeit von  $D$  möglich ist, ergiebt sich nach Wiedemann<sup>8)</sup> aus der schon im ersten Abschnitte erwähnten Thatsache, daß Erschütterungen das temporäre Moment auch eines weichen Eisenstabes, der sich unter dem Einflusse einer konstanten magnetisierenden Kraft befindet, wesentlich vermehren, so daß die Moleküle durch eine Art Reibung der Ruhe in der Bewegung gehindert werden, welche ihnen durch die magnetisierende Kraft erteilt werden würde, und so

1) Oberbeck, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

2) Stoletow, Poggend. Ann. Bd. CXLVI.

3) Rowland, Philosophical Magazin 4 series vol. XLVI.

4) Riecke, Poggend. Ann. Bd. CXLIX; Wiedem. Ann. Bd. XIII.

5) Fromme, Poggend. Ann. Ergänzungsbd. VII. Poggend. Ann. Bd. CLII.

6) Bauer, Wiedem. Ann. Bd. XI.

7) H. Meyer, Wiedem. Ann. Bd. XVIII.

8) Wiedemann, Galvanismus. Bd. II, 1 §. 328. 2. Aufl.

Überwindung dieser Reibung durch mechanische Erschütterungen die magnetische Gleichgewichtslage annehmen. Es ist nun durch-  
 unmöglich, daß dieser eigentümliche Bewegungswiderstand ab-  
 weichen sich die Moleküle aus der Gleichgewichtslage entfernen.  
 zu kann noch ein zweiter Umstand kommen, indem die bereits  
 eh gerichteten Moleküle selbst auf einander und die Nachbarmole-  
 dem Sinne einwirken, daß sie der parallelen Lage näher gebracht  
 als es allein durch die äußere magnetisierende Kraft geschieht. So  
 dem Körper überhaupt nur wenige Moleküle gerichtet sind, so  
 etwa nach der Weberschen Gleichung die Momente den magne-  
 Kräften proportional sein würden, muß dann infolge dieses  
 es das magnetische Moment ebenfalls rascher wachsen als die  
 magnetisierende Kraft<sup>1)</sup>).

§. 131.

**Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Beschaffen-**  
**Stäbe.** Wir sahen in dem ersten Abschnitte dieses Theiles, daß  
 netismus, welchen ein Stab unter dem Einflusse magnetisierender  
 hält, wesentlich abhängt von der Beschaffenheit des Stabes, seiner  
 en oder physikalischen Natur, seiner Form und GröÙe. Wir konnten  
 diese Abhängigkeit nur sehr im allgemeinen charakterisieren, da wir  
 stande waren die magnetisierenden Kräfte exakt zu messen; in dem  
 Paragraphen haben wir nun in Spiralen, welche von galvanischen  
 durchflossen werden, magnetisierende Kräfte erhalten, deren GröÙe  
 zu bestimmen können; wir sind daher jetzt imstande, die damals  
 n allgemeinen Resultate zu vervollständigen.

z zunächst die Stärke des Magnetismus in verschiedenen Eisen-  
 sorten betrifft, so haben wir bereits §. 12 gesehen, daß diese  
 her magnetisierender Kraft sehr verschieden sein kann.

gilt das nach den Versuchen Müllers<sup>2)</sup> sowohl von dem temporären  
 eben Momente als auch von dem permanenten, und dabei zeigt sich  
 neinen, daß, je größer das temporäre Moment ist, je vollständiger  
 Magnetisierung durch eine gegebene magnetisierende Kraft ist, um  
 r das permanente Moment ist. Müller legte in eine Spirale, durch  
 in Strom von drei doppelten Bunsenschen Elementen hindurch ging,  
 n 16,7 cm Länge und 6 mm Dicke, und fand nach der vorhin be-  
 en Methode

	das temporäre Moment	Bleibende Ablenkung des Magnetometers nach Unter- brechung des Stromes
Schmiedeeisen	0,490	0°
gewalztes Eisen	0,474	0°
geglühter Stahl	0,404	3,5°
angelassener Stahl	0,393	7°
harter Stahl	0,259	9°
Guß Eisen	0,220	1°

Man sehe über diesen Punkt auch *Stefan*, Berichte der Wiener Aka-  
 L. LXIX.

*F. Müller* in Freiburg. *Poggend. Ann.* Bd. LXXXV.



Mit Ausnahme des Gufseisens also zeigt die Behauptung bestätigt, daß je größer das temp kleinere der bleibende Magnetismus ist; es folgt Wesen der Koerzitivkraft, denn mit der Größe manente Magnetismus eines Stabes, zugleich aber die Molekularmagnete in ihrer Gleichgewichtslage derselben muß also die zur Erzielung eines best liehe Kraft zunehmen. Damit ist auch die au abgeleitete Formel in Übereinstimmung, denn die die Direktionskraft der Moleküle, ist eigentlich Koerzitivkraft. Je größer aber  $D$  ist, um so  $X$  der Wert des temporären Momentes  $M$ .

Diese Abhängigkeit des temporären Momentes und Stahlstäbe erschwert die Untersuchung al Momentes von der Form und Größe der Stäbe, gleichung zweier Stäbe sicher sein kann, daß die der verglichenen Stäbe dieselbe ist.

Die Frage nach der Abhängigkeit des temp Form und Größe der Stäbe bei gleicher magnetisi gestellt werden, nämlich es kann entweder auf j Stabes dieselbe magnetisierende Kraft wirken, magnetisierende Kraft dieselbe sein, wobei dan verschiedenen Stäbe sehr verschiedenen Kräften Ein Beispiel wird das klar machen. Umwickeln Durchmessers, aber verschiedener Länge, mit Spil Längen aber gleich den Längen der Stäbe sin Spiralen Ströme gleicher Intensität fließen, so w beider Stäbe die gleiche magnetisierende Kraft. Stäbe wirkenden magnetisierenden Kräfte verhält der Spiralen. Legt man aber Stäbe verschieden selbe Spirale, oder besser noch, umwindet man Länge mit einer gleichen Anzahl von Windun Stäbe wirkende gesamte magnetisierende Kraft Längeneinheit wirkende Kraft verhält sich umg Stäbe.

Gleiches gilt, da die magnetisierende Kraft v gen nicht ganz unabhängig ist, bei Anwendung Durchmesser.

Um nun bei diesen Untersuchungen allge Resultate zu erhalten, würde es notwendig sein, würden, daß bei den einzelnen Versuchen auf nutzten Stäbe gleiche magnetisierende Kräfte wirk keit des Momentes von der magnetisierenden Kra die beiden aufgestellten Fragen beantworten kön sich schon aus dem vorigen Paragraphen ergibt, Magnetisierungsspiralen anwenden würde, welche wären als die untersuchten Stäbe, und deren Dur aller zu vergleichenden Stäbe sehr bedeutend ist als zwischen dem Durchmesser der Stäbe und d

zu gleich ansehen könnte. Dabei müßten aber immer die Durchmesser der Spiralen gegen die Längen nur sehr klein sein<sup>1)</sup>. Annähernd allgemein gültige Resultate würde man auch erhalten können, wenn man, immer unter Beachtung der obigen Regeln, stets die Verhältnisse zwischen den Dimensionen der Spiralen und der untersuchten Stäbe gleich wählte, da die auf die einzelnen Teile der Stäbe wirkenden Kräfte dann zwar nicht gleich, aber doch für die ähnlich liegenden Teile der Stäbe in einem konstanten Verhältnisse ständen.

Allgemein gültige Gesetze über die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Gestalt und Gröfse der zu magnetisierenden Eisenkörper lassen sich selbst unter der Voraussetzung einer in allen Punkten des zu magnetisierenden Körpers ganz gleichen äußern magnetisierenden Kraft nur für solche Körper erhalten, welche eine ganz bestimmte geometrische Gestalt haben, wie sich das unmittelbar aus der von Poisson entwickelten Theorie des Magnetismus ergibt<sup>2)</sup>. Eine ausführliche Besprechung dieser Theorie ist uns nicht möglich, wir können hier nur kurz den Gedanken-gang darlegen, welcher dieser Theorie zu Grunde liegt.

Poisson geht dabei von der älteren Ansicht aus, daß der Akt des Magnetisierens in einer Scheidung der magnetischen Flüssigkeiten besteht, deren jedes Molekül des Eisens in unerschöpflicher Menge besitzt. Diese beiden Flüssigkeiten können durch magnetisierende Kräfte in dem Molekül getrennt werden, können aber das Molekül selbst nicht verlassen. Außerdem setzt die Entwicklung von Poisson voraus, daß die beiden Magnetismen nur durch die magnetisierenden Kräfte von einander getrennt erhalten werden, daß sie nach aufgehörender Wirkung der Kräfte sofort wieder zusammenfließen, er nimmt also den zu magnetisierenden Körper als ohne jegliche Koercitivkraft an. Die Entwicklungen gelten also nur für weiches Eisen.

Denken wir uns ein Element eines Eisenstabes, dessen Volumen gleich  $v$  sei, und wirke auf dasselbe nach irgend einer Richtung eine magnetisierende Kraft ein, welche innerhalb des ganzen Elementes konstant und gleich  $P$  sei: es sei also etwa die magnetisierende Kraft der Erdmagnetismus; so ist das durch diese Kraft in dem Elemente parallel der Richtung der Kraft erzeugte magnetische Moment

$$k v P,$$

worin  $k$  eine nur von der Natur des Eisens abhängige Gröfse ist, welche Poisson konstant setzt, so daß er also das erregte Moment der magnetisierenden Kraft einfach proportional setzt. Daraus folgt dann sofort, daß das Moment des Elementes parallel einer Richtung, welche mit der der magnetisierenden Kraft einen Winkel  $\vartheta$  bildet, gegeben ist durch

$$k v P \cos \vartheta.$$

Die Grundlage der Rechnungen, welche den magnetischen Zustand eines Körpers, welcher der Einwirkung irgendwelcher magnetisierenden

1) Man sehe *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere *Diamagnetismus* S. 546 ff.

2) *Poisson*, *Mémoires de l'Acad. des sciences de l'Institut de France* T. V und T. VI *Années* 1821, 1822, 1823.



Kräfte unterliegt, bestimmen, erhalten wir nun durch folgende Überlegungen. Das magnetische Moment eines Körpers erhalten wir, wenn wir das Moment seiner einzelnen Elemente als Funktion deren Lage im Innern des Körpers kennen; wir haben dann nur die Summe aller Momente für den ganzen Körper zu bilden. Es handelt sich also um die Bestimmung des Momentes irgend eines Elementes.

Man betrachtet dazu die Einwirkung der scheidenden Kräfte auf einen Punkt im Innern eines Elementes; wir können derselben drei unterscheiden. Zuerst nämlich die äußern magnetisierenden Kräfte, welche auf den Körper einwirken. Bezeichnen wir die Potentialfunktion der äußern Kräfte in Punkte, den wir betrachten, mit  $V$ , so ist nach der Potentialtheorie die Kraft, welche die in dem betrachteten Punkte vorhandenen gedachten Einheit der magnetischen Flüssigkeiten parallel den drei Koordinatenachsen verschieben sucht,

$$+\frac{\partial V}{\partial x} \quad +\frac{\partial V}{\partial y} \quad +\frac{\partial V}{\partial z},$$

worin das obere Vorzeichen für den Magnetismus der einen, also etwa den Nordmagnetismus, der untere für den der andern Art gilt.

Durch die wirksamen äußern Kräfte werden alle Elemente des Körpers in den polaren Zustand versetzt, dadurch wirken diese nun aber ebenfalls auf die in dem betrachteten Punkte vorhandenen Magnetismen ein, und suchen dieselben in irgend einer Art von einander zu trennen. Diese Einwirkung tritt als zweite zu der eben betrachteten hinzu. Nennen wir die Potentialfunktion der Magnetismen derjenigen Elemente, welche in endlicher Entfernung von dem betrachteten Elemente sich befinden, in dem betrachteten Punkt  $U$ , so erhalten wir die in dem betrachteten Punkte wirksamen Kräfte gerade wie oben nach der Richtung der drei Koordinatenachsen in den drei Differentialquotienten

$$+\frac{\partial U}{\partial x} \quad +\frac{\partial U}{\partial y} \quad +\frac{\partial U}{\partial z}.$$

Außerdem wirken aber drittens die Magnetismen derjenigen Elemente, welche sich in molekularen Entfernungen von dem betrachteten Elemente befinden, und die in dem Elemente selbst bereits geschiedenen Magnetismen auf den betrachteten Punkt ein. Nun weist Poisson nach, daß die in molekularen Entfernungen sich befindenden Elemente in ihren Wirkungen sich aufheben<sup>1)</sup>; es bleiben also nur die Wirkungen der in dem Elemente selbst geschiedenen Magnetismen übrig. Diese suchen die dort vorhandenen Magnetismen zu scheiden, indem der freie Nordmagnetismus den in dem Punkte vorhandenen Südmagnetismus anzieht, den Nordmagnetismus abstoßt. Nennen wir die magnetischen Momente des Elementes, dessen Volumen gleich  $i$  sei

$$\begin{array}{ll} \text{parallel } x & \dots \alpha i \\ \text{,, } y & \dots \beta i \\ \text{,, } z & \dots \gamma i, \end{array}$$

1) Einwendungen gegen die zu diesem Resultate führenden Betrachtungen man Feilitzsch: Galvanische Fernwirkungen. Karlsruher Encyclopädie XIX S. 680 ff.

so wird die hierdurch auf die in dem betrachteten Punkte gedachte Einheit des Magnetismus ausgeübte Wirkung gleich dem Produkte aus den erwähnten Momenten und diesem gedachten Magnetismus, also

$$+ \alpha i + \beta i + \gamma i.$$

Dies sind die auf den Magnetismus des betrachteten Punktes wirkenden scheidenden Kräfte; soll nun ein konstanter magnetischer Zustand des Körpers erreicht sein, so müssen in allen Punkten des Körpers diese Kräfte sich aufheben, wir erhalten also als Gleichgewichtsbedingung folgende drei Gleichungen:

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} + \alpha i = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial y} + \beta i = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial z} + \gamma i = 0.$$

Wir können ebenfalls die letzten Glieder dieser Gleichungen als eine Funktion der Koordinaten darstellen. Bezeichnet  $\varphi$  die Potentialfunktion einer magnetisierenden Kraft, welche dem Elemente  $i$ , mit den Koordinaten  $x, y, z$ , dasselbe isoliert gedacht, das Moment  $\alpha i$  parallel  $x$ ,  $\beta i$  parallel  $y$ ,  $\gamma i$  parallel  $z$  erteilen würde, so können wir schreiben

$$\alpha i = ki \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad \beta i = ki \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad \gamma i = ki \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

worin  $k$  die schon vorher eingeführte Konstante ist; denn die Differentialquotienten bedeuten die parallel den betreffenden Richtungen wirkenden Kräfte, von denen wir annehmen dürfen, daß sie in dem unendlich kleinen Raume  $i$  überall den gleichen Wert haben.

Daß es eine solche Funktion  $\varphi$  unter den hier vorausgesetzten Umständen geben muß, folgt schon aus den vorhergehenden Gleichungen, nach denen z. B.

$$\alpha i = - \left( \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} \right) = - \frac{\partial (V + U)}{\partial x}.$$

Hiernach sind die drei Bedingungsgleichungen auf eine einzige zurückzuführen, daß nämlich für alle Punkte im Innern des betrachteten Körpers

$$V + U + ki \cdot \varphi = \text{const.},$$

daß also die Summe der drei Potentialfunktionen im Innern gleich einer Konstanten sein muß, denn nach der Theorie der Potentiale wissen wir, daß in einem Raum, in welchem die betreffende Potentialfunktion einen konstanten Wert hat, die Kräfte gleich null sind.

Es bedarf hiernach nur der Bestimmung der Funktion  $\varphi$ , um das magnetische Moment des Körpers nach irgend einer Richtung zu bestimmen. Denn ist  $\varphi$  bekannt, so giebt z. B.

$$ki \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$



das Moment eines Elementes mit den Koordinaten  $x, y, z$  parallel der  $x$ -Axe; schreiben wir

$$i = dx dy dz,$$

so erhalten wir das Moment des ganzen Körpers parallel der  $x$ -Axe der über den ganzen körperlichen Raum ausgedehnten Summe

$$M_x = \int k \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx dy dz.$$

Zur Bestimmung der Funktion  $\varphi$  aus obiger Gleichung kommen noch da  $V, U, \varphi$  Potentiale von Massen auf außerhalb desselben liegende Punkte sind, die aus der Theorie des Potentials folgenden Gleichungen herra-

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0.$$

Auch ohne auf die mathematische Behandlung der einzelnen Funktionen näher einzugehen, läßt sich schon aus den im Vorigen gegebenen Andeutungen erkennen, daß  $\varphi$  und damit das magnetische Moment des magnetisierten Körpers wesentlich von der Gestalt desselben abhängig ist.

Eine Durchführung der Rechnung zur Bestimmung der Funktion  $\varphi$  ist bisher nur für wenige Körper gelungen; Poisson selbst hat dieselbe für die Kugel<sup>1)</sup>, Neumann für das Rotationsellipsoid<sup>2)</sup>, Kirchhoff für einen unbegrenzten Cylinder und für einen Ring<sup>3)</sup> gegeben<sup>4)</sup>.

Für das Rotationsellipsoid kommt Neumann für  $\varphi$  zu der Gleichung

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{1}{1+kA_0} \frac{\partial V}{\partial x}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{1}{1+kB_0} \frac{\partial V}{\partial y}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{1}{1+kC_0} \frac{\partial V}{\partial z},$$

worin  $A_0, B_0, C_0$  durch die Dimensionen des Ellipsoides bestimmte Konstanten sind.

Für das der Axe der  $x$  parallele Moment erhalten wir dann

$$M_x = -\frac{k}{1+kA_0} \int \frac{\partial V}{\partial x} dx dy dz.$$

Wir wollen annehmen, die Axe der  $x$  sei die Rotationsaxe des Ellipsoides, und parallel derselben wirke auf das Ellipsoid eine magnetisierende Kraft, welche in der ganzen Ausdehnung des Ellipsoides konstant sei. Bezeichnen wir diese konstante magnetisierende Kraft mit  $X$ , so ist

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = X$$

1) Poisson, Mémoires de l'Acad. des sciences T. V.

2) Neumann, Crelles Journal Bd. XXXVII.

3) Kirchhoff, Crelles Journal Bd. XLVIII. Poggend. Ann. Ergänzungsband V.

4) Man sehe auch die Berechnung von Riecke, Wiedem. Ann. VI. VII.

die hierdurch auf die in dem betrachteten Punkte gedachte Einmagnetismus ausgeübte Wirkung gleich dem Produkte aus den Momenten und diesem gedachten Magnetismus, also

$$\mp \alpha i \mp \beta i \mp \gamma i.$$

s sind die auf den Magnetismus des betrachteten Punktes wirkenden Kräfte; soll nun ein konstanter magnetischer Zustand erreicht sein, so müssen in allen Punkten des Körpers diese Kräfte aufgehoben, wir erhalten also als Gleichgewichtsbedingung folgende Gleichungen:

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} + \alpha i = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial y} + \beta i = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial z} + \gamma i = 0.$$

Wir können ebenfalls die letzten Glieder dieser Gleichungen als Wirkung der Koordinaten darstellen. Bezeichnet  $\varphi$  die Potentialfunktion einer magnetisierenden Kraft, welche dem Elemente  $i$ , mit den Coordinaten  $x, y, z$ , dasselbe isoliert gedacht, das Moment  $\alpha i$  parallel  $x$ , das Moment  $\beta i$  parallel  $y$ , das Moment  $\gamma i$  parallel  $z$  erteilen würde, so können wir schreiben

$$\alpha i = ki \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad \beta i = ki \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad \gamma i = ki \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

wo  $k$  die schon vorher eingeführte Konstante ist; denn die Differentialquotienten bedeuten die parallel den betreffenden Richtungen wirkenden Kräfte, von denen wir annehmen dürfen, daß sie in dem unendlich kleinen Elemente überall den gleichen Wert haben.

Es ist es eine solche Funktion  $\varphi$  unter den hier vorausgesetzten Umständen, es folgt schon aus den vorhergehenden Gleichungen, daß es eine solche Funktion  $\varphi$  geben muß, folgt schon aus den vorhergehenden Gleichungen, wie z. B.

$$\alpha i = - \left( \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} \right) = - \frac{\partial (V + U)}{\partial x}.$$

Nachdem sind die drei Bedingungsgleichungen auf eine einzige zurückzuführen, daß nämlich für alle Punkte im Innern des betrachteten Körpers

$$V + U + ki \cdot \varphi = \text{const.},$$

die Summe der drei Potentialfunktionen im Innern gleich einer Constante sein muß, denn nach der Theorie der Potentiale wissen wir, daß es in einem Raum, in welchem die betreffende Potentialfunktion einen constanten Wert hat, die Kräfte gleich null sind.

Es bedarf hiernach nur der Bestimmung der Funktion  $\varphi$ , um das magnetische Moment des Körpers nach irgend einer Richtung zu bestimmen. Wenn man  $\varphi$  bekannt ist, so giebt z. B.

$$ki \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

und dem Quadrate ihres Durchmessers. Auch für die Kugel ergiebt sich diese Proportionalität des Momentes mit dem Volumen, während bei den Ellipsoiden diese Proportionalität nicht mehr besteht, weil auch der Nenner des Ausdruckes für  $M_x$ , die von den Dimensionen des Ellipsoides abhängige Grösse  $A_0$ , enthält.

Die Poissonsche Theorie setzt den Magnetismus stets der magnetisierenden Kraft proportional, indem sie den Faktor  $k$ , mit dem man  $\delta$  auf die Volumeinheit, dieselbe isoliert gedacht, wirkende magnetisierende Kraft zu multiplizieren hat, um das magnetische Moment derselben zu erhalten, konstant setzt. Man bezeichnete deshalb diesen Faktor als  $k$ -Magnetisirungskonstante. Nach der obigen Gleichung für ein unendlich gestrecktes Ellipsoid könnte man dieselbe auch als das Moment eines solchen Ellipsoides definieren, dessen Volumen der Einheit gleich ist, wenn auf dasselbe die magnetisierende Kraft Eins einwirkt.

Nach den im vorigen Paragraphen besprochenen Versuchen wächst aber für kleinere Werte von  $X$  der Magnetismus rascher, für grösseren wächst er langsamer als die magnetisierende Kraft. Es folgt daraus, daß  $k$  nicht konstant, sondern eine Funktion der magnetisierenden Kraft ist, daß  $k$  also nicht als Magnetisirungskonstante, sondern als Magnetisirungsfunktion bezeichnet werden muß.

Infolge dieser Variabilität von  $k$  sind die Poissonschen Gleichungen im allgemeinen nicht mehr richtig, für den Fall des Ellipsoides und einer auf alle Punkte des Ellipsoides gleichmäfsig wirkenden Kraft weist aber Kirchhoff<sup>1)</sup> nach, daß die obigen Gleichungen noch gültig sind, nur daß in ihnen  $k$  nicht mehr als konstant, sondern als eine Funktion der magnetisierenden Kraft aufzufassen ist.

Infolgedessen kann man die Beobachtungen an Ellipsoiden benutzen, um den Gang der Magnetisirungsfunktion kennen zu lernen, indem man aus den beobachteten Werten von  $M_x$  aus der Gleichung

$$M_x = \frac{k v X}{1 + k A_0}$$

den Wert von  $k$  für die verschiedenen magnetisierenden Kräfte  $X$  ableitet. In dieser Weise hat Kirchhoff<sup>2)</sup> die Beobachtungen von Weber, Stoletow<sup>3)</sup>, seine eignen und jene von Quintus Icilius, welche im vorigen Paragraphen erwähnt wurden, berechnet, und ebenso haben Oberbeck<sup>4)</sup> und Riecke<sup>5)</sup> den Wert von  $k$  aus ihren Beobachtungen abgeleitet, Oberbeck indem er wie Quintus Icilius die Momente verschiedener Ellipsoide mafs, welche in einer Magnetisirungsspirale durch im Innern der Ellipsoide überall gleiche Kräfte magnetisirt wurden, und Riecke, indem er Ellipsoide verschiedener Form durch die horizontale oder vertikale Komponente des Erdmagnetismus magnetisierte. Ferner haben Rowland, Franke,

1) Kirchhoff, Crelles Journal Bd. XLVIII.

2) Kirchhoff, Crelles Journal Bd. XLVIII.

3) Stoletow, Poggend. Ann. Bd. CXLVI. Ähnlich wie Stoletow auch Rowland, Phil. Mag. 4 ser. vol. XLVI.

4) Oberbeck, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

5) Riecke, Poggend. Ann. Bd. CXLIX. Wiedem. Ann. Bd. XIII.



Bauer, H. Meyer u. a. ihre schon S. 946 erwähnten Beobachtungen zur Bestimmung der Magnetisierungsfunktion benutzt.

Für das von Quintus Icilius benutzte Ellipsoid No. 1 ergibt sich z. B.

$$A_0 = 0,00529.$$

Damit ergeben sich<sup>1)</sup> aus den von Quintus Icilius beobachteten Werten von

$$m = \frac{M_x}{v}$$

$X$	$\frac{m}{X}$	$k$	$\frac{X}{1 + k A_0}$
2,7	27,1	31,6	2,31
6,3	33,7	41,0	5,17
16,6	52,4	72,5	12,00
31,2	67,0	103,8	20,16
38,6	70,8	113,2	24,14
54,0	72,9	118,6	33,10
55,2	72,9	118,6	33,91
63,2	73,4	120,2	38,6
74,7	73,5	120,4	45,6
84,7	73,0	119,1	51,9
87,7	69,8	110,9	53,3
94,5	70,8	113,0	59,2
144,7	60,7	89,3	98,4
235,0	47,2	62,9	176,2
364,0	32,8	39,7	300,7.

Die letzte Kolumne giebt nach der vorhin angegebenen Bedeutung von  $\varphi$  und nach der Gleichung

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = - \frac{1}{1 + k A_0} \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{1 + k A_0} X$$

die der äußern magnetisierenden Kraft  $X$  entsprechende magnetisierende Kraft im Innern des Ellipsoides.

Man erkennt in der vorigen Tabelle, daß der Gang der Magnetisierungsfunktion zunächst ein ansteigender ist, daß dann der Wert abnimmt, und zwar geht er nach der Berechnung der Weberschen Versuche von Kirchhoff bis auf 5,7 herab. Im Folgenden sind die von Kirchhoff aus diesen Versuchen berechneten Zahlen für  $k$  und  $\frac{1}{1 + k A_0} X = u$  zusammengestellt. Kirchhoff betrachtet dabei das von Weber benutzte Ellipsoid nicht als unendlich gestreckt, sondern setzt nach den Dimensionen desselben

$$A_0 = 0,0508.$$

Damit werden:

1) Die Werte habe ich zum Teil neu berechnet, da in den von Stoletow gegebenen Zahlen einige kleine Fehler vorkommen.



X	k	u	X	k	u
658,9	23,5	301	3186,6	5,6	2484
1381,5	13,5	823	2645,6	6,7	1975
1792,0	10,2	1184	2232,1	8,1	1583
2151,0	8,4	1512	1918,7	9,5	1297
2432,0	7,4	1773	1551,2	12,0	967
2757,0	6,4	2080	1133,1	16,9	612
3090,6	5,7	2397	670,3	25,0	296

Eine specielle Angabe der von Overbeck, Stoletow aus Beobachtungen an einem Ringe, Riecke und den übrigen Beobachtern erhaltenen Werte wird überflüssig sein; im grossen und ganzen zeigen die von den verschiedenen Experimentatoren erhaltenen Werte denselben Verlauf; bei einem gewissen Werte von  $u$ , der bei den verschiedenen Experimentatoren nicht ganz derselbe ist, hat  $k$  ein Maximum, von da ab nimmt der Wert von  $k$  sowohl mit wachsendem, als mit abnehmendem  $u$  ab, und zwar zeigt sich nach den Beobachtungen von Riecke, daß  $k$  selbst bis zu den kleinsten Werten von  $u$  kleiner wird; als kleinsten Wert für eine verschwindende magnetisierende Kraft ergibt sich nach den Versuchen von Bauer<sup>1)</sup> und Riecke<sup>2)</sup> etwa der Wert  $k = 15$ .

Nur auf einen Punkt wollen wir noch hinweisen. Wie wir im vorigen Paragraphen sahen, giebt sich in den magnetischen Momenten magnetisierter Stäbe nur bei dünnen, nicht bei dicken, dieser eigentümliche Gang der Magnetisierungsfunktion zu erkennen. Es ist das eine notwendige Folge der Theorie, nach welcher

$$m = \frac{M_x}{v} = \frac{k}{1 + k A_0} \cdot X,$$

oder auch

$$m = \frac{1}{\frac{1}{k} + A_0} \cdot X$$

ist. Je weniger gestreckt ein Ellipsoid ist, um so gröfser ist der Wert von  $A_0$ , um so mehr tritt also in den Nenner des Faktors von  $X$  das Glied  $\frac{1}{k}$  gegen  $A_0$  zurück, um so mehr muß sich also der Faktor von  $X$  einem konstanten Werte nähern. Für die Ellipsoide No. 2 und No. 3 von Quintus Icilius wird z. B. nach der Berechnung von Stoletow

$$A_0 = 0,263 \text{ für No. 2; } A_0 = 1,644 \text{ für No. 3,}$$

und man erkennt, daß gegen diese Werte von  $A_0$  die Variabilität von  $k$  nur von geringem Einfluß ist.

Bei einer Kugel ergibt sich, worauf Riecke hinweist, der Wert des Koefficienten von  $X$  also

$$p = \frac{k}{1 + \frac{4}{3} \pi k}$$

1) C. Bauer, Wiedem. Ann. Bd. XI.

2) Riecke, Wiedem. Ann. Bd. XIII.

ist ganz konstant; in der That, wenn  $k$  von 15 auf 115 zunähme, nimmt nur von 0,235 auf 0,238 zu. Man sieht, daß deshalb Kugeln und wenig gestreckte Ellipsoide nicht geeignet sind, den Gang der Magnetisierungsfunktion zu bestimmen.

Aus den im Vorigen besprochenen Sätzen über die Magnetisierung der Ellipsoide ergibt sich schon, daß es für begrenzte cylindrische oder anders geformte Stäbe keine allgemein gültigen Gesetze über die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von den Dimensionen geben kann, und so weniger, wenn man die Stäbe nicht einer in allen ihren Teilen instantan magnetisierenden Kraft unterwirft.

Alle die von den verschiedenen Experimentatoren abgeleiteten mehr oder weniger einfachen Sätze für die magnetischen Momente cylindrischer Stäbe in ihrer Abhängigkeit von den Dimensionen derselben können deshalb nur als empirische innerhalb enger Grenzen gültige Sätze aufgefaßt werden. Wir begnügen uns deshalb damit, diese Sätze nur kurz vorzuführen.

Die ersten Untersuchungen über die Abhängigkeit des magnetischen Momentes verschiedener Eisenkerne von den Dimensionen derselben rühren von Lenz und Jacobi her<sup>1)</sup>.

Um den Einfluß der Dicke von Stäben auf ihr magnetisches Moment bei Anwendung von Spiralen, welche dieselbe Länge wie die Stäbe hatten, zu untersuchen, wurden nach und nach in dieselbe Spirale Eisenkerne gelegt, deren Durchmesser von 4,5 mm bis 81 mm zunahm, oder wurden diese Eisenkerne unmittelbar mit Spiralen umwunden. Die magnetischen Momente der verschiedenen Stäbe wurden, wie bei den im vorigen Paragraphen beschriebenen Versuchen durch die Induktionsströme gemessen, welche sie in einer die Magnetisierungsspirale umgebenden Spirale, welche durch ein Galvanometer geschlossen war, erzeugten.

Aus beiden Reihen folgerten Lenz und Jacobi, daß das temporäre Moment in Stäben verschiedener Durchmesser bei gleicher magnetisierender Kraft den Dicken der Stäbe einfach proportional sei. Die beobachteten Induktionsströme ließen sich nämlich in beiden Versuchsreihen durch die Gleichung

$$J = a + bd$$

wiedergeben, worin  $a$  und  $b$  zwei Konstanten und  $d$  den Durchmesser der Stäbe bedeutet. Die Konstante  $a$  in der Gleichung bedeutet den Teil des Induktionsstromes, welcher von dem verschwindenden magnetisierenden Momente herrührt,  $bd$  ist dann der von dem verschwindenden Magnetismus herrührende Teil. Das magnetische Moment ist somit  $bd$ , also dem Durchmesser des Stabes proportional.

Hiergegen hat Dub jedoch eingewandt<sup>2)</sup>, daß der Schluss von Lenz und Jacobi nicht berechtigt sei. Bei der ersten Versuchsreihe ist nämlich die magnetisierende Kraft nicht dieselbe, da die verschiedenen Stäbe derselben Spirale lagen, und die Länge der Spirale nicht größer ist

1) Lenz und Jacobi, Poggend. Ann. Bd. LXL.

2) Dub, Poggend. Ann. Bd. CIV. Der Elektromagnetismus S. 208. Berlin 1861.

als die Länge der Stäbe. Nach den eigenen Versuchen von Lenz und Jacobi ist aber die magnetisierende Kraft auf einen dünneren Stab unter diesen Umständen kleiner als auf einen dickeren Stab, so daß also die magnetischen Momente der dickeren Stäbe im Verhältnis zu denen der dünneren zu groß sind.

Wenn die dünneren Stäbe, wie es bei den dicksten der Fall war, von den Spiralen eng umschlossen gewesen wären, so würde bei gleicher Stromstärke und gleicher Windungszahl das magnetische Moment dort größer gewesen sein. Die an den einzelnen Stäben erhaltenen Werte sind also nicht vergleichbar.

Ein anderer Fehler sei von Lenz und Jacobi in der Interpretation der Resultate der zweiten Reihe begangen; sie nehmen nämlich auch für diese an, daß die Konstante  $\alpha$  der von dem verschwindenden magnetisierenden Strome herrührende Teil des Induktionsstromes sei. Das sei unrichtig, denn der von diesem induzierte Strom ist auch bei gleicher Stromstärke in der Magnetisierungsspirale nicht konstant, weil die Magnetisierungsspirale einen verschiedenen Durchmesser, also eine größere Drahtlänge hat; es sind deshalb mehr induzierende Stromelemente in den weiten Spiralen vorhanden als in den engeren, und der von den weiteren Spiralen induzierte Strom ist stärker als der von den engeren Spiralen induzierte Strom. Man wird deshalb diesen Teil als eine Funktion des Durchmessers der Spirale ansehen müssen, wodurch der zweite Teil des Induktionsstromes, der von dem verschwindenden Magnetismus herrührende, dem Durchmesser nicht mehr proportional sein kann.

Dub sucht durch Rechnung bei der ersten Reihe den Magnetismus zu bestimmen, welchen die einfachen Stäbe erhalten haben würden, wenn das Verhältnis zwischen dem Durchmesser der Spirale und des Stabes immer dasselbe gewesen wäre, indem er nach den im vorigen Paragraphen angeführten Versuchen von Lenz und Jacobi annimmt, daß der Magnetismus eines Stabes um  $\frac{1}{12}$  schwächer wird, wenn statt einer ihn eng umschließenden Spirale eine andere genommen wird, deren Durchmesser doppelt so groß ist.

Indem er in dieser Weise die Beobachtungen von Lenz und Jacobi berechnet, findet er, daß bei gleicher magnetisierender Kraft die temporären Momente den Quadratwurzeln aus den Stabdurchmessern proportional seien.

Dieser Satz folgt auch, wie wir sahen, aus den von Müller an einer Anzahl von Stäben angestellten Versuchen, denn die aus diesen abgeleitete Formel ergab für das magnetische Moment  $m$ , so lange es der magnetisierenden Kraft  $p$  proportional gesetzt werden kann,

$$m = \frac{1}{c} p \sqrt{d}.$$

Die Formel war aus Beobachtungen an Stäben zwischen 9 mm und 41 mm Dicke abgeleitet, also Stäbe, deren Dicke bis zum Fünffachen zunahm. Es waren allerdings auch hier die Stäbe alle in dieselbe Spirale eingelegt; da indes die Stäbe an beiden Seiten 15 mm hervorragten, so war der Einfluß der Weite der Spirale hier bedeutend kleiner.

Dub hat endlich durch direkte Versuche dieses Gesetz nachzuweisen



versucht<sup>1)</sup>, indem er theils Spiralen anwandte, welche die Stäbe enge umschlossen, theils sehr lange Stäbe und ebenso lange Spiralen nahm, so daß der störende Einfluß der verschiedenen Spiralweite gegen das magnetische Moment der Stäbe nur klein war. Die Versuche waren im übrigen wie die von Müller angestellt.

So erhielt Dub unter anderen folgende Werte des magnetischen Moments  $m$ , bei Stäben von 14,2 cm Länge und 28,4 cm Länge, während die Weite der Spirale 5,4 cm betrug.

Stablänge 14,2 cm			Stablänge 28,4 cm		
Stabdicke	$m$	$c \frac{m}{\sqrt{d}}$	Stabdicke	$m$	$c \frac{m}{\sqrt{d}}$
13,5 mm	0,0962	68	13,5 mm	0,33	24
20,25	0,114	66	20,25	0,41	24
27,0	0,15	72	27,0	0,49	24,5
40,5	0,2	81	40,5	0,63	26
54,0	0,27	95	54,0	0,77	27

Die letzte Kolumne in beiden Tabellen läßt das von Dub nachzuweisende Gesetz schon erkennen, indes weichen die Quotienten  $\frac{m}{\sqrt{d}}$  noch ziemlich von der Gleichheit ab, was seinen Grund in demselben Umstande, wie in der ersten Versuchsreihe von Lenz und Jacobi hat. In den folgenden beiden Versuchsreihen wurden in der ersten den Kern eng umschließende Spiralen, in der zweiten Kerne von circa 97,5 cm Länge angewandt.

Stablänge 28,4 cm			Stablänge 97,5 cm		
$d$	$m$	$c \frac{m}{\sqrt{d}}$	$d$	$m$	$c \frac{m}{\sqrt{d}}$
27 mm	0,6693	473	27 mm	0,03404	3404
54	0,9535	478	54	0,04388	3102
			108	0,0742	3710
			162	0,0890	3630

Diese beiden Reihen lassen allerdings recht gut das von Müller aufgestellte Gesetz über den Einfluß der Stabdicke erkennen.

Über die Abhängigkeit des temporären Momentes von der Länge der Cylinder bei gleichem Durchmesser haben ebenfalls Lenz und Jacobi<sup>2)</sup> Versuche angestellt; das Verfahren war das vorhin angegebene, die Stäbe waren ihrer ganzen Länge nach mit Spiralen umwunden, so daß mit großer Annäherung angenommen werden kann, daß die magnetisierende Kraft für alle Teile der Stäbe dieselbe war; die gesamte magnetisierende Kraft war also der Länge der Stäbe proportional. Folgende Tabelle enthält die beobachteten Momente, jenes des kürzesten Stabes gleich 100 gesetzt.

1) Dub, Poggend. Ann. Bd. XC, XCIV, CIV u. CXV. Elektromagnetismus S. 204 ff.

2) Lenz und Jacobi, Poggend. Ann. Bd. LXI.



Stablänge	Moment			
$l$	$M$	$\frac{M}{l}$	$c \frac{M}{l^2}$	$c \frac{M}{l\sqrt{l}}$
32,5 cm	100	100	100	100
48,75 „	285	190	127	103
65,0 „	572	286	143	101
81,25 „	970	388	155	98,1
97,5 „	1500	500	166	96,1
113,75 „	2031	580	165	88,6
138,0 „	2724	681	170	85,2

Man sieht also, daß unter diesen Umständen das magnetische Moment des Stabes ganz bedeutend zunimmt; aber auch, wenn die gesamte magnetisierende Kraft dieselbe, somit die auf gleiche Länge der Stäbe wirkende magnetisierende Kraft der Länge der Stäbe umgekehrt proportional ist, nimmt das magnetische Moment der Stäbe mit der Länge derselben zu, wie sich aus der dritten Kolonne ergibt.

Die Momente  $M$ , welche durch eine der Stablänge proportionale gesamte magnetisierende Kraft oder eine für die Längeneinheit konstante Kraft erzeugt werden, nehmen nach der vierten und fünften Kolonne etwas rascher als dem Quadrate, etwas langsamer als der Wurzel aus der fünften Potenz der Länge proportional zu.

Dieselben Resultate hat Wiedemann<sup>1)</sup> bei einigen Versuchen erhalten, bei welchen die magnetischen Momente durch die Ablenkung einer entfernten Magnetnadel bestimmt wurden.

$l$	$M$	$\frac{M}{l}$	$c \frac{M}{l^2}$	$c \frac{M}{l\sqrt{l}}$
10 cm	100	100	100	100
20 „	545	272,5	136,5	96,5
30 „	1220	407	135,5	78,2
40 „	2300	575	144,0	91,9

Wie man sieht, wächst auch hier bei gleicher gesamter magnetisierender Kraft das Moment rascher als die Länge des Stabes, auch rascher als  $l^2$ , langsamer als  $l^{3/2}$ .

Dub glaubt, daß das Moment  $M$ , also das Moment des Stabes, wenn die magnetisierende Kraft der Länge des Stabes proportional ist, in der That der Potenz  $l^{3/2}$  genau proportional sei. Er schließt das einmal aus den sofort zu besprechenden Versuchen über die Verteilung des Magnetismus in Stäben, und besonders aus einer experimentellen Bestätigung<sup>2)</sup> des Thomsonschen Satzes. Dieser Satz von Thomson, welchen Joule in einer Abhandlung über Elektromagnetismus<sup>3)</sup> mitteilt, lautet folgendermaßen: „Ähnliche Stäbe verschiedener Dimensionen, ähnlich mit Draht

1) Wiedemann, Galvanismus Bd. II. §. 307. Poggend. Ann. Bd. CXVII.

2) Dub, Poggend. Ann. Bd. CXX.

3) Joule, Philosophical Transactions (London) for 1856. part I. p. 287. siehe über den Thomsonschen Satz auch Ruths: Über den Magnetismus und Eisencylinder, Schulprogramm, Dortmund 1876; H. Meyer, Wiedem. Ann. Bd. V.

gen bewickelt, welche den Quadraten der linearen Dimensionen proportional sind, und gleiche Ströme leiten, bewirken in Punkten, die zu ihnen ähnlich gelegen sind, gleiche Kräfte.“ Nehmen wir daher einmal einen Cylinder, dessen Durchmesser und Länge wir als Einheit wählen, und bewickeln den seiner ganzen Länge nach, und ein anderes Mal einen Cylinder, dessen Durchmesser und Länge die  $n$ -fachen sind, und bewickeln denselben ebenfalls seiner ganzen Länge nach mit der gleichen Zahl von Windungen auf der Längeneinheit, im Ganzen also mit der  $n$ -fachen Zahl an Windungen, so muß der letztere Magnet in der ersten oder zweiten Anplage eine kleine Magnetnadel in der  $n$ -fachen Entfernung ebenso stark ablenken, wie der erstere in der einfachen Entfernung; oder lassen wir beide Magnete aus der gleichen Entfernung auf die Nadel wirken, so muß, vorausgesetzt daß die Entfernung hinreichend groß ist, das Drehungsmoment, welches der Magnet von  $n$ -fachen Dimensionen der Nadel erteilt, das  $n^3$ -fache desjenigen sein, welches der Stab von einfachen Dimensionen der Nadel erteilt.

Die Richtigkeit dieses Satzes ergibt sich unter anderen aus folgender Versuchsreihe von Dub. Die Magnete wurden in der ersten Hauptge (§. 17) einer Nadel in Entfernung von 62,77 cm gegenübergelegt, und die Ablenkungen  $\alpha$  der Nadel beobachtet, wenn durch die, die Stäbe umzudeckenden Spiralen Ströme gleicher Stärke geführt werden.

Durchmesser der Stäbe	Längen	$n$	$\alpha$	$\tan \alpha$	$n^3$	$\frac{1}{n^3} \cdot \tan \alpha$
1,308 cm	10,46 cm	2	2° 20'	0,04075	8	509
1,962 "	15,69 "	3	7° 50'	0,1379	27	509
2,616 "	20,92 "	4	18°	0,325	64	508
3,924 "	31,38 "	6	47° 40'	1,0977	216	508
5,232 "	41,84 "	8	69°	2,605	512	509.

Wie man sieht, sind die Tangenten der Ablenkungswinkel sehr genau der dritten Potenz der homologen Dimensionen proportional, diese Tangenten sind aber das Maß des der Nadel durch die Magnete erteilten Drehungsmomentes. Wie wir nun §. 17 gezeigt haben, ist das der Nadel erteilte Drehungsmoment direkt dem magnetischen Momente des ablenkenden Magnetes proportional. Es folgt demnach als eine andere Form des Thomson'schen Satzes, daß bei ähnlichen und ähnlich bewickelten Stäben die magnetischen Momente bei gleicher Stromstärke den dritten Potenzen der homologen Dimensionen proportional sind. Nach dem Dub'schen Satze ist die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Stabdicke soll das magnetische Moment der Quadratwurzel aus der Stabdicke proportional sein, es muß demnach, wenn der Thomson'sche Satz bestehen soll, das magnetische Moment des Stabes der  $\frac{5}{2}$  Potenz der Länge proportional sein. So weit demnach der erstere Satz von Dub Gültigkeit hat, ist auch nach diesen Versuchen der zweite gültig, daß die magnetischen Momente von Stäben verschiedener Länge, auf welche eine der Länge proportionale magnetisierende Kraft wirkt, der  $\frac{5}{2}$  Potenz der Länge proportional sind. Hierbei wird allerdings vorausgesetzt, daß in den oben gleichzeitig beide Dimensionen in demselben Verhältnisse geändert

werden, es folgt daraus keineswegs, daß die einzelnen Gesetze g wenn nur die eine geändert wird.

Um deshalb die Richtigkeit dieser beiden einzelnen Gesetze zu p hat Dub an seine Bestätigung des Thomsonschen Satzes eine Unters der Abhängigkeit des magnetischen Moments von der Stablänge : angeschlossen und einzelne neue Versuche über den Einfluß der l bei gleicher Länge angestellt. Die Versuche wurden in derselben V wie die eben besprochenen ausgeführt, die magnetischen Momente d die Ablenkung einer Magnetnadel in der ersten Hauptlage gemessen. gende Versuchsreihe zeigt, daß das Gesetz der Längen durch die Beo tungen bestätigt wird. Die Magnete befanden sich in einer Entfer von 282,5 cm von einem magnetisierten Spiegel, die Tangenten der lenkung wurden durch Beobachtung mit Fernrohr und Skala erhalte

Stablänge	n	tang $\alpha$	$n^2\sqrt{n}$	$\frac{1}{n^2\sqrt{n}} \cdot \text{tang } \alpha$
10,46 cm	2	1,1	5,656	194
15,59 "	3	3	15,6	192
23,53 "	4,5	8,25	42,9	192
31,38 "	6	16,5	86	192
47,06 "	9	45	243	185
62,76 "	12	96	499	192
94,14 "	18	267	1375	194
125,52 "	24	545	2822	193.

Für das Gesetz der Durchmesser giebt Dub unter andern folgen Zahlen, die Kerne waren ihrer ganzen Länge nach bewickelt, die L derselben war 31,38 cm.

Stabdicke	tang $\alpha$	$W \cdot \sqrt{d}$	$\frac{\text{tang } \alpha}{W \cdot \sqrt{d}}$
1,308 cm	29	451	643
2,616 "	42	660	644
3,924 "	50,25	785	641
5,232 "	60	933	643
7,848 "	79,25	1230	641.

Die Kolumne  $W \cdot \sqrt{d}$  enthält die Produkte aus der stets gleich magnetisierenden Kraft der Spiralen und den Quadratwurzeln aus Kerndurchmessern.

Wenn andere Beobachter diese Gesetze nicht genau bestätigen, so soll nach Dub der Grund dieser Abweichung daran liegen, daß den Magneten verschiedener Dimensionen je nach ihren Dimensionen früher oder später der von ihm als Sättigung bezeichnete Zustand eintritt. wie im vorigen Paragraphen erwähnten, nimmt Dub an, daß bis zu einem gewissen Werte des magnetischen Momentes dasselbe der magnetischen Kraft proportional wächst, von da ab aber langsamer als letzter. Den Wert des Momentes, von welchem ab das Moment langsamer wächst als die magnetisierende Kraft, nennt Dub den Zustand der beginnenden Sättigung.



Auch in Bezug auf die Abhängigkeit des Eintretens der Sättigung von den Dimensionen der Stäbe gelangt Dub zu ähnlichen einfachen Gesetzen, welche er folgendermaßen zusammenstellt<sup>1)</sup>.

1) Bei gleicher Länge und ähnlicher Bewicklung der Magnetkerne ist die Stromstärke, bei welcher der Sättigungszustand auftritt, der Potenz der Durchmesser proportional.

2) Bei gleichem Durchmesser und derselben auf der ganzen Länge der Kerne proportional verbreiteten Windungszahl der Spirale ist die Stromstärke, bei welcher Sättigung auftritt, der Quadratwurzel aus den Stablängen umgekehrt proportional.

3) Bei gleichem Durchmesser und einer der Länge des Stabes proportionalen Windungszahl und Länge der Spirale ist die Stromstärke, bei welcher Sättigung auftritt, der  $\frac{3}{2}$  Potenz der Längen umgekehrt proportional.

Aus dem ersten und dritten Satze ergibt sich dann, daß die Sättigung bei ähnlichen und ähnlich bewickelten Kernen immer bei derselben Stromstärke eintritt.

Dieser letztere Satz schon, ganz abgesehen von den vorhin vorgeführten theoretischen Erörterungen läßt erkennen, daß, selbst wenn der Satz von Thomson ganz allgemeine Gültigkeit hat, die Sätze von Dub über die Abhängigkeit der magnetischen Momente der Stäbe verschiedener Dimensionen von den Dimensionen bei gleicher Stromstärke jedes für sich genommen nur beschränkte Gültigkeit haben.

Alle diese Untersuchungen beziehen sich auf cylindrische Stäbe, über anders geformte liegen nur wenig Untersuchungen vor<sup>2)</sup>.

An die Untersuchung der Abhängigkeit des gesamten magnetischen Moments eines Stabes von seiner Dicke und Länge schließt sich diejenige über die Magnetismen der einzelnen Teile. Im ersten Abschnitte dieses Heftes haben wir gesehen, daß nach den Versuchen von Coulomb die innern Schichten eines Stabes nicht so stark magnetisch werden als die äußern, als also der Magnetismus bei gegebenen magnetisierenden Kräften dickere Stäbe ihrer Dicke nach nicht so vollständig magnetisire als dünnere. Daraus ergab sich die Regel, zur Herstellung kräftiger Magnete nach einer der dort angeführten Methoden Bündel kleinerer Magnete zu wählen.

Mit Hilfe der Magnetisierungsspiralen hat nun Feilitzsch<sup>3)</sup> den direkten Nachweis geliefert, daß bei einer gegebenen magnetisierenden Kraft der Magnetismus nur bis zu einer gewissen Tiefe in das Innere von Eisenstücken eindringt, daß aber die Tiefe um so größer ist, je größer die magnetisierende Kraft ist. Feilitzsch wandte zu dem Ende hohle Eisenröhren an, welche in einander eingeschoben werden konnten; die Röhren hatten alle eine gleiche Länge von 102 mm und eine Wanddicke von 1,53 mm. Der Durchmesser der äußersten Röhre betrug 31 mm, der der zweiten etwas mehr als 29 mm, der der dritten etwas mehr als 27 mm u. s. f., der der vierten etwas mehr als 25 mm, der der fünften etwas mehr als 23 mm, der der sechsten etwas mehr als 21 mm, der der siebenten, circa 19 mm betrug.

Diese Röhren wurden einzeln oder mehrere in einander in eine Spirale von derselben Länge und 346 Windungen Kupferdraht von 1,75 mm Dicke eingelegt. Die magnetischen Momente der Röhren wurden dadurch

1) Dub, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

2) Man sehe von Waltenhofen, Wiener Berichte Bd. XLVIII und Bd. LXI.

3) von Feilitzsch, Poggend. Ann. Bd. LXXX.



bestimmt, daß die Ablenkung, welche sie einer Magnetnadel erteilt, durch die Wirkung eines Magnets von bekanntem Moment kompensiert wurde. Aus dem für die Kompensation erforderlichen Abstände des letztern Magnets ergab sich sofort das Moment der magnetisierten Röhren.

Feilitzsch verglich zunächst das Verhalten einer solchen Röhre mit einem massiven Eisenkern von demselben Durchmesser, und es fand sich, daß bei schwachen Strömen das magnetische Moment in beiden von gleicher GröÙe war. Bei stärkeren Strömen zeigte sich jedoch das Moment des massiven Stabes größer, woraus folgte, daß auch die inneren Schichten des Stabes bei größerer magnetisierender Kraft magnetisiert wurden.

Um die Tiefe zu bestimmen, bis zu welcher die Magnetisierung ein- drang, wurde zunächst die weiteste Röhre in die Spirale geschoben und ihr Moment gemessen, dann in die weitere Röhre die nächst engere und wieder das magnetische Moment bestimmt. Die Differenz des zweiten und ersten Momentes ergab das magnetische Moment der engeren Röhre; dann wurde eine dritte Röhre eingelegt und so fort, so lange noch durch Einlegen der Röhre eine Vermehrung des Momentes eintrat. Der jedesmalige Zuwachs des Momentes nach dem Einlegen eines engeren Cylinders gab das Moment dieses Cylinders.

Die Resultate einer Anzahl Versuche enthält folgende Tabelle; die Stromstärken sind in absolutem elektromagnetischen Maße und die magnetischen Momente ebenfalls in absolutem Maße gegeben.

Stromstärke	Gleichzeitig eingeschobene Cylinder	Gesamtes magn. Moment	Moment der einzelnen Cylinder
0,790	1	1,748	1 = 1,748
	1, 2	1,874	2 = 0,126
	1, 2, 3	1,913	3 = 0,039
1,212	1	2,639	1 = 2,639
	1, 2	2,911	2 = 0,272
	1, 2, 3	2,971	3 = 0,060
2,973	1	4,742	1 = 4,742
	1, 2	6,604	2 = 1,861
	1, 2, 3	7,024	3 = 0,420
	1, 2, 3, 4	7,199	4 = 0,175
5,150	1	5,690	1 = 5,690
	1, 2	9,913	2 = 3,928
	1, 2, 3	11,823	3 = 2,210
	1, 2, 3, 4	12,432	4 = 0,609
	1, 2, 3, 4, 5	12,751	5 = 0,319
8,310	1	6,374	1 = 6,374
	1, 2	11,413	2 = 5,066
	1, 2, 3	15,500	3 = 4,087
	1, 2, 3, 4	18,453	4 = 2,955
	1, 2, 3, 4, 5	20,019	5 = 1,566
	1, 2, 3, 4, 5, 6	20,800	6 = 0,781
	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	21,325	7 = 0,525

Auch in Bezug auf die Abhängigkeit des Eintretens der Sättigung den Dimensionen der Stäbe gelangt Dub zu ähnlichen einfachen Gesetzen, welche er folgendermaßen zusammenstellt<sup>1)</sup>.

1) Bei gleicher Länge und ähnlicher Bewicklung der Magnetkerne ist die Stromstärke, bei welcher der Sättigungszustand auftritt, der Potenz der Durchmesser proportional.

2) Bei gleichem Durchmesser und derselben auf der ganzen Länge der Kerne proportional verbreiteten Windungszahl der Spirale ist die Stromstärke, bei welcher Sättigung auftritt, der Quadratwurzel aus den Längen umgekehrt proportional.

3) Bei gleichem Durchmesser und einer der Länge des Stabes proportionalen Windungszahl und Länge der Spirale ist die Stromstärke, bei welcher Sättigung auftritt, der  $\frac{3}{2}$  Potenz der Längen umgekehrt proportional.

Aus dem ersten und dritten Satze ergibt sich dann, daß die Sättigung bei ähnlichen und ähnlich bewickelten Kernen immer bei derselben Stromstärke eintritt.

Dieser letztere Satz schon, ganz abgesehen von den vorhin vorgeführten magnetischen Erörterungen läßt erkennen, daß, selbst wenn der Satz von Dub von ganz allgemeiner Gültigkeit hat, die Sätze von Dub über die Abhängigkeit der magnetischen Momente der Stäbe verschiedener Dimensionen von den Dimensionen bei gleicher Stromstärke jedes für sich genau nur beschränkte Gültigkeit haben.

Alle diese Untersuchungen beziehen sich auf cylindrische Stäbe, über welche geformte liegen nur wenig Untersuchungen vor<sup>2)</sup>.

An die Untersuchung der Abhängigkeit des gesamten magnetischen Moments eines Stabes von seiner Dicke und Länge schließt sich diejenige an, die die Magnetismen der einzelnen Teile. Im ersten Abschnitte dieses Abschnittes haben wir gesehen, daß nach den Versuchen von Coulomb die inneren Theile eines Stabes nicht so stark magnetisch werden als die äußeren, also der Magnetismus bei gegebenen magnetisierenden Kräften dickere Stäbe ihrer Dicke nach nicht so vollständig magnetisirende als dünnere. Es ergab sich die Regel, zur Herstellung kräftiger Magnete nach einer vorstehend angeführten Methoden Bündel kleinerer Magnete zu wählen.

Mit Hilfe der Magnetisierungsspiralen hat nun Feilitzsch<sup>3)</sup> den direkten Nachweis geliefert, daß bei einer gegebenen magnetisierenden Kraft der Magnetismus nur bis zu einer gewissen Tiefe in das Innere von Eisen eindringt, daß aber die Tiefe um so größer ist, je größer die magnetisierende Kraft ist. Feilitzsch wandte zu dem Ende hohle Eisenröhren an, welche in einander eingeschoben werden konnten; die Röhren hatten alle eine gleiche Länge von 102 mm und eine Wanddicke von 1 mm. Der Durchmesser der äußersten Röhre betrug 31 mm, der der inneren etwas mehr als 29 mm, der der dritten etwas mehr als 27 mm u. s. f., der Durchmesser der dünnsten Röhre, der siebenten, circa 19 mm betrug. Diese Röhren wurden einzeln oder mehrere in einander in eine Spirale derselben Länge und 346 Windungen Kupferdraht von 1,75 mm Durchmesser eingelegt. Die magnetischen Momente der Röhren wurden dadurch

1) Dub, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

2) Man sehe von Waltenhofen, Wiener Berichte Bd. XLVIII und Bd. LXX.

3) von Feilitzsch, Poggend. Ann. Bd. LXXX.



schiedene Stücke oder durch die ganze Spirale konnte. In die Röhre wurden die zu untersuchen 0,487, 0,65 ... bis 1,296 m Länge eingelegt, Teil der Spiralen, welcher die Stäbe umgab, die

Auf der Magnetisierungsspirale wurde die Induktionsspirale verschoben; befand sich dieselbe des magnetisierten Stabes, so darf man mit großem Verschwinden des Magnetismus in der kleinen dem magnetischen Momente des Querschnittes parallel gerade in der Mitte der Induktionsspirale sich den Induktionsstrom beobachtete, wenn die Spirale verschiedenen Querschnitten der Magnete sich magnetischen Momente derselben<sup>1)</sup>. Folgende Tabellen Beobachtungen verglichen mit der Berechnung stände der untersuchten Querschnitte sind vor und die Einheit derselben ist 13,5 mm.

Abstand von der Mitte = $x$	Magnetisches Moment <small>m</small>		Abstand von der Mitte = $a$
	beobachtet	berechnet	
Länge des Stabes 32,5 cm			Länge
0	7171	7125	0
3	6867	6860	3
5	6322	6369	7
7	5528	5556	11
9	4416	4365	15
11	2530	2676	19
Länge des Stabes 65 cm			23
0	20811	20711	27
3	20608	20504	31
7	19412	19495	35
11	17470	17602	Länge
15	14706	14692	0
17	12717	12790	3
19	10559	10546	7
21	7997	7911	11
23	4557	4868	15
			19
			23
			27
			31
			35
			39
			43
			47

<sup>1)</sup> In Tabelle 10. Werte, berechnet durch Gleichung (1) mit den verschiedenen Punkten einer

Die als berechnet angeführten Werte von  $m$  sind nach der Formel von van Rees berechnet, indem zunächst die Konstanten  $a$ ,  $b$ ,  $m$  aus den Beobachtungen bestimmt wurden. Die direkt aus der Beobachtung und Rechnung sich ergebenden Zahlen sind in unserer Tabelle mit 10000 multipliziert.

Wie man sieht, stimmen die von van Rees nach seiner Formel berechneten Werte der magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte so vollständig mit dem beobachteten überein, daß man in der That zu dem Schlusse berechtigt ist, daß die Gleichung der Kettenlinie die Verteilung des Magnetismus in Stäben ausdrückt. Für die Verteilung des freien Magnetismus ergibt sich dann rückwärts die Gleichung von Biot, aus welcher van Rees die Gleichung der Kettenlinie für die Verteilung des erregten Magnetismus abgeleitet hat.

Dub leitet aus den Beobachtungen von Lenz und Jacobi andere Schlüsse ab; er schließt daraus, daß der in jedem Querschnitte erregte Magnetismus, wenn der ganze Stab mit einer Magnetisierungsspirale bedeckt ist, der Quadratwurzel aus der Entfernung dieses Querschnittes von dem nächsten Ende des Magnets proportional ist. Ist also  $l$  die halbe Länge des Magnets und  $x$  der Abstand des betrachteten Querschnittes von der Mitte, so soll

$$m = c \cdot \sqrt{l - x}; \quad m^2 = c(l - x).$$

Demnach würden die Endpunkte der Ordinaten, welche, auf der Länge des Magnets als Abscissenaxe konstruiert, die magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte darstellen, auf zwei Parabeln liegen, deren Scheitelpunkte in den Enden des Magnets liegen, und welche über der Mitte, dort, wo das Moment am größten ist, sich schneiden. Die magnetischen Momente werden also überhaupt nicht durch eine Kurve, sondern durch zwei dargestellt, indem jene Gleichung für jede Hälfte des Magnets, nicht für den ganzen Magnet gilt. Die nach dieser Formel berechneten Werte stimmen in der That ziemlich gut mit den beobachteten überein, wie folgende kleine Tabelle zeigt, in welcher wir die nach Dub und van Rees berechneten mit den am längsten Magnet beobachteten zusammenstellen.

Abstand von der Mitte = $x$	$m$		
	beobachtet	nach Dub	nach v. Rees
0	52690	57109	52602
7	52051	52659	51811
15	49014	44613	49074
23	43968	41120	43987
31	36108	33707	36088
39	24756	24672	24706
43	17078	18389	17186
47	6886	8224	8556

(Vergl. Ann. Bd. LXXIV) die §. 18 erwähnten Versuche über die Verteilung des Magnetismus in permanenten Magneten ausgeführt. Wie im nächsten Kapitel hervortreten wird, ist der Induktionsstrom, welcher in der Spirale entsteht, wenn dieselbe von einer Stelle des Magnets über das nächste Ende rasch abgezogen wird, dem unter der Spirale in der Anfangsstellung vorhandenen magnetischen Moment gerade so proportional, wie wenn der Magnetismus unter der Spirale plötzlich verschwindet.

1) Dub, Poggend. Ann. Bd. CIV u. CXV. Elektromagnetismus S. 250 ff.



Sind auch die Abweichungen zwischen den Rechnungen von Dub und den Beobachtungen nicht zu bedeutend, so sprechen doch zwei Gründe dagegen, an der Stelle der Raesschen Gleichung jene von Dub als das Gesetz der Verteilung des Magnetismus in Stäben zu betrachten, und abgesehen davon, daß die Gleichung von van Rees sich den Beobachtungen doch noch besser anschließt. Zunächst nämlich verfolgen die Abweichungen der nach Dub berechneten Werte einen regelmäßigen Gang; für kleine  $x$  und für große  $x$  sind Dubs Werte größer, für mittlere dagegen sind sie kleiner als die Beobachtungen. Die Kurven von Dub schneiden also die beobachteten in vier Punkten, so daß sie nur als eine erste Annäherung an diese Beobachtungen, die einzigen, welche bis jetzt vorliegen, betrachtet werden können. Zweitens aber fordert das Gesetz von Dub zwei über der Mitte des Magnets sich schneidende Kurven, so daß also die magnetischen Momente in der Mitte eine Unterbrechung der Stetigkeit zeigen würden, was schwerlich mit der wahren Verteilung übereinstimmt<sup>1)</sup>.

Für den freien Magnetismus der verschiedenen Querschnitte stellt Dub den Satz auf<sup>2)</sup>, daß derselbe proportional sei der Differenz zwischen dem in der Mitte des Stabes und dem an der betreffenden Stelle erregten Magnetismus, es soll derselbe also an der um  $x$  von der Mitte entfernten Stelle sein

$$f = c \cdot (\sqrt{l} - \sqrt{l-x}),$$

woraus sich dann der Satz ergeben würde, daß die Summe des in einem Querschnitt erregten und freien Magnetismus konstant und gleich dem in der Mitte des Stabes erregten Magnetismus sein würde, denn

$$f + m = c \cdot \sqrt{l} = m_0.$$

Für den in der Mitte eines Stabes erregten Magnetismus  $m_0$  würde also weiter folgen, daß er der Quadratwurzel aus der Stablänge direkt proportional wäre, vorausgesetzt, daß auf die verschiedenen Stäbe gleiche magnetisierende Kräfte wirken.

Auch diese Gesetze, welche Dub teils an den Versuchen von Lenz und Jacobi, teils an eigenen nachweist, scheinen nicht geeignet, als die wirklichen Gesetze der Verteilung zu gelten. Denn das Gesetz der Verteilung des freien Magnetismus stimmt nicht mit dem Gesetze der Verteilung der magnetischen Momente überein. Wie nämlich aus der Gleichung

1) Gegen diese, auch von Wiedemann ausgesprochene Ansicht, welche auch für die folgenden Sätze und für den Satz gilt, daß der freie Magnetismus auf Stäben verschiedener Länge der Quadratwurzel aus der Länge der Stäbe proportional sei, hat Dub, Poggend. Ann. Bd. CXV protestiert, und geglaubt, in diesen Sätzen die wahren Gesetze der magnetischen Verteilung in Stäben sehen zu können. Es ist natürlich hier nicht der Ort, auf die Polemik zwischen Wiedemann und Dub (Poggend. Ann. Bd. CXVII, Bd. CXVIII, Bd. CXX, Bd. CXXIII) einzugehen; nur will ich hervorheben, daß nach den vorhin gemachten Bemerkungen bei Gelegenheit von Dubs Versuchen über das Eintreten der Sättigung, Dubs Sätze über die Abhängigkeit der magnetischen Momente von den Dimensionen bei gleicher Stromstärke nur beschränkte Gültigkeit haben, und schon dadurch den Charakter empirischer innerhalb gewisser Grenzen zu benutzender Sätze tragen.

2) Poggend. Ann. Bd. CVI. Elektromagnetismus S. 205.

chung von Biot die Formel von van Rees sich ableiten läßt, so folgt aus Dubs Gleichung für  $f$

$$f + m = \text{const.}$$

auch eine ganz bestimmte Verteilung des magnetischen Moments  $m$  in dem Stabe.

Ist nämlich  $dm$  der Zuwachs des magnetischen Moments, wenn wir von einem um  $x$  von der Mitte entfernten Molekularmagnet zum nächstfolgenden übergehen, und  $dx$  die Länge der Molekularmagnete, so erhalten wir nach §. 9 für den freien Magnetismus  $f$

$$f = a \cdot \frac{dm}{dx};$$

die Gleichung für  $f$  wird darnach

$$a \frac{dm}{dx} + m = m_0.$$

Daraus folgt aber, wie die Integralrechnung lehrt, für  $m$

$$m = C e^{-\frac{x}{a}} + m_0,$$

also

$$\log(m_0 - m) = \frac{x}{a} \log e - C.$$

Es würden also die magnetischen Momente nicht einer Parabel, sondern einer logarithmischen Kurve entsprechen. Die beiden für den freien Magnetismus und für die magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte aufgestellten Gesetze stimmen also nicht mit einander überein<sup>1)</sup>.

### §. 132.

**Anziehung und Tragkraft der Elektromagnete.** Als die erste Äusserung des Magnetismus erkannten wir im ersten Abschnitte dieses Theiles die Fähigkeit, weiches Eisen anzuziehen und festzuhalten. Das Gewicht, welches ein Magnet in dieser Weise tragen kann, bezeichneten wir als die Tragkraft der Magnete.

Bei der Untersuchung, ob wir dieses Gewicht als ein Maß des an der Stelle, welche das Gewicht trägt, vorhandenen freien Magnetismus ansehen könnten, zeigten wir, daß, wenn man die Tragkraft als Maß des Magnetismus betrachten wolle, man den Magnetismus der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional setzen müsse, behaupteten aber zugleich, daß auch dadurch ein genaues Maß des Magnetismus nicht erreicht werden könne, da die Tragkraft wesentlich abhängig sei von der Form und den Dimensionen der angelegten Körper. Daraus ergibt sich dann noch ein weiterer Grund dafür, daß die Tragkraft nicht in einer einfachen Beziehung

1) Der Raum dieses Buches gestattet uns nur eine Übersicht über die wichtigsten allgemeinen Resultate zu geben und verbietet ein weiteres Eingehen auf die große Zahl magnetischer Untersuchungen, in welchen die Magnetisierungserscheinungen detaillierter untersucht werden, wir verweisen deshalb auf den III. Band von Wiedemanns Elektrizitätslehre.



zu dem Magnetismus stehen kann, auch wenn man immer denselben Anker anwendet. Bei dem Abreißen des Ankers reißt nämlich niemals zugleich die ganze Fläche ab, sondern es wird sich dieselbe immer zuerst an einer Stelle losreißen und dann noch an einer anderen haften, dadurch ist aber die Form der angelegten Fläche und damit die Kraft, mit welcher sie festgehalten wird, geändert.

Letzterer Umstand fällt fort, wenn man den Anker nicht mit dem Magnete in Berührung bringt, sondern nur die Kraft beobachtet, mit welcher derselbe aus einiger Entfernung angezogen wird. Man bezeichnet diese Kraft zum Unterschiede von der Tragkraft als die Anziehung der Elektromagnete; die Anziehung wird daher bei Anziehung desselben Ankers dem Quadrate des an der anziehenden Stelle vorhandenen freien Magnetismus proportional sein, und somit bei Anwendung desselben Ankers als Maß des an der anziehenden Stelle vorhandenen freien Magnetismus dienen können, wenigstens dann, wenn man den Magnetismus der Endflächen dadurch bestimmen will.

Diese Beziehungen zwischen Anziehung, Tragkraft und Stärke des Magnetismus lassen sich leicht mit Hilfe der Elektromagnete nachweisen, da wir die Stärke des Magnetismus dort nach der Größe der magnetisierenden Kraft bestimmen können. Wenden wir nicht zu kleine Eisenmassen an, so können wir das magnetische Moment, und mit diesem den an den Enden vorhandenen freien Magnetismus der Stäbe der magnetisierenden Kraft, oder bei Anwendung derselben Spirale einfach der Stromstärke proportional setzen. Nähert man nun dem Ende des Magnets einen Stab weichen Eisens bis auf eine geringe Entfernung, die aber bei allen Versuchen dieselbe sein muß, so muß die Anziehung dem Quadrate der Stromstärke proportional sein.

Die ersten Versuche, welche diesen Satz für stabförmige Elektromagnete bestätigen, rühren von Lenz und Jacobi<sup>1)</sup> her. Die Elektromagnete wurden unter dem Ende eines gewöhnlichen Wagbalkens vertikal aufgestellt und an den Wagbalken ein Stab weichen Eisens, oder nach Umständen auch ein anderer Elektromagnet aufgehängt und durch Gewichte auf der am anderen Ende des Wagbalkens hängenden Schale das Gleichgewicht hergestellt. Der Abstand der Endflächen des Magnets und des Eisenstabes betrug circa 3 mm und derselbe wurde auch nach Erregung des Magnetismus dadurch erhalten, daß zwischen die beiden Endflächen eine Holzscheibe von der angegebenen Dicke eingeschoben wurde. Nach Erregung des Magnetismus wurde durch Zulegen von Gewichten auf der Wagschale der am Wagbalken befestigte Stab von dem Magnet losgerissen; das Gewicht, bei welchem die Trennung eintrat, war somit gleich der Kraft, mit welcher der Eisenstab von dem Magnet angezogen wird.

Folgende Tabelle enthält die Resultate zweier Versuchsreihen; die Stromstärke wurde an einer Tangentenbussole gemessen, die als berechnet angegebene Anziehung wurde erhalten, indem das Quadrat der Tangente der in der ersten Kolonne angegebenen Ablenkung mit einem konstanten für jeden Magnetstab aber verschiedenen Faktor multipliziert wurde.

1) Lenz und Jacobi, Poggend. Ann. Bd. XLVII. S. 401.

Stromstärke	Anziehung		Stromstärke	Anziehung	
	beobachtet	berechnet		beobachtet	berechnet
Länge des Magnets 21,6 cm Dicke 4 cm, Länge des Ank. 5,4 cm			Länge des Magnets und Ankers 14,8 cm Dicke „ „ „ „ 13,5 mm		
19 <sup>0</sup> 4'	13,16	13,75	15 <sup>0</sup> 52'	1,46	1,64
19 6	13,32	14,03	16 2	1,46	1,67
28 48	32,45	33,44	28 52	5,65	6,16
33 8	44,13	43,05	29 2	5,81	6,42
36 27	57,45	57,51	37 42	11,49	12,10
42 26	89,10	90,34	46 37	21,16	22,68
50 35	154,10	153,1	52 44	33,81	34,99
50 48	159,20	160,2	55 30	41,97	42,89

Dasselbe Gesetz zeigte sich gültig, als sowohl der untere als der obere Stab durch den Strom magnetisiert wurden, nur war dann die Anziehung bei gleicher Stromstärke ungefähr viermal stärker, als wenn nur der eine Stab magnetisiert wurde.

Auch Dub<sup>1)</sup> hat durch seine Versuche dieses Gesetz bestätigt und den Satz zugleich auf die Anziehung, welche Hufeisen auf Anker ausüben, ausgedehnt<sup>2)</sup>. Er wählte bei diesen Versuchen genau cylinderförmige Anker, welche ein auf die Pole des Hufeisens gelegtes starkes Papierblatt in einer geraden Linie berührten; die Anker wurden wie bei den Versuchen von Lenz und Jacobi an dem Ende eines Wagbalkens befestigt und durch an dem anderen Ende des Wagbalkens auf eine Wagschale gelegte Gewichte abgerissen.

Folgende Tabelle enthält einige von Dubs Versuchen.

Stromstärke	Anziehung bei Hufeisen, deren Schenkellänge betrug			
	31,5 cm	24,3 cm	14,2 cm	10,8 cm
1	1,3	0,6	0,4	0,15
2	5	2,6	1,4	0,65
3	13	6	3,7	1,7
4	20,5	9,6	6,8	2,9
5	32	14,6	10,4	4,4
6	45	22	16	7
7	—	31,5	21	9
8	—	40,2	26	12

Wie man sieht, verhalten sich in allen vier Reihen die beobachteten

1) Dub, Elektromagnetismus S. 123.

2) Dub, Elektromagnetismus S. 131. Dub nimmt bei seinen Untersuchungen über die Verteilung des Magnetismus in den Magneten dieses Gesetz nicht nur für die Endflächen, sondern auch für die Seitenflächen an, und gelangt dadurch zu den im vorigen Paragraphen mitgeteilten Sätzen über die Verteilung des Magnetismus, Wiedemann bemerkt dagegen (Galvanismus Bd. II. §. 347. 1. Aufl.), daß dieses wohl nicht gestattet sei, da an den Seitenflächen der Einfluß der Anker ein anderer sei als an den Endflächen; es werden dort durch den Einfluß des angelegten Ankers die Moleküle gegen die Axe des Magnets dem Anker zugezogen, und deshalb der Magnetismus mehr verstärkt als an den Endflächen.



Gewichte wie die Quadrate der natürlichen Zahlen, welchen letzteren die Stromstärken proportional waren.

Die Anziehung zwischen Magnet und Anker nimmt ab, wenn der Abstand des Ankers vom Magnete wächst. Nach Versuchen von Tyndall sollte von einer gewissen Entfernung an die Anziehung dem Abstände des Ankers von dem Magnete einfach umgekehrt proportional sein<sup>1)</sup>. Nach den Versuchen von Dub kann man dagegen diesen Satz nicht als allgemeines Gesetz hinstellen, da das Gesetz der Abnahme der Anziehung wesentlich von der Größe der Anker abhängig ist. Folgende Versuchsergebnisse von Dub<sup>2)</sup> zeigen dieses unzweideutig. Die Entfernungen der Endflächen von Magnet und Anker wurden mit einer sphärometerähnlichen Einrichtung gemessen. Die Einheit der Entfernung ist 0,15 Millimeter.

Entfernung von der Endfläche	Anziehung von Ankern, deren Dicke betrug			
	27 mm	20,25 mm	13,5 mm	10,12 mm
1	1,1	1,25	1,4	1,6
2	0,9	0,9	0,92	0,95
3	0,71	0,77	0,65	0,65
4	0,6	0,65	0,48	0,45
8	0,38	0,36	0,23	0,194
16	0,19	0,16	0,11	0,08
32	0,08	0,063	0,05	0,032

Wie man sieht, ist das Gesetz der Abnahme für die vier Anker ein ganz verschiedenes, die dickeren Anker werden bei geringerer Entfernung schwächer, bei größerer stärker angezogen als die dünneren, und bei einer gewissen kleinen Entfernung werden alle Anker mit gleicher Stärke angezogen.

Wir haben die Reihe von Dub hier zugleich als Beleg für den Einfluß der Anker angeführt, indem sie deutlich zeigt, von wie großem Einfluß bei derselben Entfernung die Dimensionen der Anker auf die Größe der Anziehung sind. Es ergibt sich daraus auf das unzweideutigste, daß nur bei Anwendung desselben Magnetstabes und Ankers die Anziehung dem Quadrate des Magnetismus der Endfläche proportional gesetzt werden darf.

Ebenso wie die Dimensionen der Anker ist auch die Form der Endfläche des Magnets auf die Anziehung von Einfluß, so daß z. B. Magnete mit zugespitzten Endflächen bei sonst gleichem Querschnitte eine geringere Anziehung zeigen als nicht zugespitzte Magnete.

Betreffs der Tragkraft der Magnete läßt sich nach den Versuchen von Lenz und Jacobi<sup>3)</sup>, Müller<sup>4)</sup> und Dub<sup>5)</sup> kein allgemeiner Satz aufstellen, welcher die Abhängigkeit der Tragkraft von der Stärke der Magnete ausdrückt. Aus den Versuchen von Dub ergibt sich nur, daß die Tragkraft

1) Tyndall, Poggend. Ann. Bd. LXXXIII.

2) Dub, Poggend. Ann. Bd. LXXX. Elektromagnetismus S. 126.

3) Lenz und Jacobi, Poggend. Ann. Bd. XLVII.

4) Müller, Bericht über die neuesten Fortschritte der Physik S. 530 Poggend. Ann. Bd. CV.

5) Dub, Poggend. Ann. Bd. LXXIV. Elektromagnetismus S. 132 f.

langsamer wächst als das Quadrat der Stromstärke, aber rascher als die Stromstärke selbst. Auch dann, wenn man zur Vermeidung des ungleichartigen Abreißens kugelförmige Anker anwendet, läßt sich kein weiteres Gesetz erkennen wie unter andern folgende Beobachtungen von Dub zeigen:

Stromstärke	Tragkraft	
	Durchmesser der Kugel 40,5 mm	Durchmesser der Kugel 20,25 mm
1	0,3	0,09
2	0,7	0,21
3	1,25	0,45
4	1,6	0,65
6	2,8	0,95
8	4,6	1,5
12	7,4	2,6.

Ähnliches zeigt sich bei Anwendung anders geformter Anker, jedoch so, daß für jeden Anker die Tragkraft einen besonderen Wert hat.

Für die Tragkraft von Hufeisenmagneten, wenn dieselben durch einen Anker verbunden werden und dieser abgerissen wird, nahm man früher an<sup>1)</sup>, daß dieselbe rascher zunehme als die Stromstärke oder die magnetisierende Kraft. v. Waltenhofen hat indes gezeigt<sup>2)</sup>, daß eine solche Zunahme der Tragkraft nur bei sehr geringen Stromstärken eintritt, daß mit steigender Stromstärke die Tragkraft sehr bald langsamer wächst als die Stromstärke und sich einem Maximum nähert, welches schon erreicht wird, wenn nach der Bezeichnung Dubs in dem nicht mit dem Anker versehenen Magnete die beginnende Sättigung noch nicht erreicht ist. Es ergibt sich das unter andern aus folgender Versuchsreihe an einem hufeisenförmig gebogenen Eisenstabe von 18,1 cm Länge und 1 cm Durchmesser.

Stromstärke $s$	Moment des ungeschlossenen Hufeisens $p$	$\frac{p}{s}$	Tragkraft $T$	$\frac{T}{s}$
16,29	3,01	0,194	1,97	0,121
28,11	5,57	0,198	4,17	0,148
35,29	6,79	0,192	4,92	0,139
89,35	17,78	0,199	10,27	0,115
130,01	24,85	0,191	11,37	0,087
246,53	51,39	0,208	14,42	0,058

Wie man sieht, nimmt schon von der zweiten Beobachtung an die Tragkraft sehr viel langsamer zu als die Stromstärke.

1) Man sehe Dub, Elektromagnetismus S. 137 ff. Wiedemann, Galvanismus Bd. II. S. 402 ff.

2) von Waltenhofen, Sitzungsberichte der Wiener Akademie Bd. LXI.

Dieses Verhalten der Hufeisen hat denselben Grund, wie die Erscheinung, daß die Tragkraft eines geschlossenen Hufeisens weit größer ist als die Summe der Tragkräfte der einzelnen Pole. Auf diese Erscheinung hat zuerst Magnus aufmerksam gemacht<sup>1)</sup>, indem er zeigte, daß ein Hufeisenelektromagnet, welcher an jedem Pole für sich nur etwa ein Kilogramm tragen konnte, nach Anlegen des Ankers fast 70 Kilogramm trug. Der Grund dieser Erscheinung ergibt sich leicht, es ist derselbe, welcher bewirkt, daß in der Mitte eines Magnets das magnetische Moment bedeutend größer ist als an den Enden. In einem solchen geschlossenen Hufeisenmagnete, dessen Anker selbst magnetisch wird, ist jeder Querschnitt an beiden Seiten von magnetischen Querschnitten umgeben, und zwar nach beiden Seiten von einer gleichen Zahl, da der Magnet vollständig geschlossen ist. Wie nun in der Mitte eines Stabes infolge des Einwirkens der an beiden Seiten der Querschnitte liegenden Molekularmagnete das magnetische Moment größer ist als an den Enden, so muß nach Anlegen des Ankers das Moment auch an den Enden der Schenkel zunehmen und nahezu gleich demjenigen der Mitte werden, da die Enden der Schenkel durch Anlegen des Ankers gewissermaßen zur Mitte werden.

Es nimmt also an den Anlegestellen des Ankers in der That das magnetische Moment zu und mit demselben natürlich die Tragkraft, da die Tragkraft zweier sich berührender Flächen mit dem Magnetismus der Flächen zunimmt.

Mit der Zunahme der magnetischen Momente an den Enden der Schenkel muß das gesamte Moment des Hufeisens zunehmen, der freie Magnetismus dagegen abnehmen. Ersteres hat Poggendorff<sup>2)</sup> nachgewiesen, indem er nach der Methode von Lenz und Jacobi den Induktionsstrom beobachtete, welchen der entstehende Magnetismus eines Hufeisens erregte, als es keinen Anker trug und als es durch einen Anker geschlossen war. Er erhielt auf diese Weise folgende Werte für die magnetischen Momente des Hufeisens:

Magnetisierende Kraft	Magnetisches Moment des	
	offenen	geschlossenen
1	7,36	32,10
1,25	10,23	49,66
2,33	16,06	58,87.

Daß der freie Magnetismus auf dem Elektromagnete sehr viel geringer ist als auf dem offenen, davon kann man sich sehr leicht überzeugen, indem man dem geschlossenen Magnete eine Magnetnadel nähert: die Schwingungsdauer wird nur wenig mehr geändert als bei der Annäherung an weiches Eisen<sup>3)</sup>.

1) Magnus, Poggend. Ann. Bd. XXXVIII.

2) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LXXXV.

3) Über das Verhalten geschlossener Magnete sehe man ferner Dub, Elektromagnetismus. Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. III. §. 688 ff.



## §. 133.

**Magnetische Wirkung der Reibungselektricität.** Im letzten Paragraphen des zweiten Abschnittes haben wir erwähnt, daß auch der Entladungsschlag der Leydener Flasche, oder der Strom, welcher den einen elektrisierten Konduktor ableitenden Draht durchfließt, magnetische Wirkungen zeige. Nachdem wir in diesem Kapitel die magnetischen Wirkungen eines konstanten Stromes kennen gelernt haben, ist es leicht, die magnetischen Wirkungen der Reibungselektricität zu charakterisieren und zu zeigen, in wie weit sie mit denen der konstanten Ströme übereinstimmen, in wie weit nicht.

Die ablenkende Wirkung auf eine Magnetnadel durch einen Strom von Reibungselektricität hat zuerst Colladon<sup>1)</sup> nachgewiesen. Er verband an ein Ende eines Multiplikator drahtes mit dem Konduktor, das andere mit dem Reibzeuge einer Elektrisiermaschine und erhielt dadurch Ablenkungen der Magnetnadel in dem einen oder anderen Sinne, je nachdem der Strom den Multiplikator in dem einen oder anderen Sinne durchsetzte. Die Richtung der Ablenkung war ganz der von Ampère für die Ablenkung der Nadel durch galvanische Ströme gegebenen Regel gemäß.

Durch die gewöhnliche Entladung einer Leydener Flasche konnte Colladon keine Ablenkung der Nadel hervorbringen, da der Entladungsschlag dann nicht den Windungen des Multiplikator drahtes folgte, sondern nur durch die Windungen ging. Es gelang ihm indes auf folgende Weise auch durch die Entladung der Batterie eine Ablenkung hervorzubringen. Das eine Ende des Multiplikator drahtes wurde mit der äußeren Belegung der Batterie von 30 Flaschen verbunden und das andere Ende mit einer feinen Spitze versehen. Diese wurde isoliert vorsichtig der innern Belegung genähert; als dann durch die Spitzenwirkung die Batterie außerhalb der Schlagweite geräuschlos entladen wurde, zeigte sich die Ablenkung der Magnetnadel und zwar der Ampèreschen Regel gemäß nach der einen oder anderen Seite, je nachdem die Batterie positiv oder negativ geladen war.

Anstatt in dieser Weise gelang es Faraday<sup>2)</sup> durch Einschaltung bestimmter Widerstände, einer feuchten Schnur oder einer Wasserröhre eine Ablenkung der Nadel bei der gewöhnlichen Entladung der Batterie in der Schlagweite hervorzubringen. Die Ablenkung war trotz großer Verschiedenheit der Widerstände fast immer bei gleicher Ladung der Batterie dieselbe. W. Weber<sup>3)</sup> hat gezeigt, daß es, um eine Ablenkung der Magnetnadel hervorzubringen, nicht erforderlich ist, einen feuchten Leiter in den Schließungsdraht einzuschalten, sondern daß auch bei einem rein metallischen Schließungsbogen die Nadel abgelenkt wird. Dabei zeigte sich nun die eigentümliche Erscheinung, daß die Ablenkung bei gleicher Ladung der Batterie viel kleiner war, als der Bogen ganz metallisch, als wenn in denselben eine feuchte Haufschnur eingeschaltet war. Als eine

1) Colladon, Annales de chim. et de phys. T. XXXIII. Poggend. Ann. L. VIII.

2) Faraday, Experimental researches III. Reihe art. 363—368. Poggend. Ann. Bd. XXIX.

3) W. Weber, Elektrodynamische Mafsbestimmungen. §. 14. Leipzig 1846.



Batterie von vier Flaschen durch eine feuchte 4 mm dicke und 320 mm lange Hanfschnur entladen wurde, trat eine Ablenkung von 55 ein, als statt der feuchten Schnur ein 230 m langer Draht von Neusilber, dessen Dicke 0,3 mm betrug, eingeschaltet wurde, betrug die Ablenkung nur 7.

Bei Anwendung feuchter Leiter ist die Ablenkung der Magnetnadel nach den Versuchen von Faraday und Riess<sup>1)</sup> unabhängig von der Größe der eingeschalteten Widerstände, ferner unabhängig von der Dichtigkeit der entladenen Elektricität und nur abhängig von der entladenen Elektricitätsmenge, der sie nach einem Versuche Faradays proportional zu setzen ist. So fand Riess die Ablenkung eines Galvanometers stets gleich 27, mochte er die Elektricitätsmenge aus 10, aus 7 oder aus 1 Flasche entladen, mochte er eine Wasserröhre oder einen feuchten Baumwollenfaden einschalten. Es kann daher das Galvanometer zur Messung der Elektricitätsmenge, welche entladen wird, benutzt werden. W. Weber<sup>2)</sup> hat zu diesem Zwecke das Galvanometer bei Einschaltung feuchter Widerstände und Oettingen<sup>3)</sup> selbst bei einem sehr langen rein metallischen Schließungsbogen benutzt, für welchen Kooßen<sup>4)</sup> nachgewiesen, daß auch dort das oben angeführte Gesetz der Ablenkung gilt. In welcher Weise solche rasch verlaufende Ströme mit dem Galvanometer gemessen werden können, werden wir im nächsten Kapitel zeigen.

Aus der Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom der Reibungselektricität folgt schon ohne weiteres, daß dieser Strom auch imstande ist, Eisen oder Stahlnadeln zu magnetisieren. Die ersten unzweideutigen Beobachtungen solcher Magnetisierungen rühren von Arago<sup>5)</sup> und Davy<sup>6)</sup> her. Arago magnetisierte Stahlnadeln, indem er durch die sie umgebende Spirale eine Anzahl elektrischer Funken schlagen ließ; Davy magnetisierte dieselben durch den Entladungsschlag einer Leydener Batterie, indem er die Nadeln unter den Schließungsdraht und zu demselben senkrecht legte. Die Richtung der Pole war der Ampèreschen Theorie gemäß.

Das ist jedoch, wie zuerst Savary<sup>7)</sup> gezeigt hat, nicht immer der Fall, weder wenn man die Nadeln nach der Methode von Davy magnetisiert, noch wenn man den Entladungsschlag der Batterie durch eine Magnetisierungsspirale gehen läßt.

Magnetisiert man die Nadeln nach der Methode von Davy, so hängt die Richtung der Magnetisierung ab von der Entfernung der Nadel von dem Strome, von der Stärke des Stromes und von der Stahlsorte, aus der die Nadeln bestehen. Liegen die Nadeln unmittelbar am Schließungsdrahte, so werden sie immer normal magnetisiert, in einer gewissen, von der Stärke des Stromes und der Natur der Nadeln abhängigen Entfernung fand sich dagegen sehr häufig eine der Ampèreschen Regel widersprechende Magnetisierung. So befestigte Savary 25 Nadeln derselben

1) Riess, Reibungselektricität Bd. I. §. 507–516.

2) W. Weber u. Kohlrausch, Elektrodynamische Maßbestimmungen. §. 7 ff.

3) Oettingen, Poggend. Ann. Bd. CXV.

4) Kooßen, Poggend. Ann. Bd. CVII.

5) Arago, *Moniteur universel* 10. November 1820. Riess, Reibungselektricität, Bd. I. §. 517.

6) Davy, Gilberts Ann. Bd. LXXI.

7) Savary, *Annales de chim. et de phys.* T. XXXVI.

langsamer wächst als das Quadrat der Stromstärke, aber rascher als die Stromstärke selbst. Auch dann, wenn man zur Vermeidung des ungleichartigen Abreißens kugelförmige Anker anwendet, läßt sich kein weiteres Gesetz erkennen wie unter andern folgende Beobachtungen von Dub zeigen:

Stromstärke	Tragkraft	
	Durchmesser der Kugel 40,5 mm	Durchmesser der Kugel 20,25 mm
1	0,3	0,09
2	0,7	0,21
3	1,25	0,45
4	1,6	0,65
6	2,8	0,95
8	4,6	1,5
12	7,4	2,6.

Ähnliches zeigt sich bei Anwendung anders geformter Anker, jedoch so, daß für jeden Anker die Tragkraft einen besonderen Wert hat.

Für die Tragkraft von Hufeisenmagneten, wenn dieselben durch einen Anker verbunden werden und dieser abgerissen wird, nahm man früher an<sup>1)</sup>, daß dieselbe rascher zunehme als die Stromstärke oder die magnetisierende Kraft. v. Waltenhofen hat indes gezeigt<sup>2)</sup>, daß eine solche Zunahme der Tragkraft nur bei sehr geringen Stromstärken eintritt, daß mit steigender Stromstärke die Tragkraft sehr bald langsamer wächst als die Stromstärke und sich einem Maximum nähert, welches schon erreicht wird, wenn nach der Bezeichnung Dubs in dem nicht mit dem Anker versehenen Magnete die beginnende Sättigung noch nicht erreicht ist. Es ergibt sich das unter andern aus folgender Versuchsreihe an einem hufeisenförmig gebogenen Eisenstabe von 18,1 cm Länge und 1 cm Durchmesser.

Stromstärke $s$	Moment des angeschlossenen Hufeisens $p$	$\frac{p}{s}$	Tragkraft $T$	$\frac{T}{s}$
16,29	3,01	0,194	1,97	0,121
28,11	5,57	0,198	4,17	0,148
35,29	6,79	0,192	4,92	0,139
89,35	17,78	0,199	10,27	0,115
130,01	24,85	0,191	11,37	0,087
246,53	51,39	0,208	14,42	0,058

Wie man sieht, nimmt schon von der zweiten Beobachtung an die Tragkraft sehr viel langsamer zu als die Stromstärke.

1) Man sehe Dub, Elektromagnetismus S. 137 ff. Wiedemann, Galvanismus Bd. II. S. 402 ff.

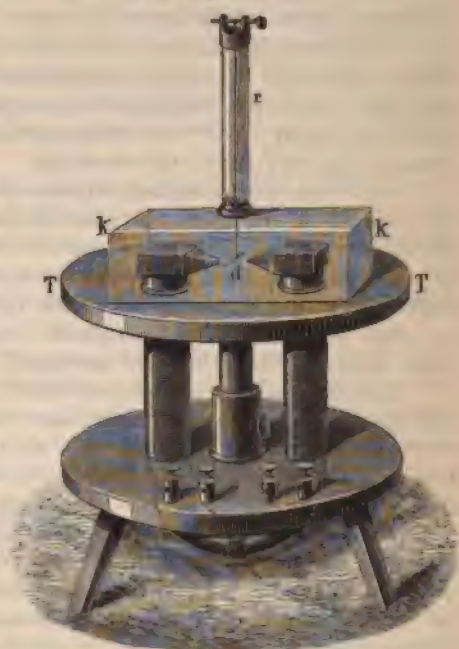
2) von Waltenhofen, Sitzungsberichte der Wiener Akademie Bd. LXI.





Um zu verhindern, daß Luftströmungen den untersuchten Substanzen eine Bewegung erteilen, umgibt man das Magnetfeld mit einem Glaskasten, indem man entweder bei kleineren Apparaten den ganzen Elektromagnet in einen solchen einschließt, oder nur die Pole mit einem solchen umgibt. Plücker<sup>1)</sup> hat zu dem Ende an seinem großen Elektromagneten einen Tisch angebracht (Fig. 262 *TT*), welcher, an zwei Stellen durchbohrt, die Polenden des Elektromagnets durchläßt. Der Tisch ist auf dem Stative des Elektromagnets befestigt und kann höher oder tiefer gestellt werden. Auf den Tisch wird der Glaskasten *k* gestellt, so daß die Polflächen des Magnets sich in demselben befinden. Die Deckplatte des Kastens ist durchbohrt; auf die Durchbohrung ist in einer Holzfassung eine Röhre *r* gesetzt, welche oben in einer Messingfassung befestigt einen horizontalen Stift trägt; von diesem hängt der Coconfaden herab, welcher den zu untersuchenden Körper trägt. Durch Drehung des Stiftes kann der Faden auf- und abgewunden und so die zu untersuchende Substanz gehoben und gesenkt werden.

Fig. 262.



Hängt man nun ein Eisenstäbchen *d* an den Coconfaden zwischen die zugespitzten Halbanker des Magnets, und leitet dann durch die denselben umgebenden Windungen einen Strom, so wird das Eisenstäbchen sofort zum Magnet und stellt sich so, daß seine Längsrichtung sich in der Verbindungslinie der beiden Pole befindet. Ebenso stellt sich ein Stäbchen von Kobalt oder Nickel; sie richten sich von Pol zu Pol oder stellen sich, wie Faraday es nennt, axial.

Bringt man an die Stelle des Eisenstäbchens ein solches von Wismut, so ist die Erscheinung eine andere<sup>2)</sup>; sobald der Magnet erregt ist, stellt sich dasselbe mit seiner Längsaxe senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Pole, oder wie Faraday es nennt, äquatorial, und kommt nach einigen Schwingungen in dieser Lage zur Ruhe; entfernt man es aus dieser Lage, so kehrt es in dieselbe zurück. Dabei dreht sich das Stäbchen, wenn es nicht in dieser Lage ist, jederzeit so, daß seine Enden den kleinsten Winkel beschreiben, um in diese Lage zu gelangen; jedes Ende des Stäbchens kann sich also an jeder Seite der die Pole des Mag-

1) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXII.

2) Faraday, Experimental researches ser. XX, Poggend. Ann. Bd. LXXIX.



nets verbindenden Linie befinden, und welches an der einen oder anderen Seite sich befindet, hängt nur von der Lage des Stäbchens vor Erregung des Magnetismus ab. Auch eine Umkehrung der Pole des Magnets bringt darin keine Änderung hervor, das Stäbchen bewegt sich immer auf dem kürzesten Wege in die äquatoriale Lage.

Aus diesem Versuche sind wir zu schliessen berechtigt, dass von beiden Magnetpolen auf das Wismutstäbchen eine abstossende Kraft ausgeübt wird, wie auf das Eisen eine anziehende, denn es ergiebt sich aus demselben, dass das Wismut sich stets möglichst weit von den Magnetpolen zu entfernen sucht, es strebt, wie Faraday sich ausdrückt, von Stellen stärkerer zu Stellen schwächerer magnetischer Wirkung sich zu bewegen. Steht das Stäbchen äquatorial, so geht die Richtung der abstossenden Kraft durch die Drehungsaxe selbst und kann deshalb keine Drehung des Stäbchens hervorbringen.

Von dem Vorhandensein dieser abstossenden Kraft kann man sich auch direkt überzeugen; ist nämlich die Drehungsaxe des Stäbchens in der axialen Linie, aber näher bei dem einen als bei dem anderen Pole, so stellt sich das Stäbchen ebenfalls äquatorial, zugleich aber weicht der Schwerpunkt des Stäbchens von dem Pole zurück und bleibt abgestossen, so lange der Magnet in Thätigkeit bleibt. Genau dasselbe findet statt, wenn man das Stäbchen dem anderen Pole näher bringt.

Befindet sich der Drehpunkt des Stäbchens in der äquatorialen Linie, also gleich weit von den Polen, aber seitlich aus der axialen Linie entfernt, so stellt sich das Stäbchen ebenfalls äquatorial, zugleich wird es aber parallel derselben abgestossen, es entfernt sich weiter von der axialen Linie, und bleibt in der abgelenkten Lage.

Wendet man anstatt des Stäbchens eine kleine Kugel oder einen Würfel von Wismut an, so kann nach dem Vorigen keine Richtung desselben eintreten, dagegen lässt sich die Abstossung sehr leicht beobachten. Ist der Würfel einem Pole näher als dem anderen, so wird er parallel der axialen Linie abgestossen; ist er gleich weit von beiden Polen entfernt, befindet sich aber seitlich von der axialen Linie, so wird er weiter von derselben entfernt, also im Magnetfeld seitlich verschoben. Es folgt somit, dass er gleichzeitig von beiden Magnetpolen mit gleicher Stärke abgestossen wird.

Man kann die Erscheinungen auch von einem einzelnen Pole erhalten, auch hier zeigt sich bei einem Stäbchen die Ablenkung in die äquatoriale Stellung, bei Kugeln die Abstossung.

Wismut verhält sich demnach gerade entgegengesetzt wie Eisen, während letzteres von jedem genäherten Magnetpole angezogen wird, wird Wismut von demselben abgestossen; um diese magnetische Wirkung von der bisher betrachteten zu unterscheiden, nennt Faraday sie diamagnetisch, und die Eigenschaft des Wismuts Diamagnetismus.

In ähnlicher Weise untersucht fanden Faraday<sup>1)</sup> und andere fast alle Substanzen magnetisch oder diamagnetisch. Von den Metallen fanden sich magnetisch:

1) Faraday, Experimental researches ser. XX. Poggend. Ann. Bd. LXII. VI. Bd. LXX. ser. XXIII. Bd. LXXXII. ser. XXV. Ergänzungsband II.

Eisen, Nickel, Kobalt, Platin, Palladium, Titan, Mangan, Chrom, Cerium, Osmium.

Diamagnetisch und zwar mit absteigender Stärke:

Wismut, Antimon, Zink, Zinn, Kadmium, Quecksilber, Blei, Silber, Kupfer, Gold, Arsen, Uran, Rhodium, Iridium, Wolfram.

Von den festen Metalloiden sind ebenfalls diamagnetisch:

Phosphor, Schwefel, Tellur, Jod.

Die Oxyde und Salze des Eisens, Nickels und Kobalts zeigten sich mit Ausnahme des Ferrocyankaliums, welches diamagnetisch ist, magnetisch, ebenso die meisten Verbindungen des Platin, Titan, Osmium, ferner die meisten Verbindungen von Mangan und Cerium. Von Chrom ist das Oxyd magnetisch, die Säure diamagnetisch; Bleisuperoxyd und Mennige sind ebenfalls magnetisch; außerdem Papier, Tusche, Berliner Porzellan, Flußspat, Turmalin u. a. m.

Manche Verbindungen der magnetischen Metalle sind diamagnetisch, so Platinchlorid, Ammonium-Platinchlorid, ebenso auch Palladiumchlorid, auch fast alle Oxyde und Verbindungen der diamagnetischen Metalle, außer Silbersuperoxyd und Kupferoxyd, sind diamagnetisch; ferner Eis, eisenfreies Glas, so insbesondere Faradays Flintglas, tierische Fette, Fleisch, Holz, Elfenbein, Leder u. a. m.

Auch die Flüssigkeiten werden von den Magneten affiziert; zur Untersuchung derselben wandte Faraday eine Glasröhre von der Form Fig. 263 an, deren äquatoriale oder axiale Stellung zwischen den Magnet-

Fig. 263.



Fig. 264.



Fig. 265.



polen, nachdem der Magnetismus der leeren Röhre bestimmt war, den Diamagnetismus oder Magnetismus der eingeschlossenen Flüssigkeit nachwies. Plücker<sup>1)</sup> legte auf die Halbanker Fig. 264 und 265 Glimmerblätter oder Uhrgläser, in welche die zu untersuchende Flüssigkeit gebracht war.

Wenn die Flüssigkeit magnetisch war, erhoben sich über den Magneten zwei Wülste *a* und *b*, während bei den diamagnetischen Flüssigkeiten sich ein Wulst zwischen den beiden Polen *c* Fig. 265 bildete. Die Bildung der Wülste ergibt sich unmittelbar daraus, daß die freie Oberfläche einer Flüssigkeit stets normal sein muß zu den auf sie wirkenden Kräften.

Nach diesen Versuchen zeigt sich das Wasser ziemlich stark diamagnetisch; trotzdem sind konzentrierte Lösungen der magnetischen Verbindungen des Eisens, Eisenchlorid, Eisenchlorür, Eisenvitriol, des Nickels u. s. f. magnetisch. Sind die Lösungen verdünnt, so überwiegt der Diamagnetismus des Wassers. Die Lösungen der diamagnetischen Salze sind ebenfalls diamagnetisch; ebenso die Lösungen der Salze der Alkalien und Erden; ferner Alkohol, Äther, Schwefelsäure, Salpetersäure, Blut, Milch, geschmolzenes Wachs etc.

<sup>1)</sup> Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.



Die soeben gemachten Angaben über den Magnetismus oder Diamagnetismus der Körper, d. h. über ihre Anziehung und Abstossung von den Polen der Magnete gelten nur, wenn man das Verhalten derselben in der Luft untersucht, nicht aber, wenn das Magnetfeld mit einer Flüssigkeit ausgefüllt ist<sup>1)</sup>. Befindet sich nämlich eine magnetische Substanz in einer Flüssigkeit, welche stärker magnetisch ist als sie selbst, so verhält sie sich diamagnetisch, befindet sich eine diamagnetische Substanz in einer Flüssigkeit, welche stärker diamagnetisch ist, so verhält sie sich magnetisch.

Die zu den Versuchen mit Flüssigkeiten benutzte Röhre wurde hermetisch verschlossen und dann zwischen den Magnetpolen aufgehängt. Sie stellte sich äquatorial. Dann wurde in das Magnetfeld ein mit Wasser gefülltes Gefäß gebracht und die Röhre in das Wasser eingesenkt, indem ein Wismutwürfel an dieselbe angehängt wurde. Im Wasser stellte die Röhre sich axial.

Faraday stellte drei Lösungen von Eisenvitriol her, deren Procentgehalt sich wie 16 zu 4 zu 1 verhielt. Drei Glasröhren wurden mit den Lösungen gefüllt, sie stellten sich axial; ebenso stellten sie sich in Wasser oder Alkohol, und zwar mit noch grösserer Kraft axial. Anders indes, als die Röhren in die verschiedenen Eisenlösungen gesenkt wurden. Die mit 16prozentiger Lösung gefüllte Röhre war in der 1prozentigen und 4prozentigen ganz entschieden magnetisch, sie stellte sich axial. In der 16prozentigen Lösung dagegen verhielt sie sich ganz indifferent, sie nahm durchaus keine bestimmte Stellung ein. In einer Umgebung, welche ebenso stark magnetisch ist, als er selbst, verhält sich also ein Körper ganz unmagnetisch. Dasselbe zeigte sich bei den andern Röhren; in den konzentrierteren Lösungen waren sie diamagnetisch, in der gleichen indifferent, in der verdünnteren magnetisch.

Dasselbe zeigt sich, wenn man die Anziehungen oder Abstossungen untersucht, welche eine Substanz in verschiedenen Umgebungen von einem Magnetpole erfährt. Wurde eine der Röhren so aufgehängt, daß ihre Längsrichtung vertikal war, so wurde sie in der Luft oder im Wasser, oder in verdünnterer Lösung von dem Magnetpole angezogen, in konzentrierterer Lösung dagegen von demselben abgestoßen. Plücker<sup>2)</sup> hat dies sehr deutlich durch folgenden Versuch nachgewiesen. Auf den Pol seines grossen Elektromagnets wurde ein unten durch ein Glimmerblatt verschlossenes Lampenglas gestellt, und in dieses eine mit einem Faden an einer Wage befestigte Wismutkugel gelegt. Durch auf die Wagschalen gelegte Gewichte wurde die Kugel so äquilibrirt, daß sie, wenn der Magnetismus erregt war, gerade eben das Glimmerblatt berührte. Wurde der Strom unterbrochen, so wurde, da die Abstossung aufhörte, die Kugel schwerer, und es mußten auf der einen Wagschale Gewichte zugelegt werden, um die Kugel wieder wie vorher zu äquilibriren. Diese Gewichte waren, als 8 Grovesche Elemente den Magnet erregten und das Lampenglas enthielt

Luft, 785 mg; Wasser, 745 mg; Eisenchlorid, 885 mg.

1) Faraday, Experimental researches series XXI. art. 2362 ff. 2400 f. Poggend. Ann. Bd. LXX.

2) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

Diese Gewichte messen die abstößende Kraft, sie zeigen, daß im diamagnetischen Wasser die Abstößung am kleinsten, in dem magnetischen Eisenchlorid am größten ist. Es zeigt sich hier somit etwas dem archimedischen Princip Analoges; wie ein in Wasser getauchter Körper an Gewicht verliert, ja selbst wenn er specifisch leichter ist als das Wasser, in die Höhe getrieben werden kann, so auch verliert ein magnetischer Körper in magnetischen Flüssigkeiten an Magnetismus und kann selbst diamagnetisch werden. Ja die Analogie mit dem archimedischen Princip geht nach den Versuchen von E. Becquerel<sup>1)</sup> so weit, daß die magnetische Anziehung eines Körpers in einer magnetischen Umgebung gerade so viel sich ändert, als die magnetische Anziehung oder Abstößung der Flüssigkeit beträgt, welche er aus der Stelle drängt. Becquerel hing zwischen den Polen eines Elektromagnets Stäbchen von Wachs oder Schwefel an dem Faden einer Torsionswaage auf und gab durch Torsion des Fadens dem Stäbchen eine gewisse Neigung gegen die äquatoriale Lage. Dann wurde der Magnetismus erregt und die Torsion des Fadens beobachtet, welche das Stäbchen wieder in die frühere Gleichgewichtslage brachte, wenn es sich in der Luft befand oder in verschiedenen Flüssigkeiten. Auf diese Weise ergaben sich die Abstößungen des

	Schwefelstäbchens	Wachsstäbchens
in Luft	0,9038	0,3485
in Wasser	0,1004	— 0,2647
in konz. Lösung von Chlormagnes.	— 0,0649	— 0,3816
von schwefels. Nickel	2,6060	1,6733.

Das negative Vorzeichen bedeutet Anziehung. Ist das angegebene Gesetz richtig, so muß die in den Flüssigkeiten beobachtete Abstößung gleich der Differenz zwischen der Abstößung des Körpers und des verdrängten Flüssigkeitsvolumens sein. Ist demnach  $A_s$  die Abstößung des Schwefelstäbchens in der Luft,  $A_w$  die Abstößung des gleichen Volumens Wasser, so ist

$$A_s - A_w = 0,1004; \quad A_w = A_s - 0,1004.$$

So berechnet müssen, wenn das Gesetz richtig ist, die in beiden Reihen für die verschiedenen Flüssigkeiten erhaltenen Werte einander proportional sein. Daß das in der That der Fall ist, zeigen folgende Zahlen, in welchen in jeder Reihe die Abstößung des Wassers  $A_w = 10$  gesetzt ist, es ist

	beim Schwefel	beim Wachs
$A_w$	10	10
$A_{magn.}$	12,06	10,91
$A_{ni.}$	— 21,19	— 21,60.

Das negative Vorzeichen bei  $A_{ni.}$  beweist, daß die Nickellösung magnetisch ist. Das Gesetz wird also durch diese Versuche bestätigt.

Zur Untersuchung, ob die Gase magnetisch oder diamagnetisch sich

1) Becquerel, *Annales de chim. et de phys.* III. Sér. T. XXXIII.



verhalten, müssen, wenn man die Versuche nicht in einem luftleeren Raume anstellt, ganz besondere Vorsichtsmafsregeln angewandt werden. Ist die Luft selbst magnetisch oder diamagnetisch, so wird man bei Versuchen in der Luft nach dem soeben bewiesenen Gesetze nur finden, ob die andern Gase es in einem höhern oder weniger hohen Grade sind als die Luft. Die bisher angegebenen Methoden können deshalb nicht zur Untersuchung der Gase dienen, und deshalb gelang es Faraday auch anfangs nicht, magnetische Eigenschaften bei den Gasen zu entdecken. Bald gelang es jedoch Faraday<sup>1)</sup> sowie Plücker<sup>2)</sup> zu gleicher Zeit, nachzuweisen, dafs auch die Gase magnetische Eigenschaften haben. Plücker zeigte es für farbige Gase, indem er einen Strom derselben zwischen den Polen des Elektromagnets aufsteigen liefs; waren die Gase diamagnetisch, so wurde der Strom in äquatorialer Richtung verbreitert und selbst in zwei zu beiden Seiten der axialen Linie aufsteigende Ströme geteilt. Bei Gasen, welche stärker magnetisch sind als Luft, wird der Strom in axialer Richtung verbreitert. Faraday untersuchte auch ungefärbte Gase, indem er in die Mündung der etwas unter den Polen befindlichen Röhre, aus welcher das Gas ausströmte, ein mit etwas Salzsäure befeuchtetes Fließpapier brachte, so dafs die Gase mit ganz wenig salzsaurem Dampfe gemischt wurden. In einiger Entfernung über den Polen brachte er Fangröhren an, dünne, ungefähr fingerlange, an beiden Enden offene Röhren, welche vertikal an einem Gestelle befestigt waren, eine an jeder Seite der axialen Linie, eine in der axialen Linie. Die untern Enden der Röhren wurden mit etwas Ammoniak befeuchtet. In jenen Röhren, durch welche das Gas hindurchging, bildeten sich dann weisse Dämpfe; ist das Gas diamagnetisch, so entstehen in den seitlichen Röhren, ist es magnetisch, in der axialen Röhre die weissen Dämpfe. Auch mit Seifenblasen lassen sich die Versuche anstellen; Seifenwasser ist schwach diamagnetisch, denn eine mit Luft gefüllte Blase wird von den Polen abgestofsen. Mit Gasen gefüllt, welche magnetischer sind als Luft, wird sie daher weniger stark mit solchen, welche diamagnetischer sind, stärker abgestofsen als die Luftblase<sup>3)</sup>.

Auf diese Weise untersucht, fand sich von allen Gasen nur der Sauerstoff magnetisch, also magnetischer als die Luft; alle übrigen untersuchten Gase zeigten sich diamagnetisch, auch Wasserdampf und Quecksilberdampf. Wie die Gase verhalten sich auch die Flammen. Die Flamme einer Stearinkerze z. B. \* zwischen die Magnetpole gebracht, dafs die Spitzen der Halbanker mit dem Docht in gleicher Höhe sich befinden, nimmt die Gestalt Fig. 266 an, wenn man sie von der Seite, den Magnetpolen, her betrachtet. Sie wird also parallel der äquatorialen Richtung sehr stark verbreitert. Ebenso werden Flammen von Alkohol, Terpentinöl und andern parallel der äquatorialen Richtung auseinandergezogen<sup>4)</sup>.

Fig. 266.



1) *Faraday*, Philosoph. Magazin vol. XXXI. 1847. Poggend. Ann. Bd. LXXII.

2) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIII.

3) *Faraday*, Experimental researches ser. XXV. Poggend. Ann. Ergänzungsband III. *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIII.

4) *Bankalari, Zantedeschi, Faraday, Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXV.

Aus der in diesem Paragraphen gegebenen Übersicht über die magnetischen und diamagnetischen Substanzen ergibt sich, daß sich bis jetzt keine allgemeinen Kennzeichen aufstellen lassen, welche von vornherein mit Sicherheit angeben lassen, welche Körper magnetisch, welche diamagnetisch sind, daß man nicht einmal allgemein aus dem Magnetismus eines Elementes auf jene seiner Verbindungen schließen kann.

### §. 135.

**Diamagnetische Polarität.** Aus den im vorigen Paragraphen mitgetheilten Erfahrungen ergibt sich, daß der Einwirkung eines Magnets nicht nur die wenigen sogenannten magnetischen Metalle, Eisen, Nickel und Kobalt, sondern alle Substanzen unterworfen sind, daß sich aber die Substanzen in zwei große Gruppen teilen, deren eine wie das Eisen von dem Magnete angezogen wird, während die andere von demselben abgestoßen wird. Das Verhalten der ersten Gruppe, welches ganz mit dem des Eisens übereinstimmt, bedarf wohl keiner weiteren Erörterung, es hat seinen Grund einfach darin, daß alle diese Substanzen temporär zu Magneten werden. Anders ist es mit dem Verhalten der diamagnetischen Substanzen, welche von jedem Pole des Magnets abgestoßen werden. Wenn man indes erwägt, daß auch bei zwei Magneten sich eine Abstossung zeigt, wenn dieselben ihren gleichnamigen Pol einander zukehren, so wird man leicht zu der Ansicht geführt, daß die diamagnetische Abstossung darin ihren Grund hat, daß in den diamagnetischen Substanzen unter dem Einflusse des Magnets ebenfalls ein polarer Zustand entsteht, jedoch so, daß der Nordpol einen Nordpol, der Südpol einen Südpol erregt. Diese Ansicht war es auch, welche Faraday<sup>1)</sup> sofort über die diamagnetischen Erscheinungen sich bildete, er meint, daß beide Gruppen im Magnetfelde magnetisch würden, und jedes Teilchen seine Axe parallel der durch sie hingehenden magnetischen Resultante stelle, mit dem Unterschiede jedoch, daß die Teilchen des magnetischen Körpers ihre Nord- und Südpole den entgegengesetzten Polen des induzierenden Magnetes zuwendeten, die Teilchen des diamagnetischen aber es umgekehrt machten.

Diese Theorie hat Faraday selbst zwar später<sup>2)</sup> wieder verlassen, um sie mit einer eigenthümlichen, seinen Ansichten über die Elektrisirung durch Influenz analogen Theorie zu vertauschen. Indes ist die diamagnetische Polarität schon sofort nach Beobachtung der diamagnetischen Erscheinungen so deutlich und wiederholt nachgewiesen, und später von W. Weber auch theoretisch begründet worden, daß es überflüssig sein wird, auf andere Theorien<sup>3)</sup> weiter einzugehen.

Der erste Nachweis, daß die diamagnetische Abstossung daher rührt, daß in den betreffenden Substanzen durch einen angenäherten Magnetpol

1) Faraday, Experimental researches ser. XXI. art. 2429. Poggend. Ann. Bd. LXX.

2) Faraday, Experimental researches ser. XXII. art. 2497. Poggend. Ann. Ergänzb. III. ser. XXIII. Poggend. Ann. Bd. LXXXII. ser. XXVIII u. XXIX. Philosophical Transactions for 1852. Poggend. Ann. Ergänzb. III.

3) Man sehe die Theorie von v. Feilitzsch, Poggend. Ann. Bd. LXXXII, LXXXVII und XCII.

ein gleichnamiger Pol erregt wird, ist von Reich<sup>1)</sup> geliefert worden. An der Drehwage, welche zu den Versuchen über die Dichtigkeit der Erde gedient hatte, wurde eine Wismutkugel aufgehängt und derselben ein Magnetpol genähert; die Kugel wurde abgestoßen. Darauf wurde der Kugel gleichzeitig und von derselben Seite ein Nordpol und ein ebenso starker Südpol genähert. Die Kugel wurde nicht mehr abgestoßen, obwohl es nur einer Kraft von 0,0001 mg an der Kugel bedurfte, um dieselbe merklich abzulenken. Eine Wiederholung dieses Versuches von Tyndall<sup>2)</sup> mit Elektromagneten ergab dasselbe Resultat; zwei cylinderförmige Elektromagnete wurden an dem einen Ende umgebogen, so daß die zu Halbcylindern abgeschliffenen Enden sich fast berührten und zusammen einen Cylinder von der Dicke der Elektromagnete bildeten. Vor denselben und durch ein dünnes Glasplättchen davon getrennt, war ein Wismutstäbchen so an einem Coconfaden horizontal aufgehängt, daß es sich um eine vertikale, durch seine Mitte gehende Axe drehen konnte, und daß sein eines Ende gerade vor den Polen hing. Wurde nun einer der Elektromagnete oder beide so erregt, daß die an einander liegenden Enden gleichnamige Pole erhielten, so wurde das Wismutstäbchen abgelenkt, wurden aber beide Magnete so erregt, daß die zusammenliegenden Enden ungleichnamige Pole erhielten, so wurde es nicht abgelenkt.

Aus diesen Versuchen ergibt sich, daß jenes Ende eines Wismutstäbchens, welches von dem Nordpole abgestoßen wird, von dem zugleich wirkenden Südpole angezogen wird und umgekehrt. Daraus folgt, daß der Nordpol in dem ihm zugewandten Ende des Stäbchens einen Nordpol, der Südpol einen Südpol erzeugt.

Noch direkter haben dies Poggendorff<sup>3)</sup> und W. Weber<sup>4)</sup> gezeigt. W. Weber stellte in der Nähe einer an einem Coconfaden hängenden leichten Magnetnadel einen kräftigen Hufeisenmagnet auf, so daß die durch die Pole desselben gelegte Vertikalebene den Aufhängefaden der Nadel aufnahm. Die Nadel wurde durch die Wirkung des Magnets sehr stark abgelenkt; die Ablenkung wurde dadurch kompensiert, daß von der andern Seite der Nadel ein Magnet genähert wurde. Darauf wurde zwischen die Magnetpole ein Stück Wismut gelegt, und die Nadel wurde wieder abgelenkt, und zwar so, als wenn der der Nadel nächste Pol verstärkt worden wäre. Auch daraus ergibt sich, daß die diesem Pole zugewandte Seite mit demselben die gleiche Polarität erhalten hatte. Vertauscht man das Wismutstück mit einem Eisenstück, so ist die Ablenkung der Nadel, weil das Eisen die entgegengesetzte Polarität annimmt, entgegengesetzt.

Poggendorff hat die Polarität des Wismut dadurch nachgewiesen, daß er einem Wismutstäbchen, welches neben einem Nordpole eines kräftigen Elektromagnets in äquatorialer Lage hing, von derselben Seite her den Südpol eines Stahlmagnets näherte; es ergab sich, daß die dem Nordpol des Elektromagnets zugewandte Seite des Stäbchens unzweideutig von dem genäherten Südpole angezogen wurde.

1) Reich, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

2) Tyndall, Philosophical Transactions for 1855.

3) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

4) W. Weber, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.



Außerdem haben Plücker, Tyndall und W. Weber auch nachgewiesen, daß ein Wismutstab in einer Magnetisierungsspirale Polarität annimmt, aber eine dem Eisen entgegengesetzte Polarität.

Plücker<sup>1)</sup> wand zwei gleiche hohle Spiralen von 5 mm dickem Kupferdraht, 120 mm lang und 26 mm innerem, 52 mm äußerem Durchmesser. Die beiden Spiralen wurden senkrecht über einander gestellt, in die untere ein Eisencylinder von 130 mm Länge und 5 mm Dicke gestellt, in die obere ein Wismutstab von 80 mm Länge und 15 mm Dicke hineingebracht, welcher an dem einen Arme einer Wage aufgehängt und durch auf die andere Wagschale gelegtes Schrot äquilibrirt war. Wurde dann der Magnetismus des Eisens erregt, so wurde das Wismutstäbchen abgestoßen; die Abstoßung wurde dadurch aufgehoben, daß von dem Schrot auf der andern Seite so viel fortgenommen wurde, daß das untere Ende des Wismutstäbchens wieder wie vorher 2 mm von dem oberen Ende des Eisenstabes entfernt war. Dann wurde auch durch die den Wismutstab umgebende Spirale ein Strom geführt, und sofort war das Gleichgewicht gestört, indem der Wismutstab abgestoßen wurde, wenn der Strom in beiden Spiralen gleich gerichtet, dagegen angezogen wurde, wenn der Strom in beiden entgegengesetzt gerichtet war. Dieser Versuch beweist nun so überzeugender das Vorhandensein diamagnetischer Polarität, als bei demselben die Anziehung eines Wismutstäbchens durch den Magnetenpol gezeigt ist.

In ganz ähnlicher Weise hat Tyndall<sup>2)</sup> die Polarität eines Wismutstabes nachgewiesen, indem er den mit einer dicken Magnetisierungsspirale umgebenen Wismutstab zwischen die Pole mehrerer Elektromagnete brachte.

Die ausgedehntesten und wichtigsten Versuche sind diejenigen von W. Weber mit dem Diamagnetometer<sup>3)</sup>, indem er das diamagnetische Moment eines Wismutstabes mit demselben zu messen imstande war. Das Diamagnetometer, in der ihm von Weber zuletzt gegebenen Form<sup>4)</sup>, zeigt Fig. 267. In einem an der Wand des Zimmers befestigten Holzkasten *BOB'O'* sind zwei Magnetisierungsspiralen *HE*, *H'E'* befestigt. Dieselben bestehen aus zwei Lagen von je 230 Windungen Kupferdraht und haben eine Länge von 500 mm, einen lichten Durchmesser von 25 mm, einen äußern von 35 mm. Sie sind im entgegengesetzten Sinne, die eine links, die andere rechts gewunden, auf zwei Messingröhren gewickelt, welche oben *HG*, *H'G'* aus den Spiralen hervorragen. Oberhalb und unterhalb dieser Spiralen sind zwei drehbare Rollen *W* und *W'* befestigt, um welche ein endloser Faden *ss's's* gelegt ist, welcher durch die Axen der beiden Spiralen geht. An diesem Faden sind, im Innern der Spiralen, die Stäbe *mn* und *op* von der zu untersuchenden Substanz so befestigt, daß sie frei, und wenn beide Stäbe sich in gleicher Höhe befinden, gerade

1) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXXVI.

2) Tyndall, Philosophical Transactions for 1855.

3) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus.

4) Tyndall, Philosophical Transactions for 1856. Christie, Poggend. Ann. Bd. CIII.



in der Mitte der Spiralen schweben. Wenn die Rollen gedreht werden, wird der eine Stab gehoben, und der andere um ebensoviel gesenkt.

Die beiden oberen Enden der Messingröhren sind durch eine Brücke  $GG'$  verbunden; von derselben hängt an der Aufhängevorrichtung  $H$

Fig. 267.



durch Coconfäden befestigt der Magnet  $SN$  herab, welcher, da die durch die Axe der beiden Spiralen gelegte Ebene jene des magnetischen Meridianes ist, der Ebene der Spiralen parallel ist. Der Magnet ist mit einem Spiegel  $M$  versehen, in welchem mit Fernrohr und Skala die Lage des Magnets beobachtet wird. Um die Wirkkraft des Magnets zu verkleinern und so seine Schwingungsdauer zu vergrößern, wird in einiger Entfernung von demselben, in derselben Höhe und in der Richtung des Meridianes, ein Magnet hingelegt, welcher dem Ende des Magnets  $SN$  den gleichnamigen Pol zukehrt. Anstatt dessen verbindet Tyndall mit dem Magnete  $SN$  einen zweiten zu einem nahe astatischen System, welcher mit dem ersten in derselben Horizontalebene hinter den beiden Spiralen sich befindet. Der Abstand jedes Magnets von den beiden Spiralen ist so groß, daß sie in ziemlich großen Amplituden frei schwingen können.

Die Magnete sind von dem kupfernen Gehäuse  $da d'a'$  umgeben, dasselbe hat, wie wir im nächsten Kapitel zeigen werden, einen dämpfenden Einfluß auf die Magnete, d. h. es bewirkt, daß die Schwingungen rasch nach einem bestimmten Gesetze kleiner werden und die Nadel so bald zur Ruhe kommt.

Führt man durch die Spiralen einen Strom, welcher durch die eine, von oben gesehen, im Sinne der Bewegung eines Uhrzeigers, durch die andere im entgegengesetzten Sinne kreist, so erteilt jede Spirale für sich dem Magnete ein Drehungsmoment, welches eins dem anderen aber entgegengesetzt ist. Ist der Apparat vollkommen konstruiert, so müssen diese Momente einander gleich sein, so daß der Magnet nicht abgelenkt wird, wenn die Stäbe  $mn$  und  $op$  beide gleich hoch und so

hängen, daß der Magnet sich vor ihrer Mitte befindet. Das ist indes nicht zu erreichen; um aber doch den Magnet in seiner Gleichgewichtslage zu erhalten, wird der Strom noch durch eine in der Nähe des Kastens befindliche Spirale geleitet, welche so aufgehängt ist, daß ihre ablenkende Wirkung jene der Spiralen des Diamagnetometers aufhebt.

Ist diese Kompensation erreicht, so kann man zu den Messungen schreiten. Setzen wir voraus, daß in beiden Spiralen zwei ganz genau einander gleiche Wismutstäbe sich befinden, von etwa 100 mm Länge, so wird durch Auf- und Abschieben derselben um ihre eigene Länge die in ihnen erregte diamagnetische Polarität nicht geändert. Dreht man nun die Rolle in dem einen Sinne, so daß etwa das untere Ende des Stabes rechts, das obere Ende desselben links mit dem Magnete  $NS$  sich in gleicher Höhe befindet, so wird der Stab durch die Wirkung der beiden

Pole der Diamagnete abgelenkt, und zwar wirken beide Pole in gleichem Sinne. Denn ist das obere Ende des Stabes rechts ein Nordpol, so ist dasselbe des Stabes links ein Südpol, das untere desselben also ein Nordpol. In der eben angegebenen Stellung zieht dann der Pol links den Magnetpol *N* an, das untere Ende des Stabes rechts stößt den Südpol ab.

Wird die Rolle umgekehrt gedreht, so muß die Ablenkung die entgegengesetzte werden.

Finden die Ablenkungen in dieser Weise statt, so ist das Vorhandensein der diamagnetischen Polarität bewiesen; um zu zeigen, daß sie derjenigen des Eisens entgegengesetzt ist, kann man die Wismutstäbe mit Eisenstäben vertauschen; bei gleicher Stromesrichtung muß die Ablenkung entgegengesetzt sein.

Um die ablenkende Kraft der Diamagnete zu messen, muß man die neue Gleichgewichtslage des Magnets beobachten. Die Ablenkung, welche sich zeigt, wenn die Wismutstäbe in der angegebenen Lage gehalten werden, ist nur sehr klein, und deshalb ist ein kleiner Beobachtungsfehler auf das schließliche Resultat von bedeutendem Einfluß. Um dennoch genaue Resultate zu erhalten, wendet W. Weber zu den Beobachtungen die Multiplikationsmethode an. Dieselbe besteht in Folgendem. Ist bei der ersten Elongation des Magnets die äußerste abgelenkte Lage erreicht, so werden durch Drehung der Rolle *W* rasch die Wismutstäbe umgestellt, so daß nach der eben angenommenen Stellung jetzt das obere Ende des rechten, das untere des linken Stabes mit den Magnetpolen in gleicher Höhe ist; dadurch wird die rückkehrende Bewegung des Stabes *SN* beschleunigt, indem jetzt der untere Nordpol des Wismutstabes links den Pol *N* abstößt. Dadurch wird die zweite Elongation größer als die erste. Indem man regelmäßig wechselt, erhält der Magnet *SN* bei jeder Elongation einen neuen Impuls, infolgedessen die Schwingungsweite wächst. Durch die Dämpfung des den Magnet umgebenden Kupfergehäuses wird aber die Schwingung nach einem bestimmten Gesetze gehemmt, so daß die Nadel, wenn sie keine neuen Impulse erhielte, bald zur Ruhe käme. Infolge dieser beiden Wirkungen erhält die Schwingungsweite einen bestimmten Grenzwert, dem sie sich immer mehr nähert, und der erreicht ist, wenn der dämpfende Einfluß der Hülle gleich ist der Verstärkung der Schwingungen infolge der neuen jedesmaligen Impulse. Die Mitte der Schwingungen ist die Gleichgewichtslage des Magnets infolge der Abstößung durch die Diamagnete. Dieser Grenzwert der Schwingungsweite ist aus einigen Beobachtungen zu berechnen<sup>1)</sup>, in welcher Weise, das werden wir im nächsten Kapitel andeuten, und daraus auch die Ablenkung des Magnets durch die Wismutstäbe mit großer Genauigkeit zu erhalten.

In der angegebenen Weise hat W. Weber gezeigt, daß die Wismutstäbe Polarität annehmen, indem die Ablenkungen in der angegebenen Weise erfolgen; er hat ferner gezeigt, daß die Polarität des Wismuts jener des Eisens entgegengesetzt ist, indem der Sinn der Ablenkungen des Magnets bei Anwendung des Eisens demjenigen bei Anwendung des Wis-

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. Beilage C. 2.

mutts entgegengesetzt war, und schliesslich gelang es ihm, die Polarität des Wismuts mit der eines Eisenstabes gleichen Gewichtes zu vergleichen. Die beiden zu den Versuchen benutzten Wismutstäbe waren 92 mm lang, 16 mm dick und wogen 343500 mg. Die durch dieselben hervorgerufene Ablenkung betrug 5,17 Skalenteile. Ein ebenso langes Eisenstäbchen, welches 5,8 mg wog, lenkte den Magnet um 128,4 Skalenteile ab. Die Ablenkungen sind den magnetischen Momenten der Stäbe proportional; die durch denselben Strom diesen erteilten magnetischen Momente verhalten sich also wie

$$128,4 : - 5,17,$$

oder das Moment des Eisenstäbchens ist dem 24,8fachen der Wismutstäbe entgegengesetzt gleich. Die Masse des Wismuts war 59200 mal gröfser als die des Eisens. Da das Eisenstäbchen ganz bis zur Sättigung magnetisiert war, so würde das magnetische Moment des dem Wismut an Masse gleichen Eisenstabes auch 59200 mal gröfser sein als das des angewandten Stäbchens, bei gleicher Masse würde also das Moment des Eisens 1470000 mal gröfser sein als dasjenige des Wismut. Welches Verhältnis sich daraus für die magnetischen Momente gleicher Massen Eisen und Wismut bei der Einheit der magnetisierenden Kraft ergibt, werden wir im nächsten Paragraphen ableiten.

Nachdem auf diese Weise bewiesen war, dafs das Verhalten der diamagnetischen Körper darin seinen Grund hat, dafs diese Substanzen ebenfalls polar, aber entgegengesetzt magnetisch wie das Eisen werden, indem dort, wo durch einen Magnet oder eine Magnetisierungsspirale im Eisen ein Nordpol, im Wismut ein Südpol erregt wird, ergibt sich die Frage wie denn diese Erscheinung mit der Theorie des Magnetismus bestehen kann. Nach dieser Theorie werden die magnetischen Erscheinungen durch Molekularströme bedingt, welche in den Magneten nach den Gesetzen der Elektrodynamik gerichtet werden. In dieser Weise, das ergibt sich sofort, lassen sich die diamagnetischen Erscheinungen durchaus nicht erklären. Denn mag man annehmen, dafs in den magnetischen Substanzen, wie Ampère annahm, die Molekularströme erst erregt werden, oder dafs sie schon vorhanden sind, wenn die Moleküle drehbar sind, so werden dieselben immer so gelegt werden, dafs magnetische und nicht diamagnetische Polarität entsteht, da nach den Gesetzen der Elektrodynamik immer die Molekularströme in dem Eisen parallel den erregenden Strömen gedreht werden. Aber dennoch läfst sich, wie W. Weber<sup>1)</sup> gezeigt hat, die Erscheinung der diamagnetischen Polarität mit der Theorie des Magnetismus vereinigen, wenn man nur die Annahme macht, dafs die Moleküle des Wismut nicht drehbar sind, dafs um die Wismutmoleküle nur in ganz bestimmten nicht drehbaren Bahnen jene Ströme bestehen können, welche ohne Widerstand zu finden, die Moleküle dauernd und so lange umkreisen, bis eine äufsere Kraft dieselben aufhören macht.

Wie wir im nächsten Kapitel zeigen werden, erregt nämlich jeder entstehende Strom in ihm parallelen und nahen Leitern einen Strom, welcher die entgegengesetzte Richtung hat als der entstehende Strom.

1) W. Weber, Elektrodynamische Mafbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus. §. 17 ff.



Dasselbe thut ein Strom, welchen wir einem anderen parallelen Leiter annähern. Ein verschwindender Strom oder ein von einem anderen Leiter sich entfernender Strom dagegen erzeugt in parallelen Leitern einen dem verschwindenden gleichgerichteten Strom. Diese Ströme sind in den Leitern nur von sehr kurzer Dauer, weil sie in dem Leiter einen Widerstand finden und deshalb rasch in Wärme verwandelt werden.

Wenn man demnach um einen Wismutstab eine Magnetisierungs-spirale legt und dann durch diese einen Strom sendet, so muß in den die Wismutmoleküle umgebenden, den Strömen der Spirale parallelen Bahnen durch den entstehenden Strom, oder wenn man denselben einen Magnetpol nähert, durch die genäherten Ströme ein Strom induziert werden, welcher die entgegengesetzte Richtung hat als die erregenden Ströme.

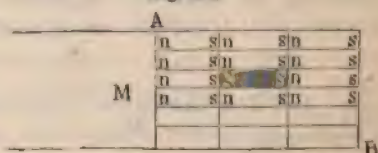
Diese Ströme dauern fort, da sie sich in widerstandslosen Bahnen bewegen, sie sind aber nicht drehbar, sondern behalten ihre ursprüngliche Richtung bei. Sie erteilen daher dem Wismutstabe Polarität, welche so lange dauert, als diese Ströme dauern, welche aber der des Eisens in der Spirale oder in der Nähe des Poles entgegengesetzt ist, da die Ströme die entgegengesetzte Richtung haben.

Die durch die genäherten Ströme erregte Polarität muß nach dieser Theorie aber wieder verschwinden, wenn der Magnetpol entfernt wird, oder die Ströme in der Magnetisierungsspirale aufhören, denn der aufhörende oder sich entfernende Strom induziert in den Leitern einen sich gleichgerichteten von derselben Stärke, als der entstehende Strom vorher in entgegengesetzter Richtung induziert hatte. Dieser Strom muß daher den die Wismutmoleküle umkreisenden aufheben und die Polarität desselben vernichten.

Damit stimmt es überein, daß man bisher noch nicht instande gewesen ist, eine dauernde diamagnetische Polarität nachzuweisen; einige Beobachtungen, welche Plücker<sup>1)</sup> eine solche zu beweisen schienen, lassen sich auch in anderer Weise erklären.

Der Nachweis der Polarität in den diamagnetischen Substanzen erklärt nun auch sofort die eigentümliche, im vorigen Paragraphen erwähnte Erscheinung, daß die magnetische Anziehung oder Abstossung einer Substanz wesentlich abhängig ist von der magnetischen Beschaffenheit des umgebenden Mittels<sup>2)</sup>. Sei, um dieses zu zeigen, *M* (Fig. 268) ein Magnetpol, vor welchem in dem Mittel *AB* ein Stäbchen *NS* schwimme. Nehmen wir an, es werde in dem Stäbchen durch Einwirkung des Poles Polarität in der Richtung *NS* erregt, und in derselben Weise werde die Polarität in den durch die einzelnen Felder dargestellten Molekülen des Mittels erregt. An der Grenze *N* des Stäbchens liegt dann unmittelbar eine entgegengesetzt magnetische Schicht der Flüssigkeit an. Wenn das Ende *N* von dem Pole angezogen wird, so wird die Schicht oder Flüssigkeit

Fig. 268.



1) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXXVI. Man sehe Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. III. §. 960.

2) Man sehe Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. III. §. 941.



abgestossen und dadurch ein Druck auf  $N$  ausgeübt. Ist die Polarität des Mittels schwächer als die des Stäbchens, so ist der infolge der Abstossung von  $s$  auf  $N$  ausgeübte Druck kleiner als die Anziehung, deshalb wird  $N$  in der axialen Lage gehalten werden; ist die Polarität in beiden gleich, so wird der Druck gleich der Anziehung, und das Stäbchen wird gar nicht das Bestreben haben, sich zu richten, und ist schliesslich die Polarität des Mittels grösser, so wird der Druck auf  $N$  grösser als die Anziehung; sobald das Stäbchen daher nur wenig aus der axialen Lage gedreht ist, muß es infolge dieses Druckes in die äquatoriale Lage sich begeben. Je nach dem magnetischen Zustande des Mittels verhält sich also das Stäbchen magnetisch oder diamagnetisch.

## §. 136.

**Abhängigkeit des Diamagnetismus von der magnetisierenden Kraft.** Die diamagnetische Abstossung ändert sich wie die magnetische Anziehung mit der Grösse der magnetisierenden Kraft. Während die magnetische Kraft des Eisens nicht der magnetisierenden Kraft proportional, sondern langsamer wächst, schienen die ersten Untersuchungen zu ergeben, daß der Diamagnetismus einer Substanz der magnetisierenden Kraft proportional wächst.

E. Becquerel<sup>1)</sup> brachte in der schon im vorletzten Paragraphen beschriebenen Weise zwischen die Pole eines Elektromagnets Stäbchen der zu untersuchenden Substanz, indem er sie an dem Silberdraht einer Torsionswaage aufhing, so daß sie um die vertikale zu ihrer Längsrichtung senkrechte Axe frei schwingen konnten. Die Stäbchen erhielten, bevor der Magnetismus erregt wurde, durch die Torsion des Fadens eine bestimmte Gleichgewichtslage, welche mit einem Mikroskope beobachtet wurde. Wurde der Magnetismus erregt, so wurde das Stäbchen aus seiner Gleichgewichtslage abgelenkt und dann durch Torsion des Fadens in dieselbe zurückgeführt. Die Torsion des Fadens mißt somit die Stärke der magnetischen Anziehung oder Abstossung des Stäbchens, wenn es immer in derselben Lage gegen diese Magnetpole sich befindet.

Unter der Voraussetzung, daß das diamagnetische oder magnetische Moment der untersuchten Substanzen der magnetisierenden Kraft  $M$  proportional ist, muß die Anziehung oder Abstossung oder die sie messende Torsion dem Quadrate der magnetisierenden Kraft proportional, oder

$$T = A M^2$$

sein. Bei den gewählten Stromstärken durfte man den Magnetismus des Elektromagnets der Stromstärke proportional oder

$$M = B J$$

setzen, woraus dann

$$T = C J^2$$

folgt; das heisst die der magnetischen Anziehung oder Abstossung entsprechende Torsion muß dem Quadrate der den Magnet erregenden Stromstärke proportional sein. In der That ergeben die Versuche Becquerels dieses Resultat, wie unter andern andern folgende Zahlen zeigen.

1) E. Becquerel, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXII.

Stab von weißem Wachs 35 mm lang, 5 mm dick			Stab von Wismut 25 mm lang		
$J$	$T$	$\frac{T}{J^2}$	$J$	$T$	$\frac{T}{J^2}$
1,822	3,42	1,029	1,123	3,20	2,536
3,447	12,18	1,025	3,937	40,00	2,580
5,299	28,25	1,012	6,576	110,45	2,544.

Dasselbe Resultat erhielt Becquerel für magnetische Substanzen, auch für fein verteiltes Eisen, so daß er daraus allgemein annahm, daß in den diamagnetischen und magnetischen Substanzen das erregte magnetische Moment der magnetisierenden Kraft proportional wäre. Daß in fein verteiltem Eisen das magnetische Moment länger der magnetisierenden Kraft proportional ist als in einem Eisenstabe, das läßt sich leicht erkennen. Wenn man z. B. gepulvertes, etwa aus chemisch niedergeschlagenem Oxyd durch Wasserstoff reduziertes Eisenpulver mit Schweineschmalz verreibt und dann der Wirkung eines Magnets aussetzt, so wird jedes Molekül nur durch die Wirkung des äußeren Magnets magnetisch, die einzelnen Moleküle wirken nicht auf einander induzierend ein; deshalb wird in diesem Falle die magnetische Sättigung nicht so rasch eintreten wie bei einem massiven Eisenstabe, und deshalb wird der Magnetismus des fein verteilten Eisens länger der magnetisierenden Kraft proportional sein müssen, als bei massivem Eisen.

Ähnliches wird allgemein für die magnetischen und diamagnetischen Substanzen, mit Ausnahme wieder des massiven Nickels und Kobalts, gelten müssen, da man bei denselben allgemein annehmen kann, daß der gegenseitige Einfluß der Moleküle verschwindend klein ist<sup>1)</sup>.

Die Resultate Becquerels hat Tyndall<sup>2)</sup> durch ganz gleichzeitige und nach fast genau derselben Methode unternommene Versuche bestätigt, auch maß die abstossende oder anziehende Kraft durch die Torsion eines Drahtes. Von den vielen Versuchen Tyndalls erwähnen wir folgende:

Wismut			Schwefel		
$J$	$\sqrt{T}$	$CJ$	$J$	$\sqrt{T}$	$CJ$
0,176	2,23	2,06	0,364	1,10	1,20
0,577	6,50	6,74	0,595	1,73	1,96
0,839	10,00	9,81	0,880	2,83	2,90
1,192	13,96	13,95	1,376	4,58	4,54
$C = 11,7$			$C = 3,3$		

Der Schwefel ergab sich bei nachheriger Untersuchung eisenhaltig, er war also eigentlich ein Gemenge einer magnetischen und einer diamagnetischen Substanz; die Übereinstimmung der mit demselben erhaltenen Resultate mit dem von Becquerel abgeleiteten Gesetze beweist also, daß innerhalb der Grenzen des Versuches dasselbe gleicherweise für die diamagnetischen wie für die magnetischen Substanzen gültig ist.

1) Man sehe *W. Weber*, *Elektrodynamische Maßbestimmungen*, insbesondere über *Diamagnetismus* §. 20 ff.

2) *Tyndall*, *Poggend. Ann.* Bd. LXXXIII.

Auch einige Versuche von Reich<sup>1)</sup> nach den von Christie<sup>2)</sup> mit dem Diamagnetometer ergeben erhält Christie folgende zusammengehörige Werte der durch die Ablenkungen nach dem vorigen Momente des Wismut:

<i>J</i>	<i>M</i>
16,77031	0,0015752
26,08649	0,0023531
34,05932	0,0030061
46,57311	0,0043456

Bei größeren Stromstärken ist indes nach dem dieses Gesetz nicht mehr gültig, dann zeigt sich ein langsames Wachsen des Diamagnetismus, so dass die Abweichung an ein Maximum eintritt. Plücker bestimmte die Anziehung oder Abstossung pulverförmiger Substanzen in einem Gefäß, das mit Schweineschmalz verfüllt und zum Teil mit Eisenstäben versehen war, durch grossen Elektromagnete mittels einer Wage, welche durch Stromstärken erregte, welche sich wie 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 31; 32; 33; 34; 35; 36; 37; 38; 39; 40; 41; 42; 43; 44; 45; 46; 47; 48; 49; 50; 51; 52; 53; 54; 55; 56; 57; 58; 59; 60; 61; 62; 63; 64; 65; 66; 67; 68; 69; 70; 71; 72; 73; 74; 75; 76; 77; 78; 79; 80; 81; 82; 83; 84; 85; 86; 87; 88; 89; 90; 91; 92; 93; 94; 95; 96; 97; 98; 99; 100; 101; 102; 103; 104; 105; 106; 107; 108; 109; 110; 111; 112; 113; 114; 115; 116; 117; 118; 119; 120; 121; 122; 123; 124; 125; 126; 127; 128; 129; 130; 131; 132; 133; 134; 135; 136; 137; 138; 139; 140; 141; 142; 143; 144; 145; 146; 147; 148; 149; 150; 151; 152; 153; 154; 155; 156; 157; 158; 159; 160; 161; 162; 163; 164; 165; 166; 167; 168; 169; 170; 171; 172; 173; 174; 175; 176; 177; 178; 179; 180; 181; 182; 183; 184; 185; 186; 187; 188; 189; 190; 191; 192; 193; 194; 195; 196; 197; 198; 199; 200; 201; 202; 203; 204; 205; 206; 207; 208; 209; 210; 211; 212; 213; 214; 215; 216; 217; 218; 219; 220; 221; 222; 223; 224; 225; 226; 227; 228; 229; 230; 231; 232; 233; 234; 235; 236; 237; 238; 239; 240; 241; 242; 243; 244; 245; 246; 247; 248; 249; 250; 251; 252; 253; 254; 255; 256; 257; 258; 259; 260; 261; 262; 263; 264; 265; 266; 267; 268; 269; 270; 271; 272; 273; 274; 275; 276; 277; 278; 279; 280; 281; 282; 283; 284; 285; 286; 287; 288; 289; 290; 291; 292; 293; 294; 295; 296; 297; 298; 299; 300; 301; 302; 303; 304; 305; 306; 307; 308; 309; 310; 311; 312; 313; 314; 315; 316; 317; 318; 319; 320; 321; 322; 323; 324; 325; 326; 327; 328; 329; 330; 331; 332; 333; 334; 335; 336; 337; 338; 339; 340; 341; 342; 343; 344; 345; 346; 347; 348; 349; 350; 351; 352; 353; 354; 355; 356; 357; 358; 359; 360; 361; 362; 363; 364; 365; 366; 367; 368; 369; 370; 371; 372; 373; 374; 375; 376; 377; 378; 379; 380; 381; 382; 383; 384; 385; 386; 387; 388; 389; 390; 391; 392; 393; 394; 395; 396; 397; 398; 399; 400; 401; 402; 403; 404; 405; 406; 407; 408; 409; 410; 411; 412; 413; 414; 415; 416; 417; 418; 419; 420; 421; 422; 423; 424; 425; 426; 427; 428; 429; 430; 431; 432; 433; 434; 435; 436; 437; 438; 439; 440; 441; 442; 443; 444; 445; 446; 447; 448; 449; 450; 451; 452; 453; 454; 455; 456; 457; 458; 459; 460; 461; 462; 463; 464; 465; 466; 467; 468; 469; 470; 471; 472; 473; 474; 475; 476; 477; 478; 479; 480; 481; 482; 483; 484; 485; 486; 487; 488; 489; 490; 491; 492; 493; 494; 495; 496; 497; 498; 499; 500; 501; 502; 503; 504; 505; 506; 507; 508; 509; 510; 511; 512; 513; 514; 515; 516; 517; 518; 519; 520; 521; 522; 523; 524; 525; 526; 527; 528; 529; 530; 531; 532; 533; 534; 535; 536; 537; 538; 539; 540; 541; 542; 543; 544; 545; 546; 547; 548; 549; 550; 551; 552; 553; 554; 555; 556; 557; 558; 559; 560; 561; 562; 563; 564; 565; 566; 567; 568; 569; 570; 571; 572; 573; 574; 575; 576; 577; 578; 579; 580; 581; 582; 583; 584; 585; 586; 587; 588; 589; 590; 591; 592; 593; 594; 595; 596; 597; 598; 599; 600; 601; 602; 603; 604; 605; 606; 607; 608; 609; 610; 611; 612; 613; 614; 615; 616; 617; 618; 619; 620; 621; 622; 623; 624; 625; 626; 627; 628; 629; 630; 631; 632; 633; 634; 635; 636; 637; 638; 639; 640; 641; 642; 643; 644; 645; 646; 647; 648; 649; 650; 651; 652; 653; 654; 655; 656; 657; 658; 659; 660; 661; 662; 663; 664; 665; 666; 667; 668; 669; 670; 671; 672; 673; 674; 675; 676; 677; 678; 679; 680; 681; 682; 683; 684; 685; 686; 687; 688; 689; 690; 691; 692; 693; 694; 695; 696; 697; 698; 699; 700; 701; 702; 703; 704; 705; 706; 707; 708; 709; 710; 711; 712; 713; 714; 715; 716; 717; 718; 719; 720; 721; 722; 723; 724; 725; 726; 727; 728; 729; 730; 731; 732; 733; 734; 735; 736; 737; 738; 739; 740; 741; 742; 743; 744; 745; 746; 747; 748; 749; 750; 751; 752; 753; 754; 755; 756; 757; 758; 759; 760; 761; 762; 763; 764; 765; 766; 767; 768; 769; 770; 771; 772; 773; 774; 775; 776; 777; 778; 779; 780; 781; 782; 783; 784; 785; 786; 787; 788; 789; 790; 791; 792; 793; 794; 795; 796; 797; 798; 799; 800; 801; 802; 803; 804; 805; 806; 807; 808; 809; 810; 811; 812; 813; 814; 815; 816; 817; 818; 819; 820; 821; 822; 823; 824; 825; 826; 827; 828; 829; 830; 831; 832; 833; 834; 835; 836; 837; 838; 839; 840; 841; 842; 843; 844; 845; 846; 847; 848; 849; 850; 851; 852; 853; 854; 855; 856; 857; 858; 859; 860; 861; 862; 863; 864; 865; 866; 867; 868; 869; 870; 871; 872; 873; 874; 875; 876; 877; 878; 879; 880; 881; 882; 883; 884; 885; 886; 887; 888; 889; 890; 891; 892; 893; 894; 895; 896; 897; 898; 899; 900; 901; 902; 903; 904; 905; 906; 907; 908; 909; 910; 911; 912; 913; 914; 915; 916; 917; 918; 919; 920; 921; 922; 923; 924; 925; 926; 927; 928; 929; 930; 931; 932; 933; 934; 935; 936; 937; 938; 939; 940; 941; 942; 943; 944; 945; 946; 947; 948; 949; 950; 951; 952; 953; 954; 955; 956; 957; 958; 959; 960; 961; 962; 963; 964; 965; 966; 967; 968; 969; 970; 971; 972; 973; 974; 975; 976; 977; 978; 979; 980; 981; 982; 983; 984; 985; 986; 987; 988; 989; 990; 991; 992; 993; 994; 995; 996; 997; 998; 999; 1000; 1001; 1002; 1003; 1004; 1005; 1006; 1007; 1008; 1009; 1010; 1011; 1012; 1013; 1014; 1015; 1016; 1017; 1018; 1019; 1020; 1021; 1022; 1023; 1024; 1025; 1026; 1027; 1028; 1029; 1030; 1031; 1032; 1033; 1034; 1035; 1036; 1037; 1038; 1039; 1040; 1041; 1042; 1043; 1044; 1045; 1046; 1047; 1048; 1049; 1050; 1051; 1052; 1053; 1054; 1055; 1056; 1057; 1058; 1059; 1060; 1061; 1062; 1063; 1064; 1065; 1066; 1067; 1068; 1069; 1070; 1071; 1072; 1073; 1074; 1075; 1076; 1077; 1078; 1079; 1080; 1081; 1082; 1083; 1084; 1085; 1086; 1087; 1088; 1089; 1090; 1091; 1092; 1093; 1094; 1095; 1096; 1097; 1098; 1099; 1100; 1101; 1102; 1103; 1104; 1105; 1106; 1107; 1108; 1109; 1110; 1111; 1112; 1113; 1114; 1115; 1116; 1117; 1118; 1119; 1120; 1121; 1122; 1123; 1124; 1125; 1126; 1127; 1128; 1129; 1130; 1131; 1132; 1133; 1134; 1135; 1136; 1137; 1138; 1139; 1140; 1141; 1142; 1143; 1144; 1145; 1146; 1147; 1148; 1149; 1150; 1151; 1152; 1153; 1154; 1155; 1156; 1157; 1158; 1159; 1160; 1161; 1162; 1163; 1164; 1165; 1166; 1167; 1168; 1169; 1170; 1171; 1172; 1173; 1174; 1175; 1176; 1177; 1178; 1179; 1180; 1181; 1182; 1183; 1184; 1185; 1186; 1187; 1188; 1189; 1190; 1191; 1192; 1193; 1194; 1195; 1196; 1197; 1198; 1199; 1200; 1201; 1202; 1203; 1204; 1205; 1206; 1207; 1208; 1209; 1210; 1211; 1212; 1213; 1214; 1215; 1216; 1217; 1218; 1219; 1220; 1221; 1222; 1223; 1224; 1225; 1226; 1227; 1228; 1229; 1230; 1231; 1232; 1233; 1234; 1235; 1236; 1237; 1238; 1239; 1240; 1241; 1242; 1243; 1244; 1245; 1246; 1247; 1248; 1249; 1250; 1251; 1252; 1253; 1254; 1255; 1256; 1257; 1258; 1259; 1260; 1261; 1262; 1263; 1264; 1265; 1266; 1267; 1268; 1269; 1270; 1271; 1272; 1273; 1274; 1275; 1276; 1277; 1278; 1279; 1280; 1281; 1282; 1283; 1284; 1285; 1286; 1287; 1288; 1289; 1290; 1291; 1292; 1293; 1294; 1295; 1296; 1297; 1298; 1299; 1300; 1301; 1302; 1303; 1304; 1305; 1306; 1307; 1308; 1309; 1310; 1311; 1312; 1313; 1314; 1315; 1316; 1317; 1318; 1319; 1320; 1321; 1322; 1323; 1324; 1325; 1326; 1327; 1328; 1329; 1330; 1331; 1332; 1333; 1334; 1335; 1336; 1337; 1338; 1339; 1340; 1341; 1342; 1343; 1344; 1345; 1346; 1347; 1348; 1349; 1350; 1351; 1352; 1353; 1354; 1355; 1356; 1357; 1358; 1359; 1360; 1361; 1362; 1363; 1364; 1365; 1366; 1367; 1368; 1369; 1370; 1371; 1372; 1373; 1374; 1375; 1376; 1377; 1378; 1379; 1380; 1381; 1382; 1383; 1384; 1385; 1386; 1387; 1388; 1389; 1390; 1391; 1392; 1393; 1394; 1395; 1396; 1397; 1398; 1399; 1400; 1401; 1402; 1403; 1404; 1405; 1406; 1407; 1408; 1409; 1410; 1411; 1412; 1413; 1414; 1415; 1416; 1417; 1418; 1419; 1420; 1421; 1422; 1423; 1424; 1425; 1426; 1427; 1428; 1429; 1430; 1431; 1432; 1433; 1434; 1435; 1436; 1437; 1438; 1439; 1440; 1441; 1442; 1443; 1444; 1445; 1446; 1447; 1448; 1449; 1450; 1451; 1452; 1453; 1454; 1455; 1456; 1457; 1458; 1459; 1460; 1461; 1462; 1463; 1464; 1465; 1466; 1467; 1468; 1469; 1470; 1471; 1472; 1473; 1474; 1475; 1476; 1477; 1478; 1479; 1480; 1481; 1482; 1483; 1484; 1485; 1486; 1487; 1488; 1489; 1490; 1491; 1492; 1493; 1494; 1495; 1496; 1497; 1498; 1499; 1500; 1501; 1502; 1503; 1504; 1505; 1506; 1507; 1508; 1509; 1510; 1511; 1512; 1513; 1514; 1515; 1516; 1517; 1518; 1519; 1520; 1521; 1522; 1523; 1524; 1525; 1526; 1527; 1528; 1529; 1530; 1531; 1532; 1533; 1534; 1535; 1536; 1537; 1538; 1539; 1540; 1541; 1542; 1543; 1544; 1545; 1546; 1547; 1548; 1549; 1550; 1551; 1552; 1553; 1554; 1555; 1556; 1557; 1558; 1559; 1560; 1561; 1562; 1563; 1564; 1565; 1566; 1567; 1568; 1569; 1570; 1571; 1572; 1573; 1574; 1575; 1576; 1577; 1578; 1579; 1580; 1581; 1582; 1583; 1584; 1585; 1586; 1587; 1588; 1589; 1590; 1591; 1592; 1593; 1594; 1595; 1596; 1597; 1598; 1599; 1600; 1601; 1602; 1603; 1604; 1605; 1606; 1607; 1608; 1609; 1610; 1611; 1612; 1613; 1614; 1615; 1616; 1617; 1618; 1619; 1620; 1621; 1622; 1623; 1624; 1625; 1626; 1627; 1628; 1629; 1630; 1631; 1632; 1633; 1634; 1635; 1636; 1637; 1638; 1639; 1640; 1641; 1642; 1643; 1644; 1645; 1646; 1647; 1648; 1649; 1650; 1651; 1652; 1653; 1654; 1655; 1656; 1657; 1658; 1659; 1660; 1661; 1662; 1663; 1664; 1665; 1666; 1667; 1668; 1669; 1670; 1671; 1672; 1673; 1674; 1675; 1676; 1677; 1678; 1679; 1680; 1681; 1682; 1683; 1684; 1685; 1686; 1687; 1688; 1689; 1690; 1691; 1692; 1693; 1694; 1695; 1696; 1697; 1698; 1699; 1700; 1701; 1702; 1703; 1704; 1705; 1706; 1707; 1708; 1709; 1710; 1711; 1712; 1713; 1714; 1715; 1716; 1717; 1718; 1719; 1720; 1721; 1722; 1723; 1724; 1725; 1726; 1727; 1728; 1729; 1730; 1731; 1732; 1733; 1734; 1735; 1736; 1737; 1738; 1739; 1740; 1741; 1742; 1743; 1744; 1745; 1746; 1747; 1748; 1749; 1750; 1751; 1752; 1753; 1754; 1755; 1756; 1757; 1758; 1759; 1760; 1761; 1762; 1763; 1764; 1765; 1766; 1767; 1768; 1769; 1770; 1771; 1772; 1773; 1774; 1775; 1776; 1777; 1778; 1779; 1780; 1781; 1782; 1783; 1784; 1785; 1786; 1787; 1788; 1789; 1790; 1791; 1792; 1793; 1794; 1795; 1796; 1797; 1798; 1799; 1800; 1801; 1802; 1803; 1804; 1805; 1806; 1807; 1808; 1809; 1810; 1811; 1812; 1813; 1814; 1815; 1816; 1817; 1818; 1819; 1820; 1821; 1822; 1823; 1824; 1825; 1826; 1827; 1828; 1829; 1830; 1831; 1832; 1833; 1834; 1835; 1836; 1837; 1838; 1839; 1840; 1841; 1842; 1843; 1844; 1845; 1846; 1847; 1848; 1849; 1850; 1851; 1852; 1853; 1854; 1855; 1856; 1857; 1858; 1859; 1860; 1861; 1862; 1863; 1864; 1865; 1866; 1867; 1868; 1869; 1870; 1871; 1872; 1873; 1874; 1875; 1876; 1877; 1878; 1879; 1880; 1881; 1882; 1883; 1884; 1885; 1886; 1887; 1888; 1889; 1890; 1891; 1892; 1893; 1894; 1895; 1896; 1897; 1898; 1899; 1900; 1901; 1902; 1903; 1904; 1905; 1906; 1907; 1908; 1909; 1910; 1911; 1912; 1913; 1914; 1915; 1916; 1917; 1918; 1919; 1920; 1921; 1922; 1923; 1924; 1925; 1926; 1927; 1928; 1929; 1930; 1931; 1932; 1933; 1934; 1935; 1936; 1937; 1938; 1939; 1940; 1941; 1942; 1943; 1944; 1945; 1946; 1947; 1948; 1949; 1950; 1951; 1952; 1953; 1954; 1955; 1956; 1957; 1958; 1959; 1960; 1961; 1962; 1963; 1964; 1965; 1966; 1967; 1968; 1969; 1970; 1971; 1972; 1973; 1974; 1975; 1976; 1977; 1978; 1979; 1980; 1981; 1982; 1983; 1984; 1985; 1986; 1987; 1988; 1989; 1990; 1991; 1992; 1993; 1994; 1995; 1996; 1997; 1998; 1999; 2000; 2001; 2002; 2003; 2004; 2005; 2006; 2007; 2008; 2009; 2010; 2011; 2012; 2013; 2014; 2015; 2016; 2017; 2018; 2019; 2020; 2021; 2022; 2023; 2024; 2025; 2026; 2027; 2028; 2029; 2030; 2031; 2032; 2033; 2034; 2035; 2036; 2037; 2038; 2039; 2040; 2041; 2042; 2043; 2044; 2045; 2046; 2047; 2048; 2049; 2050; 2051; 2052; 2053; 2054; 2055; 2056; 2057; 2058; 2059; 2060; 2061; 2062; 2063; 2064; 2065; 2066; 2067; 2068; 2069; 2070; 2071; 2072; 2073; 2074; 2075; 2076; 2077; 2078; 2079; 2080; 2081; 2082; 2083; 2084; 2085; 2086; 2087; 2088; 2089; 2090; 2091; 2092; 2093; 2094; 2095; 2096; 2097; 2098; 2099; 2100; 2101; 2102; 2103; 2104; 2105; 2106; 2107; 2108; 2109; 2110; 2111; 2112; 2113; 2114; 2115; 2116; 2117; 2118; 2119; 2120; 2121; 2122; 2123; 2124; 2125; 2126; 2127; 2128; 2129; 2130; 2131; 2132; 2133; 2134; 2135; 2136; 2137; 2138; 2139; 2140; 2141; 2142; 2143; 2144; 2145; 2146; 2147; 2148; 2149; 2150; 2151; 2152; 2153; 2154; 2155; 2156; 2157; 2158; 2159; 2160; 2161; 2162; 2163; 2164; 2165;

Wie man sieht wachsen die Magnetismen oder Diamagnetismen, wenn die magnetisierende Kraft einen gewissen großen Wert erreicht hat, nicht mehr proportional derselben, sondern viel langsamer; und es ist interessant zu bemerken, daß sich dieselben mit sehr guter Übereinstimmung nach der Formel von Müller

$$m = k \operatorname{arc} \left( \operatorname{tang} = \frac{M}{c} \right)$$

berechnen lassen, worin  $m$  der durch die magnetisierende Kraft  $M$  erregte Magnetismus und  $k$  und  $c$  zwei Konstanten bedeuten, welche für jede Substanz einen anderen Wert haben.

Wendet man diese Formel außerhalb der Grenzen des Versuches an, so ergibt sich, daß der Magnetismus jeder Substanz sich einem gewissen Grenzwerte nähert, der erreicht wird, wenn  $M = \infty$  wird; die letzte Kolumne obiger Tabelle giebt die so berechneten Grenzwerte.

Die obige Tabelle zeigt, daß die Magnetismen sich verschieden rasch diesem Grenzwerte nähern. Das ergibt sich noch aus einer anderen Beobachtung von Plücker<sup>1)</sup>. Unterwirft man nämlich ein aus einer magnetischen und diamagnetischen Substanz, etwa Eisenoxyd und Wismutpulver, geformtes Stäbchen dem Einflusse eines Magnets, so stellt sich dasselbe bei starken magnetisierenden Kräften äquatorial, bei schwachen axial; während also bei schwachen Kräften die magnetische Erregung überwiegt, ist bei starken Kräften die diamagnetische die stärkere. Auch daraus ergibt sich, daß der Magnetismus des Eisenoxydes bei wachsender magnetisierender Kraft nicht so rasch wächst als der Diamagnetismus des Wismuts.

Die Frage, ob bei den schwach magnetischen und diamagnetischen Substanzen der Magnetismus resp. Diamagnetismus ebenso wie beim Eisen der magnetisierenden Kraft proportional sei oder nicht, ist seitdem mehrfach aufgenommen, aber verschieden beantwortet worden. Silow<sup>2)</sup> gelangte zu dem Resultate, daß die Magnetisierungsfunktion einer Eisenchloridlösung ähnlich wie bei Eisen, wenn man von ganz schwachen magnetisierenden Kräften ausgehe, erst wachse bis zu einem Maximum, welches schon bei einer magnetisierenden Kraft, welche 1,8 der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus war, erreicht sei, und dann wieder abnehme. Schumeister<sup>3)</sup> fand dagegen für Eisenchloridlösung bei Anwendung von magnetisierenden Kräften, die in Weberschen Einheiten von 380 bis 2500 zunehmen, stets denselben Wert für die Magnetisierungskonstante; für andere Substanzen wie Wasser, Alkohol, Schwefelkohlenstoff fand er dagegen mit wachsenden Kräften abnehmende Werte der Magnetisierungsfunktion. Eaton<sup>4)</sup> fand nicht nur für Eisenchloridlösungen, sondern auch für die übrigen von Schumeister untersuchten Substanzen die Magnetisierung der magnetisierenden Kraft proportional.

1) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXIII. S. 616.

2) Silow D' Almeida, Journal de physique Bd. IX. Wiedem. Ann. Bd. XI.

3) Schumeister, Wiener Berichte Bd. LXXXIII.

4) Eaton, Wiedem. Ann. Bd. XV. Ebenso von Ettingshausen für Eisenchlorid, Wiedem. Ann. Bd. XVII.



Für den am stärksten diamagnetischen Körper, das Wismut, haben Becquerel<sup>1)</sup>, W. Weber<sup>2)</sup>, Töpler<sup>3)</sup> und von Ettingshausen<sup>4)</sup> eine Abweichung des diamagnetischen Momentes von der Größe der magnetisierenden Kraft nicht zu erkennen vermocht.

Nach den eben beschriebenen Methoden haben Becquerel<sup>5)</sup> und Plücker<sup>6)</sup> und nach einer wenig von der Methode Becquerels verschiedenen Faraday<sup>7)</sup> die Magnetismen verglichen, welche gleiche Gewichte oder gleiche Volumina der verschiedenen Substanzen bei gleicher magnetisierender Kraft annehmen. Die so bestimmten Werte für die Magnetismen der verschiedenen Substanzen, bei welchen die einer bestimmten Substanz, etwa des Eisens zur Einheit gesetzt wird, würden, wenn die Magnetismen nicht den magnetisierenden Kräften proportional sind, nur für die gewählten magnetisierenden Kräfte gelten. Da indes bei nicht zu großen Kräften die Magnetismen den Kräften proportional wachsen, so geben diese Zahlen doch das Verhältnis, in welchem die verschiedenen Substanzen magnetisiert werden können. Wir stellen im Folgenden einige dieser Zahlen zusammen und bemerken zu den Versuchen von Becquerel noch, daß die magnetischen Kräfte der Flüssigkeiten in der §. 134 angegebenen Weise erhalten wurden, indem ein Glaszylinder, dessen Abstossung in der Luft untersucht war, in den verschiedenen Flüssigkeiten untersucht wurde.

Die diamagnetischen Kräfte sind mit dem negativen Vorzeichen versehen, der Magnetismus des Wassers ist gleich — 10 gesetzt, die Zahlen gelten für gleiche Volumina.

Feste Körper		Flüssigkeiten	
Wasser	— 10,00	Wasser	— 10,
Zink	— 2,5	Alkohol	— 7,89
Wachs, weiß	— 5,68	Schwefelkohlenstoff	— 13,30
Schwefel	— 11,37	Lösung von	
Werkblei	— 15,28	Kochsalz spec. Gew. 1,208	— 11,28
Phosphor	— 16,39	Nickelvitriol „ 1,082	+ 21,60
Selen	— 16,52	Eisenvitriol „ 1,192	+ 211,16
Wismut	— 217,6	Eisenchlorür „ 1,276	+ 360,70
		desgl. „ 1,433	+ 558,13.

Hier, wo die einzelnen Moleküle nicht auf einander einwirken, sind die Magnetismen den Massen proportional zu setzen, wir erhalten daher aus diesen Zahlen die Magnetismen gleicher Gewichte, indem wir obige Zahlen durch die Dichtigkeit der betreffenden Substanz dividieren.

Den Magnetismus fein verteilten, mit Fett verriebenen Eisens gleich 1000000 gesetzt, findet Becquerel für ein gleiches Gewicht Wasser 3,1

1) *Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. 3. série. T. XLIV.

2) *W. Weber*, Maßbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus S. 329

3) *Töpler* und *von Ettingshausen*, Poggend. Ann. Bd. CLX.

4) *von Ettingshausen*, Wiedem. Ann. Bd. XVII.

5) *Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXII.

6) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXIV.

7) *Faraday*, Philosophical Magazin. IV. ser. vol. V. 1853. Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.

Daraus ergibt sich für den Diamagnetismus des Wismuts bezogen auf ein gleiches Gewicht Eisen 7,5.

In der vorhin erwähnten Arbeit giebt Plücker für die Magnetismen der verschiedenen Substanzen bei gleichem Gewichte, oder nach seiner Bezeichnung die specifischen Magnetismen für die Einheit der magnetisierenden Kraft, folgende Werte:

Eisen	1000000	Eisenoxyd	759
Kobalt	1009000	Nickeloxyd	287
Nickel	465800	Wismut	23,6
Kobaltoxydhydrat	2178	Phosphor	16,5.

Diese Zahlen geben die Verhältnisse der Magnetismen der verschiedenen Substanzen, wenn sie fein verteilt sind, das Verhältnis zwischen dem Magnetismus des Wismuts und des Eisens ist ein ganz anderes, wenn man die massiven Metalle mit einander vergleicht. Es ergibt sich das aus dem im vorigen Paragraphen erwähnten Versuche von W. Weber, in welchem das diamagnetische Moment zweier Wismutstäbe mit dem eines Eisenstäbchens verglichen wurde. Aus den bei den Versuchen angewandten Stromstärken ergab sich nach der §. 130 erwähnten Gleichung, daß durch die Einheit der magnetisierenden Kraft in der Masseneinheit des Eisens das magnetische Moment 5,6074 in absoluten Einheiten hervorgebracht werde. Für das diamagnetische Moment der Masseneinheit Wismut berechnete sich aus den Versuchen unter der Voraussetzung, daß der Diamagnetismus noch der Stromstärke proportional gewesen, der Wert

$$\frac{1}{434000}$$

in derselben Einheit. Demnach ist der spezifische Magnetismus des massiven Eisens etwa 2,5 Millionen mal größer als der Diamagnetismus des massiven Wismuts.

Dieser Unterschied zwischen dem Verhalten der massiven Metalle und der fein verteilten stimmt durchaus mit der Weberschen Theorie des Magnetismus und Diamagnetismus. In dem massiven Eisen muß wegen der Wechselwirkung der Moleküle der Magnetismus bedeutend stärker sein als in feinverteiltern, während der Diamagnetismus, der nur in den um die Moleküle erregten Strömen seinen Grund hat, in dem massiven Wismut nicht stärker sein kann wie in dem feinverteiltern Metalle.

Außer der oben angeführten Messung des Diamagnetismus des Wismuts liegen noch mehrere andere vor. Zunächst bestimmte W. Weber noch nach einer andern Methode für den Diamagnetismus des Wismuts durch die magnetisierende Kraft eins in der Masseneinheit

$$\frac{1}{471300} = 2,12 \cdot 10^{-6}.$$

Die Magnetisierungskonstante in der ihr im §. 131 gegebenen Bedeutung ist das magnetische Moment, welches in der Volumeinheit durch die Einheit der magnetisierenden Kraft erzeugt wird. Wir haben demnach obigen Wert mit dem specifischen Gewicht des Wismuts 9,81 zu multiplizieren, um die Diamagnetisierungskonstante des Wismuts zu erhalten. Dieselbe wird darnach

$$k = - 2,08 \cdot 10^{-5}.$$

Christie fand bei seinen unter Leitung von W. Weber mit dem Diamagnetometer ausgeführten Versuchen<sup>1)</sup>

$$k = - 1,45 \cdot 10^{-5},$$

bemerkt indes, daß das Wismut 0,064 Prozent Eisen enthalten habe.

Töpler und von Ettingshausen erhielten<sup>2)</sup>

$$k = - 1,505 \cdot 10^{-5},$$

und von Ettingshausen später<sup>3)</sup> in vier nach verschiedenen Methoden durchgeführten Versuchsreihen

$$k = - 1,357 \cdot 10^{-5}, \quad 1,403 \cdot 10^{-5}, \quad 1,53 \cdot 10^{-5}, \quad 1,33 \cdot 10^{-5}.$$

Auch bei diesen Versuchen war das Wismut nicht ganz eisenfrei, indes bemerkt von Ettingshausen, daß das Wismut mit dem größten Eisengehalt 0,05 % nicht den größten Wert von  $k$  geliefert habe.

Alle diese Zahlen bedeuten ebenso wie die früher für Eisen angegebenen die Magnetisierungskonstante in Gauss-Weberschen Einheiten.

Das magnetische Verhalten einer großen Zahl von chemischen Verbindungen sowohl in ihren Lösungen als in fester Form hat Wiedemann<sup>4)</sup> genauer untersucht und daraus Beziehungen zwischen dem Magnetismus der Körper und ihrer chemischen Zusammensetzung abzuleiten versucht. Die Anordnung seiner Versuche zeigt Fig. 269. Zur Messung des Magnetismus der Salze wandte Wiedemann die Torsion eines hartgezogenen Neusilberdrahtes  $c$  an. Dieser Draht war in der Axe eines durchbohrten Messingzapfens befestigt, der in ein Messingrohr  $a$  konisch eingeschliffen war und sich in demselben mit sanfter Reibung drehen ließ. Diese Drehung konnte bewerkstelligt werden durch einen an dem Zapfen befestigten Stahlarm  $e$ , der an seinem Ende gabelarmig ausgeschnitten war und mit diesem Ende auf einem Stahlstab auflag, so daß ein auf dem Stahlstab aufgesetzter Stift sich zwischen den Zinken der Gabel befand. Der Stahlstab wurde durch ein Messingrohr getragen, in welchem er sich nur parallel seiner Längsaxe bewegen konnte. In das aus dem Messingrohr bei  $d$  hervorragende Ende des Stahlstabes war eine feine Schraube eingeschnitten und auf diese eine schraubenförmige Mutter von 5 cm Durchmesser aufgesetzt. Die Scheibe war auf ihrem Rande ausgekehlt und in der Kehle war um die Scheibe eine seidene Schnur gelegt, deren beide Enden durch zwei Stahlringe zu dem etwa 3 m von dem Apparate entfernten Beobachter geführt waren. Durch Anziehen des einen oder andern Endes der Schnur konnte die Scheibe gedreht und damit der Stahlstab entweder vorwärts oder rückwärts bewegt werden. Um die Rückwärtsbewegung des Stabes zu sichern, wurde das andere Ende des Stahlstabes durch ein starkes Band von vulkanisiertem Kautschuk angezogen. Die Bewegung des Stahl-

1) Christie, Poggend. Ann. Bd. CIII.

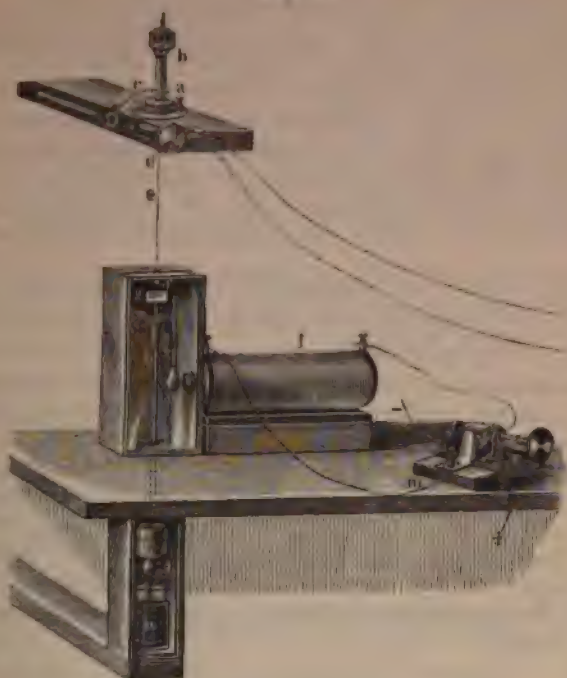
2) Töpler und v. Ettingshausen, Poggend. Ann. Bd. CLX; obige Zahl nach der Korrektur von v. Ettingshausen, Wiedem. Ann. Bd. XVII, S. 232.

3) v. Ettingshausen, Wiedem. Ann. Bd. XVII.

4) Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI. Bd. CXXXV.

stabes bewirkte durch den Arm *c* die Drehung des Messingzapfens, welche für die hier ins Spiel tretenden Kräfte eine hinreichende Torsion des Drahtes *e* bewirkte.

Fig. 369.



Der Draht *e* trug unten einen Messingstab *hn*, der an seinem untern Ende vier Flügel besaß, welche, um die Schwingungen des Stabes zu vermindern, in Öl eingetaucht waren. Am obern Ende war an dem Stabe *h* ein Spiegel angebracht. Außerdem trug der Messingstab eine Fassung, in welche ein horizontaler Messingarm eingesteckt wurde, welcher das zur Aufnahme der Lösung bestimmte Glaskölbchen *k* trug, und ein zweiter Arm, der ein Gewicht trug, welches das gefüllte Kölbchen contrebalancierte. Das Glaskölbchen *k* schwebte vor dem Pole des Elektromagnets *l*, so daß die Axe des Magnets in ihrer Verlängerung genau den Mittelpunkt des Glaskölbchens traf und auf der durch diesen Mittelpunkt und den Draht *hn* gelegten Ebene senkrecht stand.

Nachdem das Kölbchen mit einer beliebigen Flüssigkeit gefüllt war, wurde zunächst der Stand des Spiegels mit Fernrohr und Skala beobachtet und dann der den Magnetismus des Elektromagnets erregende Strom geschlossen. Hierdurch wurde das Kölbchen angezogen oder abgestoßen und der Spiegel *g* gedreht. Durch Torsion des Drahtes *e*, mittels Anziehung der zum Beobachter führenden Schnüre, wurde das Kölbchen wieder in die Anfangslage zurückgeführt, was man daran erkannte, daß der Spiegel wieder denselben Teilstrich der Skala in das Fernrohr reflek-



tierte. Darauf wurde der Strom wieder unterbrochen, worauf das Kölbchen in die durch die dem Draht erteilte Torsion bedingte Lage sich bewegte. Die Beobachtung dieser Gleichgewichtslage mit Hilfe der vom Spiegel reflektierten Skala gab die Größe der Torsion, welche der magnetischen Anziehung oder Abstofsung das Gleichgewicht gehalten hatte.

Nachdem Wiedemann zunächst konstatiert hatte, daß innerhalb der von ihm benutzten Stromstärken das magnetische Moment der zu untersuchenden Flüssigkeiten der magnetisierenden Kraft direkt proportional war, verglich er zuerst die Magnetismen verschiedener konzentrierter Lösungen. Dabei ergab sich, daß sich der Magnetismus der Salzlösungen direkt durch Addition der Magnetismen des Lösungsmittels und des in demselben gelösten Salzes ergibt, und daß der Magnetismus des gelösten Salzes proportional ist dem in der Volumeinheit enthaltenen Gewichte desselben.

Für vier Lösungen von Eisenchlorid ergaben sich nämlich folgende auf die Einheit der magnetisierenden Kraft reduzierte der Anziehung das Gleichgewicht haltende Torsionen

Lösung 1	Lösung 2	Lösung 3	Lösung 4
$m \dots 96,94$	$71,62$	$45,17$	$19,19.$

Das mit Wasser gefüllte Kölbchen zeigte eine Abstofsung von 5,53 Die Gehalte der Lösungen waren an Eisen in je 10 ccm der Lösung

$g \dots 0,595 \text{ g}$	$0,450 \text{ g}$	$0,300 \text{ g}$	$0,149 \text{ g}.$
---------------------------	-------------------	-------------------	--------------------

Addiert man zu den beobachteten Magnetismen  $m$  die Abstofsung des mit dem Wasser gefüllten Kölbchens, so erhält man die Magnetismen des gelösten Salzes

$m_1 \dots 102,47$	$77,16$	$50,70$	$24,72$
$\frac{m_1}{g} \dots 172,3$	$170,3$	$169,0$	$165,7.$

Die letzte Reihe, welche aus jeder der vier Beobachtungen den Magnetismus bestimmt, den eine Lösung haben würde, welche in 10 ccm ein Gramm Eisen enthielte, beweist, daß die Magnetismen der gelösten Salze der in der Volumeinheit vorhandenen Menge proportional sind.

Bei der Lösung von Eisenchlorid in Wasser, Alkohol und Äther ergab sich, daß der Magnetismus der gelösten Salze von der Natur des Lösungsmittels unabhängig ist. Es fand sich nämlich bei einer Lösung in Alkohol, bei welcher  $g = 0,399 \text{ g}$  war,  $m = 60,79$ . Die Abstofsung  $a$  des mit Alkohol gefüllten Gefäßes betrug 4,85, somit war  $m_1 = 65,64$  und  $\frac{m_1}{g} = 164,4$ . Bei einer Lösung in Äther war  $m = 50,38$ ,  $g = 0,321$ .  $a = 4,40$ , somit  $m_1 = 54,78$  und  $\frac{m_1}{g} = 170,8$ .

Mit steigender Temperatur nimmt der Magnetismus der gelösten Salze ab, und zwar für alle untersuchten Salze, eine Anzahl Eisensalze, Nickelsalze, Kobaltsalze und Ferricyankalium nach demselben Gesetze, so daß für alle sich das Moment  $m_1$  darstellen liefs durch die Gleichung

$$m_1 = m_0 (1 - 0,325 \cdot t).$$

Eine interessante Beziehung ergab sich bei der Untersuchung der Magnetismen verschiedener Salze zwischen den Magnetismen und den Atomgewichten. Bezeichnet man nämlich den durch die Einheit der magnetisierenden Kraft in der Gewichtseinheit eines Salzes erregten Magnetismus als den specifischen Magnetismus des Salzes, so ergibt sich, daß das Produkt aus dem specifischen Magnetismus der analog zusammengesetzten Salze desselben Metalles und ihrem Atomgewicht einen konstanten Wert hat. Es ist demnach der durch die magnetisierende Kraft Eins erregte temporäre Magnetismus je eines Atoms der analog zusammengesetzten Verbindungen eines Metalles mit verschiedenen Säuren stets derselbe. So findet sich für die Nickelsalze das Produkt 282, für die Kobaltsalze 616, für die Mangansalze 936, für die Ferroverbindungen wird das Produkt 1550, für die Ferridverbindungen etwa 1900. Diesen Zahlen liegen die willkürlich von Wiedemann gewählten Einheiten des Magnetismus zu Grunde, sie haben deshalb nur die Bedeutung, daß der Molekularmagnetismus der gelösten Salze diesen Zahlen proportional ist<sup>1)</sup>.

Fast genau denselben Wert erhielt Wiedemann für den Molekularmagnetismus der festen Salze, welcher dadurch bestimmt wurde, daß die Salze fein gepulvert und mit geglähter Kieselsäure gleichförmig gemengt in demselben Glaskölbehen untersucht wurden, so daß man schließen kann, daß der Magnetismus der Salze im trocknen und gelösten Zustande derselbe ist.

Der Magnetismus der Gase ist nach den Untersuchungen von Plücker, Becquerel und Faraday mit Ausnahme dessen des Sauerstoffs nur sehr gering. Letzterer ist

nach Plücker	bei gleichem Gewicht,	Eisen gleich	100000,	gleich	3500
" Becquerel	"	"	"	"	3770
" Faraday	"	" Volumen, Wasser	" 100,	"	17,5.

Weitere Zahlenangaben über die Magnetismen der verschiedenen Stoffe zu geben wird überflüssig sein, da denselben doch keine allgemeine Gültigkeit zukommt.

### §. 137.

**Magnekrystallkraft.** Aus der Thatsache, daß das verschiedene Verhalten der magnetischen oder diamagnetischen Substanzen im Magnetfelde darin seinen Grund hat, daß die einen magnetische, die andern diamagnetische Polarität erhalten, ergibt sich, daß eine aus irgend einer Substanz angefertigte Kugel innerhalb des Magnetfeldes zwischen den Ankern eines Elektromagnetes durchaus nicht das Bestreben haben kann, irgend eine bestimmte Lage anzunehmen. Denn die nach einer Richtung ausgedehnten magnetischen Körper stellen sich mit dieser Richtung axial, weil das magnetische Moment derselben parallel dieser Richtung am größten, die diamagnetischen sich mit derselben äquatorial, weil das Moment parallel dieser Richtung am kleinsten ist. Bei einer Kugel indes kann das Moment

1) Genaueres über die Beziehung des Magnetismus zu der chemischen Beschaffenheit der Verbindungen sehe man Wiedemann, Poggend. Ann. Bd.CXXXV.



nach keiner Richtung größer oder kleiner sein als deshalb kann dort keine besondere Richtkraft vor-

Das Verhalten der Krystalle stimmt jedoch überein; wie Plücker<sup>1)</sup> zuerst gezeigt hat, können gebildet eine bestimmte Richtung zeigen, wenn man bringt, ja selbst nach einer Richtung ausgedehnt oft anders, als nach der magnetischen Beschaffenheit wartet werden sollte.

Plücker nahm eine grüne Turmalinplatte ein, welche nach §. 93 des II. Teils parallel der Axe ist; die Platte war annähernd rechteckig, 12 mm lang, 3 mm dick. Vor einem Magnetpole aufgehängt magnetisch, und als sie an einem Coconfaden so die Richtung des Fadens mit derjenigen der Axe sich die Platte zwischen den Magnetpolen auch magnetische Platte gethan haben würde, also so Fläche axial war. Dieselbe Platte wurde nun in Richtung der optischen Axe senkrecht zum Aufsteigen der optischen Axe also frei in der Horizontalebene magnetischer Körper hätte sich nun die Platte in ihre Längsrichtung, welcher die optische Axe parallel Linie zusammenfiel. Sie stellte sich aber senkrecht, so daß die der optischen Axe parallel der Äquatorialen war.

Die Turmalinplatte wurde schließlich auch selbst in horizontaler Ebene sich frei drehen lassen, wieder so, wie ein diamagnetischer Körper gewesen haben würde, die der optischen Axe parallele Linie Äquatorial, die Breitenrichtung axial.

Ein anderer Turmalinkrystall, eine sechsseitige und 4,6 mm Dicke, stellte sich, als die Polspitzen der Magnete genähert waren, daß der Krystall nur eben zwischen den Magneten konnte, mit seiner Längsrichtung axial. Als man die Magneten von einander entfernte, wurde der Krystall mit in dieser Lage festgehalten und wenn ihr Abstand vergrößert wurde, drehte sich der Krystall um 90°, die Längsrichtung stellte sich Äquatorial.

Entfernte man die Halbanker nicht von einander, sondern den Krystall an dem Faden in die Höhe, so zeigte sich ähnlich; in einem bestimmten Abstände über dem Krystall Äquatorial.

Sehr bald nachher machte Faraday<sup>2)</sup> ganz aus krystallisiertem Wismut, Antimon und Arsen kleinen Rhomboëdern krystallisiert, wurde mittelst der Pole des Elektromagnets gebracht; obwohl das

1) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXII.

2) Faraday, Experimental researches ser. XXII. band III.

diamagnetisch erwies, wurde es doch in dem Magnetfeld wie ein Magnet gerichtet, so daß die krystallographische Hauptaxe sich axial stellte.

Die Axe, welche sich abweichend von dem sonstigen Verhalten der Krystalle axial oder äquatorial stellt, bezeichnet Faraday als die Magnekrystallaxe, und als die Ursache dieser Richtung sieht Faraday eine neue Kraft oder Kraftform in den Körpern an, welche er Magnekrystallkraft nennt.

Die ausgedehnten Versuche von Plücker<sup>1)</sup> haben ergeben, daß bei allen nicht zum regulären Systeme gehörigen Krystallen eine solche Magnekrystallaxe vorhanden ist, welche im quadratischen und hexagonalen Systeme im allgemeinen mit der krystallographischen Hauptaxe oder der optischen Axe zusammenfällt. Anfänglich glaubte Plücker<sup>1)</sup>, daß sich die optische Axe immer äquatorial stelle, und nahm deshalb an, daß außer der magnetischen Anziehung oder diamagnetischen Abstossung die Richtung der optischen Axe unter allen Umständen von den Magnetpolen abgestossen würde, oder am wenigsten angezogen würde. Die eben angeführte Beobachtung Faradays, nach welcher die Magnekrystallaxe des Wismuts und Arsens sich axial stellte, zeigte jedoch, daß dieser Satz nicht allgemein gültig sei, und darauf beobachtete auch Plücker<sup>2)</sup>, daß die optischen oder krystallographischen Hauptaxen der einaxigen Krystalle von den Magnetpolen sowohl angezogen als abgestossen werden konnten. Kreisförmige Scheiben, welche der optischen Axe parallel aus Krystallen herausgeschnitten waren, konnten sich mit ihrer Axe sowohl axial als äquatorial stellen, und das sowohl, wenn die Masse der Krystalle magnetisch als wenn sie diamagnetisch war. Plücker theilte demnach anfangs die Krystalle in positive und negative, indem er als positiv jene bezeichnete, deren Magnekrystallaxe von den Magnetpolen angezogen wird, als negativ jene, deren Magnekrystallaxe von den Magnetpolen abgestossen wird.

Besser indes bezeichnete Plücker später<sup>3)</sup> jene Krystalle als positiv, bei welchen die magnetische Polarität der Axe dem Sinne nach dieselbe ist wie die der ganzen Masse, wo aber diese Polarität ein Maximum ist, während man als negative jene bezeichnet, bei denen die Polarität der Axe derjenigen der ganzen Masse entgegengesetzt ist, oder wenn sie gleichgerichtet ist, den kleinsten Wert hat, so daß diese sich infolge der Magnekrystallkraft anders stellen als nach dem magnetischen Verhalten der ganzen Masse. Darnach unterscheidet man magnetisch positive und negative und diamagnetisch positive und negative Krystalle.

In einem gleichartigen Magnetfelde stellt sich die Axe

magnetisch	positiver	Krystalle	axial
„	negativer	„	äquatorial
diamagnetisch	positiver	„	äquatorial
„	negativer	„	axial.

1) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXII.

2) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXVI, Bd. LXXVII, Bd. LXXVIII. Plücker und Beer, Poggend. Ann. Bd. LXXXI, Bd. LXXXII. Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXXVI, Bd. CX.

3) Plücker, Philosophical Transactions for 1858. p. 543.



Nach dieser Bezeichnung gehören:

1) zu den positiven magnetischen Krystallen: eisenhaltige kohlensaure Magnesia, essigsaures Eisen, Skapolit;

2) zu den negativen magnetischen: Turmalin, schwefelsaures Nickeloxyd;

3) zu den positiven diamagnetischen: Kalkspat, Arsenblei, Natronsalpeter;

4) zu den negativen diamagnetischen: Wisniten, Honigstein<sup>1)</sup>.

Ein demjenigen einaxiger Krystalle ähnlich, bei einem schnell gekühlten Cylinder magnetisch (sich mit seiner Axe äquatorial stellte<sup>2)</sup>). Ebenso dafs Würfel von Holz in einem Magnetfelde sich (in der) Richtung der Fasern äquatorial ist<sup>3)</sup>. Knoblauch ferner beobachtet, dafs nach einer Richtung zu sich meistens mit dieser Richtung äquatorial stehen. Mehl und Gummiwasser stellte sich mit seiner Axe als derselbe durch Pressen so weit verkürzt, als kleiner war als der Durchmesser, stellte sich denn äquatorial.

Auch die Krystalle, welche keine Hauptaxe haben (rhombischen, klinorhombischen und klinorhombischen) durch Magnetkrystallkraft gerichtet.

Wie aber diese Krystalle in optischer Beziehung kann man nach Plücker<sup>4)</sup> auch zwei magnetische Krystalle, welche entweder angezogen oder abgestoßen werden, sind indes einfacher zu übersehen, wenn man die Axen selbst betrachtet.

Wir wollen das Verhalten in einem speciell. Der Arragonit krystallisiert in rhombischen Säulen durch die brachydiagonale Endfläche abgeschnitten sind die Axe der Säule  $a$ , die lange Diagonale  $l$  und die des Rhombus, welchen man bei geradem Durchschneiden. Die Ebene der optischen Axen geht dann durch die erste Mittellinie. (Man sehe im zweiten Teil.) Der Arragonit ist diamagnetisch. Schneidet man den Krystall ein Parallelepiped, dessen Kanten parallel sind, und zwar so, dafs  $a < k < l$  ist, so stehen die Magnetfelde folgendermaßen ein:

1) Plücker, Philosophical Transactions for 1858.

2) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXV.

3) Tyndall, Philosophical Transactions for 1855.

4) Knoblauch und Tyndall, Poggend. Ann. Bd. I.

5) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXII und die von Beer angestellten Untersuchungen; auch Poggend. Ann. Bd. LXXII von Graulich und von Lang, Wiener Berichte Bd. I.

Es ist vertikal die Axe	Es sind horizontal die Axen	Es stellt sich Äquatorial die Axe
$a$	$k$ und $l$	$k$
$k$	$a$ „ $l$	$a$
$l$	$a$ „ $k$	$a$

Obwohl also die  $a$  parallele Dimension die kürzeste war, stellte sich diese Richtung Äquatorial; es ist also parallel dieser Richtung die magnetische Polarität am grössten. Am kleinsten ist die diamagnetische Polarität parallel  $l$ , denn diese Richtung stellt sich stets axial.

Legt man nun den magnetischen Axen eine ähnliche Bedeutung bei den optischen Axen, bezeichnet man also jene Richtungen als magnetische Axen, senkrecht zu welchen die magnetische Polarität nach allen Richtungen gleich ist, so ergiebt sich aus Betrachtungen, welche den in Optik durchgeführten ganz analog sind, daß der Arragonit zwei magnetische Axen hat, welche in der durch die Axe der grössten und kleinsten diamagnetischen Polarität gelegten Ebene liegen, also in der Ebene  $a$  und  $l$  gelegten Ebene. Senkrecht zur Richtung dieser beiden Axen ist die diamagnetische Polarität nach allen Richtungen dieselbe und gleich  $k$ ; so aufgehängt, daß die magnetischen Axen vertikal hängen, also der Krystall durch Magnekrystallkraft durchaus nicht das Bestreben eine bestimmte Lage anzunehmen. Die Richtkraft des Krystalles ist ein Maximum, wenn die Ebene der magnetischen Axen horizontal ist, also beim Arragonit die Richtung  $k$  mit dem Aufhängefaden zusammenfällt<sup>1)</sup>.

Ähnliches zeigt sich nach den ausgedehnten Untersuchungen von Plücker und Beer und Plücker allein bei allen zweiaxigen Krystallen; es ergiebt sich aus diesen Untersuchungen im allgemeinen, daß die Ebene der magnetischen Axen entweder jene der optischen Axen ist oder darauf senkrecht steht.

Die magnetische Einstellung der Krystalle hat ihren Grund darin, daß ein magnetisches Moment, welches dieselben unabhängig von ihrer Gestalt annehmen, nach verschiedener Richtung verschieden ist. Eine Kugel aus einem zweiaxigen Krystalle z. B. erhält in einem gleichartigen Magnetfeld nach den verschiedenen Richtungen ein verschiedenes magnetisches Moment infolge ihrer molekularen Beschaffenheit, wie ein dreiaxiges Ellipsoid von weichem Eisen infolge seiner Gestalt, und deshalb richtet sich eine solche Kugel ganz analog diesem Ellipsoide. Auch in einem Magnetfeld zweiaxiger Krystalle finden sich zwei magnetische Axen, die so beschaffen sind, daß, wenn man das Ellipsoid um dieselben drehbar aufhängt, dasselbe keine Richtkraft zeigt; diese Axen fallen indes nicht mit den Normale der Kreisschnitte zusammen<sup>2)</sup>.

Woher es indes kommt, daß die Krystalle nach den verschiedenen Richtungen verschiedene Momente annehmen, das läßt sich nicht absehen, so wenig, da, wie erwähnt, auch ganz amorphe Körper dadurch,

1) Plücker, Philosophical Transactions for 1858.

2) Plücker, Philosophical Transactions for 1858. Man sehe auch W. Thomson, Philosoph. Magazin 4. series vol. 1.

dafs sie nach einer Richtung zusammengepresst werden, ohne Fähigkeit erhalten.

### §. 138.

#### Drehung der Polarisationssebene durch Magnete und d

Die in den letzten Paragraphen mitgetheilten Erfahrungen liefern, weis, dafs der Magnetismus nicht, wie man früher glaubte, wenige Substanzen beschränkt ist, sondern dafs er eine allgemeine Eigenschaft der Materie genannt werden kann. Denselben Beweis hat noch in anderer Weise geführt, indem er zeigte, dafs der Eisen Magnets sich über die innere Struktur der Körper erstreckt, und dafs der Lichtstrahl in isotropen durchsichtigen Körpern, wenn zwischen den Polen eines Magnets befinden, affiziert wird<sup>1)</sup>. Die Beobachtung war die erste, welche Faraday den Beweis lieferte, von ihm schon lange vermutete Einfluß des Magnetismus auf alle Substanzen existiere.

Vielfache von ihm früher angestellte Versuche, ob nicht ein Lichtstrahl durch den Magnet affiziert würde, hatten ein negatives Resultat ergeben; der Einfluß zeigte sich erst, als er zwischen die Magnete durchsichtige Substanzen brachte, welche von dem Lichte durchsetzt werden konnten. Zwischen die Pole eines kräftigen Hufeisenmagnets wurde ein prismatisches Stück Faradayschen Glases von 54 mm Seite und 1 mm Dicke so eingesetzt, dafs es zur Hälfte über die Polebene hervorragte, dafs es mit seiner größeren Ausdehnung axial stand. Durch dieses wurde unmittelbar über den Polflächen ein polarisierter Lichtstrahl durchgeleitet, so dafs er das Glas in axialer Richtung, also der ganzen Länge von 54 mm nach durchsetzte. Der Strahl trat dann in ein schiefes Prisma ein, welches als Analysator diente. Das Glas hatte auf den Lichtstrahl gar keinen Einfluß; wurde die Polarisationssebene des einfallenden Lichts senkrecht zur Polarisationssebene des Lichtstrahls, so blieb der Strahl ausgelöscht, mochte das Glas sich zwischen den polarisierenden Spiegel und dem Nicol befinden oder nicht. Wurde der Nicol in dieser Lage festgehalten, so dafs der Strahl ausging, wurde, und nun der Magnetismus des Elektromagnets erregt, so augenblicklich das Gesichtsfeld des Nicols erhellt und blieb hell, wenn der Magnetismus andauerte; um das Licht wieder zum Verschwinden bringen, bedurfte es einer gewissen Drehung des Nicols, je nach der Orientierung des Magnets, entweder zur Rechten oder Linken. Es folgte, dafs das Faradaysche Glas unter dem Einfluß des Magnets die Fähigkeit erhält, die Polarisationssebene zu drehen; diese Fähigkeit dauert, als das Glas sich unter dem Einfluß des Magnets befindet; so, wenn der Magnetismus des Elektromagnets verschwunden ist, hört sie auf, und verhält sich das Glas wieder wie jeder isotrope Körper.

Die Richtung der Drehung ist folgende; wenn der dem analogen Nicol nächste Pol ein Nordpol ist, so wird der Strahl rechts gedreht; heifst der Beobachter muß den Nicol von der Linken zur Rechten drehen, damit der Strahl wieder ausgelöscht

1) Faraday, Experimental researches ser. XIX. Poggend. A.



der nächste Pol ein Südpol, so wird der Strahl zur Linken gedreht. Der Sinn der Drehung ist somit, wie eine einfache Überlegung zeigt, derselbe wie die Richtung der Ströme, welche nach der Ampèreschen Theorie die magnetischen Moleküle der Pole umkreisen, zwischen denen das Glas befindet.

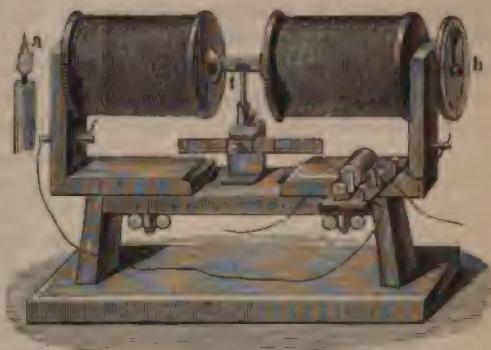
Die in dieser Weise auftretende Drehung ist nur schwach, Faraday beobachtete sie bei einem dem Plückerschen an Grösse gleichen Elektromagnete mittels fünf Paaren Grovescher Elemente. Man kann sie indes schon bei viel geringeren Kräften beobachten, wenn man den Strahl nicht an den Polen vorüber, sondern gewissermassen durch die Pole hindurchgehen läßt. Becquerel<sup>1)</sup> versah deshalb die Pole mit durchbohrten Halbkugeln und brachte die Substanz, durch welche die Lichtstrahlen hindurchgehen sollten, so zwischen die Anker, daß der Strahl die Durchbohrungen durchsetzte. Wie sehr durch diese Anordnung die Drehung zunimmt, zeigen einige Angaben von Bertin<sup>2)</sup>. Ein und derselbe Elektromagnet brachte bei derselben Stromstärke in einem Stücke Faradayschen Eisens nach der Methode von Faraday beobachtet eine Drehung von  $6^{\circ}30'$  vor, nach Aufsetzung der durchbohrten Halbkugeln eine Drehung von  $5^{\circ}$ .

Noch vorteilhafter zu diesen Versuchen ist der Rühmkorffsche Apparat („Apparat mit durchbohrten Magnetkernen“). Man bringt in das Ende *a* Fig. 270 einen Kern eines polarisierenden Nicol, vor welchem die Lichtquelle

gestellt wird; in das Ende *b* des andern Kernes wird ein analysierendes Nicol gefügt, befestigt in einem Nonius versehenen Kreise. Auf dem Tisch *t* zwischen den beiden hohlen Magnetkernen legt man die diattinische Substanz. Da der Lichtstrahl genau von Pol zu Pol geht, so ist die Drehung die stärkste, welche bei den angewandten Strömungen erreicht werden kann.

Auch bei den schwachen magnetischen Kräften die Drehung deutlich wahrnehmen zu können, bringt man füglich zwischen dem polarisierenden Nicol und der drehenden Substanz eine Pouillet'sche Doppelplatte an wie bei dem Soleil'schen Saccharimeter (man sehe im II. Teil §. 111), welche die empfindliche Farbe giebt. Wie wir wissen, giebt dann die geringste Drehung der Polarisationssebene dem einen oder anderen Sinne zu einer verschiedenen Färbung der

Fig. 270.



1) E. Becquerel, Annales de chim. et de phys. III. Sér. Tome XVII.

2) Bertin, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII. Poggend. Ann. I. XXV.

3) Bertin, z. u. O.

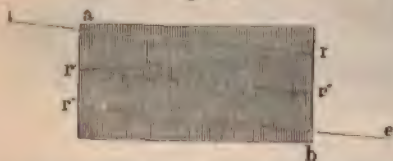


beiden Hälften der Doppelplatte Anlaß. Die Größe der Drehung ist gleich jener, welche man dem analysierenden Nicol erteilen muß, damit die Doppelplatte wieder gleichmäßig gefärbt erscheint.

Ein anderes Mittel, die Drehung der Polarisationssebene zu verstärken, ergibt sich aus einem eigentümlichen Unterschiede, welchen die Drehung derselben durch den Magnetpol von der Drehung in doppelbrechenden Substanzen unterscheidet. Läßt man einen polarisierten Lichtstrahl durch eine rechtsdrehende Quarzplatte gehen, so wird die Polarisationssebene immer so gedreht, daß der Beobachter den analysierenden Nicol zur Rechten zu drehen hat; es wird also die Polarisationssebene in Bezug auf die Fortpflanzungsrichtung immer in demselben Sinne gedreht. Läßt man daher einen Lichtstrahl in eine Quarzplatte eindringen und dann an der hinteren Fläche derselben reflektiert werden, so zeigt der wieder austretende Strahl keine Drehung, da die beiden Drehungen, welche er auf dem Hin- und Rückwege in der Quarzplatte erfährt, sich aufheben. Anders ist es bei der Drehung zwischen den Magnetpolen<sup>1)</sup>; hier ist die Drehung nicht in Bezug auf die Fortpflanzungsrichtung dieselbe, wie auch der Strahl das zwischen den Magnetpolen befindliche Glas durchsetzt, sondern sie ist entgegengesetzt, wenn der Strahl vom Nordpol zum Südpol, als wenn er vom Südpol zum Nordpol sich fortpflanzt. Schreitet der Strahl vom Südpol zum Nordpol durch das Glas fort, so wird er rechts gedreht, schreitet er umgekehrt fort, so wird er links gedreht. In Bezug auf die Richtung im Raume wird also der Strahl in beiden Fällen nach derselben Seite gedreht. Läßt man daher einen Lichtstrahl in das zwischen den Polen befindliche Glas eindringen und an der Rückfläche reflektiert werden, so werden in dem vorn wieder hervordringenden Strahle die Drehungen auf dem Hin- und Rückgange sich nicht aufgehoben, sondern verstärkt haben, die Drehung wird doppelt so groß sein, als wenn der Strahl nur einfach in dem letzten Sinne durch das Glas hindurchgegangen wäre.

Um hierdurch die Drehung zu verstärken, versilberte Faraday die Flächen des Glases, in welchen der Strahl eintritt und austritt, Fig. 271

Fig. 271.



bis auf zwei Stellen *a* und *b*, welche so lagen, daß der Strahl *i*, wenn er bei *a* in das Glas eintrat, nach mehrmaliger Reflexion bei *r*, *r'*, *r''*, *r'''*, dasselbe bei *b* nach der Richtung *b* wieder verließ. Auf den Strecken *ar*, *r'r'*, *r''r'''*, *r''''b* wird der Strahl dann rechts, auf den Wegen *rr'*, *r'r''*

links gedreht, so daß in dem bei *c* austretenden Strahle die Summe aller Drehungen beobachtet wird.

Um eine Drehung der Polarisationssebene hervorzubringen, ist es nicht erforderlich, das Glas zwischen die Pole eines Hufeisenmagnets zu legen, es genügt schon, dasselbe auf einen Pol oder neben denselben zu bringen<sup>2)</sup>. Bertin legte auf einen Pol eines hufeisenförmigen Elektromagnets einen

1) Faraday, Philosophical Magazin vol. XXX. 1846. Poggend. Annalen Bd. LXX.

2) Faraday, Experimental researches ser. XIX. Poggend. Ann. Bd. LXXX.

Spiegel, setzte auf denselben ein Stück Faradayschen Glases und leitete in dasselbe mit Hilfe eines geneigten unbelegten Spiegels einen polarisierten Strahl vertikal nach unten; der Strahl wurde an dem Spiegel reflektiert, durchsetzte aufsteigend das Glas zum zweiten Mal, und seine Drehung wurde mit Hilfe einer Doppelplatte beobachtet. Es trat bei dem Versuche Bertins und unter Anwendung eines Glases von 48 mm Dicke eine Drehung von  $21^\circ$  ein. Dieselbe war dem Sinne nach verschieden, je nachdem der angewandte Pol ein Nordpol oder ein Südpol war<sup>1)</sup>.

Der Sinn der Drehung lässt sich am besten nach den den Magnetpol umkreisenden Molekularströmen bestimmen, sie geschieht immer in der Richtung dieser Ströme.

Ganz dieselbe Regel ergibt sich aus der vorhin angeführten Angabe Faradays über die Drehung zwischen den Magnetpolen, denn nach derselben geschieht z. B. in dem Rühnkorf'schen Apparate die Drehung immer in dem Sinne, wie der Strom in den Spiralen die Magnetkerne umkreist.

Nachdem die Drehung der Polarisationssebene durch den Magnet nachgewiesen war, lag die Vermutung nahe, daß auch ein elektrischer Strom dieselbe Wirkung auf das Licht ausübe, um so mehr, da man nach der Ampèreschen Theorie die magnetischen Eigenschaften als von elektrischen Strömen bedingt ansieht. Es gelang Faraday auch gleich nach der ersten Entdeckung, diese Wirkung der elektrischen Ströme nachzuweisen<sup>2)</sup>. Man lege in eine Magnetisierungs spirale ein Prisma von Flintglas etwa 6 cm lang, dessen Endflächen geschliffen und poliert sind, und bringe an beiden Enden der Spirale Nicols an, den einen, der als Analyseur dienen soll, an einer drehbaren Alhidade in der Mitte eines getheilten Kreises befestigt; man lasse dann parallel der Axe der Spirale Licht hindurchtreten und kreuze die Nicols, so daß das Gesichtsfeld dunkel wird. Sobald man dann durch die Spirale einen kräftigen Strom leitet, wird das Gesichtsfeld wieder beleuchtet, und man muß den analysierenden Nicol nach der einen oder anderen Seite, je nach der Richtung des Stromes drehen, um das Gesichtsfeld wieder dunkel zu machen.

Die Polarisationssebene wird dabei immer in dem Sinne gedreht, in welchem der Strom die Spirale umkreist, d. h. der Beobachter muß den analysierenden Nicol immer in demselben Sinne drehen, in welchem von seinem Standpunkt aus der Strom kreist.

Ebenso wie die Drehung der Polarisationssebene durch den Magnet dauert auch diejenige durch den Strom nur so lange, als der Strom das Glas umkreist.

Nicht allein das Faradaysche Glas, sondern auch viele andere, ja die meisten durchsichtigen festen und flüssigen Körper erteilen zwischen den Magnetpolen oder in einer Magnetisierungs spirale der Polarisationssebene eine Drehung; dieselbe ist mit wenigen nachher zu besprechenden Ausnahmen dem Sinne nach dieselbe, an Größe unter sonst gleichen Umständen aber sehr verschieden. Fast ebenso stark wie das Faradaysche Glas (kieselborsaures Bleioxyd) wirkt das borsaurer Bleioxyd; ebenso ist gewöhnliches Flintglas sehr geeignet, um diese Erscheinung zu zeigen.

1) Bertin, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII.

2) Faraday, Experimental researches ser. XIX. Poggend. Ann. Bd. LXVIII.



Die doppeltbrechenden Krystalle zeigen keine Drehung, wenn das Licht nicht in oder doch sehr nahe der Richtung der optischen Ase hindurchgeht<sup>1)</sup>.

Um die Drehung der Polarisationssebene in Flüssigkeiten zu zeigen, ist das Soleilische Saccharimeter sehr geeignet, indem man die Röhre desselben mit einer Spirale umgiebt. Man findet dann, dass alle Flüssigkeiten die Polarisationssebene mehr oder weniger stark drehen. Wasser, Alkohol, Äther, alle fetten und ätherischen Öle, geschmolzener Schwefel, Chlorschwefel; ebenso alle wässrigen und alkoholischen Lösungen. Faraday glaubte, dass in diesen nur das Lösungsmittel die Drehung bewirke; nach den Versuchen von Bertin<sup>2)</sup> und Verdet<sup>3)</sup> ist das jedoch nicht der Fall. Beide Physiker fanden, dass unter ganz denselben Umständen die Lösungen oft stärker oft schwächer drehen als das Lösungsmittel. So fand z. B. Bertin bei Lösungen von Chlorkalcium folgende Drehungen:

Konzentrierte Lösung 13 mm dicke Schicht	6° 20'
Verdünn mit demselben Volumen Wasser	4° 55'
" " dem 3fachen " "	4° 40'
" " " 7 " " "	4°
Reines Wasser	3° 40'
Salpetersaures Ammoniak	3° 45'
Wasser	4° 55'
Schwefelsaures Eisenoxyd	4° 30'
Wasser	6°

Die mit Klammern versehenen Beobachtungen sind unter sonst gleichen Umständen gemacht.

Ebenso fand Verdet, dass alle Lösungen von Eisensalzen die Polarisationssebene schwächer drehen als Wasser.

Während Faraday eine Drehung der Polarisationssebene in Gasen beobachten konnte, gelang es fast gleichzeitig H. Becquerel<sup>4)</sup> sowie Kundt und Röntgen<sup>5)</sup> dieselbe zu beobachten und zu messen, indem lange Röhren mit Spiralen umgeben wurden, durch welche ein sehr starker Strom durchgeleitet wurde. Becquerel ließ durch eine 3 m lange Röhre in Anwendung des Verfahrens das Licht 9 mal hindurchgehen, Kundt und Röntgen wandten in ihren Röhren erhebliche Drucke an. Indem man die Lage der Polarisationssebene bestimmte, wenn der Strom die Spirale in einem Sinne durchfloß und dann im entgegengesetzten Sinne, so ließ sich die Größe der Drehung in den Gasen messen. Auf die Größe der Drehung kommen wir nachher zurück.

Wie es nach der im dritten Bande erkannten Identität von Licht und Wärmestrahlen nicht anders zu erwarten ist, wird auch die Polarisationssebene der Wärmestrahlen magnetisch gedreht. Wenn auch

1) Faraday, Experimental researches ser. XIX. Lüttge, Poggend. Bd. CXXXVII.

2) Bertin, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII.

3) Verdet, Comptes Rendus. T. XLIII. p. 523. Poggend. Ann. Bd. C.

4) H. Becquerel, Journal de physique Bd. VIII, Bd. IX.

5) Kundt und Röntgen, Wiedem. Ann. Bd. VI, Bd. VIII, Bd. X.

Die frühern Beobachtungen von Wartmann<sup>1)</sup> und De la Provostaye und Desains<sup>2)</sup> dieser Nachweis nicht mit voller Sicherheit geführt war, so ist es doch durch die neuern Versuche von Grunnach<sup>3)</sup> geschehen, dem es sogar gelungen ist, die Drehung zu messen. Grunnach drehte die beiden Nicols *a* und *b* Fig. 270 um  $45^0$  gegeneinander und brachte die diamagnetische Substanz zwischen die Pole des Elektromagnets; er liefs zunächst sie von einem Heliostaten reflektierten Sonnenstrahlen durch diese Kombination hindurch auf eine Thermosäule wirken, wenn der Elektromagnet nicht erregt war, und beobachtete die Ablenkung des Galvanometers. Darauf wurde der Elektromagnet erst in dem einen, dann im entgegengesetzten Sinne erregt, und es zeigte sich, dafs stets bei der Erregung in einen Sinne die Wirkung auf die Thermosäule zunahm, bei der Erregung im entgegengesetzten Sinne dagegen abnahm. Im ersten Falle wurde somit die Polarisationssebene der aus dem ersten Nicol austretenden Strahlen der Polarisationssebene des zweiten Nicols genähert, im zweiten Falle wurde sie nach der entgegengesetzten Seite gedreht, also von der Polarisationssebene des zweiten Nicols entfernt. Nennen wir die Intensität der durch die beiden Nicols dringenden Strahlen, wenn ihre Polarisationssebenen parallel sind, eins, so ist die Intensität der hindurchgehenden Strahlen, wenn sie um  $45^0$  gedreht sind,  $\cos^2 45^0 = \frac{1}{2}$ . Ist die magnetische Drehung  $\delta$ , so wird die Intensität  $\cos^2 (45^0 - \delta)$  oder  $\cos^2 (45^0 + \delta)$ , also  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin 2\delta$  oder  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin 2\delta$ . Da  $\delta$  immer sehr klein ist, können wir demnach die infolge des Magnetismus eintretende Zunahme der Intensität oder deren Abnahme der Gröfse der Drehung proportional setzen. Die Messung der Zunahme oder Abnahme der Intensität giebt also unmittelbar das Mafs für die Gröfse der Drehung.

Die Gröfse der Drehung hängt aufer von der angewandten Substanz *b* von der Dicke derselben, von der Stärke des Magnetismus oder des elektrischen Stromes und von der Neigung gegen die axiale Richtung, in welcher der Strahl die Substanz durchdringt.

Faraday glaubte, dafs die Drehung der Dicke der von dem Licht durchlaufenen Schicht sowohl als auch der Stärke des Magnetismus proportional sei<sup>4)</sup>.

Die beiden Sätze können indes in der Allgemeinheit, wie zuerst Bertin<sup>5)</sup> bemerkt hat, nicht mit einander bestehen. Denn wenn die Drehung der magnetischen Kraft proportional ist, so kann sie nur dann der Dicke der durchstrahlten Substanz proportional sein, wenn dieselbe sich in einem gleichartigen Magnetfelde befindet, so dafs die auf die einzelnen Schichten wirkende magnetische Kraft dieselbe ist. Das ist aber zwischen den Magnetpolen nur an einer kleinen Stelle der Fall.

Um die Abhängigkeit der Drehung von der Dicke der durchstrahlten

1) Wartmann, Comptes Rendus T. XXII. Poggend. Ann. Bd. LXXI.

2) De la Provostaye und Desains, Ann. de chim. et de phys. III. Série. XXVII.

3) Grunnach, Wiedem. Ann. Bd. XIV.

4) Faraday, Experimental researches. Ser. XIX. art. 2163 u. 2164.

5) Bertin, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII. Poggend. Ann. LXXV.



Schicht zu bestimmen, begann Bertin damit, den Einfluss des Abstandes des Diamagneticums von der Polfläche zu untersuchen.

Denn denken wir uns eine Schicht von gewisser Länge an einem Magnetpole anliegend, so wird, wenn wir uns dieselbe in lauter Schichten von etwa ein Millimeter Dicke zerlegt denken, die gesamte Drehung die Summe deren sein, welche der Strahl in diesen einzelnen Schichten erhält. Die Drehung in den dem Pole nächsten Schichten wird nun jedenfalls am größten sein; sie wird in den einzelnen um so kleiner sein, je weiter sie von den Polen entfernt sind, da die magnetische Kraft mit dem Abstände von den Polen abnimmt. Kennt man das Gesetz, nach welchem die Drehung in einer 1 mm dicken Schicht mit der Entfernung von den Polen abnimmt, so kann man daraus sofort das Gesetz der Dicke ableiten.

Um zu bestimmen, wie die Drehung mit der Entfernung von den Polen abnimmt, befestigte Bertin ein Stück Faradayschen Glases an einem mit einer Millimeterteilung versehenen Stativ, so daß er es nach und nach in verschiedene Abstände von einem Pole eines Elektromagnets bringen konnte, und beobachtete bei konstanter Stärke des Magnetpols die Drehung der Polarisationssebene in dem Glase. Das angewandte Glas hatte eine Dicke von 38,9 mm. Folgende Tabelle enthält eine von Bertins Versuchsreihen.

Abstand des Glases vom Pole = $x$ mm	Beobachtete Drehung $y$	Verhältnis der auf einander folgenden Drehungen $\frac{y'}{y}$	Berechnete Drehung $y_1 = 0,88504 y$	Differenz $y_1 - y'$
0	12° 30'		12° 30'	
5	11 10	0,8934	11 4	— 6'
10	9 35	0,8582	9 54	+ 19
15	8 30	0,8870	8 30	0
20	7 25	0,8762	7 31	+ 6
25	6 35	0,8876	6 33	— 2
30	5 45	0,8735	5 50	+ 5
35	5 5	0,8840	5 5	0
40	4 35	0,9016	4 31	— 4
45	4 0	0,8728	4 4	+ 4
50	3 35	0,8857	3 32	— 3

Aus dieser Versuchsreihe ergibt sich, daß die Drehung in einer geometrischen Reihe abnimmt, wenn die Abstände des Glases von dem Pole in einer arithmetischen Reihe wachsen; bezeichnen wir also die Drehung, welche die Polarisationssebene in dem am Pole anliegenden Glase erfährt, mit  $A$ , und mit  $r$  einen echten Bruch, so ist die Drehung im Abstände  $x$  mm

$$y = A r^x.$$

Die Konstante  $A$  hängt ab von der magnetischen Kraft des Pols und von der Dicke des Glases. Bezeichnet  $c$  die Drehung, welche die Polarisationssebene in einer 1 mm dicken Schicht am Pole erfährt, so wird

nach diesem Gesetze die Drehung in der zweiten ebenfalls 1 mm dicken Schicht des Glases sein, da diese Schicht zugleich 1 mm von dem Pole entfernt ist,  $c \cdot r$ , in der dritten Schicht  $c \cdot r^2$ , in der  $n$ ten Schicht  $c \cdot r^{n-1}$ ; ist demnach die Dicke des Glases  $e$  mm, so ist

$$A = c(1 + r + r^2 + \dots + r^{e-1}) = c \frac{1 - r^e}{1 - r},$$

und somit die Drehung  $y$  durch ein solches Glas in irgend einem Abstände  $x$

$$y = c \frac{1 - r^e}{1 - r} r^x.$$

Befindet sich die diamagnetische Substanz zwischen zwei Polen, so soll sich die Wirkung der beiden Pole addieren; ist dann  $d$  der Abstand der beiden Pole, so ist, wenn obiger Ausdruck die Wirkung eines Poles giebt, die des anderen

$$y' = c \frac{1 - r^e}{1 - r} r^{d-x-e},$$

demnach die Wirkung beider Pole zusammen

$$z = y + y' = c \frac{1 - r^e}{1 - r} (r^x + r^{d-x-e}).$$

In der That stimmen die hiernach berechneten Werte für die Drehung ziemlich gut mit den beobachteten überein.

Die Gröfse  $c$ , welche Bertin den Koefficienten der magnetischen Polarisation nennt, hängt ab von der Gröfse der magnetischen Kraft und von der Natur der Substanz; bestimmt man sie bei gleicher magnetischer Kraft für die verschiedenen Substanzen, so kann man sie als ein Maß des molekularen Drehungsvermögens, welches die betreffenden Substanzen unter dem Einfluß der Magnete erhalten, betrachten. Dabei wird indes vorausgesetzt, daß bei geänderter magnetischer Kraft der Koefficient  $c$  sich für alle Substanzen gleichmäßig ändert. Nach Bertin soll das auch der Fall sein, und einige Versuche sprechen auch dafür, so folgende, in denen die Drehung Faradayschen Glases und Schwefelkohlenstoff bei verschiedener Stärke der magnetischen Kraft mit einander verglichen werden

Drehung in Faradayschem Glase	Drehung in Schwefelkohlenstoff	Verhältnis der Drehungen
18,3 mm dick	10 mm dick	
7° 42'	3° 18'	0,43
13° 48'	6° 0'	0,43
19	8° 18'	0,43.

Bertin hat für eine Reihe von Substanzen den Wert des Koefficienten  $c$  bestimmt; indem er ihn für Faradays Glas gleich 1 setzt, findet er ihn z. B. für gewöhnlichen Flintglas 0,53, Zinnchlorid 0,77, Schwefelkohlenstoff 0,74, Wasser 0,25, Alkohol 0,18, Äther 0,15.

Der Bertinsche Satz über den Einfluß der Dicke auf die Drehung der Polarisationssebene stimmt ebenfalls nicht mit dem Faradayschen Satze überein, nach welchem die Drehung der magnetischen Kraft proportional sein soll, denn darnach müßte die magnetische Kraft bei Entfernung vom

Pole nach demselben Gesetze abnehmen, was sie indes nicht thut; ist daher das Gesetz von Faraday richtig, so kann man das Bertinsche nur als ein angenähertes betrachten, welches innerhalb gewisser Grenzen wohl geeignet ist, die Drehung zu bestimmen.

Die Richtigkeit des Faradayschen Gesetzes ist später durch die Versuche Verdets<sup>1)</sup> bestätigt worden; die Methode derselben war folgende.

Die einander zugewandten Polenden der durchbohrten Cylinder eines Rühmkorffschen Elektromagnets wurden mit Platten von weichem Eisen von 50mm Dicke und 140mm Durchmesser armirt, die in der Mitte dem Kanal der Eisenkerne entsprechend durchbohrt waren. Stellte man die so armirten Magnete in passenden Entfernungen 50mm—90mm gegenüber, so zeigte sich, daß ein durchsichtiges Medium im Magnetfeld an allen Stellen, mit Ausnahme der unmittelbaren Nähe der Pole die Polarisationssebene gleich stark drehe. Daraus und aus direkten Messungen ergab sich, daß das Magnetfeld gleichartig, d. h. daß die magnetische Kraft an allen Punkten des Feldes gleich war.

Um die Magnetkraft zu messen, wandte Verdet einen aus der im nächsten Kapitel zu besprechenden Theorie der Induktion folgenden Satz an: Wenn in einem Raume von konstanter magnetischer Kraft ein kreisförmiger Leiter, dessen Ebene parallel der Richtung der Magnetkraft ist, rasch so gedreht wird, daß seine Ebene senkrecht auf der Richtung der Magnetkraft zu stehen kommt, so wird in dem Leiter ein elektrischer Strom erregt, welcher der magnetischen Intensität proportional ist. Er brachte demnach in das Magnetfeld eine kleine Drahtspirale von 28mm äußerem Durchmesser, an einem Stativ befestigt, so daß sie leicht um 90° gedreht werden konnte, und beobachtete den durch die Drehung in derselben erregten Induktionsstrom.

Darauf wurde an Stelle der Spirale die diamagnetische Substanz gebracht, die Drehung der Polarisationssebene beobachtet und dann nochmal die Substanz mit der Spirale vertauscht und die magnetische Kraft bestimmt. Das Mittel aus den beiden nur wenig von einander abweichenden Bestimmungen wurde als die magnetische Kraft während des Versuches genommen.

Als diamagnetische Substanz wandte Verdet Parallelepiped von Faradayschem Glase, von 40mm Länge, von Flintglas und von Schwefelkohlenstoff von ungefähr derselben Länge an. Die Drehung wurde mit Hilfe einer Doppelplatte bestimmt, teils für die Übergangsfarbe, teils für homogenes Licht. Letzteres wurde durch eine Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd-Ammoniak erhalten, welches nur blaues der Linie G entsprechendes Licht durchläßt.

Folgende Tabelle enthält einige von Verdets Beobachtungen; in der ersten Kolumne findet sich der Abstand der Polflächen, in der zweiten die zur Erregung des Magnets benutzte Anzahl Bunsenscher Elemente, die dritte enthält unter  $m$  die durch den Induktionsstrom gemessene magnetische Intensität, die vierte unter  $\alpha$  den beobachteten doppelten Drehungswinkel.

1) Verdet, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLI. Poggend. Ann. Bd. XCII.

## Faradaysches Glas 40 mm dick.

Drehung der Übergangsfarbe					des blauen Lichts		
$\alpha$	$n$	$m$	$\alpha$	$\frac{\alpha}{m}$	$m$	$\alpha$	$\frac{\alpha}{m}$
60 mm	20	143,37	9° 13,75′	3,86	157,5	16° 36′	6,32
80 „	20	115	7° 28,50′	3,90	119	13° 13′	6,66
60 „	10	112,37	7° 17,75′	3,89	109,6	11° 44′	6,42
90 „	10	63,62	3° 55,75′	3,71			

Es ergibt sich also, daß die Drehung der Polarisationssebene in einer durchsichtigen Substanz stets der Intensität der auf die Substanz wirkenden Kraft proportional ist, sei es, daß die magnetische Kraft durch Veränderung des Magnetismus der Pole, sei es, daß sie durch Veränderung des Abstandes derselben geändert wird<sup>1)</sup>.

Dasselbe Gesetz ergibt sich aus den Versuchen Verdet's<sup>2)</sup>, über die Abhängigkeit der Drehung der Polarisationssebene von dem Winkel, welchen der Lichtstrahl mit der Richtung der magnetischen Kraft, also mit der axialen Richtung bildet. Um diese zu untersuchen, wandte Verdet einen vertikal gestellten drehbaren Elektromagnet an. In der Drehungsaxe desselben war die durchsichtige Substanz aufgestellt, so daß sie etwas über die Polflächen hervorsah. Der Lichtstrahl durchlief immer dieselbe Dicke der Substanz; die Neigung des Strahles gegen die axiale Richtung wurde durch Drehung des Elektromagnets um die vertikale Axe hervorgebracht. Es ergab sich, daß die Drehung der Polarisationssebene dem Cosinus des Winkels  $d$  proportional ist, welchen der Strahl mit der axialen Richtung bildet. Es ergibt sich das unter anderem aus folgenden Zahlen:

## Faradaysches Glas 40 mm dick

## Schwefelkohlenstoff 44 mm dick

$d$	$\alpha$	$\frac{\alpha}{\cos d}$
0°	8° 55,75'	535,75
30°	7° 40,0'	531,25
60°	4° 28,75'	537,50

$d$	$\alpha$	$\frac{\alpha}{\cos d}$
0°	5° 58'	358,0
30°	5° 7,75'	355,25
60°	2° 58,75'	357,50.

Es folgt aus diesem Satze, daß es für die Abhängigkeit der Drehung von der Dicke der durchlaufenen Schicht in einem ungleichartigen Magnetfelde kein allgemeines Gesetz geben kann, da die Änderung der magnetischen Kraft mit der Entfernung von den Polen nicht für alle Magnete dieselbe ist.

Ebenso wie die Drehung der Polarisationssebene der magnetischen Kraft proportional ist, ist sie nach den Versuchen von Wiedemann<sup>3)</sup> auch proportional der Stromstärke, wenn man durchsichtige Substanzen in eine vom Strom durchflossene Magnetisierungsspirale legt. Wiedemann wandte bei seinen Versuchen Flüssigkeiten an; dieselben wurden in Röhren von 210 mm Länge in Kupferdrahtspiralen gelegt, und die Drehung bestimmt,

1) Der gleiche Satz gilt nach den vorhin erwähnten Messungen Grunnachs für die Drehung der Polarisationssebene der Wärmestrahlen.

2) Verdet, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIII.

3) Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. LXXXII.



wenn der Strom in der einen oder der entgegen die Spirale ging. Die Stromstärke wurde an  $\epsilon$  welcher durch eine Tangentenbussole ging. Sogende Werte für die Drehung der Fraunhofers in Schwefelkohlenstoff.

Stromstärke	$D$	$E$
260	0,7	1,1
325	1	1,25
364	1	1,3
394	1,2	1,7
456	1,4	1,75
521	1,5	2,2

Die Zahlen bestätigen das angegebene Gesetz außerdem, daß die Drehung von der Wellenlänge in derselben Weise abhängt, wie bei den dopp sie nimmt zu, wenn die Wellenlänge kleiner wi

Verdet<sup>1)</sup> hat später die Abhängigkeit der l länge genauer untersucht und gelangte zu dem dem Quadrate der Wellenlänge annähernd um daß indes wenn  $\epsilon$  die Drehung für die Wellen  $\epsilon \lambda^2$  mit abnehmender Wellenlänge stets etwas i zweiten Bandes sahen wir, daß die optische Dr übrigen die Polarisationssebene drehenden Subst keit von der Wellenlänge sich nach Boltzmann der Form

$$\epsilon = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda},$$

darstellen läßt. Eine ganz ebensolche Gleichu als die genauesten betrachteten Messungen der l in Schwefelkohlenstoff und Creosot dar. Setzen

für Schwefelkohlenstoff  $A = 190,29$

„ Creosot „  $A = 132,22$

wenn für die Wellenlängen die zehntausendstel setzt werden, so ergeben sich als berechnet die Reihe angegebenen Werte.

	Schwefelkohlenstoff			
	$C$	$D$	$E$	
beob.	5,373	6,973	9,081	11
ber.	5,373	6,960	9,162	11
	Creosot			
beob.	3,869	5,117	6,748	8,3
ber.	3,869	5,086	6,757	8,3

Die Zahlen geben die Drehungen für die

1) Verdet, Ann. de chim. et de phys. III. 8

romstärke und Röhrenlänge, sie haben somit nur eine relative Bedeutung.

Auch für die übrigen von Verdet untersuchten Substanzen, bei denen die Drehung bezogen auf jene der Linie  $E$  gleich 1 anliegt, giebt die Boltzmannsche Gleichung die Drehungen wieder.

Man könnte daraus zu der Vermutung kommen, daß in solchen Substanzen, welche für sich schon den Strom drehen, die magnetische Drehung die verschiedenen Farben zu der optischen Drehung in einem konstanten Verhältnisse stehe.

Für das Terpentinöl ist das nach den Messungen Wiedemanns allerdings nähernd der Fall. Im allgemeinen gilt das aber nicht, wie das schon aus der Beobachtung Verdet's sich ergibt, daß bei Weinsäurelösung, welche für die optische Drehung für eine in der Nähe von  $E$  liegende Wellenlänge ein Maximum hat, die magnetische Drehung mit abnehmender Wellenlänge stetig zunimmt. Die magnetische Drehung der Weinsäure ist sich ebenso wie diejenige der übrigen Substanzen durch die Boltzmannsche Gleichung mit einem positiven Werte von  $B$  darstellen. Auch die Beobachtungen von Bichat<sup>1)</sup> beweisen, daß eine Beziehung zwischen der optischen und magnetischen Drehung allgemein nicht vorhanden ist.

Die Größe der Drehung ist für die verschiedenen Substanzen nach ausgedehnten Messungen von H. Becquerel<sup>2)</sup> sehr verschieden, am kleinsten bei den Gasen. Becquerel sowohl wie Kundt und Röntgen haben dieselbe mit der des Schwefelkohlenstoffs unter sonst gleichen Verhältnissen, gleicher magnetisierender Kraft und gleicher Länge der durchstrahlten Schicht verglichen. Nach Kundt und Röntgen<sup>3)</sup> ist die Drehung in

Wasserstoff	Sauerstoff	Stickstoff	Grubengas
132,10 <sup>-6</sup>	109,10 <sup>-6</sup>	127,10 <sup>-6</sup>	430,10 <sup>-6</sup>

mit derjenigen in Schwefelkohlenstoff.

Wie vorhin bereits erwähnt wurde, hat Verdet gefunden, daß eine Lösung von Eisensalzen die Polarisationssebene schwächer dreht als eine Glasschicht von gleicher Dicke. Die Drehung in der Lösung wird teils von dem in der Lösung enthaltenen Salze, teils von dem Wasser bewirkt. Nun in einem gleichartigen Magnetfelde die Drehung der Dicke der durchstrahlten Schicht proportional ist, so kann man aus dem bekannten Prozentgehalte und der Dichtigkeit der Lösung berechnen, welchen Anteil der Drehung das Salz, welchen das Wasser hat, indem man bestimmt, wie dick die Schicht des in der Lösung enthaltenen Wassers ist. Führt man diese Rechnung bei den Eisensalzen durch, so findet man, daß dieselben die Polarisationssebene in entgegengesetztem Sinne drehen als die vorher angeführten Substanzen. Es gelang Verdet auch, diese negative Drehung direkt an einer Lösung von Eisenchlorid in Holzgeist oder Äther

1) Bichat, Journal de physique. T. IX.

2) H. Becquerel, Ann. de chim. et de phys. V. Série T. XII.

3) Kundt und Röntgen, Wiedem. Ann. Bd. X. Man sehe auch Bichat, über das magnetische Drehungsvermögen der Flüssigkeiten und ihrer Dämpfe, Journal de physique T. IX.

nachzuweisen<sup>1)</sup>. So fand er z. B. bei einer Lösung von 8g Eisen in 32g Äther eine deutliche Drehung zur Linken unter Umständen, Wasser und Alkohol zur Rechten drehen. Eine Lösung von 55g Eisenchlorid in 45g Holzgeist drehte die Polarisationssebene fast doppelt stark zur Linken, als das Faradaysche Glas sie zur Rechten dreht.

Wie das Eisenchlorid verhalten sich fast alle Eisensalze mit Ausnahme des diamagnetischen Ferrocyankaliums. Es lag daher die Vermutung nahe, daß die magnetischen Salze in den Lösungen sämtlich negatives Drehungsvermögen besitzen. Diese Vermutung zeigte sich nicht bestätigt<sup>2)</sup>, da die Nickel-, Mangan- und Kobalt-Salze ein positives Drehungsvermögen, dagegen Chromsäure, chromsaures Kali, Titan- u. a., die diamagnetisch sind, ein negatives Drehungsvermögen haben.

Ein ganz besonderes Interesse bietet es, daß während die Drehung der magnetischen Eisensalze eine negative ist, in dem metallischen Eisen selbst die Drehung der Polarisationssebene positiv ist, das heißt also im Sinne der Molekularströme der Ampèreschen Theorie in den Polem, in denen das Eisen sich befindet, stattfindet. Gleiches gilt für beiden magnetischen Metalle Nickel und Kobalt.

Es gelang Kundt<sup>3)</sup>, durchsichtige Platten dieser Metalle herzustellen auf platinirtes Glas, wie es R. König in Paris zu seinen physikalischen Apparaten zu verwendenden rotierenden Spiegeln benutzte, Metalle Eisen, Nickel und Kobalt in gleichmäßigen dünnen und durchsichtigen Schichten niederschlagen. Indem diese durchsichtigen Metallschichten zwischen die Pole eines Ruhmkorffschen Magnets gebracht wurden, liefs sich eine starke Drehung der Polarisationssebene erkennen. Um die Drehung, welche die niedergeschlagene Metallschicht allein hervorbrachte zu bestimmen, wurde an einer eisenfreien Stelle derselben Platte auch die Drehung bestimmt, welche Glas und Platin allein hervorbrachten, darauf die Summe der Drehungen in Glas, Platin und Eisen. Die Differenz der beiden Beobachtungen gab die Drehung im Eisen allein. Es erhielt in dieser Weise Drehungen in durchsichtigen Eisenschichten zu  $3^{\circ} 42'$ .

Die Drehung im Eisen ergab sich 32 000 — 35 000mal größer als in dem zu diesen Versuchen benutzten Glase. Durch Wägung einer Platte ehe und nachdem Eisen auf derselben niedergeschlagen war, fand sich nämlich die Dicke der anscheinend ganz gleichmäßigen Eisenschicht zu 0,000055 mm. Die Drehung für die mittlern Strahlen des Spektrums betrug durch Glas und Platin  $1^{\circ} 37'$ , durch Glas, Platin und Eisen  $3^{\circ} 25'$ , also durch das Eisen allein  $1^{\circ} 48'$ . Die Platinschicht trägt die Drehung fast gar nichts bei, so daß wir die Drehung von  $1^{\circ} 37'$  ganz von dem 1,61 mm dicken Glase erzeugt ansehen können. Ob also das Glas die 29 273fache Dicke hatte, war die Drehung im Eisen die 1,11fache. Annähernd gleich fand sich die Drehung im Kobalt erheblich kleiner im Nickel.

1) Verdet, Comptes Rendus. T. XLIII. Poggend. Ann. Bd. C. Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. LIII.

2) Verdet, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. LII.

3) Kundt, Wiedem. Ann. Bd. XXIII.

sichend von den übrigen Substanzen gab das Eisen indes eine Rotationsdispersion, die roten Strahlen wurden erheblich stärker als die blauen; genauere Messungen der Rotationsdispersion konnte er nicht ausführen.

Drehung der Polarisationssebene durch den Magnetismus bezieht den Strom beruht, wie Righi<sup>1)</sup> nachgewiesen hat, ganz ebenso auf der natürlichen Drehung darauf, daß in den durchstrahlten Substanzen ein geradlinig polarisierter Strahl in zwei zirkular polarisierte Strahlen zerfällt, von denen in den mit positiver Drehung begabten Substanzen der eine der Ampèreschen Molekularströme schwingende sich schneller

dreht. Righi ließ das geradlinig polarisierte Licht, ehe es in einen Schwefelkohlenstoff eintrat, durch einen Fresnelschen Doppelzweifel Wellenzüge verwandeln, denen er entgegengesetzt zirkular polarisation erteilte. Nachdem die Wellenzüge durch den Schwefelkohlenstoff hindurchgegangen waren, wurden sie durch einen Nicol wieder geradlinig und parallel polarisiert und zur Interferenz gebracht. Die Interferenzfarben wurden in einer Fresnelschen Loupe mit Okularmikrometer beobachtet.

Wenn nun die beiden entgegengesetzt zirkularen Strahlen durch den Einfluß des Magnetismus im Schwefelkohlenstoff eine Verschiebung ihrer Geschwindigkeit erhalten, so erhalten sie eine Phasenverschiebung und es muß somit, wenn durch die die Schwefelkohlenstoffröhre ein Strom geführt wird, eine Verschiebung der Interferenzfarben eintreten. Righi konnte diese Verschiebung beobachten und

erklärt er daher  $\lambda''$  die Wellenlänge des im Sinne der Molekularströme schwingenden zirkular polarisierten Strahles,  $\lambda'$  die des andern, so erhält man gerade wie im §. 109 des zweiten Bandes die Drehung  $\varphi$

$$\varphi = \pi d \left( \frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''} \right),$$

wo  $d$  die Länge der durchstrahlten Schicht ist. Ist  $\lambda$  die Wellenlänge des einfallenden Lichtes, so können wir setzen

$$\varphi = \frac{\pi d}{\lambda} (n' - n''),$$

mit  $n'$  und  $n''$  die Brechungssexponenten der beiden zirkular polarisierten Strahlen bezeichnen.

Es macht darauf aufmerksam, wie groß das Drehungsvermögen des Eisens ist, indem sich aus seinen Beobachtungen für Eisen  $n' - n'' = 0,1$  ergibt. Rindt von Lang (Bd. II §. 109) diese Differenz für die beiden im Magnetfeld in der Richtung der Axe durchtretenden Strahlen nur 0,0000718

angegeben. Allein bei dem Durchgange durch Körper unter magnetischem Einfluß tritt nicht nur eine Drehung der Polarisationssebene ein. Kerr<sup>2)</sup> hat zunächst gezeigt, daß wenn man von

<sup>1)</sup> Righi, Nuovo Cimento 3 series Bd. III. Beiblätter zu Poggend. Ann. 15.

<sup>2)</sup> Kerr, Philos. Magazin 5. series Bd. III, Bd. V.



einem spiegelnden Magnetpol einen polarisierten Lichtstrahl reflektieren läßt, eine Drehung der Polarisationssebene im negativ eintritt; das gleiche Resultat erhielten Gordon<sup>1)</sup> und Kundt<sup>2)</sup>. An andern Einfallswinkeln und ebenso wenn das Licht von spiegelnden flächen eines Magnetes reflektiert wird, tritt im allgemeinen eine der Polarisationssebene ein, wenn der Magnet erregt wird. Eben man eine Drehung der Polarisationssebene, wenn man Eisen- oder Nickelspiegel in die Nähe eines Magnetes bringt und Licht reflektieren läßt, Silberspiegel zeigen nach Kundt diese Erscheinung. Kundt bemerkt, daß alle diese Reflexionserscheinungen so verlaufen wenn die Strahlen bei der Reflexion bis zu einer gewissen Tiefe Metall eindringen und in der dünnen Schicht eine negative erhielten.

Aus der Thatsache, daß die magnetische Drehung der Polarebene auf demselben physikalischen Vorgange beruht wie die Doppelbrechung folgt, daß durch die magnetischen Einflüsse die drehenden Körper in ähnliche Verhältnisse gebracht werden wie sie es bei den natürlich drehenden Körpern sind. In diese haben C. Neumann<sup>3)</sup> und besonders in letzter Zeit Voigt<sup>4)</sup> eine mechanische Theorie dieser Erscheinung gegeben. Wir können diese Theorie nicht eingehen und verweisen deshalb auf die Abhandlungen der genannten Mathematiker.

### Drittes Kapitel.

#### Elektrische Induktion.

##### §. 139.

**Induktion in linearen Leitern.** Von den Wirkungen der galvanischen Ströme erübrigt noch eine, die elektrische; die Erregung von elektrischen Strömen in Leitern, welche sich in der Nähe anderer befinden. Auch die Entdeckung dieser Wirkungen verdanken wir experimentellen Scharfsinne Faradays<sup>5)</sup>; er glaubte in dem später trachtenden Rotationsmagnetismus Aragos<sup>6)</sup> eine elektrische Erscheinung zu erkennen, und es gelang ihm bald, die Erregung elektrischer Ströme durch andere Ströme und durch Magnete nachzuweisen. Schon bei ersten Bekanntmachung teilte Faraday alle vier Arten mit, in welchen durch Ströme oder Magnete in linearen Leitern Ströme erregt werden; wir wollen sie in derselben Reihenfolge mitteilen und untersuchen.

1) *Gordon*, Physical treatise of Electricity vol. II. p. 261.

2) *Kundt*, Wiedem. Ann. Bd. XXIII.

3) *C. Neumann*, Die magnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichtes Halle 1863.

4) *Voigt*, Wiedem. Ann. Bd. XXIII. S. 493.

5) *Faraday*, Experimental researches. Ser. I. Poggend. Ann. Bd. I.

6) *Arago*, Annales de chim. et de phys. T. XXVII.

Ein Kupferdraht von 62 m Länge wurde in einem Stück um eine solche Walze von Holz gewickelt<sup>1)</sup>, und zwischen seinen Windungen, indem durch Zwirnsfäden an jeder direkten Berührung derselben gehindert, ein weiterer ähnlicher Draht von gleicher Länge. Der eine dieser Drähte wurde mit dem Galvanometer, der andere mit einer kräftigen galvanischen Batterie verbunden. Im Moment der Verbindung des Drahtes mit der Batterie war eine plötzliche Wirkung auf das Galvanometer sichtbar, und eine ähnliche Wirkung zeigte sich, als diese Verbindung aufgehoben wurde. So lange indes der elektrische Strom fortfuhr durch den einen Schraubendraht zu gehen, konnte keine Spur von Wirkung bemerkt werden.

Die Ablenkung der Nadel war im Momente des Schließens derjenigen Momente der Stromunterbrechung entgegengesetzt gerichtet; sie war im Momente des Schließens so, als wenn durch den entstehenden Strom in den parallelen Windungen des Schraubendrahtes ein dem entstehenden in der Richtung nach entgegengesetzter Strom erregt würde, im Augenblicke des Öffnens aber ein dem verschwindenden Strome gleich gerichteter.

Um außer durch die Ablenkung der Galvanometernadel den Nachweis zu liefern, daß der in der ersten Spirale entstehende oder verschwindende Strom in der zweiten Spirale einen elektrischen Strom erzeuge, machte Faraday sofort auch die übrigen Wirkungen der galvanischen Ströme nachzuweisen. Es gelang ihm, die magnetisierende Wirkung zu zeigen; wenn als er, anstatt ein Galvanometer einzuschalten, die Enden der Drähte in eine Glasröhre wand und mit einander verband, wurde eine in die Glasröhre gelegte Stahlnadel magnetisiert, als er den Strom in der ersten Spirale herstellte. Ebenso, aber in entgegengesetzter Richtung wurde die Nadel magnetisiert, als er sie nach Herstellung des Stromes in der ersten Spirale in die Glasröhre einlegte, und dann den Strom unterbrach.

Andere Wirkungen nachzuweisen, gelang es zunächst bei diesen Versuche Faraday nicht. Es gelingt das indessen leicht, wenn die Induktionsströme verstärkt werden. Wie wir im nächsten Paragraphen nachweisen werden, nimmt bei einer ähnlichen Anordnung der Spiralen die Stärke des Induktionsstromes mit der Zahl der Windungen der zweiten Induktionsspirale zu. Um deshalb einen kräftigen Induktionsstrom zu erhalten, windet man (Fig. 272) auf eine hohle Rolle *J* mehrere hundert Meter feinen Kupferdraht, dessen Enden mit den Klemmen *a* und *b* in Verbindung sind. In die hohle Induktionsrolle *J*, welche bei dem Schlittenapparate von Du Bois-Reymond auf einem hölzernen Schlitten *S*, Fig. 272, horizontal befestigt ist, paßt die induzierende Rolle *R*, welche ebenfalls aus einem langen, um eine hohle Rolle gewickelten Kupferdrahte besteht. Durch die innere Rolle wird der induzierende Strom geleitet.

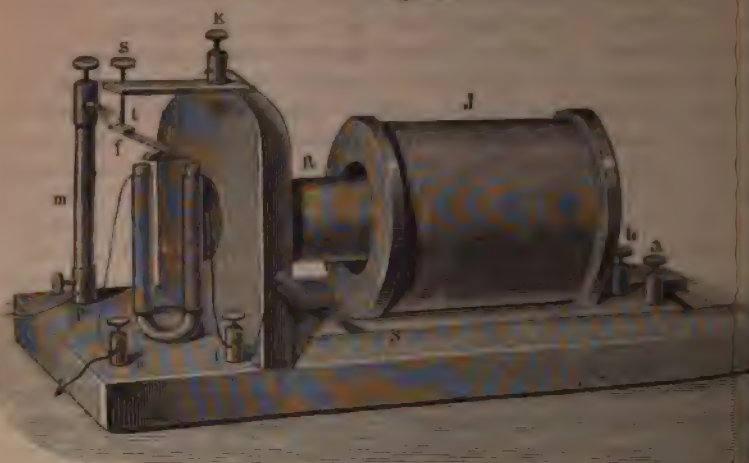
Da die in der Induktionsrolle erzeugten Ströme von äußerst kurzer Dauer sind, ist es, um die Wirkungen dieser Ströme zu zeigen, notwendig, den induzierenden Strom häufig zu schließen und zu unterbrechen. Zu diesem Zwecke ist an dem Apparate Fig. 272 ein selbstthätiger Unterbrecher, der von Neef beschriebene Wagnersche Hammer angebracht<sup>2)</sup>. Derselbe besteht aus einer Feder *f*, welche an der Messingsäule *m* be-

1) Faraday, a. a. O.

2) Neef, Poggend. Ann. Bd. XLVI. S. 107.

festigt ist und an seinem freien Ende den kleinen eisernen Anker. In der Mitte der Feder ist auf der oberen Seite ein kleines Plättchen *l* befestigt, welches durch die Feder gegen die Platin-

Fig. 272.



Schraube *s* gedrückt wird. Die Schraube *s* ist durch den Metallkörper, in welchem sie sich bewegt, mit der Klemme *k* in Verbindung, an welcher das eine Ende des induzierenden Drahtes befestigt ist. Das andere Ende des induzierenden Drahtes ist mit der Klemme *l* verbunden; dieser Klemme führt ein Draht um den Elektromagnet *E*, dessen Spulen vertikal stehen und dessen Polflächen sich etwas unterhalb des Ankers *h* befinden; von dort führt der Draht zu der Klemme *n*. Wenn die Öffnung *p* der Säule *m* der eine, in die Klemme *n* der anderen Induktionsdraht einer Batterie eingesetzt, so fließt durch die induzierende Rolle ein Strom, welcher, wenn *p* mit dem positiven Pole der Batterie verbunden ist, von dort durch *m* in die Feder *f*, durch *s* nach *E*, dann durch die induzierende Rolle fließt, aus dieser zur Klemme *l* kommt, das Elektromagnet *E* umkreist und über *n* zur Batterie zurückkehrt. In dem Augenblicke, wenn der Elektromagnet magnetisch, zieht den Anker *h* an, unterbricht dadurch die Stromleitung bei *l*. Der Strom hört dann auf, die induzierende Rolle auf; dadurch wird aber auch der Elektromagnet unmagnetisch und der Anker *h* durch die Kraft der Feder wieder zurückgezogen, bis die Platte *l* wieder die Spitze *s* berührt. Dadurch ist der Strom wieder hergestellt und das Spiel wiederholt sich wie oben<sup>1)</sup>.

Auf diese Weise erhält man je nach der Stellung der Spitze *s* mehr oder weniger rascher Folge einzelne, die induzierende Rolle durchlaufende Ströme, deren jeder in der Induktionsspirale bei seinem Entstehen und beim Aufhören einen Strom induziert, den Schließungsstrom und Öffnungsstrom. Die beiden Ströme sind einander entgegengesetzt.

1) Eine etwas veränderte Form des Hammers giebt *Haleke*, Poggendorff Bd. XCVII.



dafs in der Induktionsspirale abwechselnd hin- und hergehende Ströme vorhanden sind. Für den Nachweis, dafs die thermischen und elektromagnetischen Wirkungen der gewöhnlichen Ströme auch den Induktionsströmen zukommen, schadet das nichts, da die thermischen Wirkungen mit von der Richtung der Ströme abhängig sind, und da, wenn man Induktionsströme gleichzeitig durch die feste und bifilare Rolle des Dynamometers leitet, auch hier die verschiedene Richtung der Ströme keinen Einfluß ist; das Drehungsmoment, welches die feste der losen Rolle mitteilt, hängt nur davon ab, ob in den beiden Rollen die Richtung des Stromes gleich oder entgegengesetzt ist; wird daher in beiden Rollen die Richtung des Stromes gleichzeitig geändert, so bleibt das Drehungsmoment dasselbe. Leitet man die Induktionsströme durch ein Dynamometer, so erhält die Bifilarrolle deshalb bald eine konstante Ablenkung, welche dem Quadrate der Stromintensität proportional ist, so dafs man das Dynamometer sehr bequem als Meßapparat für Induktionsströme benutzen kann.

Die chemischen Wirkungen lassen sich mit diesem Apparate schon schon mit einem einzigen Strom nachweisen, wenn man die Enden des Drahtes auf ein mit Jodkaliumkleister bestrichenen Papier legt; unter dem positiven Drahtende wird Jod abgeschieden, welches sich durch Blaufärbung des Kleisters zu erkennen giebt. In einem Voltameter erzeugt schon ein solcher Strom Polarisation; läßt man durch dasselbe die Ströme nur in einem Sinne gehen, also z. B. nur den Öffnungsstrom, so zeigt sich bald eine Gasentwicklung. Man kann das erreichen, wenn man den Induktionsstromkreis des Induktionsstromes durch eine dünne Luftschicht unterbricht, indem man diesen den Übergang, also die Ausbildung des Schließungsstromes verändert, nicht aber den Übergang des Öffnungsstromes<sup>1)</sup>. Man erhält also eine Reihe einzelner, sich rasch folgender, abwechselnder gerichteter Ströme, welche zur Elektrolyse benutzt werden können.

Ein anderes Mittel, um nur in einer Induktionsspirale nur in einer Richtung gerichtete Ströme zu erhalten, ist die Einschaltung des Doveschen Disjunktors<sup>2)</sup> an Stelle des Hämmerchens. Fig. 273 zeigt denselben in der Form, welche Wiedemann gegeben hat. Die beiden Hälften einer mit einer isolierenden Schicht



aus Elfenbein getheilten Metallaxe *ab* sind zwei Metallräder *c* und *c'* aufgesetzt, deren Ränder abwechselnd mit nichtleitenden Segmenten *d* und *e* belegt sind; die Segmente *d* sind etwas breiter als *e*. Das Rad *c'* ist gegen das andere etwas verstellbar. Gegen die Räder schleifen die mit den

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

2) Dove, Poggend. Ann. Bd. XLII. Wiedemann, Galvanismus Bd. II. S. 544.



Klemmen  $f, g, h, i$  verbundenen Federn. Die Räder  $c, c'$  werden durch eine Kurbel oder einen Schnurlauf gedreht. Schaltet man das Rad  $c$  in den Stromkreis der induzierenden, das Rad  $c'$  in den der Induktionsspirale ein, und stellt die Räder so, daß die Federn  $h, i$  etwas früher die leitenden Metallflächen berühren, und ebenso etwas früher verlassen als die Federn  $f, g$ , so kommt in der induzierten Spirale nur der Schließungsstrom zustande, nicht der Öffnungsstrom; stellt man die Räder so, daß die Federn  $h$  und  $i$  die leitenden Metallflächen etwas später erreichen und später verlassen, so tritt in der Induktionsspirale nur der Öffnungsstrom auf. Wenn man aber die Räder so stellt, daß die breiteren Metallflächen auf  $c'$  früher erreicht und später verlassen werden, so entstehen in der Induktionsspirale beide Ströme wie bei dem Wagnerschen Hammer.

Es ergibt sich aus den angegebenen Versuchen, daß jedesmal, wenn in der Nähe eines geschlossenen Leiters ein Strom entsteht oder verschwindet, in dem Leiter ein elektrischer Strom erregt wird; dieser Satz läßt sich noch weiter ausdehnen, daß jedesmal, wenn in der Nähe eines geschlossenen Leiters die Stärke eines Stromes geändert wird, ein Strom entsteht, welcher bei Zunahme der Stromintensität dieselbe Richtung hat wie der Schließungsstrom, bei Abnahme derselben dagegen die Richtung des Öffnungsstromes. Man kann das sehr leicht zeigen, wenn man den Stromkreis der induzierenden Spirale mit einer Zweigleitung versieht, welche man abwechselnd öffnet und schließt.

Aber nicht allein wenn man in einem von zwei benachbarten Stromkreisen die Intensität des Stromes ändert, entsteht in dem andern ein Induktionsstrom, sondern auch dann schon, wenn man einem geschlossenen Kreise einen von einem Strome durchflossenen Leiter nähert oder denselben von dem Stromkreise entfernt<sup>1)</sup>. Man stelle an dem Induktionsapparat Fig. 272 die Spitze  $s$  so, daß die Feder die Spitze und zugleich der Anker  $h$  den Elektromagnet berührt, so daß also durch die induzierende Spirale ein konstanter Strom hindurchfließt. Man schließt die Induktionsspirale durch ein Galvanometer und schiebe sie rasch auf die induzierende Spirale; sofort zeigt die Nadel des Galvanometers einen Strom an, welcher gleich dem Schließungsstrom die entgegengesetzte Richtung hat, wie der erregende Strom. Der Strom hört auf, sobald die Induktionsspirale in Ruhe ist. Zieht man sie rasch von der induzierenden Spirale ab, so entsteht wieder ein Strom, welcher dem Öffnungsstrom gleich gerichtet ist.

Es ist indes nicht einmal erforderlich, daß die beiden Stromkreise sich einander parallel nähern, sondern im allgemeinen entsteht schon ein Strom, wenn zwei Stromkreise ihre gegenseitige Lage ändern, welcher so lange dauert wie die Bewegung der Stromkreise. Das Gesetz dieser Stromerregungen hat Lenz<sup>2)</sup> gleich nach Faradays Entdeckung richtig erkannt und allgemein folgendermaßen ausgesprochen:

„Wenn sich ein metallischer Leiter in der Nähe eines galvanischen Stromes bewegt, so wird in ihm ein elektrischer Strom von solcher Richtung erregt, daß durch die elektrodynamische Wirkung des erregenden

1) Faraday, Experimental researches. Ser. I.

2) Lenz, Poggend. Ann. Bd. XXXI.

auf den erregten Strom die dem Leiter desselben erteilte Bewegung gerade entgegengesetzt der Bewegung wäre, welche den Induktionsstrom veranlaßt hat, vorausgesetzt, daß der induzierte Leiter nur in der Richtung der erteilten Bewegung und in der entgegengesetzten beweglich wäre.“

Wie dieses Gesetz den soeben beschriebenen Versuch ergibt, sieht man sofort. Nähert man einem Strom einen ihm parallelen Leiter, so entsteht in demselben ein dem erregenden entgegengesetzter Strom; die beiden Ströme stoßen sich ab, der bewegte Draht würde also infolge der elektrodynamischen Wirkung von dem erregenden Strome sich entfernen; die infolge derselben eintretende Bewegung würde also derjenigen entgegengesetzt sein, welche den Induktionsstrom veranlaßt hat.

Dies Gesetz läßt in allen Fällen die Richtung des Induktionsstromes erkennen. Verschiebt man z. B. Fig. 274 den Draht  $ab$  parallel sich selbst über dem Strome  $cd$  nach  $d$  hin, so entsteht in dem Drahte  $ab$  ein von  $b$  nach  $a$  gerichteter Strom. Dieser Strom würde durch die elektrodynamische Wirkung nach  $c$  hin verschoben werden; also auch hier ist durch die Bewegung ein Strom erregt, welcher infolge der elektrodynamischen Wechselwirkung der beiden Drähte dem Drahte  $ab$  die entgegengesetzte Bewegung erteilen würde.

Fig. 274.

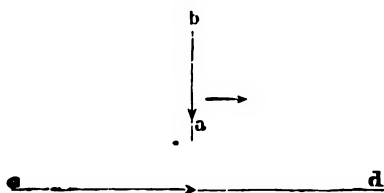
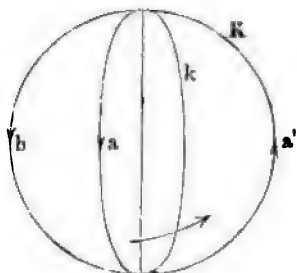


Fig. 275.



Fließt durch den Kreis  $k$  (Fig. 275) ein Strom in der Richtung der Pfeilspitze, so würde derselbe durch den Strom im Kreise  $K$  so gedreht, daß  $a$  sich gegen  $b$  hin bewegt. Durch Induktion entsteht in  $k$  ein solcher Strom, wenn man ihn nach entgegengesetzter Richtung, also so dreht, daß  $a$  gegen  $a'$  hin bewegt wird.

Nach der Ampèreschen Theorie beruhen die Eigenschaften der Magnete darauf, daß die Moleküle derselben von einander parallelen Molekularströmen umkreist werden; umgeben wir nun einen Eisenstab mit zu seiner Axe senkrechten Umwindungen und magnetisieren denselben dann, so muß infolge des Magnetisierens in der Spirale ein Induktionsstrom erregt werden, der so lange dauert, als das magnetische Moment des Stabes sich ändert. Die Richtung des bei dem Magnetisieren entstehenden Induktionsstromes muß der Richtung der Molekularströme entgegengesetzt sein, da auch, wenn wir annehmen, daß das Magnetisieren Folge einer Drehung der Molekularströme ist, nach dem Lenzschen Gesetze die Richtung der dadurch entstehenden Ströme dieselbe ist, als wenn plötzlich im Magneten Molekularströme in zur Axe senkrechten Ebenen erregt werden.

Wenn in dem von der Spirale umgebenen Eisenstabe der Magnetismus wieder verschwindet, so muß ebenfalls ein Strom induziert werden, welcher mit den Molekularströmen des Magnets gleich gerichtet wird.

Diese Induktion, welche Faraday zum Unterschiede von der durch elektrische Ströme bewirkten Induktion **Magnetoiduktion** nennt<sup>1)</sup>, hat derselbe zuerst auf folgende Weise nachgewiesen. Ein eiserner Ring von 16 cm äußerem Durchmesser und 23 mm Dicke wurde zur Hälfte mit einer Magnetisierungsspirale umgeben; die andere Hälfte wurde mit einer ähnlichen von der ersten getrennten Spirale umwickelt, welche durch ein Galvanometer geschlossen wurde. Wurde dann durch die Magnetisierungsspirale ein Strom geleitet, so wurde die Nadel des Galvanometers momentan abgelenkt, und zwar viel kräftiger, als bei den früher beschriebenen Versuchen der Fall gewesen war, obgleich dort viel kräftigere Batterien angewandt waren. Sobald das magnetische Moment des Ringes konstant geworden war, kehrte die Nadel wieder zur Ruhelage zurück. Wenn durch Unterbrechung des Stromes der Magnetismus des Ringes aufgehoben, so zeigte sich ein neuer Induktionsstrom, dessen Richtung derjenigen des beim Magnetisieren entstandenen Stromes entgegengesetzt war.

Anstatt des eisernen Ringes kann man auch einen Elektromagneten wählen, dessen Anker mit einer Induktionsspirale umwickelt ist; durch abwechselndes Magnetisieren und Entmagnetisieren des Elektromagneten wird auch der Anker abwechselnd magnetisch und unmagnetisch, und dadurch werden in der denselben umgebenden Spirale hin- und hergehende Ströme induziert.

Anstatt Elektromagnete kann man zu diesen Versuchen auch gewöhnliche Stahlmagnete anwenden, deren Polen man dann die mit Induktionsspiralen umgebenen Anker nähert, oder von denen man die Anker entfernt. Beim Annähern werden die Anker magnetisch und infolgedessen entsteht in den Spiralen ein Induktionsstrom, beim Entfernen werden die Anker unmagnetisch und in den sie umgebenden Spiralen entsteht ein entgegengesetzter Strom.

Auch an den magnetelektrischen Strömen lassen sich alle Wirkungen der gewöhnlichen elektrischen Ströme nachweisen; man wendet zu dem Ende magnetelektrische Maschinen an, deren Einrichtung wir beschreiben werden, nachdem wir die Gesetze der Induktionsströme untersucht haben.

Wie bei der Induktion durch elektrische Ströme ein Strom auch dadurch induziert wird, daß zwei Leiter, deren einer von einem Strom durchflossen wird, ihre Lage gegen einander ändern, so entsteht auch ein Strom, wenn ein Magnet seine Lage gegen einen Leiter ändert<sup>2)</sup>. Um die Richtung der Ströme in allen Fällen zu bestimmen, dient auch hier das Gesetz von Lenz<sup>3)</sup>. Der durch eine Bewegung des Magnets oder Leiters in dem letztern erregte Strom hat eine solche Richtung, daß durch die elektromagnetische Wirkung zwischen dem erregten Strom und Magnete dem Leiter oder Magnete eine Bewegung erteilt würde, welche derjenigen die den Strom erregt hat, entgegengesetzt wäre.

1) Faraday, Experimental researches. Ser. I.

2) Faraday, a. a. O.

3) Lenz, Poggend. Ann. Bd. XXXI.

Wenn man z. B. in eine Induktionsspirale einen Magnet rasch bis zur Mitte einführt, so entsteht in der Spirale ein Strom, dessen Richtung jener der die Magnetmoleküle umkreisenden Ströme entgegengesetzt ist. Diese Richtung ergibt sich aus dem Gesetze von Lenz folgendermaßen. Nähert man einer beweglich aufgestellten, von einem Strome durchflossenen Spirale einen Magnet, dessen Axe der Axe der Spirale parallel ist, so daß die Molekularströme des Magnets dem Strome in der Spirale parallel und gleich gerichtet sind, so wird die Spirale über den Magnet hingezogen, da die einander parallelen Ströme sich anziehen, bis sich die Spirale über der Mitte des Magnets befindet. Ist umgekehrt die Spirale fest, der Magnet beweglich, so wird der Magnet in die Spirale hineingezogen. Nähern wir der Spirale aber den Magnet so, daß die Molekularströme desselben und der Strom der Spirale parallel, aber entgegengesetzt gerichtet sind, so stoßen Magnet und Spirale sich ab. Durch das Hineinschieben wird also ein Strom erzeugt, welcher den Magnet abstoßen würde.

Zieht man den Magnetpol aus der Spirale wieder heraus, so entsteht ein entgegengesetzt gerichteter Strom, ebenso als wenn man anstatt des einen Poles den entgegengesetzten in die Spirale schiebt. Schiebt man deshalb einen Magnet rasch durch eine Spirale hindurch, so entstehen in derselben zwei einander entgegengesetzte Ströme.

Auch die Entstehung des Induktionsstromes bei dem im vorigen Paragraphen beschriebenen Versuche von Verdet ergibt sich hiernach unmittelbar; befindet sich ein geschlossener Stromkreis zwischen zwei Magnetpolen, so daß seine Ebene der axialen Richtung parallel ist, so wird je nach der Richtung des Stromes der Kreis durch elektromagnetische Wirkung in dem einen oder andern Sinne so gedreht, daß die Stromebene zur axialen Richtung senkrecht wird. Dreht man daher einen nicht von einem Strome durchflossenen Kreis, welcher der axialen Richtung parallel ist, in eine zu derselben senkrechte Lage, so entsteht ein Strom, dessen Richtung so ist, daß der Kreis infolge desselben von der axialen Lage aus entgegengesetzt, also nach der andern Seite gedreht worden wäre.

### §. 140.

**Gesetze der Induktionsströme.** Die ersten Versuche, um die Bedingungen festzustellen, von welchen die Stärke der Induktionsströme abhängig ist, rühren von Lenz<sup>1)</sup> her; sie beziehen sich auf die durch Magnetinduktion erregten Ströme.

Um zunächst zu bestimmen, in welcher Weise die Stärke des Induktionsstromes in einer Spirale, in welcher ein Stab weichen Eisens magnetisiert oder entmagnetisiert wird, mit der Zahl der das Eisen umgebenden Windungen sich ändert, wurde ein 15 m langer Draht mit einem Multiplikator verbunden, und die Mitte dieses Drahtes in mehrfachen, bei den verschiedenen Versuchen verschiedenen Windungen um einen Eisenstab gewickelt, welcher als Anker eines kräftigen Stahlmagnets diente. Der Anker wurde von dem Magnete abgerissen und der durch den verschwindenden Magnetismus erregte Induktionsstrom gemessen.

1) Lenz, Poggend. Ann. Bd. XXXIV.



Die Stärke dieses Induktionsstromes ergibt sich aus der beobachteten Ablenkung der Galvanometernadel in folgender Weise. Da die Dauer des Stromes gegen die Schwingungsdauer der Magnetnadel verschwindend klein ist, so kann man die durch denselben auf die Magnetnadel ausgeübte Wirkung als einen momentanen, der augenblicklichen Bewegungsrichtung parallelen Stoß ansehen. Infolge dieses Stoßes weicht die Nadel aus dem magnetischen Meridiane soweit aus, bis die ihr durch den Stoß erteilte Geschwindigkeit durch die sie in den Meridian zurückführenden Kräfte vernichtet ist, ebenso wie ein Pendel durch einen Stoß so hoch aufsteigt, bis die ihm erteilte Geschwindigkeit durch die Schwere vernichtet ist. Kehrt die Magnetnadel in den Meridian zurück, so wirken dieselben Kräfte auf die Nadel beschleunigend ein, welche in der vorigen Periode verzögernd auf sie einwirkten. Die Nadel kehrt daher nach den Pendelgesetzen in die Gleichgewichtslage mit derselben Geschwindigkeit zurück, mit welcher sie dieselbe verlassen hat. Die Geschwindigkeit  $v$ , mit welcher ein Pendel, also auch die Magnetnadel die Gleichgewichtslage passiert, ist nach §. 25 des ersten Teiles, wenn  $\alpha$  den Ausschlagswinkel bedeutet

$$v = C \cdot \sqrt{1 - \cos \alpha},$$

worin  $C$  eine von der Beschaffenheit des Galvanometers abhängige Konstante bedeutet.

Diese Geschwindigkeit ist gleich derjenigen, welche der Induktionsstoß der Nadel erteilt, sie ist der Stärke des Stoßes, also auch der Intensität des Induktionsstromes proportional; ist daher  $i$  die gesuchte Intensität, so ist

$$i = c' \cdot v = D \cdot \sqrt{1 - \cos \alpha} = E \cdot \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Die Stärke des Induktionsstromes ist also dem Sinus des halben Ablenkungswinkels proportional.

Da bei den verschiedenen Versuchen die Windungen eine verschiedene Länge des Ankers bedeckten, so mußte Lenz sich erst vergewissern, daß es ohne Einfluß auf die Stärke des Induktionsstromes war, an welcher Stelle des Ankers sich eine schmale Spirale befand, ob in der Nähe der Magnetpole, oder in der Mitte des Ankers. Es zeigte sich das, wie nach den Bemerkungen über die magnetische Verteilung in geschlossenen Magneten auch zu erwarten ist, in der That bestätigt. Denn als er bei drei Versuchen eine Spirale einmal ganz an das dem Nordpol anliegende Ende des Ankers heranschoob, einmal auf die Mitte des Ankers und schließlich in unmittelbare Nähe des Südpols brachte, wurde jedesmal die Magnetnadel um  $5,55^\circ$  abgelenkt.

Die Resultate der sich auf den Einfluß der Windungszahl beziehenden Versuche sind in folgender Tabelle zusammengestellt. In der ersten Horizontalreihe ist die Zahl der um den Anker gelegten Windungen und in den folgenden der jedesmalige halbe Ablenkungswinkel, dessen Sinus und der Quotient aus diesem Sinus und der Windungszahl angegeben.

Windungszahl n	2	4	8	9	10	12	14	15	16	18	20
$\frac{1}{2} \alpha$	2° 49'	6°	12° 27'	14° 15'	15° 54'	19° 23'	22° 51'	24° 16'	26° 33'	29° 54'	32° 1'
$\sin \frac{1}{2} \alpha$	0,0491	0,1045	0,2156	0,2461	0,2740	0,3319	0,3883	0,4109	0,4470	0,4985	0,5594
$\sin \frac{1}{2} \alpha$	0,0245	0,0261	0,0269	0,0273	0,0274	0,0276	0,0277	0,0274	0,0279	0,0277	0,0279

Die fast vollkommene Übereinstimmung der Zahlen der letzten Horizontalreihe beweist, daß die in der Spirale erregten Induktionsströme der Windungszahl der Spirale proportional sind; da nun hier für den Induktionsstrom immer dieselbe Leitung, also auch derselbe Widerstand vorhanden ist, so gilt dasselbe für die durch den verschwindenden Magnetismus in der Spirale bewirkte elektromotorische Kraft. Bei einer aus gleichen Windungen bestehenden Spirale ist also die durch Magnetoinduktion in der Spirale bewirkte elektromotorische Kraft der Windungszahl der Spirale direkt proportional.

Um den Einfluß der Windungsweite zu untersuchen, wurden auf eine in der Mitte durchbohrte Holzscheibe 10 Windungen Kupferdraht gewunden, so daß die Weite der Windungen 177 mm betrug, und in einem zweiten Versuche um den Anker 10 Windungen von 20 mm Durchmesser gelegt. Der Anker wurde dann zwischen die entgegengesetzten Pole zweier geradliniger Magnete gebracht und die Ablenkung der Galvanometernadel beobachtet, wenn die Magnete rasch nach beiden Seiten hin entfernt wurden. Die Ablenkungswinkel betrugen dann

für die engere Spirale  $\alpha = 26^\circ 15'$

für die weitere Spirale  $\alpha = 22^\circ 42'$ .

Die Leitungswiderstände waren hier nicht dieselben, sie waren in einem willkürlichen Maße bei der engeren Spirale 701,25, bei der weiteren Spirale 876,25. Das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte ist also

$$\frac{701,25 \cdot \sin(13^\circ 7')}{876,25 \cdot \sin(11^\circ 21')} = \frac{1}{1,0838}$$

Bei einem zweiten Versuche, bei welchem die Durchmesser der Spiralen sich wie 1 : 38,3 verhielten, fand sich das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte 1 : 1,0107.

In beiden Fällen war also das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte so nahe der Einheit gleich, daß man daraus den Schluss zu ziehen berechtigt ist, daß die elektromotorische Kraft der Magnetoinduktion von der Weite der Windungen unabhängig ist.

In ganz ähnlicher Weise hat Lenz gezeigt, daß die elektromotorische Kraft der Magnetoinduktion unabhängig ist von der Dicke des zu den Spiralen angewandten Drahtes und von dem Stoffe, aus welchem derselbe gemacht ist. Er wandte bei den ersten Versuchen Drähte an, deren Querschnitte sich verhielten wie 233 : 839 : 1661, und fand für die elektromotorischen Kräfte Werte, die sich verhielten wie 1 : 1,00305 : 1,0085, deren Verhältnis also kaum von der Einheit verschieden war. Um den Einfluß des Stoffes, aus welchem der Draht besteht, zu untersuchen, ver-

glich er die in Spiralen von Platin, Eisen und Messing erregten Ströme mit solchen, die in Kupferspiralen erregt wurden. War der Widerstand derselbe, so war auch die Stromstärke dieselbe.

Diese Unabhängigkeit der elektromotorischen Kraft der Induktion von dem Stoffe der Spiralwindungen zeigt sich sogar, wenn man dieselben anstatt aus metallischen aus einem flüssigen Leiter herstellt. Dafs auch in flüssigen Leitern Induktionsströme entstehen, wenn man sie in Form von Spiralen um den Anker eines Magnetes führt, hat schon Faraday<sup>1)</sup> gezeigt, messende Versuche hat aber erst L. Hermann<sup>2)</sup> angestellt. Dafs die elektromotorische Kraft in Flüssigkeiten jener in Metallen ganz gleich ist, wies Hermann durch folgende Anordnung nach. Die Pole eines Rühmkorffschen Magnets (Fig. 257 §. 129) wurden mit cylindrischen Ankern versehen, und dann die beiden Schenkel soweit zusammengeschoben, dafs die Enden der Anker sich berührten. Es entstand so ein 55 mm langer Eisencylinder zwischen den Schenkeln des Magnets. Auf diesen Eisencylinder wurde ein Kautschuckschlauch in 6 Windungen aufgewickelt, der einen lichten Durchmesser von 7 mm besafs, und der ganz mit konzentrierter Lösung von Zinkvitriol gefüllt war. Um dieselbe in die weitere Leitung einzuschalten, waren in die Enden des Schlauches bis zur Berührung der Flüssigkeit amalgamierte Zinkdrähte eingeführt und festgeschnürt. Über diese Flüssigkeitsspirale war in ebenfalls 6 Windungen eine Spirale von Kupferdraht gewickelt. Man konnte nun in den ein Wiedemannsches Galvanometer enthaltenden Stromkreis entweder die Flüssigkeitsspirale oder den Kupferdraht allein oder beide Spiralen gleichzeitig einschalten, und zwar im letztern Falle entweder so, dafs der in beiden Spiralen induzierte Strom das Galvanometer in demselben Sinne durchlief, die Wirkung beider Induktionsströme sich also summierte, oder so, dafs der in der einen Spirale induzierte Strom die weitere Leitung in entgegengesetzter Richtung durchlief als der andere, die Wirkung beider sich also subtrahierte. Es wurde gleichzeitig dafür gesorgt, dafs der Widerstand des Stromkreises immer derselbe war.

Ist die elektromotorische Kraft der Induktion in Flüssigkeiten dieselbe, wie in dem Metalle, so mufste, wenn man den Magnet erregte, oder seinen Magnetismus verschwinden liefs, das in dem Kreise des Induktionsstromes befindliche Galvanometer in den beiden ersten Fällen jede Spirale ist für sich eingeschaltet, die gleiche Ablenkung zeigen. Im dritten Falle, in welchem die Wirkung der Spiralen sich summiert, mufste die Ablenkung die doppelte sein und im letzten Falle durfte die Nadel nicht abgelenkt werden.

Die Versuche ergaben dies in der That; es ergab sich die Ablenkung des Galvanometers, als eingeschaltet waren

1) die flüssige Spirale allein,	zu	89,1
2) die metallische „ „	„	85,8
3) beide Spiralen gleich gerichtet	„	172,4
4) „ „ entgegengesetzt „	„	5,9.

1) Faraday, Poggend. Ann. Bd. XCII.

2) L. Hermann, Poggend. Ann. Bd. CXLII.

Wie man sieht sind die Abweichungen von den vorhin abgeleiteten Ausschlägen so gering, daß sich mit Sicherheit der Schluß ergibt, daß die elektromotorische Kraft der Induktion von der Natur des induzierten Leiters durchaus unabhängig ist.

Es ergibt sich somit, daß die durch Magnetoinduktion in Spiralen erzeugte elektromotorische Kraft nur von der Windungszahl der Spiralen und von der Stärke des verschwindenden Magnetismus abhängt.

Was die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft des Induktionsstromes von dem verschwindenden Magnetismus betrifft, so ergibt sich schon aus den §. 130 mitgetheilten Versuchen von Lenz und Jacobi, daß dieselbe dem verschwindenden magnetischen Momente proportional ist. Lenz und Jacobi setzten den Induktionsstrom dem magnetischen Momente des Stabes proportional, und fanden bei den dickeren Eisenkernen ihrer Versuche das so gemessene magnetische Moment der magnetisierenden Kraft der Spirale proportional. Innerhalb dieser Grenzen findet sich aber auch auf anderem Wege, durch Ablenkungsversuche gemessen, das magnetische Moment der magnetisierenden Kraft der Spirale proportional.

Über die durch die Bewegung eines geschlossenen Leiters in der Nähe eines Magnetpols erzeugten Induktionsströme hat W. Weber<sup>1)</sup> einige Versuche mit dem Dynamometer gemacht und gezeigt, daß die in jedem Momente erzeugten Induktionsströme der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung proportional sind. Da die Leitungswiderstände dann immer dieselben sind, so folgt auch, daß die elektromotorischen Kräfte in jedem Augenblicke der Geschwindigkeit der Bewegung proportional sind.

Um die Methode von W. Weber verstehen zu können, müssen wir einige mechanische Erörterungen vorausschicken.

Wenn irgend ein Körper, ein Pendel oder ein Magnetstab in Schwingungen versetzt wird, so ist die Schwingungsamplitude nicht, wie es die einfache Theorie der schwingenden Bewegung annimmt, eine konstante Größe, sondern sie wird allmählich kleiner. Der Grund dieser Abnahme der Amplitude liegt darin, daß bei jeder Bewegung ein Widerstand vorhanden ist, welcher einen Teil der Geschwindigkeit vernichtet, welche der schwingende Körper durch die beschleunigende Kraft erhält. Der Körper besitzt daher bei der Zurückkunft in die Gleichgewichtslage nicht mehr die Geschwindigkeit, mit welcher er sie vorher verließ; er kann sich daher nach der anderen Seite nicht mehr so weit von der Gleichgewichtslage entfernen, als er an der einen Seite entfernt war, und so wird bei jeder Schwingung die Amplitude um eine gewisse Größe kleiner.

Das Gesetz, nach welchem die Amplitude der Bewegung abnimmt, wenn der Widerstand in jedem Momente der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist, haben wir früher schon kennen gelernt. Wir sahen schon im §. 60 des ersten Bandes, daß, wenn  $k^2$  die Beschleunigung bedeutet, wenn das Bewegliche im Abstände eins von der Gleichgewichtslage sich befindet, und  $2\varepsilon$  den Widerstand bei der Geschwindigkeit eins, die Differentialgleichung der Bewegung ist

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -k^2 y - 2\varepsilon \frac{dy}{dt}.$$

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen. Leipzig 1846.



Rechnen wir die Zeit  $t$  von dem Augenblicke an, in welchem das Bewegliche am weitesten von der Gleichgewichtslage entfernt ist und genau die Bewegung nach der Gleichgewichtslage hin beginnt, so wird die Gleichung der Bewegung

$$y = A e^{-\epsilon t} \left\{ \cos t \sqrt{k^2 - \epsilon^2} + \frac{\epsilon}{\sqrt{k^2 - \epsilon^2}} \sin t \sqrt{k^2 - \epsilon^2} \right\},$$

worin  $A$  die Amplitude zur Zeit  $t = 0$ . Setzen wir

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{k^2 - \epsilon^2}},$$

so wird für

$$\begin{array}{ccccccc} t = 0; & T; & 2T; & 3T & \dots & nT \\ y = A; & A e^{-\epsilon T}; & A e^{-2\epsilon T}; & A e^{-3\epsilon T} & \dots & A e^{-n\epsilon T}. \end{array}$$

Die Amplituden der Schwingungen nehmen nach einer geometrischen Reihe ab, das Verhältniß zweier auf einander folgenden größten Abstände des Beweglichen von der Gleichgewichtslage wird

$$q = \frac{A e^{-n\epsilon T}}{A e^{-(n+1)\epsilon T}} = e^{\epsilon T}.$$

Bilden wir demnach die Differenzen zwischen den Logarithmen der auf einander folgenden Schwingungsamplituden, so sind diese Differenzen konstant; diese Differenzen oder

$$\lambda = \log \frac{1}{q} = \epsilon \cdot T \log e$$

nennt man, wie wir damals erwähnten, nach Gauss die logarithmischen Dekremente der Schwingungen. Nehmen wir natürliche Logarithmen, so ist

$$\lambda = \epsilon \cdot T;$$

bedeutet  $m$  den Modulus der Briggischen Logarithmen, so ist bei Benutzung dieser

$$\lambda = m \cdot \epsilon \cdot T.$$

Es ergibt sich also auch, daß bei gleicher Schwingungsdauer die logarithmischen Dekremente den widerstehenden Kräften oder letztere den ersten proportional sind.

Diesen letzten Satz wandte Weber zur Untersuchung der Induktion mit Hilfe des Dynamometers an.

Es zeigt sich nämlich, wenn man ein Pendel oder einen Magnet oder eine bifilar aufgehängte Rolle einfach in der Luft schwingen läßt, daß die Schwingungsbogen in einer geometrischen Reihe abnehmen, so daß daraus folgt, daß der Widerstand der Luft bei diesen langsamen Bewegungen der jedesmaligen Geschwindigkeit proportional ist.

Beobachtet man daher das logarithmische Dekrement, wenn man eine Bifilarrolle zunächst für sich schwingen läßt, so kann man den Einfluß des Luftwiderstandes auf die Schwingungen bestimmen.

Läßt man eine Bifilarrolle, deren Enden mit einander verknüpft sind, in der Nähe eines Magnetes schwingen: wird durch die Bewegung in derselben ein Strom induziert, wenn die Bewegung derartig ist

dafs der Spirale, wenn ein Strom sie durchfliefsen würde, von dem Magnete ein Drehungsmoment erteilt würde. Bewegt sich die Spirale in dem einen Sinne, so wird durch die Bewegung ein Strom induziert, so dafs durch die elektromagnetische Wirkung des Magnets auf den induzierten Strom der Spirale ein dem Sinne der augenblicklichen Bewegung entgegengesetztes Drehungsmoment erteilt wird, welches in jedem Augenblicke dem Produkte aus dem magnetischen Momente des Stabes und der Intensität des induzierten Stromes proportional ist. Da also diese elektromagnetische Wirkung zwischen dem induzierenden Magnete und dem induzierten Strome in jedem Momente der Bewegung der Bifilarrolle entgegenwirkt, so mufs durch diese die Schwingungsamplitude verkleinert werden.

Das zeigt sich auch in der That, es zeigt sich nämlich, dafs die Schwingungsweite einer Bifilarrolle, deren Enden mit einander verknüpft sind, wenn sie unter dem Einflusse eines Magnets schwingt, sehr viel rascher kleiner wird, als wenn sie schwingt, wenn kein Magnet in der Nähe ist, oder als wenn ihre Enden nicht mit einander verknüpft sind, so dafs der Induktionsstrom nicht zustande kommen kann.

W. Weber wandte zu seinen Versuchen das §. 118 beschriebene Dynamometer an; dasselbe wurde, wie Fig. 276 im Grundrifs zeigt, so aufgestellt,

dafs die Bifilarrolle in der Ruhelage senkrecht zum magnetischen Meridian war. Ausserhalb des Kastens, welcher die Bifilarrolle umgab, wurden mehrere kleine Magnete teils nördlich, teils südlich hingelegt. Die Magnete lagen sämtlich senkrecht gegen den durch die Axe der Bifilarrolle gehenden magnetischen Meridian, und zwar nördlich und südlich von der Bifilarrolle symmetrisch und wie die Figur zeigt, in der  $N, N', S, S'$  die Nord- und Südpole bezeichnen, so, dafs die gleichnamigen Pole an derselben Seite lagen. Die Bifilarrolle wurde in Schwingungen gesetzt, wenn ihre Enden nicht in leitender Verbindung waren und mittels Fernrohr und Skala die Schwingungsbögen so lange beobachtet, bis sie zu klein waren, um noch mit Sicherheit bestimmt werden zu können. Aus der Vergleichung

der Schwingungsbögen ergab sich das logarithmische Dekrement  
 $\lambda = 0,002541.$

Fig. 276.



Darauf wurden die Enden der Bifilarrolle mit einander in leitende Verbindung gebracht, so daß die Induktionsströme zustande kommen konnten. Es fand sich, daß die Schwingungsdauer sich nicht merklich änderte, daß dagegen die Schwingungsbögen rascher abnahmen, und zugleich, daß sie eine geometrische Reihe bildeten, deren logarithmische Dekrement war

$$\lambda' = 0,002638.$$

Aus dieser Beobachtung ergibt sich zunächst, daß die Richtung der induzierten Ströme dem Lenzschen Gesetze entspricht, und ferner, daß der in jedem Momente induzierte Strom der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist. Denn das geometrische Gesetz der Abnahme der Schwingungsbögen beweist, daß der Widerstand gegen die Bewegung der Geschwindigkeit derselben proportional ist. Dieser Widerstand setzt sich aus zwei Teilen zusammen, aus dem Widerstande der Luft und der elektromagnetischen Wirkung zwischen den Magneten und induzierten Strömen. Da der erstere Teil für sich der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist, so muß es auch der letzte Teil sein. Da die elektromagnetische Wirkung der Intensität der Induktionsströme proportional ist, so folgt, daß auch diese Intensität der Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist. Da der Widerstand hier immer derselbe ist, so folgt weiter, daß die elektromotorische Kraft bei der Bewegung eines geschlossenen Leiters gegen einen Magnetpol der Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist.

Das Maß der elektromagnetischen Wirkung der Magnete auf die magnetelektrischen Ströme ist die Differenz der beiden logarithmischen Dekremente

$$\lambda' - \lambda = 0,000097.$$

Denn bezeichnen wir die von dem Widerstande der Luft herrührende verzögernde Kraft mit  $\varepsilon$ , die von der elektromagnetischen Wirkung herrührende mit  $\varepsilon'$ , so ist in Briggischen Logarithmen

$$\lambda = m \varepsilon T$$

$$\lambda' = m (\varepsilon + \varepsilon') T,$$

somit

$$\lambda' - \lambda = m \varepsilon' T = \text{const } \varepsilon'.$$

W. Weber benutzte dieses Verfahren sogleich, um die Gesetze der elektrischen Induktion zu untersuchen, wenn ein geschlossener Leiter gegen einen andern von einem Strome durchflossenen Leiter bewegt wird. Das Verfahren war dem vorigen analog. Die Magnete am Dynamometer wurden fortgenommen und durch die feste Rolle des Dynamometers ein Stück von 3 Groveschen Elementen geleitet.

Bei offener Bifilarrolle wurden die Schwingungsbögen beobachtet und das logarithmische Dekrement bestimmt. Es fand sich

$$\lambda_1 = 0,002796.$$

Darauf wurde die Bifilarrolle geschlossen und wie vorhin verfahren. Die Schwingungsdauer wurde nicht geändert, die Schwingungsbögen nah-

men aber rasch ab, und wieder gehörten sie einer geometrischen Reihe an, deren logarithmisches Dekrement

$$\lambda'_1 = 0,005423$$

war.

Daraus folgt, daß die Gesetze der Voltainduktion bei der Bewegung eines Leiters gegen einen Strom dieselben sind, wie die der Magnetoinduktion bei der Bewegung eines Leiters gegen einen Magnet, daß also, wie es das Lenzsche Gesetz verlangt, eine Umkehr der Bewegung auch die Richtung der induzierten Ströme umkehrt, und daß die elektromotorische Kraft der Induktion der Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist.

W. Weber benutzte diese Gelegenheit zugleich, um die Magnetinduktion und Voltainduktion unter diesen Umständen zu vergleichen.

Er ließ zu dem Ende durch die Bifilarrolle einen schwachen Strom gehen und beobachtete das Drehungsmoment, welches die zu den vorigen Versuchen angewandten Magnete der Bifilarrolle erteilten, und dann das Drehungsmoment, welches die von dem zu den letzten Versuchen benutzten Strome durchflossene feste Rolle der Bifilarrolle erteilte. Diese Drehungsmomente verhielten sich wie

$$19,1 : 101,9,$$

das heißt der feste Strom erteilte der Bifilarrolle ein mehr als 5 mal so großes Drehungsmoment als die Magnete. Da nun in beiden Fällen die Bifilarrolle von demselben Strome durchflossen war, so sind diese Zahlen zugleich das Maß für die elektrodynamische Kraft der festen Rolle bei dem angewandten Strome und der elektromagnetischen Kraft der Magnete, wenn die Bifilarrolle von einem und demselben konstanten Strome durchflossen ist.

Ist nun die Stärke der unter den obigen gleichen Umständen induzierten Ströme einerseits dieser elektromagnetischen, andererseits dieser elektrodynamischen Kraft proportional, so müssen die induzierten Ströme sich verhalten wie

$$19,1 : 101,9.$$

Die elektromagnetischen und elektrodynamischen Wirkungen auf die schwingende induzierte Bifilarrolle, welche dem Produkte aus jenen Kräften und der Intensität der induzierten Ströme proportional sein müssen, müssen sich daher verhalten wie

$$(19,1)^2 : (101,9)^2 \text{ oder wie } 1 : 28,5.$$

Das Maß dieser Wirkungen ist die Differenz der logarithmischen Dekremente, wenn die Bifilarrolle schwingt, das eine Mal mit verknüpften Enden, wenn also die Ströme zustande kommen, das andere Mal, wenn das nicht der Fall ist. Denn bezeichnen wir die den Schwingungen entgegenwirkende, vom Luftwiderstande herrührende Kraft im ersten Falle mit  $\varepsilon$ , im zweiten mit  $\varepsilon_1$ , die von der elektromagnetischen Wirkung herrührende mit  $\varepsilon'$  so ist, wie wir eben zeigten,

$$\lambda' - \lambda = \text{const } \varepsilon';$$



ist der von der elektrodynamischen Wirkung bei dem letzten Versuche herrührende Widerstand  $\varepsilon'_1$ , so ist ebenso

$$\lambda'_1 - \lambda_1 = \text{const } \varepsilon'_1;$$

somit

$$\frac{\lambda'_1 - \lambda_1}{\lambda'_1 - \lambda_1} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon'_1}.$$

Diese Differenzen sind 0,000097 und 0,002627; und dieselben verhalten sich wie

$$97 : 2627 = 1 : 27,1.$$

Das Verhältnis der beobachteten logarithmischen Dekremente weicht von dem berechneten so wenig ab, daß man diesen Unterschied den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben darf. Dann ergibt sich aus diesem Resultate:

1) Die durch Bewegung eines Leiters in der Nähe eines Magnets induzierten Ströme sind dem elektromagnetischen Drehungsmomente, in der Nähe eines geschlossenen Kreisstromes dem elektrodynamischen Drehungsmomente proportional, welches dem bewegten Leiter von dem Magnet oder dem Kreisstrom erteilt würde, wenn der Leiter von der Einheit der Stromstärke durchflossen wäre. Daraus folgt, daß unter gleichen Umständen die induzierten Ströme dem magnetischen Momente der induzierenden Magnete oder der Intensität der induzierenden Ströme proportional sind.

2) Die durch Magnetoinduktion und die durch eine feste von einem konstanten Strome durchflossene Rolle in einem beweglichen Leiter induzierten Ströme sind einander gleich, wenn das elektromagnetische Drehungsmoment, welches der Magnet dem von einem konstanten Strome durchflossenen beweglichen Leiter erteilt, gleich ist dem elektrodynamischen Drehungsmomente, welches die feste Rolle dem von demselben Strom durchflossenen Leiter erteilt.

Aus den Weberschen Sätzen können wir noch weiter folgenden Satz ableiten. Wird ein Leiter aus einer Lage in der Nähe eines induzierenden Stromes oder Magnets in eine andere übergeführt, so ist die Summe der auf diesem Wege in Bewegung versetzten Elektrizität unabhängig von der Geschwindigkeit der Bewegung, also immer dieselbe. Denn der gesamte durch eine solche Bewegung, die wir uns als gleichförmig denken wollen, induzierte Strom ist gleich dem Produkte aus der Anzahl der Zeitelemente, während welcher die Bewegung dauert, in den in jedem Zeitelemente induzierten Strom. Ändert sich nun die Geschwindigkeit der Bewegung, so nimmt die Intensität jedes einzelnen Elementarstromes in demselben Verhältnisse zu, als die Anzahl der Zeitelemente abnimmt. Das Produkt aus beiden ist also konstant.

Letzterer Satz ist auch durch Versuche von Felici<sup>1)</sup> bestätigt worden, indem er nachwies, daß wenn man einen Leiter aus einer Lage, in welcher in ihm kein Strom induziert wird, in eine andere überführt, in demselben immer ein ebenso starker Strom induziert wird, als wenn man ihn in die

1) Felici, Ann. de chim. et de phys. III. Série T. XXXIV. 1852. Nuovo Cimento 1859. T. IX, p. 345.

letzteren Lage festhält und nun den induzierenden Strom öffnet oder schließt.

Felici stellte nämlich neben einem mit einem Galvanometer verbundenen Drahtkreise *A* zwei andere beliebig geformte Drähte *B* und *C* auf, welche mit den Polen Voltascher Batterien verbunden werden konnten. Dieselben wurden so lange verschoben, daß, wenn gleichzeitig in beiden der Strom geöffnet oder geschlossen wurde, in *A* kein Strom induziert wurde. Wenn dann nach dem Schließen der Ströme die beiden Drähte *B* und *C* gleichzeitig entfernt wurden, so wurde auch dadurch kein Strom erregt. Waren dagegen die Entfernungen der Rollen nicht so abgeglichen, so daß also bei dem Öffnen und Schließen der Ströme *B* und *C* noch ein Strom entstand, so entstand auch bei der Entfernung der Rollen von einander immer ein Strom. Wenn also bei dem Öffnen und Schließen der induzierenden Ströme kein Strom entsteht, so auch nicht durch Bewegung der Leiter.

Nach dem Satze von Weber gilt dieser von Felici für die Volta-induktion bewiesene Satz sofort auch für Magnete, da wir jeden Stromkreis durch einen Magnet von gleicher elektromagnetischer Kraft ersetzen können. Damit ist die Magnetoinduktion vollständig gegeben, indem die Sätze von Lenz die Intensität der Induktionsströme beim Entstehen und Verschwinden des Magnetismus, und die Gesetze von Weber und Felici die Intensität derselben bei Bewegung des Leiters vollständig bestimmen. Nach letzteren ist die Intensität eines Induktionsstromes, der entsteht, wenn in eine Spirale ein Magnet gestossen wird, gleich demjenigen, welcher entsteht, wenn in der Spirale ein solcher Magnet bis zu demselben Momente erregt wird; damit ist die Erregung der Induktionsströme bei der Bewegung auf die Gesetze von Lenz zurückgeführt.

Mit dem Weberschen Satze sind ferner auch schon die Gesetze der Voltainduktion gegeben, da wir nach demselben immer den Magnet durch eine Spirale ersetzt denken können, deren elektromagnetisches Moment dem magnetischen Momente der Magnete bei den Versuchen von Lenz gleich ist. Es wird deshalb auch bei der Voltainduktion die elektromotorische Kraft unabhängig sein von dem Stoffe und Querschnitte des induzierten Drahtes, sie wird bei Anwendung von Spiralen der Windungszahl der induzierten Spirale und ebenso dem Produkte aus der Stromstärke in die Windungszahl der induzierenden Spirale proportional sein.

Alle diese Folgerungen sind durch Versuche von Felici<sup>1)</sup> und Gaugain<sup>2)</sup> bestätigt wurden.

Eine ebensolche Bestätigung liefern die später noch zu besprechenden Versuche von Buff mit geradlinigen Stromleitern<sup>3)</sup>, bei welchen er zeigte, daß die in einem langen geradlinigen Draht durch einen kurzen ihm parallel gestellten induzierte elektromotorische Kraft dem Produkte aus der Stromstärke und der Länge des kürzeren Drahtes proportional ist, und daß die elektromotorische Kraft unabhängig ist von der Natur und dem Querschnitt des induzierten langen Drahtes.

1) Felici, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXIV.

2) Gaugain, Comptes Rendus T. XXXIX. p. 909 u. 1023.

3) Buff, Poggend. Ann. Bd. CXXVII.

ist der von der elektrodynamischen Wirkung bei dem letzten Versuch herrührende Widerstand  $\varepsilon'_1$ , so ist ebenso

$$\lambda'_1 - \lambda_1 = \text{const } \varepsilon'_1;$$

somit

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'_1 - \lambda_1} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon'_1}.$$

Diese Differenzen sind 0,000097 und 0,002627; und dieselben verhalten sich wie

$$97 : 2627 = 1 : 27,1.$$

Das Verhältniß der beobachteten logarithmischen Dekremente weicht von dem berechneten so wenig ab, daß man diesen Unterschied den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben darf. Dann ergibt sich aus diesem Resultate:

1) Die durch Bewegung eines Leiters in der Nähe eines Magnets induzierten Ströme sind dem elektromagnetischen Drehungsmomente, in der Nähe eines geschlossenen Kreisstromes dem elektrodynamischen Drehungsmomente proportional, welches dem bewegten Leiter von dem Magnete oder dem Kreisstrome erteilt würde, wenn der Leiter von der Einheit der Stromstärke durchflossen wäre. Daraus folgt, daß unter gleichen Umständen die induzierten Ströme dem magnetischen Momente der induzierenden Magnete oder der Intensität der induzierenden Ströme proportional sind.

2) Die durch Magnetoinduktion und die durch eine feste von einem konstanten Strome durchflossene Rolle in einem beweglichen Leiter induzierten Ströme sind einander gleich, wenn das elektromagnetische Drehungsmoment, welches der Magnet dem von einem konstanten Strome durchflossenen beweglichen Leiter erteilt, gleich ist dem elektrodynamischen Drehungsmomente, welches die feste Rolle dem von demselben Strom durchflossenen Leiter erteilt.

Aus den Weberschen Sätzen können wir noch weiter folgenden Satz ableiten. Wird ein Leiter aus einer Lage in der Nähe eines induzierenden Stromes oder Magnets in eine andere übergeführt, so ist die Summe der auf diesem Wege in Bewegung versetzten Elektrizität unabhängig von der Geschwindigkeit der Bewegung, also immer dieselbe. Denn die gesamte durch eine solche Bewegung, die wir uns als gleichförmig denken wollen, induzierte Strom ist gleich dem Produkte aus der Anzahl der Zeitelemente, während welcher die Bewegung dauert, in den in jedem Zeitelemente induzierten Strom. Ändert sich nun die Geschwindigkeit der Bewegung, so nimmt die Intensität jedes einzelnen Elementarstromes in demselben Verhältnisse zu, als die Anzahl der Zeitelemente abnimmt. Das Produkt aus beiden ist also konstant.

Letzterer Satz ist auch durch Versuche von Felici<sup>1)</sup> bestätigt worden, indem er nachwies, daß wenn man einen Leiter aus einer Lage, in welcher in ihm kein Strom induziert wird, in eine andere überführt, in demselben immer ein ebenso starker Strom induziert wird, als wenn man ihn in der

1) Felici, Ann. de chim. et de phys. III. Série T. XXXIV. 1852. Nuovo Cimento 1859. T. IX. p. 345.



letzteren Lage festhält und nun den induzierenden Strom öffnet oder schließt.

Felici stellte nämlich neben einem mit einem Galvanometer verbundenen Drahtkreise *A* zwei andere beliebig geformte Drähte *B* und *C* auf, welche mit den Polen Voltascher Batterien verbunden werden konnten. Dieselben wurden so lange verschoben, daß, wenn gleichzeitig in beiden der Strom geöffnet oder geschlossen wurde, in *A* kein Strom induziert wurde. Wenn dann nach dem Schließen der Ströme die beiden Drähte *B* und *C* gleichzeitig entfernt wurden, so wurde auch dadurch kein Strom erregt. Waren dagegen die Entfernungen der Rollen nicht so abgeglichen, so daß also bei dem Öffnen und Schließen der Ströme *B* und *C* noch ein Strom entstand, so entstand auch bei der Entfernung der Rollen von einander immer ein Strom. Wenn also bei dem Öffnen und Schließen der induzierenden Ströme kein Strom entsteht, so auch nicht durch Bewegung der Leiter.

Nach dem Satze von Weber gilt dieser von Felici für die Volta-induktion bewiesene Satz sofort auch für Magnete, da wir jeden Stromkreis durch einen Magnet von gleicher elektromagnetischer Kraft ersetzen können. Damit ist die Magnetoinduktion vollständig gegeben, indem die Sätze von Lenz die Intensität der Induktionsströme beim Entstehen und Verschwinden des Magnetismus, und die Gesetze von Weber und Felici die Intensität derselben bei Bewegung des Leiters vollständig bestimmen. Nach letzteren ist die Intensität eines Induktionsstromes, der entsteht, wenn in eine Spirale ein Magnet gestoßen wird, gleich demjenigen, welcher entsteht, wenn in der Spirale ein solcher Magnet bis zu demselben Momente erregt wird; damit ist die Erregung der Induktionsströme bei der Bewegung auf die Gesetze von Lenz zurückgeführt.

Mit dem Weberschen Satze sind ferner auch schon die Gesetze der Voltainduktion gegeben, da wir nach demselben immer den Magnet durch eine Spirale ersetzt denken können, deren elektromagnetisches Moment dem magnetischen Momente der Magnete bei den Versuchen von Lenz gleich ist. Es wird deshalb auch bei der Voltainduktion die elektromotorische Kraft unabhängig sein von dem Stoffe und Querschnitte des induzierten Drahtes, sie wird bei Anwendung von Spiralen der Windungszahl der induzierten Spirale und ebenso dem Produkte aus der Stromstärke in die Windungszahl der induzierenden Spirale proportional sein.

Alle diese Folgerungen sind durch Versuche von Felici<sup>1)</sup> und Gauguin<sup>2)</sup> bestätigt wurden.

Eine ebensolche Bestätigung liefern die später noch zu besprechenden Versuche von Buff mit geradlinigen Stromleitern<sup>3)</sup>, bei welchen er zeigte, daß die in einem langen geradlinigen Draht durch einen kurzen ihm parallel gestellten induzierte elektromotorische Kraft dem Produkte aus der Stromstärke und der Länge des kürzeren Drahtes proportional ist, und daß die elektromotorische Kraft unabhängig ist von der Natur und dem Querschnitt des induzierten langen Drahtes.

1) Felici, *Annales de chim. et de phys.* III. Sér. T. XXXIV.

2) Gauguin, *Comptes Rendus* T. XXXIX. p. 909 u. 1023.

3) Buff, *Poggend. Ann.* Bd. CXXVII.



Es ergibt sich somit, daß sowohl bei der Magnetoinduktion als auch bei der Voltainduktion die elektromotorische Kraft in einer induzierten Spirale mit der Zahl der Windungen und derselben proportional zunimmt. Damit nimmt aber die Intensität der Ströme in der Induktionsspirale nicht ebenso zu, ja wenn die Induktionsspirale in sich selbst geschlossen, also gar kein äußerer Widerstand zu überwinden ist, so kann mit steigender Windungszahl der induzierten Spirale die Stärke des induzierten Stromes sogar abnehmen. Würden die Windungen alle in einer Lage neben einander liegen, also der Durchmesser aller gleich sein, so würde die Stromstärke von der Windungszahl unabhängig sein, da in demselben Verhältnisse wie die elektromotorische Kraft wächst, auch der Widerstand zunimmt.

Werden aber die Windungen in mehreren Lagen übereinandergelegt, so nimmt die Länge des Drahtes, da die Windungen weiter werden, rascher zu als die Zahl der Windungen. Deshalb wächst der Widerstand rascher als die elektromotorische Kraft. Anders ist es jedoch, wenn ein bestimmter äußerer Widerstand zwischen den Enden der Induktionsspirale eingeschaltet ist, dann wird je nach der Größe des äußeren Widerstandes die Stärke des Stromes bis zu einer gewissen Grenze mit der Zahl der Windungen zunehmen<sup>1)</sup>. Dagegen wird immer die Intensität des Induktionsstromes zunehmen, je besser die Leitungsfähigkeit des Drahtes ist. Kupfer- oder Silberdraht werden daher unter sonst gleichen Umständen die stärksten Ströme liefern.

In welcher Weise man aus einer gegebenen Kupfermasse und bei gegebener induzierender Kraft eine Induktionsspirale konstruieren muß, um bei gegebenem äußerem Widerstande die stärksten Ströme zu erhalten, das läßt sich annähernd in derselben Weise bestimmen, wie wir die günstigste Anordnung eines Galvanometers berechnet haben. Denken wir uns eine induzierende Spirale zunächst von der gegebenen Kupfermasse in einer Windung umgeben; sei dann die elektromotorische Kraft der Induktion gleich  $e$ , der Widerstand des Kupfers gleich  $R$ , der äußere Widerstand gleich  $r$ , so ist

$$J = \frac{e}{R + r}.$$

Wird jetzt der Ring in einen Draht von  $n$ facher Länge ausgezogen, dessen Querschnitt dadurch zugleich  $\frac{1}{n}$  wird, und der ganze Draht in  $n$  Windungen um die induzierende Spirale geführt, so wird

$$J = \frac{ne}{n^2 R + r}.$$

Dieser Ausdruck erhält aber seinen größten Wert, wenn

$$n^2 R = r,$$

wenn also der Widerstand der Spirale gleich ist dem äußeren Widerstande.

Da die Induktionsströme meistens zur Hervorrufung von Erscheinungen

nungen benutzt werden, bei welchen die Widerstände  $r$  bedeutend sind, so werden die Induktionsspiralen gewöhnlich aus langen und dünnen Drähten konstruiert.

## §. 141.

**Extrastrom.** Bevor wir die Theorie der Induktion in linearen Leitern näher betrachten, müssen wir noch einige besondere Fälle der Induktion etwas näher ins Auge fassen; wir beginnen mit der Induktion eines Stromes auf sich selbst.

Dafs ein Strom auch auf sich selbst induzierend wirkt, oder in seinem eigenen Stromkreise einen Strom induziert, ist zuerst von Jenkin<sup>1)</sup> und Masson<sup>2)</sup> beobachtet worden. Wenn man einen galvanischen Strom an einer Stelle unterbricht, so entsteht, wie wir schon früher sahen, ein Funke, der sogenannte Öffnungsfunke. Dieser Funke ist selbst bei kräftigen Strömen nur schwach, wenn der Stromkreis aus einem kurzen dicken Drahte besteht; derselbe wird aber lang, hell und klatschend wie ein aus einem geladenen Konduktor gezogener Funke, wenn die Drahtleitung des Stromes eine bedeutende Länge hat, und ganz besonders, wenn sich in dem Stromkreise eine aus vielen Windungen bestehende Spirale befindet, obwohl der Widerstand des Schließungskreises jetzt viel bedeutender ist als vorher.

Wenn man die beiden Enden des Leitungsdrahtes mit metallischen Handhaben versieht, und dann den Stromkreis unterbricht, indem man in jeder Hand eine der Handhaben hält, so erhält man eine Erschütterung, ähnlich wie wenn man eine Leydener Flasche durch seinen Körper entladet.

Diese Erscheinungen wurden von Faraday<sup>3)</sup> bestätigt und genauer untersucht; er zeigte, dafs diese Wirkung nur dann sich zeige, wenn der Stromkreis aus langen Drähten bestehe, am besten, wenn in demselben eine Spirale sich befindet. Ströme von solcher Stärke, dafs kurze dünne Drähte von demselben zum Glühen gebracht wurden, zeigten beim Unterbrechen des Stromes kaum einen Funken, während eine in denselben Stromkreis eingeschaltete Spirale, welche den Strom bedeutend schwächte, einen lebhaften Funken hervorrief.

Noch viel lebhafter wird dieser Funke oder, wenn man den Strom bei der Unterbrechung durch den Körper schließt, die Erschütterung im Körper, wenn man in die in den Stromkreis eingeschaltete Spirale ein Stück weichen Eisens bringt.

Faraday erkannte in diesen Erscheinungen sofort einen speciellen Fall der Induktion, indem er in dem Öffnungsfunken die Ausgleichung des durch den verschwindenden Strom in der Leitung induzierten Stromes erkannte.

Betrachten wir, um diese Wirkung abzuleiten, zwei Windungen einer Spirale; schliessen wir den Strom, so wird der in jeder Windung ent-

1) *Jenkin*, Faraday Experimental researches. Ser. IX. art. 1049. Poggend. Ann. Bd. XXXV.

2) *Masson*, Annales de chim. et de phys. T. LXVI.

3) *Faraday*, Experimental researches. Ser. IX. Poggend. Ann. Bd. XXXV.

dagegen die Nebenleitung von  $E$  über  $G$  nach  $B$ . Je nach der Stellung des Rades  $c'$  kann man es dann dahin bringen, daß in der Nebenleitung nur der Schließungsextrastrom zustande kommt oder der Öffnungsstrom, ganz in derselben Weise, wie es S. 1024 für die Induktionsströme angedeutet wurde.

Um die Zersetzung durch den Schließungsstrom zu erhalten, war das Rad  $c'$  so gestellt, daß der Zweig etwas früher geschlossen und auch wieder unterbrochen wurde als der Hauptstrom. Die Stromstärke war so gewählt, daß bei dauernder Schließung des Zweiges und des Hauptstromes im Voltmeter infolge der Polarisation keine merkliche Wasserzersetzung eintrat. Bei Benutzung einer Spirale von 500 Windungen trat sofort eine lebhaft Wasserzersetzung ein, als der Analysator gerollt wurde, welche etwa auf das Sechsfache stieg, als in die Spirale ein Bündel Eisendrähte gelegt wurde.

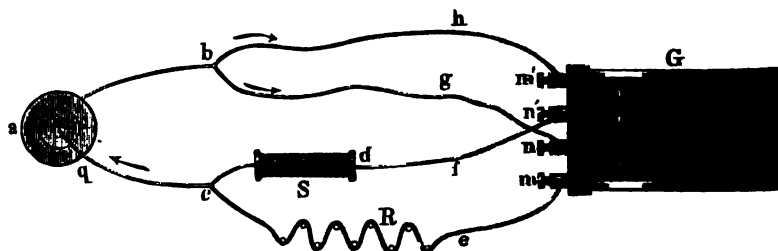
Bedeutend stärker war die Wasserzersetzung, als nur der Öffnungsstrom durch das Voltmeter geführt wurde, sie betrug unter Anwendung derselben Spirale etwa das Dreifache, ein Umstand, der zum Teil aus seinen Grund hat, daß der Schließungsstrom sich nur teilweise durch das Voltmeter ausgleicht und besonders darin, daß, wie Buff nachweist, die Wasserzersetzung durch den Schließungsstrom stärker durch die Polarisation gestört wird.

Ebenso hat Dove<sup>1)</sup> die Existenz des Schließungsextrastromes nachgewiesen; wir werden bei Erwähnung der Doveschen magnetoelektrischen Maschine auf diesen Nachweis zurückkommen.

Die quantitativen Verhältnisse der Extrastrome sind vorzugsweise von Edlund, Rijke und Buff untersucht worden.

Edlund<sup>2)</sup> benutzte zu seinen Versuchen die Anordnung Fig. 278; der Strom einer aus drei Elementen bestehenden Groveschen Säule  $a$  teilt sich bei  $c$  in zwei Zweige  $ce$  und  $cf$ ; die beiden Zweige führen darauf

Fig. 278.



zu zwei Windungsreihen eines Weberschen Galvanometers (S. 907), das dasselbe als Differentialgalvanometer dient, daß also der mit der Klemme  $m$  verbundene Strom das Galvanometer in entgegengesetzter Richtung durchläuft als der mit der Klemme  $n'$  verbundene. Ersterer verläßt das Galvanometer bei  $m'$  und geht über  $h$  nach  $b$ , letzterer verläßt es bei  $n'$  und geht über  $g$  nach  $b$ . In dem Zweige  $cdn'$  ist eine Spirale  $S$ , in dem

1) Dove, Poggend. Ann. Bd. LVI.

2) Edlund, Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

Zweige *cem* ein Widerstand *R* von zickzackförmig über Glasstäben ausgespannten Kupferdrähten eingeschaltet. Letzterer wird so abgeglichen, daß der Widerstand beider Zweige genau gleich groß ist, so daß also die Nadel des Galvanometers durch den konstanten beide Zweige durchlaufenden Strom nicht abgelenkt wird. Ist diese Gleichheit für eine Stromstärke erreicht, so gilt sie auch für alle, so daß die Nadel nicht abgelenkt wird, welche Änderungen man auch in dem Stammstrom *bac* anbringen mag.

Wenn bei *q* der Strom unterbrochen wird, so wird in der Spirale *S* der Öffnungsextrastrom induziert, welcher, wenn er dieselbe in der Richtung *cd* durchläuft, das Galvanometer zunächst in der Richtung *n'n* umkreist, dann von *n* über *b*, *h* nach *m'* geht und das Galvanometer in der Richtung *m'm*, also in derselben Richtung, wie in den anderen Windungen umkreist; die Wirkung beider Windungen auf die Nadel des Galvanometers summiert sich also, die Nadel wird abgelenkt und aus der Ablenkung läßt sich die Stärke des Extrastromes bestimmen.

Sei zu dem Ende der Widerstand in dem Zweige *cdfn'ngb* = *r*, in dem Zweige *cemm'hb* = *r*<sub>1</sub>, und sei die elektromotorische Kraft des Öffnungsstromes gleich *k*, sei ferner die Ablenkung, welche die Galvanometernadel erhält, wenn durch die Windungen *mm'* ein Strom von der Intensität *μ* hindurchgeht, gleich *μ*, wenn ein solcher durch *nn'* hindurchgeht, gleich *ν*, so ist, da wir hier die Ablenkung, welche mit Fernrohr und Skala bestimmt wird, einfach der Stromstärke proportional setzen können, die in dem Galvanometer durch den Öffnungsstrom hervorgebrachte Ablenkung

$$A = \frac{k}{r + r_1} (\mu + \nu).$$

Die Widerstände *r* und *r*<sub>1</sub> waren so abgeglichen, daß die Ablenkung durch den konstanten Strom im Galvanometer sich aufhob; ist nun *μ* = *ν*, so ist auch, da in Stromzweigen sich die Stromstärken umgekehrt wie die Widerstände verhalten, *r* = *r*<sub>1</sub>, denn nur dann können die Stromstärken in den beiden Zweigen gleiche Ablenkungen der Galvanometernadel hervorbringen, wenn sie einander gleich sind. Ist aber *μ* von *ν* verschieden, so daß also die durch gleiche Ströme der Galvanometernadel von den beiden Windungen erteilten Ablenkungen nicht gleich sind, so sind die Stromstärken, welche die Windungen entgegengesetzt durchlaufend die Ablenkung der Nadel aufheben, verschieden, sie verhalten sich umgekehrt wie *μ* zu *ν*. Die Widerstände *r* und *r*<sub>1</sub> müssen sich dann direkt verhalten wie *μ* zu *ν*, oder es muß

$$\frac{\mu}{r} = \frac{\nu}{r_1}.$$

In beiden Fällen ergibt sich also

$$A = \mu \cdot \frac{k}{r}.$$

Die Ablenkung *A* ist der Intensität des Induktionsstromes und die elektromotorische Kraft desselben ist dem Produkte aus der beobachteten Ablenkung und dem Widerstande *r* proportional.

Wird der Strom bei *q* wieder geschlossen, so bildet sich in der



dagegen die Nebenleitung von  $E$  über  $G$  nach  $B$ . Je nach der Stellung des Rades  $c'$  kann man es dann dahin bringen, daß in der Nebenleitung nur der Schließungsextrastrom zustande kommt oder der Öffnungsstrom, ganz in derselben Weise, wie es S. 1024 für die Induktionsströme angedeutet wurde.

Um die Zersetzung durch den Schließungsstrom zu erhalten, war das Rad  $c'$  so gestellt, daß der Zweig etwas früher geschlossen und wieder unterbrochen wurde als der Hauptstrom. Die Stromstärke war so gewählt, daß bei dauernder Schließung des Zweiges und des Hauptstromes im Voltmeter infolge der Polarisation keine merkliche Wasserzersetzung eintrat. Bei Benutzung einer Spirale von 500 Windungen trat sofort eine lebhafte Wasserzersetzung ein, als der Analysator geföhrt wurde, welche etwa auf das Sechsfache stieg, als in die Spirale ein Bündel Eisendrähte gelegt wurde.

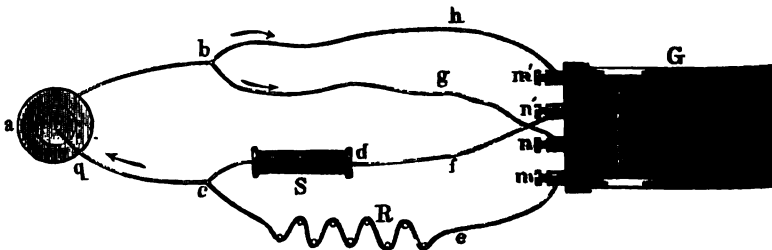
Bedeutend stärker war die Wasserzersetzung, als nur der Öffnungsstrom durch das Voltmeter geführt wurde, sie betrug unter Anwendung derselben Spirale etwa das Dreifache, ein Umstand, der zum Teil aus seinen Grund hat, daß der Schließungsstrom sich nur teilweise durch das Voltmeter ausgleicht und besonders darin, daß, wie Buff nachweist, die Wasserzersetzung durch den Schließungsstrom stärker durch die Polarisation gestört wird.

Ebenso hat Dove<sup>1)</sup> die Existenz des Schließungsextrastromes nachgewiesen; wir werden bei Erwähnung der Doveschen magnetoelctrischen Maschine auf diesen Nachweis zurückkommen.

Die quantitativen Verhältnisse der Extrastrome sind vorzugsweise von Edlund, Rijke und Buff untersucht worden.

Edlund<sup>2)</sup> benutzte zu seinen Versuchen die Anordnung Fig. 278; der Strom einer aus drei Elementen bestehenden Groveschen Säule  $a$  teilt sich bei  $c$  in zwei Zweige  $ce$  und  $cf$ ; die beiden Zweige führen durch

Fig. 278.



zu zwei Windungsreihen eines Weberschen Galvanometers (S. 907), das dasselbe als Differentialgalvanometer dient, daß also der mit der Klemme  $n'$  verbundene Strom das Galvanometer in entgegengesetzter Richtung durchläuft als der mit der Klemme  $m'$  verbundene. Ersterer verläßt das Galvanometer bei  $m'$  und geht über  $h$  nach  $b$ , letzterer verläßt es bei  $n'$  und geht über  $g$  nach  $b$ . In dem Zweige  $cdn'$  ist eine Spirale  $S$ , in der

1) Dove, Poggend. Ann. Bd. LVI.

2) Edlund, Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

Zweige *cem* ein Widerstand *R* von zickzackförmig über Glasstäben ausgespannten Kupferdrähten eingeschaltet. Letzterer wird so abgeglichen, daß der Widerstand beider Zweige genau gleich groß ist, so daß also die Nadel des Galvanometers durch den konstanten beide Zweige durchlaufenden Strom nicht abgelenkt wird. Ist diese Gleichheit für eine Stromstärke erreicht, so gilt sie auch für alle, so daß die Nadel nicht abgelenkt wird, welche Änderungen man auch in dem Stammstrom *bac* anbringen mag.

Wenn bei *q* der Strom unterbrochen wird, so wird in der Spirale *S* der Öffnungsextrastrom induziert, welcher, wenn er dieselbe in der Richtung *cd* durchläuft, das Galvanometer zunächst in der Richtung *n'n* umkreist, dann von *n* über *b*, *h* nach *m'* geht und das Galvanometer in der Richtung *m'm*, also in derselben Richtung, wie in den anderen Windungen umkreist; die Wirkung beider Windungen auf die Nadel des Galvanometers summiert sich also, die Nadel wird abgelenkt und aus der Ablenkung läßt sich die Stärke des Extrastromes bestimmen.

Sei zu dem Ende der Widerstand in dem Zweige *cdfn'ngb* = *r*, in dem Zweige *cemm'lb* = *r*<sub>1</sub>, und sei die elektromotorische Kraft des Öffnungsstromes gleich *k*, sei ferner die Ablenkung, welche die Galvanometernadel erhält, wenn durch die Windungen *mm'* ein Strom von der Intensität *μ* hindurchgeht, gleich *μ*, wenn ein solcher durch *nn'* hindurchgeht, gleich *ν*, so ist, da wir hier die Ablenkung, welche mit Fernrohr und Skala bestimmt wird, einfach der Stromstärke proportional setzen können, die in dem Galvanometer durch den Öffnungsstrom hervorgebrachte Ablenkung

$$A = \frac{k}{r + r_1} (\mu + \nu).$$

Die Widerstände *r* und *r*<sub>1</sub> waren so abgeglichen, daß die Ablenkung durch den konstanten Strom im Galvanometer sich aufhob; ist nun *μ* = *ν*, so ist auch, da in Stromzweigen sich die Stromstärken umgekehrt wie die Widerstände verhalten, *r* = *r*<sub>1</sub>, denn nur dann können die Stromstärken in den beiden Zweigen gleiche Ablenkungen der Galvanometernadel hervorbringen, wenn sie einander gleich sind. Ist aber *μ* von *ν* verschieden, so daß also die durch gleiche Ströme der Galvanometernadel von den beiden Windungen erteilten Ablenkungen nicht gleich sind, so sind die Stromstärken, welche die Windungen entgegengesetzt durchlaufend die Ablenkung der Nadel aufheben, verschieden, sie verhalten sich umgekehrt wie *μ* zu *ν*. Die Widerstände *r* und *r*<sub>1</sub> müssen sich dann direkt verhalten wie *μ* zu *ν*, oder es muß

$$\frac{\mu}{r} = \frac{\nu}{r_1}.$$

In beiden Fällen ergibt sich also

$$A = \mu \cdot \frac{k}{r}.$$

Die Ablenkung *A* ist der Intensität des Induktionsstromes und die elektromotorische Kraft desselben ist dem Produkte aus der beobachteten Ablenkung und dem Widerstande *r* proportional.

Wird der Strom bei *q* wieder geschlossen, so bildet sich in der

Spirale  $S$  der Schließungsextrastrom; derselbe fließt in der Spirale  $v$  nach  $c$  und verzweigt sich dort theils nach  $a$  theils nach  $cm$ . Um die Ablenkung des Galvanometers zu erhalten, muß man die Stromstärke in den Zweigen  $r$  und  $r_1$  bestimmen; sei dieselbe  $J$  und  $J_1$ , sei die elektromotorische Kraft des Schließungsstromes  $k_1$  und der Widerstand des Stromes  $cab = R$ . Ist schließlich die elektromotorische Kraft der Kette  $a$  gleich  $E$ , die Stromstärke in  $cab = J_2$ , so ist nach den Kirchhoffschen Gleichungen

$$J = J_1 + J_2; \quad Jr + J_2R = k_1 - E; \quad J_1r_1 - J_2E = E$$

und daraus

$$J = \frac{k_1(R + r_1) - r_1E}{r(R + r_1) + Rr_1}, \quad J_1 = \frac{k_1R + rE}{r(R + r_1) + Rr_1}.$$

Die Ablenkung der Galvanometernadel ist dann, da beide Ströme die Nadel in demselben Sinne umkreisen,

$$A_1 = J\mu + J_1\nu = \frac{k_1[\mu(R + r_1) + \nu R] + E(\nu r - \mu r_1)}{r(R + r_1) + Rr_1}$$

und daraus, da  $\mu r_1 = \nu r$ ,

$$A_1 = \frac{\mu k_1 \left\{ R + r_1 + \frac{Rr_1}{r} \right\}}{r \left\{ R + r_1 + \frac{Rr_1}{r} \right\}} = \mu \cdot \frac{k_1}{r}.$$

Die Ablenkung durch den Schließungsstrom ist also ebenfalls unabhängig von der Beschaffenheit des Stammes  $bac$ , sie ist der Intensität des Stromes direkt proportional; die elektromotorische Kraft desselben ist dem Produkte aus der beobachteten Ablenkung und dem Widerstande proportional.

Nach dieser Methode hat Edlund zunächst gezeigt, daß der Öffnungs- und Schließungsstrom gleiche Intensität haben, wenn im Momente der Unterbrechung der induzierende Strom noch dieselbe Stärke hat, welche er gleich nach dem Schließen erreichte. Es ergibt sich das unter anderen aus folgenden Versuchen.

Stromstärke des induzierenden Stromes	Ausschlag der Nadel		Stärke des Öffnungs- stromes		Differenz
	beim Öffnen	beim Schließen	beobachtet	berechnet	
33,8	6,93	8,60	6,93	7,32	- 0,39
42,1	9,20	11,38	9,20	9,12	+ 0,08
44,8	9,61	10,48	9,61	9,71	- 0,10
51,9	11,08	14,37	11,08	11,24	+ 0,14
54,2	12,30	12,62	12,30	11,85	+ 0,15
80,3	17,45	23,48	17,45	17,40	+ 0,03
108,4	23,76	25,86	23,76	23,49	+ 0,27
3,6	25,09	27,33	25,09	24,51	+ 0,38



Die Ablenkung der Nadel ist beim Schließen zwar immer etwas größer als beim Öffnen; der Grund dafür liegt aber offenbar darin, daß auch bei den konstanten Ketten eine, wenn auch nur schwache Polarisation eintritt, wodurch gleich nach Schluß der Kette der Strom etwas stärker ist als später.

Die fünfte Kolumne der obigen Tabelle, welche aus der ersten erhalten ist, indem die entsprechenden Stromstärken mit 0,21665 multipliziert sind, beweist ferner, daß die Intensität der Extrastrome derjenigen der induzierenden Ströme direkt proportional ist.

Rijke<sup>1)</sup> hat durch ganz ebenso angeordnete Versuche diese beiden Sätze von Edlund bestätigt, und zu denselben noch den Satz gefügt, daß eben dieselben Gesetze noch gültig sind, wenn man in die Induktionsspirale einen Eisenkern hineinbringt, und ebenso, wenn man in der Nähe der den Extrastrom erzeugenden Spirale noch eine Induktionsspirale anbringt. Das Gleiche ergeben die vorhin erwähnten Versuche Buffs, der die chemischen Wirkungen des Extrastromes zu seinen Messungen verwandte.

### §. 142.

**Ströme induziert durch Reibungselektricität.** Der Entladungsschlag der Leydener Flasche ist von so kurzer Dauer, daß Beginnen des Stromes und Aufhören fast zusammenfallen; Faraday glaubte deshalb, daß dieser Strom nicht instande sei Induktionswirkungen auszuüben, da der Schließungsstrom und Öffnungsstrom so nahe zusammenfallen würden, daß sie sich gegenseitig aufheben. Es ist das jedoch keineswegs von vornherein klar; im Gegenteil ist es sehr wohl möglich, daß die Induktionsströme selbst nahezu so rasch verlaufen wie der Entladungsschlag der Leydener Flasche; dann wird dieser zwei einander entgegengesetzte Ströme induzieren, welche zeitlich noch auseinanderfallen, also wirklich zustande kommen können. Wirkungen, welche von der Richtung der Stromes abhängig sind, würde man mit diesen Strömen allerdings nicht erzielen können, aber durch Wärmewirkungen oder physiologische Zuckungen müßten sie mit Sicherheit nachzuweisen sein.

In der That sind diese Ströme fast gleichzeitig und unabhängig von einander von Marianini<sup>2)</sup> und Riess<sup>3)</sup> entdeckt worden, und sogar durch eine Wirkung, welche einen Strom bestimmter Richtung voraussetzt; Marianini hat nämlich eine Nadel durch einen solchen Strom magnetisiert, und Riess fand, daß in einer Magnetisierungsspirale, welche mit einer geschlossenen Induktionsspirale umgeben war, eine Nadel stärker normal magnetisiert wurde, als durch den Entladungsschlag allein. Letztere Erscheinung ergiebt sich leicht; durch den Schließungsstrom wird zwar die Wirkung des induzierenden Stromes, bis derselbe sein Maximum erreicht hat, geschwächt, von dem Momente aber wird die Wirkung desselben durch den Öffnungsstrom verstärkt.

Die Beobachtung Marianinis wird durch eine Untersuchung Wiede-

1) Rijke, Poggend. Ann. Bd. CII.

2) Marianini, Memorie di fisica sperimentale. Modena 1838. Riess, Reibungselektricität. Bd. II. §. 809.

3) Riess, Poggend. Ann. Bd. XLVII. Reibungselektricität. Bd. II. §. 807 ff.



manns<sup>1)</sup> über das Magnetisieren erklärt, in welcher er gezeigt hat, daß wenn man eine Stahlnadel durch einen Strom von gewisser Stärke magnetisiert hat, ein entgegengesetzter Strom gleicher Stärke die Nadel nicht nur entmagnetisiert, sondern sogar schon entgegengesetzt magnetisiert.

Riess hat die Existenz der Nebenströme dann in folgender Weise direkt durch das Luftthermometer nachgewiesen.

Eine Drahtspirale von 111 Windungen eines 1,3 mm dicken, 2,5 m langen Kupferdrahtes wurde in eine Glasröhre gesteckt und darauf die Glasröhre in 107 Windungen mit einem fünf Meter langen Kupferdraht umwickelt, dessen Enden mit einem Luftthermometer verbunden waren. Jede Entladung der Batterie durch den inneren Draht brachte in dem Thermometer eine Temperaturerhöhung hervor.

Wurde an die Stelle des Thermometers eine Magnetisierungsspirale eingeschaltet, so konnten Nähnadeln magnetisiert werden.

Die physiologischen Wirkungen der Induktionsströme konnten am besten mit Induktionsscheiben erhalten werden. Dieselben bestehen aus Scheiben von trockenem Holze, in welche auf der einen Seite entweder Spiralen (Fig. 279) oder eine Anzahl konzentrischer Kreise eingeschnitten sind, welche durch Furchen mit einander verbunden sind. Der Mittel-

Fig. 279.



punkt der Scheibe ist durchbohrt und der Anfang des in die Kreise gelegten Drahtes, sowie auch das Ende durch die Scheibe hindurchgesteckt und auf der hinteren Seite durch Klemmschrauben befestigt.

Um zwei ganz gleiche Scheiben derart, deren Drahtwindungen genau parallel sind, zu erhalten, schwärzt man die Drahtwindungen der fertigen Scheibe mit Kohle und drückt sie dann auf einer zweiten Scheibe ab.

Zwei solcher Scheiben stellt man einander gegenüber, indem man entweder eine auf die andere legt mit zugewandten Drähten und durch eine Glasscheibe von einander getrennt, oder indem man die Scheiben vertikal an Glasfüßen befestigt. Mit zwei solchen Scheiben, welche 5,4 cm von einander entfernt waren, erhielt Riess schon sehr unangenehme Schläge, wenn die Nebenspirale mit Handhaben versehen durch den Körper

1) Wiedemann, Poggend. Ann. Bd. C u. CVI.

schlossen und durch die induzierende Spirale die Elektrizitätsmenge sechs (Kugeln der Malsflasche 1,3 mm entfernt) aus vier Flaschen entladen wurde.

Die quantitativen Gesetze des Nebenstromes hat Riess hauptsächlich durch das Luftthermometer studiert. Es ergab sich, daß der Nebenstrom unter sonst gleichen Umständen mit der Stärke der Ladung nach demselben Gesetze zunimmt wie der Hauptstrom; die Erwärmung im Thermometer war dem Produkte aus der entladenen Elektrizitätsmenge in die Dichtigkeit derselben proportional. Der Nebenstrom ist also der Stärke des Hauptstromes proportional.

Ebenso fand Riess, daß die in der Nebenspirale bewegte Elektrizitätsmenge der Windungszahl der Hauptspirale proportional und daß sie von der Drahtdicke und der Substanz der Nebenspirale, dem Verzögerungswerte derselben unabhängig ist.

Die quantitativen Gesetze der Induktion sind also für reibungselektrische Ströme dieselben wie für galvanische Ströme.

Die Magnetisierung durch den Nebenstrom ist ebenfalls von Riess genauer untersucht worden<sup>1)</sup>, indes läßt sich in derselben nichts Gesetzmäßiges erkennen; es würde von Interesse sein, dieselbe nach den Untersuchungen Feddersens und v. Lipharts wieder aufzunehmen, vielleicht daß sich dann gerade mit Hilfe dieser Wirkung der Nebenstrom genauer studieren ließe. Denn nach den Untersuchungen Feddersens, welcher den Hauptstrom in eine Menge oscillierender Ströme zerlegt hat, muß der Induktionsstrom des Entladungsschlages ein äußerst kompliziertes Phänomen sein, er muß aus einer ganzen Reihe hin- und hergehender Ströme bestehen.

Chemische Wirkungen lassen sich durch diese Induktionsströme nicht erhalten, es gelingt aber, wenn man in den Stromkreis des Induktionsstromes eine Luftstrecke einschaltet, indem auch hier nur der Öffnungsstrom zustande kommt; legt man die Enden der Induktionsspirale dann auf mit Jodkalium befeuchtetes Papier, so tritt Ausscheidung von Jod ein<sup>2)</sup>.

### §. 143.

**Unipolare Induktion.** Bei den bisher betrachteten Erscheinungen der Magnetoinduktion wurden Ströme induziert, wenn der Magnetismus erregt oder geschwächt, und wenn den Leitern Magnete genähert oder von ihnen entfernt wurden, wenn also allgemein gesprochen in Bezug auf den Leiter die Magnetkraft verstärkt oder geschwächt wird.

Eine allgemeine Anwendung des Lenzschen Gesetzes ergibt unter gewissen Bedingungen indes auch Induktionsströme durch Magnete, wenn das nicht der Fall ist, wenn die Magnetkraft in Bezug auf die Leiter sich nicht ändert; es muß danach nämlich in allen Fällen durch mechanische Bewegung eines Magnets in der Nähe eines Leiters ein Strom erregt werden, wenn ein den Leiter durchfließender Strom dem Magnete eine entgegengesetzte Bewegung erteilen würde. Es muß demnach auch durch

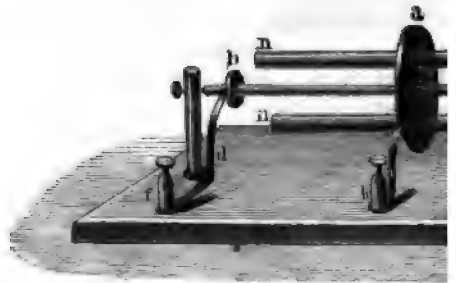
1) Riess, Poggend. Ann. Bd. XLVII. Reibungselektricität. Bd II. §. 835 ff.

2) Die im zweiten Abschnitte ausführlicher besprochenen oscillierenden Entladungen der Batterien können ebenfalls als Induktionserscheinungen aufgefaßt werden und zwar als die durch die Entladungen bedingten Extrastrome.

Bewegungen, welche man den Magneten in raschen Rotationen erteilt, in Leitern, welche ihnen derartige Rotationen hervorbringen, einleiten. In der That lassen sich diese Induktionsströme, die in §. 125 betrachteten Rotationen mechanisch erzeugen (Faraday<sup>1)</sup>, W. Weber<sup>2)</sup> und Plücker<sup>3)</sup> ausführlich beschreiben).

Einen sehr hübschen Apparat, welcher Fig. 240 beschriebenen Versuches bietet, ungenau angegeben hat, beschreibt Wiedemann<sup>4)</sup>.

Fig. 240.



werden der metallischen Axe  $bc$  parallel in eine Rinne, welche auf die Axe  $bc$  aufgesetzt ist. Auf dieser Rinne zwei kleine Metallscheiben  $b$  und  $c$ , auf welchen die Federn  $f$  und  $g$  verbundenen Federn schleifen; eine dritte, ebenfalls verbundene Feder schleift auf dem Rande der Scheibe  $k$  gelegten Schnurlauf und mit ihr die Magnete in rasche Rotation versetzen. Die Federn  $f$  oder  $g$  und  $h$  mit einem Galvanometer abgelenkt, ein Beweis, daß durch die Bewegung der Magnete in den Stromkreisen ein Strom induziert wird. Die Magnete sind sich unmittelbar aus dem Lenzschen Gesetz ableiten und drehen sich, von wie der Zeiger einer Uhr, so fließt der Strom, da ein solcher Strom die Magnete in die Richtung drehen würde. Daraus ergibt sich auch, wenn das Galvanometer verbunden, so entsteht kein Strom, da nach dem Lenzschen Gesetze schon aus den §§. 124

W. Weber hat besonders die zuerst von Faraday untersuchte, welche eintritt, wenn ein

1) Faraday, Experimental researches. Ser.

2) W. Weber, Resultate aus den Beobachtungen über die Induktion im Jahre 1837.

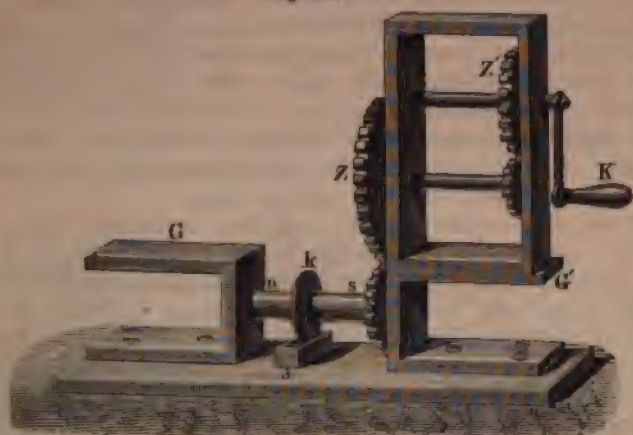
3) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.

4) Wiedemann, Galvanismus. 2. Aufl. Bd.



gedreht wird. Den von ihm benutzten Apparat zeigt Fig. 281. Ein cylindrischer Magnet *ns* ist horizontal zwischen den beiden Stahlgabeln *G*, *G'* drehbar befestigt; es sind zu dem Ende auf seine Endflächen Spitzen aufgesetzt, welche in Vertiefungen der Gabeln liegen. Auf dem

Fig. 281.



Magnete ist nahe seinem einen Ende ein Zahnrad befestigt, in dessen Zähne die Zähne des großen Rades *Z* eingreifen. Dieses Rad sitzt auf einer gezähnten Axe, in welche die Zähne des Rades *Z'*, welches durch die Kurbel *K* gedreht wird, eingreifen. Auf den Magnet ist ferner eine Kupferscheibe *k* aufgesetzt, welche in das Quecksilber der Rinne *a* taucht. Wird der Magnet in rasche Rotation versetzt, und die Gabel *G* und das Quecksilber mit einem Galvanometer in Verbindung gesetzt, so durchläuft dasselbe ein Strom. Dasselbe geschieht, wenn man *G* und *a* mit dem Galvanometer verbindet, nicht aber, wenn *G* und *G'* mit demselben leitend verbunden sind.

Wie man sieht ist dieser Versuch unmittelbar die Umkehr des in Fig. 242 §. 125 beschriebenen Versuches; die Richtung des Stromes ergibt sich daher nach dem Lenzschen Gesetz folgendermaßen. Ist *n* der Nordpol und fließt ein Strom von *G* nach *a*, so wird durch die nicht mit dem Magnet fest verbundenen Stromteile der Magnet von *G* aus gesehen wie der Zeiger einer Uhr gedreht; wird daher der Magnet durch mechanische Mittel, von *G* aus gesehen, wie der Zeiger einer Uhr gedreht, so wird in den nicht mit dem Magnet fest verbundenen Stromteilen ein Strom induziert, welcher durch den Magnet von *a* nach *G* fließt. Daraus ergeben sich die anderen Fälle von selbst.

Diese Induktionserscheinungen, welche man nach Weber die unipolare Induktion nennt, kommen nur zustande, wenn die Enden des mit dem Magnete nicht fest verbundenen Stromteiles so liegen, daß die von den Magnetpolen zu ihnen gezogenen Linien mit der Magnetaxe verschiedene Winkel bilden, daß also nach der Bezeichnung des §. 125 S. 896

$$cm [(\cos \vartheta_2 - \cos \vartheta_1) - (\cos \eta_2 - \cos \eta_1)]$$



von null verschieden ist. Es entsteht daher nur ein Strom, aber auch immer dann, wenn das nicht mit dem Magnete fest verbundene Leiterstück so endigt, daß durch die Wechselwirkung desselben mit dem Magnetpole, wenn es von einem Strome durchflossen wird, Leiter und Magnet sich gegenseitig ein Drehungsmoment erteilen, welches den einen um den anderen, oder um eine dazwischenliegende Drehungsaxe dreht.

Die unipolare Induktion durch Rotation des Magnets um seine eigene Axe ergiebt sich nach diesem Princip, wie die Rotation des Magnets um seine Axe durch einen Strom, am besten, wenn wir den Magnet als ein Bündel von Linearmagneten betrachten. Die Pole dieser Linearmagnete induzieren dann bei der Rotation in derselben Weise in dem nicht mit dem Magnete fest verbundenen Leiterteile einen Strom, wie wenn ein Magnet um eine außer ihm liegende Axe gedreht wird.

Nach der Ampèreschen Theorie und dem Lenzschen Gesetze ist also der Sitz der elektromotorischen Kraft bei all diesen Induktionen in dem mit dem Magnete nicht fest verbundenen Leiterstücke zu suchen, gerade wie bei den Rotationen die Ursache der Bewegung in dem nicht mit dem Magnete fest verbundenen Stromteile liegt.

Eine ganz andere Anschauung von der Ursache der Induktion oder vielmehr, um es richtiger auszudrücken, von dem Sitze der elektromotorischen Kraft bei diesen Strömen, vertritt Plücker<sup>1)</sup>. Dieselbe beruht auf einer direkten Anwendung des Biot-Savartschen Gesetzes, deren wir damals nicht erwähnt haben, und von der wir nur bemerken, daß nach derselben ein Magnetpol nicht unmittelbar durch einen Solenoidpol ersetzt werden kann. Während nach der Ampèreschen Theorie die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelemente dieselbe ist, wie zwischen einem Solenoidpole und dem Elemente, also die auf der durch das Element und die Verbindungslinie von Pol und Element senkrecht wirkende Kraft die Resultierende ist aus den Anziehungen und Abstosungen, welche die einzelnen Stromelemente des Solenoids auf das betrachtete Stromelement ausüben, ist bei dieser Anwendung des Biot-Savartschen Gesetzes die Wirkung zwischen Magnetpol und Stromelement unmittelbar einem Kräftepaar gleich zu setzen, dessen Ebene senkrecht zur Ebene des Elements ist und durch die Verbindungslinie von Pol und Element geht. Während nach der ersten Theorie zwischen einem Magnetpole und mit ihm starr verbundenen Elemente keine Wechselwirkung stattfinden kann, weil durch die starre Verbindung den elementaren Anziehungen und Abstosungen das Gleichgewicht gehalten wird, werden nach der letzteren Theorie ein Stromelement und ein mit demselben festverbundener Magnetpol, welche sich im übrigen frei bewegen können, um einander rotieren. Die bewegende Kraft hat daher nach dieser Anschauungsweise bei den elektromagnetischen Bewegungen in dem Magnete und den mit demselben festverbundenen Leiterteilen ihren Sitz<sup>2)</sup>. Ganz ebenso ist auch der Sitz der elektromotorischen Kraft bei den zuletzt betrachteten Induktionserscheinungen nicht in den festen Leiterteilen, sondern in den mit dem Magnet bewegten, also bei der Drehung des

1) Plücker, Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.

2) Beer, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

**Magnets** um seine eigene **Axe** in dem **Magnet** selbst zu suchen. Wenn ein **Magnet** um seine eigene **Axe** sich dreht, so werden hiernach die beiden **Elektricitäten** in demselben geschieden; ist der **Magnet** isoliert, so befindet sich die eine **Elektricitätsart** in den **Polen**, die andere auf der **Indifferenzzone**; wird ein **Pol** mit der **Indifferenzzone** leitend verbunden, so gleichen sich in der **Leitung** die **Elektricitäten** aus<sup>1)</sup>).

Wie man sieht liegt hierin eine **Methode**, um die beiden **Theorien** **experimentell** zu entscheiden; denn nach der einen muß ein **rotierender Magnet** **Spannungselektricität** an seinen **Polen** und in seiner **Mitte** zeigen, wenn er **isoliert** rotiert; nach der anderen **Theorie** darf das nicht der **Fall** sein. Es ist indes bis jetzt noch kein **Versuch** darüber angestellt worden, ob diese **Spannungselektricität** vorhanden ist oder nicht<sup>2)</sup>).

### §. 144.

**Induktion durch den Erdmagnetismus.** Wie wir im §. 139 sahen, wird durch die rasche **Drehung** eines **Stromkreises** in der Nähe eines **Magnets** in dem **Kreise** ein **Strom** induziert; diese **Induktion** ergab sich aus dem **Lenzschen Gesetze**, da ein **Stromkreis**, welcher der **magnetischen Axe** des **Magnets** **parallel** ist, durch den **Einfluß** des **Magnets** so **gedreht** wird, daß seine **Ebene** zur **magnetischen Axe** **senkrecht** steht. Da nun ein **Kreisstrom** ebenfalls durch den **Magnetismus** der **Erde** **gerichtet** wird, so muß auch durch **Drehung** eines **Stromkreises** um eine in seiner **Ebene** liegende **Drehungsaxe** allein durch den **Magnetismus** der **Erde** ein **Strom** induziert werden können. Denken wir uns einen **Kreisstrom** um eine **horizontale**, zur **Ebene** des **magnetischen Meridians** **senkrechte Axe** drehbar, so wird sich dieser **Kreis** so stellen, daß jene **Ebene** zur **Richtung** der **Inklination** **senkrecht** ist, und daß von oben her gesehen der **Strom** wie der **Zeiger** einer **Uhr** kreist. Kreist der **Strom** umgekehrt, so befindet sich der **Stromkreis** in der **labilen Gleichgewichtslage**, und der geringste **Anstoß** wird bewirken, daß sich der **Stromkreis** um  $180^\circ$  dreht. Wenn man daher einen solchen **Stromkreis** **senkrecht** zur **Richtung** der **Inklinationsnadel** hält, und ihn dann um seinen **horizontalen** zur **Meridianebene** **senkrechten Durchmesser** um  $180^\circ$  dreht, so muß ein **Strom** induziert werden, welcher der eben angegebenen **Richtung** entgegengesetzt ist.

Auch dieser **Fall** der **Induktion** ist zuerst von **Faraday**<sup>3)</sup> beobachtet worden. Eine **Spirale**, deren **Enden** mit den **Leitungsdrähten** eines **Galvanometers** verbunden waren, wurde so gehalten, daß ihre **Längsrichtung** mit der **Richtung** der **Inklinationsnadel** zusammenfiel, und dann um  $180^\circ$  gedreht; die **Nadel** des **Galvanometers** wurde abgelenkt. Durch **Multiplikation**, indem die **Spirale** jedesmal aus ihrer **augenblicklichen Lage** wieder um  $180^\circ$  gedreht wurde, wenn die **Nadel** nach der ersten **Ablenkung**

1) Plücker, a. a. O.

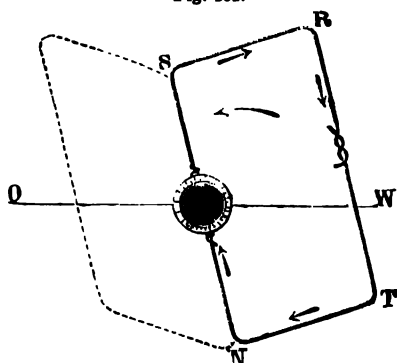
2) Beer, a. a. O. Man sehe auch die Abhandlungen von Riecke, Wiedem. Ann. Bd. I und Bd. XI, in welch letzterer Riecke zu dem Schlusse gelangt, daß bei vollständiger Durchführung beide Theorien zu dem gleichen Resultat führen; ferner Lorberg, Poggend. Ann. Erg.-Bd. VIII. S. 581.

3) Faraday, Experimental researches Ser. II. art. 148 u. 171 ff. Poggend. Ann. Bd. XXV.

wieder zur Gleichgewichtslage zurückgekehrt war, konnte die Nadel so in Schwingungen von  $80^\circ$ — $90^\circ$  versetzt werden.

Noch in einer anderen sehr einfachen Weise hat Faraday die Induktion durch den Erdmagnetismus gezeigt. Ein etwa 2 m langer Kupferdraht wurde mit seinen Enden an die Enden der Galvanometerdrähte befestigt und dann (Fig. 282) in Form eines Rechtecks *NTRS* über dem

Fig. 282.



Galvanometer gebogen. Wurde das Rechteck, dessen untere Seite *NS* dem magnetischen Meridiane parallel war, schnell von der Rechten zur Linken, von *W* nach *O* bewegt, so zeigte die Ablenkung der Galvanometernadel einen Strom an, welcher in der Richtung der Pfeile das Rechteck umkreiste, also unten von Norden nach Süden ging. Diese Stromrichtung ist mit dem Lenzschen Gesetze in Übereinstimmung, denn das von einem solchen Strom durchflossene Rechteck würde durch die Vertikalkomponente des Erdmagnetismus in entgegengesetzter Richtung gedreht.

Sehr viel kräftigere Induktionsströme erhält man, wenn man zugleich den Magnetismus der Lage benutzt; ja schon allein durch denselben werden die Induktionsströme unter sonst gleichen Umständen um vieles kräftiger. Faraday steckte in die vorhin erwähnte Spirale ein Stück weichen Eisens und kehrte den Cylinder in der angegebenen Weise um; bei dreimaliger Wiederholung des Umkehrens beschrieb die Nadel bei ihren Schwingungen einen Halbkreis. Ein nicht viel schwächerer Strom wurde erhalten, als ein weicher Eisencylinder rasch in die der Induktionsrichtung parallele Spirale hineingestoßen wurde; durch mehrmaliges den Schwingungsphasen entsprechendes Einschieben und Ausziehen konnte auch so die Nadel in Schwingungen von  $180^\circ$  versetzt werden<sup>1)</sup>.

Palmieri und Santi Linari<sup>2)</sup> haben später durch Anwendung mehrerer mit weichen Eisencylindern versehenen und mit einander verbundener Spiralen so kräftige Ströme erhalten, daß sie mit denselben Wasser versetzen und die physiologischen Wirkungen der Induktionsströme nachweisen konnten.

Eine sehr interessante Anwendung von der Induktion durch den Erdmagnetismus hat W. Weber gemacht, nämlich die Bestimmung der Inklination<sup>3)</sup>. Das Princip der Methode ist folgendes. Stellt man einen kreisförmigen, um eine horizontale, in seiner Ebene liegende, zur Ebene des Meridians parallele Axe drehbaren Leiter horizontal, und dreht ihn dann um  $180^\circ$ , so wird durch die vertikale Komponente des Erdmagnetismus

1) Faraday, n. a. O. art. 140 ff. Nobili und Antinori, Poggend. Ann. Bd. XXIV.

2) Palmieri und Santi Linari, Poggend. Ann. Bd. LIX, Bd. LXII.

3) W. Weber, Poggend. Ann. Bd. XC.

in ihm ein Strom induziert, dessen Stärke der vertikalen Komponente des Erdmagnetismus proportional ist. Ist demnach  $T$  die totale Intensität des Erdmagnetismus und  $\varphi$  der Inklinationwinkel, so ist

$$J = a T \sin \varphi,$$

worin  $a$  eine von den Dimensionen des Leiters abhängige Konstante ist, welche die Stärke des durch die Einheit des Magnetismus in dem Leiter erregten Stromes bedeutet.

Wird derselbe Leiter senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridianes um eine vertikale Axe drehbar aufgestellt und rasch um  $180^\circ$  gedreht, bis er also wieder zum Meridiane senkrecht ist, so wird in dem Leiter ein Strom induziert, dessen Stärke ganz ebenso der horizontalen Komponente des Erdmagnetismus proportional, also gegeben ist durch

$$J' = a T \cos \varphi.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{J}{J'} = \tan \varphi,$$

die Tangente des Inklinationswinkels ist dem Quotienten der durch die vertikale und die horizontale Komponente des Erdmagnetismus induzierten Ströme gleich.

Diese Methode ist viel genauer als die Bestimmung der Inklination durch Bussolen, und um so genauer, da jede einzelne Bestimmung eine viel kürzere Zeit in Anspruch nimmt, man also die Inklination für einen bestimmten Zeitpunkt zu bestimmen imstande ist. Die einzige Schwierigkeit derselben liegt in der geringen Intensität der Induktionsströme, wodurch ein kleiner, bei der Bestimmung derselben begangener Fehler auf das Resultat schon von bedeutendem Einfluß ist. Man muß deshalb zur Erlangung der größten Genauigkeit den Induktionsstrom möglichst verstärken und zugleich den Meßapparat so einrichten, daß er schwache, sehr rasch verlaufende Ströme genau zu messen gestattet.

Um ersteres zu erreichen, wand Weber um eine hölzerne Rolle von 718,3 mm Durchmesser und 120,05 mm Breite einen mit Baumwolle übersponnenen und mit Guttapercha überzogenen Kupferdraht von 542,296 m Länge, dessen Gewicht 19,820 kg betrug. Ein Stück von 1 mm Länge wiegt hiernach 36,55 mg, das spezifische Gewicht des Kupfers betrug 8,8178, so daß der Querschnitt des Drahtes im Mittel 4,145 qmm war. Der Draht bildete 605 Umwindungen in 18 Lagen. Die Rolle konnte in einem starken hölzernen Rahmen so aufgestellt werden, daß die der Ebene der Windungen parallele Umdrehungsaxe genau horizontal oder genau vertikal war. Die Ebene der Windungen war im ersten Falle genau horizontal, im andern genau vertikal und senkrecht zur Ebene des Meridianes. Mittels eines Schnurlaufs konnte sie rasch um genau  $180^\circ$  gedreht werden.

Die Enden des Drahtes waren mit einer Multiplikatorrolle in Verbindung, welche den Magnetstab eines Magnetometers umgab; diese Rolle bestand aus zwei Kupferdrähten, jeder von 992,656 m Länge, welche jeder in 25 Lagen und 779 Windungen um einen Cylinder von 1,0274 m Durchmesser gewunden waren; das Gesamtgewicht dieser Drahtmasse war



Stromkreis während der ganzen Bewegung ablenkend auf die Nadel wirkt, und zwar bei jeder Umdrehung mit derselben Kraft. Die abgelenkte Nadel wird im Gleichgewicht sein, wenn die ablenkende Kraft des von der vertikalen Komponente induzierten Induktionsstromes gleich ist der Kraft, mit welcher die horizontale Komponente die Nadel in den Meridian zurückzieht. Bedeutet  $M$  den Magnetismus der Nadel,  $T$  die totale Intensität des Erdmagnetismus, so ist die Kraft, mit welcher die Nadel in der abgelenkten Lage, in der sie mit dem Meridian den Winkel  $v$  bildet, gehalten wird,

$$a M T \sin \varphi \cos v,$$

worin  $a$  eine von den Dimensionen und der Beschaffenheit des Leiters, sowie von der Geschwindigkeit der Drehung abhängige Konstante ist. Die die Nadel in den Meridian zurückziehende Kraft ist

$$M T \cos \varphi \sin v,$$

somit

$$\tan v = a \tan \varphi.$$

Ist demnach  $\varphi$  an einem Orte bestimmt, so läßt sich für einen bestimmten Apparat und für eine bestimmte Drehungsgeschwindigkeit die Konstante  $a$  bestimmen, und damit ist man imstande mit dem gegebenen Instrumente an allen Orten die Inklination zu bestimmen.

Zur Ausführung des Apparates wandte Weber einen Kupferring an, welcher mit einer horizontalen Axe versehen war; die Axe bestand aus zwei Teilen, der eine war an dem Ringe fest und durch ein an diesem angreifendes Getriebe wurde der Ring gedreht; der andere Teil, auf welchem sich der Ring drehte, war bis zur Mitte des Ringes verlängert und trug dort die Busssole.

Für die Konstante  $a$  ergab sich aus den Versuchen, daß sie der Umdrehungsgeschwindigkeit proportional war.

Der Apparat ist besonders geeignet, um an Stelle von Lamonts Reise-theodolit die Inklination mit großer Schnelligkeit und bei hinreichender Vorsicht auch mit Genauigkeit an verschiedenen Orten zu bestimmen.

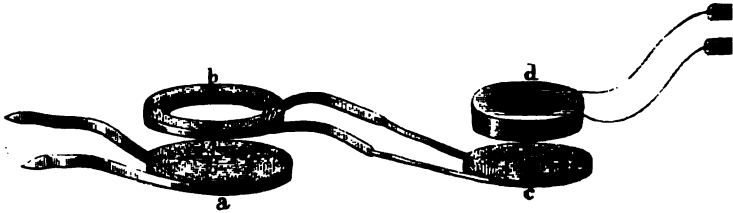
### §. 145.

**Induktionsströme höherer Ordnung.** Im §. 142 haben wir nachgewiesen, daß auch der Entladungsschlag der Leydener Batterie einen Strom induziert; dadurch ist es wahrscheinlich gemacht, daß auch die Induktionsströme selbst wieder auf geschlossene Leiter induzierend wirken und so neue Induktionsströme erregen können. Henry<sup>1)</sup> hat diese Ströme nachgewiesen, indem er eine Anzahl Spiralen von bandförmigem Kupferblech und flache Drahtspiralen nach Art der Fig. 283 gegen einander gruppierte. Durch die Spirale  $a$  wurde der primäre, induzierende Strom geleitet; derselbe induzierte in der Spirale  $b$  und der mit derselben verbundenen Spirale  $c$  einen Schließungsstrom, und durch diesen wird wieder in der Spirale  $d$  ein Strom induziert, der am einfachsten durch die Erschütterung nachgewiesen wird, welche er dem Körper erteilt, wenn

1) Henry, Poggend. Ann. Ergänzungsband I. Bd. LIV.

man durch Festhalten der Handhaben den Stromkreis mit dem schließt. Henry nennt den durch den primären Strom erregten Induktionsstrom einen Strom zweiter Ordnung, und die durch diesen erregten solche dritter Ordnung.

Fig. 283.



Durch Vervielfältigung der Spiralen in ähnlicher Anordnung wurden noch Ströme vierter und fünfter Ordnung erhalten, und in ähnlicher Weise durch die physiologischen Wirkungen nachgewiesen.

Die Ströme höherer Ordnung können ebensowenig als die durch den Entladungsschlag der Batterie erhaltenen Induktionsströme einfach sein, der Strom dritter Ordnung muß doppelt, der vierten Ordnung muß vier hin- und hergehenden, und der Strom fünfter Ordnung aus acht solchen Strömen bestehen. Es ergibt sich das unmittelbar aus einer direkten Anwendung des ersten Gesetzes der Induktion. Der Strom zweiter Ordnung erzeugt bei seinem Entstehen und bei seinem Verschwinden einen Strom dritter Ordnung, deren erster dem Strome zweiter Ordnung entgegen gesetzt gerichtet ist, während der zweite demselben gleichgerichtet ist. Jeder dieser Ströme dritter Ordnung erzeugt zwei Ströme vierter Ordnung. Die Richtungen dieser Ströme ergeben sich in derselben Weise, wenn wir die Richtung des primären Stromes positiv, so erhalten wir für die Induktionsströme folgendes Schema:

	beim Schließen	beim Öffnen
primäre Ströme	+	+
Ströme II. Ordnung	-	+
„ III. „	+ -	- +
„ IV. „	- + + -	+ - - +
„ V. „	+ - - + - + + -	- + + - + - -

Die einzelnen Ströme höherer Ordnung nachzuweisen, ist nicht möglich; es läßt sich aber auf verschiedene Weise zeigen, daß sie That aus hin- und herlaufenden Strömen bestehen. Leitet man z. B. Ströme durch ein Galvanometer, so findet keine Ablenkung der Nadel statt, wenn die Nadel sich in der Gleichgewichtslage befindet; ist die Nadel abgelenkt, so wird die Ablenkung vergrößert, nach der Seite sie auch abgelenkt ist!). Daraus folgt mit Sicherheit, daß das Galvanometer abwechselnd gerichtete Ströme gehen, denn die Vergrößerung der Ablenkung ist Folge einer temporären Magnetisierung.

1) Abria, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. VII.

Galvanometernadel, welche sie in jeder abgelenkten Lage erhält, und er giebt sich folgendermaßen. Sei das ursprüngliche Moment der Nadel gleich  $M$ , und die Intensität der Ströme  $+J$ , wenn sie die Ablenkung der Nadel zu vergrößern,  $-J$ , wenn sie dieselbe zu verkleinern streben. Der Strom  $J$  erzeuge in der Nadel das Moment  $m$ . Der Strom, der die Ablenkung der Nadel zu vergrößern strebt, verstärkt dann auch das Moment  $M$  der Nadel um  $m$ , so daß das Moment der Nadel  $M + m$  und die ablenkende Kraft  $cJ(M + m)$  wird. Der Strom  $-J$  schwächt das Moment der Nadel um dieselbe Gröfse, er verwandelt es in  $M - m$ , die ablenkende Kraft dieses Stromes wird daher  $-cJ(M - m)$ . Die Differenz dieser beiden Kräfte

$$2cJm$$

vergrößert daher unter allen Umständen die Ablenkung der Nadel<sup>1)</sup>.

Ebenso läßt sich der Nachweis durch ein Voltameter führen; denn leitet man z. B. die Ströme III. Ordnung durch ein solches, dessen Elektroden aus Wollastonschen Spitzen bestehen, so entwickelt sich an beiden Elektroden Knallgas, und es tritt keine Polarisation derselben ein. Das ist nach Versuchen von Verdet<sup>2)</sup> selbst der Fall, wenn man bei häufiger Unterbrechung des primären Stromes mit Hilfe eines Disjunktors in der Induktionsspirale für die Ströme II. Ordnung nur den Öffnungs- oder Schließungsstrom zustande kommen läßt. Dadurch ist also bewiesen, daß jeder einzelne Induktionsstrom zwei abwechselnd gerichtete Induktionsströme induziert, wodurch dann obiges Schema gerechtfertigt ist<sup>3)</sup>.

### §. 146.

**Theorie der Induktion von F. E. Neumann.** Eine Theorie der elektrischen Induktion in linearen Leitern kann in doppelter Weise erhalten werden; nach der einen sucht man gestützt auf die Grunderscheinungen der Induktion, also besonders auf das Gesetz von Lenz, welches dieselben experimentell zusammenfaßt, einen allgemeinen Grundsatz, aus welchem man dann durch mathematische Deduktionen die einzelnen Fälle der Induktion ableiten und die Intensität der Ströme in jedem Falle berechnen kann. Der andere Weg geht einen Schritt weiter zurück; auf diesem sucht man selbst die ersten Thatsachen der Induktion, welche der eben angedeutete Weg zum Ausgangspunkte nimmt, aus den Gesetzen der elektrischen Anziehung und Abstofsung zu erklären, und weiter aus diesem Gesetze selbst durch mathematische Entwicklungen die einzelnen Fälle der Induktion vollständig zu bestimmen. Beide Wege sind eingeschlagen worden; der erste von Neumann, der zweite von W. Weber; wir müssen uns hier darauf beschränken, die Grundzüge dieser Theorien anzudeuten.

Neumann<sup>4)</sup> geht in seiner mathematischen Theorie der induzierten

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. XLV. S. 349.

2) Verdet, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIX. Masson, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. LII.

3) Eine genauere Untersuchung der vier Ströme III. Ordnung hat Buff ausgeführt. Poggend. Ann. Bd. CXXXIV.

4) Neumann, Allgemeine Gesetze der induzierten elektrischen Ströme. Abhandlungen der Berliner Akademie 1845.



Ströme von der durch Bewegung der Leiter bewirkten Induktion aus, und legt seinen Betrachtungen aufser dem Satze von Lenz, den von Wehr experimentell bewiesenen Satz zu Grunde, daß die bei einer Bewegung stattfindende Induktion in jedem Augenblicke der Geschwindigkeit der Bewegung proportional sei.

Denken wir uns, daß ein Leiter  $A$  gegen einen von einem Strom durchflossenen Leiter  $B$  mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegt werde. Wie der Leiter  $A$  von einem Strome durchflossen, dessen Intensität wir der Einheit gleich setzen und dessen Richtung mit der des induzierten Stromes übereinstimmen soll, so würde die Längenseinheit des Leiters  $A$  der Längenseinheit des Leiters  $B$  infolge der elektrodynamischen Wechselwirkung zwischen beiden Leitern einen Bewegungsantrieb erteilen, dessen der augenblicklichen Bewegung des Leiters entgegengesetzte Komponente gleich  $\gamma$  sei. Zwei Elemente  $ds$  des Leiters  $A$ ,  $d\sigma$  des Leiters  $B$  würden sich demnach einen Antrieb

$$- \gamma ds d\sigma$$

erteilen, dem wir das negative Vorzeichen geben, um anzudeuten, daß dieser elektrodynamische Antrieb jenem, welcher der Richtung des induzierten Stromes entspricht, entgegengesetzt ist. Die GröÙe  $\gamma$  läßt sich nach den Gesetzen der Elektrodynamik aus der Lage der beiden Leiter berechnen.

Bezeichnen wir die in die Bewegungsrichtung des Elementes  $ds$  fallende elektrodynamische Wirkung des ganzen Stromes  $B$  auf die Längenseinheit des Leiters  $s$  dort wo das Element  $ds$  liegt mit  $C$ , so wird die elektrodynamische Wirkung des ganzen Stromes auf das Element  $ds$  gleich

$$- C ds.$$

Die durch die Bewegung des Leiters  $A$  in dem Elemente  $ds$  derselben induzierte elektromotorische Kraft setzt Neumann diesem elektrodynamischen Bewegungsantriebe proportional; da sie überdies der augenblicklichen Geschwindigkeit  $v$ , mit welcher das Element bewegt wird, proportional ist, so wird die auf das Element wirkende elektromotorische Kraft

$$E ds = - \epsilon v C ds,$$

worin  $\epsilon$  eine Konstante, die sogenannte Induktionskonstante ist. Da nach den vorliegenden Erfahrungen die elektromotorische Kraft der Induktion von der Beschaffenheit des induzierten Leiters unabhängig ist, so ist auch  $\epsilon$  davon unabhängig, es ist, wie Neumann sagt, eine universelle Konstante. Wodurch der Wert derselben bedingt ist, werden wir gleich sehen. Da in dem ganzen Leiter  $A$  erregte elektromotorische Kraft erhalten wir durch Summierung obiger für das Element  $ds$  erhaltenen elektromotorischen Kraft über den ganzen Leiter, also

$$\int E ds = - \epsilon \int v C ds.$$

Über ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie induzierter elektrischer Ströme. Abhandlungen der Berliner Akademie 1847.

Vorlesungen über elektrische Ströme, herausgegeben von Dr. K. Vonder Leupzig 1884.



welcher er von einem Strome nicht elektrodynamisch beeinflusst wird, in eine andere Lage denselben Strom induziert, wie wenn in der letztern Lage der Strom erst geschlossen wird, ist die unmittelbare experimentelle Bestätigung für die Richtigkeit dieser letztern Schlüsse.

Auch die Theorie des Extrastromes ist hiermit gegeben, es tritt einfach zur Bestimmung desselben an die Stelle des Potentials des Stromes auf den Leiter jenes des Stromes auf sich selbst. Entsteht ein Strom, so ist beim Beginne das Potential des Stromleiters auf sich selbst gleich null; ist der Strom entwickelt, so hat das Potential des Stromes auf sich selbst einen gewissen Wert, und hiermit berechnet sich der Integralstrom genau so wie die übrigen Induktionsströme.

Wir müssen uns hier damit begnügen, die Neumannsche Theorie so weit vorzuführen; Anwendungen auf die Berechnung einzelner Fälle können wir nicht geben, dieselben kommen immer auf die Auswertung von Potentialen heraus, welche, so einfach die Potentialformel ist, stets, selbst in den einfachsten Fällen, sehr komplizierte Rechnungen verlangen.

## §. 147.

**W. Webers Theorie der Induktion.** W. Weber<sup>1)</sup> leitet in seiner Theorie der Induktionserscheinungen, wie es vor ihm in einem Falle schon Fechner<sup>2)</sup> versucht hatte, die experimentelle Grundlage Neumanns aus dem von ihm aufgestellten elektrischen Grundgesetze ab, nach welchem die Wirkung zweier elektrischer Massen abhängt von ihrer Gröfse, ihrer Entfernung von einander, ihrer relativen Geschwindigkeit und ihrer relativen Beschleunigung. Nach der Bezeichnung des §. 119 ist die Wirkung zweier elektrischer Massen auf einander

$$w = \frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{a^2}{8} r \frac{dv}{dt} \right\}.$$

Der einfachste Fall der Induktion ist der, in welchem ein stromloser Leiter in der Nähe eines ruhenden Stromes bewegt wird; untersuchen wir die Wirkung zweier Elemente auf einander in diesem Falle. Die Länge derselben sei  $ds$ ,  $d\sigma$ ; in dem Stromelemente  $d\sigma$  befinden sich die Elektrizitätsmengen  $\pm e'd\sigma$  in entgegengesetzter gleich schneller Bewegung; in dem Elemente des bewegten Leiters befinden sich ebenfalls beide Elektrizitäten in gleicher Menge, seien dieselben  $\pm eds$ , so sind die vier auf einander einwirkenden elektrischen Massen

$$+e'd\sigma, \quad +eds, \quad -e'd\sigma, \quad -eds.$$

Die erste dieser Massen bewege sich mit der konstanten Geschwindigkeit  $+u'$  in der Richtung des Elementes  $d\sigma$ , welches mit der Verbindungslinie  $r$  der beiden Elemente den Winkel  $\vartheta'$  bilde; die Masse  $-e'd\sigma$  bewegt sich dann mit derselben Geschwindigkeit nach der entgegengesetzten Seite, sie hat also die Geschwindigkeit  $-u'$ . Die beiden andern elektrischen Massen werden zugleich mit dem sie tragenden Leiter fortbewegt, sie haben also dieselbe Geschwindigkeit  $+u$ , welche mit der

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen. Leipzig 1846.

2) Fechner, Poggend. Ann. Bd. LXIV.

Ströme von der durch Bewegung der Leiter bewirkten Induktion legt seinen Betrachtungen außer dem Satze von Lenz, den v experimentell bewiesenen Satz zu Grunde, daß die bei einer stattfindende Induktion in jedem Augenblicke der Geschwindigkeit proportional sei.

Denken wir uns, daß ein Leiter  $A$  gegen einen von einem durchflossenen Leiter  $B$  mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegt werde, der Leiter  $A$  von einem Strome durchflossen, dessen Intensität Einheit gleich setzen und dessen Richtung mit der des induzierten übereinstimmen soll, so würde die Längeneinheit des Leiters  $A$  der Einheit des Leiters  $B$  in Folge der elektrodynamischen Wechselwirkungen beiden Leitern einen Bewegungsantrieb erteilen, dessen blicklichen Bewegung des Leiters entgegengesetzte Komponente sei. Zwei Elemente  $ds$  des Leiters  $A$ ,  $d\sigma$  des Leiters  $B$  werden demnach einen Antrieb

$$- \gamma ds d\sigma$$

erteilen, dem wir das negative Vorzeichen geben, um anzudeuten, daß dieser elektrodynamische Antrieb jenem, welcher der Richtung des induzierten Stromes entspricht, entgegengesetzt ist. Die Größe  $\gamma$  wird nach den Gesetzen der Elektrodynamik aus der Lage der beiden berechnet.

Bezeichnen wir die in die Bewegungsrichtung des Leiters fallende elektrodynamische Wirkung des ganzen Stromes  $B$  auf die Einheit des Leiters  $s$  dort wo das Element  $ds$  liegt mit  $C$ , so ist die elektrodynamische Wirkung des ganzen Stromes auf das Element

$$- C ds.$$

Die durch die Bewegung des Leiters  $A$  in dem Elemente  $ds$  selbst induzierte elektromotorische Kraft setzt Neumann diesem dynamischen Bewegungsantriebe proportional; da sie überdies der blicklichen Geschwindigkeit  $v$ , mit welcher das Element bewegt wird, proportional ist, so wird die auf das Element wirkende elektromotorische

$$E ds = - \epsilon v C ds,$$

worin  $\epsilon$  eine Konstante, die sogenannte Induktionskonstante ist. In den vorliegenden Erfahrungen die elektromotorische Kraft der Induktion von der Beschaffenheit des induzierten Leiters unabhängig ist, so ist  $\epsilon$  davon unabhängig, es ist, wie Neumann sagt, eine universelle Konstante. Wodurch der Wert derselben bedingt ist, werden wir gleich sehen. In dem ganzen Leiter  $A$  erregte elektromotorische Kraft erhalten wir durch Summierung obiger für das Element  $ds$  erhaltenen elektromotorischen Kraft über den ganzen Leiter, also

$$\int E ds = - \epsilon \int v C ds.$$

Über ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie induzierter Ströme. Abhandlungen der Berliner Akademie 1847.

Vorlesungen über elektrische Ströme, herausgegeben von R. Neumann  
Leipzig 4.

Würde der Leiter  $A$  während der Zeiteinheit mit dieser Geschwindigkeit bewegt, so erhalten wir die Intensität des Induktionsstromes durch Anwendung des Ohmschen Gesetzes, indem wir die elektromotorische Kraft nach dem Widerstand  $L$  des Leiters dividieren, es wird

$$i = - \frac{\varepsilon v}{L} \int C ds.$$

In diesem Ausdrucke ist die Gröfse  $C$ , wie wir wissen, der Intensität  $i_1$  des induzierenden Stromes proportional, so dafs

$$\int C ds = Z i_1$$

gesetzt werden kann, wo  $Z$  eine Zahl ist, denn es ist, um  $Z$  zu erhalten, in dem Ampèreschen Gesetze die Konstante der Wirkung zweier Ströme die Stromstärke eins zu berechnen. Setzen wir das ein, so wird

$$i L = - \varepsilon v Z i_1$$

r

$$L = - \varepsilon Z \frac{i_1}{i} \cdot v.$$

In dieser Gleichung ist  $Z \frac{i_1}{i}$  eine Zahl,  $v$  eine Geschwindigkeit und ein Widerstand, man sieht, der Zahlenwert der Induktionskonstanten hängt ab von den gewählten Einheiten der Länge und der Zeit und des Widerstandes. Definieren wir die Induktionskonstante als einen reinen Zahlenwert, so ist damit eine bestimmte Definition des Widerstandes gegeben, er ist gleich dem Produkte einer Zahl in eine Geschwindigkeit. Setzen wir die Induktionskonstante gleich eins, so erhalten wir ein abgemessenes Mafß des Widerstandes, wie es W. Weber zuerst eingeführt hat. In der Zurückführung der Konstanten auf absolutes Mafß kommen wir auf dasselbe zurück.

Wird der Leiter  $A$  während der unendlich kleinen Zeit  $dt$  mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegt, so wird der in dieser Zeit induzierte Strom,  $p$ , die in dieser Zeit in Bewegung versetzte Elektrizität

$$D = - \frac{\varepsilon}{L} \int v dt C ds,$$

r setzen wir  $v dt = dw$ , da dieses Produkt das Wegeelement bedeutet,  $h$  welches der Leiter bewegt wird,

$$D = - \frac{\varepsilon}{L} \int C ds dw.$$

Der Strom  $D$ , welchen Neumann den Differentialstrom nennt, ist in einem bestimmten Momente der Bewegung in dem Leiter vorhanden. Strom, wie ihn W. Weber bei seinen Versuchen mit dem Elektromagnet beobachtete, aus denen er ableitete, dafs die in jedem Zeitmomente erregte elektromotorische Kraft der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung des induzierten Leiters proportional ist. Wäre der Induktionsstrom während einer mefsbaren Zeit konstant, so würde man denselben ebenfalls durch die Ablenkung einer Magnetnadel beobachten können, da diese auch die augenblickliche Stärke des sie ablenkenden

in der Nähe eines Stromes gegeben wäre und nun nicht der ganze Leiter bewegt würde, sondern nur das Stück  $AB$  von  $A_1B_1$  nach  $A_2B_2$  gebracht würde; oder auch, wenn  $ACB$  ein geschlossener Strom in der Nähe des Leiters wäre und nun in dem Strome der Teil  $AB$  von  $A_1B_1$  nach  $A_2B_2$  gebracht würde. Auch in diesem Falle ergibt sich auf ganz denselben Grundlagen, daß das Induktionsgesetz dasselbe ist. Das Potential des gegebenen Stromes etwa auf den Leiter  $A_1CB_1$  ist ein anderes als auf den Leiter  $A_2CB_2$ , den Leiter stets von der Einheit des Stromes durchflossen gedacht. Ist trotz der eingeschalteten neuen Leiterteile der Widerstand derselbe geblieben, so ist auch jetzt der Integralstrom

$$J = \varepsilon \frac{W_1 - W_0}{L};$$

ist aber der Widerstand geändert, derselbe also ebenso wie das Potential eine Funktion des von dem Leiterteil  $AB$  zurückgelegten Weges, so ist der Integralstrom

$$J = \varepsilon \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{L}.$$

Das Potential eines Stromes auf einen Leiter kann sich nicht durch Veränderung der gegenseitigen Lage beider ändern, sondern nur durch Änderung der Stromstärke. Da die früheren Entwicklungen zeigen, daß die elektromotorische Kraft der Induktion nur abhängig von der Änderung des Potentials des Stromes auf den Leiter, so werde auch in dem Falle einer Intensitätsänderung des Stromes die durch dieselbe im Leiter erzeugte elektromotorische Kraft dieser Änderung des Potentials proportional setzen müssen. Wird ein Leiter aus unendlicher Entfernung oder aus einer solchen Lage, in welcher das Potential des Stromes auf ihn gleich null ist, in eine Lage gebracht, in welcher das Potential  $W_1$  ist, so ist der Integralstrom

$$J = \varepsilon \frac{W_1}{L}.$$

Befinden sich Strom und Leiter in dieser letzteren Lage und ist der Strom gleich null, so ist auch dann das Potential gleich null, wächst der Strom von null bis zu einem solchen Werte  $i$ , daß das Potential auf den Leiter, denselben von der Stromstärke eins durchflossen gedacht,  $W_1$  wird, so muß auch dann der induzierte Integralstrom denselben

$$J = \varepsilon \frac{W_1}{L}$$

haben. Ist bei fester Lage von Strom und Leiter gegen einander der Strom vor Eintritt der Intensitätsänderung ein solcher, daß das Potential  $W_0$  ist und geht derselbe durch Änderung der Intensität in  $W_1$  über, so ist der induzierte Integralstrom

$$J = \varepsilon \frac{W_1 - W_0}{L}.$$

Die im §. 140 erwähnten Versuche von Felici, aus denen wir experimentell geschlossen, daß die Überführung eines Leiters aus einer



oder wenn wir voraussetzen, daß der Widerstand des Leiters  $L$  sich während der Bewegung nicht ändert, daß also der Leiter  $A$  während der ganzen Bewegung derselbe bleibt,

$$J = \varepsilon \frac{W_1 - W_0}{L}.$$

Der Integralstrom ist somit gleich dem Unterschiede der Potentiale des Stromes auf den bewegten Leiter, diesen von der Einheit des Stromes durchflossen gedacht in der Endlage und in der Anfangslage des Leiters multipliziert mit der Induktionskonstanten  $\varepsilon$  und dividiert durch den Widerstand des Leiters.

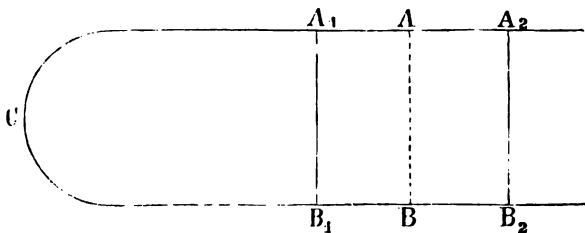
Einen Magnetpol können wir nach dem Früheren stets durch den im Endlichen liegenden Pol eines unendlichen Solenoides, dessen Fläche von einem Strome bestimmter Stärke umflossen wird, ersetzen oder auch einen vollständigen Magnet durch ein begrenztes Solenoid. Es folgt somit unmittelbar, daß obige Ausdrücke uns auch die durch Bewegung eines Leiters in der Nähe eines Magnetes induzierten Ströme liefern, es bedeuten dann  $W_1$  und  $W_0$  die in gleichen Maßen ausgedrückten Potentiale des Magnetes auf den Stromleiter.

Die im Differentialstrom oder auch im Integralstrom in Bewegung versetzte Elektrizität hängt hiernach nur von der Änderung des Potentials ab, sie ist unabhängig davon, auf welchem Wege und in welcher Zeit diese Änderung eingetreten ist. In gewissem Sinne hängt aber doch die Intensität des Induktionsstromes von der Zeit ab, in welcher die Änderung vor sich geht. Je kürzer die Zeit ist, in welcher die Änderung vor sich geht, in um so kürzerer Zeit fließt die durch die Änderung bewegte Elektrizitätsmenge durch den Leiter, der Quotient aus der bewegten Elektrizitätsmenge und der Zeit, welche uns bei fortdauerndem Strome die in der Zeiteinheit durch den Leiter fließende Elektrizitätsmenge, somit die Intensität des Stromes in dem frühern Sinne geben würde, wird um so größer. Bei allen Wirkungen des Stromes, welche nicht nur von der Menge der fließenden Elektrizität, sondern auch von der Zeit, in welcher sie abfließt, abhängen, wird demnach die Dauer der Induktion von Einfluß sein.

Ebenso, wie uns obige Gleichungen die Induktion in einem bewegten Leiter in der Nähe eines ruhenden Stromes oder Magnetes liefern, geben sie uns auch ohne weiteres die Induktion, wenn in der Nähe des ruhenden Leiters ein Strom oder ein Magnet bewegt wird.

Neumann untersucht außerdem noch im speciellen den Fall, daß ein Leiter nur zum Teil bewegt wird, welche er als die Bewegung eines Leiters mit Gleitstellen bezeichnet. Eine solche Induktion würde z. B. gegeben sein, wenn ein Leiter ACB

Fig. 284.



in der Nähe eines Stromes gegeben wäre und nun nicht der ganz bewegt würde, sondern nur das Stück  $AB$  von  $A_1B_1$  nach  $A_2B_2$  würde; oder auch, wenn  $ACB$  ein geschlossener Strom in der Nähe des Leiters wäre und nun in dem Strome der Teil  $AB$  von  $A_1B_1$  nachgebracht würde. Auch in diesem Falle ergibt sich auf ganz denselben Grundlagen, daß das Induktionsgesetz dasselbe ist. Das Potential des gegebenen Stromes etwa auf den Leiter  $A_1CB_1$  ist ein anderes als das Potential auf den Leiter  $A_2CB_2$ , den Leiter stets von der Einheit des Stromes durchflossen gedacht. Ist trotz der eingeschalteten neuen Leiterteile der Abstand derselbe geblieben, so ist auch jetzt der Integralstrom

$$J = \varepsilon \frac{W_1 - W_0}{L};$$

ist aber der Widerstand geändert, derselbe also ebenso wie das Potential eine Funktion des von dem Leiterteil  $AB$  zurückgelegten Weges, so ist der Integralstrom

$$J = \varepsilon \int_{w_0}^{w_1} \frac{dW}{L}.$$

Das Potential eines Stromes auf einen Leiter kann sich nicht durch Veränderung der gegenseitigen Lage beider ändern, sondern nur durch Änderung der Stromstärke. Da die früheren Entwicklungen zeigen, daß die elektromotorische Kraft der Induktion nur abhängt von der Änderung des Potentials des Stromes auf den Leiter, so wird auch in dem Falle einer Intensitätsänderung des Stromes die durch dieselbe im Leiter erzeugte elektromotorische Kraft dieser Änderung des Potentials proportional setzen müssen. Wird ein Leiter aus einer Entfernung oder aus einer solchen Lage, in welcher das Potential des Stromes auf ihn gleich null ist, in eine Lage gebracht, in welcher das Potential  $W_1$  ist, so ist der Integralstrom

$$J = \varepsilon \frac{W_1}{L}.$$

Befinden sich Strom und Leiter in dieser letzteren Lage und wird der Strom gleich null, so ist auch dann das Potential gleich null, was bei Eintritt des Stromes von null bis zu einem solchen Werte  $i$ , daß das Potential auf den Leiter, denselben von der Stromstärke eins durchflossen gedacht  $W_1$  wird, so muß auch dann der induzierte Integralstrom denselbe

$$J = \varepsilon \frac{W_1}{L}$$

haben. Ist bei fester Lage von Strom und Leiter gegen einen Strom vor Eintritt der Intensitätsänderung ein solcher, daß das Potential  $W_0$  ist und geht derselbe durch Änderung der Intensität in  $W_1$  über, so ist der induzierte Integralstrom

$$J = \varepsilon \frac{W_1 - W_0}{L}.$$

Die im §. 140 erwähnten Versuche von Felici, aus denen man schloß, daß die Überführung eines Leiters an

welcher er von einem Strome nicht elektrodynamisch beeinflusst wird, in eine andere Lage denselben Strom induziert, wie wenn in der letztern Lage der Strom erst geschlossen wird, ist die unmittelbare experimentelle Bestätigung für die Richtigkeit dieser letztern Schlüsse.

Auch die Theorie des Extrastromes ist hiermit gegeben, es tritt einfach zur Bestimmung desselben an die Stelle des Potentials des Stromes auf den Leiter jenes des Stromes auf sich selbst. Entsteht ein Strom, so ist beim Beginne das Potential des Stromleiters auf sich selbst gleich null; ist der Strom entwickelt, so hat das Potential des Stromes auf sich selbst einen gewissen Wert, und hiermit berechnet sich der Integralstrom genau so wie die übrigen Induktionsströme.

Wir müssen uns hier damit begnügen, die Neumannsche Theorie so weit vorzuführen; Anwendungen auf die Berechnung einzelner Fälle können wir nicht geben, dieselben kommen immer auf die Auswertung von Potentialen heraus, welche, so einfach die Potentialformel ist, stets, selbst in den einfachsten Fällen, sehr komplizierte Rechnungen verlangen.

## §. 147.

**W. Webers Theorie der Induktion.** W. Weber<sup>1)</sup> leitet in seiner Theorie der Induktionserscheinungen, wie es vor ihm in einem Falle schon Fechner<sup>2)</sup> versucht hatte, die experimentelle Grundlage Neumanns aus dem von ihm aufgestellten elektrischen Grundgesetze ab, nach welchem die Wirkung zweier elektrischer Massen abhängt von ihrer GröÙe, ihrer Entfernung von einander, ihrer relativen Geschwindigkeit und ihrer relativen Beschleunigung. Nach der Bezeichnung des §. 119 ist die Wirkung zweier elektrischer Massen auf einander

$$w = \frac{ee'}{r^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{a^2}{8} r \frac{dv}{dt} \right\}.$$

Der einfachste Fall der Induktion ist der, in welchem ein stromloser Leiter in der Nähe eines ruhenden Stromes bewegt wird; untersuchen wir die Wirkung zweier Elemente auf einander in diesem Falle. Die Länge derselben sei  $ds$ ,  $d\sigma$ ; in dem Stromelemente  $d\sigma$  befinden sich die Elektrizitätsmengen  $\pm e'd\sigma$  in entgegengesetzter gleich schneller Bewegung; in dem Elemente des bewegten Leiters befinden sich ebenfalls beide Elektrizitäten in gleicher Menge, seien dieselben  $\pm eds$ , so sind die vier auf einander einwirkenden elektrischen Massen

$$+ e'd\sigma, \quad + eds, \quad - e'd\sigma, \quad - eds.$$

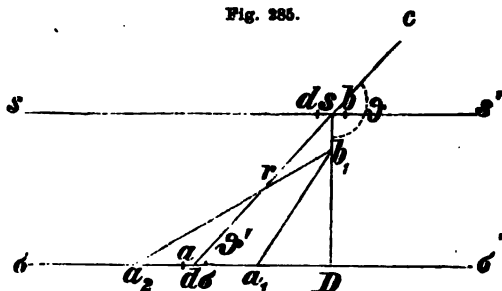
Die erste dieser Massen bewege sich mit der konstanten Geschwindigkeit  $+u'$  in der Richtung des Elementes  $d\sigma$ , welches mit der Verbindungslinie  $r$  der beiden Elemente den Winkel  $\vartheta'$  bilde; die Masse  $-e'd\sigma$  bewegt sich dann mit derselben Geschwindigkeit nach der entgegengesetzten Seite, sie hat also die Geschwindigkeit  $-u'$ . Die beiden andern elektrischen Massen werden zugleich mit dem sie tragenden Leiter fortbewegt, sie haben also dieselbe Geschwindigkeit  $+u$ , welche mit der

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen. Leipzig 1846.

2) Fechner, Poggend. Ann. Bd. LXIV.

über  $ds$  hinaus verlängerten Verbindungslinie  $r$  der beiden Elemente den Winkel  $\vartheta$  bilde; die durch die Richtung dieser Bewegung und  $r$  gelegte Ebene bilde mit der durch  $r$  und  $ds$  gelegten Ebene den Winkel  $\alpha$ . Ist also Fig. 285  $\sigma\sigma$  der ruhende,  $ss$  der bewegte Leiter,  $ds$  das Element des Stromes,  $ds$  das des Leiters, und wird  $ss$  parallel sich selbst  $\sigma\sigma$  nähert, so ist  $\epsilon'ab = \epsilon$ ,  $cbD = \vartheta$ , und der Winkel  $\alpha = 0$ , da die durch  $ds$  und  $r$  gelegte Ebene mit der durch  $r$  und  $ds$  gelegten zusammenfällt.

Fig. 285.



Die Anwendung des elektrischen Grundgesetzes giebt für die Wechselwirkung der vier Massen auf einander folgende allgemeine Ausdrücke

$$\begin{aligned}
 &+ e' \text{ auf } + e \dots + \frac{e' e ds ds}{r_1^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left( \frac{dr_1}{dt} \right)^2 + \frac{a^2}{8} r_1 \frac{dv_1}{dt} \right\} \\
 &- e' \text{ " } - e \dots + \frac{e' e ds ds}{r_2^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left( \frac{dr_2}{dt} \right)^2 + \frac{a^2}{8} r_2 \frac{dv_2}{dt} \right\} \\
 &+ e' \text{ " } - e \dots - \frac{e' e ds ds}{r_3^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left( \frac{dr_3}{dt} \right)^2 + \frac{a^2}{8} r_3 \frac{dv_3}{dt} \right\} \\
 &- e' \text{ " } + e \dots - \frac{e' e ds ds}{r_4^2} \left\{ 1 - \frac{a^2}{16} \left( \frac{dr_4}{dt} \right)^2 + \frac{a^2}{8} r_4 \frac{dv_4}{dt} \right\}
 \end{aligned}$$

in welchen die in dem betrachteten Augenblicke sämtlich gleichen  $r$ , die Verbindungslinien der vier Massen, mit verschiedenem Index versehen sind da sie während der Bewegung nicht gleich bleiben.

Diese vier Kräfte suchen die beiden elektrischen Massen  $+e$  parallel der Verbindungslinie  $r$  zu verschieben; dieselben lassen sich zunächst zu zwei Kräften vereinigen, von denen die eine die Kraft giebt, mit welcher die Elektrizität  $+eds$  verschoben wird, während die andere die auf  $-eds$  wirkende Kraft ist. Die erstere ist die algebraische Summe der ersten und vierten, die zweite jene der zweiten und dritten Wirkung; mit Berücksichtigung, dafs in dem betrachteten Zeitmomente  $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$ , er giebt sich also für

$$\begin{aligned}
 &+ e \dots - \frac{a^2}{16} \cdot \frac{e' e ds ds}{r^2} \left\{ \left( \frac{dr_1}{dt} \right)^2 - \left( \frac{dr_4}{dt} \right)^2 - 2r \left( \frac{dr_1}{dt} - \frac{dv_4}{dt} \right) \right\} \\
 &- e \dots - \frac{a^2}{16} \cdot \frac{e' e ds ds}{r^2} \left\{ \left( \frac{dr_2}{dt} \right)^2 - \left( \frac{dr_3}{dt} \right)^2 - 2r \left( \frac{dv_2}{dt} - \frac{dv_3}{dt} \right) \right\}.
 \end{aligned}$$

Die Differenz dieser beiden Wirkungen sucht demnach die beiden Elektricitäten parallel der Verbindungslinie zu scheiden, die dem Elemente  $ds$  parallele Komponente dieser Differenz also die beiden Elektricitäten nach der Richtung des Elementes von einander zu trennen; die Komponente ist also die elektromotorische Kraft der Induktion des



elementes  $d\sigma$  auf das Leiterelement  $ds$  bei der angenommenen Bewegung.  
 - Dieselbe ist also, wenn wir sie mit  $E ds$  bezeichnen,

$$E ds = - \frac{a^2}{16} \cdot \frac{e' d\sigma ds}{r^3} \left\{ \left( \frac{dr_1}{dt} \right)^2 - \left( \frac{dr_2}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dr_3}{dt} \right)^2 - \left( \frac{dr_4}{dt} \right)^2 \right. \\ \left. - 2r \left( \frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt} \right) \right\} \cdot \cos \varphi \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

wenn zugleich  $\varphi$  den Winkel bedeutet, welchen das Element  $ds$  mit dem verlängerten  $r$  bildet. Es läßt sich nun durch eine ganz allgemeine Behandlung dieses Ausdruckes, durch Bestimmung der relativen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen nachweisen, daß mit Benutzung der im §. 116 und 119 gewählten Zeichen in den Gleichungen für die elektrodynamischen Wechselwirkungen die auf die Einheit der in  $ds$  enthaltenen Elektrizität wirkende Scheidungskraft wird

$$E ds = - au \cdot \frac{ds d\sigma}{r^2} \cdot (\cos \varepsilon - \frac{1}{2} \cos \vartheta \cos \vartheta') \cos \varphi,$$

so daß also nach dieser Theorie das Fundament der Neumannschen, nach welchem  $E ds$  der elektrodynamischen Wirkung des Stromes auf den von der Einheit des Stromes durchflossenen Leiter und der Geschwindigkeit proportional gesetzt ist, erhalten wird<sup>1)</sup>.

Anstatt diese Rechnungen durchzuführen, wollen wir den speciellen in Fig. 285 dargestellten Fall untersuchen und die Induktion berechnen, wenn dem Leiter  $\sigma\sigma$  der Leiter  $ss$  in paralleler Lage mit der Geschwindigkeit  $u$  genähert wird.

Um die relativen Geschwindigkeiten der vier elektrischen Massen zu erhalten, müssen wir zunächst die der Verbindungslinie  $r$  parallelen Komponenten der vorhandenen Geschwindigkeiten bestimmen.

Dieselben sind parallel der Richtung  $ac$

$$\begin{aligned} \text{für } + e' \dots u' \cdot \cos \vartheta', & \quad \text{für } - e' = - u' \cdot \cos \vartheta' \\ \text{für } + e \dots u \cdot \cos \vartheta, & \quad \text{für } - e = u \cdot \cos \vartheta. \end{aligned}$$

Demnach ist die relative Geschwindigkeit von  $+ e'$  und  $+ e$ , da nach der Definition des Winkels  $\vartheta$  gleich  $cbD$  die Komponente  $u \cdot \cos \vartheta$  in der Richtung nach  $c$  gegeben ist, und weil  $\vartheta = 90^\circ + \vartheta'$

$$\frac{dr_1}{dt} = u \cdot \cos \vartheta - u' \cdot \cos \vartheta' = - u \cdot \sin \vartheta' - u' \cdot \cos \vartheta',$$

für  $- e$  und  $e'$

$$\frac{dr_2}{dt} = u \cos \vartheta - (- u' \cos \vartheta') = - u \cdot \sin \vartheta' + u' \cdot \cos \vartheta',$$

1) Vergleichen der Weberschen und Neumannschen Theorie und Nachweise ihrer Übereinstimmung siehe *Neumann* in der zweiten Abhandlung, *Weber* a. a. O. und elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. Ferner *Schering*: Zur mathematischen Theorie elektrischer Ströme, Göttingen 1857. Poggend. Ann. Bd. CIV. Auch *Neumann*, Vorlesungen über elektrische Ströme, herausgegeben von *K. Vondermühl*. Leipzig, B. G. Teubner, 1884, worin die Theorie der Induktion, die Vergleichung der Weberschen und Neumannschen Theorie, sowie der Nachweis ihrer Übereinstimmung auch für Gleitstellen mit der Neumann eigentümlichen Klarheit und Einfachheit dargelegt ist.

von  $+e'$  und  $-e$

$$\frac{dr_2}{dt} = u \cdot \cos \vartheta - u' \cos \vartheta' = -u \sin \vartheta' - u' \cos \vartheta',$$

von  $-e'$  und  $+e$

$$\frac{dr_3}{dt} = u \cdot \cos \vartheta - (-u' \cos \vartheta') = -u \sin \vartheta' + u' \cos \vartheta'.$$

Bei der angenommenen Bewegung ändert sich in jedem Augenblicke der Winkel  $\vartheta$ , welchen die Bewegungsrichtung des Leiters mit  $r$  bildet, und der Winkel  $\vartheta'$ , welchen  $r$  mit  $ds$  bildet. Denn, wenn  $ds$  seine Lage ändert, ändert sich auch die Richtung von  $r$ ; damit ändert sich auch die relative Geschwindigkeit, wenn auch  $u$  und  $u'$  konstant sind, da die Änderung dieser Winkel die mit  $r$  parallelen Komponenten der Geschwindigkeit sich ändern. Es ändere sich in dem Zeitelement  $dt$  der Winkel um  $d\vartheta$  und  $\vartheta'$  um  $d\vartheta'$ , dann ändert sich die Geschwindigkeit  $\frac{dr_1}{dt} =$  um  $dv_1$ , so daß

$$dv_1 = (u' \sin \vartheta' - u \cos \vartheta) d\vartheta'$$

und

$$\frac{dr_1}{dt} = (u' \sin \vartheta' - u \cos \vartheta) \frac{d\vartheta_1'}{dt},$$

wo der untere Index an  $d\vartheta'$  anzeigen soll, daß hier die durch die relative Geschwindigkeit der elektrischen Massen  $+e$  und  $+e'$  eintretende Veränderung von  $\vartheta'$  gemeint ist.

In derselben Weise findet man

$$\frac{dv_2}{dt} = -(u' \sin \vartheta' + u \cos \vartheta) \frac{d\vartheta_2'}{dt}$$

$$\frac{dv_3}{dt} = (u' \sin \vartheta' - u \cos \vartheta) \frac{d\vartheta_3'}{dt}$$

$$\frac{dv_4}{dt} = -(u' \sin \vartheta' + u \cos \vartheta) \frac{d\vartheta_4'}{dt},$$

und daraus

$$\begin{aligned} \left( \frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt} \right) = & -u \cos \vartheta \left( \frac{d\vartheta_1'}{dt} - \frac{d\vartheta_2'}{dt} + \frac{d\vartheta_3'}{dt} - \frac{d\vartheta_4'}{dt} \right) \\ & + u' \sin \vartheta' \left( \frac{d\vartheta_1'}{dt} + \frac{d\vartheta_2'}{dt} + \frac{d\vartheta_3'}{dt} + \frac{d\vartheta_4'}{dt} \right) \end{aligned}$$

Wir haben nun noch die Quotienten  $\frac{d\vartheta'}{dt}$  zu bestimmen; wir erhalten dieselben folgendermaßen:

In einer gewissen Zeit  $t$  ist  $+e'$  um die GröÙe  $u't$  nach rechts verschoben, nach  $a_1$ ,  $e$  um die GröÙe  $ut$  nach unten, nach  $b_1$ . Die Längen von  $r_1$  und der Winkel  $\vartheta'$  ergeben sich dann aus den beiden Gleichungen

$$Db_1 = r_1 \sin \vartheta' = R_0 - ut$$

$$a_1 D = r_1 \cos \vartheta' = A_0 - u't,$$

in  $R_0$  den senkrechten Abstand der beiden Leiter und  $A_0$  den

stand des betrachteten Elementes  $d\sigma$  von  $D$ , dem Fußpunkte der von  $ds$  auf  $\sigma\sigma$  gezogenen Senkrechten bedeutet.

Summieren wir die beiden Gleichungen, so wird

$$r_1 (\sin \vartheta' + \cos \vartheta') = R_0 + A_0 - (u' + u) t.$$

Wächst  $t$  um  $dt$ , so ändert sich  $\vartheta_1'$  um  $d\vartheta_1'$  und ebenso ändert sich  $r_1$  um  $dr_1$ , so daß wir mit Berücksichtigung aller dieser Änderungen erhalten

$$r_1 \frac{d\vartheta_1'}{dt} (\cos \vartheta' - \sin \vartheta') + \frac{dr_1}{dt} (\cos \vartheta' + \sin \vartheta') = -u' - u.$$

Setzen wir für  $\frac{dr_1}{dt}$  seinen Wert, so wird

$$r_1 \frac{d\vartheta_1'}{dt} (\cos \vartheta' - \sin \vartheta') = (u \cdot \sin \vartheta' + u' \cdot \cos \vartheta') (\cos \vartheta' + \sin \vartheta') - u' - u.$$

Führen wir die Operationen auf der rechten Seite aus, und schreiben für  $u' = u' (\sin^2 \vartheta' + \cos^2 \vartheta')$  und ebenso für  $u$ , so wird

$$r_1 \frac{d\vartheta_1'}{dt} (\cos \vartheta' - \sin \vartheta') = u' (\cos \vartheta' \cdot \sin \vartheta' - \sin^2 \vartheta') + u (\cos \vartheta' \cdot \sin \vartheta' - \cos^2 \vartheta'),$$

und daraus

$$r_1 \frac{d\vartheta_1'}{dt} = u' \sin \vartheta' - u \cos \vartheta'.$$

Genau denselben Wert hat  $r_3 \frac{d\vartheta_3'}{dt}$ , da die negative Elektrizität  $e$  ebenfalls die Geschwindigkeit  $+u$  hat, und da  $\frac{dr_3}{dt}$  denselben Wert hat wie  $\frac{dr_1}{dt}$ .

Um  $\frac{d\vartheta_2'}{dt}$  zu bestimmen, haben wir die beiden Gleichungen

$$b_1 D = r_2 \sin \vartheta' = R_0 - ut; \quad a_2 D = r_2 \cos \vartheta' = A_0 + u' t,$$

da die negative Elektrizität die Geschwindigkeit  $-u'$  hat. Verfährt man nun ganz in derselben Weise wie eben, so findet man

$$r_2 \frac{d\vartheta_2'}{dt} = -u' \sin \vartheta' - u \cos \vartheta',$$

und denselben Wert hat  $r_4 \frac{d\vartheta_4'}{dt}$ .

Daraus ergibt sich, da in dem betrachteten Momente  $r_1 = r_3 = r_2 = r_4$

$$r \left( \frac{d\vartheta_1'}{dt} - \frac{d\vartheta_2'}{dt} + \frac{d\vartheta_3'}{dt} - \frac{d\vartheta_4'}{dt} \right) = 4 u' \sin \vartheta'$$

$$r \left( \frac{d\vartheta_1'}{dt} + \frac{d\vartheta_2'}{dt} + \frac{d\vartheta_3'}{dt} + \frac{d\vartheta_4'}{dt} \right) = -4 u \cos \vartheta',$$

und weiter

$$-2r \left( \frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt} \right) = 8uu' \cos \vartheta' \sin \vartheta' + 8uu' \cos \vartheta' \sin \vartheta'.$$

Außerdem erhält man aber

$$\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 = 8uu' \cos \vartheta' \cdot \sin \vartheta',$$

und daraus, indem man diese Werte summiert,

$$Eds = - \frac{a^2}{16} \cdot \frac{\sigma\sigma' ds d\sigma}{r^2} \cdot 24uu' \cos \vartheta' \sin \vartheta' \cos \varphi.$$

Bedeutet  $i$  die Stromstärke in dem Leiter  $\sigma\sigma$ , so ist nach §. 119

$$i = \sigma\sigma' u',$$

und damit wird

$$Eds = - \frac{3}{2} \cdot a u c \cdot ds \frac{i d\sigma}{r^2} \cdot \cos \vartheta' \sin \vartheta' \cdot \cos \varphi.$$

Bezeichnet man als elektromotorische Kraft die auf die Einheit der elektrischen Masse in dem Leiter  $ss$  wirkende Kraft, so haben wir obigen Ausdruck noch durch  $e$  zu dividieren; dann wird unter Beachtung noch, daß  $\varphi = \vartheta'$ ,

$$Eds = - \frac{3}{2} a u \cdot \frac{i ds d\sigma}{r^2} \cdot \sin \vartheta' \cdot \cos^2 \vartheta'.$$

Die Theorie liefert also mit der Erfahrung übereinstimmend in dem Elemente  $ds$  einen Strom, welcher die derjenigen des Stromes  $i$  entgegengesetzte Richtung hat, welcher der Geschwindigkeit  $u$  und der elektrodynamischen Wirkung der beiden Stromelemente auf einander proportional ist.

Wird der Draht nach der entgegengesetzten Seite bewegt, so geht  $u$  in  $-u$  über, oder wenn wir der Geschwindigkeit  $u$  das positive Vorzeichen lassen, so wird  $\vartheta = 90^\circ - \vartheta'$  anstatt wie eben  $90^\circ + \vartheta'$ . Setzt man diesen Wert ein, so erhält  $Eds$  einfach das negative Vorzeichen.

Der so gefundene Wert der elektromotorischen Kraft entspricht jener des von Neumann sogenannten Differentialstromes, also des Stromes, der in der unendlich kleinen Zeit  $dt$  in dem Elemente  $ds$  induziert wird, in welchem das Element gerade die Entfernung  $r$  von  $d\sigma$  mit der Geschwindigkeit  $u$  passiert. Aus dieser elektromotorischen Kraft erhalten wir jenes des Integralstromes, das heißt jene, welche in  $ds$  induziert wird, wenn  $ds$  eine endliche Strecke, etwa von  $h_1$  bis  $h_2$ , wenn wir mit  $h_1$  den senkrechten Abstand der Elemente im Beginn, mit  $h_2$  den am Ende der Bewegung bezeichnen, gegen  $d\sigma$  hin bewegt wird, leicht auf folgende Weise.

Der in der Zeit  $dt$  zurückgelegte Weg ist  $u \cdot dt$ , den wir, da mit  $u$  die Geschwindigkeit bezeichnet wurde, mit welcher das Element  $ds$  (Fig. 285) nach  $D$  hin bewegt wird, gleich  $-dh$  setzen müssen. Damit wird die in der Zeit  $dt$  induzierte elektromotorische Kraft

$$Eds = \frac{3}{2} a i \frac{ds d\sigma}{r^2} \cdot \sin \vartheta' \cdot \cos^2 \vartheta' \cdot dh.$$

Um die elektromotorische Kraft des Integralstromes zu erhalten, haben wir die Summe der Differentialströme für alle Weegelemente  $dh$  von  $h_1$  bis  $h_2$  zu bilden, also den Ausdruck nach  $h$  zwischen den Grenzen  $h_1$  und  $h_2$  zu integrieren. Dazu müßten wir zunächst  $\vartheta'$  und



Abhängigkeit von  $h$  darstellen; bequemer ist es aber,  $h$  und  $r$  und  $dh$  durch  $\vartheta$  auszudrücken und dann nach  $\vartheta$  zu integrieren. Dann wird

$$\frac{h}{A_0} = \tan \vartheta'; \quad dh = \frac{A_0 d\vartheta'}{\cos^2 \vartheta'}$$

$$\frac{A_0}{r} = \cos \vartheta'; \quad \frac{1}{r^2} = \frac{A_0^2}{\cos^2 \vartheta'},$$

somit

$$\frac{dh}{r^2} = \frac{d\vartheta'}{A_0},$$

und daraus

$$Eds = \frac{1}{2} \cdot a \cdot i \cdot \frac{ds d\sigma}{A_0} \cdot \cos^2 \vartheta' \cdot \sin \vartheta' d\vartheta'.$$

Anstatt für alle Werte von  $h$  zwischen  $h_1$  und  $h_2$  haben wir jetzt für alle Werte  $\vartheta'$  zwischen dem Werte  $\vartheta_1$ , der dem Abstände  $h_1$ , und  $\vartheta_2$ , der dem Abstände  $h_2$  entspricht, den entsprechenden Ausdruck für  $Eds$  zu bilden und diese sämtlichen Ausdrücke zu summieren; damit wird die elektromotorische Kraft des Integralstromes

$$Fds = \frac{1}{2} \cdot a \cdot i \cdot \frac{ds d\sigma}{A_0} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \cos^2 \vartheta' \cdot \sin \vartheta' d\vartheta'.$$

Da nun der Ausdruck unter dem Integralzeichen gleich ist

$$- \frac{1}{3} \{ \cos^3 (\vartheta' + d\vartheta') - \cos^3 \vartheta' \},$$

so folgt

$$Fds = - \frac{1}{2} a \cdot i \cdot \frac{ds d\sigma}{A_0} \{ \cos^3 \vartheta_2 - \cos^3 \vartheta_1 \}.$$

Setzen wir die Entfernung  $h_1$  als unendlich groß voraus, so wird auch für diese Entfernung der Abstand  $r$  der beiden Elemente unendlich groß, und daraus folgt, daß, so lange  $A_0$  einen endlichen Wert hat,

$$\frac{A_0}{r} = \cos \vartheta_1 = 0$$

ist. Damit wird auch  $\cos^3 \vartheta_1 = 0$ , und der Ausdruck für die elektromotorische Kraft des Integralstromes wird

$$Fds = - \frac{1}{2} a i \frac{ds d\sigma}{A_0} \cdot \cos^3 \vartheta_2.$$

Beachten wir schliesslich, daß

$$\frac{A_0}{\cos \vartheta_2} = r$$

gleich dem Abstände der Elemente ist, wenn ihre senkrechte Entfernung gleich  $h_2$  geworden ist, so wird

$$Fds = - \frac{1}{2} a i \frac{ds d\sigma}{r} \cdot \cos^2 \vartheta_2.$$

Nach §. 140 ist die Induktionswirkung eines Stromes von der Intensität  $i$  auf einen Leiter, wenn derselbe aus unendlicher Entfernung bis zu einem Abstände  $h_2$  genähert wird, gleich jener, welche entsteht, wenn

die beiden Leiter sich in der Entfernung  $h$ , befinden, und nun in Stromleiter der Strom von der Stärke  $i$  hergestellt wird, also der geschlossen wird. Der hier für die elektromotorische Kraft des Stromes gefundene Wert muß also derselbe sein, wie wenn die Elemente in der festen Lage gehalten werden, und nun in derselben in welcher die Elemente einander genähert wurden, in  $ds$  die Stärke  $i$  hergestellt wurde.

Es läßt sich das auch sehr leicht aus dem Weberschen Grundsatz ableiten; es wird genügen, die dazu notwendigen Rechnungen zu

Fig. 286.



zudeuten, da sie im wesentlichen wie bei dem soeben ausführlich gesprochenen Fall zu führen sind, also jetzt Fig. 286  $ss'$  ein Leiter,  $\sigma\sigma'$  ein zweiter, in welchem in sehr kurzer Zeit durch Schließen des Stromkreises die Stroms erzeugt wird. In einem bestimmten Momente sei die Geschwindigkeit der Elektrizität in der Richtung

gleich  $u'$ , die positive in der Richtung gegen  $D$ , die negative der entgegengesetzten Richtung, und in dem Zeitelemente  $dt$  gelte die Geschwindigkeit  $u'$  in  $u' + du'$  über. Da das Element  $ds$  in Ruhe von keinem Strom durchflossen ist, so ist  $u = 0$ . Die relativen Geschwindigkeiten der in  $ds$  und  $ds'$  vorhandenen Elektrizitäten  $+e$  und  $+e'$  sind daher jetzt, indem wir in den Seiten 1065 und 1066 gefundenen Werten nur  $u \cdot \sin \vartheta = 0$  zu setzen haben,

$$+e' + e = \frac{dr_1}{dt} = -u' \cos \vartheta_2 = v_1$$

$$-e' - e = \frac{dr_2}{dt} = +u' \cos \vartheta_2 = v_2$$

$$+e - e' = \frac{dr_3}{dt} = -u' \cos \vartheta_2 = v_3$$

$$-e' + e = \frac{dr_4}{dt} = +u' \cos \vartheta_2 = v_4$$

Demnach ist in Gleichung (I) von Seite 1065

$$\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 = 0.$$

Um die relativen Beschleunigungen zu erhalten, ist zu beachten, sich durch die Bewegung der Elektrizität einmal der Winkel  $\vartheta_2$  ändert und daß gleichzeitig in der Zeit  $dt$  die Geschwindigkeit  $u'$  in  $u' + du'$  übergeht. Damit wird

$$\frac{dv_1}{dt} = -\cos \vartheta_2 \frac{du'}{dt} + u' \sin \vartheta_2 \frac{d\vartheta_2}{dt}$$

und ebenso

$$\frac{dv_2}{dt} = + \cos \vartheta_2 \frac{du'}{dt} - u' \sin \vartheta_2 \frac{d\vartheta_{21}}{dt}$$

$$\frac{dv_3}{dt} = - \cos \vartheta_2 \frac{du'}{dt} + u' \sin \vartheta_2 \frac{d\vartheta_{23}}{dt}$$

$$\frac{dv_4}{dt} = + \cos \vartheta_2 \frac{du'}{dt} - u' \sin \vartheta_2 \frac{d\vartheta_{24}}{dt}$$

Darnach wird in Gleichung (I)

$$\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt} = -4 \cos \vartheta_2 \frac{du'}{dt} + u' \sin \vartheta_2 \left( \frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{d\vartheta_{23}}{dt} + \frac{d\vartheta_{22}}{dt} + \frac{d\vartheta_{24}}{dt} \right).$$

Da die positive Elektrizität sich mit der Geschwindigkeit  $u'$  gegen hin bewegt, die negative von  $D$  fort, so haben wir zur Bestimmung  $r$  Quotienten, wenn wieder  $aD = A_0$  gesetzt wird,

$$\frac{d\vartheta_{21}}{dt} \text{ und } \frac{d\vartheta_{23}}{dt} \text{ zu setzen } r \cdot \cos \vartheta_2 = A_0 - u' t$$

$$\frac{d\vartheta_{22}}{dt} \text{ und } \frac{d\vartheta_{24}}{dt} \text{ " " } r \cdot \cos \vartheta_2 = A_0 + u' t.$$

Damit wird, da in der Zeit  $dt$  der Abstand  $r$  in  $r + dr$  und  $\vartheta_2$  in  $\vartheta_2 + d\vartheta_2$  übergeht,

$$- r \sin \vartheta_2 \frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{dr_1}{dt} \cos \vartheta_2 = - u' - t \frac{du'}{dt}$$

$$- r \sin \vartheta_2 \frac{d\vartheta_{22}}{dt} + \frac{dr_2}{dt} \cos \vartheta_2 = u' + t \frac{du'}{dt}.$$

Addiert man die beiden Gleichungen zu einander, so erhält man unter Beachtung, daß  $\frac{dr_1}{dt} = - \frac{dr_2}{dt}$ ,

$$r \sin \vartheta_2 \left( \frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{d\vartheta_{22}}{dt} \right) = 0,$$

mit auch, da  $r \cdot \sin \vartheta_2$  von 0 verschieden ist,

$$\frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{d\vartheta_{22}}{dt} = 0.$$

und ganz ebenso ist die Summe

$$\frac{d\vartheta_{23}}{dt} + \frac{d\vartheta_{24}}{dt} = 0.$$

Dann wird die Gleichung (I)

$$Eds = - \frac{a^2}{16} \frac{e' e d\sigma ds}{r^2} 8 r \cos \vartheta_2 \cos \vartheta_2 \frac{du'}{dt}$$

er, indem wir im Zähler und Nenner das Gleiche wegheben,

$$Eds = - \frac{a^2}{2} \frac{e' e d\sigma ds}{r} \cos^2 \vartheta_2 \frac{du'}{dt}.$$

Bezeichnen wir jetzt die in der Zeit  $dt$  stattfindende Zunahme der Stromstärke mit  $di$ , so ist

$$a \, e' \, du' = di$$

und dividieren wir, um die auf die Einheit der elektrischen Masse wirkende Kraft zu bekommen, durch  $e$ , so erhalten wir schliesslich für den in dem Zeitelemente  $dt$  in  $ds$  induzierten Differentialstrom

$$Eds = - \frac{1}{2} a \frac{ds \, d\sigma}{r} \cos^2 \vartheta_2 \frac{di}{dt} dt.$$

Die elektromotorische Kraft des Integralstromes, welche also dem Anwachsen des Stromes von 0 auf  $i$  erzeugt wird, erhalten wir durch Summation aller Differentialströme bis die Stromstärke gleich  $i$  geworden ist; diese Summe ist, da

$$\int \frac{di}{dt} dt = \int di = i$$

$$Fds = - \frac{1}{2} a i \frac{ds \, d\sigma}{r} \cos^2 \vartheta_2,$$

ein Ausdruck, welcher mit dem vorhin für die durch die Bewegung des Leiters induzierte elektromotorische Kraft gefundenen identisch ist, der somit beweist, dass die Webersche Theorie mit der Erfahrung übereinstimmend für beide Fälle der Induktion denselben Wert liefert.

Aus dem erhaltenen Ausdruck für die in dem Elemente  $ds$  induzierte elektromotorische Kraft können wir weiter die elektromotorische Kraft ableiten, welche in den beiden betrachteten Fällen in einem endlichen Leiter  $ss'$  induziert wird; wir haben die Summe aller für die Elemente  $ds$  soeben gefundenen Werte für den ganzen Leiter zu bilden. Nehmen wir an, das Element befände sich gerade der Mitte des Leiters gegenüber, seine senkrechte Entfernung vom Leiter sei  $h$  und der Leiter habe die Länge  $2b$ . Um die über den ganzen Leiter ausgedehnte Summe zu bilden, ist zu beachten, dass mit der Lage des Elementes im Leiter sowohl  $r$  als  $\vartheta_2$  sich ändern; zur Bildung dieser Summe haben wir daher die Abhängigkeit dieser Grössen von einander zu bestimmen. Am bequemsten drücken wir alle Grössen durch  $\vartheta$  aus, wenn wir um die Veränderlichkeit des Winkels anzudeuten jetzt den Index 2 fortlassen. Bezeichnen wir den Abstand des Elementes  $ds$  von dem dem Elemente  $ds$  gerade gegenüber liegenden Punkte  $C$  Fig. 286 mit  $s$ , so ist

$$\begin{aligned} \frac{h}{r} &= \sin \vartheta & r &= \frac{h}{\sin \vartheta} \\ \frac{h}{s} &= \tan \vartheta & s &= \frac{h}{\tan \vartheta}, \end{aligned}$$

woraus sich ergibt

$$ds = - \frac{h d\vartheta}{\sin^2 \vartheta}.$$

Setzen wir die so bestimmten Werte von  $r$  und  $ds$  in die Gleichung für  $Fds$  ein, so wird

$$Fds = \frac{1}{2} a i d\sigma \frac{\cos^2 \vartheta}{\sin \vartheta} d\vartheta.$$

Diesen Ausdruck haben wir nach  $\vartheta$  zu integrieren, von dem Winkel  $\vartheta$  an, der dem Ende des Leiters  $s = -b$  entspricht, bis zu dem  $\vartheta$  an, der dem Ende des Leiters  $s = +b$  entspricht.



tsprechenden Werte. Nennen wir letzteren Wert  $\vartheta_0$ , so ist der erstere  $\vartheta_0 - \vartheta_0 = \pi - \vartheta_0$ . Wir schreiben

$$\frac{1}{2} a i d\sigma \frac{\cos^2 \vartheta}{\sin \vartheta} d\vartheta = \frac{1}{2} a i d\sigma \frac{d\vartheta}{\sin \vartheta} - \frac{1}{2} a i d\sigma \sin \vartheta d\vartheta;$$

ann wird, da

$$\begin{aligned} \frac{d\vartheta}{\sin \vartheta} &= d \cdot \log \tan \frac{1}{2} \vartheta; \quad - \sin \vartheta d\vartheta = d \cos \vartheta \\ \int_{\pi - \vartheta_0}^{\vartheta_0} \frac{d\vartheta}{\sin \vartheta} &= \log \tan \frac{1}{2} \vartheta_0 - \log \tan \frac{1}{2} (\pi - \vartheta_0) \\ - \int_{\pi - \vartheta_0}^{\vartheta_0} \sin \vartheta d\vartheta &= \cos \vartheta_0 - \cos (\pi - \vartheta_0). \end{aligned}$$

Schreiben wir nun

$$\begin{aligned} \tan \frac{1}{2} (\pi - \vartheta_0) &= \frac{\sin (\pi - \vartheta_0)}{1 + \cos (\pi - \vartheta_0)} = \frac{\sin \vartheta_0}{1 - \cos \vartheta_0} \\ \tan \frac{1}{2} \vartheta_0 &= \frac{\sin \vartheta_0}{1 + \cos \vartheta_0} \\ \cos (\pi - \vartheta_0) &= - \cos \vartheta_0, \end{aligned}$$

wird die induzierte elektromotorische Kraft  $F$

$$F = \frac{1}{2} a i d\sigma \left\{ 2 \cos \vartheta_0 - \log \frac{1 + \cos \vartheta_0}{1 - \cos \vartheta_0} \right\}.$$

Da wir die Länge des Leiters gleich  $2b$  gesetzt haben und den senkrechten Abstand des Elementes vom Leiter gleich  $h$ , so ist

$$\cos \vartheta_0 = \frac{b}{\sqrt{b^2 + h^2}}$$

d damit

$$F = \frac{1}{2} a i d\sigma \left\{ \frac{2b}{\sqrt{b^2 + h^2}} - \log \frac{\sqrt{b^2 + h^2} + b}{\sqrt{b^2 + h^2} - b} \right\}.$$

Ist  $h$  gegen  $b$  nur sehr klein, so können wir in bekannter Weise nähernd die Wurzel ausziehen und erhalten

$$F = \frac{1}{2} a i d\sigma \left\{ \frac{2b}{b + \frac{1}{2} \frac{h^2}{b}} - \log \frac{2b + \frac{1}{2} \frac{h^2}{b}}{\frac{1}{2} \frac{h^2}{b}} \right\}.$$

In den Zählern und Nennern, in denen  $\frac{h^2}{2b}$  als additives Glied vorkommt, können wir dasselbe vernachlässigen und erhalten dann schliesslich

$$F = - a i d\sigma \{ \log 2b - 1 - \log h \}$$

er in briggischen Logarithmen, wenn wir die Zahl 2,3026, mit der die

briggischen Logarithmen zur Verwandlung in natürliche multipliziert werden müssen,  $= m$  setzen,

$$F = - a i d \sigma \{ m \log 2b - 1 - m \log h \}.$$

Ganz denselben Wert erhalten wir auch für die in dem Leiter induzierte elektromotorische Kraft, wenn wir an Stelle des Elementes  $d\sigma$  einen kurzen Draht von endlicher Länge  $l$  anwenden; wir haben nur für  $d\sigma$  den Wert  $l$  einzusetzen, vorausgesetzt nur, daß der Wert  $l$  gegen  $h$  sehr klein ist. Damit wird die durch den Strom von der Länge  $l$  und der Stromstärke  $i$  in  $ss$  induzierte elektromotorische Kraft

$$F = - i l \{ c - d \log h \},$$

wenn wir

$$a (m \log 2b - 1) = c, \quad a m = d$$

setzen. Das konstante Glied des Ausdrucks ist die elektromotorische Kraft, welche in dem Abstände  $h = 1$  in den beiden betrachteten Fällen erzeugt wird; es ergibt sich somit, daß die induzierte elektromotorische Kraft mit wachsendem  $h$  abnimmt, und daß die Abnahme oder die Differenz zwischen der im Abstände eins und der im Abstände  $h$  induzierten elektromotorischen Kraft dem Logarithmus des Abstandes  $h$  proportional ist.

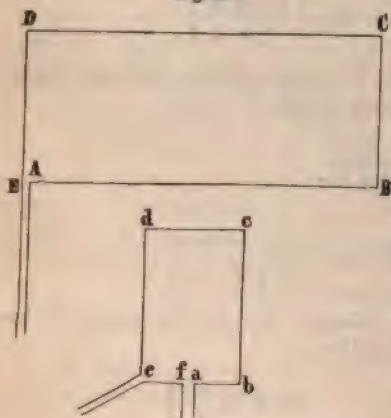
Zu dem gleichen Resultate gelangte Buff<sup>1)</sup> bei einer Experimentuntersuchung über die elektromotorische Kraft, welche ein kurzer Leiter in einem langen, dessen Mitte der kurze in verschiedenen Abständen gegenübersteht, induziert, wenn in dem kurzen Leiter ein Strom entsteht

oder verschwindet. Der Draht, an welchen induzierend eingewirkt werden sollte,  $ABCDE$  Fig. 287, hatte die Gestalt eines großen rechtwinkligen Vierecks, dessen Höhe  $BC$  2,32 Meter und dessen Länge  $AB$  4 Meter betrug. Von der Ecke  $A$  führten zwei sehr nahe parallel geführte Drähte, die dem einen Rade des dem Doveschen Disjunktors gleich eingerichteten Analysators, außerdem war in dem von  $A$  ausgehenden Drahte zur Messung der Stärke des induzierten Stromes ein Galvanometer eingeschaltet.

Als induzierender Strom dient ein zweites Drahtviereck  $abcd$ , dessen Seite  $dc$  man eine verschiedene Länge geben konnte, und dessen

Seite  $cb$  eine Länge von 1,58 Meter besaß. Von  $a$  und  $f$  führten zwei Drähte zu einem Kommutator und von da zur Batterie, von der Ecke  $e$  führten zwei um einander gewundene Drähte zu dem zweiten Rade des Analysators. Da in den Drähten  $bc$  und  $de$  der Strom in Bezug auf den Draht  $AB$  die entgegengesetzte Richtung hat, heben sich die indu-

Fig. 287.



1) Buff, Poggend. Ann. Bd. CXXVII.

n Wirkungen dieser Drähte auf das Viereck  $ABCD$  auf, und des großen Abstandes der Seite  $cb$  von  $dc$  kann die Wirkung die-  
e außer Acht gelassen werden, so daß wesentlich nur die Seite  
Wirkung kommt.

egen der stets großen Länge von  $AB$  gegen  $dc$  ist ferner die  
onswirkung auf die übrigen Teile des Induktionsvierecks so ge-  
aß die gesamte Induktion sich nur wenig von derjenigen in dem  
 $.B$  unterscheidet.

r Analysator wurde so gestellt, daß nur die Schließungs- oder  
ungsströme in  $AB$  zustande kamen, deren Stärke dann, wie bei  
suchen von Lenz (§. 140 S. 1028) dem Sinus des halben am Gal-  
ter der Induktionsleitung beobachteten Ablenkungswinkels propor-  
gesetzt wurde.

lgende Tabelle enthält die Resultate einer der verschiedenen Ver-  
hen von Buff; die senkrechte Entfernung  $h$  der beiden Leiter  $cd$   
ist in Centimetern gegeben, die zweite Kolumne enthält die be-  
ten Ablenkungen  $\beta$  an dem Galvanometer als Mittel von je vier  
stungen.

$h$	$\beta^\circ$	$\sin \frac{1}{2} \beta$	$\beta$ berechnet	$\Delta$
1	28 <sup>0</sup> ,89	0,24945	29 <sup>0</sup> 6,5'	+ 13'
2	25 ,175	0,21793	24 <sup>0</sup> 52,5'	— 18'
4	20 ,75	0,18008	20 <sup>0</sup> 40,5'	— 4,5'
8	16 ,30	0,14177	16 <sup>0</sup> 30'	+ 12'
16	12 ,30	0,10713	12 <sup>0</sup> 21'	+ 3'
20	11 ,25	0,09801	11 <sup>0</sup> 1'	— 14'
24	10 ,00	0,08716	9 <sup>0</sup> 56'	— 4'

e in der vierten Kolumne als berechnet angeführten Zahlen er-  
ich nach der empirischen Formel

$$\sin \frac{1}{2} \beta = F = 0,25132 (1 - 0,475 \log h)$$

letzte Kolumne zeigt, daß die zwischen Rechnung und Beobach-  
atfindenden Unterschiede die unvermeidlichen Beobachtungsfehler  
berschreiten.

s Mittel aus fünf Versuchsreihen ergab sich, daß die beobachteten  
sich stets durch die Gleichung darstellen ließen:

$$F = -f(1 - 0,479 \log h),$$

eine dem Produkte aus der Stromstärke und der Länge des in-  
den Drahtes proportionale Konstante bedeutet; dieselbe ist die in-  
elektromotorische Kraft, wenn  $h = 1$  ist.

r Vergleichung mit der Theorie haben wir unsere Gleichung nur  
selbe Form zu bringen. Dieselbe wird dann

$$F = -a(m \log 2b - 1) i l \left(1 - \frac{m}{m \log 2b - 1} \log h\right).$$

, die Länge des Drahtes oder  $2b = 400\text{cm}$  war, so ist

$$\frac{m}{m \log 2b - 1} = \frac{2,303}{4,99} = 0,461$$

oder die aus der Theorie abgeleitete Formel wird

$$F = -f(1 - 0,461 \log h),$$

worin  $f$  dieselbe Bedeutung hat wie oben, und in der Gleichung das negative Vorzeichen beibehalten ist, um anzudeuten, daß der induzierte Strom die entgegengesetzte Richtung hat als der induzierende. Der theoretische Wert der Konstanten  $f$  hängt natürlich wesentlich von den gewählten Einheiten der Stromstärken ab.

Die Übereinstimmung der aus der Theorie abgeleiteten und der empirischen Gleichung für  $F$  ist so vollkommen, daß sie der beste Beweis für die Richtigkeit der Theorie und für die Genauigkeit der Versuche von Buff ist. Die Übereinstimmung der Konstanten würde noch größer sein, wenn wir die Wirkung des ganzen Vierecks  $abcdef$  auf das gezeichnete Viereck  $ABCDE$  berechnet hätten, dieselbe wird dann 0,478<sup>1)</sup>.

Es genüge an der ausführlichen Betrachtung dieser beiden Fälle um zu zeigen, in welcher Weise das Webersche Grundgesetz die einzelnen Fälle der Induktion zu behandeln gestattet, und die Erscheinungen ableitet; um eine vollständige Übersicht über die Theorie zu geben, bedarf es nur, die anderen Hauptfälle der Induktion auf die einfachsten zurückzuführen.

Zunächst ist klar, daß bei der Bewegung eines Stromes in der Nähe eines ruhenden Leiters ganz ebenso ein Strom entstehen muß, welcher dieselbe Richtung hat, als der bei Bewegung des Leiters induzierte Strom, wenn die Bewegung des Stromes in der jenen des Leiters gerade entgegengesetzten Richtung erfolgt. Denn in dem Falle ist die relative Geschwindigkeit und Beschleunigung der auf einander wirkenden elektrischen Massen genau dieselbe.

Die Magnetinduktion sowohl bei Bewegung des Magnets oder Leiters als bei dem Entstehen und Verschwinden des Magnetismus, und nach Weberschem Satz, daß sie unter sonst gleichen Umständen derjenigen durch einen geschlossenen Strom ganz gleich ist, wenn die elektromagnetische Wirkung des Magnets auf den von einem Strome durchflossenen gedachten Leiter gleich ist der elektrodynamischen Wirkung des geschlossenen Stromes, ergibt sich unmittelbar aus der Anschauung der Magnete als Solenoides, wornach die Magnetinduktion in ihrem Wesen sich von Voltainduktion nicht mehr unterscheidet.

#### §. 148.

##### Induktion in körperlichen Leitern. Rotationsmagnetismus.

Ebenso wie in geschlossenen linearen Leitern durch eine Änderung des elektrischen oder magnetischen Zustandes von in der Nähe befindlichen Strömen oder Magneten ein Strom induziert wird, müssen auch in ausgedehnten Metallmassen, Scheiben oder Kugeln durch ähnliche Änderungen

1) Man sehe in Buffs Abhandlung Poggend. Ann. Bd. CXXVII S. 96. Man mache darauf aufmerksam, daß die Berechnung der Induktion eines einzelnen Leiterstückes nach den Neumannschen Gleichungen nicht zulässig ist, weil das Potential nur für geschlossene Stromkreise, nicht für die einzelnen Elemente anzuwenden dürfen; da wir im schließlichen Resultate für  $d\sigma$  einfach  $I$  eingesetzt, berechnen wir hier die Induktion durch ein einzelnes Leiterstück.



Ströme erregt werden. So müssen z. B. in einer Metallscheibe, welche um eine vertikale Axe drehbar ist, über welche man in horizontaler Richtung einen Strom hinführt, Ströme entstehen, wenn man sie unter dem Strome in Rotation versetzt, da auch hier Leiter dem Strome genähert und von ihm entfernt werden.

Nur werden hier die Erscheinungen dadurch kompliziert werden, daß in solchen nach verschiedenen Richtungen ausgedehnten Metallmassen die an einer Stelle in Bewegung versetzten Elektricitäten nicht nach einer, sondern nach sehr vielen Richtungen sich bewegen können; es wird deshalb in solchen Metallmassen nicht nur ein Strom, sondern ein ganzes System von Strömen sich ausbilden müssen. Es hat sich dieses auch bei den Untersuchungen dieser Induktion von Faraday<sup>1)</sup>, Nobili<sup>2)</sup>, Matteucci<sup>3)</sup> und anderen bestätigt.

Wir betrachten von diesen Fällen nur einen etwas näher, nämlich die Induktion in Scheiben oder Hülisen, welche unter dem Einflusse eines Magnets in Bewegung versetzt werden oder in deren Nähe sich Magnete bewegen, da diese die Erklärung für die von Arago entdeckten Erscheinungen des Rotationsmagnetismus geben.

Diese Erscheinungen, wie sie von Arago<sup>4)</sup> beobachtet und später von anderen vervollständigt wurden, sind folgende.

Wenn man über einer Metallscheibe eine Magnetnadel aufhängt und in Schwingungen versetzt, so nehmen die Schwingungsbögen der Nadel an Größe sehr rasch ab, ohne daß die Schwingungsdauer der Nadel merklich geändert wird. Diese Abnahme der Schwingungsbögen wird noch bedeutender, wenn man die Magnetnadel mit einer massiven Metallhülle, einem dicken Metallringe in der Art Fig. 288 umgiebt, so, daß die Längenausdehnung der Metallstreifen, welche den Ring bilden, der Axe der Nadel in ihrer Ruhelage parallel ist.

Fig. 288.



Die Schnelligkeit, mit welcher die Schwingungsbögen abnehmen, wird bedeutend vermindert, wenn man statt einer massiven Metallscheibe eine vielfach in der Richtung der Radien durchbrochene Scheibe nimmt. Dieselbe ist ferner bei verschiedenen Metallen verschieden. Nach Seebeck<sup>5)</sup> wurde z. B. der Schwingungsbogen einer Magnetnadel über einer Kupferscheibe in 26, über einer Zinkscheibe in 71 Schwingungen, über einer mit einem Viertel ihres Gewichts Antimon legierten Kupferscheibe in 100 Schwingungen von 45° auf 10° reduziert, während sie frei in der Luft oder über einer Metallplatte erst in 116 Schwingungen ebenso weit reduziert wurde.

Es ergibt sich aus diesen Beobachtungen, daß Metallmassen auf in ihrer Nähe schwingende Magnetnadeln einen dämpfenden Einfluß ausüben,

1) Faraday, Experimental researches. Ser. I. Poggend. Ann. Bd. XXV.

2) Nobili, Poggend. Ann. Bd. XXVII.

3) Matteucci, Cours special de l'induction etc. Paris 1854

4) Arago, Ann. de chim. et de phys. T. XXVII, XXVIII, XXXII. Poggend. Ann. Bd. III, VII, VIII.

5) Seebeck, Poggend. Ann. Bd. VII.

daß also auf die schwingende Magnetnadel eine ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzte Kraft wirkt. Eine genauere Beobachtung der Schwingungen beweist nun, daß die auf einander folgenden Schwingungszeiten einer geometrischen Reihe angehören, daß also die Differenzen zwischen den Logarithmen der auf einander folgenden Schwingungen, das logarithmische Dekrement, eine konstante GröÙe ist. Daraus folgt, wie wir §. 140 sahen, daß die der Schwingung der Nadel entgegenwirkende Kraft der augenblicklichen Geschwindigkeit der Nadel proportional ist.

Wie eine ruhende Scheibe auf eine bewegte Magnetnadel, so wirkt auch eine bewegte Scheibe auf einen ruhenden Magnet ein. Auch dieser Erscheinung hat Arago, darauf geführt durch die eben beschriebene Beobachtung, zuerst wahrgenommen. Auf einen Centrifugalapparat wurde eine Kupferscheibe gelegt, über derselben und von ihr durch eine Glasplatte getrennt, wurde eine Magnetnadel in horizontaler Ebene drehbar aufgehängt, daß die Drehungsaxe der Nadel mit jener der Scheibe zusammenfiel. Wurde nun die Kupferscheibe in rasche Rotation versetzt, so wurde die Magnetnadel in der Richtung der Drehung von dem Meridiane abgelenkt und kam in einer, je nach der gröÙeren oder geringeren Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe mehr oder weniger abgelenkten Lage zur Ruhe. Ist die Magnetnadel sehr leicht und wird ihre Richtkraft dadurch, daß man dem einen Pol derselben einen Magnetstab mit gleichnamigem Pole nähert, geschwächt, so gelingt es leicht, die Nadel selbst in kontinuierliche Rotation mit der Scheibe zu versetzen, besonders wenn der Abstand der Nadel von der Scheibe nur klein ist.

Die Ablenkung der Nadel aus dem Meridiane nimmt, wie gesagt mit der Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe zu, und nach Versuchen von Harris<sup>1)</sup> ist der Sinus des Ablenkungswinkels der Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe proportional.

Die Ablenkung der Nadel nimmt ferner zu, je näher die Nadel über der Scheibe sich befindet, und zwar ist nach Harris der Sinus der Ablenkung dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional.

Bei gleicher Rotationsgeschwindigkeit und gleichem Abstände ist die Ablenkung über verschiedenen Metallscheiben verschieden, und zwar verhält sie sich bei Scheiben gleicher Dicke nahezu wie die specifischen Leitfähigkeit der Metalle. So fanden Babbage und Herschel<sup>2)</sup> den Sinus der Ablenkungswinkel, jenen über Kupfer gleich 100 gesetzt, über Zink gleich 93, Zinn 46, Blei 25, Antimon 9, Wismut 2. Über nichtleitenden Scheiben ist keine Ablenkung zu beobachten.

Nur das Eisen macht davon eine Ausnahme, über diesem ist die Ablenkung viel bedeutender als über anderen Metallen.

Die eben angeführten Gesetze der Ablenkung gelten nur für massive Scheiben; über Scheiben, welche durchbrochen und besonders über solchen, welche mit radialen Einschnitten versehen sind, ist die Ablenkung viel kleinere.

Diese Versuche beweisen, daß durch die rotierende Metallscheibe auf die Magnetnadel Kräfte wirken, welche der augenblicklichen F-

1) Harris, Philosophical Transactions for 1831.

2) Babbage und Herschel, Philosophical Transactions for 1825.

wegungsrichtung der unter der Nadel hergehenden Teile parallel sind, welche also parallel der unter der Nadel an die Scheibe gelegten Tangente wirken. Außer diesen, der Nadel ein Drehungsmoment in horizontaler Richtung erteilenden Kräften kann man noch andere nachweisen.

Wenn man von dem einen Arm eines Waggbalkens einen Magnet herabhängen läßt, so daß sein einer Pol nahe über der Scheibe hängt, so wird der Magnet abgestoßen, er hebt sich und die ihm auf der anderen Seite das Gleichgewicht haltende Wagschale senkt sich. Von der rotierenden Scheibe wirkt also auch eine vertikal nach oben gerichtete Kraft auf den Magnet ein.

Hält man schließlich eine Inklinationsnadel, welche sich in einer zur Meridianebene senkrechten Ebene drehen kann, welche sich also vertikal stellt, über einer rotierenden Scheibe, so wird auch diese abgelenkt, außer wenn sie sich gerade über dem Centrum der Scheibe befindet. Nähert man sie aber dem Rande der Scheibe, so wird bis zu einem gewissen Abstände von der Mitte der Nordpol dem Mittelpunkt genähert, in einer gewissen Entfernung bleibt sie wieder vertikal hängen, und dem Rande noch näher wird der Nordpol vom Mittelpunkt entfernt.

Ebenso wie ruhende Metallmassen auf bewegte Magnete oder bewegte Metallmassen auf ruhende Magnete, wirken umgekehrt auch ruhende Magnete auf bewegte Metallmassen und bewegte Magnete auf ruhende Metallmassen ein.

Ersteres läßt sich sehr einfach dadurch zeigen, daß man zwischen den Polen eines nicht erregten Elektromagnets an einem Faden eine Metallkugel oder einen Metallwürfel aufhängt und diesen in Rotation versetzt. Ist die Kugel nicht zu leicht, so dauert die Rotation sehr lange fort, indem der Faden erst tordiert, dann detordiert wird, dann wieder tordiert wird u. s. f.

Wenn man aber den Elektromagnet erregt, so hört die rotierende Bewegung sehr bald auf. In noch auffallenderer Weise hat Foucault diese Erscheinung an einem eigens dafür konstruierten Apparat gezeigt<sup>1)</sup>. Zwischen den Polen eines mit Halbankern versehenen Elektromagnets kann eine Scheibe durch eine Kurbel parallel der Äquatorialebene in rasche Rotation versetzt werden. Ist der Magnet nicht erregt, so rotiert die Scheibe noch eine Zeit lang fort. Wird aber der Magnet erregt, so wird, besonders wenn die Halbanker der Scheibe recht nahe sind, die Bewegung der Scheibe fast augenblicklich gehemmt. Versucht man dann die Scheibe wieder in Rotation zu versetzen, so findet man einen sehr bedeutenden Widerstand, wie wenn die Scheibe eingeklemmt wäre. Zugleich findet man dann, daß die Scheibe sich sehr bedeutend erwärmt, wie wenn dieselbe bei der Rotation gerieben würde; bei nicht zu geringer Rotationsgeschwindigkeit tritt eine so bedeutende Temperaturerhöhung ein, daß sie direkt durch Anfühlen wahrgenommen werden kann.

Daß eine ruhende Scheibe durch einen rotierenden Magnet in Rotation versetzt werden kann, haben Babbage und Herschel<sup>2)</sup> in folgender Weise gezeigt. Ein hufeisenförmiger Stahlmagnet wurde um eine

1) Foucault, Comptes Rendus Bd. XLI. Poggend. Ann. Bd. XCVI.

2) Babbage und Herschel, a. a. O.



vertikale, den Schenkeln parallele und mitten zwischen denselben liegende Axe in Rotation versetzt.

Über demselben und durch eine Membran von ihm getrennt befand sich eine Kupferscheibe in ihrem Centrum auf eine Spitze gelegt, so daß sie in horizontaler Ebene rotieren konnte. Die Scheibe folgte dem Magnete und rotierte in demselben Sinne wie der Magnet.

Alle diese Erscheinungen, welche man nach der Bezeichnung von Arago unter dem Namen Rotationsmagnetismus zusammenfaßt, kommen, wie man sieht, darauf hinaus, daß, wenn Magnete oder Metallmassen, welche einander nahe sind, sich bewegen, dieselben von dem ruhenden Teile einen ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzten Antrieb erfahren; wird der eine Teil in der ihm gegebenen Bewegung erhalten und ist der andere beweglich, so gerät letzterer nach dem Principe der Reaktion in eine Bewegung, welche der des bewegten gleichgerichtet ist. Nur die senkrecht von der Scheibe gerichtete Abstoßung und die dem Radius parallele Ablenkung eines über der Scheibe gehaltenen Magnets fällt nicht unter jenes allgemeine Princip.

Alle diese Erscheinungen sind Folge der in den rotierenden oder ruhenden Metallmassen erregten Induktionsströme, und als solche von Faraday<sup>1)</sup> gleich nach der Entdeckung der Induktion erkannt worden. Sie ergeben sich als solche unmittelbar aus dem Lenzschen Gesetze; dem nach dem Lenzschen Gesetze werden durch die relative Bewegung eines Leiters in der Nähe eines Magnets in dem Leiter Ströme erzeugt, welche so gerichtet sind, daß durch die elektromagnetische Wirkung zwischen Magnet und Leiter die der augenblicklichen gerade entgegengesetzte Bewegung entstehen würde. Der bewegte Magnet oder die bewegte Scheibe erhalten demnach von den durch die Bewegung erzeugten Induktionsströmen einen ihrer augenblicklichen Bewegung entgegengesetzten Antrieb.

Untersuchen wir nach dieser Annahme, wie denn die Induktionsströme in den Metallmassen gerichtet sein müssen, um die beschriebenen Wirkungen zu haben. Schwingt eine Nadel *NS* über einer Scheibe (Fig. 289) so, daß der Nordpol nach Westen sich bewegt, so muß durch den in der Scheibe erregten Induktionsstrom der Nordpol einen Antrieb nach Osten erhalten, es müssen also an der Seite des Poles, gegen welche er sich hin bewegt, also an der Westseite Induktionsströme entstehen, welche die Nadel zurücktreiben wollen, welche unterhalb der Nadel vom Centrum zum Rande fließen, an der Ostseite, von welcher er sich entfernt. Ströme, welche ihn nach sich hin ziehen wollen. Das in der Scheibe entstehende Stromsystem wird also ungefähr die Richtung der Pfeile haben, da dann alle Ströme der Nadel einen ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzten Antrieb erteilen.

Kehrt sich die Bewegung der Nadel um, so kehrt sich auch sofort die Richtung der Ströme um.

Das in Fig. 289 angedeutete Stromsystem muß auch entstehen, wenn unter der ruhenden Nadel die Scheibe von *W* über *N* nach *O* gedreht wird, wenn also von oben gesehen die Scheibe wie der Zeiger einer Uhr gedreht wird, da dann die relative Bewegung von Scheibe und Magnet

1) Faraday, Experimental researches. Ser. I. Poggend. Ann. Bd. LVI.



dieselbe ist, als wenn der Nordpol der Nadel über der ruhenden Scheibe nach Westen sich bewegt. Dieses Stromsystem lenkt aber die Nadel nach Osten hin ab, also nach der Seite, nach welcher die Scheibe sich bewegt.

Genau dasselbe Stromsystem erklärt auch die Bernuhigung einer schwingenden oder rotierenden Metallmasse zwischen den Polen eines Magnets oder die Rotation einer Scheibe, wenn unter derselben wie bei dem Versuche von Babbage und Herschel ein Magnet in Rotation versetzt wird.

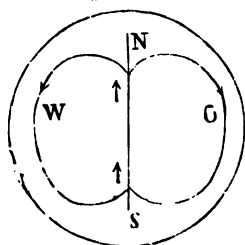
Mit dieser Theorie des Rotationsmagnetismus sind auch die Gesetze in Übereinstimmung, welche wir betreffs desselben anführten; aus den Schwingungen der Magnetnadel in der Nähe metallischer Massen und aus der Ablenkung der Nadel über der rotierenden Scheibe folgt, daß die ablenkende Kraft der Geschwindigkeit der relativen Bewegung proportional ist. Nach den Gesetzen der Induktion ist aber der in jedem Momente induzierte Strom unter sonst gleichen Umständen der relativen Geschwindigkeit proportional, der Intensität dieses Stromes ist aber die ablenkende Kraft proportional.

Alle die Umstände, welche die Stärke des Induktionsstromes schwächen, vermindern ferner auch die Wechselwirkung zwischen dem bewegten Magnete und der Scheibe. Die Intensität des Induktionsstromes muß unter sonst gleichen Umständen der Leitungsfähigkeit der Scheibe proportional sein, wie wir sahen ist auch die Ablenkung der Nadel der Leitungsfähigkeit der Scheibe unter sonst gleichen Umständen proportional. Über einer nichtleitenden Scheibe findet gar keine Ablenkung der Nadel statt, da in einer solchen keine Induktionsströme zustande kommen können. Die Wirkung einer rotierenden Metallscheibe wird ferner bedeutend vermindert, wenn man die Scheibe parallel den Radien mit einer großen Anzahl von Einschnitten versieht; der Grund dafür liegt darin, daß durch diese Einschnitte das Zustandekommen der Induktionsströme vielfach gehindert wird, mit der dadurch bewirkten Schwächung dieser Ströme muß auch die Wirkung zwischen der Nadel und Scheibe geschwächt werden.

Es gelang Faraday auch unmittelbar die in der Scheibe erregten Induktionsströme nachzuweisen und dadurch den Beweis für die Richtigkeit seiner Erklärung zu vervollständigen.

Zwischen den Polen eines kräftigen mit Halbankern versehenen Hufeisenmagnets wurde eine auf eine Messingaxe gesetzte Kupferscheibe der äquatorialen Ebene parallel in Rotation versetzt. Auf dem amalgamierten Rande der Scheibe, sowie auf der metallischen Axe schleiften Metallfedern, welche mit den Enden eines Galvanometers verbunden waren. Sobald die Scheibe rotierte, wurde das Galvanometer von einem Strome durchflossen, dessen Richtung geändert wurde, wenn die Richtung der Rotation sich änderte. Wenn von dem Nordpol aus gesehen die Scheibe wie der Zeiger einer Uhr rotierte, so waren in dem an den Polen vorbei passierenden Radien die Induktionsströme vom Centrum der Scheibe gegen den Rand hin gerichtet. Rotierte die Scheibe im entgegengesetzten Sinne, so daß sie also vom Südpole aus gesehen wie der Zeiger einer Uhr kreiste, so hatte der Strom die entgegengesetzte Richtung, er floß in den die

Fig. 289.



Pole passierenden Radien von dem Rande der Scheibe gegen das Centrum hin.

Die auf diese Weise das Galvanometer durchsetzenden Ströme sind nur Zweigströme, da nach den Gesetzen der Stromverzweigung in den nicht direkt induzierten Teilen der Scheibe die erregten Ströme sich zum Teil ausgleichen; legt man an die Scheibe keine ableitenden Federn, so gleichen sich die Ströme vollständig in der Scheibe aus. Die Wege dieser Ströme lassen sich dann dadurch finden, daß man an verschiedenen Punkten der Scheibe das eine Ende des Galvanometerdrahtes hält und dann mit dem anderen Ende des Drahtes Punkte auf der Scheibe aufsucht, an welche man das zweite Ende des Galvanometerdrahtes anlegen kann, ohne daß ein Strom denselben durchströmt. Die Punkte welche man auf diese Weise bestimmt, sind Punkte gleichen elektrischen Potentials, denn weil in denselben das Potential der freien Elektrizität denselben Wert hat, fließt kein Strom von einem zum andern hin. Die Punkte gleichen elektrischen Potentials liegen auf bestimmten gegen die Magnetpole, über oder neben welchen die Scheibe rotiert, symmetrisch gelegenen Kurven; von einer so bestimmten Kurve zur anderen ändert sich der Potentialwert<sup>1)</sup>. Die Strömungskurven sind in jedem Punkte senkrecht zu den Kurven gleichen elektrischen Potentials. In dieser Weise hat Matteucci<sup>2)</sup> die Strömungskurven in Scheiben bestimmt; wenn auch das Kurvensystem, welches er findet, ziemlich verwickelt ist, so bestätigen seine Versuche doch die aus den Erscheinungen des Rotationsmagnetismus und aus Faradays Versuchen abgeleiteten Resultate, daß unterhalb der Pole die Ströme eine radiale Richtung haben, und daß wenn die Scheibe über zwei zum Centrum symmetrisch gelegenen Polen rotiert, die Ströme von einem zum anderen Pole gerichtet sind und auf beiden Seiten der die Pole verbindenden Linie sich ausgleichen.

Die Ströme liegen jedoch nur genau symmetrisch zur Verbindungslinie der beiden Pole, wenn die Rotation der Scheibe nicht zu schnell ist; wird die Rotationsgeschwindigkeit bedeutend, so verschieben sich nach den Versuchen von Nobili<sup>3)</sup> und Matteucci die Strömungskurven im Sinne der Rotation, wie wenn die Ströme eine gewisse Zeit brauchten, um zu stande zu kommen. Wenn so Fig. 290 die auf die einfachste Form reduzierten Strömungskurven darstellt, wenn die Scheibe im Sinne des Pfeilstriches unter den Polen *NS* rotiert, so liegen die Kurven bei rascher Rotation nicht symmetrisch zu der Linie *NS*, sondern zu der Linie *n's*, so daß es den Anschein hat, als wenn die Induktion nicht sofort zu stande käme.

Diese Verzögerung der Induktion oder die Verschiebung der Strömungskurven erklärt nun auch sofort die zur Ebene der Scheibe senkrechte Abstößung des über ihr befindlichen Poles; denn betrachten wir das Kurvensystem *nbs* in dem sich dem Pole annähernden Teile der Scheibe, über welches infolge der Verschiebung des Stromsystems der Pol *N* zu

1) Über die Berechnung dieser Ströme sehe man *Jochmann*, Crelles Journ. Bd. LXIII. Poggend. Ann. Bd. CXXII.

2) *Matteucci*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIX.

3) *Nobili*, Poggend. Ann. Bd. XXVII.

hängen kommt, so erkennt man sofort, daß dieses den Nordpol eines Magnets repräsentiert, indem die Ströme dieses Systems umgekehrt wie der Zeiger einer Uhr kreisen. Hängt deshalb der Magnet so über der Scheibe, daß derselbe nach oben sich bewegen kann, so muß der Nordpol von dem Stromsystem  $nbs$  abgestoßen werden. Ebenso muß auch der Südpol  $S$ , welcher sich über dem Kurvensystem  $nas$  befindet, einen senkrecht von der Scheibe fort gerichteten Antrieb erhalten.

Ebenso erklärt sich durch diese Verzögerung der Induktionsströme auch die dem Radius der Scheibe parallele Komponente des Rotationsmagnetismus, und Fig. 290 läßt sofort erkennen, daß durch die Einwirkung der Ströme  $nbs$  der in vertikaler Ebene drehbare Magnet, dessen Nordpol unten ist, nach der Ampèreschen Regel mit dem Nordpole nach außen hin, also vom Mittelpunkte fort abgelenkt werden muß. Das Gleiche gilt von dem Südpole  $S$ , auch dieser wird nach der Ampèreschen Regel von den Strömen  $nas$  nach außen abgelenkt.

Fig. 290.

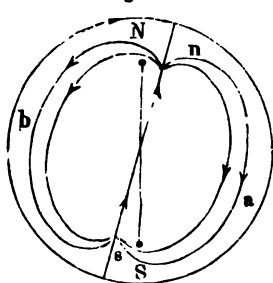
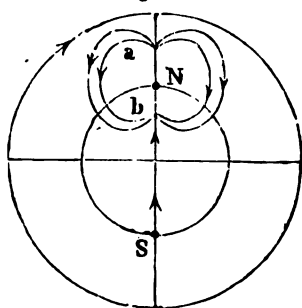


Fig. 291.



Diese letzteren Wirkungen werden andere, wenn die Pole sich näher bei der Mitte befinden, da dann die Strömungskurven einen andern Verlauf nehmen, indem sich mehrere Stromsysteme bilden. So bildet sich nach Matteucci z. B. ein dem Kurvensystem  $Nab$  Fig. 291 ähnliches aus, wenn die Scheibe im Sinne des Pfeils unter dem in der Hälfte des Radius befindlichen Nordpole rotiert. Werden hier die Ströme nach rechts hin verschoben, so bleibt die vertikale Komponente dieselbe wie in dem vorher betrachteten Falle, die radiale Komponente wird aber entgegengesetzt gerichtet, so daß der Nordpol  $N$  gegen den Mittelpunkt der Scheibe hin abgelenkt wird.

In einem gewissen Abstände von dem Mittelpunkte, das läßt sich schon daraus schließen, müssen dann die Strömungskurven so beschaffen sein, daß der Magnet weder nach der einen noch nach der anderen Seite abgelenkt wird.

## §. 149.

**Anwendung der Dämpfung bei der Galvanometrie.** Der dämpfende Einfluß, welchen Metallmassen auf schwingende Magnetnadeln ausüben, wird in neuerer Zeit in ausgedehnter Weise bei der Galvanometrie angewandt, um die Messungen rascher und sicherer auszuführen. Denn führt

man einen Strom durch ein Galvanometer, so erhält die Nadel eine neue Gleichgewichtslage, um welche dieselbe in Schwingungen gerät; und wenn man auch die neue Gleichgewichtslage aus den Beobachtungen dieser Schwingungen ableiten kann, so ist es doch immer bequem, ja häufig, wenn die Ströme ihre Stärke schnell ändern, für genaue Messungen notwendig, daß die Nadel in ihrer abgelenkten Lage schnell zur Ruhe kommt. Das erreicht man, indem man die Magnetnadel mit dämpfenden Metallmassen umgibt. Je enger und je vollständiger man die schwingende Nadel mit Metallmassen einhüllt, um so stärker ist der die Bewegung der Nadel hemmende Einfluß der in den Metallmassen induzierten Ströme. Wir haben schon im §. 127 bei der Beschreibung der Galvanometer von W. Weber und Wiedemann auf diese Dämpfung hingewiesen und erwähnt, daß man die neuern Galvanometer, welche zur Messung konstanter Ströme dienen, mit so starker Dämpfung versieht, daß die Nadel überhaupt keine Schwingungen mehr macht, daß sie sich zur neuen Gleichgewichtslage hin begiebt ohne dieselbe zu überschreiten. Man nennt die Bewegung der Nadel in dem Falle eine aperiodische und solche Galvanometer oft aperiodische.

Daß eine solche Bewegung möglich ist, und unter welchen Bedingungen sie eintritt, erkennt man leicht aus der Gleichung der unter Dämpfung sich bewegenden Nadel<sup>1)</sup>. Ist  $\varphi$  der Abstand der Nadel von der Gleichgewichtslage, so ist die Differentialgleichung der Bewegung, wie wir schon §. 140 erwähnten, die im §. 60 des ersten Bandes bereits behandelte Gleichung

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{d\varphi}{dt} + k^2\varphi = 0.$$

Das allgemeine Integral dieser Gleichung ist, wie wir im ersten Bande sahen (§. 60),

$$\varphi = e^{-\varepsilon t} \{ A e^{\sqrt{\varepsilon^2 - k^2} t} + B e^{-\sqrt{\varepsilon^2 - k^2} t} \}.$$

Wie wir an jener Stelle nachwiesen, geht diese Gleichung in diejenige einer schwingenden Bewegung über, wenn  $k > \varepsilon$ , soweit die Exponenten in dieser Gleichung imaginär werden. Ist dagegen  $\varepsilon > k$ , so daß die Exponenten reell sind, so wird die Bewegung eine aperiodische. Nehmen wir das an, und nehmen wir weiter an, daß die neue Gleichgewichtslage der Nadel einer Ablenkung  $p$  entspreche. Da obige Gleichung uns den Abstand der Nadel von der Gleichgewichtslage zur Zeit  $t$  ergibt, ist der Abstand der Nadel von dem Nullpunkte des Galvanometers zur Zeit  $t$  gleich dem Abstände  $p$  der Gleichgewichtslage vermehrt um  $\varphi$ ; setzen wir den Abstand vom Nullpunkte gleich  $y$ , so wird, wenn zugleich  $\sqrt{\varepsilon^2 - k^2} = m$  gesetzt wird,

$$y = e^{-\varepsilon t} \{ A e^{m t} + B e^{-m t} \} + p.$$

1) Die Untersuchung der Dämpfung ist zuerst vollständig durchgeführt von E. Du Bois-Reymond, Monatsberichte der Berliner Akad. für 1869 und 1870. Du Bois-Reymond hat bei diesen Untersuchungen zuerst die Aperiodicität der Bewegung nachgewiesen.



Wir rechnen die Zeit von dem Augenblicke, in welchem der Strom geschlossen wird, dann ist zur Zeit  $t = 0$  sowohl  $y = 0$  als auch, da in dem Moment die Bewegung gegen die neue Gleichgewichtslage beginnt, die Geschwindigkeit, also  $\frac{dy}{dt} = 0$ .

Zur Bestimmung der Konstanten  $A$  und  $B$  erhalten wir daher die Gleichungen

$$0 = A + B + p, \quad p = -(A + B),$$

$$\frac{dy}{dt} = -\varepsilon e^{-\varepsilon t} \{A e^{m t} + B e^{-m t}\} + m e^{-\varepsilon t} \{A e^{m t} - B e^{-m t}\},$$

somit für  $t = 0$

$$0 = -\varepsilon(A + B) + m(A - B), \quad A - B = \frac{\varepsilon}{m}(A + B),$$

somit

$$A = -\frac{p}{2} \frac{\varepsilon + m}{m}, \quad B = \frac{\varepsilon - m}{m} \frac{p}{2}$$

und daraus

$$y = \frac{p}{2m} e^{-\varepsilon t} \{(\varepsilon - m)e^{-m t} - (\varepsilon + m)e^{m t}\} + p,$$

$$y = \frac{p}{2m} \{(e - m)e^{-(\varepsilon+m)t} - (\varepsilon + m)e^{-(\varepsilon-m)t}\} + p.$$

Das erste Glied des Ausdruckes für  $y$  wird mit wachsendem  $t$  stets kleiner, so daß  $y$  sich dem Wert  $p$  immer mehr nähert, allerdings strenge gleich  $p$  erst für  $t = \infty$  wird; größer als  $p$  kann  $y$  niemals werden, somit kann die Bewegung nicht umkehren, es können keine Schwingungen entstehen. Dasselbe zeigt die Gleichung für die Geschwindigkeit der Bewegung. Setzen wir die Werte von  $A$  und  $B$  in dieselbe ein, so wird

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{p(\varepsilon^2 - m^2)}{2m} \{e^{-(\varepsilon-m)t} - e^{-(\varepsilon+m)t}\}$$

ein Ausdruck, der mit wachsendem  $t$  zunächst wächst bis zu einem Maximum, das nach den Regeln des Maximums berechnet zur Zeit

$$t = \frac{1}{2m} \log \text{nat.} \frac{\varepsilon + m}{\varepsilon - m}$$

erreicht; wird von da ab nimmt die Geschwindigkeit ab und nähert sich mit wachsender Zeit asymptotisch dem Werte null.

E. Du Bois-Reymond hat gezeigt, daß bei Anwendung starker Dämpfung in Galvanometern diese Bewegung der Magnetnadel in der That erreicht werden kann, und seitdem wird dieselbe, wie schon erwähnt wurde, vielfach zur Konstruktion der Galvanometer angewandt.

Wenn man die Intensität konstanter Ströme mißt, indem man die neue Ruhelage der Nadel beobachtet, so ist die Dämpfung nur in soweit von Einfluß, daß die durch den Strom bedingte Ruhelage schneller erreicht wird, die Ruhelage ist für die gedämpfte Nadel dieselbe wie für die ungedämpfte. Anders ist es aber bei der Messung von Induktionsströmen, welche der Nadel nur einen Stoß geben, oder wenn man einen konstanten Strom durch die erste Elongation messen, das heißt die Ruhe-

lage aus der ersten Elongation ableiten will. Ist keine Dämpfung vorhanden, so wissen wir, daß im letztern Falle die erste Ablenkung doppelt groß ist, als die der neuen Ruhelage entsprechende Ablenkung, und die Stärke des Induktionsstromes dem Sinus der halben Ablenkung proportional ist. Bei Anwendung der Dämpfung sind die Verhältnisse anders. Galvanometer, welche zu solchen Beobachtungen gebraucht werden, müssen nicht aperiodisch gedämpft sein, die Nadel muß noch eine schwingende Bewegung besitzen. Untersuchen wir zuerst den Fall, daß die Stärke eines konstanten Stromes aus der ersten Ablenkung bestimmt werden soll, daß also aus derselben die neue Ruhelage bestimmt werden soll. Aus der Differentialgleichung der Bewegung für  $\varepsilon < k$  sich ergebende Schwingungsgleichung ist (Bd. I. §. 60)

$$\varphi = e^{-\varepsilon t} \{ A \cos t\sqrt{k^2 - \varepsilon^2} + B \sin t\sqrt{k^2 - \varepsilon^2} \},$$

worin  $A$  und  $B$  zu bestimmende Konstanten sind. Hierin ist  $\varphi$  der Abstand der Nadel von der durch den Strom bedingten Gleichgewichtslage, wir wieder den Abstand  $y$  vom Nullpunkt der Galvanometerteilung führen, und entspricht die Ablenkung  $p$  der neuen Gleichgewichtslage so ist

$$y = p + e^{-\varepsilon t} \{ A \cos t\sqrt{k^2 - \varepsilon^2} + B \sin t\sqrt{k^2 - \varepsilon^2} \}.$$

Ist  $T$  die Schwingungsdauer der Nadel, so wissen wir zunächst

$$T\sqrt{k^2 - \varepsilon^2} = \pi; \quad \sqrt{k^2 - \varepsilon^2} = \frac{\pi}{T}.$$

Zur Zeit  $t = 0$ , im Momente des Stromschlusses, beginnt die Nadel ihre Bewegung, wir erhalten demnach als erste Gleichung zur Bestimmung von  $A$  und  $B$ , daß für  $t = 0$  auch  $y = 0$ , somit

$$0 = p + A; \quad A = -p.$$

Zweitens ist für  $t = 0$  auch die Geschwindigkeit gleich null; es

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} = & -\varepsilon e^{-\varepsilon t} \left\{ A \cos \pi \frac{t}{T} + B \sin \pi \frac{t}{T} \right\} + \\ & + e^{-\varepsilon t} \left\{ -A \frac{\pi}{T} \sin \pi \frac{t}{T} + B \frac{\pi}{T} \cos \pi \frac{t}{T} \right\}, \end{aligned}$$

somit, wenn  $t = 0$  und  $A = -p$  gesetzt wird,

$$0 = \varepsilon p + B \frac{\pi}{T}, \quad B = -p \frac{\varepsilon T}{\pi},$$

somit

$$y = p - p e^{-\varepsilon t} \left\{ \cos \pi \frac{t}{T} + \frac{\varepsilon T}{\pi} \sin \pi \frac{t}{T} \right\}.$$

Zum erstenmale wird der größte Ausschlag erreicht für  $t = T$ , da

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen S. 341. Man sehe auch die Abhandlungen von H. Scherbi über die Dämpfung in Galvanometern, Wiedem. Ann. Bd. IX, worin derselbe zeigt, daß die Größe  $\varepsilon$  vom Ausschlage abhängig ist, und diese Abhängigkeit näher untersucht.

in dem Momente wird nach Beginn der Bewegung die Geschwindigkeit gleich null. Der Wert dieses größten Ausschlages ist

$$y_1 = p(1 + e^{-\varepsilon T}).$$

Die Gleichgewichtslage aus dem ersten Ausschlage  $y_1$  ergibt sich also

$$p = \frac{y_1}{1 + e^{-\varepsilon T}}.$$

Für den Abstand  $y_2$  der Nadel von der Gleichgewichtslage, wenn dieselbe nach der ersten Elongation zurückgekehrt ist, erhält man

$$y_2 = p(1 - e^{-2\varepsilon T}).$$

Man kann also auch aus dieser und so jeder folgenden Schwingung den Wert von  $p$  berechnen, wenn  $\varepsilon$  und  $T$  bekannt sind. Beobachtet man mehrere Schwingungen, so erhält man  $T$  direkt. Die dämpfende Kraft  $\varepsilon$  muß direkt bestimmt werden.

Dieselbe besteht aus zwei Teilen, einem konstanten, welcher sich zeigt, wenn das Galvanometer nicht geschlossen ist und einem variablen, von den Drähten des Multiplikators herrührenden, wenn diese zu einem Stromkreise geschlossen sind. Letzterer hängt ab von der Leitung, welche außerdem noch in den Schließungsbogen eingeschaltet ist, er ist um so kleiner, je größer dieser Widerstand ist, da mit dem Widerstande der Leitung die Stärke der in den Windungen induzierten Ströme abnimmt. Den konstanten Teil der Dämpfung erhält man aus Beobachtungen der Schwingungsbogen, wenn die Kette, zu welcher der Multiplikator gehört, geöffnet ist. Ist dann in natürlichen Logarithmen  $\lambda'$  das logarithmische Dekrement der Schwingungen, und  $T'$  die Schwingungsdauer, so ist nach §. 140 S. 1032

$$\frac{\lambda'}{T'} = \varepsilon'$$

das Maß des konstanten Teils der dämpfenden Kraft.

Zur Bestimmung des variablen Teils der dämpfenden Kraft werden die Schwingungen beobachtet, wenn der Multiplikator in sich geschlossen ist. Ist  $\lambda''$  das dann beobachtete logarithmische Dekrement,  $T''$  die Schwingungsdauer, so ist das Maß der gesamten dämpfenden Kraft

$$\frac{\lambda''}{T''} = \varepsilon'',$$

das Maß des von dem Multiplikator drahte allein herrührenden Teiles, somit

$$\varepsilon'' - \varepsilon' = \frac{\lambda''}{T''} - \frac{\lambda'}{T'}.$$

In den meisten Fällen sind  $T'$  und  $T''$  so wenig verschieden, daß man ihren Unterschied vernachlässigen kann, dann ist

$$\varepsilon'' - \varepsilon' = \frac{1}{T'} (\lambda'' - \lambda').$$

Man erhält daraus den bei Einschaltung eines äußeren Widerstandes variablen Teil, wenn  $a$  der Widerstand des Multiplikators,  $b$  der der äußeren Leitung ist, indem man jene Differenz mit  $\frac{a}{a+b}$  multipliziert, da

die Stärke der induzierten Ströme und damit die dämpfenden Kräfte sich umgekehrt wie diese Widerstände verhalten; der variable Teil ist also

$$\frac{a}{a+b} \left( \frac{\lambda'' - \lambda'}{T'} \right);$$

wenn man also  $a$  einmal bestimmt hat, so ist in jedem einzelnen Fall nur mehr  $b$  zu beobachten, um sofort den variablen Teil der Dämpfung zu erhalten. Die gesamte dämpfende Kraft ist dann

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda'}{T'} + \frac{a}{a+b} \left( \frac{\lambda'' - \lambda'}{T'} \right) = \frac{a\lambda'' + b\lambda'}{(a+b)T'}.$$

Ist  $\lambda$  nicht in natürlichen Logarithmen gegeben, so bekommt der Nenner in dem Ausdrucke für  $\varepsilon$  noch als Faktor den Modulus des Logarithmensystems.

Mit dem so bestimmten Werte von  $\varepsilon$  oder  $\lambda = \varepsilon T$  erhält man aus den oben angegebenen Gleichungen die dem konstanten Strom entsprechenden Gleichgewichtslage  $p$  aus den beobachteten Elongationen.

Wir wollen als zweiten Fall die Bestimmung der Intensität des Induktionsstromes aus der durch den Stoß bewirkten Ablenkung der Nadel betrachten. Es handelt sich, wie wir früher sahen, in dem Falle darum, die Geschwindigkeit, mit welcher die Nadel die Gleichgewichtslage verläßt, aus der beobachteten ersten Elongation zu bestimmen. Die Nadel macht um die Gleichgewichtslage, welche in diesem Falle die Nulla des Galvanometers ist, die sie zur Zeit  $t = 0$  verläßt, isochrone Schwingungen, deren Dauer  $T$  sei. In der allgemeinen Gleichung

$$\varphi = e^{-\varepsilon t} \left\{ A \cos \pi \frac{t}{T} + B \sin \pi \frac{t}{T} \right\}$$

haben wir demnach zur Bestimmung der Konstanten zunächst  $\varphi = 0$  für  $t = 0$ , somit  $A = 0$

$$\varphi = e^{-\varepsilon t} B \sin \pi \frac{t}{T} \dots \dots \dots$$

An Stelle der Konstanten  $B$  können wir zunächst die gesuchte Geschwindigkeit  $C$  für  $t = 0$  einführen. Es ist

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\varepsilon e^{-\varepsilon t} B \sin \pi \frac{t}{T} + e^{-\varepsilon t} B \frac{\pi}{T} \cos \pi \frac{t}{T}$$

Für  $t = 0$  wird

$$\frac{d\varphi}{dt} = C = B \frac{\pi}{T}; \quad B = \frac{T}{\pi} C,$$

somit

$$\varphi = e^{-\varepsilon t} \frac{T}{\pi} C \sin \pi \frac{t}{T}.$$

Die erste Elongation wird erreicht, wenn die Geschwindigkeit gleich null geworden ist, wir erhalten demnach die Zeit  $t_1$ , wenn die erste Gleichung (b), indem wir dieselbe gleich null setzen,



$$0 = -\varepsilon \sin \pi \frac{t_1}{T} + \frac{\pi}{T} \cos \pi \frac{t_1}{T},$$

$$\frac{\pi}{\varepsilon T} = \frac{\pi}{\lambda} = \tan \pi \frac{t_1}{T}; \quad t_1 = \frac{T}{\pi} \arctan = \frac{\pi}{\lambda},$$

weiter

$$\sin \frac{\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}$$

und damit für die erste Elongation

$$\varphi_1 = e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctan} = \frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \cdot C,$$

oder für die gesuchte Geschwindigkeit

$$C = \varphi_1 \frac{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{T} e^{\frac{\lambda}{\pi} \arctan} = \frac{\pi}{\lambda}.$$

Die Ausdrücke für  $p$  und  $C$  kommen besonders zur Verwendung bei der Beobachtung nach der von W. Weber sowohl für konstante als für induzierte Ströme benutzten Multiplikationsmethode<sup>1)</sup>. Ist ein konstanter Strom zu schwach, als daß er durch die erste Ablenkung gemessen werden kann, so kehrt Weber in dem Momente, in welchem die Nadel die äußerste Lage erreicht hat, den Strom um, so daß die durch den Strom bedingte Ruhelage  $-p$  wird; die Nadel schwingt zurück und geht über  $-p$  hinaus in eine der ersten entgegengesetzte äußerste Lage. Ist diese erreicht, so wird der Strom wieder umgekehrt, so daß die Gleichgewichtslage  $+p$  wird und die Nadel wieder auf die positive Seite hinüberschwingt; der Strom wird wieder umgekehrt, wenn dort die äußerste Lage erreicht ist, und so fort bis, was bald eintritt, die Schwingungsbogen, welche die Nadel von einer zur anderen äußersten Lage zurücklegt, konstant werden. Die Gleichgewichtslage  $p$ , somit die Stromstärke ergibt sich aus den schließlich konstant gewordenen Schwingungsbogen in folgender Weise.

Rechnen wir der Bequemlichkeit wegen die Zeit  $t$  für die zweite Schwingung vom Augenblicke des Stromumlegens, wodurch die Gleichgewichtslage  $-p$  wird, so wird die Schwingungsgleichung für dieselbe

$$y = -p + e^{-\varepsilon t} \left\{ A \cos \pi \frac{t}{T} + B \sin \pi \frac{t}{T} \right\},$$

worin die Konstanten sich ergeben aus der Bedingung, daß für  $t = 0$  der Abstand  $y = y_1 = p(1 + e^{-\varepsilon T})$  und  $\frac{dy}{dt}$ , die Geschwindigkeit gleich null ist. Der äußerste Abstand  $y_2$  wird wieder zur Zeit  $t = T$  erreicht und ergibt sich leicht

$$y_2 = -p(1 + 2e^{-\lambda} + e^{-2\lambda}).$$

Für die dritte Schwingung wird die Gleichgewichtslage wieder  $+p$ , die Gleichung für  $y$  wird also wieder

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen S. 346.

$$y = p + e^{-\lambda t} \left\{ A \cos \pi \frac{t}{T} + B \sin \pi \frac{t}{T} \right\}$$

und es ist für  $t = 0$   $y = -p(1 + 2e^{-\lambda} + e^{-2\lambda})$ , ferner  $\frac{dy}{dt} = 0$  wird für  $t = T$

$$y_3 = p(1 + 2e^{-\lambda} + 2e^{-2\lambda} + e^{-3\lambda})$$

und so fort.

Die Schwingungsbogen werden,

$$\text{der erste } y_1 = p(1 + e^{-\lambda}),$$

$$\text{der zweite } y_1 + (-y_2) = p(2 + 3e^{-\lambda} + e^{-2\lambda}),$$

$$\text{der dritte } (-y_2) + y_3 = p(2 + 4e^{-\lambda} + 3e^{-2\lambda} + e^{-3\lambda}),$$

$$\text{der vierte } y_3 + (-y_4) = p(2 + 4e^{-\lambda} + 4e^{-2\lambda} + 3e^{-3\lambda} + e^{-4\lambda})$$

und so fort. Die Reihe konvergiert rasch, so daß die bald konvergierenden Schwingungsbogen dargestellt werden können durch

$$Y = p \frac{4}{1 - e^{-\lambda}} - 2,$$

woraus sich  $p$  ergibt

$$p = \frac{Y}{2} \frac{1 - e^{-\lambda}}{1 + e^{-\lambda}}.$$

Zur Messung der Induktionsströme wird bei der Multiplikationsmethode der Strom jedesmal umgekehrt, wenn die Nadel die Gleichgewichtslage passiert, ist also die erste Ablenkung durch den Schließstrom hervorgebracht, so wird bei der ersten Rückkehr der Nadel in Gleichgewichtslage der Öffnungsstrom erzeugt, bei der zweiten wieder Schließungsstrom u. s. f. Auch dann werden die Schwingungsbogen konstant. Man findet leicht, daß die konstanten Schwingungsbogen

$$Y = \frac{2}{1 - e^{-\lambda}} e^{-\frac{\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}} \cdot \frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \cdot C,$$

woraus sich die gesuchte Geschwindigkeit  $C$  beziehungsweise die Stärke des Induktionsstromes ergibt.

#### §. 150.

**Dauer der Induktionsströme.** Wenn wir die Intensität der Induktionsströme in derselben Weise definieren wie die Intensität der constanten Ströme, so daß wir also die Intensität derselben der in gleichen Zeiten durch den Querschnitt des Leiters fließenden Elektrizität proportional setzen, so hängt bei gleicher elektromotorischer Kraft und gleichem Widerstande der Leiter die Intensität der Ströme auch wesentlich von der Dauer der Ströme ab. Denn wenn auch dieselbe Elektrizitätsmenge durch dieselben Leiter fließt, so ist doch die in gleichen Zeiten durch irgend einen Querschnitt des Leiters fließende Elektrizitätsmenge größer, je kürzer die Dauer des ganzen Stromes ist. Da wir nun gefunden haben, daß die Wirkung der galvanischen Ströme mit deren Intensität vergrößert wird, so wird das Gleiche auch für die Wirkungen der Induktionsströme gelten; da indes die Dauer der Induktionsströme überaus



kurz ist, so wird eben wegen dieses raschen Verlaufes die Wirkung derselben nicht unter allen Umständen mit ihrer Intensität sich ändern. Um zu erkennen, wann sich die Wirkungen mit der Intensität der Induktionsströme, dieselbe in der eben angegebenen Weise definiert, ändern, wann nicht, wird es am besten sein, die einzelnen Wirkungen der Reihe nach durchzugehen.

Zur Messung der galvanischen Ströme wandten wir entweder die elektromagnetischen oder die chemischen Wirkungen an, indem wir sahen, daß einerseits die Ablenkung der Magnetnadel, und andererseits die in gleichen Zeiten stattfindenden chemischen Zersetzungen der Intensität der Ströme proportional sind. Diese beiden Wirkungen messen indes nicht die Intensität der Induktionsströme in der soeben angenommenen Bedeutung, sondern sie messen nur die gesamte durch die Induktion in Bewegung gesetzte Elektrizität.

Die Induktionsströme verlaufen nämlich so rasch, daß wir die Wirkung derselben auf die Magnetnadel als einen momentanen Stoß, oder als eine Reihenfolge einzelner Stöße betrachten können, die sich so rasch folgen, daß alle Stöße die Nadel noch in ihrer Ruhelage treffen. Setzen wir nun voraus, daß in einer und derselben Leitung durch dieselbe induzierende Kraft ein Induktionsstrom erregt wird, daß aber in einem die Induktion die doppelte Zeit dauert als in dem andern, so wird in dem ersten Falle die Intensität des Stromes halb so groß sein als in dem zweiten Falle. Die Ablenkung der Magnetnadel wird aber dennoch in beiden Fällen dieselbe sein, da in dem ersten Falle die halbe Kraft der Magnetnadel gewissermaßen zwei Stöße versetzt, während in dem zweiten die Nadel nur einen Stoß von doppelter Stärke erhält. Die beiden Stöße folgen sich in dem ersten Falle so rasch, daß die Nadel sie unter denselben Umständen erhält, die Geschwindigkeit der Nadel ist also dieselbe. Daraus ergibt sich die schon §. 146 aufgestellte Behauptung, daß die Ablenkung der Magnetnadel nur den Integralstrom, nicht aber den Differentialstrom messe. Die Ablenkung der Magnetnadel kann uns also bei den Induktionsströmen nicht wie bei den konstanten Strömen Aufschluß über die augenblickliche Intensität eines Stromes geben, sondern sie giebt bei den Induktionsströmen, wie die chemischen Wirkungen bei den konstanten Strömen, nur die mittlere Intensität während der ganzen Dauer des Induktionsstromes.

Daß dasselbe von den chemischen Wirkungen gilt, bedarf wohl kaum einer besonderen Erwähnung, denn die chemischen Wirkungen liefern uns ja überhaupt nur ein Maß für die Stromstärke, unter der Voraussetzung, daß der Strom für die Dauer des Versuches konstant ist; die chemischen Wirkungen sind dem Produkte aus der Stromstärke in die Zeitdauer proportional. Die chemischen Wirkungen der Induktionsströme sind daher ebenfalls dem Produkte aus der mittleren Intensität in ihre Dauer proportional; ändert sich deshalb bei einem induzierten Leiter und derselben induzierenden Kraft die Dauer der Induktion, so ändert sich die chemische Wirkung nicht, da in demselben Verhältnisse wie die Dauer zunimmt, die mittlere Intensität abnimmt, das Produkt aus beiden also dasselbe ist.

Anders ist es jedoch bei den Wärmewirkungen der Induktionsströme. Wie wir sahen sind die in gleichen Zeiten von verschiedenen Strömen

entwickelten Wärmemengen den Quadraten der Stromstärken proportional, die Wärmewirkung eines Stromes innerhalb einer gewissen Zeit  $t$  ist also dem Produkte aus dieser Zeit und dem Quadrate der Stromstärke während dieser Zeit proportional. Darans folgt dann auch, daß bei gleicher elektromotorischer Kraft und gleichem Widerstande die Wärmewirkungen der Induktionsströme wesentlich von der Dauer derselben abhängen. Nehmen wir der Einfachheit wegen an, daß die Intensität der Induktionsströme während ihres Verlaufes konstant sei, so wird bei doppelt so langer Dauer die Intensität des Stromes nur die Hälfte sein. Das Quadrat der Intensität ist dann 0,25, und multipliziert mit der doppelten Zeitdauer wird das die Wärmewirkung messende Produkt 0,5. Unter ganz denselben Umständen muß also, wenn wir die Intensität der Induktionsströme während ihres Verlaufes konstant annehmen, die Wärmewirkung derselben ihrer Zeitdauer umgekehrt proportional sein. Sind die Ströme während ihres Verlaufes nicht konstant, so wird eine solche einfache Beziehung nicht existieren, aber immer wird die Wärmewirkung um so größer sein, je kürzer die Dauer der Ströme ist.

Gleiches gilt von den elektrodynamischen Wirkungen der Induktionsströme, wenn man z. B. einen und denselben Induktionsstrom durch eine lose und feste Rolle eines Dynamometers leitet. Die dem Dynamometer erteilte Drehung ist dem Quadrate der Stromstärke proportional; bei den rasch verlaufenden Induktionsströmen wird aber gerade so wie bei dem Galvanometer die Ablenkung auch der Dauer der Induktionsströme proportional sein; nehmen wir also wieder die Ströme während ihres Verlaufes als konstant an, so wird die Ablenkung der Bifilarrolle bei gleicher Gesamtstromstärke gerade wie die Wärmewirkung der Dauer der Induktionsströme umgekehrt proportional sein. Sind die Ströme nicht konstant, so wird auch dann unter sonst gleichen Umständen die Ablenkung der Bifilarrolle um so größer sein, je kürzer die Dauer der Ströme ist.

Auch die magnetisierende Wirkung der Induktionsströme muß mit ihrer Dauer sich ändern. Die magnetisierende Kraft eines konstanten Stromes ist einfach seiner Intensität proportional, sie hängt nicht von der Dauer desselben ab; ja, so kurz wir auch die Dauer eines Stromes machen können, das magnetische Moment einer Stahlnadel ist immer der Intensität des magnetisierenden Stromes proportional. Deshalb wird auch unter sonst gleichen Umständen die magnetisierende Kraft der Induktionsströme abnehmen müssen, wenn die Ströme langsamer verlaufen.

Die Induktionsströme üben wegen ihres raschen Verlaufes, ähnlich wie die Entladungen der Leydner Flasche, auch physiologische Wirkungen aus, welche sich leicht durch Zuckungen in dem menschlichen Körper wahrnehmen lassen, wenn man mit demselben den Stromkreis einer Induktionsspirale schließt. Ein konstanter Strom übt merkbare physiologische Wirkungen nur aus, wenn er eine sehr große Stärke hat; wenn man eine vielplattige Voltaische Säule durch den Körper schließt, fühlt man im Momente des Schließens, sowie des nachfolgenden Öffnens eine Zuckung, um indes eine dauernde Empfindung beim Schließen des Stromes durch den Körper zu erhalten, muß man eine Kette von 30 bis 50 Groveschen Elementen anwenden. Schwächere konstante Ströme kann man nur, wenn man einzelne empfindliche Teile des Körpers in der



kreis einschaltet. Daraus folgt, daß unser Nervensystem vorzugsweise für die Veränderung seines elektrischen Zustandes empfindlich ist, und je bedeutender diese Veränderung ist, um so empfindlicher wird der Organismus davon betroffen. Daraus folgt weiter, daß die physiologischen Wirkungen der Induktionsströme ebenfalls von der Dauer derselben abhängen, derart, daß unter sonst gleichen Umständen die Erschütterungen des Körpers um so kräftiger werden, je rascher sie verlaufen<sup>1)</sup>.

In den angegebenen Wirkungen haben wir demnach Mittel, den zeitlichen Verlauf der Induktionsströme, deren Gesamtintensität dieselbe ist, zu untersuchen.

Mit Hilfe derselben hat sich nun in der That gezeigt, daß der zeitliche Verlauf der Induktionsströme sehr verschieden sein kann, und daß mannigfache Einflüsse denselben bedingen. Daß zunächst der zeitliche Verlauf der durch Bewegung von Leitern erzeugten Induktionsströme sehr verschieden ist, das versteht sich nach der Theorie der Induktion und nach dem durch die Erfahrung festgestellten Satze, daß der Integralstrom nur von der Länge des von dem Leiter zurückgelegten Weges abhängt, von selbst. Aber auch die durch das Entstehen und Verschwinden von Strömen oder von Magnetismus erregten Ströme haben bei gleicher Gesamtintensität nicht gleiche Dauer. So läßt sich leicht zeigen, daß der Induktionsstrom in einer Spirale, welcher bei dem Schließen des primären Stromes entsteht, langsamer verläuft als der Öffnungsstrom, obwohl die Gesamtintensität beider Ströme dieselbe ist. Man erkennt das besonders leicht durch die Erschütterungen, welche beide Ströme dem sie schließenden Körper erteilen, die durch den Öffnungsstrom bewirkten Erschütterungen sind bedeutend stärker. Der Grund dieses Unterschiedes ist leicht ersichtlich. Wenn der Strom in der primären Spirale geschlossen wird, so wird in dem Stromkreise durch den entstehenden Strom zugleich der demselben entgegengesetzt gerichtete Extrastrom induziert; derselbe schwächt während seiner Dauer den entstehenden Strom; ist er verschwunden, so nimmt der entstehende Strom an Stärke wieder zu; diese Zunahme bedingt aber einen neuen Extrastrom und so fort, so daß notwendig eine gewisse Zeit vergeht, bis der entstehende Strom seine ganze Stärke erreicht hat. Wird dagegen der Stromkreis unterbrochen, so kann sich in demselben, wenn keine anderweitige Schließung vorhanden ist, der Öffnungsextrastrom nicht ausbilden, da für denselben kein Stromkreis vorhanden ist. Der Strom muß daher viel rascher verschwinden, als er entsteht<sup>2)</sup>.

Derselbe Grund, welcher den Schließungsstrom verzögert, muß die Induktionsströme verzögern, wenn in der Nähe einer Induktionsspirale sich Metallmassen oder geschlossene Stromkreise befinden. Die Gesamtintensität des induzierten Stromes kann nicht geändert werden dadurch, daß sich zwischen der induzierenden und der Induktionsspirale, oder außerhalb

1) *E. Du Bois-Reymond*, Untersuchungen über tierische Elektrizität Bd. I S. 258 ff.

2) Über den Einfluß der Extrastöme auf die Entwicklung und das Verschwinden eines durch eine konstante Stromquelle gelieferten Stromes und der Induktionsströme sehe man *v. Helmholtz*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIII. *Felici*, Nuovo Cimento II. Reihe Bd. XII. *Cazin*, Comptes Rendus T. LIX. p. 564, T. LX. p. 738. *Annales de chim. et de phys.* 4. Série. T. XVII. *E. Du Bois-Reymond* in *Wiedemanns Elektrizitätslehre* Bd. IV. §. 137 ff.

derselben eine Metallhülse oder Platte befindet, aber die in diesen Metallen erregten Induktionsströme müssen in der eben entwickelten Weise verzögernd wirken. Das zeigt sich auch in den Versuchen bestätigt.

Faraday<sup>1)</sup> wandte als induzierende und induzierte Spirale Bandspiralen in der Weise wie Henry an und fand, daß die Ablenkung der Galvanometernadel bei gleicher Intensität des induzierenden Stromes immer dieselbe war, mochten zwischen die auf einander wirkenden Spiralen Metallplatten gelegt werden oder nicht. Rijke<sup>2)</sup> umgab bei seinen Versuchen über die Extrastrome die Spirale, in welcher der Extrastrom erzeugt wurde, mit einer zweiten Spirale; die galvanometrische Wirkung der Extrastrome war dieselbe, mochte die zweite Spirale geschlossen oder geöffnet sein. Trotz dieser Gleichheit der Gesamtstromstärke war aber die elektrodynamische Wirkung in beiden Fällen sehr verschieden; die Ablenkung des Dynamometers ist viel kleiner, wenn die zweite Spirale geschlossen als wenn sie offen ist. Mit Hilfe der thermischen Wirkungen haben Abria<sup>3)</sup> und Edlund<sup>4)</sup>, und mit Hilfe der physiologischen Wirkungen Dove<sup>5)</sup> dasselbe für die Induktionsströme in Induktionsspiralen nachgewiesen.

Diese verzögernde Wirkung von Metallmassen erklärt auch die eigentümliche Verschiedenheit des Einflusses, welchen weiches Eisen im Innern einer Induktionsspirale ausübt, je nachdem es in massiven Cylindern oder in Form von Eisendrahtbündeln angewandt wird. Wenn man eine Induktionsspirale auf eine induzierende Spirale windet und dann in die induzierende Spirale weiches Eisen legt, so wird die Stärke des induzierten Stromes bedeutend vergrößert, da dann nicht nur der entstehende und verschwindende Strom, sondern auch der entstehende und verschwindende Magnetismus in der Induktionsspirale einen Strom erregt. Der von betterem herrührende Teil der elektromotorischen Kraft ist dem magnetischen Momente des in der Spirale liegenden Eisens proportional, er ist also derselbe, wenn das magnetische Moment des Eisens dasselbe ist. Das entsprechend zeigt sich auch die mit dem Galvanometer gemessene Gesamtintensität der Induktionsströme gleich, wenn das magnetische Moment des in der Spirale befindlichen Eisens dasselbe ist, die physiologischen Wirkungen dagegen sind bedeutend größer, wenn das Eisen in Form von Drahtbündeln verwandt wird.

Daß die verstärkte Wirkung in dem letzten Falle ihren Grund in der Verteilung des Eisens hat, welche das Zustandekommen der Induktionsströme verhindert, das ergibt sich deutlich aus den Versuchen von Magnus<sup>6)</sup>, nach welchen die stärkere physiologische Wirkung des Eisens sofort aufhört, wenn die einzelnen Eisendrähte durch ein leichtflüssiges Metall zu einem metallischen Continuum verbunden sind, oder wenn die Eisendrähte in eine ringsgeschlossene Metallröhre geschoben werden. Wei-

1) Faraday, Experimental researches Ser. XIV. art. 1709 ff. Poggend. Anz. Ergänzungsband I.

2) Rijke, Poggend. Ann. Bd. CII.

3) Abria, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. VII.

4) Edlund, Poggend. Ann. Bd. CXXIII.

5) Dove, Poggend. Ann. Bd. XLIX.

6) Magnus, Poggend. Ann. Bd. XLVIII.

die Metallröhre indes der Länge nach aufgeschnitten, so tritt die stärkere physiologische Wirkung wieder hervor.

Dove hat dann auch noch direkt gezeigt<sup>1)</sup>, daß die stärkere physiologische Wirkung ihren Grund in dem rascheren Verlauf, also in der größeren Intensität des bei der Gegenwart von Eisenbündeln induzierten Stromes hat. Er wandte dazu den Differentialinduktor an; derselbe besteht aus zwei ganz gleichen hohlen Holzrollen, auf welche zunächst als induzierende Spirale eine gleiche Länge gleichen Kupferdrahtes in gleichen Windungen aufgewickelt war. Auf jede dieser Rollen war ferner eine Induktionsspirale gewickelt, beide Induktionsspiralen waren ebenfalls unter sich ganz genau gleich. Wurde durch die induzierenden Spiralen ein Strom geleitet, und wurden die beiden Induktionsspiralen entgegengesetzt mit einander verbunden, so hoben sich die Induktionsströme vollständig auf, so daß sie weder auf die Galvanometernadel eine Wirkung äußerten, noch auch eine physiologische Wirkung zeigten. Das war auch der Fall, wenn in beide Rollen gleiche Stücke weiches Eisen gelegt wurden. Diese Gleichheit beider Wirkungen hörte indes auf, wenn die eine der Rollen einen massiven Eisencylinder, die andere ein Drahtbündel enthielt. War dann in dem Differentialinduktor die Gleichheit des galvanometrischen Effektes erreicht, d. h. fand keine Ablenkung der Galvanometernadel statt, so war noch eine kräftige physiologische Wirkung zu Gunsten der Drahtbündel vorhanden; war dagegen keine physiologische Wirkung mehr wahrzunehmen, so wurde die Galvanometernadel kräftig von dem durch den massiven Eisencylinder erregten Strom abgelenkt.

Wenn bei diesen Versuchen die Gleichheit des galvanometrischen Effektes erreicht war, so blieb die Nadel nicht einfach ruhig auf dem Nullpunkt stehen, sondern sie erhielt immer im ersten Moment eine Zuckung nach der Seite, nach welcher der von dem Drahtbündel induzierte Strom sie ablenkte, und wurde dann auf den Nullpunkt langsamer zurückgeführt; ja selbst, wenn der Strom von dem massiven Eisencylinder im Galvanometer überwog, erhielt die Nadel im ersten Momente einen Stoß nach der Seite des von dem Drahtbündel induzierten Stromes, und dann erst wurde sie durch den Nullpunkt auf die andere Seite abgelenkt. Diese Zuckung der Nadel beweist, daß in dem ersten Momente die Intensität des von dem Drahtbündel induzierten Stromes die größere ist, und daß nur deshalb die Nadel auf die andere Seite abgelenkt wird, weil die Gesamtintensität des von dem massiven Eisen mit größerem magnetischen Momente induzierten Stromes die größere ist; sie beweist also, daß das massive Eisen die Induktion wie jedes massive Metall verzögert<sup>2)</sup>.

1) Dove, Poggend. Ann. Bd. XLIX. Untersuchungen im Gebiete der Induktionselektricität. Berlin 1842.

2) Auf die den alternierenden Entladungen einer Leydener Flasche entsprechenden oscillatorischen Bewegungen der Elektricität in nicht geschlossenen Induktionsspiralen können wir hier nicht eingehen. Man sehe die betreffenden Untersuchungen von v. Helmholtz. Verhandl. des naturhistor. medicin. Vereins zu Heidelberg. Jahrg. 1869. Berichte der Berliner Akad. Mai 1871. Bernstein, Poggend. Ann. Bd. CXLI. Blaserna, Archives des sciences phys. et natur. Nouv. série. T. XXXVIII 1869. Monton, Journal de physique T. VI. Cazin, Ann. de chim. et de phys. 5. série T. I. Schüller, Poggend. Ann. Bd. CXX.



## §. 151.

**Magnetelektrische und dynamoelektrische Induktionsappa**

Aus den in diesem Kapitel mitgetheilten Erfahrungen über die Induktion ergibt sich, daß man mit Hilfe derselben sehr kräftige und verlaufende elektrische Ströme herstellen kann. Man hat daher viele elektromotorische Apparate, welche auf Induktion beruhen, konstruirt die wichtigsten derselben sollen hier beschrieben werden.

Die Induktionsapparate zerfallen in zwei Gruppen, die magnetischen und die elektromagnetischen; in den ersteren werden die St durch Bewegung von Spiralen, welche mit Eisenkernen versehen sind in der Nähe kräftiger Magnetpole erregt, in den letzteren dadurch, daß einer induzierenden, ein Bündel Eisendrähte enthaltenden Spirale, welche von einer Induktionsspirale umgeben ist, abwechselnd Ströme unterbrochen und geschlossen werden. In der ersteren Gruppe werden also die St allein durch Magnetismus, theils durch die Bewegung der Spirale an den Polen, theils durch den entstehenden und verschwindenden Magnetismus der Kerne induziert; in der letzteren theils durch den entstehenden und verschwindenden Strom, theils durch den infolge dieses entstehenden und verschwindenden Magnetismus.

Der erste Induktionsapparat, welcher konstruirt wurde, war der magnetoelektrische Apparat von Pixii<sup>1)</sup>; derselbe liefs einen Hufeisenmagnet um eine den Schenkeln parallele Axe rotieren; vor demselben fand sich ein Anker von der Form eines kurzen Hufeisens, dessen Schenkel mit Drahtspiralen umwickelt waren, so daß die Pole des rotierenden Magnets sich den Schenkeln des Ankers abwechselnd näherten, abwechselnd von denselben sich entfernten. Auf diese Weise konnten nur kleinere Maschinen konstruirt werden, da größere Magnete sich schwierig in eine regelmäßige Rotation versetzen liefsen. An allen konstruirten Apparaten, so an denen von Saxton<sup>2)</sup>, Ritchie<sup>3)</sup>, Clarke<sup>4)</sup> von Ettingshausen<sup>5)</sup> und anderen, wurden die Magnete deshalb festgestellt und die mit Eisenkernen versehenen Spiralen vor den Polen desselben in Rotation versetzt. Wir beschreiben von allen diesen Maschinen nur die wohl am weitesten verbreitete Maschine von Stöhrer.

An den einfachen Stöhrerschen Apparaten, Fig. 292, liegt der eisenförmige Stahlmagnet NS horizontal auf dem Kasten K. Der Magnet besteht aus mehreren, 5 oder 7 Lamellen, welche in der gewöhnlichen Weise zusammengelegt sind.

Zwischen den Schenkeln des Magnets und ihnen parallel befindet sich die den Anker tragende eiserne Umdrehungsaxe; dieselbe end

1) Pixii, Ann. de chim. et de phys. T. L. Poggend. Ann. Bd. XXVI

2) Saxton, Philosophical Magazin vol. IX. 1836. Poggend. Ann. Bd. XI

3) Ritchie, Philosophical Transactions for 1833. Poggend. Ann. Bd. X Poggend. Ann. Bd. XXXIX. S. 406.

4) Clarke, Philosophical Magazin vol. IX. 1836. Poggend. Ann. Bd. XI S. 406.

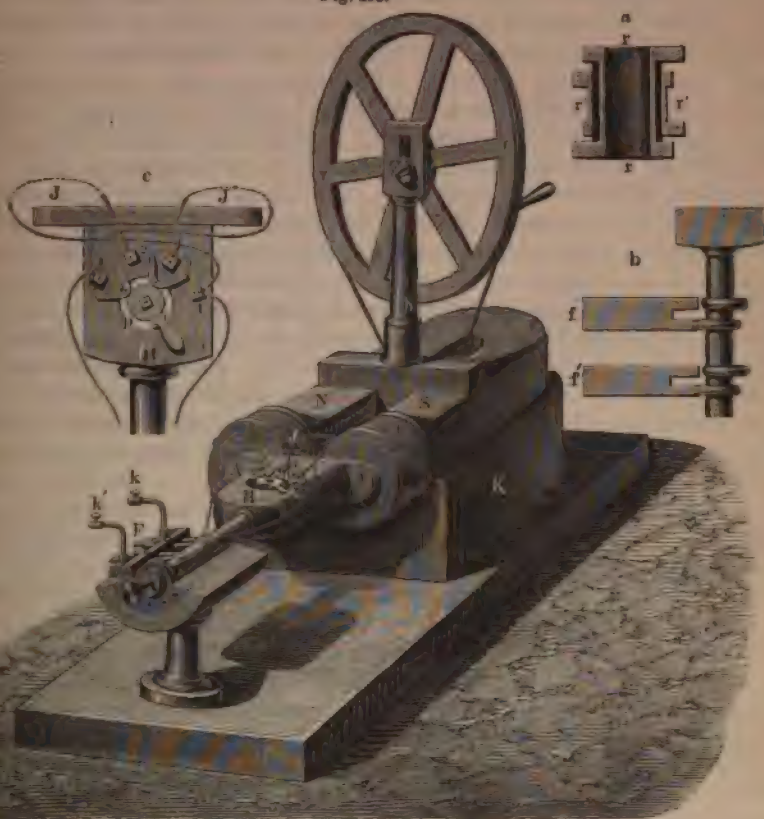
5) v. Ettingshausen, Gehlers Wörterbuch II. Aufl. Bd. IX. Art. Mag. elektricität.

6) Man sehe galvanische Fernwirkungen von v. Feilitzsch in der Kasseler Encyclopädie und Wiedemann's Galvanismus. 2. Aufl. Bd. II.



Spitzen, welche in Pfannen laufen. Auf der Axe befindet sich hinter der Säule *b* eine Rolle, über welche der Sehnurlauf des Rades *r* hinreicht, durch welchen die Rotation der Anker bewirkt wird. Vor den Magnetpolen trägt die Axe den mit den Induktionsspiralen versehenen Anker;

Fig. 292.



Derselbe besteht aus einer Eisenplatte *AA*, an welche zwei Eisenkerne angeschraubt sind, welche von den Induktionsspiralen *J*, *J'* umgeben werden. Bei den neueren Apparaten von Stöhrer sind die Enden der Induzierten Drähte mit vier von einander isoliert auf dem Holzklötzchen *H* befestigten Kupferstücken verbunden, und zwar (siehe auch Nebengigur *c*) die Enden der Spirale *J'* mit den Kupferstücken 1 und 3, die Enden der Spirale *J* mit den Kupferstücken 2 und 4; die Spiralen sind so gewunden, daß die Enden 1 und 2 einerseits, sowie 3 und 4 immer gleichartig elektrisch werden. Wird demnach das Kupferstück 1 mit 3, und das Stück 2 mit 4 leitend verbunden, so entsteht bei der Rotation des Ankers in jeder Spirale ein Strom, der entweder durch die Spiralen von 1 nach 3 und von 2 nach 4 geht, oder bei entgegengesetzter Drehung umgekehrt. Würde man daher z. B. 1 und 2 einerseits, 3 und 4 ande-

rerseits mit ein und derselben Leitung verbinden, so würden die in beiden Spiralen erzeugten Ströme gleichzeitig diese Leitung durchströmen, ähnlich wie wenn man die Zinke zweier Elemente einerseits, die Kohlen andererseits mit einer Leitung verbinden würde.

Wenn man dagegen 2 mit 3 leitend verbände und 1 mit 4 durch eine Leitung schliesse, so würde der in jeder Spirale erzeugte Strom in die andere durchlaufen, indem der Strom der Spirale  $J'$  z. B. von 1 durch die Spirale nach 3, von dort über 2 durch die Spirale  $J$  nach 4 und dann durch die 4 und 1 verbindende Leitung weiter ginge; derselbe Weg würde der Strom der zweiten Spirale einschlagen. Die letztere Verbindungsweise unterscheidet sich von der ersteren dadurch, daß bei ihr der Widerstand in dem Elektromotor doppelt so groß ist.

Um beide Verbindungsweisen, von denen man die erstere wählt, wird, wenn die äußere Leitung nur einen geringen Widerstand herstellen zu können, dient der Pachytrop  $p$ . Derselbe besteht aus einer Kupferscheibe, welche auf einer in dem Holze  $H$  eingelassenen Elliptischen Platte um ihren Mittelpunkt drehbar befestigt ist, und welche zwei gabelartige Kupferstücke trägt. Die Scheibe kann so gestellt werden, daß die eine Gabel die Kupferstücke 1 und 2, die andere die Stücke 3 und 4 berührt, oder, daß die eine Gabel die Stücke 2 und 3 berührt, die andere aber keines der Stücke. Im letzteren Falle gehen die Ströme von 1 durch  $J'$  nach 3, von da über 2 durch  $J$  nach 4, und von dort durch die Leitung nach 1 zurück.

Die Leitung von 4 nach 1 wird durch den an dem vordern Ende der Axe befestigten Kommutator vermittelt. Derselbe besteht, wie die Nebenfigur  $a$  im Durchschnitt und  $b$  perspektivisch zeigt, aus zwei konzentrischen, von einander isoliert auf die Axe aufgesetzten Metallröhren  $rr$  und  $r'r'$ . Mit der Röhre  $rr$  ist das Kupferstück 1, mit  $r'r'$  das Stück 4 durch einen Draht verbunden. Die Röhre  $rr$  ragt an beiden Seiten über die Röhre  $r'r'$  hervor; die Enden der Röhre tragen kegelförmige Wülste von Metall, welche abwechselnd liegen, und zwar so, daß wenn der erste von  $r$  (Fig.  $b$ ) rechts liegt, der erste von  $r'$  links, der zweite von  $r'$  wieder rechts und der zweite von  $r$  links liegt. Auf diesen Metallwülsten schleifen Metallfedern  $f$  und  $f'$ , welche mit Schrauben an der Seite des Fußes  $F$  befestigt sind, und von denen  $f$  mit der Klemmschraube  $k$ ,  $f'$  mit der Klemmschraube  $k'$  leitend verbunden sind. Die Federn sind vorn gegabelt, so daß jedesmal eine der Zinken jeder Feder auf dem betreffenden Metallwulst schleift. Wenn  $f$  auf dem entsprechenden Wulst von  $r'$  schleift, dann schleift  $f'$  auf dem entsprechenden Wulst von  $r$  und umgekehrt. Ist nun  $k$  und  $k'$  leitend verbunden, so fließen durch diese Leitung alle Ströme in derselben Richtung. Denn befindet sich  $J$  (Fig. 292) augenblicklich vor dem Nordpole,  $J'$  vor dem Südpole, so wird, wenn  $J$  sich nach oben und zum Südpole bewegt, durch den verschwindenden Südmagnetismus und den entstehenden Nordmagnetismus ein Strom induziert, der von 2 durch die Spirale nach 4 geht, wird derselbe von 4 zur Röhre  $r'$  von dem entsprechenden Wulst der Feder  $f$ , durch  $k$ , die Leitung  $kk'$  zu  $f'$ , von da durch den entsprechenden Wulst zur Röhre  $r$  und nach 1 zurückgehen. Von 1 geht derselbe Strom der zweiten Spirale vereint durch  $J'$  nach 3, durch

Pachytrop nach 2 und weiter wieder durch  $J$  nach 4, und so wie vorher durch die Leitung  $kk'$ . Wenn dann der Anker eine halbe Umdrehung zurückgelegt hat, so entfernt sich  $J$  nach unten vom Südpol und nähert sich darauf dem Nordpol, der in der Spirale induzierte Strom hat die entgegengesetzte Richtung, er fließt also von 4 nach 1 und von da zur Röhre  $rr$ . Da aber diese Röhre sich jetzt ebenfalls um  $180^\circ$  gedreht hat, so schleift die Feder auf dem entsprechenden Wulst derselben, und der Strom geht wieder von  $f$  über  $k$  durch die Leitung nach  $k'$  u. s. w.

Der Apparat von Störmer liefert also in der Leitung  $kk'$  stets eine Anzahl gleichgerichteter Ströme.

Durch eine etwas andere Anordnung des Kommutators hat Dove<sup>1)</sup> diesen Apparat in den Stand gesetzt, auch abwechselnde Ströme zu liefern, und zugleich gelang es mit demselben auch den Anfangsextrastrom direkt und auf das unzweideutigste nachzuweisen. Wir müssen betreffs dieser interessanten Versuche auf Doves Abhandlung verweisen.

Die elektromotorische Kraft dieser Induktionsapparate hängt ab von der Anzahl der Polaritätswechsel in den Induktionsrollen, also bei einem und demselben Apparate von der Rotationsgeschwindigkeit der Anker. Durch Vermehrung der Magnete und Anker kann daher auch eine grössere elektromotorische Kraft bei gleicher Rotationsgeschwindigkeit erzeugt werden; man hat deshalb später die Zahl der Magnete und Anker ganz erheblich vermehrt.

Ein erheblicher Fortschritt für die magnetelektrischen Maschinen trat ein durch die neuen Konstruktionen, welche einerseits von Pacinotti<sup>2)</sup> und Gramme<sup>3)</sup>, andererseits von v. Hefner-Alteneck<sup>4)</sup> den Ankern der Maschinen gegeben wurden, welche dieselben in den Stand setzten, fast ganz kontinuierliche Ströme zu liefern.

Der von Gramme wohl ohne Kenntnis der Konstruktion von Pacinotti angegebene und jetzt allgemein als Grammescher Ring bezeichnete Anker besteht aus einem Kreisinge von massivem Eisen oder jetzt meist aus vielen Eisendrähten, der, wie es Fig. 293 andeutet, eine große Zahl einzelner von dem Ringe isolierter Spiralen trägt, welche alle gleichgewickelt und deren jede mit der folgenden leitend verbunden ist, so daß sie eine im ganzen um den Eisenring herumgehende Wickelung bilden. Der Eisenring mit der Spirale sitzt auf einer Holzscheibe und kann um eine durch seinen Mittelpunkt senkrecht zur Ebene des Ringes hindurchgehende Axe in Rotation gesetzt werden. Er rotiert zwischen den Polen eines Magnetes, welche nur ganz wenig mehr, als der äußere Durchmesser des bewickelten Ringes beträgt, von einander entfernt sind. Von den je zwei Spiralen verbindenden Drähten gehen radiale Drähte bis zur Axe und sind dort mit von einander und von der Axe isolierten Kupferstreifen verbunden, deren auf der Axe also soviel wie Spiralen vorhanden sind. Die

1) Dove, Poggend. Ann. Bd. LVI.

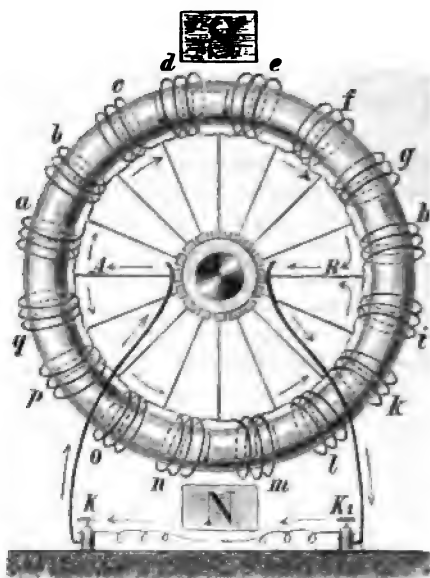
2) Pacinotti, Nuovo Cimento Bd. XIX (1865). II. Reihe Bd. XII. 1874.

3) Gramme, Comptes Rendus T. LXXIII p. 175, T. LXXV p. 1497. Dinglers Journal Bd. CCII, CCVII, CCVIII.

4) Die Trommel der Siemenschen Maschinen von v. Hefner-Alteneck datiert aus dem Jahre 1872.

Kupferstreifen sind in einem Cylinder um die Axe geordnet, so daß mit diametral einander gegenüberliegenden Verbindungsdrähten Spiralen verbundenen Kupferstreifen ebenfalls diametral einander überstehen. Zwei mit den Klemmen  $K$  und  $K_1$  leitend verbundene

Fig. 293.



oder Drahtbürsten sind gegen die Rotationsaxe gedrückt, so daß wenn die Pole  $S$  und  $N$  übereinander stehen, jedesmal ein Kupferstreifen, welcher die horizontale  $AB$  passieren lassen, zwischen den Bürsten in Berührung kommen. Die Bürsten werden in der Regel, um ganz die Unterbrechung des erregten Stromes eintreten zu lassen, so gestellt, daß der nachfolgende Kupferstreifen schon die Bürsten berührt, ehe die gerade durchgehenden Streifen dieselbe verlassen haben.

Um die Wirkung des Ringes zu übersehen, erwägen wir zunächst, daß in demselben ein Südpol und durch denselben ein Nordpol erregt wird, welche immer dieselbe Lage bei  $N$  behalten, auch wenn der Ring in Rotation versetzt wird. Es

auf den rotierenden Ring wechseln dieselben somit stets ihre Lage. Es bleibt die Lage der Pole und die Verteilung des Magnetismus auf dem Ring dieselbe. Es ergibt sich daraus, daß die Induktion in den Ringwesentlich dieselbe ist, wie wenn der Eisenring feststände und die Induktion in Rotation versetzt würde.

Verfolgen wir eine Spirale etwa  $a$  bei ihrer Rotation, welche über  $S$  nach  $B$  gehe und beachten zunächst nur den Magnetismus des Eisenrings, also den unterhalb  $S$  in demselben erregten Nordpol und oberhalb  $N$  erregten Südpol. Die Spirale  $a$  nähert sich von  $A$  aus, sie sich in der Indifferenzzone des ringförmigen Magnets befindet, geht über den Nordpol, indem derselbe die Axe der Spirale durchwandert, weg und entfernt sich von demselben im zweiten Quadranten der Bahn, indem sie zur Indifferenzzone bei  $B$  hinübergeht. Ist sie passiert, so nähert sich die Spirale dem Südpole des Ringmagnets über denselben weg und entfernt sich auf demselben bis zur Indifferenzzone bei  $A$ .

Auf der ersten Hälfte der Bahn auf dem Wege von  $A$  über  $B$  wird in der Spirale nach dem Lenzschen Gesetze ein Strom in der Richtung induziert, daß die im Sinne der Bewegung vordere Seite der Spirale so vom Strome umflossen wird, daß dieselbe dem Nordpol des Magnets entspricht, die hintere Seite dem Südpole, denn auf



**Viertel** der Bahn nähert sich die vordere Seite dem Nordpole, die Induktion muß also so sein, daß die elektrodynamische Wirkung die Spirale abtödt. Ist der Pol durch die Spirale hindurchgegangen, so ist die hintere Seite dem Pole zugewandt, welche sich vom Pole entfernt, die Induktion muß also derartig sein, daß die hintere Seite vom Pole angezogen wird, sie muß also wie auf dem ersten Viertel der Bahn einem Südpole entsprechen. Die Wirkung, welche die Spirale auf dem Wege von *A* über *S* bis *B* erfährt, ist dieselbe, welche alle Spiralen *a* bis *h* oberhalb *AB* gleichzeitig erfahren. Alle diese Spiralen werden somit von einem Strom derselben Richtung durchflossen.

Sowie die Spirale die Indifferenzzone bei *B* passiert hat, ändert sich in derselben die Richtung des Stromes, die in der Bewegungsrichtung vordere Seite nähert sich dem Südpol, sie muß demnach ein Südpol werden, und sie bleibt ein Südpol, bis dieselbe bei *A* ankommt. Auch dies gilt für alle unterhalb *AB* befindliche Spiralen. Die beiden Hälften der Umwicklung werden somit von entgegengesetzten Strömen durchflossen; fließt in der oberen Hälfte der Strom von *A* über *S* nach *B*, so fließt er in der unteren von *A* über *N* nach *B*.

Die Wirkung der Ringpole wird durch die Pole *S* und *N* des Magnets verstärkt, unter resp. über welchen die Spiralen hergehen. Man erkennt das am einfachsten, wenn man die Teile der Windungen betrachtet, welche zwischen den Polen durchgehen; der soeben abgeleitete Induktionsstrom hat eine solche Richtung, daß der unter diesem Teile der Windung liegende Nordpol denselben der Bewegungsrichtung entgegen zurücktreibt; soll der oberhalb der Windung liegende Südpol den Strom in demselben Sinne treiben, so muß nach der Ampèreschen Regel der Strom dieselbe Richtung haben. Nach dem Lenzschen Gesetze muß demnach in einem zwischen einem Nordpol und einem Südpol hindurchgehenden Drahte von beiden Polen ein Strom derselben Richtung induziert werden.

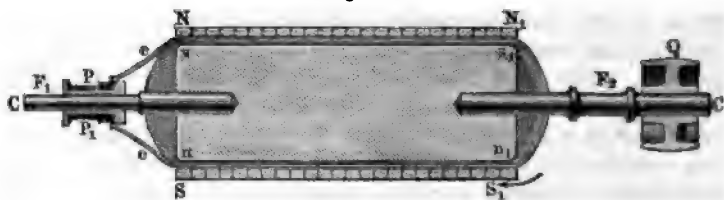
Die gesamte Induktionswirkung liefert also in der oberen Hälfte der Wicklung eine in dem einen Sinne wirkende, in der anderen Hälfte eine im entgegengesetzten Sinne wirkende elektromotorische Kraft; ist der Ring nur in sich geschlossen, so kann demnach gar kein Strom zustande kommen. Der Ring verhält sich wie zwei Reihen von Elementen, in deren jeder die Elemente hinter einander verbunden sind, und bei denen weiter die Zinke der beiden ersten und die Platine der beiden letzten Elemente in den beiden Reihen mit einander verbunden sind, die also so zu einander stehen, wie die beiden Elemente bei der Poggendorffschen Stromverzweigung. Werden aber jetzt die Klemmen *K* und *K*<sub>1</sub> mit einander leitend verbunden, so geht der von beiden Ringhälften erzeugte Strom durch die Kontaktfedern, welche den Kupferstreifen berühren, der gerade *AB* passiert, in die Leitung hinüber, gerade so, wie wenn die Punkte, in denen die beiden Zweige der Poggendorffschen Stromverzweigung zusammenstoßen, mit einander verbunden werden. Ist *E* die in jeder Ringhälfte vorhandene elektromotorische Kraft, *w* der Widerstand der Hälfte der Spiralen, *R* der äußere Widerstand von einer Kontaktfeder zur andern, so ist die Stromstärke

$$i = \frac{E}{R + 2w}.$$

Dieser Strom ist jedesmal so lange vorhanden, als die Kontaktfeder an dem betreffenden Kupferstreifen anliegen, er wird so lange unterbrochen, als es Zeit dauert, daß der nächstfolgende Kupferstreifen an die Kontaktfeder kommt, nachdem der augenblicklich berührende Streifen die Feder verlassen hat. Sorgt man dafür, daß der zweite Streifen ein Augenblick früher an die Kontaktfeder kommt, ehe der erste sie verlassen hat, so tritt keine Unterbrechung, sondern nur ein kleines Schwanken des Stromes ein.

Die Trommel von v. Hefner-Alteneck ist eine Vervollkommenung des ursprünglich von Siemens konstruierten Ankers<sup>1)</sup>, welcher die Magneteinduktion schon erheblich vollständiger ausnutzte, als es bei den früheren Ankerkonstruktionen der Fall war, welche wie bei der Störerschen Maschine über den Polen fort bewegt wurden. Einen Durchschnitt der Trommel zeigt Fig. 294, welche aus Schellens Buch über die magnetelektrischen und dynamoelektrischen Maschinen<sup>2)</sup> entnommen ist. Siemens stellt

Fig. 294.



induzierenden Hufeisenmagnete in eine Reihe neben einander, so daß die Nordpole  $NN$  und die Südpole  $SS$  zwei parallele Reihen bilden. Zwischen diesen Reihen um eine denselben parallele Axe  $CC$  rotiert der Siemenssche Anker, beziehungsweise die Trommel. Auf der Axe  $CC$  sitzt ein Eisencylinder  $nn, ss$ , dessen Durchmesser nur wenig kleiner ist als der Abstand der Pole. Um diesen Eisencylinder sind Drahtspiralen gewickelt und zwar so, daß die Windungen parallel der Rotationsaxe um den Cylinder geführt sind. Der Siemenssche Anker hatte nur eine solche Spirale, die Hefner-Altenecksche Trommel hat deren eine größere Zahl, welche von einander isoliert sind und deren jede folgende gegen die vorhergehende um einen solchen Bruchtheil des Kreisumfanges gedreht ist, als derjenige prope Wert der auf den Cylinder gewickelten Spiralen beträgt. Die Enden der einzelnen Spiralen sind zu Kupferstreifen geführt, welche auf der Rotationsaxe von einander isoliert aufgesetzt sind und durch welche die Spiralen in passender Weise hinter einander geschaltet sind, so daß zwei Zweige, wie bei dem Grammeschen Ringe gebildet werden, so daß also stets der Strom in beiden Zweigen, wie bei dem Grammeschen Ringe, von dem die eine Kontaktbürste berührenden Kupferstreifen zu der anderen Bürste berührenden strömt. Betreffs der Verbindungsweise der Spiralenden mit den einzelnen Kupferstreifen des Kommutators verwe-

1) Siemens, Poggend. Ann. Bd. CI.

2) Schellen, Die magnet- und dynamo-elektrischen Maschinen. Köln Dumont-Schauberg. 1. Aufl. 1879. 2. Aufl. 1883.

wir auf das Werkchen von Schellen, in welchem die Details der Anordnung besprochen sind.

Auch bei der Trommel werden in dem inneren Eisenkern durch die Pole  $N$  und  $S$  im Raume feststehende, somit in Bezug auf den Eisenkern ihre Lage stets ändernde Pole  $ss_1$  und  $nn_1$  erzeugt. Auch hier erfolgt also die Induktion im wesentlichen so, wie wenn der Eisenkern feststände und nur die Umwicklung desselben drehbar wäre. Man sieht demnach, daß auch hier in jeder Spirale bei einer Umdrehung auf der halben Bahn ein Strom in dem einen Sinne, auf der anderen Hälfte in dem entgegengesetzten Sinne erzeugt wird. Nehmen wir etwa den Sinn der Rotation so an, daß die in der Zeichnung jetzt untere Windung nach vorn und oben bewegt wird, so wird in der augenblicklichen Lage in der Windung ein Strom induziert, der unten von links nach rechts geht, also von vorn gesehen die Spirale umgekehrt durchläuft, wie die Bewegung des Uhrzeigers erfolgt. In Bezug auf die Richtung im Raume bleibt der Sinn des Induktionsstromes derselbe, da aber, wenn der untere Teil der Windung die Indifferenzzone passiert hat, dieser untere Teil zum oberen wird, so wird der Sinn des Stromes in Bezug auf die Spirale der entgegengesetzte. Während jetzt der Strom von dem Kupferstreifen  $p_1$  durch die Spirale nach  $p$  fließt, fließt er nach der Drehung, sobald die obere Partie der Windung die Indifferenzzone passiert hat, von  $p$  durch die Spirale nach  $p_1$ . Man erkennt, daß man durch passende Hintereinanderfügung der Spiralen, von denen jedesmal zwei zu einem Kupferstreifen führen, eine Stromleitung erreichen kann, welche derjenigen des Grammeschen Ringes entspricht.

Daß die Trommel die Induktion günstiger ausnutzt als der Grammesche Ring erkennt man unmittelbar daraus, daß bei derselben stets alle vier Pole induzierend auf dieselbe Spirale wirken, während bei dem Grammeschen Ringe nur zwei Pole auf die einzelne Spirale wirken.

Eine ganz neue Zeit begann für die magnetelektrischen Induktionsapparate als Siemens<sup>1)</sup> und fast gleichzeitig Wheatstone<sup>2)</sup> die permanenten Magnete durch Elektromagnete ersetzten und den in den Maschinen erzeugten Strom selbst zur Magnetisierung der Elektromagnete benutzten; es wurde dadurch das Princip der Holzschen Maschine auf die Induktionsmaschinen angewandt. Die Verwendung dieses Principes und der neuen Anker, des Ringes und der Trommel hat die neueren Dynamomaschinen geschaffen, welche der Verwendung der elektrischen Ströme im praktischen Leben eine früher ungeahnte Verbreitung gegeben haben; diese Maschinen liefern uns durch direkte Umsetzung von mechanischer Arbeit in elektrischen Strom Ströme, welche früher gar nicht oder doch nur mit für die praktische Verwendung unerschwinglichen Kosten erzeugt werden konnten.

Das Princip der Dynamomaschinen ist einfach folgendes. Das Eisen ist immer etwas magnetisch oder behält doch etwas Magnetismus, wenn es einmal magnetisiert war. Man denke sich nun zwischen den Polen eines so schwach magnetischen Elektromagnets einen Grammeschen Ring

1) Siemens, Poggend. Ann. Bd. CXXX.

2) Wheatstone, Proceedings of the Royal Society of London XV. Februar 1867.

oder eine Hefner-Altenecksche Trommel in Rotation versetzt. Sind Kontaktbürsten durch eine Leitung verbunden, so entstehen zunächst äußerst schwache Ströme, selbst wenn man dem Ringe eine sehr schnelle Rotation erteilt. Diese Ströme führe man, indem man die Umwindung desselben in die Leitung zwischen den Kontaktbürsten bringt, in solchen Sinne um den Elektromagnet, daß die Magnetisierung durch

Fig. 215.



Ströme dem ursprünglichen Magnetismus gleich gerichtet ist, so wird der Magnetismus des Elektromagnets verstärkt. Diese Verstärkung des Magnetismus hat eine Verstärkung der Induktionsströme zur Folge, welche ihrerseits wieder das magnetische Moment des Elektromagnets vergrößert und so fort, bis zu einem von der Beschaffenheit des Ankers und des Magnets sowie von der Rotationsgeschwindigkeit des Ankers abhängigen Maximum. Je stärker der Strom ist, um so größer ist nach dem Ohm'schen Gesetze der Widerstand, der bei der Rotation des Ankers zu überwinden ist, um so größer also die Arbeit, welche zur Drehung erforderlich ist. Diese Arbeit ist es, welche in elektrischen Strom verwandelt wird.

Seitdem zuerst Siemens<sup>1)</sup>, Wheatstone<sup>2)</sup> und Ladd<sup>3)</sup> schon im Jahre 1867 derartige Maschinen gebaut haben, sind dieselben zu sehr

1) Siemens. Man sehe die Abhandlung von Schellen in Carls Repertorium, Bd. IV.

2) Wheatstone, a. a. O.

3) Ladd. Man sehe Schellen, a. a. O.



Vollkommenheit gediehen und in sehr verschiedenen Formen und zu den verschiedensten Zwecken der Elektrotechnik gebaut worden. Wir verweisen deswegen auf die Lehrbücher der Elektrotechnik<sup>1)</sup> und die verschiedenen Jahrgänge der elektrotechnischen Zeitschrift<sup>2)</sup>. Wir geben nur in Fig. 295 die Abbildung einer Grammeschen Maschine und in Fig. 296 eine solche einer Siemensschen Maschine.

Fig. 296.



Bei beiden Maschinen sind, wie man sieht, die Magnete ringförmig geordnet und die Wicklung ist so geführt, daß bei Gramme die Mitte der horizontalen Arme, bei der neuen Form von Siemens die Mitte der vertikalen Arme die Pole werden. Bei der Siemensschen Maschine sind die Pole so geformt, daß sie die Trommel fast ganz einhüllen. Von den Kontaktbürsten gehen die Drähte zunächst in richtiger Führung um die Elektromagnete und dann erst zu den Klemmen, in welche die weitere Stromleitung eingeschaltet wird. Die Maschinen werden durch Dampfmaschinen oder Gaskraftmaschinen getrieben, durch Menschenkraft getrie-

1) Das schon vorher erwähnte Werk von *Schellen* giebt recht eingehende Beschreibungen einer großen Zahl von Maschinen; ebenso giebt der Bericht über die elektrische Ausstellung zu München viele Abbildungen von Maschinen.

2) *Elektrotechnische Zeitschrift*, herausgegeben von dem elektrotechnischen Verein zu Berlin seit 1880.

lene Maschinen werden kaum mehr anders als zu Unterrichtszwecken verwandt. Die zu dem Betriebe erforderliche Kraft hängt davon ab, welche elektromotorische Kraft die Maschinen liefern sollen, die verwandten Eisen- und Drahtmengen sowie die erreichte Rotationsgeschwindigkeit sind dafür maßgebend. Soll die elektromotorische Kraft eine große zur Überwindung großer äußerer Widerstände sein, so giebt man den Ankern viele Windungen relativ feinen Drahtes, für kleinere elektromotorische Kräfte wendet man dickeren Draht an. Zu Beleuchtungszwecken im direkten Betrieb mit Glühlicht darf der Widerstand der Anker nicht groß sein.

Die im Vorigen kurz beschriebenen Maschinen mit einfacher Wicklung, bei denen die Leitung von den Kommutatorbürsten einfach um die Elektromagnete und dann zu den weiteren Teilen des Stromkreises führt, haben einen Nachteil, daß nämlich die elektromotorische Kraft wesentlich von dem äußeren Widerstande abhängig ist, so daß sie sobald der Widerstand eine gewisse Größe überschreitet, überhaupt keinen Strom liefern. Deshalb hat Edison zunächst Maschinen konstruiert, bei denen die Hauptleitung, in welcher der von der Maschine gelieferte Strom verwandt werden soll, überhaupt nicht um die Elektromagnete geführt wird, sogenannte Nebenschlussmaschinen. Bei denselben verzweigt sich der Strom sofort von den Kommutatorbürsten an, ein Zweig führt in vielfachen Windungen dünnen Drahtes um den Magnet, der andere Zweig führt den zur Verwendung gelangenden Strom. Ist der äußere Widerstand groß, so ist die Stromstärke in der um den Magnet führenden Leitung, im Nebenschluß, eine große, deshalb auch die elektromotorische Kraft eine große, ist der äußere Widerstand kleiner, so ist auch der Strom im Nebenschluß schwächer, somit die elektromotorische Kraft eine kleinere. Indem man in den Nebenschluß noch regulierbare Widerstände einschaltet, kann man es dahin bringen, daß man trotz sehr verschiedener Widerstände in der Hauptleitung fast ganz konstante Ströme erhält.

In neuerer Zeit wendet man vielfach sogenannte gemischte Wicklung an, (Compound-System), man führt den Hauptstrom um die Magnete und führt gleichzeitig einen Nebenschluß um dieselbe. Durch diese Wicklung kann man Maschinen erhalten, deren elektromotorische Kraft annähernd von dem äußeren Widerstande der Hauptleitung unabhängig ist, indem konstante Rotationsgeschwindigkeit vorausgesetzt, Vermehrung des Widerstandes und damit Schwächung des Hauptstromes den Strom im Nebenschluß verstärkt und umgekehrt. Man erhält so bei passender Abgleichung der Leitungen innerhalb weiter Grenzen konstantes magnetisches Moment und damit konstante elektromotorische Kraft.

Wir müssen uns hier mit diesen wenigen Andeutungen begnügen.

## §. 152.

**Theorie der Dynamomaschinen.** Wenn auch nach den Gesetzen der Induktion die Theorie der Dynamomaschinen im allgemeinen vorliegt und ein detailliertes Eingehen in das Gebiet der Elektrotechnik gebietet, wollen wir doch auf die Theorie dieser Maschinen noch etwas näher eingehen, um zu erkennen, von welchen Umständen die elektromotorische Kraft derselben abhängig ist. Nachdem schon früher Erölich eine

föhrliche Theorie der Maschine gegeben hatte<sup>1)</sup>, hat kürzlich Clausius durch Betrachtung aller einzelnen Vorgänge in den Maschinen eine vollständige Theorie derselben entwickelt<sup>2)</sup>. Wir wollen das Wesentlichste der Theorie von Clausius hier vorführen.

Wir setzen eine Maschine mit einfacher Wickelung voraus, und denken uns zur Fixierung der Vorstellungen einen Grammeschen Ring. Wir verfolgen eine Spirale von der einen Kontaktbürste zur anderen; wie wir schon sahen, und wie Clausius noch specieller nachweist, dürfen wir annehmen, der drehbare Eisenring stände fest und nur die Umwicklung laufe um den Eisenring. Da die Spiralen alle unter sich verbunden sind, somit die Induktion auf geschlossene Stromkreise stattfindet, erhalten wir die elektromotorische Kraft auf die Spirale nach der Neumannschen Theorie der Induktion aus der Änderung des Potentials der gegebenen Magnetismen auf die Spirale, vorausgesetzt, in derselben kreise die Einheit des Stromes. Ist  $W_1$  das Potential der gegebenen Magnetismen auf die betrachtete Spirale, wenn dieselbe die eine Kontaktbürste verläßt,  $W_2$  das Potential, wenn sie die andere Kontaktbürste erreicht, so ist die auf diesem Wege erzeugte elektromotorische Kraft gleich  $W_2 - W_1$ , wenn wir die Maße wählen, welche die Induktionskonstante gleich 1 werden lassen. Auf der zweiten Hälfte der Bahn ist aus demselben Grunde, da die Spirale aus der Lage, wo das Potential  $W_2$  ist, in jene übergeht, wo es  $W_1$  ist, die elektromotorische Kraft gleich  $W_1 - W_2$ , so daß wenn die Spiralen nur in sich geschlossen sind, die elektromotorischen Kräfte sich aufheben. Dadurch aber, daß in den Indifferenzonen an den Kontaktbürsten die Ströme nach außen abgeleitet werden, ist in Bezug auf den äußeren Stromkreis die Induktionsrichtung dieselbe, so daß auch auf der zweiten Hälfte der Bahn die elektromotorische Kraft gleich  $W_2 - W_1$  zu setzen ist.

Ist  $\tau$  die Dauer eines Umlaufs des Ringes, so wird diese elektromotorische Kraft in der Zeit  $\frac{1}{2} \tau$  induziert; messen wir die mit der Maschine erzeugten Ströme nach Art der konstanten Ströme durch die Elektrizitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters geht, so erhalten wir die elektromotorische Kraft, wie sie in der Gleichung des Ohmschen Gesetzes einzusetzen ist, indem wir  $W_2 - W_1$  durch  $\frac{1}{2} \tau$  dividieren.

Aus diesem für die einzelne Spirale erhaltenen Werte für die elektromotorische Kraft erhalten wir die für den ganzen Ring vorhandene, indem wir die für die einzelne Spirale gegebene elektromotorische Kraft mit der halben Anzahl der auf dem Ringe vorhandenen Spiralen multiplizieren. Denn wenn auch jede Spirale bei einem halben Umlaufe diese elektromotorische Kraft erhält, so ist es doch zur Ableitung des Stromes, wie wir sahen, notwendig, die eine Hälfte der Spiralen neben die andere zu schalten; ist  $n$  die Anzahl der Spiralen, so verhalten sie sich wie  $\frac{n}{2}$  Doppелеlemente, wie wenn also von  $n$  Elementen erst je zwei neben ein-

1) Frölich, Elektrotechnische Zeitschrift. Jahrg. 1881 S. 134. Jahrg. 1886 S. 128; die dynamoelektrische Maschine. Berlin bei Springer. 1886.

2) Clausius, Wiedem. Ann. Bd. XX.

ander verbunden wären und diese je zwei verbundenen  $\frac{n}{2}$  Elemente hinter einander geschaltet wären. Die elektromotorische Kraft, welche in Ringe durch die vorhandenen Magnetismen in der Zeiteinheit induziert wird, ist somit

$$E_1 = \frac{n}{2} \frac{W_2 - W_1}{\frac{1}{2} \tau} = \frac{n}{\tau} (W_2 - W_1).$$

Statt der Umlaufsdauer führen wir deren reciproken Wert, die Umlaufszahl ein; bezeichnen wir diese mit  $v$ , so wird

$$E_1 = n (W_2 - W_1) v.$$

Die so berechnete elektromotorische Kraft wird indes durch die Induktion, welche die Spiralen infolge des in ihnen eintretenden Richtungswechsels des Stromes auf einander ausüben, etwas geschwächt; diese Induktion tritt ein, wie Clausius im einzelnen verfolgt, wenn die einzelne Spirale aus der einen Hälfte des Ringes in die andere eintritt. Dieselbe ist jedenfalls der Intensität  $i$  des in jeder Ringhälfte vorhandenen Stromes und der Umlaufszahl proportional, da dieser letztern die Zahl der Stromwechsel proportional ist. Ist demnach  $\varrho$  ein von der Konstruktion der Maschine abhängiger Faktor, so setzt Clausius diese elektromotorische Kraft

$$E_2 = - \varrho i v,$$

worin das negative Vorzeichen andeutet, daß diese elektromotorische Kraft der ersten entgegengerichtet ist. In Bezug auf  $\varrho$  macht Clausius darauf aufmerksam, daß dessen Wert mit der Zahl der einzelnen Spiralen abnimmt. Denn wenn auch die Zahl der Stromwechsel mit  $n$  zunimmt, so ist die Induktion einer Spirale auf sich selbst und auf die Nachbarspirale dem Quadrate der Spirallänge, somit dem reciproken Wert des Quadrats der Anzahl der Spiralen nahezu proportional. Die Summe  $E_1 + E_2 = E$  giebt uns die gesamte elektromotorische Kraft

$$E = n (W_2 - W_1) v - \varrho i v.$$

Die in diesem Ausdrucke vorkommende Potentialdifferenz können wir sofort durch die Arbeit ausdrücken, welche zu dem Betriebe der Maschine aufzuwenden ist, beziehungsweise die Arbeit, welche geleistet werden muß, um die Spiralen entgegen den elektromagnetischen Wirkungen zu bewegen. Ist  $W_1$  das Potential der gegebenen Magnetismen auf eine Spirale an der ersten Kontaktbürste, wenn die Spirale von der Einheit der Stromstärke durchflossen ist, so ist das Potential auf dieselbe, wenn es von einer stärkern Strome durchflossen ist, gleich dem Produkte aus  $W_1$  und dieser Stromstärke. Die Spiralen des Ringes werden stets sämtlich von einem Strome durchflossen, dessen Intensität  $\frac{1}{2} i$  ist, wenn wir die Stromstärke im äußern Stromkreis  $i$  nennen. Es ist somit das Potential  $\frac{1}{2} i W_1$ . Durch die Drehung um den halben Umfang geht das Potential über zu  $\frac{1}{2} i W_2$ . Die Arbeit, welche bei dieser Überführung von der Spirale geleistet wird, beziehungsweise zu dieser Überführung geleistet werden muß, ist nach §. 9

$$\frac{1}{2} i (W_1 - W_2).$$



Sind  $n$  Spiralen vorhanden, so muß für jede Spirale dieselbe Arbeit geleistet werden, da die Arbeit für die untere Hälfte des Ringes genau dieselbe ist, wie für die obere. Die Arbeit  $n \frac{1}{2} i (W_1 - W_2)$  wird in der Zeit einer halben Umdrehung geleistet, somit in der Zeit  $\frac{1}{2} \tau$ . Die in der Zeit einer Sekunde geleistete Arbeit ist somit

$$T = n \frac{\frac{1}{2} i}{\frac{1}{2} \tau} (W_1 - W_2) = ni (W_1 - W_2) v,$$

oder es ist

$$n (W_2 - W_1) v = - \frac{T}{i}.$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für  $E$ , so wird

$$E = - \frac{T}{i} - \rho i v.$$

Diese Arbeit  $T$  können wir durch die Magnetismen der Maschine und die magnetischen Momente der Spiralen ausdrücken, sie ist dem Produkte beider proportional. Es handelt sich demnach darum, diese Größen näher zu bestimmen.

Der Magnetismus resp. das magnetische Moment  $M$  der festen Elektromagnete wird, wenn die Maschine im regelmäßigen Gange ist, durch den die Windungen des Elektromagnetes umfließenden Strom von der Stärke  $i$  unterhalten. Anstatt der früher besprochenen komplizierten Beziehungen zwischen der magnetisierenden Kraft und dem erregten Magnetismus genügt es nach Messungen von O. Frölich<sup>1)</sup> zu setzen

$$M = \frac{A i}{1 + \alpha i},$$

worin  $A$  und  $\alpha$  von der nähern Konstruktion der Maschine abhängige Konstante sind.

Das magnetische Moment des festen Magnets ist die magnetisierende Kraft für den Eisenring; derselbe erhält dadurch ein magnetisches Moment, dessen Axe mit derjenigen des Momentes des festen Magnets zusammenfällt, und welches wir nach der Frölichschen Relation setzen müssen

$$P = \frac{C M}{1 + \gamma M},$$

wo wieder  $C$  und  $\gamma$  zwei Konstante bedeuten.

In Wirklichkeit fällt die magnetische Axe des Ringes nicht mit der magnetischen Axe des festen Magnets zusammen, da durch den in den Spiralen erregten Strom der Ring ebenfalls magnetisiert wird und zwar in einer zur ersten senkrechten Richtung. Nennen wir  $N$  die magnetisierende Kraft der von dem Strome  $i$  umflossenen Umwicklung, so daß  $N = B i$  zu setzen ist, wo  $B$  eine von der Umwicklung des Ringes abhängige Konstante ist, so ist das dem Ringe durch diesen Strom erteilte Moment

$$Q = \frac{C N}{1 + \gamma N}.$$

1) O. Frölich, Elektrotechn. Zeitschrift Bd. II (1881) S. 139.

Aus den Momenten  $P$  und  $Q$  kann man das resultierende  $M$  des Eisenringes und die Lage der Axe desselben berechnen. Zur Berechnung der Arbeit kommen indes nur die Momente  $M$  und  $P$  in Betracht, da das durch den Strom in dem Ringe erzeugte Moment auf die Bewegung der Umwicklung keinen Einfluss hat. Der Widerstand, welchen die dem Strome  $i$  durchflossenen Spiralen in ihrer Bewegung durch Magnetismus des festen Magnetes finden, ist dem Magnetismus  $M$  und magnetisierenden Kraft resp. dem magnetischen Moment  $N$  der durchströmten Spiralen proportional. Wir können demnach die bei einer Umdrehung zu leistende Arbeit gleich  $-hNM$  setzen, worin wir das negative Vorzeichen schreiben, um anzudeuten, dass die Arbeit durch äußere Kraft geleistet werden muss. Bei einer Umdrehungszahl demnach die zu leistende Arbeit

$$-hNM \cdot v.$$

Ganz ebenso ist die infolge des magnetischen Moments  $P$  zu leistende Arbeit gleich

$$-kNPv$$

zu setzen, worin  $h$  und  $k$  Konstante sind. Wir erhalten somit

$$T = -hNMv - kNPv.$$

Setzen wir für  $P$  seinen Wert ein, wobei wir gleichzeitig die Formeln, welche ja doch nur Näherungsformeln sind, nicht zu sehr komplizieren, im Nenner für  $P$  anstatt  $1 + \gamma M$  einsetzen  $1 + \beta i$ , eine neue Konstante ist, so wird

$$T = -MN \left( h + \frac{kC}{1 + \beta i} \right) v$$

und damit

$$Ei = MN \left( h + \frac{kC}{1 + \beta i} \right) v - \rho i^2 v.$$

Dieser Wert für  $T$  und  $E$  ist entwickelt unter der Voraussetzung, dass der Eisenring nicht an der Rotation teilnimmt, es wurde aber schon erwähnt, dass das Mitrotieren des Eisenringes die Verhältnisse soweit nicht ändert. Dagegen hat die Bewegung des Eisens einen Einfluss. Zunächst wird durch die Trägheit, welche das Eisen in Bezug auf die Änderung seines magnetischen Zustandes hat, die Lage der magnetischen Axe im Eisenringe etwas gegen die Lage der Axe im festen Magneten im Sinne der Rotation gedreht. Es tritt hierdurch nicht nur eine Veränderung der Lage der Indifferenzzone ein, der man durch eine Änderung der Stellung der Kommutatorbürsten Rechnung tragen kann, sondern tritt auch eine Vermehrung der Arbeit und eine Verminderung der elektromotorischen Kraft ein. Ferner aber entstehen, bei massiven Eisenkernen durch die Rotation zwischen den Polen des Magnets die in §. 148 betrachteten Induktionsströme in körperlichen Leitern, die man jetzt Foucaultsche Ströme nennt. Auch diese bewirken eine Vermehrung der Arbeit und eine Verminderung der elektromotorischen Kraft; sie werden indes sehr geschwächt, wenn man anstatt eines

Ein Eisenringes einen aus Eisendrabbündeln hergestellten Ring wählt. Beide Umstände haben eine Erhitzung des Ankers zur Folge, indem die ganze durch diese Umstände bewirkte Arbeit im Anker in Wärme umgesetzt wird. Ohne die Entwicklungen von Clausius in Betreff dieser Wirkungen zu verfolgen, geben wir nur das Resultat derselben. Ist  $\eta$  eine sich auf die Foucaultschen Ströme,  $\epsilon$  eine auf die Lagenänderung der magnetischen Axe beziehende Konstante, so wird schliesslich

$$T = - \left[ MN \left( h + \frac{kC}{1 + \beta i} \right) v + kM^2 \left( \eta + \frac{\epsilon C}{1 + \beta i} \right) v^2 \right],$$

$$Ei = MN \left( h + \frac{kC}{1 + \beta i} \right) v - \epsilon i^2 v - kN^2 \left( \eta + \frac{\epsilon C}{1 + \beta i} \right) v^2.$$

Ist  $R$  der Widerstand im Stromkreise, welcher von dem von der Maschine gelieferten Strome durchlaufen werden soll, so können wir  $E = Ri$  schreiben; beachten wir gleichzeitig, dass

$$M = \frac{Ai}{1 + \alpha i}, \quad N = Bi,$$

so sieht man, dass die letztere Gleichung eine Beziehung liefert zwischen der Stromstärke  $i$ , der Umlaufszahl  $v$ , dem Widerstande  $R$  im Stromkreise und einer Anzahl der Maschine angehörigen Konstanten, welche theoretisch nicht bestimmbar sind. Die erstere Gleichung liefert die zur Erzeugung des Stromes erforderliche Arbeit.

Wir unterlassen die Ausführung dieser Rechnungen und verweisen wegen derselben auf die Abhandlung von Clausius. Eine detaillierte Behandlung der Maschine, auf etwas vereinfachter theoretischer Grundlage giebt Frölich in dem vorhin schon erwähnten Werke.

Nur sei kurz erwähnt, dass ebenso wie wir in den Dynamomaschinen Arbeit in Strom umsetzen, ebenso auch umgekehrt Strom in mechanische Arbeit umgesetzt werden kann. Wird in den Stromkreis der Maschine der Strom  $i$  eingeleitet, so liefert die Maschine als elektromagnetischer Motor gebraucht, die Arbeit  $T^1$ ). In dieser Weise werden die Dynamomaschinen zur elektrischen Kraftübertragung verwandt. Wegen des Näheren verweisen wir auf die Werke über Elektrotechnik<sup>2)</sup>.

1) Man sehe *Clausius*, Wiedem. Ann. Bd. XXI.

2) Ebenso verbietet es uns der Raum, an dieser Stelle auf die mannigfachen Anwendungen der dynamoelektrischen Maschinen resp. des Princips der Induktion in der Technik einzugehen. Nur kurz können wir auf das von Bell im Jahre 1877 konstruierte Telephon (Fernsprechapparat) hinweisen, welches seit der kurzen Zeit seines Bestehens eine für das praktische Leben so hohe Bedeutung gewonnen hat. Dasselbe beruht auf Magnetinduktion und ist auch deshalb physikalisch interessant, weil es zeigt, mit welcher Schärfe die Induktion jede auch noch so minimale Schwankung des Magnetismus wiedergiebt. In seiner ursprünglichen Form bestand das Telephon aus einem cylindrischen in einem Holzcyylinder mit einer Schraube etwas axial verschiebbar eingesetzten Magnet. An seinem einen Ende ist der Hohlraum des Holzcyinders etwas erweitert, und in dieser Erweiterung befindet sich eine kleine Induktionsrolle aus vielen Windungen feinen Drahtes auf den Magnet aufgeschoben, so dass das Ende des Magnets soeben über der Rolle hervorragt. Auf dem oberen Rande des Holzcyinders ist eine dünne Eisenblechplatte befestigt, so dass ihre Ebene senkrecht zur Axe des Magnets ist, und die Axe die Mitte der Platte trifft. Die Platte

## §. 153.

**Elektromagnetische Induktionsapparate.** Induktionsapparate der zweiten Art, elektromagnetische, wurden wohl zuerst von *Masson* und *Breguet*<sup>1)</sup> konstruiert und später vielfach zur Benützung der physikalischen Wirkungen zu medizinischen Zwecken verwandt. Jetzt werden diese Apparate ganz vorzüglich von *Stöhrer* und besonders von *Rühmkorff* konstruiert. Den Apparat von *Rühmkorff* zeigt Fig. 297. Der induzierende

Fig. 297.



Draht ist auf eine Rolle von Pappe gewickelt, welche zwischen zwei dicken Spiegelglasplatten, die in ihrer Mitte ein der innern Weite der Röhre gleiches Loch besitzen, befestigt ist. Die Pappröhre ist mit einem Bündel dünner Drähte von weichem Eisen, welche einzeln gefirnisset sind, angefüllt. Das Bündel ragt an der einen Seite ein wenig aus der Röhre hervor.

Der Apparat wird an ihren Rändern auf dem Holzcylinder befestigt durch einen Holzring, in seiner Mitte einen trichterförmigen Aufsatz hat, so daß die offene Mündung des Trichters gerade gegen die Mitte der Eisenplatte zeigt. Die Enden der Induktionsrolle sind mit den Enden der Induktionsrolle eines ebensolchen Apparates verbunden, der sich in beliebiger Entfernung befindet. Spricht man gegen die Eisenplatte, so nimmt dieselbe gerade wie die Platte des Phonographen alle Schwingungen an; da jede Annäherung der Platte an den Magnetismus verstärkt, jede Entfernung den Magnetismus schwächt, so wirkt der Magnetismus genau nach den gleichen Schwingungsperioden seine Stöße. Dadurch werden genau nach den gleichen Perioden Induktionsströme in der Induktionsrolle erzeugt, welche ihrerseits die Induktionsrolle des entfernten Apparates durchlaufend den Magnetismus des Magnets dieses Apparates nach der gleichen Periode ändern. Infolge dieser Änderung des Magnetismus gelangt die Platte des entfernten Apparates in dieselben Schwingungen wie jene des ersten Apparates und ein an den Trichter des zweiten Apparates gelegtes Ohr hört deutlich das in den ersten Apparat Hineingesprochene. Über andere Formen des Telephons sehe man *Hartlebens* elektrotechnische Bibliothek VI. Bd.: *Schwarz* das Telephon n. a. w. II. Aufl. Wien 1883; *Wietlisbach*, die Technik des Sprechwesens. Wien 1886. Über die Theorie des Telephons sehe man *E. Bois-Reymond*, Verhandl. der physiolog. Gesellschaft zu Berlin 1877 Nr. 1; *Archiv für Physiologie* 1877 S. 562; *von Helmholtz*, Wiedem. Ann. Bd. V.; *Weber*, Archives des sciences physiques 3 série T. I.; *Aaron*, Wiedem. Ann. Bd. XVI.

*Masson und Breguet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. IV.



Der induzierende Draht hat eine Dicke von 2—2,5 mm und ist in circa 300 Windungen um die Röhre gewickelt.

Die induzierende Spirale ist von einer Glasröhre oder einer Röhre von hartem Kautschuk umgeben, und auf diese ist die Induktionsspirale gewickelt; dieselbe besteht aus Kupferdraht, dessen Dicke 0,25 mm nicht überschreitet, der sorgfältig mit Seide übersponnen und gefirnisset ist, und welcher in ungefähr 30000 Windungen um die Röhre geführt ist. Die einzelnen Lagen des Drahtes werden noch besonders von einander isoliert, indem jede als Ganzes nochmals gefirnisset oder mit einer Schicht Wachs oder Derartigem überzogen wird, oder indem man zwischen je zwei Lagen des Drahtes noch Wachspapier oder eine dünne Guttaperchaplatte legt. Bei den ältern Rühmkorffschen Apparaten ist das durchaus erforderlich, da dort der Draht von einem Ende der Spirale zum andern und wieder zurück gewickelt ist, so daß die über einander liegenden Windungen zum Teil sehr weit von einander entfernten Stellen des Drahtes entsprechen. Bei der Erregung der Induktionsströme nimmt aber die elektrische Dichtigkeit in dem Drahte von der Mitte gegen die Enden hin sehr bedeutend zu, so daß dieselbe in von einander entfernten Stücken des Drahtes sehr verschieden ist. Liegen solche Stücke über einander und sind nicht sorgfältig von einander isoliert, so findet deshalb leicht ein direktes Übertreten der Elektrizität von einer Lage zur andern statt. Die Enden der Induktionsspirale treten bei *K* und *L* hervor und sind mit den auf isolierenden Glasfüßen befestigten Klemmschrauben *K'* und *L'* verbunden.

Um den induzierenden Strom beliebig zu leiten und ihn zu unterbrechen, ist in denselben ein Rühmkorffscher Kommutator und ein Wagner'scher Hammer eingeschaltet. Der Kommutator befindet sich an dem einen Ende der Spirale, in der Zeichnung links; die zu den Polen der Säule führenden Drähte werden in die seitlichen Klemmen des Kommutators, deren eine *s* in der Figur sichtbar ist, eingeklemmt. Das eine Stück der Axe des Kommutators ist dann mit dem einen Ende des induzierenden Drahtes in Verbindung, das andere Stück der Axe ist durch den Metallstreif *ll* mit der Klemme *F* leitend verbunden, welche mit dem unter dem Hammer des Unterbrechers stehenden Säulchen *D* in leitender Verbindung steht. Das andere Ende des induzierenden Drahtes ist in der Säule *B* eingeklemmt, welche den Hammer des Unterbrechers trägt. Wenn der Strom von *s* in den Kommutator, dann über *ll* nach *F* fließt, so tritt er über *D* durch den Hammer in die Induktionsspirale, durchfließt dieselbe und geht durch den Kommutator zur Säule zurück. Dadurch wird das Drahtbündel in der Spirale magnetisch, zieht den Hammer an, und der Strom wird bei *D* unterbrochen. Der Hammer fällt dann wieder nieder und der Strom wird wieder geschlossen.

Auch bei der vorsichtigsten Isolation ist man bei dem ältern Rühmkorffschen Apparat genötigt, nur schwache induzierende Ströme anzuwenden, da sonst zu leicht ein Durchbrechen der isolierenden Schichten eintritt; deshalb hat Poggendorff<sup>1)</sup> den Vorschlag gemacht, die Induktionsrolle aus mehreren kleinen Stücken zusammenzusetzen, deren Enden leitend

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

verbunden worden. Diesen Vorschlag hat Stöhrer ausgeführt<sup>1)</sup> und den Apparate die Form Fig. 298 gegeben. Bei demselben steht die induzierte Rolle *A* mit dem Drahtbündel vertikal. Auf dieselbe ist die Induktions-

Fig. 298.



rolle in drei einzelnen Teilen geschoben, deren Enden durch die Metallbügel mit einander verbunden sind; das äußere Ende der letzten Rolle ist mit der isolierten Skule *D*, das innere der ersten mit der Skule *C* in leitender Verbindung. Die Enden der induzierenden Spirale sind mit den Klemmen *B* und *B'* verbunden. *E* ist der Unterbrecher; derselbe besteht aus einem Elektromagnete, der auf den Hammer *GF* wirkt; der um den Elektromagnet gewickelte Draht ist einerseits mit der Klemme *B* andererseits mit der metallischen Axe des Hammers *GF* verbunden, während die Kupferfeder *J*, auf welche der Stift *H* drückt, wenn der Hammer nicht angezogen ist, mit der Klemme *k* in leitender Verbindung steht. Der Stift *H* ist an seinem untern Ende aus Platin, und unter demselben auf der Feder *J* ist eine Platinplatte aufgelegt.

1) Stöhrer, Poggend. Ann. Bd. XCVIII. Auch Rühmkorff wickelt, wie mir mittheilte, seine Induktionsrollen jetzt ähnlich aus einzelnen Stücken, indem er schmale Streifen der Rollen bis zur vollen Dicke windet, und so die ganze Rolle aus derartig schmalen Einzelrollen zusammensetzt. Besonders bei den großen Induktionsapparaten, deren Rollen mehr als 90 Meter Länge haben, ist eine derartige Wickelung unumgänglich.



An Stelle des einfachen Wagnerschen Hammers verfertigt jetzt Rühmkorff besonders für die großen Apparate eigene Unterbrecher, welche Foucault unter Ausführung eines Vorschlages von Poggendorff konstruiert hat<sup>1)</sup>. Wie Poggendorff gezeigt hat, ist es nämlich vorteilhaft, die Unterbrechung anstatt in der Luft, in einer schlechtleitenden Flüssigkeit vor sich gehen zu lassen. Dadurch wird bewirkt, daß der induzierende Strom rascher unterbrochen wird, und somit auch, daß der Öffnungsstrom rascher verläuft oder dessen Intensität vergrößert wird. Bei der Unterbrechung des Stromes in der Luft bildet sich der Öffnungsfunke, durch welchen die leitende Verbindung zwischen den getrennten Teilen der Leitung noch eine Zeitlang unterhalten wird, um so mehr, da der Öffnungsfunke durch den Extrastrom verstärkt wird. Ist nun zwischen den Trennungsstellen eine schlechtleitende Flüssigkeit eingeschaltet, so kann sich dieser Öffnungsfunke nicht bilden, deshalb wird der induzierende Strom rascher unterbrochen. Man darf als Flüssigkeit aber nicht eine den Strom gar nicht leitende Flüssigkeit, wie Terpentinöl wählen; an den Unterbrechungsstellen häufen sich nämlich infolge des Extrastromes die beiden durch denselben geschiedenen Elektricitäten an, welche sich rückwärts in der induzierenden Spirale ausgleichen würden, wenn sie an der Unterbrechungsstelle nicht übertreten könnten, und welche dann als verschwindender Strom von entgegengesetzter Richtung den induzierten Strom schwächen würden. Man nimmt deshalb als Flüssigkeit Brunnenwasser oder achtziggrädigen Alkohol.

Die Einrichtung des Interruptors von Foucault zeigt Fig. 299. An einer Zahnstange befindet sich eine vertikale Kupferfeder *Cc*, welche einen Hebel *aBA* trägt; oberhalb desselben ist an der Feder ein verschiebbares Gewicht befestigt. Wird die Feder angestoßen, so gerät sie in Schwingungen, welche je nach der Stelle, an welcher das Gewicht befestigt ist, verschiedene Geschwindigkeit haben. Der Hebel *aBA* trägt an dem Ende *a* ein Stück weichen Eisens, unter welchem der Elektromagnet *DD* steht; außerdem zwei Metallspitzen *BB'* und *AA'*, welche in Gläser mit metallischem Boden eintauchen. Die Gläser enthalten bis zu einer gewissen Höhe Quecksilber und über demselben eine Schicht Alkohol. Vom Boden ragen in die Gläser bis zur Höhe des Quecksilbers und gerade unter den Spitzen *BB'* und *AA'* Platinstifte, welche die herabgehende Bewegung des Hebels hemmen. Der metallische Boden des Gefäßes *B'* ist mit der Klemme *k* in Verbindung; der metallische Boden des Gefäßes *A'* ist einerseits mit

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. XCIV. Foucault, Comptes Rendus. T. XLIII. In der Werkstätte von Rühmkorff, jetzt Carpentier, werden Rollen verfertigt, deren Länge mehr als 0,75 Meter beträgt bei entsprechender Dicke. In dem Polytechnic Institution zu London ist ein Induktionsapparat aufgestellt, dessen Induktionsrolle aus 150 engl. Meilen Kupferdraht besteht, welche zu einer Rolle von 50 engl. Zoll Länge gewunden sind. Der Eisenkern besteht aus einzelnen dünnen Prähten von 5 engl. Fuß Länge, sie bilden einen Cylinder von 4 Zoll Durchmesser und wiegen 123 Pfd. Der induzierende Draht ist 2,142 engl. Meilen oder 3447 Meter lang und ist in 6000 Windungen um den eisernen Kern gelegt, er wiegt 145 Pfd. Von der Induktionsrolle ist er durch eine Hölre von Ebonit getrennt, deren Wanddicke  $1\frac{1}{2}$  Zoll englisch beträgt. Daß ein solcher Apparat die später zu besprechenden Wirkungen im großartigsten Maßstab zeigt, ist leicht begreiflich. (Poggend. Ann. Bd. CXXXVI. S. 636.)

dem einen Axenstücke *l* des Kommutators *l* senk., dessen anderes Axenstück *q* zur Klemme *H* führt, andererseits mit der Klemme *E* in leitender Verbindung. Mit der die Feder *CC'* tragenden Metallrinne sind die

Fig. 22.



beiden Klemmen *E* und *F* verbunden; mit derselben Hülse ist das eine Ende des den Elektromagnet umgebenden Drahtes verbunden, dessen anderes Ende zur Klemme *k'* führt.

Der Apparat wird durch einen eigenen Strom von einem Element in Bewegung gesetzt, dessen Leitungen mit den Klemmen *k* und *k'* verbunden werden. Taucht *BB'* in das Quecksilber, so geht der Strom von *k* durch *B'B* nach *c*, von da zu dem Elektromagnete und über *d'* zu *e* zurück; dann wird *a* angezogen und der Strom unterbrochen, die Feder *Cc* schwingt dann infolge ihrer Elasticität zurück, bewirkt, daß *BB'* eintaucht, und schließt so den Strom wieder u. s. f.

Die Leitungen des induzierenden Stromes werden in die Klemmen *u* und *w* des Kommutators eingesetzt, und die Enden der induzierenden Rolle mit *H* und *F* verbunden. Taucht dann *AA'* in das Quecksilber, so geht der Strom etwa von *l* nach *A'A*, von dort über *c* nach *F* durch die induzierende Rolle nach *H* und über *q* und den Kommutator zur Hülse zurück.

Die Klemmen *E* und *K* sind mit dem Kondensator des Induktionsstromes in Verbindung. Dieser Teil des Induktionsapparates, welcher von Ponceau<sup>1)</sup> angewandt wurde, hat den Zweck, den Öffnungsstrom



noch rascher verlaufen zu machen, als es ohnedem geschieht; er besteht aus einer Franklinschen Tafel, in welcher statt des Glases Wachstafft verwandt ist, oder Glimmer, und welche in dem Kasten liegt, auf welchem die Induktionsrolle aufgestellt ist. Mit der einen der Belegungen ist an dem einfachen Rühmkorfschen Apparate (Fig. 297) die Säule *B*, mit der anderen die Säule *F* leitend verbunden. Bei Anwendung des Foucault'schen Interruptors sind *E* und *K* mit den Belegungen desselben in leitender Verbindung. Wie man sieht, ist so nach Unterbrechung des induzierenden Stromes durch den Hammer derselbe gewissermaßen durch den Kondensator geschlossen, oder vielmehr stehen dann die unterbrochenen Teile der Schließung mit dem Kondensator in Verbindung. Bei dem einfachen Rühmkorfschen Apparate ist das eine Ende der induzierenden Rolle direkt durch *B* mit der einen Belegung, das andere Ende durch den Kommutator, die galvanische Batterie, den Kommutator, die Leitung *U* und die Säule *F* mit der anderen Belegung verbunden. In welcher Weise der Kondensator wirkt, ist leicht ersichtlich<sup>1)</sup>; der bei der Unterbrechung sich bildende Extrastrom bewirkt, daß an den Enden des Kreises sich Elektrizität sehr großer Dichtigkeit befindet, welche den Öffnungsfunken verstärkt und so noch eine Zeitlang die getrennten Teile leitend verbindet; sind nun aber diese Enden mit dem Kondensator leitend verbunden, so fließt die Elektrizität auf die Belegungen des Kondensators ab und wird dort wie auf den Belegungen der Leydener Flasche zunächst festgehalten. Dadurch wird der Öffnungsfunke viel kleiner und der Strom rasch unterbrochen. Bei der folgenden Schließung entladet sich der Konduktor gerade wie eine Leydener Flasche, auf dem kürzesten Wege, und deshalb tritt dann ein kräftiger Schließungsfunke auf.

Der Foucault'sche Interruptor, sowie der Kondensator, bewirken nur einen rascheren Verlauf des Öffnungsstromes, keine Vermehrung der Gesamtintensität desselben, wie Poggendorff überzeugend nachgewiesen hat; auf den Schließungsstrom haben sie keinen Einfluß.

### §. 154.

**Spannungserscheinungen an geöffneten Induktionsspiralen.** Wenn die Induktionsrolle vollständig durch einen guten Leiter geschlossen ist, so gehen in dem Stromkreise die beiden Induktionsströme einfach hin und her, und ihre Wirkungen sind die rasch wechselnder Ströme von gleicher Gesamtintensität. Schaltet man in den Stromkreis ein Galvanometer, so beobachtet man das Phänomen der doppelsinnigen Ablenkung, in einem Voltameter entwickelt sich an beiden Elektroden Sauerstoffgas und Wasserstoffgas, und nach Aufheben des Stromes zeigt sich keine Polarisation. Feuchtes Jodkaliumpapier mit den Polen in Berührung gebracht, zeigt an jedem Pole Jodflecke von gleicher Stärke. Ein Luftthermometer wird durch die hin- und hergehenden Ströme erwärmt.

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. XCIV. Eine ausführliche Theorie und Berechnung der Wirkung der einzelnen Teile des Rühmkorfschen Apparates giebt Bornstein, Poggend. Ann. Bd. CXLVII. Über die Wirkung des Kondensators sehe man auch Maxwell, Philos. Magazin 4 series vol. XXXV.

Auf alle diese Erscheinungen ist der Kondensator, wie es auch nach der Erklärung von dessen Wirksamkeit sein muß, ganz ohne Einfluß<sup>1)</sup>.

Sind indes die Enden der Induktionsrolle nicht leitend verbunden, so zeigen sich an den Enden ganz andere Erscheinungen, als an den Enden einer unterbrochenen Leitung eines galvanischen Stromes, es treten Spannungserscheinungen und Funkenentladungen auf, wie an einer Elektrisiermaschine. Auch in der nicht geschlossenen Spirale werden nämlich wie in der geschlossenen die beiden Elektricitäten getrennt und gegen die Enden hin getrieben, von wo, wenn sie nicht abgeleitet werden, sie sich rückwärts im Drahte ausgleichen. Daher kommt es, daß sogleich nach der Schließung und Öffnung des induzierenden Stromes in den Enden der Spirale sich Elektricität sehr großer Dichtigkeit befindet.

Nachdem Riess schon gezeigt hatte<sup>2)</sup>, daß durch den Entladungsschlag der Batterie an den Enden eines ungeschlossenen Nebendrahtes Elektricität entwickelt werde, haben zuerst Masson und Breguet<sup>3)</sup> an den Enden einer ungeschlossenen Induktionsspirale Spannungserscheinungen wahrgenommen. Es gelang ihnen durch Anlegen der Enden an die Platten eines Kondensators denselben zu laden, indem sie nur den Öffnungsstrom oder den Schließungsstrom in denselben eintreten ließen, und sie beobachteten die Funken, welche von dem einen Drahte der Rolle zu dem anderen übersprangen, als die Enden hinreichend einander genähert waren.

Bald darauf hat Sinsted<sup>4)</sup> sowohl an den Enden einer geöffneten Induktionsspirale einer Magnetelektrisiermaschine, welche sorgfältig isoliert war, als an den Enden einer elektromagnetischen Induktionsspirale elektrische Spannungserscheinungen nachgewiesen, indem er durch Anlegen an ein Goldblattelektroskop die Goldblättchen zur Divergenz brachte, und elektrische Funken an jedem Ende der Spirale erhielt, wenn er demselben den Finger näherte.

Legt man an das eine Ende einer unterbrochenen Induktionsspirale ein Elektroskop eine kurze Zeit an, so läßt es sich vorher nicht bestimmen, mit welcher Elektricität dasselbe geladen wird, dieselbe ist bald positiv, bald negativ. Der Grund dafür ist klar, denn an jedem Endetreten in rascher Folge durch den abwechselnden Öffnungs- und Schließungsstrom beide Elektricitäten auf; jedes Ende wird daher abwechselnd positiv und negativ. Anders ist es jedoch, wenn man auf das Elektroskop an einer auch noch so kleinen Entfernung Funken überspringen läßt, dann erscheint jedes Ende bestimmt elektrisch, und zwar so, wie es von dem Öffnungsstrom elektrisiert worden ist, so daß also jenes Ende, aus welchem bei vollständigem Schlusse der Strom in das andere übergetreten wäre, positiv elektrisch ist. Nur durch den Öffnungsstrom wird also die Dichtigkeit der Elektricität an den Enden so groß, daß sie eine merkliche Schlagweite bekommt. Dafür hat Poggendorff<sup>5)</sup> eine Reihe von Beweisen geliefert. Versieht man die Enden der Induktionsspirale, wie bei dem Störerschen Apparat, mit Spitzen, welche in nicht zu großem Ab-

1) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

2) Riess, Poggend. Ann. Bd. LI.

3) Masson und Breguet, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. IV.

4) Sinsted, Poggend. Ann. Bd. LXIX.

5) Poggendorff, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

stande von einander sich befinden, so geht zwischen den Spitzen ein kontinuierlicher Funkenstrom über, welcher die Schließung des Stromes vermittelt. Schaltet man zugleich in den Induktionsstrom ein Galvanometer ein, so zeigt die Nadel eine konstante Ablenkung nach der einen Seite; ein Voltameter zeigt einseitige Zersetzung und Polarisation; daraus folgt, daß nach Einschaltung der Funkenstrecke nur einer der beiden Ströme zustande kommt, und die Richtung der Ablenkung sowie der chemischen Zersetzung beweist, daß es der Öffnungsstrom ist, welcher zustande kommt. Der Grund dieser Erscheinung liegt in dem rascheren Verlaufe des Öffnungsstromes, infolgedessen die Dichtigkeit der Elektrizität durch denselben an den Enden der Induktionsspirale bedeutend größer wird. Alles, was diesen Verlauf beschleunigt, wird daher auch die Dichtigkeit der Elektrizität und ihre Schlagweite erhöhen. Das ist in der That der Fall, durch Anwendung eines Foucaultschen Interruptors und eines Kondensators wird die Schlagweite ganz bedeutend erhöht.

Es gilt das jedoch nur, wenn man den Funken in Luft oder Gasen von nicht zu kleiner Dichtigkeit überspringen läßt. Giebt man den Gasen in Geisslerschen Spektralröhren ohne kapillaren Teil eine geringe Dichtigkeit, so gehen in allen Gasen beide Induktionsströme über<sup>1)</sup>. Bei Luft konnte ich so in einer 2 cm weiten, 1 dm langen Röhre das Hindurchgehen beider Ströme bis zu einem Druck von 50 mm, bei Sauerstoff bis etwa 40 mm, bei Wasserstoff bis etwa 80 mm erkennen<sup>2)</sup>. Bis zu welchen Drucken beide Ströme zustande kommen, hängt indes wesentlich von den Dimensionen der Röhren ab. Läßt man den Druck des Gases kleiner werden, so daß er nur Bruchteile des Millimeter beträgt, so geht wieder nur der Öffnungsstrom hindurch.

Untersucht man die Schlagweite der einzelnen Pole für sich, so findet man immer jene des inneren Drahtendes bedeutend kleiner als die des äußeren, da die des inneren durch Influenz in den umgebenden Metallmassen festgehalten wird. Dieser Unterschied fällt fort, wenn man das innere Ende mit einem langen dünnen Drahte verbindet und aus dessen Ende die Funken zieht.

Die Schlagweite jedes einzelnen Endes nimmt zu, wenn man das andere Ende mit der Erde ableitend verbindet, da dann die in dem Drahte enthaltene entgegengesetzte Elektrizität, welche sonst in denselben zurückkehrt und eine gewisse Menge der anderen bindet, vollständig fortgenommen wird.

Die in einer Funkenstrecke überspringenden Funken des Öffnungsinduktionsstromes haben ganz die Eigenschaften gewöhnlicher elektrischer Funken, sie springen mit einem ebensolchen Geräusch über und üben dieselben Wirkungen aus. Man kann mit denselben einen Ansammlungsapparat bleibend laden, was nicht möglich ist, wenn man denselben mit einem Pole direkt in leitende Verbindung bringt. Eine Leydener Flasche ladet man daher am besten so, daß man die eine Belegung direkt mit dem einen Ende verbindet, während man in der Verbindung der andern Belegung mit dem zweiten Ende eine kleine Funkenstrecke läßt.

1) *Gassiot, Philos. Transactions for the year 1859. p. 147.*

2) *Wüllner, Poggend. Ann. Bd. CXLVII.*



Betreffs der thermischen, mechanischen und chemischen Wirkungen des Funkens können wir vollständig auf das verweisen, was wir über die Wirkung der Funken einer Elektrisiermaschine oder des Entladungsfunkens der Leydener Flasche bemerkt haben, da sie ganz dieselben sind<sup>1)</sup>, nur über die Lichterscheinungen desselben haben wir uns etwas weiter zu verbreiten, da wir im zweiten Abschnitt auf diese Stelle verwiesen haben. Wir müssen uns jedoch auf eine kurze Übersicht dieser Erscheinung beschränken.

Läßt man einen Funken zwischen zwei Spitzen überspringen, so erkennt man im Dunkeln, daß der eigentliche Induktionsfunke, welcher als eine helle weiße Linie von Pol zu Pol erscheint, von einer Lichthülle umgeben ist, welche an dem positiven Pole rötlich und gegen den negativen Pol hin blau wird. Am deutlichsten zeigt sich das bei Betrachtung des Funkens unter dem Mikroskop; es erscheint dann am negativen Pole blaues, am positiven rotes Licht, welches von einem gelblichen Funken durchsetzt wird. Das rote Licht ist von dem blauen durch einen dunklen Raum getrennt<sup>2)</sup>. Die Farbe der Funken ist abhängig von der Natur der Elektroden, die der Aureole, so bezeichnet man die Lichthülle, von der Natur der Gase.

Die Entstehung der Lichthülle ist erst eine Folge des überspringen des Funkens, dies ergiebt nach Robinson<sup>3)</sup> eine Betrachtung des Induktionsfunken in einem rasch rotierenden Spiegel. Der Funke erscheint dann als Linie nicht in die Breite gezogen, während die Lichthülle verbreitert und im Sinne der Rotation so neben den Funken verschoben erscheint, daß der Funke an der einen Seite das ganze Lichtbild begrenzt. Daraus folgt, daß die Entladung mit der Bildung eines Funkens, welche glühende losgerissene Metalltheilchen mitführt, beginnt. Durch die mechanische Wirkung des Funkens wird die Luft zwischen den Polen zur Seite geschleudert, und dann fließt durch den luftverdünnten Raum die Elektrizität kontinuierlich über, bis dieselbe entladen ist.

Nur die erste den eigentlichen Funken bildende Entladung ist ein dem Entladungsschlage der Batterie analoge Entladung in der Schlagweite, die in der Lichthülle überfließende Elektrizität gleicht sich nach Art der galvanischen Ströme aus. Das folgt aus Versuchen von Koosen<sup>4)</sup> nach welchen die Ablenkung eines in den Kreis des Induktionsstromes eingeschalteten Galvanometers abhängig ist, bei gleicher Schlagweite des Funkens, von den außerdem noch in den Kreis eingeschalteten Widerständen, während bei einer Entladung nach Art der Leydener Flasche die Ablenkung von den Widerständen unabhängig ist. Zugleich ergab sich aus diesen Versuchen, daß diese in der Lichthülle übergehende, nach Art der galvanischen Ströme sich ausgleichende Elektrizitätsmenge um so größer wird, je kleiner die Schlagweite ist, da mit Verkleinerung der Schlagweite die Intensität des am Galvanometer gemessenen Stromes wächst.

sehe darüber Wiedemann, Galvanismus. Bd. II. §. 1036 ff.  
 Foucault, Comptes Rendus XL. p. 312. Poggend. Ann. Bd. XCV.  
 is XLIX. p. 40. Recherches sur l'étincelle d'induction Paris 1860  
 n, Philosophical Magazin XVII. 1869.  
 end. Ann. Bd. CVII.



Dafs die elektrische Entladung in der Lichthülle viel langsamer ist als im Funken, und dafs die grösste Menge in dieser übergeht, das läfst sich noch folgendermafsen zeigen. Bläst man gegen den Induktionsfunken, so wird der eigentliche, jedesmal nur einen Moment dauernde Funke gar nicht aus seiner Bahn abgelenkt, während die Aureole in der Richtung des Luftstromes getrieben und von dem Funken getrennt wird<sup>1)</sup>.

Wenn man dann, nachdem die Lichthülle von dem Funken getrennt ist, in die Bahn des Funkens ein Blatt Papier oder einen mit Alkohol oder Terpentinöl befeuchteten Docht bringt, so schlägt der Funke hindurch ohne zu zünden; bringt man das Papier oder den Docht dagegen in die Lichthülle, so wird dasselbe angezündet.

Die Bildung der Lichthülle hört vollständig auf, wenn man die Polen der Induktionsrolle mit einem besonderen Funkenmikrometer und die Teile des Funkenmikrometers zugleich mit den Belegungen einer Leydener Flasche verbindet. Dann wird die Elektrizität zunächst auf den Belegungen der Flasche kondensiert, und von dort aus tritt erst die Entladung im Funkenmikrometer ein. Die Entladung geschieht dann ganz nach Art des Entladungsschlages; die Funken sind knatternder und glänzender.

Nach der Erklärung von der Entstehung der Lichthülle ergibt sich schon, dafs durch alle Umstände, durch welche der Raum zwischen den Polen leitender gemacht wird, auch die Aureole vergrößert wird. So ist die Aureole um so gröfser, je leichter von den Polen Teilchen losgerissen werden, oder je leichter die Elektroden verdampfen; zwischen Kohlenelektroden ist sie daher am grössten.

### §. 155.

#### Entladungen durch mit verdünnten Gasen gefüllte Räume.

Läfst man den Induktionsstrom oder auch den Strom einer Holtzschen Maschine durch Räume gehen, in denen die Gase unter kleinerem Drucke als dem Drucke der Atmosphäre stehen, so nimmt die Lichthülle ebenfalls an Ausdehnung beträchtlich zu. Im elektrischen Ei sieht man, wie allmählich bei zunehmender Verdünnung der Luft die Lichthülle immer gröfser wird; hat die Verdünnung einen ziemlich hohen Grad erreicht, so hört der eigentliche Funke ganz auf und es bleibt nur die Lichthülle übrig. Man kann bei passender Verdünnung die Pole des elektrischen Eies sehr weit von einander entfernen und zwischen denselben zeigt sich ein breiter zarter Lichtstrom, eine der prachtvollsten Erscheinungen, welche die Physik bietet.

Um den Induktionsstrom in Räumen, welche mit verdünnten Gasen gefüllt sind, übertreten zu lassen, wendet man die zuerst von Gassiot<sup>2)</sup> dargestellten, später in grofser Menge und gröfster Verschiedenheit von Geißler in Bonn ausgeführten und nach letzterem benannten Geißlerschen Röhren an. Dieselben bestehen (Fig. 300) aus Glasröhren der verschiedensten Form, in denen an zwei von einander entfernten Stellen Drähte, meist von Aluminium, als Elektroden eingeschmolzen sind. Dieselben

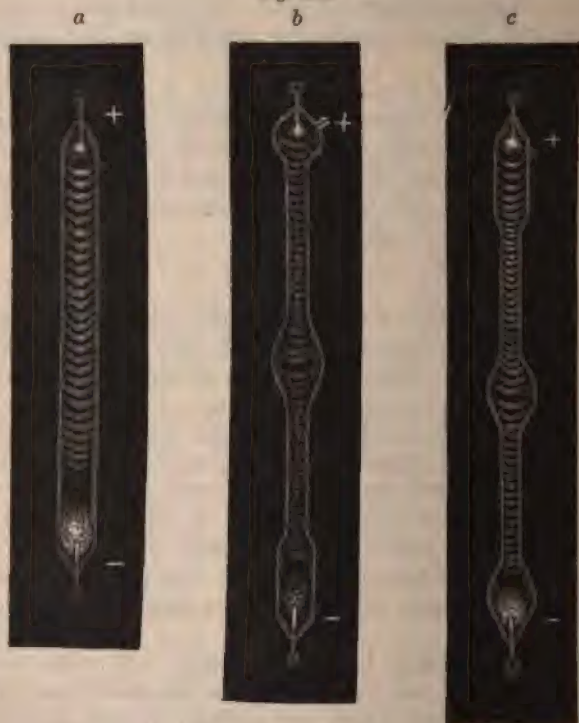
1) *Du Moncel*, Poggend. Ann. Bd. XCV.

2) *Gassiot*, Athenäum 1854. p. 1177. Philosophical Magazine v. VII. 1854.

werden an einer Quecksilberpumpe mit den Gasen gefüllt, in welchen man den Strom übergehen lassen will und dann das Gas durch Pumpe auf den passenden Druck gebracht.

Läßt man in einem bis auf wenige Millimeter Quecksilberdruck gepumpten elektrischen Ei, oder in einer lufthaltigen Geisslerschen Röhre den Induktionsfunken übergehen, so sieht man<sup>1)</sup> in dem Vakuum an Farbe, Lage und Gestalt verschiedene Lichter entstehen. Das derselben ist schön lavendelblau und umhüllt die negative Elektrode zu einer gewissen Entfernung, das andere je nach der Natur des in der Röhre vorhandenen Gases verschieden gefärbte geht von der mit einem glänzenden Funken bedeckten positiven Elektrode aus und bildet ziemlich dicke Hülle, welche die Geisslerschen Röhren fast vollständig ausfüllt. Es reicht gewöhnlich nicht ganz bis zur negativen Elektrode, so daß zwischen dem Lichte der positiven und dem blauen der negativen ein ziemlich breiter dunkler Raum bleibt.

Fig. 300.



Das positive Licht ist nicht ein homogener Lichtstrom, sondern besteht (Fig. 300 a, b, c) aus abwechselnden hellen und dunklen Schichten, derart, daß es recht zur Richtung des Stromes dunkel gestreift erscheint.

1) v. d. R. Ann. Ergänzungsband IV. Die Schichtung des Lichtes in Geissler-Röhren beobachtet. Philosophical Transactions for 1852.



In der Nähe des positiven Poles erscheinen die hellen Schichten stark gegen den negativen Pol konvex, in weiterer Entfernung von der positiven Elektrode sind die Schichten flacher.

Auch das blauviolette Licht des negativen Poles ist geschichtet. Aufser einem verwaschenen Schimmer, in welchem sich gewöhnlich das Licht des negativen Poles verläuft, und welcher sich bis mehr als andert-halb Centimeter von der negativen Elektrode erstrecken kann, erkennt man in diesem Licht zwei helle Schichten, welche durch eine dunkle ge-trennt sind.

In einer mit Wasserstoff gefüllten Röhre von circa 2 mm Weite und 400 mm Länge sah Plücker<sup>1)</sup> ungefähr 400 mal lichte Stellen mit dunkeln Intervallen ganz regelmäfsig von einem Ende der Röhre zum anderen ab-wechseln, vom negativen Pole durch einen breiten dunkeln Raum ge-trennt. In weiteren Röhren sind die dunklen Intervalle bis 5 mm breit. In den meisten Fällen machen die leuchtenden Stellen kleine Oscillationen und geben dann oft den Eindruck einer spiraligen Bewegung; oft sind sie in der Nähe des negativen Poles stationär und zeigen sich als feste Scheibchen, welche in vielen Fällen, namentlich in weiten Röhren gegen den negativen Pol stark konvex sind. Das negative Licht zeigt sich eben-falls fein geschichtet.

Die Formen, welche die Lichterscheinung in Röhren, die mit ver-dünnten Gasen gefüllt sind, annimmt, hängen indes wesentlich von den Dimensionen der Röhre und dem Drucke des eingeschlossenen Gases ab, aufserdem aber noch von den Umständen, unter denen man die Entladung eintreten läfst.

Die Lichterscheinungen, beziehungsweise der Entladungsvorgang ist in den letzten Jahren Gegenstand äufserst vielfacher und ausgedehnter Unter-suchungen geworden, besonders von Hittorf<sup>2)</sup>, Crookes<sup>3)</sup>, Goldstein<sup>4)</sup>, E. Wiedemann<sup>5)</sup> und vielen anderen. Das gesammelte Material ist ein so massenhaftes, daß der Raum uns hier ein näheres Eingehen auf das-selbe nicht gestattet<sup>6)</sup>. Ich beschränke mich deshalb darauf, die Erschei-nungen, welche die beiden vorhin schon unterschiedenen Teile der Ent-ladungen im wesentlichen charakterisieren, hier kurz zu beschreiben. Die Schilderung des Verhaltens des positiven Büschellichtes ist nach meinen eigenen Beobachtungen<sup>7)</sup>, ich beschränke mich auch da auf die charakte-ristischen Erscheinungen.

Um zunächst die Abhängigkeit des Lichtes von dem Drucke des in den Röhren eingeschlossenen Gases zu erkennen, wurde eine Röhre von

1) Plücker, Poggend. Ann. Bd. CIII.

2) Hittorf, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI, Jubelband, Wiedem. Ann. Bd. VII, Bd. XX, Bd. XXI.

3) Crookes, Philosophical Transactions for 1879 part. II.

4) Goldstein, Berliner Monatsberichte für das Jahr 1876. Wiener Berichte Bd. LXXIV, Bd. LXXX. Berliner Monatsberichte 1880. Wiedem. Ann. Bd. XI. Untersuchungen über die elektrische Entladung in Gasen. Berlin, bei Springer. 1880. Wiedem. Ann. Bd. XII, Bd. XV.

5) E. Wiedemann, Wiedem. Ann. Bd. IX, X, XX.

6) Eine recht vollständige Übersicht über diese Erscheinungen giebt Wiede-mann in seiner Elektrizitätslehre Bd. IV. Abschnitt VII. S. 405—600.

7) Wüllner, Poggend. Ann. Jubelband.

1 cm Durchmesser und 1 dm Länge, welche in der im 2. Bande § 6 beschriebenen Weise mit Hähnen versehen war, in den Induktionskreis eines großen Röhmkorffschen Apparates eingeschaltet; die Röhre war mit Luft gefüllt, und mit einer Quecksilberluftpumpe verbunden, so daß man in der Röhre jeden beliebigen Druck herstellen konnte.

Bei einem Drucke der Luft, der weniger oder höchstens ein Millimeter beträgt, ist zunächst der ganze, die negative, 1 cm weit in die Röhre hineinragende Elektrode umgebende Raum mit dem blauen negativen Glimmlicht angefüllt. Von der positiven Elektrode dagegen strömt das den ganzen Querschnitt der Röhre ausfüllende Lichtmasse bis zu einer Entfernung von 5 cm von der Spitze der Elektrode in die Röhre hinein. Der Zwischenraum zwischen dem positiven Büschellicht, wie ich es genannt habe, und dem negativen Glimmlicht ist ganz dunkel. Das positive Büschellicht zerfällt in 10 leuchtende Schichten, welche in der Röhre sich mit kleinen Schwingungen auf und nieder bewegen. Diese Schichten haben nicht die vorhin beschriebene und Fig. 300 abgebildete Tellerform, sondern sie erscheinen wie eine Schnur dicker Perlen, deren Dicks weit recht zur Schnur größer ist als parallel der Schnur.

Beobachtet man das Licht in einem rotierenden Spiegel, dessen Rotationsaxe der Axe der Röhre parallel gestellt ist, so sieht man, daß diese Erscheinung jedem einzelnen die Röhre durchsetzenden Induktionsstrome entspricht, daß die Schichten mit dem Beginne des Stromes zu leuchten beginnen und mit dem Ende desselben zu leuchten aufhören, denn die Schichten erscheinen als der Rotationsrichtung parallel in 6 Breite gezogene Streifen. Beim Beginne der Entladung sieht man in rotierenden Spiegel sofort 6 Schichten auftreten, die gleichzeitig zu leuchten beginnen, und welche von einander ebenso weit entfernt sind, wie die oberste von der einen glänzenden Lichtpunkt zeigende Elektrode. Die den Schichten im Spiegel entsprechenden Streifen sind gegen die positive Elektrode konvex, die Schichten steigen also zunächst gegen die positive Elektrode auf, und sinken dann rasch gegen die negative Elektrode nieder, die der positiven Elektrode näheren rascher als die entfernteren, so daß gegen das Ende der Entladung die Schichten einander näher stehen. An der Stelle, wo die Schichten niederzusinken beginnen, tritt eine siebente und später treten noch drei weitere Schichten aus der positiven Elektrode hervor. Man erkennt somit im rotierenden Spiegel, daß die sechs unteren in der Röhre sichtbaren Schichten sich sehr bei dem Beginne des Stromdurchganges ausbilden, und daß die vier oberen sich nach und nach und später entwickeln als die unteren.

Wächst der Druck der Luft in der Röhre über 1 mm, so werden die Schichtungen des positiven Büschellichtes zunächst in der Nähe der positiven Elektrode undeutlich und verwischt, und schon bei 1,5 mm Druck entwickeln sich nur mehr die untern Schichten, etwa 4–5, während darüber das positive Licht ganz ungeschichtet bleibt, bei 2,5 mm Druck zeigen sich noch 2 Schichten, und bei 4 mm Druck ist jede Schichtung verschwunden, das positive Licht reicht als eine ganz gleichförmige röhrenförmige Lichtmasse bis zum vollen Querschnitt der Röhre ausfüllende Lichtmasse bis 6 cm von der positiven Elektrode. Die nach der negativen Elektrode zu konvexe Seite des Lichtes ist durch einen dunklen Zwischenraum von 2 cm



von der mit bläulichem Glimmlicht bedeckten negativen Elektrode getrennt. Im rotierenden Spiegel erkennt man, daß das positive Licht während der ganzen Dauer jedes einzelnen Induktionsstromes in seiner ganzen Ausdehnung gleichmäßig leuchtet.

Wächst der Druck des Gases weiter, so bleibt zunächst die Erscheinung im wesentlichen ungeändert, nur rückt der ganz schichtenlose positive Lichtstrom etwas mehr gegen die negative Elektrode vor und zieht sich dafür der Quere nach etwas zusammen, so daß er nicht mehr den ganzen Querschnitt der Röhre erfüllt. Bei einem Druck von 13 mm ist das positive Licht noch etwa durch einen 1 cm breiten dunklen Zwischenraum von der negativen Elektrode getrennt. Im rotierenden Spiegel erkennt man aber, daß die Ausdehnung des positiven Lichtes während der Dauer des Stromes nicht ganz dieselbe ist, das parallel der Rotationsrichtung in die Breite gezogene Lichtfeld ist nämlich an seiner untern Grenze gegen die negative Elektrode sehr stark konvex gekrümmt, es ist bei dem Beginne der Entladung etwa 1,5 cm, in der Mitte etwa 1 cm, am Ende etwa ein 1,7 cm von der negativen Elektrode entfernt.

Bei weiter fortschreitendem Drucke zieht sich das positive Büschellicht, ohne daß man in denselben Schichtungen wahrnimmt, immer mehr um die Axe der Röhre zusammen, und ist der Druck auf etwa 25 mm gestiegen, so bildet es einen Cylinder in der Axe der Röhre, welcher einen Durchmesser von 2—3 mm hat. An seinem der negativen Elektrode nähern Ende zeigt dieser Cylinder eine beträchtliche Anschwellung. Im rotierenden Spiegel erkennt man, daß diese untere Anschwellung des Lichtes eine viel größere Dauer hat als das übrige positive Licht. Das dort erscheinende in die Breite gezogene Lichtfeld ist nämlich nur in seinem Beginne und an seiner untern Grenze hell, im übrigen ziemlich dunkel. Es beweist das, daß die positive Entladung nur in ihrem Beginne die Gasmasse ihrer ganzen Länge nach hell leuchtend macht, daß sie dann aber den größten Teil der Röhre nur schwach leuchtend durchsetzt und nur an ihrer untern Grenze wieder ein helles Licht erzeugt.

Die Dicke des positiven Lichtcylinders wird bei wachsendem Drucke immer kleiner und sein Ende rückt der Spitze der negativen Elektrode immer näher, ist aber zunächst von derselben noch durch einen mehrere Millimeter breiten dunklen Zwischenraum getrennt. Zu der einen Anschwellung am untern Ende treten bald mehrere, erst eine unmittelbar unter der positiven Elektrode, dann eine dritte etwa in der Mitte u. s. f., so daß etwa bei 40 mm Druck 4 Anschwellungen, bei 50 mm Druck 6 Anschwellungen vorhanden sind. Diese Anschwellungen haben eine längere Leuchtdauer als der Lichtcylinder, denn im rotierenden Spiegel werden nur die Anschwellungen wesentlich verbreitert, sie erscheinen dort als flatternde Lichtstreifen, die in ihrem Beginne durch einen schmalen, der Röhrenaxe parallelen Lichtstreifen verbunden sind. Nur beim Beginne der Entladung ist also das positive Licht der ganzen Länge nach leuchtend, dann aber erzeugt die positive Entladung nur mehr an einzelnen Stellen Licht, es tritt wieder eine Schichtenbildung ein, aber ganz anderer Form als bei geringerm Drucke.

Erst wenn der Druck des Gases etwa 75 mm geworden ist, reicht

das positive Licht bis zur negativen Elektrode in Form eines dünnen, mit einer großen Zahl Anschwellungen umgebenen Cylinders. Der rotierende Spiegel läßt erkennen, daß die Entladung nur im ersten Moment bis zur negativen Elektrode reicht, sie wird dann einen Moment unterbrochen, dann folgt eine zweite nicht bis zur negativen Elektrode reichende Entladung, und an diese setzen sich die den Anschwellungen entsprechenden Lichtstreifen an; dieselben sind aber durch die Rotation immer weniger in die Breite gezogen, ein Beweis, daß die Dauer der Entladung immer kleiner wird.

Läßt man dann den Druck weiter wachsen, so werden die Anschwellungen immer unbedeutender und lichtschwächer, bis sie, wenn der Druck auf 250mm gestiegen ist, ganz verschwinden. So lange der Druck kleiner als 160mm ist, zeigt der rotierende Spiegel zunächst eine mit wachsendem Drucke wachsende Anzahl von einzelnen die Elektroden verbindenden Entladungen und teils schon zwischen denselben, aber wesentlich denselben folgend, die den Anschwellungen entsprechenden Lichtfelder. Überschreitet der Druck 160mm, so beginnt die Entladung mit einem glänzenden Fünkchen von ganz weißem Lichte, dem eigentlichen elektrischen Funken, wie er auch in der freien Luft zwischen den einander genäherten Enden der Induktionsspirale überspringt, dann folgen eine Anzahl die Elektroden verbindenden Entladungen, in der Röhre als ganz dünner Lichtcylinder sichtbar und dann die schwachen Lichtfelder der Anschwellungen entsprechend. Überschreitet der Druck 250mm, so hören, wie gesagt, die Anschwellungen ganz auf, es treten nur mehr einzelne Funken und dünne die beiden Elektroden verbindende Lichtfäden auf, die, wenn der Druck noch stärker wird, ebenfalls verschwinden, so daß schließlich bei diesen Abständen der Elektroden die Entladung nur mehr in Funken stattfindet. Es entspricht das der Entladung in freier Luft, wo bei hinreichend großen Abständen der Elektroden ebenfalls keine Lichtfülle, sondern nur Funken sich zeigen. Wir können also drei Arten des Überganges der Elektrizität durch die Röhre unterscheiden, erstens Licht, welches nur bis zu einem gewissen Abstände von der positiven Elektrode reicht und eine mehr oder weniger lange Dauer hat, ich nenne es das positive Büschellicht, zweitens schmale die Elektroden verbindende Lichtcylinder, ich nenne sie Partialentladungen, und drittens eigentliche Funken.

Das positive Büschellicht ist dadurch charakterisiert, daß es niemals bis zur negativen Elektrode reicht, und daß es senkrecht zur Röhrenaxe immer eine gewisse je nach dem Drucke größere oder kleinere Ausdehnung hat, es tritt in der angegebenen Röhre auf von äußerst kleinen, vielleicht weniger als 0,1mm betragenden Drucken bis zu einem Druck von etwa 250mm. So lange der Druck kleiner als 1mm ist, zerfällt es in eine Anzahl von durch dunkle Zwischenräume getrennten Schichten zwischen 1mm und etwa 4mm Druck ist diese Schichtung nur mehr an dem der negativen Elektrode zugewandten Ende des positiven Büschellichtes sichtbar, und bei einem Drucke von 4mm ist jede Schichtung verschwunden. Bis dahin füllt das Licht den ganzen Querschnitt der Röhre aus. Bei wachsendem Drucke zieht es sich um die Axe der Röhre zusammen und zeigt, nachdem die Entladung ohne jede Schichtung begonnen hat, wieder Schichtungen, die sich als Anschwellungen des Lichtcylinders

direkt und als parallel der Rotationsrichtung in die Breite gezogene Lichtwolken im rotierenden Spiegel zu erkennen geben. Bei wachsendem Drucke wächst die Zahl dieser Schichtungen, dagegen nimmt ihre Helligkeit ab, bis sie und das ganze positive Büschellicht bei einem gewissen Drucke verschwinden.

Zu diesem positiven Büschellichte treten bei einem gewissen Drucke die Partialentladungen, dann die eigentlichen Funken, welche beide Entladungen zunächst noch die Ausbildung des positiven Büschellichtes einleiten, dann allein übrig bleiben, bis schließlich die Entladung nur mehr in Funken stattfindet.

Lässt man die Entladungen des Induktionsstromes ganz in derselben Weise durch Röhren derselben Länge, aber von 0,5 cm oder 2 cm Durchmesser gehen, so ist der Verlauf der Entladung im wesentlichen derselbe, nur reicht in der engern Röhre das Licht stets weiter in die Röhre hinein, in der weitem Röhre reicht es nicht so weit, besonders bei den geringern Drucken, in denen das Büschellicht ganz geschichtet oder ganz kontinuierlich ist. So war in der engern Röhre bei diesen Drucken der dunkle Zwischenraum zwischen dem positiven Büschellicht und der negativen Elektrode höchstens 1 cm, in der 2 cm weiten Röhre dagegen betrug er 6 cm. Entsprechend war auch, so lange das Licht ganz geschichtet war, die Zahl der Schichten in der engen Röhre 17, in der weiten Röhre 2. Die einzelnen im Vorigen beschriebenen Formen der Entladungen wiederholten sich sonst in beiden Röhren mit geringen Modifikationen.

Anders verhielt sich dagegen eine Röhre von fast 4 cm Durchmesser und gleicher Länge; bei den Drucken der eingeschlossenen Luft, bei welchen in den engern Röhren das positive Büschellicht am schönsten entwickelt ist, bleibt diese Röhre fast ganz lichtlos, es zeigt sich nur das negative Glimmlicht und an der Spitze der positiven Elektrode ein helles Fünkchen, außerdem zeigen sich bei Drucken unter 4 mm zuweilen ganz schwache Wölken positiven Lichtes unmittelbar unter der positiven Elektrode. Beträgt der Druck zwischen 4 mm und 20 mm, so sind, weil Öffnungsstrom und Schließungsstrom die Röhre durchsetzen, beide Elektroden mit negativem Glimmlichte bedeckt, im übrigen ist die Röhre fast ganz dunkel, das in der Luft schön rote positive Büschellicht fehlt vollständig. Ist der Druck der Luft zwischen 20 mm und 50 mm, so zeigt sich eine geringe Menge positiven Büschellichtes in Form einer schwachen, bei dem günstigsten Drucke etwa 1 cm in die Röhre hineinreichenden Wolke.

Erst wenn der Druck 50 mm überschritten hat, entwickelt sich die Erscheinung ähnlich wie in den engern Röhren bei den entsprechenden Drucken. Zunächst bricht bei 50 mm Druck ein schmaler Cylinder schwachen positiven Lichtes von 3 cm Länge aus der positiven Elektrode hervor, an der eine Anschwellung auf- und niedergeht, entsprechend einer Schichtung, welche zuerst am negativen Ende des Büschellichtes entsteht, dann bis zur Elektrode aufsteigt und sich wieder etwa 1 cm von derselben entfernt. Bei wachsendem Drucke mehrt sich ganz wie bei den engern Röhren die Zahl der Anschwellungen bei abnehmender Helligkeit, bei 120 mm Druck treten die Partialentladungen hinzu und bei 150 mm die Funken.



Die Versuche zeigen, daß zunehmende Weite bei gleicher Länge der cylindrischen Röhren die Entwicklung des positiven Büschellichtes vermindert, und daß eine Röhre von 1 dm Länge und etwa 4 cm Weite kaum mehr dasselbe zeigt.

Während nach diesen Beobachtungen wachsender Durchmesser bei gleicher Länge der cylindrischen Röhren die Entwicklung des positiven Büschellichtes vermindert, bewirkt wachsende Länge bei gleichem Durchmesser das Entgegengesetzte; sie vermehrt die Menge des positiven Lichtes. So reichte bei der 1 cm weiten Röhre, als ihr eine Länge von zwei Decimeter gegeben wurde, das positive Licht so weit, daß der dunkle Zwischenraum zwischen demselben und der negativen Elektrode nicht größer war als bei der nur 1 dm langen Röhre, bei einer 2 cm weiten, 2 dm langen Röhre war der dunkle Zwischenraum nur wenig größer als in der 1 dm langen Röhre, das positive Licht reichte also mehr als dreimal so weit in die Röhre als bei der geringern Länge. Im übrigen war aber der Verlauf des positiven Lichtes im wesentlichen derselbe als bei den kürzern Röhren.

Als das Rohr von 4 cm Querschnitt auf die doppelte Länge gebracht wurde, entwickelte sich in demselben eher weniger als mehr positives Licht, die Röhre blieb ebenfalls bei kleinern Drucken bis auf das negative Glimmlicht und einen Lichtfunken an der Spitze der positiven Elektrode ganz dunkel. Bei stärkern Drucken entstand wie in der kürzern Röhre ein schwacher Lichtcylinder mit kleinen Anschwellungen.

Wurde indes eine Röhre von 75 cm Länge und 5 cm Durchmesser angewandt, so trat wieder eine prachtvolle Lichtentwicklung ein; als der Druck unmeßbar klein war, füllte sich die Röhre bis zu einem Abstand von 55 cm von der positiven Elektrode mit positivem Büschellicht, welches in 18 Schichten zerfiel; die Schichten sehen aus wie eine Reihe von Sphäroiden, welche in der Richtung der Verbindungslinie von Elektrode zu Elektrode abgeplattet sind, und welche auf dem Äquator am hellsten sind. Der Abstand der hellsten Stellen der Schichten beträgt 3 cm. Die eigentümliche Form der Schichten rührt daher, daß sie in großen Amplituden auf- und niederschwingen, wie eine Beobachtung im rotierenden Spiegel direkt erkennen läßt.

Bei Zutretenlassen von Luft füllt sich die Röhre, noch ehe der Druck meßbar geworden ist, mit positivem Lichte bis zu einem Abstand von 12 cm von der negativen Elektrode; das Licht zeigt im ersten Momente an seinem untern Ende eine Menge feiner lebhaft bewegter Schichten, sind aber einige wenige Entladungen durch die Röhre hindurchgegangen, so entwickeln sich an dem negativen Ende des positiven Lichtes zwei Schichten der eben beschriebenen Form.

Wächst der Druck der Luft bis auf 1 mm, so ist der dunkle Zwischenraum zwischen dem positiven Licht und der negativen Elektrode nur mehr 2 cm breit, im übrigen ist die ganze Röhre mit schön rotem positiven Licht gefüllt, welches dann die Fig. 300 abgebildeten tellerförmigen Schichten zeigt, die indes am deutlichsten in der Nähe des negativen Endes des positiven Lichtes zu sehen sind. Die Schichten haben eine lebhafte hin- und hergehende Bewegung. Bis zu einem Drucke von 4 mm etwa bleibt die Erscheinung im wesentlichen ungestört, geht der



Druck darüber hinaus, so zieht sich das Licht zu einem dünnern Cylinder mit einigen Anschwellungen zusammen, der indes, da er in der Röhre nicht ruhig steht, nicht scharf zu beobachten ist. Ist der Druck 20 mm geworden, so ist die Erscheinung ganz unregelmäßig, die Entladung geht fast nur mehr über die Wände der Röhre.

So verschieden also auch das Auftreten des positiven Lichtes in den Röhren verschiedener Dimensionen ist, so können wir es doch allgemein dahin charakterisieren, daß es von der positiven Elektrode, ausgehend nur in einzelnen Partialentladungen, niemals als positives Büschellicht die negative Elektrode erreicht, daß es meistens in einzelne Schichtungen zerfällt, welche nur in kürzern Röhren gerade bei den Drucken nicht auftreten, bei welchen das positive Büschellicht sich am vollständigsten entwickelt. Bei Annäherung an die Drucke, bei denen das Licht nicht geschichtet ist, bleiben am längsten oder treten am ersten hervor die Schichtungen in der Nähe des dunklen Zwischenraumes, also am negativen Ende des positiven Büschellichtes.

Auf die Form der Lichterscheinung in den Röhren hat ferner die Art der Entladung Einfluß, wie das zuerst Grove<sup>1)</sup> hervorgehoben hat. Schaltet man nämlich in den Kreis des Induktionsstromes neben der mit dem verdünnten Gase gefüllten Röhre ein Riessches Funkenmikrometer ein, und läßt zwischen den Kugeln desselben bei möglich größtem Abstände den Strom in Form eines Funkens übergehen, so tritt auch in den Röhren die Entladung in Form eines fast momentanen Übersprühens der Elektrizität ein, welche bei geringen Drucken, bei denen ohne Funkenmikrometer das positive Büschellicht die ganze Röhre ausfüllt, ebenfalls die ganze Röhre erfüllt, ohne nur eine Spur Schichtung zu zeigen.

Schaltet man dagegen in den Stromkreis nur eine kleinere Funkenstrecke ein, so beginnt die Entladung allerdings auch mit einem solchen Übersprühen der Elektrizität von Elektrode zu Elektrode, dann folgt aber im weitem Verlaufe derselben eine Entwicklung des positiven Büschellichtes ganz in der vorhin beschriebenen Weise. So erhielt ich in einer 2 cm weiten, 10 cm langen Röhre stets nur ungeschichtetes Licht, wenn ich mit einem Funkenmikrometer eine Funkenstrecke von 3—6 cm einschaltete. Wurde indes die Funkenstrecke verkleinert, so erhielt ich das positive Büschellicht, selbst als die Funkenstrecke 2 cm betrug. Nur war die Dauer des positiven Lichtes eine etwas kürzere<sup>2)</sup>.

Wurden dagegen die Enden des Induktionsdrahtes gleichzeitig mit den Belegungen einer Leydener Flasche verbunden, so war bei Einschaltung selbst kleiner Funkenstrecken das in der Röhre erscheinende Licht stets ohne jegliche Schichtung, es füllte bei passenden Drucken die Röhre ganz gleichmäßig aus.

Schließlich ist noch hervorzuheben, daß nach De la Rives<sup>3)</sup> und meinen Beobachtungen die Schichtungen des Lichtes nur deutlich hervortreten, wenn das in den Röhren eingeschlossene Gas in Ruhe ist; läßt man während des Durchganges des Induktionsstromes Gas in die Röhre

1) Grove, Philosoph. Magazin. 4 series vol. XVI.

2) Wöllner, Berliner Monatsberichte Dezember 1874.

3) De la Rive, Poggend. Ann. Bd. CXXXI.

treten, so verschwinden die Schichtungen, treten aber dem nach Eintritt des Gases entsprechenden Druck entsprechend wieder hervor, wenn das Gas in Ruhe ist.

Geht man zu noch weiteren Verdünnungen über, als die, welche den Ausgangspunkt meiner Beobachtungen bildeten, so tritt das positive Licht mehr zurück und das negative Licht wird das vorwiegende. So lange der Druck in den Röhren mehrere Millimeter Quecksilber beträgt, ist das negative Glimmlicht wesentlich auf die negative Elektrode beschränkt, welche es anfänglich nur an der Spitze, später bei abnehmendem Drucke ganz bedeckt. Gleichzeitig nimmt die Ausdehnung des Glimmlichtes in der Umgebung der negativen Elektrode zu. Wird der Druck sehr klein, so löst sich das Glimmlicht von der Kathode los, es bildet sich, während das Glimmlicht selbst immer weiter in die Röhre eindringt, zwischen der Kathode und dem Glimmlicht ein an Ausdehnung wachsender dunkler Raum. Führt man mit dem Entleeren der Röhren immer weiter fort, so entwickelt sich an der negativen Elektrode wieder ein schwaches Lichtbündel, aus welchem kaum sichtbare Strahlen sich geradlinig und normal zur Oberfläche der Elektrode ausbreiten, welche besonders dadurch zu erkennen sind, daß dort, wo dieselben die Glaswand der Röhre treffen, die letztere helle Phosphoreszenz zeigt und zwar dieselbe Phosphoreszenz, welche auch durch Belichten erzeugt wird.

Das Glimmlicht ist gegenüber dem positiven Licht wesentlich dadurch charakterisiert, daß es sich von der negativen Elektrode aus in gerader Richtung in den Röhren verbreitet, so zwar, daß seine Ausbreitung von der Lage der positiven Elektrode ganz unabhängig ist, wie das zuerst von Hittorf gezeigt wurde. Nimmt man eine gerade cylindrische Röhre und bringt an dem einen Ende derselben beide Elektroden nahe nebeneinander an, so tritt positives Licht nur an oder in unmittelbarer Nähe der positiven Elektrode auf, das negative Licht dringt indes von der Kathode aus gerade so in der Röhre vor, wie wenn die positive Elektrode sich an dem andern Ende der cylindrischen Röhre befände. Bringt man wirklich an diesem anderen Ende der Röhre auch eine Elektrode an und macht dieselbe zur Anode, so sieht man, wie das positive Licht und das negative Licht sich gegenseitig durchdringen, denn in dem mit dem negativen Lichte erfüllten Raume entwickelt sich in dem Falle das positive Licht. Nur in den dunklen Raum, der sich bei starker Verdünnung zwischen der Kathode und dem Glimmlicht bildet, kann das positive Licht nicht eindringen. Man sieht das sehr deutlich, wenn man als Kathode eine kleine Platte nimmt und unmittelbar neben derselben als Anode in gewöhnlicher Weise einen Draht. Ist die Verdünnung weit genug vorgeschritten, so bildet sich der dunkle Raum um die plattenförmige Kathode als ein sphäroidischer Raum aus. Sobald die Ausdehnung des Raumes eine solche geworden ist, daß die positive Elektrode in denselben hineinragt, wird, soweit das der Fall ist, das positive Licht von der Elektrode fortgedrängt, so daß es auf der Oberfläche des dunklen Raumes liegt.

Die geradlinige Ausbreitung des Glimmlichtes läßt sich ferner an rechtwinklig umgebogenen Röhren erkennen. Ist der eine Schenkel des rechten Winkels nicht zu lang, so geht das positive Licht, wenn man die Elektrode am Ende des kürzern Schenkels zur positiven macht, jene an

Ende des langen Schenkels zur negativen, um die Biegung herum in den längern Schenkel hinein. Nimmt man dagegen die Elektrode im kürzern Schenkel zur negativen, so geht bei keinem Grade der Verdünnung das negative Licht um die Biegung herum in den längern Schenkel.

Das negative Licht scheint hiernach von der negativen Elektrode geradezu ausgesandt zu werden, eine Auffassung, welche auch darin eine Stütze findet, daß wie Hittorf sich ausdrückt<sup>1)</sup>, jeder feste oder flüssige Körper, er sei Isolator oder Leiter, welcher vor der Kathode sich befindet, das negative Licht begrenzt, welches zwischen ihm und der Kathode liegt, es findet keine Abbiegung aus der geraden Richtung statt.

Was von dem negativen Licht überhaupt gilt, das gilt in noch mehr hervortretender Weise von den bei der äußersten Verdünnung sich zeigenden Kathodenstrahlen. Dieselben scheinen nur geradlinig und normal zur Oberfläche der Kathode auszutreten, sie werden durch jeden auf ihrem Wege befindlichen Körper aufgehalten. Die letztere Erscheinung hat Crookes an einer Anzahl sehr hübscher Versuche gezeigt. Wie erwähnt, gehen die Kathodenstrahlen am deutlichsten sich dadurch zu erkennen, daß sie die Glaswand, dort wo sie auftreffen, zu lebhafter Phosphoreszenz bringen. Crookes brachte nun im Innern der Röhren in den Weg der Kathodenstrahlen mannigfach geformte Körper, so daß diese die Kathodenstrahlen auffingen; auf der Wand der Röhren, welche in der von den Kathodenstrahlen getroffenen Fläche lebhaft phosphorescierten, erschien dann das Abbild der auffangenden Körper dunkel, gleichsam als ein von den Kathodenstrahlen geworfener Schatten. Crookes und Goldstein haben diese Versuche in der mannigfachsten Weise variiert und eine Menge sehr hübscher Erscheinungen beschrieben, welche alle die geradlinige Ausbreitung der Kathodenstrahlen und das normal zur Oberfläche der Kathoden stattfindende Austreten vorführen. Es mangelt uns hier der Raum, um auf nähere Details einzugehen.

Wir haben bisher vorausgesetzt, daß die mit verdünnten Gasen gefüllten Röhren in den Stromkreis eines Induktionsapparates oder einer Holtzschen Maschine eingeschaltet seien; in dem Falle geht der Strom in einzelnen Stößen durch die Röhre hindurch. Wie zuerst Warren de la Rue und Hugo Müller<sup>2)</sup> und später Hittorf<sup>3)</sup> gezeigt haben, geht auch der Strom einer galvanischen Batterie von hinreichender elektromotorischer Kraft durch diese Röhren hindurch. Warren de la Rue und H. Müller glaubten, daß auch in dem Falle der Strom in einzelnen Stößen hindurchgehe, indem, wenn die Potentialdifferenz an den Elektroden hinreichend sei, ein Ausgleich der Elektricitäten zwischen denselben statfinde; die erste Entladung giebt eine Verminderung der Potentialdifferenz, welche indes durch den Zufluß von der Batterie sehr bald wieder ausgeglichen wird; es folgt deshalb eine zweite Entladung und so fort. Die Zwischenräume zwischen den Entladungen sind so klein, daß wir selbst bei schnellster Rotation eines rotierenden Spiegels, in welchem die Entladung

1) Hittorf, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI. S. 8.

2) Warren de la Rue und Hugo Müller, Philosophical Transactions for the year 1878 and 1880 vol. CLXIX and CLXXI.

3) Hittorf, Wiedem. Ann. Bd. VII, Bd. VIII, Bd. XX, Bd. XXI.

beobachtet wird, eine Trennung der einzelnen Entladungen nicht beobachten können.

Hittorf dagegen nimmt an, daß wenn in den Gasen der Durchgang des Stromes einmal eingeleitet sei, die Gase leitend werden, und daß dann der Strom in den Gasen ein ebenso stetiger sei wie in festen Leitern oder Elektrolyten. Damit der Strom ein stetiger werde, ist zunächst eine gewisse elektromotorische Kraft erforderlich, weiter aber ist es notwendig, daß der Widerstand außerhalb der mit verdünntem Gase gefüllten Röhre ein nicht zu großer sei, damit die Stromstärke hinreichend groß, beziehungsweise, damit die Potentialfunktion an den Elektroden eine hinreichend große bleiben kann. Hittorf<sup>1)</sup> schaltete eine Gassäule in den Stromkreis einer Säule von 1600 Chromsäure-Elementen ein, welcher gleichzeitig ein cylindrisches Rohr enthielt, das mit einer Lösung von Jodkadmium in Amylalkohol gefüllt war. Das Rohr enthielt zwei Kadmiumelektroden, deren eine an einem verschiebbaren Stabe befestigt war, so daß man beliebige Strecken der Jodkadmiumlösung in den Stromkreis einschalten und so den Widerstand des Stromkreises innerhalb weiter Grenzen variieren konnte. Die Elektroden der Gasröhre waren gleichzeitig mit einem Kondensator von großer Kapazität verbunden. War der Widerstand in dem Stromkreis groß, so ging der Strom in einzelnen Stößen durch die Röhre, indem sich gleichzeitig der Kondensator durch die Röhre entlud. War durch die von der Batterie herkommende Elektrizität auf den Belegungen des Kondensators und an den Elektroden der Röhre die Potentialdifferenz wieder hinreichend gewachsen, so trat eine neue Entladung ein. Mit abnehmendem Widerstande folgten sich die Entladungen immer rascher, und hatte der Widerstand bis zu einem gewissen kleinen Werte abgenommen, so ging der Strom stetig durch die Röhre, der Kondensator entlud sich nicht mehr, er behielt auf seinen Belegungen eine konstante Potentialdifferenz. Man erkennt das Aufhören der Entladungen des Kondensators am Lichte der Röhre; so lange die Entladung eintritt, zeigt sich das Licht der Röhre, wie schon vorhin, bei Besprechung der Entladungen bei gleichzeitiger Einschaltung einer Leydener Flasche erwähnt wurde, ungeschichtet, sowie die Entladung aufhört, nimmt es das ausführlich beschriebene Ansehen an, es zeigt sich positives und negatives Licht. Man erkennt es weiter daran, daß der Kondensator aufhört zu tönen. Jede Entladung des Kondensators ist nämlich vor einem eigentümlichen trocknen Geräusch begleitet, welches um so stärker ist, je größer die Elektrizitätsmenge der einzelnen Entladung ist. Bei abnehmendem Widerstande der übrigen Leitung erzeugen die schneller aufeinander in regelmäßigen Intervallen sich folgenden Entladungen einen Ton, dessen Höhe wächst. Sowie das Licht in der Röhre stetig wird, hört das Tönen des Kondensators auf. Auch das Telephon, wenn es in den Stromkreis eingeschaltet wird, läßt das Stetigwerden des Stromes erkennen.

Einen weitem Beweis für das Stetigwerden des Stromes sieht Hittorf darin, daß so lange die elektromotorische Kraft der Batterie eine gewisse Größe noch nicht erreicht hat, durch dieselbe ein stetiger Strom in der

1) Hittorf, Wiedem. Ann. Bd. VII.



Gasröhren nicht hervorgerufen werden kann, daß aber, wenn der Strom durch das Hindurchführen einer Entladung durch das Gas eingeleitet ist, durch diese elektromotorischen Kräfte der Strom dauernd unterhalten werden kann. Hittorf meint, durch die erste Entladung seien die Gasmoleküle in den leitenden Zustand versetzt, und deshalb könne der Strom bei geringerer elektromotorischer Kraft dauernd werden, als jene ist, durch welche er zuerst eingeleitet werden könne. Da so ein eingeleiteter Strom durch eine elektromotorische Kraft unterhalten werden könne, welche ihn selbst nicht einleiten könne, so sei es unmöglich, daß der von ihm als setig betrachtete Strom aus einer Reihe von Partialentladungen bestehe, welche durch wenn auch noch so kleine endliche Zwischenzeiten getrennt seien, und bei denen die Gasmoleküle abwechselnd den leitenden und nichtleitenden Zustand annähmen.

Hittorf hat durch Messung des Potentialgefälles in Gasröhren weiter den Nachweis liefern wollen, daß in der That eine Leitung des Stromes in den Gasen stattfindet, ähnlich wie in flüssigen und festen Leitern. Um die Potentialdifferenz der Elektroden zu messen, wurden dieselben durch eine Zweigleitung von sehr großem Widerstande verbunden, in welche ein empfindliches Galvanometer eingesetzt war. Es waren ferner in das zu diesen Versuchen benutzte cylindrische Rohr senkrecht zur Axe seitlich eine Anzahl Elektroden eingeschmolzen, welche einige Centimeter von einander entfernt waren. Wurden je zwei dieser Elektroden durch dieselbe Zweigleitung mit großem Widerstande und demselben Galvanometer geschlossen, so gab der in der Zweigleitung beobachtete Strom die Potentialdifferenz an denjenigen Stellen der vom Strome durchsetzten Gassäule, an denen die Elektroden in das Gas eintauchten.

Gleichzeitig wurde die Stromstärke des das Gas durchsetzenden Stromes gemessen, welche durch Verminderung des Widerstandes unterhalb jener Grenze, bei welcher der Strom anfing stetig zu werden, innerhalb weiter Grenzen variiert werden konnte.

Bei konstanter elektromotorischer Kraft der Batterie und konstanter Gasdichte in dem mit Stickstoff von 0,6 mm Quecksilberdruck gefüllten Gasrohre fand sich bei einer Änderung des das Gas durchsetzenden Stromes bis zu seinem sechsfachen Wert die Potentialdifferenz der Elektroden ganz genau gleich, sie nahm nur sehr wenig zu, von 1 auf 1,3, als die elektromotorische Kraft verdoppelt und die Stromstärke auf den 46fachen Wert gesteigert wurde. Die Potentialdifferenz zwischen zwei in das positive Licht eintauchenden Elektroden wurde durch eine Änderung der Stromstärke und der elektromotorischen Kraft der Batterie gar nicht geändert. Wir teilen im Folgenden einige der von Hittorf<sup>1)</sup> angegebenen Potentialdifferenzen mit. Die Elektroden der Gasröhre hatten einen Abstand von 38,7 cm; die erste in das positive Licht eintauchende Elektrode *b* war von der Anode *a* 3,32, die zweite *d* von der ersten *b* 4,33 und die dritte *c* von *d* 4,62 cm entfernt. Es fand sich die Potentialdifferenz

1) Hittorf, Wiedem. Ann. Bd. XX.

bei einer Stromstärke	2,44	12,82	70,00	111,9
zwischen Anode und Kathode	133	133,5	157	173
" " " b	22	22	21	21
" b " d	14	13	12	12,25
" d " c	13	13	13,5	12,5

Hittorf schließt aus diesen Versuchen, daß das Leitungsvermögen der positiven Gasstrecke proportional der Stromstärke zunimmt, wenn die Dichtigkeit des Gases ungeändert bleibt.

Ich kann mich der Deutung, welche Hittorf seinen Versuchen giebt, nicht anschließen, gerade die von Hittorf gegebenen Messungen der Potentialdifferenzen scheinen mir den Beweis zu liefern, daß von einer Leitung der Gase keine Rede sein kann. Es findet nur ein Übergang der Elektrizität von Elektrode zu Elektrode statt, wobei vielleicht als sekundäre Elektrode die Glaswand der Röhre eine Rolle spielt. Dieser Übergang findet statt, wenn die Potentialdifferenz der Elektroden einen gewissen Wert erhalten hat, und er wird ein ganz kontinuierlicher, wenn von der Elektrizitätsquelle der Zufluß der Elektrizität so schnell erfolgt, daß trotz des Abflusses der Elektrizität eine Verminderung der Potentialdifferenz nicht eintritt. Der kontinuierliche Strom verhält sich gewissermaßen wie der Strahl einer Feuerspritze, welcher vollkommen kontinuierlich wird, sobald man durch hinreichend schnelles Pumpen dafür sorgt, daß im Windkessel der Druck nicht kleiner wird. Daß der kontinuierliche Strom bei geringerer Differenz der Potentialfunktion an den Elektroden fort dauern kann, ist kein Beweis für die Leitung der Gase, wie Hittorf annimmt; wissen wir doch, daß die Entladung der Leydener Flasche aus einzelnen Partialentladungen besteht, welche der ersten Partialentladung folgen, welche entsteht, wenn die Potentialdifferenz der Elektroden so groß geworden ist, daß der Funke ihren Abstand überspringen kann, trotzdem mit jeder Entladung die Potentialdifferenz der Belegungen abnimmt. Auch in den Gasröhren entsteht durch die einleitende Entladung gewissermaßen der Funkenkanal, dem mehr oder weniger folgend die Elektrizität bei hinreichendem Zufluß das Gas durchsetzt.

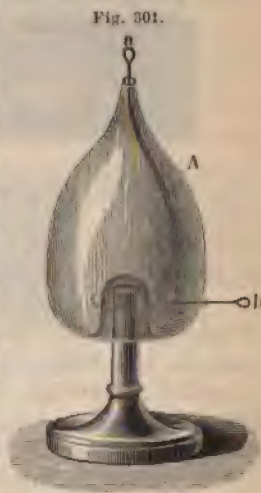
Hiernach ist keineswegs der ganze Querschnitt der Gasröhre als beständig durchflossene Strombahn anzusehen und alle die Folgerungen, welche man aus dieser Anschauung zieht, kann ich nicht für berechtigt halten. Man hat daraus gefolgert, daß die Temperatur der Entladungen eine äußerst niedrige wäre, daß das Leuchten der Gase in den Röhren keine Glüherscheinung, sondern eine Phosphoreszenz oder Fluoreszenz-Erscheinung sei. Ich kann bisher die dafür beigebrachte Begründung bei der angegebenen Auffassung der Entladung nicht für stichhaltig ansehen.

Auf die vielen Versuche eine Erklärung der eigentümlichen Entladungserscheinungen in verdünnten Gasen, der positiven Büschelentladung mit ihrer Schichtung, des negativen Lichtes mit seinem dunklen Raume und den Kathodenstrahlen zu geben, gehe ich hier nicht ein. Trotz der vielen Versuche, die Entladungserscheinungen aus dem sonstigen Verhalten elektrischer Bewegungen abzuleiten, ist es bisher noch nicht gelungen, dieselben unter einem einheitlichen Gesichtspunkt zusammenzufassen. Wir verweisen deshalb wegen dieser Erklärungsversuche

auf die verschiedenen, in diesem Paragraphen bereits erwähnten Abhandlungen<sup>1)</sup>).

## §. 156.

**Einfluss des Magnets auf das elektrische Licht.** Wir haben im §. 154 erwähnt, daß in der Lichthülle die Elektrizität nach Art des galvanischen Stromes übergeht, wie das die Versuche von Koosen beweisen. Daraus läßt sich schließen, daß die Lichthülle dem Einflusse des Magnets unterworfen sein, daß sie wie jeder andere Stromleiter abgelenkt werden muß. Daß der Davysche Flammenbogen, das elektrische Licht zwischen Kohlenspitzen nach dem Ampèreschen Gesetz abgelenkt wird, wenn man einen Magnet auf denselben wirken läßt, hat schon Davy selbst beobachtet<sup>2)</sup>, daß aber auch die Lichthülle des Induktionsfunken in derselben Weise dem Einflusse des Magnets unterliegt, hat wohl zuerst A. de la Rive<sup>3)</sup> im elektrischen Ei wahrgenommen und in einem sehr hübschen Versuche gezeigt. Sehr bequem läßt sich dieser Versuch mit dem Apparate Fig. 301 von Geissler zeigen. In das flaschenförmige Gefäß *A* ist oben an der Spitze ein Platindraht *a* eingeschmolzen, und ebenso ein Platindraht *b* seitlich, welcher die in das ovale Gefäß unten eingeschmolzene, oben geschlossene Glasröhre in Form eines Ringes umgiebt. Das Glasgefäß ist nicht ganz so weit wie eine Geisslersche Röhre luftleer gepumpt. In die unten in das Gefäß eingeschmolzene Glasröhre ist von unten ein Stab weichen Eisens eingeführt und festgekitet. Verbindet man nun die beiden Drähte *a* und *b* mit den Enden einer Induktionsspirale, so geht der Lichtstrom in der vorher beschriebenen Weise von dem oberen Drahte zu einem Punkte des unteren Ringes. Stellt man den Apparat auf den Pol eines kräftigen Elektromagnets, so daß der Eisenstab magnetisch wird, so rotiert der Lichtstrom um den Magnet wie jeder andere bewegliche Leiter es thun würde. Die Rotationsrichtung ist ganz den elektrodynamischen Gesetzen entsprechend, sie ist verschieden, je nach der Polarität des Eisens und nach der Richtung des Stromes in dem Gefäße.



Wie diese Rotation zustande kommt, ist leicht ersichtlich; in dem Gefäße geht der erste Induktionsfunke als Lichthülle über, diese wird durch die Wirkung des Magnets abgelenkt; der zweite Induktionsfunke

1) Man sehe auch eine Abhandlung von *Lehmann*, Wiedem. Ann. Bd. XXII. Eine Übersicht der verschiedenen Theorien der Entladung in verdünnten Gasen giebt *Wiedemann* in seiner Elektrizitätslehre Bd. IV S. 476 ff.

2) *Davy*, Philosophical Transactions of London R. soc. for 1821 part. II. Gilberts Annalen Bd. LXXI.

3) *De la Rive*, Poggend. Ann. Bd. CIV. Comptes Rendus T. LXXVI. p. 674. *De la Rive und Sarrasin*, Comptes Rendus T. LXXIV. p. 1114. Ann. de chim. et de phys. IV. Sér. T. XXIX.



findet nun in der abgelenkten Lichthülle eine Strombahn, welche leitet als alle übrigen Luftschichten des Apparates, deshalb geht er in der Richtung der abgelenkten Lichthülle über; diese wird dann wieder abgelenkt und so fort, so daß die Rotation durch die sich rasch ändernden Ablenkungen der einzelnen Lichthüllen zustande kommt.

Die Ablenkung der Lichthülle des in der Luft überspringenden Induktionsfunken ist besonders von Du Moncel<sup>1)</sup> und Plücker<sup>2)</sup> untersucht und in ihren mannigfachen Formen gezeigt worden. Läßt man den Induktionsfunken zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagnets in äquatorialer Richtung überspringen, so wird, während der Funke abgelenkt wird, die Lichthülle in Form eines Bogens Fig. 302 (in welcher man sich die Pole vor und hinter der Zeichnungsebene zu denken hat) zwischen den Elektroden  $p$  und  $n$  abgelenkt. Ist  $p$  die positive, die negative Elektrode des Induktionsstromes, so ist der Lichtbogen oben gekrümmt; wenn sich der Nordpol vor der Ebene der Zeichnung

Fig. 302.



Fig. 302.



befinden würde. Bringt man die Enden der Induktionsdrähte in axialer Richtung über die Pole der Magnete (Fig. 303), so wird die Lichthülle eine störmige, in horizontaler Ebene liegende Kurve, welche von dem in gerader Linie überspringenden Funken in der Mitte begrenzt wird.

Auch diese Erscheinungen lassen sich aus den elektromagnetischen Gesetzen der Einwirkung von Magneten und Strömen ableiten<sup>3)</sup>, und, wie schon §. 126 besprochen wurde, an dünnen Platindrähten darstellen<sup>4)</sup>.

Sehr interessant ist die Einwirkung der Magnete auf das Licht in den Geisslerschen Röhren, welche Plücker<sup>5)</sup> mit der größten Sorgfalt untersucht hat. Von den mannigfaltigen Erscheinungen, welche Plücker dabei beobachtet hat, wollen wir nur diejenige in einer längeren Geissler'schen Röhre beschreiben, welche axial auf die Pole eines Elektromagnets gelegt ist.

Die Lichterscheinung in einer solchen Röhre, ohne daß sie auf den Polen des Magnets liegt, ist Fig. 304 abgebildet. Um die negative Elektrode herum bildet sich das blaue Glimmlicht, in dem anderen Teile der Röhre zeigt sich die Schichtung des positiven Lichtstromes.

1) Du Moncel, Recherches sur l'étincelle d'induction. Paris 1860.

2) Plücker, Poggend. Ann. Bd. CXIII.

3) Man sehe Plücker, a. a. O.

4) Le Roux, Ann. de chim. et de phys. III. série. T. LIX.

5) Plücker, Poggend. Ann. Bd. CIII, CIV, CV, CVI und CXIII. Man sehe auch Hittorf, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI. Über den Einfluß des Magnets auf die Schichtung und Entwicklung des positiven Lichtes. Wüllner, Poggend. Ann. Jubelband; ferner die im vorigen Paragraphen erwähnten Arbeiten von Abstein, Crookes, E. Wiedemann; eine Übersicht der mannigfachen Erscheinungen giebt G. Wiedemann in seiner Elektrizitätslehre Bd. IV. S. 332 ff.



Legt man diese Röhre mit ihrem engeren Teile, Fig. 305, auf die Pole *SN* eines Elektromagnets, so gehen die Schichten in einen schmalen, doppelt gekrümmten Lichtstreif über, indem, wenn der Strom von dem Nordpole zum Südpole geht, über dem Nordpole der Streifen nach hinten, über dem Südpole nach vorn hin abgelenkt wird. Über der Trennungsstelle der Pole erscheint ein leuchtender Bogen, der die Streifen mit einander verbindet. Wie man sieht ist die Ablenkung ganz der Ampèreschen Regel entsprechend.

Fig. 304.

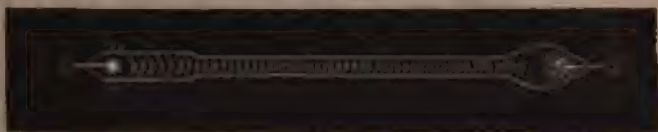
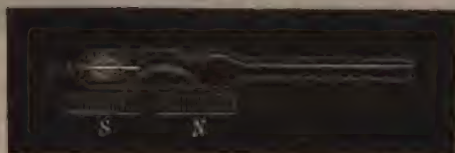


Fig. 305.



Fig. 306.



Verschiebt man die Röhre so, daß die negative Elektrode sich über der Trennungsstelle der Magnetpole befindet, Fig. 306, so wird das negative Glimmlicht zu einer Fläche zusammengezogen, welche die Gestalt der magnetischen Kurven hat, der Kurven, welche Eisenfeilspäne zwischen den Magnetpolen annehmen würden. Das negative Glimmlicht verhält sich also nicht wie das positive Licht, d. h. es wird nicht nach den elektromagnetischen Gesetzen abgelenkt, sondern es verhält sich so, als wenn es aus einzelnen magnetischen Partikeln bestände.

Schaltet man mit der Geisslerschen Röhre in den Kreis des Induktionsstromes zugleich eine Leydener Flasche ein, etwa so, daß man das eine Ende mit der innern Belegung der Flasche verbindet, das andere mit der Außern, und in diese Leitung zugleich die Geisslersche Röhre einschaltet, Fig. 307, so gehen durch die Röhre in rascher Folge Ströme nach entgegengesetzter Richtung. Der Öffnungsstrom ladet nämlich dann die Leydener Flasche, nach Aufhören desselben, wenn der Schließungsstrom sich bildet, entladet sie sich, und der Entladungsstrom verbunden mit dem Schließungsstrom durchsetzen die Röhre nach entgegengesetzter Richtung. Dann zeigt sich in der Röhre (Fig. 307) an beiden Elektroden das negative blaue Glimmlicht, und zwischen denselben die Schichtung. Die Schichten sind gar nicht oder nach beiden Seiten gekrümmt.

Legt man nun diese Röhre auf die Pole des Elektromagnets (Fig. 307) so werden die Schichten in zwei Lichtstreifen getrennt, von denen jeder einzelne dem Streifen Fig. 305 entspricht, die aber entgegengesetzt gelenkt werden, da zwei entgegengesetzte Ströme in ihnen fließen.

Fig. 307.



Fig. 308.



Dadurch sind die Geißlerschen Röhren, besonders in Verbindung mit Magneten, ein vorzügliches Mittel, um alternierende Ströme zu beobachten und mit Hilfe derselben hat Paalzow<sup>1)</sup> den §. 61 erwähnten Nachweis geliefert, daß unter den Umständen, unter welchen Feddersen auf andere Weise es erkannt hatte, die Entladungen der Leyden'schen Flasche alternierend sind. Dadurch ist in vielen Fällen die Untersuchung der Entladungserscheinungen eine viel bequemere geworden, da man hierin ein sehr einfaches Mittel hat, um zu entscheiden, wann die Entladung einfach, wann sie alternierend ist. Die früher erwähnten Untersuchungen von Oettingens und Lipharts sind meist mit diesem Hilfsmittel angestellt.

### §. 157.

**Zurückführung der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes auf absolutes Maß.** Es erübrigt uns noch eine Anwendung der Induktionsgesetze zu erläutern, nämlich die Zurückführung der Widerstande des galvanischen Stromes auf absolutes Maß. Die in den drei Abschnitten angenommenen Einheiten für die elektromotorische Kraft und den Widerstand waren willkürliche, von keiner anderen Einheit oder von der ebenfalls willkürlich gewählten Einheit der Stromstärke abhängig. Wir setzen nämlich jene elektromotorische Kraft der Einheit gleich, welche in einem Stromkreise, dessen Widerstand der Einheit gleich ist,

1) Paalzow, Poggend. Ann. Bd. CXXI.



Einheit der Stromstärke giebt. Die Einheit der Stromstärke lieferte uns die chemische Wirkung des Stromes, die Einheit des Widerstandes die Längeneinheit eines Drahtes von der Einheit des Querschnittes und von einem bestimmten Metall, Kupfer oder Silber oder dem schliesslich allgemein angenommenen Quecksilber. Durch Annahme dieser Einheiten war die der elektromotorischen Kraft nach dem Ohmschen Gesetze eindeutig bestimmt.

Auch als wir im §. 128 die Stromstärke in absolutem elektromagnetischen oder elektrodynamischen Maße, das heisst durch das reduzierte Drehungsmoment maßen, welches der die Flächeneinheit umkreisende Strom einem die Einheit des magnetischen Momentes besitzenden Magnete erteilt, blieb das Maß des Widerstandes oder der elektromotorischen Kraft noch willkürlich, beziehungsweise, da wir die Siemenssche Quecksilbereinheit als Widerstandsmaß beibehielten, war die Einheit der elektromotorischen Kraft gegeben als jene, welche in einem Stromkreise vom Widerstande der Quecksilbereinheit die absolute Einheit der Stromstärke hervorruft.

W. Weber<sup>1)</sup>, dem wir überhaupt die Einführung der absoluten Maße in die elektrischen Messungen verdanken, hat indes gezeigt, daß wir auf Grund der Induktionsgesetze die elektromotorische Kraft in absolutem Maße, das heisst ebenso wie den Magnetismus in einem Maße ausdrücken können, welchem die Maße der Mechanik zu Grunde liegen. Weber wandte als Maße das Milligramm, Millimeter, Sekunde an. Derselbe stellte drei absolute Maße auf.

Das erste derselben beruht auf den Gesetzen der Magnetinduktion<sup>2)</sup>, führt also zu dem absoluten Maße durch Vermittelung des absoluten Maßes des Magnetismus. Wie wir im §. 127 und 128 sahen, ist das reduzierte Drehungsmoment, welches ein Kreisstrom einem in seiner Axe befindlichen der Stromebene parallelen Magnete oder welches der Magnet dem Strome erteilt, bei Anwendung des absoluten elektromagnetischen Strommaßes, gleich dem doppelten Produkte aus dem magnetischen Momente des Magnetes und dem Produkte aus der Stromstärke und der vom Strome umkreisten Fläche. Die elektromagnetische Wirkung des Stromes ist einfach gleich derjenigen eines Magnetes, dessen Moment gleich dem Produkte aus der Stromstärke und der umkreisenden Fläche ist. Die eben vorausgesetzte Lage von Strom und Magnet entspricht aber, wenn wir uns den Magnet parallel dem magnetischen Meridiane gelegt und den Strom östlich oder westlich aufgestellt denken, der ersten Hauptlage. Der Magnet sucht in dem Falle den Strom so zu drehen, daß die Axe der Stromebene jener des Magnetes parallel wird. Bringt man den Magnet und den Stromkreis in die zweite Hauptlage, legt also den Magnet ost-westlich und bringt den Stromkreis nördlich oder südlich, so daß seine Axe senkrecht ist zur magnetischen Axe des Magnetes, so sucht auch dann der Magnet den Strom so zu drehen, daß die Axe der Stromebene der Axe des Magnetes parallel wird.

Wenn man deshalb einen Stromkreis vor einem Magnete so aufstellt, daß die Ebene des Kreises mit der Axe des Magnetes zusammenfällt oder

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen.

2) W. Weber, a. a. O.

zu ihr parallel ist und dann schnell den Stromkreis um  $90^\circ$  dreht, so daß die Axe der Stromebene mit der Richtung der magnetischen Axe parallel wird, so wird in dem Kreise ein Strom induziert, dessen elektromotorische Kraft nach den Induktionsgesetzen dem Flächeninhalt des Kreises und dem magnetischen Moment des Magneten direkt proportional ist.

Dadurch gelangt Weber zu dem absoluten Maß der elektromotorischen Kraft. Ein Stromkreis schliesse die Flächeneinheit ein und befinde sich in einer solchen Lage zu einem Magneten, dass ihm, wenn er von der Einheit des Stromes umflossen würde, durch den Magnet ein der Einheit gleiches Drehungsmoment erteilt würde; wird er dort aus der der Rotation der magnetischen Kraft parallelen Lage in der Zeit einer Sekunde in die zur Richtung der magnetischen Kraft senkrechte Lage gebracht, so wird in ihm die Einheit der elektromotorischen Kraft induziert.

Der Erdmagnetismus erteilt einem in horizontaler Ebene drehbaren Magneten, dessen magnetisches Moment der Einheit gleich ist, in der zum Meridian senkrechten Lage das Drehungsmoment  $T$ ; ganz dasselbe Drehungsmoment erhält ein dem Meridiane paralleler Stromkreis, dessen Flächeninhalt gleich der Einheit ist, wenn wir uns denselben von der Einheit der Stromstärke umflossen denken. Wird deshalb ein die Flächeneinheit umfließender Stromkreis einmal in der Sekunde um eine vertikale Axe aus der dem Meridiane parallelen in die zu dem Meridiane senkrechte Lage gedreht, so ist die in demselben induzierte elektromotorische Kraft ebenfalls gleich  $T$ ; geben wir der Fläche die Größe  $F$ , so wird die elektromotorische Kraft gleich  $FT$ .

Die Einheit des Widerstandes im absoluten elektromagnetischen Maßsystem ist durch die Einheit der Stromstärke und der elektromotorischen Kraft gegeben; der Widerstand eines geschlossenen Kreises ist der Einheit gleich, wenn die Einheit der elektromotorischen Kraft in diesem Kreise die Einheit der Stromstärke erzeugt. Ist deshalb  $E$  die elektromotorische Kraft etwa einer Kette im absoluten elektromagnetischen Maße gemessen,  $J$  die Stromstärke, welche  $E$  in dem die Kette schließenden Stromkreise erzeugt, so ergibt sich der Widerstand  $W$ , in absoluten Einheiten ausgedrückt, aus dem Ohmschen Gesetz

$$J = \frac{E}{W}; \quad W = \frac{E}{J}.$$

Kennt man den Widerstand  $W$  einer Kette in absolutem Maße, so erhält man aus Beobachtung der Stromstärke  $J$  in ebenfalls absolutem Maße die elektromotorische Kraft der Kette in dem gleichen Maße aus der Gleichung

$$E = JW.$$

Wie erwähnt legte Weber bei seiner Maßbestimmung die absoluten Einheiten von Gauss, Milligramm, Millimeter, Sekunde zu Grunde; um das Verhältnis der [CGS] Einheit zur Weberschen zu bestimmen, suchen wir zunächst die Dimensionen der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes auf.

Die durch den Erdmagnetismus  $T$  in einer Fläche  $F$  induzierte elektromotorische Kraft ist, wenn die Fläche in 1 Sekunden einmal aus der zum Meridian senkrechten in die dem Meridian parallele Lage gebracht



wird, gleich  $\frac{FT}{t}$ . Die Dimension einer Fläche ist das Quadrat einer Länge, für die Dimension von  $T$  fanden wir S. 107

$$T = z [\mu^{1/2} \lambda^{-1/2} \tau^{-1}],$$

somit ist

$$\frac{FT}{t} = z [\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-2}].$$

Da

$$M_{gr} = \frac{gr}{1000} \quad M_m = \frac{cm}{10},$$

so wird bei dem Übergange zum  $[GCS]$  System die elektromotorische Kraft

$$\frac{FT}{t} = z \left[ \frac{gr^{1/2}}{\sqrt{1000}} \quad \frac{cm^{1/2}}{\sqrt{1000}} \tau^{-2} \right] = 0,001 z [gr^{1/2} cm^{1/2} sec^{-2}]$$

oder die elektromotorische Kraft wird durch eine Zahl angegeben, welche ein tausendstel derjenigen ist, die uns dieselbe elektromotorische Kraft nach Weberschen Einheiten giebt. Die Einheit im  $[GCS]$  System ist somit die tausendfache der Weberschen Einheit der elektromotorischen Kraft.

Dafs wir in dieser Weise die Dimensionen der elektromotorischen Kraft richtig bestimmt haben, können wir noch auf einem anderen Wege zeigen. Wie wir wissen giebt uns das Produkt aus der Stromstärke und der elektromotorischen Kraft die in dem Stromkreise in der Zeiteinheit von dem Strome gelieferte Arbeit (§. 93). Somit hat das Produkt  $Ei$  multipliziert mit der Zeit  $t$  die Dimension einer Arbeit, welche gleich dem Produkte einer Kraft in eine Länge ist. Wir erhalten demnach

$$Eit = z [\mu \lambda^2 \tau^{-2}].$$

Für die Stromstärke erkannten wir §. 128

$$i = z [\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-1}],$$

somit folgt für  $E$ , wie oben, indem wir durch  $it$  dividieren,

$$E = z [\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-2}].$$

Aus den Dimensionen der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke ergeben sich jene des Widerstandes

$$W = \frac{E}{i} = z [\lambda \tau^{-1}].$$

Die Dimension des Widerstandes im elektromagnetischen System ist somit einfach diejenige einer Geschwindigkeit, der Quotient einer Länge dividiert durch die Zeit. Da die Einheit der Länge im  $[CGS]$  System das zehnfache der Gausschen Einheit ist, so folgt, dafs die Einheit des Widerstandes auch die zehnfache ist.

Es entspricht das den Angaben für die anderen Einheiten, nach welchen im  $[CGS]$  System die Einheit der elektromotorischen Kraft die tausendfache, die der Stromstärke die hundertfache der Weberschen Einheiten ist; darnach mufs die Einheit des Widerstandes die zehnfache sein.

Im §. 128 haben wir erwähnt, daß der Pariser Elektriker-Kongreß als praktische Einheit der Stromstärke den zehnfachen Wert der Weberschen absoluten elektromagnetischen Einheit oder den zehnten Teil der absoluten Einheit im  $[CGS]$  System unter dem Namen Ampère angenommen habe. Weiter haben wir schon erwähnt, daß als praktische Einheit der elektromotorischen Kraft das Volt und als solche des Widerstandes das Ohm bestimmt sei. Von den beiden letzteren Größen wurde das Ohm als  $10^{10}$  Webersche, somit als  $10^9$  Einheiten des Widerstandes im  $[CGS]$  System definiert. Da das Volt nach dem Ohmschen Gesetze dahin definiert werden muß, daß es als elektromotorische Kraft in einem Stromkreise wirkend, der einen Widerstand eines Ohm hat, die Stromstärke ein Ampère erzeugt, so folgt, daß das Volt  $10^9$  Einheiten der elektromotorischen Kraft des  $[CGS]$  Systems hat. Es ist somit

Einheit des Stromes, 1 Ampère,	$= 0,1 [gr^{1/2} cm^{1/2} sec^{-1}]$
„ des Widerst., 1 Ohm,	$= 10^9 [cm sec^{-2}]$
„ der elektrom. Kraft, 1 Volt,	$= 10^9 [gr^{1/2} cm^{1/2} sec^{-2}]$

Außer diesen Einheiten hat man auch noch Einheiten der Elektrizitätsmenge und der Kapacitäten eines Kondensators eingeführt. Als Einheit der Elektrizitätsmenge bezeichnet man jene, welche in der Sekunde durch den Querschnitt eines Leiters geht, in welchem die Stromstärke eines Ampère vorhanden ist, und nennt dieselbe ein Coulomb. Da die Stromstärke uns die in der Zeiteinheit durch den Leiterquerschnitt fließende Elektrizität im elektromagnetischen Maße giebt, so liefert uns das Produkt aus der Stromstärke und der Zeit die überhaupt durch den Stromkreis fließende Elektrizität. Wir erhalten demnach in diesem Produkte das Maß der Quantität. Demnach ist die Quantität  $Q$  in Coulombs gegeben durch

$$Q = z 0,1 [gr^{1/2} cm^{1/2}].$$

Die Dimension des Quantitätsmaßes der Elektrizität ist somit im elektromagnetischen Maßsystem sowohl in Bezug auf Masse wie auch als Länge von der Potenz ein halb.

Als Einheit der Kapazität wird diejenige eines Kondensators bezeichnet, welcher durch die Quantität eines Coulomb zur elektromotorischen Kraft resp. zur Potentialfunktion ein Volt geladen ist. Man nennt diese Kapazität nach dem Namen Faradays, ein Farad. Wird demnach ein Kondensator durch die Quantität  $Q$  zu  $p$  Volts geladen, so ist seine Kapazität gleich  $\frac{Q}{p}$ . Zur Bestimmung der Dimensionen der Kapazität erhalten wir daher<sup>1)</sup>

$$C = \frac{Q}{p} = z \frac{0,1 [gr^{1/2} cm^{1/2}]}{10^9 [gr^{1/2} cm^{1/2} sec^{-2}]} = z 10^{-9} [cm^{-1} sec^2].$$

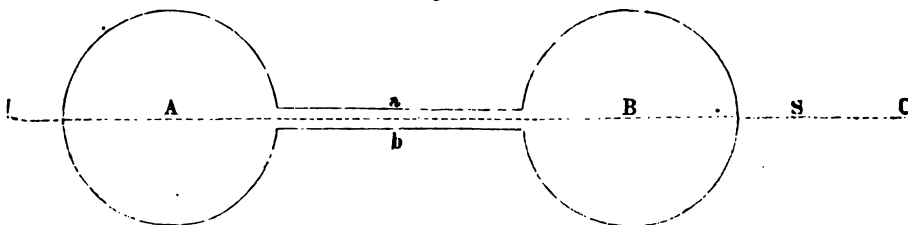
Wenn auch die im absoluten elektromagnetischen Maßsystem ursprünglich definierten Größen die Stromstärke und die elektromotorische

1) Auf die Verschiedenheit in den Dimensionen derselben Größen im magnetischen und elektrischen Maßsystem kommen wir bei Besprechung des letzteren noch zurück.

Kraft sind, und der Widerstand die aus beiden abgeleitete Größe ist, so ist es doch am bequemsten mit Hilfe des in absoluten Einheiten bekannten Widerstandes eines Stromkreises und der leicht zu messenden Stromstärke die elektromotorische Kraft und die übrigen Größen in absolutem Maße zu bestimmen. In der Siemensschen Quecksilbereinheit haben wir nämlich einen stets und zuverlässig zu reproduzierenden Widerstand, mit welchem wir nach den im §. 84 und §. 85 ausführlich besprochenen Methoden leicht jeden andern Widerstand vergleichen können. Kennen wir den Widerstand der Quecksilbereinheit in Ohms, so haben wir nur den in Quecksilbereinheiten gemessenen Widerstand mit der betreffenden Zahl, dem Verhältnisse des Ohms zur Quecksilbereinheit, zu multiplizieren, um den Widerstand in absolutem Maße zu bestimmen. Es ist deshalb in den letzten Jahren von einer großen Zahl von Physikern das Verhältnis der Quecksilbereinheit zum Ohm, beziehungsweise der Widerstand der Quecksilbereinheit in absolutem Maße bestimmt worden.

Die ersten Methoden zur Messung von Widerständen in absolutem Maße sind von W. Weber angegeben worden<sup>1)</sup>. Die einfachste derselben schließt sich unmittelbar an die Definition der elektromotorischen Kraft. Ein Drahtkreis wird in einer gemessenen Zeit  $\tau$  aus der dem magnetischen Meridiane parallelen in die zum Meridian senkrechte Lage gedreht, die in dem mit dem Drahtkreise verbundenen Stromkreise erzeugte Stromintensität nach absolutem Maße gemessen, und nach dem Ohmschen Gesetze aus der durch die Dimensionen des Drahtkreises und der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus gegebenen elektromotorischen Kraft und der Stromstärke der Widerstand des Stromkreises bestimmt.

Fig. 309.



Denken wir uns, um die nach dieser Methode nötigen Messungen auseinanderzusetzen, als Erdinduktor einen dem Meridiane parallelen Kreis  $A$  (Fig. 309), welcher durch zwei parallele Drähte  $a$  und  $b$  mit einem zweiten ebensolchen Kreise verbunden ist, daß die beiden Kreise mit den Drähten eine geschlossene Kette bilden. In  $C$  befindet sich eine kleine Magnetnadel, deren magnetisches Moment gleich  $m$  sei.

Die Radien beider Kreise seien gleich  $r$  und  $r_1$ . Wird der Kreis  $A$  in der Zeit  $\tau$  aus der dem Meridiane parallelen in die senkrechte Lage gedreht, so wird durch die horizontale Komponente  $T$  des Erdmagnetis-

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen; ferner: Zur Galvanometrie. Abhandl. der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. X. Göttingen 1862.

mus in demselben eine elektromotorische Kraft induziert, welche in der gewählten Einheit ist

$$E = \frac{\pi r^2}{\tau} T.$$

Durch diese Kraft wird in beiden Kreisen  $A$ ,  $B$  und in den Drähten  $a$ ,  $b$  ein Strom erzeugt, dessen Intensität in absolutem elektromagnetischem Maße  $i$  sei. Nehmen wir an, daß der Kreis  $A$  soweit von der Magnetnadel  $C$  entfernt sei, daß er nicht auf dieselbe einwirke, so wird die Nadel  $C$  von dem zweiten Kreise ein Drehungsmoment erhalten, welches wenn  $R$  der Abstand der Nadel von dem Mittelpunkte des Kreises ist nach §. 128 gleich ist

$$\frac{r_1^2 \pi}{R^3} i m.$$

Ist  $K$  das Trägheitsmoment der Nadel, so ist die der Nadel durch erteilte Beschleunigung

$$\frac{r_1^2 \pi}{R^3} \frac{i m}{K}$$

und die der Nadel in der Zeit  $\tau$  erteilte Geschwindigkeit

$$\frac{r_1^2 \pi}{R^3} \frac{i m}{K} \tau.$$

Ist  $t$  die Schwingungsdauer der Nadel, so erhalten wir, wenn sie ohne Dämpfung schwingt, die größte Elongation  $\alpha$  der Nadel, indem wir die Geschwindigkeit mit  $t$  multiplizieren und durch  $\pi$  dividieren, so daß

$$\alpha = \frac{r_1^2}{R^3} \frac{i m}{K} \tau t.$$

Die Schwingungsdauer  $t$  der Nadel ist

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{m T}},$$

woraus

$$\frac{m t}{K} = \frac{\pi^2}{t T}$$

$$\alpha = \frac{r_1^2 \pi^2}{R^3} \frac{i \tau}{t T}, \quad i = \frac{\alpha R^3}{\pi^2 r_1^2} \frac{t}{\tau} T.$$

Nun ist, wenn  $W$  den gesamten Widerstand der Kette bedeutet,

$$i = \frac{E}{W}; \quad W = \frac{E}{i},$$

somit

$$W = \frac{\pi^2 r^2 r_1^2}{\alpha R^3 t},$$

so daß es also zur Bestimmung von  $W$  der Beobachtung von  $\alpha$  und der Bestimmung von  $r$ ,  $r_1$ ,  $R$  und  $t$  bedarf.

Nach diesem einfachen Schema können allerdings die Versuche nicht durchgeführt werden, da der Wert  $\alpha$  zu klein sein würde, um scharf gemessen zu werden. Man wird die Magnetnadel zunächst in dem Mittelpunkte



Kreises  $B$  bringen und als solches ein empfindliches Galvanometer anwenden, welches auf absolutes Strommaße geeicht ist. Da ein solches immer mit Dämpfung begabt ist, wird man die im §. 149 besprochene Multiplikationsmethode benutzen, um die durch den Induktionsstoß erteilte Geschwindigkeit aus der konstant gewordenen Elongation zu berechnen. Schließlich wird auch als Drahtkreis  $A$  nicht ein einfacher Draht, sondern ein mit vielfachen Windungen bewickelter Induktor genommen. Die Bestimmung der Fläche, welche von dem Drahtkreis eingeschlossen wird, ist in dem Falle nicht ganz leicht, da eine direkte Ausmessung nur schwierig ganz genaue Resultate giebt. F. Kohlrausch<sup>1)</sup> und Himstedt<sup>2)</sup> haben deshalb ausführlich eine Methode behandelt, welche aus der elektromagnetischen Wirkung des Induktors, der von einem Strom bekannter Stärke umflossen wird, die Größe der vom Strom umflossenen Fläche zu bestimmen gestattet. Dafs das möglich ist, ergibt sich aus dem bei Einführung des absoluten Strommaßes bereits benutzten Satze, dafs das Produkt aus der umströmten Fläche und der Stromstärke das elektromagnetische Moment des betreffenden Induktors ist.

Nach dieser Methode, wegen deren Details wir auf die Arbeiten Webers verweisen, haben G. Wiedemann<sup>3)</sup>, Mascart<sup>4)</sup> und F. Kohlrausch<sup>5)</sup> den Widerstand der Quecksilbereinheit in absolutem Maße bestimmt.

Aus der Arbeit von Kohlrausch erwähnen wir nur die von Weber angegebene sinnreiche Methode, um das empfindliche zu den Versuchen benutzte Galvanometer auf absolute Stromstärke zu eichen. Es geschieht das durch Beobachtung der Dämpfung im Galvanometer, einmal wenn dasselbe offen ist und darauf, wenn dasselbe mit dem Induktor zu einem Stromkreise verbunden ist. Aus der Beobachtung der Dämpfung und der durch den Induktionsstoß bewirkten Ablenkung ergibt sich unmittelbar der Widerstand des Stromkreises in absolutem Maße.

Die Gleichung für die gedämpften Schwingungen ist (§. 149)

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{d\varphi}{dt} + \kappa^2 \varphi = 0.$$

Ist  $t$  die Schwingungsdauer der gedämpften Schwingungen und  $\lambda$  das logarithmische Dekrement, so ist

$$t \sqrt{\kappa^2 - \varepsilon^2} = \pi \quad \varepsilon = \frac{\lambda}{t}.$$

Mit Hilfe der aus dem beobachteten  $\lambda$  und  $t$  sich ergebenden Größe  $\varepsilon$  läßt sich die Beziehung zwischen der absoluten Stromstärke und der Ab-

1) *Fr. Kohlrausch*, Wiedem. Ann. Bd. XVIII. Schon früher haben *Bosscha* (Poggend. Ann. Bd. XCIII) und *Maxwell* (Treatise on Electricity etc. erste Aufl. Bd. II S. 354) ähnliche Methoden vorgeschlagen.

2) *Himstedt*, Wiedem. Ann. Bd. XVIII.

3) *G. Wiedemann*, Abhandl. der Berliner Akad. 1884. Wiedemanns Messungen haben die von *W. Weber* und *Zöllner* (Berichte der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. zu Leipzig 1880) begonnenen Versuche zum Abschluss gebracht.

4) *Mascart, de Neville* und *Benoit*, Experiences sur la determination de l'Ohm. Paris (Gauthier Villars) 1884. Ann. de chim. et de phys. 6. Sér. T. VI.

5) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Ergänzungsbd. VI.

lenkung der Magnetnadel im Multiplikator geben, ohne daß man die Dimensionen der Drahtwindungen zu kennen braucht.

Nennen wir  $q$  das Drehungsmoment, welches der durch die Windungen des Galvanometers hindurchgehende Strom, dessen Stärke nach absoluten Maße gleich eins ist, der Galvanometernadel, wenn sie den Windungen parallel ist, erteilt, Kohlrausch nennt diese GröÙe den Empfindlichkeitskoeffizienten des Galvanometers, so ist nach den Induktionsgesetzen  $-\frac{dq}{dt}$  die elektromotorische Kraft, welche die Galvanometernadel in den Windungen des Galvanometers induziert, wenn sie die Parallelstellung mit den Windungen mit der Geschwindigkeit  $\frac{d\varphi}{dt}$  passiert. Ist  $w$  der Widerstand des ganzen Stromkreises, von welchem das Galvanometer einen Teil bildet, bei diesen Messungen also des Galvanometers und des Induktors, so ist der in diesem Momente induzierte Strom gleich  $-\frac{q}{w} \frac{d\varphi}{dt}$ . Durch diesen Strom erhält die Galvanometernadel das ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzte, also das dämpfende Moment  $-\frac{q^2}{w} \frac{d\varphi}{dt}$ .

Zu dieser Dämpfung kommen noch andere dämpfende Ursachen, wie Luftwiderstand etc., welche ebenfalls der Geschwindigkeit proportional sind, und welche wir, wenn  $c$  eine Konstante ist, schreiben können  $-c \frac{d\varphi}{dt}$ .

Wenn, was die Differentialgleichung der Schwingungen voraussetzt, die Schwingungen nur klein sind, und die Gleichgewichtslage die den Windungen parallele Lage der Nadel ist, können wir das die Nadel gegen die Gleichgewichtslage durch Wirkung des Erdmagnetismus und die Torsion des Fadens bei einer Ablenkung  $\varphi$  zurücktreibende Drehungsmoment setzen  $-D\varphi$ , und erhalten so, wenn  $K$  das Trägheitsmoment der Nadel ist, als Differentialgleichung der schwingenden Bewegung

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{1}{K} \left( \frac{q^2}{w} + c \right) \frac{d\varphi}{dt} + \frac{D}{K} \varphi = 0.$$

Man erkennt, daß in dieser Gleichung

$$\frac{D}{K} = \varepsilon^2, \quad \frac{1}{K} \left( \frac{q^2}{w} + c \right) = 2\varepsilon,$$

somit da  $2\varepsilon = \frac{2\lambda}{t}$

$$\frac{1}{K} \left( \frac{q^2}{w} + c \right) = 2 \frac{\lambda}{t},$$

eine Gleichung, aus welcher  $q$  erhalten wird, wenn  $c$  bekannt ist. Diese GröÙe erhält man aus der Dämpfung  $\lambda_0$  und der Schwingungsdauer  $t_0$ , wenn die Nadel des Galvanometers schwingt, ohne daß der Stromkreis geschlossen ist

$$\frac{c}{K} = 2 \frac{\lambda_0}{t_0}.$$

Damit wird

$$q^2 = 2 w K \left( \frac{\lambda}{t} - \frac{\lambda_0}{t_0} \right)$$

oder

$$q^2 = 2 \frac{w K}{t_0} \left( \lambda \frac{t_0}{t} - \lambda_0 \right) = 2 \frac{w K}{t_0} \left( \lambda \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\pi^2 + \lambda^2}} - \lambda_0 \right) \dots (1)$$

Man hat somit nur die Größe  $w$  zu bestimmen, um das von einem Strom von der Stärke  $i$  erteilte Drehungsmoment  $q \cdot i$  zu erhalten.

Bei den Versuchen von Kohlrausch handelt es sich gerade um die Messung von  $w$ ; das geschieht durch Beobachtung des Induktionsstosses, wenn der Induktor in der kleinen Zeit  $\tau$  aus der zum Meridian senkrechten Lage um  $90^\circ$  oder aus der dem Meridian parallelen Lage um  $180^\circ$  gedreht wird. Ist  $F$  die von den Windungen des Induktors umflossene Fläche,  $T$  die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus, so ist  $2 \frac{FT}{\tau}$  die elektromotorische Kraft, wenn der Induktor um  $180^\circ$  gedreht

wird, somit  $2 \frac{FT}{\tau w}$  die Stromstärke und weiter  $2q \frac{FT}{\tau w}$  das während der Zeit  $\tau$  wirkende Drehungsmoment; die der Nadel in der Zeit  $\tau$  erteilte Geschwindigkeit  $C$  wird demnach

$$C = 2 \frac{q}{K} \frac{FT}{\tau w} \tau = 2 \frac{q}{K} \frac{FT}{w} \dots \dots \dots (2)$$

Diese Geschwindigkeit  $C$  ergibt sich nach den §. 149 angegebenen Methoden entweder aus der ersten Elongation oder nach der Multiplikationsmethode oder der Zurückwerfsmethode. Aus Gleichung (2) ergibt sich

$$q = \frac{C}{2} \frac{K w}{F T},$$

und aus den Gleichungen (1) und (2)

$$w = \frac{1}{C^2} \frac{8 F^2 T^2}{t_0 K} \left( \lambda \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\pi^2 + \lambda^2}} - \lambda_0 \right).$$

Es bedarf demnach bei dieser Beobachtungsweise keiner Ausmessung der Windungen des Galvanometers, um aus den Beobachtungen den Widerstand des Stromkreises in absolutem Maße zu erhalten.

Wenn man das magnetische Moment der im Galvanometer schwingenden Magnetnadel bestimmt, und aus den Dimensionen des Multiplikators das Drehungsmoment berechnen kann, das ein Strom von der Stärke eins der Magnetnadel in der den Windungen parallelen Lage erteilt, so läßt sich, wie wieder Weber<sup>1)</sup> zuerst gezeigt hat, lediglich aus der Beobachtung der Dämpfung der Widerstand des das Galvanometer schließenden Stromkreises aus Gleichung (1) ableiten.

Besteht der Multiplikator des Galvanometers aus  $n$  kreisförmigen Windungen vom Radius  $R$ , welche eine Spirale von der Länge  $L$  bilden, in deren Mittelpunkt sich eine gegen  $R$  sehr kurze Nadel vom magnetischen Moment  $M$  befindet, so ist nach §. 127 das Drehungsmoment,

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen Art. 12, 16 und Anl. D.

welches ein Strom von der Stärke eins der Nadel, wenn sie den Windungen parallel ist, erteilt,

$$q = \frac{2\pi\pi M}{\sqrt{R^2 + L^2}}.$$

Mit Benutzung der Gleichung (1) ergibt sich dann

$$q^2 = 2 \frac{w K}{t_0} \left( \lambda \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\pi^2 + \lambda^2}} - \lambda_0 \right) - \frac{4(\pi\pi M)^2}{R^2 + L^2},$$

und daraus

$$w = 2 \frac{t_0 (\pi\pi M)^2}{K R^2 + L^2} \frac{1}{\lambda \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\pi^2 + \lambda^2}} - \lambda_0}.$$

Mit Hilfe der beobachteten Schwingungsdauer  $t_0$  kann man außerdem noch das Trägheitsmoment  $K$  nach den Schwingungsgleichungen feststellen, indem für dasselbe die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus eintritt.

Nach dieser, wir wollen sie die zweite Webersche Methode nennen, haben Fr. Weber<sup>1)</sup>, Wild<sup>2)</sup> und Dorn<sup>3)</sup> den Wert der Siemens-Einheit in Ohms bestimmt. Auch hier verweisen wir wegen der Details auf die Originalarbeiten.

Noch eine dritte Methode hat W. Weber angegeben, die Rotation eines Stromkreises in der §. 144 besprochenen Weise um eine vertikale oder horizontale Axe und Beobachtung der hierdurch in dem Kreise induzierten Stromstärke an einer im Mittelpunkte des Kreises befindlichen Magnetonadel, welche, wie wir damals sahen, bei hinreichend rascher Rotation eine konstante Ablenkung erhält<sup>4)</sup>. So einfach diese Methode zu sein scheint, so schwierig ist doch dieselbe, da in diesem Falle zu der Induktion durch den Erdmagnetismus diejenige des Magnetismus der Nadel auf den Induktor hinzukommt und außerdem die in dem Induktor entstehenden Extraströme nicht außer Acht gelassen werden dürfen.

Nach dieser Methode sind die Messungen der British Association zur Feststellung des Etalons (§. 83), der ein Ohm sein sollte, ausgeführt worden<sup>5)</sup>, und später haben Lord Rayleigh und Schuster<sup>6)</sup>, sowie Lord Rayleigh allein<sup>7)</sup> nach der gleichen Methode Messungen ausgeführt. Außerdem hat H. Weber<sup>8)</sup> diese Methode angewandt, wobei er den Induktor

1) Fr. Weber, Absolute elektromagnetische und kalorimetrische Messungen. Zürich 1878.

2) Wild, Memoiren der Petersburger Akademie 1884. Wiedem. Ann. Bd. XXIII.

3) Dorn, Wiedem. Ann. Bd. XVII Bd XXII.

4) W. Weber, Zur Galvanometrie S. 12.

5) Report of the British Association 1862, 1863, 1864, 1865. Man sehe auch die Kritik dieser Versuche von F. Kohlrausch, Poggend. Ann. Ergabdd. VI.

6) Lord Rayleigh und Schuster, Proceedings of the Royal Soc. of London T. XXXII (1881).

7) Lord Rayleigh, Philosophical Transactions for the year 1882 part 2.

8) H. Weber, Der Rotationsinduktor. Leipzig, B. G. Teubner, 1882.



um eine horizontale Axe rotieren liefs und, um die Induktionswirkung der Nadel zu eliminieren, die Rotationsaxe des Induktors der Axe der abgelenkten Magnetnadel parallel stellte. Hier sind aufer der Induktion durch den Erdmagnetismus nur die Extrastrome in Betracht zu ziehen. Wir gehen auf diese Methode nicht näher ein, sondern verweisen auf die namhaft gemachten Originalabhandlungen.

Den Widerstand eines Stromkreises in absolutem Maße kann man ferner direkt erhalten durch Messung der Stärke eines Induktionsstromes in einem Stromkreise von bekannten Dimensionen, welcher erregt wird durch einen Strom von ebenfalls bekannten Dimensionen, so daß man das Potential der beiden Stromkreise berechnen kann. Wie wir bei Besprechung der Induktionstheorie von Neumann sahen, erhält der Widerstand die Dimension einer Geschwindigkeit, also diejenige im Weberschen elektromagnetischen System, wenn wir die Induktionskonstante als einen reinen Zahlenwert definieren, er wird einfach gleich einer Geschwindigkeit, wenn wir die Induktionskonstante gleich eins setzen.

Nun seien zwei Stromkreise gegeben, deren Potential auf einander, wenn beide von der absoluten Einheit des Stromes durchflossen sind, gleich  $W_1$  sei. Durch den einen werde ein Strom von der Stärke  $J$  gesandt oder, wenn er in demselben vorhanden war, unterbrochen. Die elektromotorische Kraft bei dem Schließen oder Öffnen des Stromes im zweiten Stromkreis ist dann gleich  $JW_1$ , und der erzeugte Induktionsstrom

$$i = \frac{JW_1}{w},$$

wenn  $w$  der Widerstand im zweiten Stromkreise im absoluten Maße ist. Wir erhalten demnach

$$w = \frac{JW_1}{i}.$$

Gleiches gilt, wenn man durch Bewegen eines Stromkreises in der Nähe eines festen, von dem Strome  $J$  durchflossenen einen Strom induziert.

Auch durch die Voltainduktion sind vielfache Messungen zur Bestimmung des Wertes der Quecksilbereinheit in Ohms gemacht worden, wir erwähnen die von Rowland<sup>1)</sup>, Glazebrook<sup>2)</sup>, Fr. Weber<sup>3)</sup>, Mascart<sup>4)</sup>, Roiti<sup>5)</sup>, Himstedt<sup>6)</sup>, welche den durch Entstehen und Verschwinden eines Stromes erzeugten Induktionsstrom maßen, und Lorenz<sup>7)</sup>, welcher in besonders sinnreicher Weise die durch Bewegung eines Leiters, einer kreisförmigen Metallscheibe im Innern einer der Scheibe konzentrischen Spirale, induzierten Ströme benutzt. Die Methode von Lorenz wurde ebenfalls

1) Rowland, Silliman Journal 3. series Bd. XV. Jahrg. 1878.

2) Glazebrook und Sargent, Philosoph. Transactions for the year 1883 part. I.

3) Fr. Weber, Absolute elektromagnetische und kalorimetrische Messungen. Zürich 1878.

4) Mascart, de Norville, Benoit, a. a. O. Annales de chim. et de phys. 6 Série T. VI.

5) Roiti, Beiblätter zu den Annalen der Physik. Bd. VI S. 815. Bd. VIII S. 724. Nuovo Cimento 3. Reihe Bd. XV.

6) Himstedt, Wiedem. Ann. Bd. XXII. Bd. XXV.

7) Lorenz, Poggend. Ann. Bd. CXLIX. Wiedem. Ann. Bd. XXV.

von Lord Rayleigh und B. Lenz zur Auswertung der Quecksilbereinheit in Ohm angewandt<sup>1)</sup>.

Im Folgenden stellen wir die hauptsächlichsten Bestimmungen des Wertes der Quecksilbereinheit in Ohm nach einer von Wiedemann gegebenen Tabelle<sup>2)</sup> unter Hinzufügung der neuesten Angaben von Lorenz und Himstedt zusammen.

Tabelle der Werte des Widerstandes der Quecksilbereinheit in Ohm

Jahr der Messung	Beobachter	Wert der Q.-E. in Ohm	Wert des Ohm in Q.-E.	Methode der Messung
1874	F. Kohlrausch	0,9442	105,91 cm	Erste Methode von Weber
1884	Mascart	0,9406	106,32	" " " "
1884	G. Wiedemann	0,9417	106,19	" " " "
1882	Dorn	0,9482	105,46	Zweite " " "
1883	Wild	0,9431	106,03	durch Dämpfung
1884	Fr. Weber	0,9500	105,26	" " "
1882	Rayleigh	0,9410	106,28	Dritte Methode von Weber
1882	H. Weber	0,9421	106,14	" " "
1878	Rowland	0,9453	105,79	Voltainduktion
1882	Glazebrook	0,9408	106,30	" " "
1884	Mascart	0,9406	106,32	" " "
1884	Fr. Weber	0,9490	105,37	" " "
1883	Rayleigh	0,9412	106,24	" " "
1884	Lenz	0,9422	106,13	" " "
1885	Lorenz	0,9440	105,93	" " "
1884	Roiti	0,9443	105,90	" " "
1885	Himstedt	0,9436	105,98	" " "

Die Werte des Ohm in Cent. Quecksilber schwanken, mit Ausnahme der von Dorn und Fr. Weber erhaltenen sehr wenig um 106 beziehungsweise der Wert der Quecksilbersäule in Ohm um den Wert 0,9434. Man ist deshalb übereingekommen, bis auf weiteres für die Messungen

$$1 \text{ Ohm} = 1,06 \text{ Siem. Einh.} = 106 \text{ cm Quecks.}$$

zu setzen, wie wir bereits §. 83 erwähnten.

Nach Messung des Widerstandes und der Stromstärke in absoluten Maße können wir sofort auch die elektromotorischen Kräfte beliebiger Elemente in absolutem elektromagnetischem Maße angeben. Ist die Stromstärke  $i$  in absolutem Maße, in Amperes gegeben, der Widerstand  $\kappa$  in Quecksilbereinheiten, so ist die elektromotorische Kraft in Volta

$$E = 0,9434 \kappa \cdot i.$$

Wir sehen weiter im §. 128, daß die von uns früher eingeführte

1) Lord Rayleigh, Philosoph. Transact. for 1883 p. 1. Lenz nach der Angabe von Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. IV. S. 306. Wiedemann giebt etwas eingehendere Übersicht über die zuletzt erwähnten und noch eine Anzahl andere Methoden. Elektrizitätslehre Bd. IV. §. 1893 f.

2) Wiedemann, Elektrizitätslehre Bd. IV. S. 371.



mische Einheit gleich 0,9589 Weberscher Einheit, somit gleich 0,09589 Ampères ist. Wenn demnach die Stromstärke  $i$  in chemischen Einheiten, der Widerstand  $w$  in Quecksilbereinheiten gegeben ist, so ist in Volts

$$E = 0,09586 \cdot 0,9434 wi = 0,09046 E_{ch},$$

wenn wir die in unsern frühern Einheiten gegebenen elektromotorischen Kräfte mit  $E_{ch}$  bezeichnen. Nach Waltenhofen ist in  $E_{ch}$  die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes rund gleich 12, so daß für dieselbe in Volts sich der Wert 1,085 ergeben würde. Wie wir schon sahen, ist die elektromotorische Kraft des Daniell von der Konzentration und Reinheit der Flüssigkeiten nicht ganz unabhängig, außerdem ist das Element nicht ganz polarisationsfrei. Der grösste Wert ist wohl der von Kittler erhaltene 1,195 Volts<sup>1)</sup>.

### §. 158.

**Absolutes elektrodynamisches Maß der Konstanten.** Wir haben bis jetzt, um zu einem absoluten Maße der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes zu gelangen, die elektromagnetischen Gesetze zu Hilfe genommen; es ist das nicht durchaus erforderlich, sondern ebenso, wie wir zu einer absoluten Einheit der Stromstärke durch die elektrodynamischen Wirkungen gelangen konnten, können wir auch aus denselben die elektromotorischen Kräfte und den Widerstand in absolutem Maße erhalten<sup>2)</sup>. Wir gelangen dazu auf folgende Weise.

Im §. 128 stellten wir als die elektrodynamische Einheit der Stromstärke die Stärke des Stromes auf, welcher die Einheit der Fläche umkreisend einem andern, welcher mit derselben Stärke die Einheit der Fläche umkreist, und dessen Ebene auf jener des erstern senkrecht stehend dieselbe halbiert, ein der Einheit gleiches reduziertes Drehungsmoment erteilt. Dieses Maß verhält sich zu dem elektromagnetischen wie 1 :  $\sqrt{2}$ .

Sei nun der bewegliche Leiter nicht von einem Strome umkreist; drehen wir denselben dann, so daß seine Ebene der des festen Stromes parallel wird, so wird in demselben ein Strom induziert; die elektromotorische Kraft dieses Stromes, wenn die Geschwindigkeit der Drehung der Einheit gleich ist, wenn ferner die Intensität des festen Stromes sich zur Einheit verhält, wie die dritte Potenz des Abstandes beider Ströme zu eins, ist gleich der absoluten Einheit der elektromotorischen Kraft in elektrodynamischem Maße.

Die Einheit des Widerstandes ist dann jener einer Kette, in welchem die soeben definierte Einheit der Kraft die der Einheit gleiche Stromstärke erzeugen würde.

Das Verhältnis dieser Einheiten zu den elektromagnetischen Einheiten ergibt sich auf folgende Weise. Würde an der Stelle des festen Stromes ein Magnet sich befinden, dessen Moment sich zur Einheit verhält wie die dritte Potenz der Entfernung zu eins, so würde derselbe einem an der Stelle des beweglichen Leiters befindlichen, mit der Einheit des

1) Kittler, Wiedem. Ann. Bd. XVII.

2) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. §. 26.

magnetischen Momentes begabten Magnete ein Drehungsmoment gleich 2 erteilen; die von diesem Magnete in dem gedrehten Leiter induzierte elektromotorische Kraft würde also in elektromagnetischem Maße gleich 2 sein. Der Magnet könnte nach §. 128 durch einen Strom ersetzt werden, welcher die Einheit der Fläche umkreisend die Intensität  $R^3 \cdot \sqrt{2}$  in elektrodynamischem Maße hätte, wenn  $R$  den Abstand des Magnets vom Leiter bedeutet. Ein Strom, dessen Intensität  $R^3$  ist, induziert die elektrodynamische Einheit der elektromotorischen Kraft; in elektromagnetischem Maße ist dieselbe daher gleich  $\frac{2}{\sqrt{2}}$  oder gleich  $\sqrt{2}$ . Die elektrodynamische Einheit der elektromotorischen Kraft ist also  $\sqrt{2}$  mal größer als die elektromagnetische.

Das Verhältnis der Widerstände erhalten wir folgendermaßen. Sei  $[W]$  die elektrodynamische Einheit des Widerstandes,  $[E]$  jene der elektromotorischen Kraft,  $[J]$  der Intensität, so ist

$$[W] = \frac{[E]}{[J]}.$$

Sei  $[R]$  die elektromagnetische Einheit des Widerstandes,  $[K]$  jene der elektromotorischen Kraft,  $[S]$  der Stromstärke, so ist

$$[R] = \frac{[K]}{[S]},$$

somit ist

$$\frac{[W]}{[R]} = \frac{[E]}{[K]} \frac{[S]}{[J]}.$$

Nun ist  $[E] = [K] \sqrt{2}$  und nach §. 128  $[S] = [J] \sqrt{2}$ , somit ist

$$[W] = 2 [R].$$

Aus diesem Verhältnis der Einheiten folgt, daß wenn  $J$  irgend eine Stromstärke,  $W$  den Widerstand des Leiters bedeutet, in welchem die Stromstärke  $J$  vorhanden ist, das Produkt  $J^2 W$  durch dieselbe Zahl ausgedrückt wird, einerlei ob wir die Stromstärke und den Widerstand durch elektromagnetisches oder elektrodynamisches Maß messen. Denn bedeuten  $z$  und  $z_1$  Zahlen, so ist

$$J = z[J] = \frac{z}{\sqrt{2}} [S], \quad W = z_1[W] = 2 z_1 [R],$$

$$J^2 W = z^2 z_1 [J] [W] = z^2 z_1 [S] [R].$$

Bedeutend demnach  $J$  und  $W$  Stromstärke und Widerstand in elektrodynamischen,  $S$  und  $R$  in elektromagnetischen Einheiten, so können wir unmittelbar allgemein schreiben

$$J^2 W = S^2 R.$$

Die Dimensionen des elektrodynamischen Maßsystems sind, da die Einheit der Stromstärke aus qualitativ derselben Wirkung, Erteilung eines Drehungsmomentes abgeleitet sind, dieselben wie diejenigen des elektromagnetischen Maßsystems. Es folgt das auch aus der Grundformel der Elektrodynamik, nach welcher zwei Elemente, deren Länge  $ds$  und  $ds_1$



und welche sich in der Entfernung  $r$  einander parallel und senkrecht zur Verbindungslinie  $r$  befinden, wenn sie von Strömen  $i$  und  $i_1$  durchflossen werden, sich mit einer Kraft anziehen gleich

$$\frac{ii_1 ds ds_1}{l^2}.$$

Setzen wir  $i = i_1$ ,  $ds = ds_1$ , so folgt, daß das Quadrat einer Stromstärke multipliziert mit dem Quadrat einer Länge und dividiert durch das Quadrat einer Länge eine Kraft ist, daraus folgt, daß das Quadrat der Stromstärke die Dimensionen einer Kraft hat, oder

$$i^2 = z[\mu \lambda \tau^{-2}], \quad i = z[\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-1}],$$

und das ist auch die Dimension von  $i$  im elektromagnetischen System.

## §. 159.

**Absolutes mechanisches Maß der Konstanten.** Noch eine dritte Methode hat W. Weber<sup>1)</sup> vorgeschlagen und zum erstenmale mit R. Kohlrausch<sup>2)</sup> gemeinsam durchgeführt, um ein absolutes Maß für die Konstanten des elektrischen Stromes zu erhalten, das mechanische Maß. Dasselbe ist strenge genommen das ursprünglichste Maß, indem wir die Stärke des elektrischen Stromes bei Ableitung der Strombildung aus den Gesetzen der Elektrostatik in diesem Maße erhielten. Ist an den beiden Enden eines überall gleich beschaffenen Leiters von der Länge  $L$  die Potentialdifferenz  $\Delta V$ , ist  $q$  der Querschnitt des Leiters und  $k$  die Elektrizitätsmenge in elektrostatischem Maße gemessen, welche durch das Potentialgefälle eins in der Zeiteinheit durch die Querschnittseinheit des Leiters getrieben wird, so bedeutet die Stromstärke

$$e = kq \frac{\Delta V}{L} = \frac{\Delta V}{\left(\frac{L}{kq}\right)} = \frac{\Delta V}{W}$$

die in elektrostatischen Einheiten gemessene Elektrizitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch den Leiterquerschnitt hindurchgeht. Die elektrostatische Einheit der Elektrizität ist demnach die Einheit der Stromstärke im mechanischen Maße, das heißt jene Stromstärke ist gleich eins, bei welcher die Geschwindigkeit, mit der die im Leiter befindliche Elektrizität bewegt wird, eine solche ist, daß in der Zeiteinheit die elektrostatische Einheit den Querschnitt des Leiters durchströmt. W. Weber definiert diese Einheit dahin, daß er als Einheit der Stromstärke jene bezeichnet, bei welcher die Einheit der positiven nach der einen, die der negativen Elektrizität nach der entgegengesetzten Richtung den Leiterquerschnitt durchfließt. Die Webersche Einheit ist also die doppelte der vorhin definierten. Da in dem Weberschen elektrischen Grundgesetz die Geschwin-

1) W. Weber, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. §. 27.

2) W. Weber und R. Kohlrausch, Elektrodynamische Maßbestimmungen, insbesondere Zurückführung der Stromintensitätsmessungen auf mechanisches Maß.

digkeiten der einzelnen Elektricitäten vorkommen, da er weiter ausdrücklich den Strom als bestehend aus gleichen Mengen beider Elektricitäten ansieht, ergab sich naturgemäß als Maß die Menge eins der positiven Elektricität, zu welcher die Menge eins der negativen in entgegengesetzter Richtung fließenden Elektricität zugehört, während nach der allgemeiner Definition die Einheit der Menge eins der überhaupt durch den Querschnitt fließenden Elektricität entspricht, also bei Festhalten der Anschauung des Stromes als eines Doppelstromes der Menge  $\frac{1}{2}$  positiver und  $\frac{1}{2}$  in entgegengesetzter Richtung fließender negativer Elektricität.

Als elektromotorische Kraft erscheint in diesem System direkt die Differenz der Potentialfunktion an den Enden des Leiters, die Einheit der elektromotorischen Kraft wirkt also zwischen zwei Punkten eines Leiters, wenn an denselben die Differenz der Potentialfunktion gleich eins ist.

Damit ist die Einheit des Widerstandes gegeben, es ist der Widerstand eines Leiters, in welchem eine an seinen Enden vorhandene, der Einheit gleiche Differenz der Potentialfunktion die Einheit der Elektricität im elektrostatischen Maße in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters führt.

Im mechanischen oder elektrostatischen Maße sind die Dimensionen der Einheiten ganz andere, wie im elektromagnetischen Maße. Die Einheit der Stromstärke ist Quotient einer Elektricitätsmenge und einer Zeit. Da nach §. 31 die Dimension der Elektricitätsmenge gegeben ist durch

$$e = z[\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-1}],$$

so ist die Stromstärke gegeben durch

$$i = \frac{e}{t} = z[\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-2}].$$

Die elektromotorische Kraft hat die Dimensionen der Potentialfunktion, dieselbe ist als Quotient einer Elektricitätsmenge und einer Länge, wie wir schon früher sahen,

$$\frac{e}{l} = E = z[\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-1}].$$

Der Widerstand ist Quotient aus elektromotorischer Kraft und Stromstärke, somit

$$W = z[\lambda^{-1} \tau],$$

er erscheint somit in diesem System als der reciproke Wert einer Geschwindigkeit.

Fügen wir gleich die Dimensionen der Kapazität hinzu; dieselbe ist gleich der Elektricitätsmenge, welche eine gegebene Fläche zum Potentialwert eins ladet, sie ist somit der Quotient aus einer Menge und der Potentialfunktion, oder

$$C = z[\lambda].$$

Wir finden also wie früher, daß die Dimension der Kapazität die Länge ist.

Stellen wir die Dimensionen der verschiedenen Konstanten nach dem elektromagnetischen und elektrostatischen System zusammen, so ergibt

	elektromagnetisch	elektrostatisch
Stromstärke	$[\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-1}]$	$[\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-2}]$
Elektrom. Kraft	$[\mu^{1/2} \lambda^{3/2} \tau^{-2}]$	$[\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-1}]$
Widerstand	$[\lambda \tau^{-1}]$	$[\lambda^{-1} \tau]$
Elektricitätsmenge	$[\mu^{1/2} \lambda^{1/2}]$	$[\mu^{1/2} \lambda^{3/2} \tau^{-1}]$
Kapazität	$[\lambda^{-1} \tau^2]$	$[\lambda]$

Eine Stromstärke elektrostatisch gemessen ist demnach gleich der elektromagnetisch gemessenen multipliziert mit einer gewissen Geschwindigkeit, denn der Unterschied zwischen den Dimensionen der beiden Maße ist die Dimension  $[\lambda \tau^{-1}]$ , die Dimension der Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit, mit welcher die elektromagnetisch gemessene Stromstärke multipliziert werden muß, um dieselbe Stromstärke elektrostatisch auszuzeichnen, ist jene, mit welcher die Elektricität in dem Leiter bewegt werden muß, damit in der Zeit einer Sekunde jene Elektricitätsmenge den Querschnitt des Leiters durchströmt, welche in der elektromagnetischen Einheit der Stromstärke strömt. Wir können sie auch der Anzahl elektrostatischer Einheiten gleich setzen, welche durch den Querschnitt des Leiters in der Sekunde fließen muß, damit der Strom im elektromagnetischen Maß die Stärke eins hat. Bezeichnen wir die elektrostatische Einheit der Stromstärke mit  $[J_e]$ , die elektromagnetische mit  $[S]$ , jene in der definierten Geschwindigkeit mit  $v$ , so folgt

$$v[J_e] = [S].$$

Eine elektromotorische Kraft elektrostatisch gemessen, ist gleich einer elektromagnetisch gemessenen dividiert durch eine gewisse Geschwindigkeit, ein Widerstand elektrostatisch gemessen gleich dem elektromagnetisch gemessenen dividiert durch das Quadrat einer Geschwindigkeit. Da nun nach dem Ohmschen Gesetz der Quotient aus der elektromotorischen Kraft und dem Widerstande stets die Stromstärke liefern muß, so folgt, daß

die Geschwindigkeit, durch welche die elektromagnetisch gemessene elektromotorische Kraft oder durch deren Quadrat der Widerstand dividiert werden muß, um diese Größen in mechanischem Maße zu erhalten, eben die Geschwindigkeit  $v$  sein muß, mit welcher die elektromagnetisch gemessene Stromstärke multipliziert werden muß, um sie in mechanischem Maße auszudrücken. Ist  $[E_e]$  die Einheit der elektromotorischen Kraft mechanisch gemessen,  $[K]$  diejenige elektromagnetisch gemessen, so folgt aus

$$\frac{[E_e]}{v} = [K],$$

daß wenn  $[W_e]$  die mechanische,  $[R]$  die elektromagnetische Einheit des Widerstandes bedeuten,

$$\frac{[W_e]}{v^2} = [R].$$

Auch hier ergibt sich, daß das Produkt aus dem Quadrate der Stromstärke und dem Widerstande durch dieselbe Zahl ausgedrückt wird, wenn das mechanische Maß angewandt wird, oder das elektromagnetische.

Ist  $J$  irgend eine Stromstärke,  $W$  der Widerstand des Leiters, in welchem dieselbe vorhanden ist, so ist

$$J = z[J_e] = \frac{z}{v} [S]; \quad W = z_1[W_e] = z_1 v^2 [R],$$

$$J^2 W = z^2 z_1 [J_e] [W_e] = z^2 z_1 [S] [R].$$

Es ist deshalb bei Bildung des Produktes ganz gleichgültig, welche der drei absoluten Maßsysteme wir wählen.

Um das mechanische Strommaß mit dem elektromagnetischen zu vergleichen, handelt es sich darum, die Größe  $v$  zu bestimmen, indem man jene Anzahl elektrostatischer Einheiten der Elektrizität aufsucht, welche in der Sekunde durch den Querschnitt des Leiters fließen müssen, damit ein Strom entsteht, der in elektromagnetischem Maße der Einheit gleich ist.

W. Weber und R. Kohlrausch maßen deshalb erstens die Ablenkung, welche eine Magnetnadel erhält, wenn eine nach mechanischem Maße gemessene Elektrizitätsmenge  $Q$  durch ein Galvanometer entladen wird.

Sie bestimmten zweitens die Zeit  $\tau$ , während welcher ein konstanter Strom von der Stärke eins im elektromagnetischen Maße geschlossen sein muß, damit die Magnetnadel dieselbe Ablenkung erhält. Vorausgesetzt, daß diese Zeit  $\tau$  gegen die Schwingungsdauer der Nadel so klein ist, daß wir den Antrieb der Magnetnadel als einen momentanen Stoß ansehen können, folgt, daß in der Zeit  $\tau$  in dem konstanten Strom genau dieselbe Elektrizitätsmenge  $Q$  fließt, welche wir entladen haben. Dividieren wir demnach die entladene Elektrizitätsmenge  $Q$  durch die Zeit  $\tau$ , so erhalten wir die in der Sekunde durch den Querschnitt des Leiters, in dem die elektromagnetische Stromstärke eins vorhanden ist, fließende Elektrizitätsmenge in elektrostatischem Maße.

W. Weber bezeichnete die Hälfte dieser Elektrizitätsmenge als jene, welche im konstanten Strom fließt; in der Auffassung des Stromes als eines Doppelstromes fließt bei der Entladung der Menge  $Q$  nur die Menge  $\frac{1}{2}Q$  durch den Draht ab, die andere Hälfte wird dadurch neutralisiert, daß die Menge  $\frac{1}{2}Q$  entgegengesetzter Elektrizität zu der inneren Belegung der Leydener Flasche, aus welcher etwa die Menge  $Q$  entladen wird, hinströmt. Wird also die Menge  $Q$  positiver Elektrizität entladen, so fließt die Menge  $\frac{1}{2}Q$  positiver Elektrizität ab. Da Weber in seinem elektrischen Grundgesetz die positive und die negative Elektrizität gesondert in Rechnung zieht, setzt er  $v$  gleich der Menge positiver Elektrizität, welche in der elektromagnetischen Einheit des Stromes fließt. Anstatt

$$v = \frac{Q}{\tau} \quad \text{setzt somit W. Weber} \quad v = \frac{Q}{2\tau}.$$

Um eine bestimmte, nach mechanischem Maße gemessene Elektrizitätsmenge entladen zu können, wandten Kohlrausch und Weber eine Leydener Flasche an, deren Ladung sie auf eine überaus sinnreiche Weise nach mechanischem Maße bestimmten. Eine Leydener Flasche, deren äußere Belegung mit der Erde leitend verbunden war, wurde geladen, und der Knopf der Flasche mit einem Sinuselektrometer verbunden. D



Sinuselektrometer maß das Potential der Elektrizität am Knopfe der Flasche, welchem die in der Flasche vorhandene Elektrizitätsmenge proportional ist. Die Zuleitung zum Sinuselektrometer wurde dann isoliert gehoben und der Knopf der Flasche mit einer großen, aber isolierten Kugel berührt. Da die äußere Belegung der Flasche mit der Erde leitend verbunden ist, so teilt sich die Ladung der Flasche mit der Kugel, so daß  $\frac{1}{n}$  der in die Flasche geführten Elektrizität auf die Kugel übergeht,  $1 - \frac{1}{n}$  in derselben zurückbleibt. Legt man dann wieder den Draht des Sinuselektrometers an den Knopf der Flasche an, so beobachtet man das Potential der noch in der Flasche gebliebenen Ladung, welches dieser letzteren proportional ist. Sind nun die beiden beobachteten Potentiale  $S$  und  $S'$ , so ist

$$\frac{S}{S'} = \frac{S}{1 - \frac{1}{n}} = \frac{n}{n - 1},$$

und daraus

$$n = \frac{S}{S - S'}; \quad \frac{1}{n} = \frac{S - S'}{S}.$$

Man erhält also das Verhältnis, in welchem sich die Elektrizität zwischen Flasche und Kugel geteilt hat. Nun wird die auf die Kugel übergegangene Elektrizitätsmenge nach der §. 33 auseinandergesetzten Methode in der Torsionswaage gemessen. Daraus erhält man auch in dem angeführten Maße die noch in der Flasche vorhandene Elektrizitätsmenge. Dieselbe wird durch ein Galvanometer entladen und die Elongation der Nadel beobachtet; der erste Teil der Aufgabe ist damit gelöst, man kennt die magnetische Wirkung einer bestimmten in sehr kurzer Zeit entladenen Elektrizitätsmenge.

Es bedarf jetzt noch der Bestimmung der Zeit  $\tau$ , während deren der konstante Strom von der Stärke der elektromagnetischen Einheit geschlossen sein muß, um der Nadel dasselbe Drehungsmoment zu erteilen. Es bedarf dazu keines neuen Versuches, wenn die Konstanten des Galvanometers bekannt sind, welches zu der ersten Beobachtung benutzt wurde; die Zeit  $\tau$  ergibt sich dann unmittelbar aus der durch die Entladung der Elektrizitätsmenge  $Q$  hervorgebrachten Ablenkung. Um das zu erkennen, nehmen wir der Einfachheit wegen an, das benutzte Galvanometer sei ein Drahtkreis vom Radius  $r$  parallel dem Meridiane aufgestellt, und in Abstände  $R$  in der Richtung des Meridians befinde sich eine Magnetnadel vom magnetischen Moment  $m$ . Das Drehungsmoment, welches der durch den Drahtkreis gehende Strom von der elektromagnetischen Stärke  $i$  der Nadel erteilt, ist nach dem Fröhnern

$$\frac{r^2 \pi}{R^3} m.$$

Ist  $K$  das Trägheitsmoment der Nadel, so ist die Beschleunigung der Nadel infolgedessen

$$\frac{r^2 \pi}{R^3} \cdot \frac{m}{K},$$

und die in der Zeit  $\tau$  erteilte Geschwindigkeit

$$\frac{r^2 \pi}{R^3} \cdot \frac{m}{K} \tau.$$

Ist  $t$  die Schwingungsdauer der Nadel, so ist die mit dieser Geschwindigkeit erreichte Elongation

$$\alpha = \frac{r^2}{R^3} \cdot \frac{m}{K} \tau t;$$

ist also  $\alpha$  die durch die Entladung der Elektrizitätsmenge  $Q$  bewirkte Ablenkung, so würde die Zeit  $\tau$ , während welcher der Strom von der elektromagnetischen Stärke eins zur Erzeugung derselben Ablenkung  $\alpha$  geschlossen sein müßte,

$$\tau = \alpha \frac{K}{m} \cdot \frac{R^3}{r^2} \cdot \frac{1}{t}.$$

Ist so  $\tau$  bestimmt, dann hat man alle Erfordernisse, um  $c$  zu berechnen.

Mit zu Grundelegung der von Weber stets angewandten Einheiten ergibt sich aus den Versuchen von Weber und Kohlrausch<sup>1)</sup>

$$\frac{Q}{2\tau} = 15557 \cdot 10^7 \quad \frac{Q}{\tau} = 31114 \cdot 10^7.$$

Die Einheiten sind, da  $v$  eine Geschwindigkeit ist, Millimeter und Sekunde; in dem [CGS] System, welches das Centimeter zur Einheit wählt, wird somit an Stelle der siebenten die sechste Potenz von 10 treten. Die elektromagnetische Stromstärke eins im [CGS] System wird demnach durch  $31114 \cdot 10^6$  elektrostatische Einheiten erzeugt. In der Stromstärke ein Ampère ist der zehnte Teil dieser elektrostatischen Einheiten vorhanden. Man findet das auch leicht durch direkte Vergleichung der Einheiten.

Die Größe  $v$  steht in direkter Beziehung zu der Geschwindigkeit des Weberschen elektrischen Grundgesetzes, jener relativen Geschwindigkeit zweier mit konstanter Geschwindigkeit gegen einander bewegter elektrischer Teilchen, bei welcher dieselben nicht mehr auf einander einwirken. Wir setzten §. 119 die Stromstärke in elektrodynamischem Maße

$$i = acu$$

und zeigten, daß jene Geschwindigkeit  $c = \frac{4}{a}$ . Es ist hierin  $a$  die elektrostatisch gemessene Elektrizitätsmenge, welche in der elektrodynamisch gemessenen Stromstärke  $i$  in der Sekunde den Querschnitt des Leiters durchströmt. Die in der elektrodynamischen Einheit fließende Elektrizitätsmenge ist demnach

$$\frac{cu}{i} = \frac{1}{a} = \frac{c}{4},$$

die in der elektromagnetischen Einheit fließende Elektrizitätsmenge ist  $\sqrt{2}$  mal größer, es folgt somit

1) Die Zahlen sind nach einer Berechnung von Voigt, Wiedem. Ann. Bd. II. S. 476 korrigiert.

$$v = \sqrt{2} \cdot \frac{c}{4}$$

$$c = 4 v \sqrt{\frac{1}{2}},$$

in  $v$  im Weberschen Sinne zu nehmen ist, somit wenn wir jetzt  $v$  ein  $c$  allemal auf die gesamte strömende Elektrizität beziehen

$$c = v \sqrt{2} = 44002 \cdot 10^7 \frac{mm}{Sek}.$$

Mit dieser Geschwindigkeit, nahezu der anderthalbfachen Geschwindigkeit des Lichtes müssen sich demnach zwei Elektrizitätsteilchen gegeneinander bewegen, damit sie nicht mehr auf einander einwirken.

Die Messung der GröÙe  $v$  ist seitdem mehrfach und nach verschiedenen Methoden wiederholt worden. Wir können diese Methoden kurz genderrnäßig charakterisieren. Man mißt die Potentialdifferenz einer Uule, indem man den einen Pol derselben mit der Kollektorplatte eines Kondensators, den anderen Pol und die Kondensatorplatte mit der Erde verbindet, nach den im zweiten Abschnitt zur Messung der Potentialfunktion angegebenen Methoden in absolutem mechanischen Maße, also etwa indem man die Anziehung zweier Kondensatorplatten mißt. Ist die Potentialfunktion der Kollektorplatte  $V$ , die Fläche der Platten gleich  $F$ , der Abstand gleich  $\delta$ , so ergibt sich für die Anziehung der Platten nach 49 S. 309

$$A = \frac{F}{8\pi} \frac{V^2}{\delta^2}.$$

Wir erhalten somit, wenn  $\delta$  in Centimetern,  $A$  in absolutem Maße Kraft gemessen wird,  $V$  in absolutem Maße aus

$$V = \sqrt{\frac{8\pi \delta^2}{F} \cdot A}.$$

Man bestimmt darauf die elektromotorische Kraft der Säule im absoluten magnetischen Maße, indem man die Stromstärke nach absolutem Maße in einem Strome von bekanntem Widerstande mißt. Die Veranschaulichung der elektromotorischen Kräfte giebt hiernach die GröÙe  $v$ .

Diese Methode ist, allerdings im einzelnen mannigfach modifiziert, von Maxwell<sup>1)</sup>, W. Thomson<sup>2)</sup>, sowie dessen Schülern M' Kichan und King<sup>3)</sup> und Shida<sup>4)</sup>, ferner von Ayrton und Perry<sup>5)</sup> und F. Exner<sup>6)</sup> angewandt worden.

Klemenčić<sup>7)</sup> hat nach einer von Boltzmann angegebenen Methode durch Widerstandsmessungen den Wert von  $v$  bestimmt. Ein Kondensator, dessen Kapazität  $C$  sei, wird in der Sekunde  $n$ mal von einer Batterie, deren elektromotorische Kraft in mechanischem Maße  $E$ , sei, geladen und

1) Maxwell, Philosophical Transactions for 1868; Philos. Magazin 4 series 1. XXXVI.

2) W. Thomson, Report of the British Association for 1869.

3) M' Kichan, Philosoph. Mag. 4 series vol. XLVII.

4) Shida, Philosoph. Mag. 5 series vol. X.

5) Ayrton und Perry, Philosoph. Mag. 5 series vol. VII.

6) F. Exner, Wiener Berichte Bd. LXXXVI.

7) Klemenčić, Wiener Berichte Bd. LXXXIII. Bd. LXXXIX.

durch ein Galvanometer entladen. Die Zahl  $n$  wird so groß genommen, daß das Galvanometer die konstante Ablenkung  $\alpha$  bekommt. Nach § 82 ist dann die in der Sekunde entladene Elektrizitätsmenge

$$Q = n C E_e = N \alpha,$$

worin  $N$  eine Konstante des Galvanometers, welche, wenn bekannt, die Stromstärke aus den Angaben des Galvanometers in mechanischem Maße angeben würde.

Man läßt durch dasselbe Galvanometer mit Einschaltung passender Widerstände den konstanten Strom derselben Batterie gehen und beobachtet die von demselben bewirkte Ablenkung  $\varphi$ . Die Stromstärke ist in mechanischem Maße

$$i = N \varphi.$$

Ist  $W_e$  der Widerstand des Stromkreises in mechanischem Maße, so ist

$$i = N \varphi = \frac{E_e}{W_e}$$

somit

$$W_e = \frac{1}{nC} \frac{\alpha}{\varphi}.$$

Ist  $R$  der Widerstand des Stromkreises in Einheiten des elektromagnetischen Maßes, so ist

$$W_e = \frac{R}{v^2},$$

somit

$$v = \sqrt{nCR \frac{\varphi}{\alpha}}.$$

Es bedarf demnach der Beobachtung von  $\varphi$  und  $\alpha$ , sowie der Zählung der Anzahl  $n$ , sowie der Bestimmung der Kapazität des Kondensators und des Widerstandes  $R$ , um  $v$  zu erhalten.

Die von den verschiedenen Experimentatoren erhaltenen Werte schwanken noch innerhalb beträchtlicher Grenzen, den kleinsten Wert erhält W. Thomson, nämlich  $27880 \cdot 10^6$  in Cent. und Sekunde, den größten Klemenčić, nämlich  $30188 \cdot 10^6$ , die Zahlen schwanken somit um  $30000 \cdot 10^6$  oder um

$$v = 300000 \text{ Kilometer.}$$

Daß bisher eine größere Übereinstimmung noch nicht erreicht worden ist, liegt zum großen Teil an der Schwierigkeit besonders der erforderlichen elektrostatischen Messungen und der Kapazitätsbestimmungen. Soviel ergibt sich aber aus den Messungen, daß der Wert von  $v$  mit großer Annäherung gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ist.

Diese sehr annähernde Übereinstimmung des Wertes von  $v$  und der Geschwindigkeit des Lichtes ist eine der Hauptstützen der elektromagnetischen Theorie des Lichtes, welche das Licht als sich fortpflanzende elektrische Störungen ansieht. Diese hauptsächlich von Maxwell<sup>1)</sup> entwickelte Theorie kommt nämlich zu dem Resultate, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes resp. der dasselbe darstellenden elektrischer

1) Maxwell, A Treatise of Magnetism and Electricity Bd. II. Cap. XX.



Störungen im freien Äther gleich der Gröfse  $v$ , in einem Dielektricum gleich der Gröfse  $v$  dividirt durch die Quadratwurzel aus der Dielektricitätskonstante des betreffenden Mediums sein muß. Daraus ergibt sich auch der im zweiten Abschnitt erwähnte Satz, daß das Quadrat des Brechungsexponenten eines Dielektricum gleich der Dielektricitätskonstanten sein soll.

Wir begnügen uns mit dieser Andeutung um so mehr, da, wie wir gesehen haben, die letztere Beziehung sich noch keineswegs in den Beobachtungen bestätigt hat. Allerdings kann das daran liegen, daß die Werte der Dielektricitätskonstanten noch nicht sicher genug bestimmt sind. Indes nach meinen im §. 50 mitgetheilten Beobachtungen über die Änderung der Dielektricitätskonstanten mit der Zeit, resp. die mit der Zeit wachsende Influenz ergeben sich für die Zeit  $t = 0$ , also für die Dielektricitätskonstante der Theorie, Werte der Influenz, welche ganz erheblich kleiner sind als das Quadrat der Brechungsexponenten. Die elektromagnetische Lichttheorie muß noch sicherer begründet sein, ehe wir sie, so interessant sie auch ist, in diesem Buche behandeln können<sup>1)</sup>.

### §. 160.

**Vergleichung der Arbeiten des Stromes mit der mechanischen Wärmetheorie.** Nachdem wir in den letzten Paragraphen die elektromotorischen Kräfte und den Widerstand auf die Mafse der Mechanik zurückgeführt haben, können wir schließlicly auch die Arbeitsleistungen des Stromes in demselben Mafse messen, und durch Vergleichung dieser Arbeiten mit mechanischen Arbeiten die Übereinstimmung der Mafssysteme nachweisen.

Bei der Untersuchung der Wärmewirkungen des galvanischen Stromes haben wir schon den Nachweis geliefert, daß, wenn in dem Strome keine Arbeit geleistet wird, daß dann der ganze Arbeitsvorrat als Wärme in dem Stromkreise auftreten muß, und mit diesem Satze konnten wir im §. 92 und 93 die Wärmemenge berechnen, welche in einem Leiterstücke von dem Widerstande  $R$  entwickelt werden muß. Wir leiteten dort die Wärmewirkung aus dem Satze her, daß die durch die strömende Elektrizität in einem Leiter geleistete Arbeit gleich ist der Differenz der Potentialwerte der auf dem Leiter vorhandenen freien auf die durch den Leiter strömende Elektrizität im Anfange und am Ende des Leiters. Bezeichnen wir die Menge der in der Zeiteinheit durch den Leiter strömenden Elektrizität mit  $q$  und die Werte des Potentials im Anfange des Leiters mit  $V_1$ , am Ende mit  $V_2$ , so ist die geleistete Arbeit

$$L = q \cdot (V_1 - V_2).$$

Ist  $J_e$  die Stromstärke in mechanischem Mafse, welche durch  $t$  Sekunden unterhalten wird, so ist  $q = J_e t$ ; ist  $W_e$  der Widerstand in mechanischem Mafse, so ist

1) Man sehe über die elektromagnetische Lichttheorie auch *Tumlriz*, Die elektromagnetische Lichttheorie. Leipzig, B. G. Teubner, 1883, der in diesem Buch auch die Arbeiten von *Lorenz*, von *Helmholtz*, *Boltzmann*, *Lorentz* aufgenommen hat.

$$J_e = \frac{V_1 - V_2}{W_e},$$

somit

$$L = t J_e^2 W_e.$$

oder die in der Sekunde geleistete Arbeit

$$\frac{L}{t} = J_e^2 W_e.$$

Wie wir bereits sahen ist das Produkt  $J^2 W$ , wenn  $J$  die Stromstärke,  $W$  den Widerstand in einem der absoluten Maßsysteme bedeutet, dasselbe, welches der Maßsysteme wir auch wählen. Am bequemsten wählen wir das elektromagnetische; wir haben in den letzten Paragraphen die in diesem Maße gemessene Stromstärke mit  $S$ , den Widerstand mit  $R$  bezeichnet. Behalten wir diese Bezeichnung bei, und setzen die in der Sekunde geleistete Arbeit gleich  $l$ , so erhalten wir

$$l = S^2 R$$

für die von einem Strome, der im elektromagnetischen Maße die Stärke  $S$  hat, in der Zeit einer Sekunde in einem Widerstande, der im elektromagnetischen Maße die Größe  $R$  hat, geleistete Arbeit. Setzen wir das [CGS] System voraus, so ist die Arbeit gemessen in Kraftereinheiten, deren jede  $\frac{1}{g}$  Gramm ist, und in Centimetern.

Wenden wir die in der Praxis eingeführten Einheiten, das Ampère und das Ohm an, setzen den in Ampères gemessenen Strom gleich  $\sigma$ , den in Ohm gemessenen Widerstand gleich  $\varrho$ , so wird, da das Ampère ein Zehntel der elektromagnetischen Stromeinheit ist, das Ohm gleich  $10^9$  Widerstandseinheiten

$$l = 0,01 \sigma^2 \cdot 10^9 \varrho = 10^7 \sigma^2 \varrho.$$

Wollen wir die Arbeit in dem gewöhnlichen Maße der Mechanik, in Meterkilogrammen messen, so haben wir obigen Ausdruck durch  $10^7 \cdot 9,81$  zu dividieren, wenn wir für  $g$  den bei uns gültigen Wert in Metern 9,81 einsetzen, denn

$$\frac{1}{981} \text{ Gramm Centim.} = \frac{1}{981 \cdot 1000 \cdot 100} \text{ Meterkilogramm} = \frac{1}{9,81 \cdot 10^7} \text{ M.K.}$$

Ist  $A$  die in Meterkilogramm ausgedrückte Arbeit, so wird demnach

$$A = \frac{\sigma^2 \varrho}{9,81} \text{ oder allgemein } \frac{\sigma^2 \varrho}{g \text{ Meter}}.$$

Wir können demnach  $\sigma^2 \varrho$  auch als die im absoluten Systeme Kilogr. Meter, Sekunde gemessene Arbeit bezeichnen. Gerade das ist auch der Grund, daß man Ampère und Ohm als Einheiten gewählt hat, daß das Produkt  $\sigma^2 \varrho$  ohne weitem Faktor in diesem absoluten System die Arbeit darstellt.

Wird in dem betrachteten Leiter keine andere Arbeit geleistet, so wird die gesamte Arbeit in Wärme verwandelt; nennen wir den hundertsten Teil derjenigen Wärmemenge, welche das Gramm Wasser von  $0^0$  auf  $100^0$  erwärmt, die Wärmeeinheit, so ist nach §. 54 des dritten Bandes das mechanische Wärmeäquivalent im [CGS] System

$$4189 \cdot 10^4,$$

für die in einem Leiter vom Widerstande  $\varrho$  durch den Strom  $\sigma$  in der Zeit einer Sekunde entwickelte Wärmemenge ergibt sich somit

$$w = \frac{l}{4189 \cdot 10^4} = \frac{1}{4,189} \sigma^2 \varrho = 0,2387 \sigma^2 \varrho.$$

v. Quintus Icilius hat in einer sehr sorgfältigen Experimentaluntersuchung, in welcher er die Stromstärken sowie die Widerstände der Drähte, deren Erwärmung untersucht werden sollte, nach absolutem elektromagnetischen Maße bestimmte, diese Folgerung der Theorie zu prüfen<sup>1)</sup> unternommen.

Die Bestimmung der Stromstärken nach absolutem Maße geschah dadurch, daß ein kreisförmiger Rahmen von Holz, der mit mehreren Windungen Kupferdraht umwickelt war, so daß ein kreisförmiger Multiplikator von bekanntem Flächeninhalt und bekannter Windungszahl entstand, westlich von einem Magnet aufgestellt wurde. Die Fläche des Multiplikators war dem magnetischen Meridiane parallel, und die Axe desselben traf gerade die Mitte der Nadel; mit dem an derselben Stelle bestimmten Werte der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus und den bekannten Dimensionen des Apparates konnte dann in ähnlicher Weise, wie wir es §. 128 besprochen haben, die Stromstärke nach absolutem Maße erhalten werden. Der Widerstand der zu erwärmenden Drähte wurde durch Vergleichung mit einem von W. Weber nach absolutem elektromagnetischem Maße bestimmten Etalon erhalten, und durch direkte Beobachtung die Abhängigkeit dieser Widerstände von der Temperatur bestimmt, damit dieselbe bei den Erwärmungsversuchen, bei welchen die Temperatur der zu erwärmenden Drähte sich änderte, in Rechnung gezogen werden konnte. Bei der Untersuchung der Widerstände ergab sich eine Schwierigkeit, welche in die schließliche Berechnung des Resultates eine kleine Unsicherheit eintreten läßt. Es fand sich nämlich, als die Widerstände der zu den Erwärmungsversuchen benutzten Drähte nach Beendigung der Versuche neu bestimmt wurden, der Widerstand nicht unerheblich größer als vorher, ein Umstand, auf den wir schon §. 111 hinwiesen. Um diesem Umstande Rechnung zu tragen, setzte v. Quintus Icilius als den Widerstand der Drähte das Mittel aus dem bei gleichen Temperaturen vor und nach den Versuchen gefundenen Widerstand ein.

Die Drähte wurden auf Rähmchen von Elfenbein in einem kupfernen Kalorimeter aufgespannt, welches mit Wasser, Alkohol oder Terpentinöl gefüllt war. Das Kalorimeter selbst war in einem größeren Cylinder von Kupfer aufgehängt, welcher seinerseits wieder rings von Wasser umgeben war, um so die Umgebung des Kalorimeters auf einer konstanten Temperatur zu erhalten. Dadurch konnte die Wärmestrahlung des Kalorimeters in Rechnung gezogen werden, indem man bei mehreren Versuchen nach Beendigung der Erwärmung die Erkaltungsgeschwindigkeit beobachtete. Die Erwärmung selbst dauerte jedesmal etwa eine Stunde und während der ganzen Zeit wurde das Thermometer von zwei zu zwei Minuten und der Stand des vom Strome abgelenkten Magnetes von

1) v. Quintus Icilius, Poggend. Ann. Bd. CI.

zwölf zu zwölf Sekunden beobachtet. Ein gleichzeitig in den Stromkreis eingeschalteter Rheostat gestattete den Strom während der ganzen Dauer jedes Versuches konstant zu erhalten.

Auf die Details der Versuche und der Berechnungen einzugehen, dazu ist hier, da besonders die Berechnungen wegen der notwendigen Berücksichtigung aller Umstände ziemlich weitläufig sind, nicht der Raum, wir verweisen deshalb auf die Abhandlung selbst. Aus sechs Versuchen, bei denen das Kalorimeter Wasser enthielt, und deren jeder mit Ausnahme des ersten aus fünf Beobachtungsreihen bestand, ergibt sich für die entwickelte Wärmemenge der Ausdruck

$$w = 0,2551 \sigma^2 \varrho.$$

In den einzelnen Reihen schwankte der Wert der Konstanten zwischen 0,2409 und 0,2784.

Nimmt man die mit Alkohol und Terpentinöl beobachteten Erwärmungen hinzu, so ergibt sich als Mittel

$$w = 0,2596 \sigma^2 \varrho,$$

und die extremsten beobachteten Werte der Konstanten sind 0,2361 und 0,2913.

Für das mechanische Wärmeäquivalent würde sich hieraus ergeben

$$\frac{1}{0,2596} \cdot 10^7 = 3852 \cdot 10^4,$$

oder in Meterkilogramm 399,6. Der Wert ist allerdings nur 0,92 des direkt bestimmten; der Grund dieser Abweichung ist indes ohne Zweifel der, daß v. Quintus Icilius für den Widerstand des von ihm benutzten Drahtes einen zu kleinen Wert in Rechnung gezogen hat. Fr. Weber<sup>1)</sup> hat in der Beziehung darauf aufmerksam gemacht, daß v. Quintus Icilius seine Widerstände nach einem Jacobischen Etalon maß, dessen Widerstand W. Weber zu 0,598 Ohm bestimmt hatte, während W. Siemens den Widerstand des Jacobischen Etalons zu 0,632 Ohm bestimmte. Nehmen wir den Siemesschen Wert des Jacobischen Etalons, so ergeben die Versuche von v. Quintus Icilius im Wasserkalorimeter

$$w = 0,2413 \sigma^2 \varrho,$$

also einen dem theoretischen sehr nahe kommenden Wert.

Aus ganz ähnlichen Versuchen erhielt Joule<sup>2)</sup>

$$w = 0,2375 \sigma^2 \varrho,$$

oder für das mechanische Wärmeäquivalent

$$4211 \cdot 10^4 \text{ abs. Einh.} = 429,3 \text{ Meterkilogr.}$$

Joule setzte indes bei diesen Versuchen die Einheit der British Association gleich 1 Ohm, während dieselbe kleiner gleich 0,987 Ohm ist: auf richtige Ohm korrigiert wird deshalb

1) Fr. Weber, Elektromagn. und kalorimetr. Messungen. Zürich 1878. Beiblätter zu den Annalen Bd. II. S. 499.

2) Joule, Report of the British Association 1867. p. 512.



$$w = 0,2406 \sigma^2 \varrho,$$

und das mechanische Wärmeäquivalent

$$4156 \cdot 10^4 \text{ abs. Einh. oder } 423,7 \text{ Meterkilogr.}$$

Fr. Weber<sup>1)</sup> hat später diese Versuche mit großer Sorgfalt wiederholt und leitet aus denselben für das mechanische Wärmeäquivalent den Wert 428,15 ab. Fr. Weber setzt dabei aber den absoluten Wert der Quecksilbereinheit gleich 0,956 Ohm. Rechnen wir dagegen die Quecksilbereinheit gemäß §. 157 gleich 0,943 Ohm, so wird aus diesen Versuchen

$$w = 0,2413 \sigma^2 \varrho,$$

und das mechanische Wärmeäquivalent

$$4144 \cdot 10^4 \text{ abs. Einh. oder } 422,5 \text{ Meterkilogr.}$$

Die aus diesen Versuchen sich ergebenden Werte der Konstanten in dem Ausdruck für die Wärmeentwicklung beziehungsweise die Werte für das mechanische Wärmeäquivalent stimmen so nahe mit den auf andern Wegen abgeleiteten Werten, daß sie die schönste Bestätigung der Theorie liefern.

Ist  $R$  der Widerstand des ganzen Stromkreises in Ohms,  $W$  die im ganzen Stromkreise entwickelte Wärmemenge und  $E$  die elektromotorische Kraft des Elementes in Volts, so ist

$$W = 0,2387 \sigma^2 R = 0,2387 \sigma E$$

oder

$$E = \frac{W}{\sigma} \cdot \frac{1}{0,2387} = \frac{W}{\sigma} \cdot \frac{4189 \cdot 10^4}{10^7}.$$

Die elektromotorische Kraft einer Stromquelle in Volts ist somit gleich dem mit  $10^7$  dividierten Arbeitswerte der durch den Strom von der Stärke ein Ampère in dem die Stromquelle schließenden Stromkreise entwickelten Wärmemenge. Wie sich unmittelbar ergibt, da das Ampère ein Zehntel der elektromagnetischen Stromeinheit, das Volt  $10^8$  der elektromagnetischen Einheit der elektromotorischen Kraft ist, ist der oben aufgestellte Satz nur eine andere Form des Satzes, daß die elektromotorische Kraft eines Elementes gleich dem Arbeitswerte der Wärmemenge ist, welche der Strom in einem Kreise erzeugt, in welchem das Element die Einheit der Stromstärke hervorruft.

Fr. Weber hat die Richtigkeit dieser Folgerung bestätigt; derselbe maß die Wärmeentwicklung in einem Drahte und bestimmte das Verhältnis des Widerstandes des Drahtes zu dem des ganzen Stromkreises. Ist  $w$  die im Drahte entwickelte Wärmemenge,  $r$  der Widerstand des Drahtes,  $r_1$  die des übrigen Stromkreises,  $W$  die im ganzen Stromkreise entwickelte Wärmemenge, so ist

$$w : W = r : r + r_1; \quad W = w \left( 1 + \frac{r_1}{r} \right),$$

somit

$$w \left( 1 + \frac{r_1}{r} \right) \frac{4189 \cdot 10^4}{\sigma \cdot 10^7} = E.$$

1) Fr. Weber, a. a. O.

Andrerseits wurde auf galvanischem Wege die elektromotorische Kraft eines Daniellschen Elements, in welchem das Zink in Schwefelsäure, eines Daniellschen, bei welchem das Zink in Zinkvitriol stand, und eines Bunsenschen Elementes bestimmt, indem der Widerstand des Stromkreises und die Stromstärke in absolutem Mafse gemessen wurden. Weber fand die elektromotorischen Kräfte in Volts

	Bunsen	Daniell ( $H_2 SO_4$ )	Daniell ( $Zn SO_4$ )
nach der entwickelten Wärme	1,9017	1,1301	1,0954
„ galvanischer Methode	1,9927	1,1831	1,1451,

Zahlen, die ganz vortrefflich übereinstimmen.

Wir haben bereits im §. 92 erwähnt, daß man aus dem Princip der Erhaltung der Kraft nicht nur geschlossen habe, daß die Quelle der von dem Strom gelieferten Arbeit die durch die chemischen Prozesse in der Kette erzeugte Wärme sei, sondern auch, daß die chemisch in der Kette erzeugte Wärme einfach gleich der in dem Strome entwickelten Wärme sei. Nimmt man diesen Schluss als richtig an, so gelangt man sofort zu dem Satze, daß die elektromotorische Kraft eines Elementes gleich dem Arbeitswert jener Wärmemenge ist, welche durch die chemischen Prozesse in der Kette erzeugt werden, die der Einheit der Stromstärke in absolutem Mafse entsprechen. Wird also durch die absolute Stromeinheit in der Sekunde die Menge  $z$  Zink aufgelöst und ist  $\pi$  die Wärmemenge, welche in dem Element erzeugt wird, wenn die Gewichtseinheit Zink aufgelöst wird, so ist in absolutem Mafse

$$E = 4189 \cdot 10^4 \varepsilon \pi,$$

oder in Volts nach dem auf der vorigen Seite abgeleiteten Satze

$$E = 4,189 \varepsilon \pi.$$

In dieser Form ist der Satz zuerst von W. Thomson ausgesprochen<sup>1)</sup>.

Wir haben ebenfalls in §. 92 bereits erwähnt, daß F. Braun<sup>2)</sup> hervorgehoben habe, daß es keineswegs aus dem Principe der Erhaltung der Arbeit gefolgert werden müsse, daß die Stromarbeit gleich dem Arbeitswert der durch die chemischen Prozesse in der Kette erzeugten Wärme sei, daß es vielmehr theoretisch durchaus möglich sei, daß ebenso wie Wärme bei jedem Prozesse, welcher Wärme in mechanische Arbeit umsetze, nur zum Teil in Arbeit umgesetzt werden könne, daß ebenso Wärme auch nur zum Teil in elektrische Energie verwandelt werden könne. Wird also durch chemischen Prozefs in der Kette die Wärmemenge  $Q$  erzeugt, so ist die in elektrische Energie umgesetzte Wärme nur ein Bruchteil von  $Q$ . Dieser Bruchteil von  $Q$  ist keineswegs für alle chemischen Prozesse der gleiche, er hängt vielmehr mit der absoluten Temperatur  $T$  zusammen, welche durch den chemischen Prozefs erzeugt wird, und derjenigen  $\vartheta$  des Elementes. Der Zusammenhang ist nach der Auffassung Brauns gegeben durch den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. Wird also in einem Daniellschen Elemente, dessen

1) W. Thomson, Philosophical Magazin 4 series vol. II.

2) F. Braun, Wiedem. Ann. Bd. V.

Stromkreis geschlossen ist, ein Atom Zink aufgelöst und mit  $SO_4$  vereinigt, so erhitzt sich dasselbe durch die entstandene Wärmemenge auf die Temperatur  $T$ . Indem das Molekül sich dann auf die Temperatur  $\vartheta$  abkühlt, verbreitet sich die Wärmemenge  $q$  in dem Elemente und die in elektrischen Strom umgesetzte Wärme ist höchstens wie bei dem Carnotschen Kreisprozess

$$Q - q = Q \left(1 - \frac{\vartheta}{T}\right).$$

Die Temperatur  $T$  lässt sich nicht näher angeben, es ist indes keinenfalls die sogenannte Verbindungstemperatur, welche man aus der Wärmemenge  $Q$  und der spezifischen Wärme der betreffenden Substanzen berechnet.

Braun sieht diesen Prozess, bei welchem chemische Energie in elektrischen Strom verwandelt wird, für umkehrbar an; derselbe Strom, der durch Auflösung des Atoms Zink eine gewisse Zeit hindurch erhalten wird, scheidet in umgekehrter Richtung durch das Element geführt in derselben Zeit ein Atom Zink aus  $ZnSO_4$ ; dazu wird die Wärmemenge  $q$  aus der Lösung entnommen und, indem die Wärmemenge  $Q - q$  aus elektrischer Energie entsteht, die zur Zersetzung erforderliche Wärmemenge  $Q$  beschafft. Es geht somit bei Umkehr des Prozesses ebensoviel elektrische Energie verloren, es wird ebensoviel Strom verbraucht, als durch die Auflösung des Metalles in der Säure gewonnen wird.

Der Bruchteil  $1 - \frac{\vartheta}{T}$  hängt bei gegebener Temperatur  $\vartheta$  wesentlich von der Temperatur  $T$  ab, welche sich wie gesagt nicht näher angeben lässt.

In den konstanten Ketten gehen stets zwei solcher Prozesse in entgegengesetztem Sinne vor sich, so in der Daniellschen die Auflösung von Zink und die Abscheidung von Kupfer. Ist  $Q_1$  die bei Auflösung des Zinks in Strom umgesetzte,  $Q$  die überhaupt erzeugte Wärme,  $T_1$  die für das Zinkmolekül bei der Auflösung entstehende Temperatur, und bedeutet  $Q_2$  beziehungsweise  $Q'$  und  $T_2$  dasselbe für die Auflösung des Kupfers in Schwefelsäure, so ist die in der Daniellschen Kette in Strom umgesetzte Wärme

$$Q_1 - Q_2 = Q \left(1 - \frac{\vartheta}{T_1}\right) - Q' \left(1 - \frac{\vartheta}{T_2}\right),$$

wenn  $\vartheta$  die absolute Temperatur des Elementes ist, oder

$$Q_1 - Q_2 = Q - Q' - \vartheta \left(\frac{Q}{T_1} - \frac{Q'}{T_2}\right).$$

Es kann demnach je nach dem Vorzeichen des letzten Gliedes  $Q_1 - Q_2$  grösser, kleiner oder gleich  $Q - Q'$  sein; es kann somit die elektromotorische Kraft eines Elements grösser sein als der Arbeitswert der durch den chemischen Prozess erzeugten Wärme, oder kleiner oder gleich.

Braun<sup>1)</sup> hat zur Prüfung seiner Auffassung eine große Zahl von Kombinationen verschiedener Metalle und verschiedener Flüssigkeiten auf ihre elektromotorischen Kräfte untersucht und dieselben mit den meist

1) F. Braun, Wiedem. Ann. Bd. XVI.

den Untersuchungen von J. Thomson entnommenen chemisch durch die in den Ketten stattfindenden Prozesse entwickelten Wärmemengen verglichen. Braun fand in der That eine ganze Anzahl Ketten, bei welchen sich die elektromotorische Kraft größer ergab als der Arbeitswert der in den Ketten chemisch erzeugten Wärme. Wir verweisen wegen der Details auf die Abhandlung von Braun<sup>1)</sup>.

In seiner Abhandlung über die Thermodynamik chemischer Vorgänge gelangte v. Helmholtz<sup>2)</sup> zu dem gleichen Resultate und leitet weiter den Satz ab, daß in Elementen, in welchen nur ein Teil der chemisch entwickelten Wärme in Strom umgesetzt werde, mit steigender Temperatur die elektromotorische Kraft abnehmen, in solchen dagegen, in denen mehr Wärme in Strom umgesetzt werde, als die chemischen Prozesse in Summa liefern, die sich also durch ihren eigenen Strom abkühlen müssen, die elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur wachsen müsse. Zu dem gleichen Resultate gelangt van 't Hoff in seinen *Etudes de dynamique chimique*<sup>3)</sup>.

Wir können diesen Satz auch unmittelbar aus der Braunschen Auffassung der Verhältnisse ableiten. Setzen wir  $Q_1 - Q_2$  als die der elektromotorischen Kraft entsprechende Wärmemenge gleich  $W_1$ ,  $Q - Q'$ , die chemisch erzeugte Wärmemenge gleich  $W$ , so daß

$$W_1 = W - \vartheta \left( \frac{Q}{T_1} - \frac{Q'}{T_2} \right),$$

so sieht man sofort, daß wenn  $W_1 < W$ , somit der Koeffizient von  $\vartheta$  positiv ist, die elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur abnimmt; daß dagegen, wenn  $W_1 > W$ , somit der Koeffizient von  $\vartheta$  negativ ist, die elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur zunimmt. Differenzieren wir obige Gleichung nach  $\vartheta$ , so wird

$$\frac{dW_1}{d\vartheta} = - \left( \frac{Q}{T_1} - \frac{Q'}{T_2} \right);$$

drücken wir  $W_1$  durch die in Volts gegebene elektromotorische Kraft des Elements aus, so wird, wenn  $t$  die Zeit ist, während welcher der Strom von der Stärke  $\sigma$  geschlossen sein muß, damit etwa in einem Daniell'schen Elemente ein Molekül Zink aufgelöst, bezw. ein Molekül Kupfer niedergeschlagen wird,

$$W_1 = 0,2387 \sigma t E,$$

somit

$$\frac{dW_1}{d\vartheta} = 0,2387 \sigma t \frac{dE}{d\vartheta}.$$

Setzen wir das in die Gleichung für  $W_1$  ein, so wird

$$W_1 - W = 0,2387 \sigma t \frac{dE}{d\vartheta} \cdot \vartheta,$$

oder die Wärmemenge, welche zum Konstanthalten der Temperatur aus-

1) F. Braun, Wiedem. Ann. Bd. XVI. Es sei hier bemerkt, daß Wiedemann (Elektricitätslehre Bd. II. S. 892 ff.) mehrere Bedenken gegen die Art, in welcher Braun die chemisch entwickelte Wärme berechnet, erhebt.

2) v. Helmholtz, Berichte der Berliner Akademie 1862. S. 22 und 825

3) van 't Hoff, Etudes de dynamique chimique. Amsterdam 1884. p. 201 f



einem Elemente durch den Strom in der Zeit, in welcher ein Molekül des positiven Metalles aufgelöst wird, fortgeführt werden muß, ist dem Differentialquotienten der elektromotorischen Kraft multipliziert mit der absoluten Temperatur des Elementes proportional.

Diesen Satz hat zunächst Czapski<sup>1)</sup> durch eine sehr sorgfältige Untersuchung der elektromotorischen Kräfte und ihrer Abhängigkeit von der Temperatur geprüft. Das Resultat der Versuche war, daß stets, wenn die elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur zunahm,  $W_1$  auch größer als  $W$ , wenn sie dagegen abnahm, auch  $W_1 < W$  war. Eine zahlenmäßige Übereinstimmung der aus der Änderung der elektromotorischen Kraft einerseits und der aus der beobachteten elektromotorischen Kraft und den chemischen Prozessen andererseits berechneten Wärmemengen war allerdings nicht vorhanden und zwar nach Czapskis Ansicht wegen der Unsicherheit der thermochemischen Daten. In der That sind die thermochemischen Bestimmungen nur selten unter genau denselben Verhältnissen gemacht, welche in der Kette vorhanden sind, so daß eine zahlenmäßige Prüfung des Helmholtz'schen Satzes nicht möglich war.

Zu ganz ähnlichen Resultaten wie Czapski gelangte Gockel<sup>2)</sup>, der im Laboratorium von Braun ebenfalls die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft einer Anzahl Elemente von der Temperatur aufsuchte und unter Zugrundelegung der Zahlen von J. Thomson aus Messung der elektromotorischen Kraft der Elemente die Differenz der chemisch entwickelten und der im Strom umgesetzten Wärme bestimmte. Auch Gockel fand qualitativ stets Übereinstimmung, zahlenmäßig erhielt er eine solche nicht. Gockel schließt sich indes nicht der Ansicht Czapskis an, daß diese Nichtübereinstimmung der Unsicherheit der thermochemischen Daten zuzuschreiben sei.

In einer während des Drucks dieses Bandes erschienenen Arbeit, deren Resultate ich bei der Korrektur noch beifügen konnte, hat indes Jahn<sup>3)</sup> nicht nur die qualitative Übereinstimmung des v. Helmholtz'schen Satzes mit der Erfahrung gezeigt, sondern auch nachgewiesen, daß die aus der Änderung der elektromotorischen Kraft berechnete Differenz zwischen der chemisch entwickelten und der aus der elektromotorischen Kraft sich ergebenden im Strom umgesetzten Wärme so nahe gleich sind, daß die Unterschiede innerhalb der unvermeidlichen Unsicherheit verbleiben.

Jahn bestimmte die chemisch entwickelte Wärmemenge selbst, indem er die Elemente in ein Eiskalorimeter brachte; er maß demnach diese Wärme unter den Umständen des Versuches. Das in dem Eiskalorimeter befindliche kleine Element war durch eine außerhalb des Kalorimeters befindliche Leitung geschlossen, welche ein auf absolutes Maß geeichtetes Galvanometer enthielt, das die Stromstärke in dem das Element schließenden Stromkreise maß. Von zwei Punkten dieses Stromkreises, deren Abstand von den Polen des Elementes nur klein ist, wurde ein zweiter Stromkreis von so großem Widerstande abgezweigt, daß der Strom in dem ersten Kreise nicht erkennbar geändert wurde, wenn man den zweiten

1) Czapski, Wiedem. Ann. Bd. XXI.

2) Gockel, Wiedem. Ann. Bd. XXIV.

3) H. Jahn, Wiedem. Ann. Bd. XXVIII S. 21 und 491.

Stromkreis öffnete oder schloß. Der zweite Stromkreis enthielt ebenfalls ein Galvanometer, das auf absolutes Maß geeicht war; der Widerstand dieses zweiten Stromkreises war genau in Ohms bestimmt. Das Produkt aus der im zweiten Stromkreise gemessenen Stromstärke und dem Widerstande des zweiten Stromkreises gab somit die Differenz der Potentialfunktion an den Abzweigungspunkten des ersten Stromkreises in Volts. Sei dieselbe gleich  $\Delta$ . Es war ferner scharf der Widerstand von den Polen des im Eiskalorimeter befindlichen Elementes bis zu den Abzweigungspunkten des zweiten Stromkreises bestimmt. Sei derselbe gleich  $\rho$  und sei  $i$  die im ersten Stromkreise gemessene Stromstärke in Ampères.

Die chemisch in dem Elemente entwickelte Wärmemenge  $W$  ergiebt sich in folgender Weise. Die im Innern des Eiskalorimeters entwickelte Wärme  $C$  wird in bekannter Weise direkt beobachtet. Zu dieser ist hinzuzufügen die in dem ersten Stromkreise entwickelte Wärmemenge. Ist der Strom während  $t$  Sekunden geschlossen, so ist die in dem von den Polen bis zu den Verzweigungspunkten entwickelte Wärmemenge  $0,2387 \sigma \rho i$ . Da  $\Delta$  die Differenz der Potentialfunktion an den Enden des übrigen Theiles des Stromkreises ist, so ist die in diesem entwickelte Wärmemenge gleich  $0,2387 \sigma \Delta t$ . Demnach ist

$$W = C + 0,2387 \sigma t (\Delta + \sigma \rho).$$

Im Falle die elektromotorische Kraft des untersuchten Elementes zu klein war, wurde in den ersten Stromkreis noch ein konstantes Element eingeschaltet, um in demselben den Strom zu verstärken und so den Versuch in kürzerer Zeit beenden zu können. Wie dann die Berechnung der Wärmemenge  $W$  zu führen ist erkennt man leicht, man muß die vom Strom des zweiten Elementes nach dem Jouleschen Gesetze entwickelte Wärme in Abzug bringen<sup>1)</sup>.

Die elektromotorische Kraft des Elementes wurde direkt bestimmt, indem der erste Stromkreis geöffnet und im zweiten Stromkreise die Stromstärke gemessen wurde, einmal ohne, ein zweites Mal nach Einschaltung eines bekannten Widerstandes.

Der Temperaturkoeffizient  $\frac{dE}{d\vartheta}$  der untersuchten Elemente wurde durch Messung der elektromotorischen Kraft nach der Fechnerschen Methode bestimmt, indem das zu untersuchende Element nach und nach auf verschiedene Temperaturen gebracht, und als zweites Element ein auf der Temperatur  $0^\circ$  gehaltenes Normalelement benutzt wurde.

Nach §. 128 zersetzt der Strom von der Stärke ein Ampère in der Sekunde 0,09322 mg Wasser; zur Zersetzung von 1 Molekül, 18 mg Wasser muß derselbe 193,09 Sekunden geschlossen sein. Werden die Moleküle der in den Elementen aufgelösten Metalle nach Milligrammen gemessen, so muß deshalb nach dem Faradayschen Gesetze zur Lösung eines Moleküles eines zweiwertigen Metalles oder dessen äquivalenter Menge eines andern Metalles das Produkt  $\sigma t$  stets gleich 193,09 sein. Un-

1) Man sehe die Abhandlung von *Jahn*, sowie auch dessen Abhandlung in Wiedem. Ann. Bd. XXV, worin derselbe neuerdings die Richtigkeit des Jouleschen Gesetzes für Flüssigkeiten nachgewiesen hat.

Gleichung für die Differenz zwischen der chemisch entwickelten und der in Strom umgesetzten Wärmemenge für ein Molekül aufgelösten positiven Metalles wird demnach

$$W_1 - W = 46,09 \vartheta \frac{dE}{d\vartheta};$$

worin  $E$  die elektromotorische Kraft in Volts, somit

$$W_1 = 46,09 E$$

ist. Da Jahn die Differenz  $W_1 - W$  bei der Temperatur des schmelzenden Eises bestimmte, können wir noch  $\vartheta = 273$  setzen, und erhalten

$$W_1 - W = 12580 \frac{dE}{d\vartheta}.$$

In dieser Weise erhielt Jahn z. B. für das Daniellsche Element im Mittel aus drei Versuchen  $W = 50,110$  Wärmeeinheiten; für  $E$  fand er 1,0962 Volt; somit  $W_1 = 50,525$

$$W_1 - W = 0,415; \quad \frac{dE}{d\vartheta} = 0,000033.$$

Im Daniellschen Element wäre demnach die Stromwärme etwas größer als die chemisch entwickelte, die elektromotorische Kraft müßte für jeden Grad der Temperaturerhöhung um 0,000033 Volts zunehmen. In der That fand Gockel als Temperaturkoeffizienten des Daniellschen Elementes 0,000034.

Für das Element Kupfer in Kupferacetat, Blei in Bleiacetat fand Jahn  $E = 0,47643$  Volts, somit  $W_1 = 21,96$ ; für  $W$  fand er 16,523. Demnach ist

$$W_1 - W = 5,437; \quad \frac{dE}{d\vartheta} = 0,0004321.$$

Gockel hatte für den Temperaturkoeffizienten gefunden 0,000385, aus welchem sich  $W_1 - W = 4,844$  ergeben würde.

Jahn erhielt außerdem für 6 weitere Elemente folgende Resultate:

Bezeichnung des Elementes	$E$	$W_1$	$W$	$\frac{dE}{d\vartheta} 10^6$	$W_1 - W$	
					beob.	ber.
$Ag, Ag Cl   Zn, Zn Cl_2 + 100 H_2 O$	1,0306	47,506	52,17	- 409	- 4,66	- 5,148
$Ag, Ag Cl   Zn, Zn Cl_2 + 50 H_2 O$	1,0171	46,896	49,082	- 210	- 2,186	- 2,644
$Ag, Ag Cl   Zn, Zn Cl_2 + 25 H_2 O$	0,9740	44,908	47,147	- 202	- 2,239	- 2,54
$Ag, Ag Br   Zn, Zn Br_2 + 25 H_2 O$	0,8409	38,772	39,936	- 106	- 1,164	- 1,334
$Ag, Ag NO_3   Pb(NO_3)_2, Pb$	0,932	42,98	50,87	- 632	- 7,95	- 7,89
$Ag, Ag NO_3   Cu(NO_3)_2, Cu$	0,458	21,12	30,04	- 708	- 8,92	- 8,92

Wie man sieht ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung eine fast vollkommene.

Hiernach kann der Thomsonsche Satz nicht mehr aufrecht erhalten werden, es ist vielmehr das Verhältnis der Stromarbeit zu dem Arbeitswert der durch die chemischen Prozesse entwickelten Wärmemenge ab-

hängig von den einzelnen Prozessen, welche in den Elementen verlaufen, ja es ist selbst möglich, daß ein und derselbe Prozeß unter verschiedenen Umständen bei gleicher chemisch entwickelter Wärme einer verschiedenen elektromotorischen Kraft entspricht. So macht Braun darauf aufmerksam, daß das Bunsensche Chromsäureelement eine größere elektromotorische Kraft hat, als wenn man in demselben die Kohle durch Platin ersetzt: es ist nicht unmöglich, daß infolge der bessern Leitungsfähigkeit des Platins die maßgebende Temperatur  $T$  dort weniger hoch ist.

Eine Berechnung des Bruchteils der Wärmemenge, welche in Stromungesetzt wird, ist noch nicht möglich und überhaupt mit großen Schwierigkeiten verknüpft, es bedarf noch weiterer Untersuchungen, um dahin zu gelangen.

Wird in dem galvanischen Strome keine andere Arbeit geleistet, so tritt die gesamte Arbeit wieder als Wärme auf, wird anderweitig Arbeit geleistet, so tritt die dem Wärmewert dieser Arbeit entsprechende Wärmemenge weniger auf. In dem Stromkreise kann zunächst durch die Elektrolyse Arbeit geleistet werden.

Wird demnach in den Stromkreis eine Zersetzungszelle eingeschaltet, so muß die in dem gesamten Stromkreise entwickelte Wärmemenge um jene Wärmemenge kleiner sein, welche der zur Elektrolyse verwandten Wärmemenge gleich ist. Diese Folgerung hat Favre<sup>1)</sup> durch mehrere Versuche mit dem Quecksilberkalorimeter direkt bestätigt. In das Quecksilberkalorimeter Fig. 133 des 3. Bandes wurden mehrere Glasröhren  $O$  eingeführt, in fünf derselben durch Eingießen verdünnter Schwefelsäure und Einsenken von amalgamirten Zinkplatten und Platinplatten galvanische Elemente hergestellt, welche durch dicke Drähte zu einer Säule verbunden wurden. Der Strom wurde eine gewisse Zeit geschlossen gehalten und die durch denselben erzeugte Wärmemenge gemessen, dieselbe fand sich gleich 18 796 Wärmeeinheiten. Darauf wurde in ein sechstes Glasrohr verdünnte Säure eingegossen, zwei Platinplatten eingesenkt, der Strom durch die Säure geführt, und die entwickelten Gase aufgefangen. Die in dem Kalorimeter entwickelte Wärmemenge betrug jetzt 11 769 W. E. Aus der Menge des entwickelten Knallgases ergab sich die Verbindungswärme desselben zu 6892 W. E. Die Summe dieser und der im Kalorimeter entwickelten ist 18 661, also fast genau gleich der, welche durch den Strom entwickelt wurde, als er keine Arbeit leistete. Ganz entsprechende Resultate gaben andere Versuche, in denen Kupfervitriol zersetzt wurde.

Wir haben im §. 91 als einen Beweis dafür, daß das Joulesche Gesetz der Erwärmung auch für Flüssigkeiten gilt, Versuche von Joule und Becquerel<sup>2)</sup> angeführt, nach welchen die in der Flüssigkeit entwickelte Wärme gleich der bei gleichem Widerstande in einem Metalldraht erzeugten weniger der zu den chemischen Prozessen verbrauchten sei. Wir haben damals auf diesen Paragraphen verwiesen. Nach der soeben dargelegten Theorie scheinen diese Versuche der Theorie zu widersprechen, indem der Wärmeverbrauch sich nicht nur an der Stelle zeigen muß, an der die

1) Favre, Comptes Rendus T. XLVII. p. 599.

2) Man sehe auch die vorhin schon erwähnten Versuche von Jahn, Wied. Ann. Bd. XXV.



Zersetzung stattfindet, sondern im ganzen Stromkreise. Die Übereinstimmung der Versuche mit der Theorie hat indes Bosscha nachgewiesen<sup>1)</sup>. In der Gleichung von Becquerel, welche wir S. 638 aufstellten,

$$W = w \cdot r J^2 \cdot t - Nq$$

bedeutet  $r$  den Widerstand eines Metalldrahtes, durch dessen Einschaltung der Strom auf dieselbe Stärke reduziert wird, wie durch Einschaltung des flüssigen Leiters. Diese Gleichheit der Stromstärke ist aber nicht dadurch erreicht, daß der Widerstand des Drahtes gleich dem der Flüssigkeit ist, sondern dadurch, daß ein in dem Maße längerer Draht eingeschaltet ist, als der Strom durch die in der Zersetzungszone eintretende Polarisation geschwächt ist. Nennen wir in beiden Fällen die Stromstärke  $i$ , die elektromotorische Kraft des Stromes  $E$ , den Widerstand des Drahtes  $r$ , den des sonstigen Stromkreises  $R$ , so ist bei Einschaltung des Drahtes

$$i = \frac{E}{R + r} \quad \dots \quad (1).$$

Ist der Widerstand der Zersetzungszone  $f$ , die elektromotorische Kraft der Polarisation  $p$ , so ist ebenso

$$i = \frac{E - p}{R + f} \quad \dots \quad (2).$$

Nehmen wir absolute Maße und setzen  $0,2387 = a$ , so ist die in dem Drahte entwickelte Wärmemenge nach dem Jouleschen Gesetze in der Zeiteinheit

$$W = a \cdot i^2 r,$$

die in der Zersetzungszone entwickelte

$$W_1 = a \cdot i^2 f.$$

Entwickeln wir  $f$  aus (1) und (2), so wird

$$f = r - \frac{p}{i}$$

$$W_1 = a \cdot i^2 \cdot r - a i p,$$

$$W - W_1 = i \cdot a p$$

Es folgt somit, daß der Betrag, um welchen die in der Flüssigkeitszelle entwickelte Wärmemenge kleiner sein muß, als in einem Drahte, der an Stelle der Flüssigkeit eingeschaltet den gleichen Strom liefert, für die Stromstärke eins gleich derjenigen ist, welche der elektromotorischen Kraft der Polarisation entspricht, also gleich der Wärmemenge, welche in einem Stromkreise entwickelt würde, in welchem die Polarisation die Stromstärke eins erzeugen würde. Demnach ist auch  $i a p$  diejenige Wärmemenge, welche durch die Stromstärke  $i$  in einem Stromkreise durch die elektromotorische Kraft der Polarisation erzeugt wird. Die elektromotorische Kraft der Polarisation ist aber, auch nach den letzten Sätzen, dem Arbeitswert der Wärme proportional, welche den durch die

1) Bosscha, Poggend. Ann. Bd. CI.

Einheit der Stromstärke bedingten chemischen Prozessen in der Zersetzungs-  
zelle entspricht<sup>1)</sup>.

Außer den Arbeiten, welche der Strom in dem Stromkreise selbst leistet, kann er auch solche außerhalb des Stromkreises leisten. Betrachten wir von demselben noch in aller Kürze die Induktionswirkungen. Wird ein Strom in der Nähe eines geschlossenen Stromes hergestellt oder unterbrochen, so wird in dem geschlossenen Leiter ein Strom induziert, dessen Arbeitswert sofort aus der Wärme sich ergibt, welche durch den induzierten Strom in der Induktionsspirale entwickelt wird. Genau um diese Wärmemenge muß deshalb die in dem primären Strome entwickelte Wärme kleiner sein, wenn ein Strom induziert wird, als wenn der Strom ohne Induktionswirkung verläuft.

Diesen Schluß hat Edlund<sup>2)</sup> durch eine ausgedehnte Versuchsreihe bestätigt, er beobachtete die Wärmeentwicklung in einer induzierenden Spirale, wenn der Strom durch ein Blitzrad, welches mit konstanter Geschwindigkeit eine Zeitlang hindurch gedreht wurde, in rascher Folge häufig geschlossen und unterbrochen wurde, einmal wenn die zur induzierenden Spirale gehörende Induktionsspirale in sich geschlossen und dann wenn sie geöffnet war. Die entwickelte Wärmemenge wurde aus der Temperaturerhöhung eines in den Stromkreis eingeschalteten Platindrahtes abgeleitet, welche durch ein an den Platindraht angelegtes Thermoelement bestimmt wurde. Bei gleicher Stromstärke fanden sich die Erwärmungen bei geschlossener Spirale kleiner als bei geöffneter, wie folgende kleine Tabelle, welche die Resultate einer Versuchsreihe darstellt, zeigt.

Wärmeentwicklung bei	
offener	geschlossener
Induktionsspirale	
190,1	180,0
193,6	185,2
184,8	171,1
188,6	176,5
187,1	173,5
Mittel 188,84	177,26.

Die Differenz beträgt 11,58. Damit wurde nun die Erwärmung der Induktionsspirale verglichen, dieselbe fand sich in denselben Einheiten gleich 12,66. Bei einer zweiten Versuchsreihe waren die Zahlen respektive 12,36 und 13,21, und bei einem dritten Versuche 9,63 und 9,52. In jedem Falle fand sich also die in der induzierten Spirale entwickelte Wärmemenge dem Verlust an Wärme in der induzierenden Spirale an GröÙe fast genau gleich, so daß also der in der Induktionsspirale geleisteten Arbeit ein an GröÙe genau gleicher Verlust in der induzierenden Spirale entspricht.

Wie wir sahen kann in einem geschlossenen Leiter auch dadurch ein Strom induziert werden, daß man ihn in der Nähe eines konstanten Stromes bewegt. Diese Bewegung ist eine äußere Arbeit, welche man

1) Weiteres über die mechanische Theorie der Elektrolyse sehe man Besold's Poggend. Ann. Bd. CI, CIII, CV, CVIII.

2) Edlund, Poggend. Ann. Bd. CXXIII.

leistet, indem den elektrodynamischen Wirkungen, welche der geschlossene Strom auf den induzierten Strom ausübt, entgegen der Leiter bewegt wird. Vergleicht man also bei dieser Art der Induktion die in der Induktionsspirale entwickelte Wärmemenge mit jener in der induzierenden, so muß sich entsprechend der aufgewandten äußern Arbeit ein Gewinn an Wärme zeigen, es muß also die in der Induktionsspirale entwickelte Wärmemenge größer sein als der in der induzierenden Spirale eintretende Verlust. Auch diesen Schluß hat Edlund experimentell geprüft. Als induzierender Strom wurde eine Spirale benutzt, welche auf einem kreisförmigen Rahmen aufgerollt war, ähnlich wie die feste Rolle eines Weber'schen Elektrodynamometers. In dem festen Rahmen befand sich konzentrisch mit dem erstern ein etwas kleinerer mit Draht bewickelter Rahmen, der um eine in der Ebene des Kreises liegende Axe in rasche Rotation versetzt werden konnte. Die Enden des Drahtes der beweglichen Rolle waren an zwei von einander isolierte Stücke der Axe befestigt, so daß ein in der beweglichen Rolle induzierter Strom durch auf der Axe schleifende Federn gerade wie bei den Magnetinduktionsapparaten fortgeführt werden konnte. Wird die feste Rolle von einem Strome durchflossen, so würde die ebenfalls von einem Strome durchflossene bewegliche Rolle sich so stellen, daß ihre Ebene jener der festen Rolle und die Ströme einander parallel und gleichgerichtet wären. Wird deshalb die drehbare Rolle aus der parallelen Stellung so gedreht, daß ihre Ebene zu der der festen Rolle senkrecht steht, so wird in ihr ein dem induzierenden gleichgerichteter, wird sie aus der senkrechten in die parallele Stellung gedreht, so wird ein dem induzierenden entgegengesetzter Strom erregt. Die Wärmeentwicklung wurde von Edlund in der vorhin angegebenen Weise beobachtet, bei dem geschlossenen Strom, wenn die drehbare Rolle nicht gedreht und wenn sie gedreht wurde, und bei dem Induktionsstrome. Folgende Tabelle enthält die Resultate einer Versuchsreihe, bei welcher die feste Rolle stets von demselben Strome durchflossen wurde. Die für die Wärmeentwicklung im Induktionsstrom angegebenen Zahlen sind nach der Angabe Edlunds mit 0,26 zu multiplizieren, um sie mit den andern vergleichbar zu machen.

Induktionsstrome	Wärmeentwicklung im Hauptstrome	
	ohne Induktion	mit Induktion
48,0	166,0	163,0
47,0	169,0	161,0
50,0	167,0	160,0
51,0	164,0	171,0
49,0	162,0	164,0
51,0	171,0	168,0
49,0	166,0	172,0
—	168,0	176,0
Mittel 49,3	166,6	166,9.

Wie man sieht ist die im Hauptstrom entwickelte Wärmemenge dieselbe bei der Induktion und ohne Induktion. Dasselbe Resultat gaben die übrigen Reihen.

Es ergibt sich hiernach, daß in diesem Falle die Induktion nicht als eine Arbeit des Hauptstromes aufzufassen ist, daß sie vielmehr als das Resultat der äußern geleisteten Arbeit erscheint. Den innern Grund in dem verschiedenen Verhalten erkennt man leicht, er liegt eben in der Rückwirkung des Induktionsstromes auf den Hauptstrom. Gehen wir in dem zuletzt besprochenen Falle von der Parallelstellung der beiden Scheiben aus, so hat auf der ersten Hälfte der Bahn der induzierte Strom dieselbe, auf der zweiten die entgegengesetzte Richtung, die Ströme verlaufen im übrigen ganz gleich; wenn deshalb der eine den Hauptstrom schwächt, muß der andere ihn verstärken, und da die Schwächung genau so lange dauert als die Verstärkung, muß sogar die Wärmewirkung, welche in jedem Momente dem Quadrate der Stromstärke proportional ist, etwas größer sein als ohne Induktion. In dem ersten Falle überwiegt dagegen die Schwächung, welche der verschwindende Induktionsstrom bewirkt, die Verstärkung durch den entstehenden, wie Edlund im einzelnen nachgewiesen hat<sup>1)</sup>.

Es genüge an der Betrachtung dieser einzelnen Fälle, welche wir ohne Überschreitung der hier zulässigen Grenzen nicht vermehren können, um den Beweis zu liefern, daß auch in den elektrischen Erscheinungen das Princip von der Erhaltung der Kraft als das alle Naturerscheinungen beherrschende sich bewährt<sup>2)</sup>.

1) Man sehe *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXXIII.

2) Ebenso würde es sachlich wie räumlich die hier zulässigen Grenzen weit überschreiten, wollten wir auf die neuerdings gemachten Versuche zu einer Theorie der elektrischen Erscheinungen oder einer Erklärung des Wesens der Elektrizität zu gelangen, eingehen, so interessant auch besonders die Theorie von Maxwell, auf welche wir schon bei Besprechung der Influenz hinwiesen, ist, welche die elektrischen Erscheinungen ohne Annahme einer Fernwirkung ableitet. Wir verweisen deshalb auf die kurze Darlegung dieser Theorien von *Wiedemann* im IV. Bande seiner Elektrizitätslehre, theoretisches Schlusskapitel, und auf die betreffenden Originalabhandlungen, wie *Maxwells Treatise on Electricity and Magnetism*, *Hankel*, Poggend. Ann. Bd. CXXVI. Bd. CXXXI. *Edlund*, Théorie des phénomènes électriques. Aus den Abhandlungen der Königl. Schwedischen Akademie der Wissenschaften Bd XII.



## Sachregister.

Die Bandzahl ist mit römischen, die Seitenzahl mit arabischen Ziffern angegeben.

### A.

Abbildung leuchtender Punkte durch kugelförmige brechende Flächen II. 219; durch Prismen II. 95.  
 Aberration des Lichtes II. 8.  
 — sphärische, bei Spiegeln II. 78.  
 — sphärische, bei Linsen II. 254.  
 Ablenkung des Lichtes in Prismen II. 89.  
 — doppelsinnige, der Galvanometer-nadel IV. 1057.  
 — freiwillige, der Galvanometer-nadel IV. 914.  
 Absorptiometer I. 500.  
 Absorption der Gase durch feste Körper I. 494; bei der Elektrolyse IV. 713.  
 — der Gase durch Flüssigkeiten I. 498.  
 — des Lichtes in festen und flüssigen Körpern II. 267; in Gasen II. 275; in farbigen Flammen II. 278; der chemisch wirksamen Strahlen II. 351; der fluorescierenden Strahlen II. 323.  
 — des Lichtes. Theorie nach Hohnholtz II. 308; von Wrede II. 436.  
 — der Wärme III. 190 ff. 205 ff. 254.  
 Absorptionskoeffizient der Gase I. 499.  
 — des Lichtes II. 129. 270. 310.  
 Absorptionsgesetz für Licht II. 269; für Wärme III. 194.  
 Absorptionsvermögen für Licht II. 269; für Wärme III. 256.  
 — Beziehung zum Emissionsvermögen für Licht II. 280. 311; für Wärme III. 261.  
 Abstossung, elektrische IV. 166. 186.  
 — magnetische IV. 44.  
 Abweichung, monochromatische u. chromatische, des Auges II. 366.  
 — der Magneten IV. 128. 131.  
 Accommodation II. 364.  
 Accorde, einfache I. 702; mehrfache I. 703.  
 Accumulatoren IV. 778.  
 Achromasie II. 213.  
 Achromatische Linsen II. 257.  
 — Prismen II. 214.  
 Adhäsion fester Körper I. 251.  
 — flüssiger Körper an festen I. 304. 312.

Adiabatisch III. 423.  
 Adiatherman III. 190.  
 Äquivalent, elektrolytisches IV. 706.  
 — elektrochemisches des Wassers IV. 920.  
 — endosmotisches I. 367.  
 — kalorische III. 820.  
 — mechanisches, der Wärme III. 387. 392. 397. 403. 481.  
 Aggregatzustände I. 193; ihre Veränderung III. 606. 644.  
 Agone IV. 154.  
 Akline IV. 154.  
 Aktinoelektricität IV. 181.  
 Alkoholometer I. 302.  
 Allotropie I. 189.  
 Amalgam, Kienmaiersches IV. 168.  
 Ampère (Strommaß) IV. 922.  
 Ampèresches Gestell IV. 800.  
 Ampèresche Regel der Nadelablenkung durch den Strom IV. 799.  
 Amplitude der Pendelbewegung I. 115.  
 — Korrektur wegen derselben I. 123.  
 — schwingender Bewegungen I. 560.  
 Anelektrisch IV. 167.  
 Aneroidbarometer I. 413.  
 Anion IV. 696.  
 Anker, magnetischer IV. 59; Siemensscher an magnetoelektrischen Maschinen IV. 1102.  
 Anode IV. 696.  
 Anomale Dispersion II. 106. 169. Theorie derselben II. 120 ff.  
 Ansammlungsapparat, elektrischer IV. 363.  
 Antrieb der Kraft I. 73.  
 Anziehung, allgemeine, der Massen I. 148. 152.  
 — der Masseneinheiten I. 176.  
 — elektrische IV. 169. 189.  
 — magnetische IV. 40. 59. 969.  
 — zweier Ströme IV. 803.  
 Aplanatisch II. 255.  
 Araometer, Nicholsonsches I. 295.  
 — für Flüssigkeiten I. 301.

## Arbeit der Kraft I. 73.

— Princip der Erhaltung derselben I. 74.

— Umsetzung in Wärme III. 403.

— innere III. 408; bei Gasen III. 524; äusserer III. 408; Trennung der innern u. äussern bei Gasen III. 504; bei festen und flüssigen Körpern III. 554.

Arbeit des elektrischen Stromes IV. 1161.

Armatur, magnetische IV. 58.

Astatisch IV. 912.

Atmosphäre I. 399.

— Druck einer I. 417. 555.

Atom I. 183; atomistische Theorie I. 183 190.

Atomgewicht I. 192; Beziehung zur spezifischen Wärme III. 576; bei den Gasen III. 597.

Atomwärme III. 577.

Auflösung I. 350.

Auftrieb I. 279. 292.

Auge, das menschliche II. 353; Gang der Lichtstrahlen in demselben II. 356.

Auricle des Induktionsfunken IV. 1120.

Ausbreitung von Flüssigkeiten auf festen Körpern I. 349; auf flüssigen I. 355.

Ausdehnung, isotroper, fester Körper III. 24; der Krystalle III. 42; des Quecksilbers III. 54; des Wassers III. 71; anderer Flüssigkeiten III. 82; der Gase III. 87; kubische, fester Körper III. 85; elektrische IV. 334; durch den galvanischen Strom IV. 653.

Ausdehnungskoeffizient III. 24 ff.; der Gase bei konstantem Volumen und konstantem Druck III. 100. 104 ff.

Ausfluss der Flüssigkeiten I. 370; durch kapillare Röhren I. 382.

Ausflussmenge der Flüssigkeiten I. 375.

Ausflusswinkel des Lichtes II. 38; der Wärme III. 238.

Auslader, allgemeiner elektrischer IV. 384.

Ausserordentlicher Strahl II. 483. 569. 573.

Ausströmen der Gase I. 504.

— durch kapillare Röhren I. 517.

Axe, freie I. 143.

— magnetische IV. 64; der Erde IV. 160.

— sphärischer brechender Flächen II. 219. 226; der Linsen II. 238; der Spiegel II. 63.

— optische, in einaxigen Krystallen II. 581.

— optische, in zweiaxigen Krystallen II. 605. 610. 615.

— sekundäre, in zweiaxigen Krystallen II. 605. 615.

— thermische, der Ausdehnung in Krystallen III. 46.

Axenwinkel optisch zweiaxiger Krystalle II. 615.

— Messung desselben II. 665.

## B.

Barometer I. 402; Gang desselben

Bäume an Wasserstrahlen I. 397

Batterie, elektrische IV. 371.

— galvanische IV. 493.

Beschleunigung I. 49. 553; beim Fall I. 58. 124. 132. 154. 163.

Beugung der Wellen II. 440.

Beugung des Lichtes II. 440. 444.

— der strahlenden Wärme III.

Beugungserscheinungen, Fresnel

444; Fraunhofersche II. 450;

eine Oeffnung II. 453; durch

Oeffnungen II. 459; bei durch

Schirmen II. 469.

Beugungsspektra des Lichtes II. 4

Wärme nach Langley III. 226.

Bewegung I. 47; gleichförmige

ungleichförmige I. 48. 75; glei

sig beschleunigte I. 48. 56

werfener Körper I. 69; durch

rität I. 347.

Bewegung, drehende I. 76.

— schwingende I. 559.

— Einfluss derselben auf die T

I. 829.

Bewegungsgrösse I. 72.

Bifilare Aufhängung I. 520.

Bifilarmagnetometer IV. 147.

Bilder in ebenen Spiegeln II.

Konvexspiegeln II. 77; in Hohl

II. 73.

— durch Brechung des Lichts in

förmigen Flächen II. 224. 236

— durch Brechung in Linsen II

— elektrische IV. 260.

Bildpunkte in Kugelspiegeln II.

Blasinstrumente I. 769.

Brechung des Lichtes II. 81; dur

men II. 89; durch krumme Flä

217; in einem System zweier

förmiger Flächen II. 226; in

centrirten System beliebig viele

flächen II. 250.

— des polarisierten Lichtes II.

— des Lichtes, doppelte II. 50

— des Schalles I. 817.

— der Wärmestrahlen III. 173.

— der Wellen I. 615.

Brechungsexponent II. 84; absol

85; Bestimmung desselben II. 1

hängigkeit vom Einfallswinkel

551; von der Körperdichte II. 1

Mischungen und Lösungen II. 1

Gase II. 189; Bestimmung de

durch totale Reflexion II. 204.

— der Wärmestrahlen III. 17

Abhängigkeit von der Well

III. 187.

Brechungsgesetz I. 617; II. 84;

tung desselben aus der Undu

## Sachregister.

Die Bandzahl ist mit römischen, die Seitenzahl mit arabischen Ziffern angegeben.

### A.

- Abbildung leuchtender Punkte durch kugelförmige brechende Flächen** II. 219; durch Prismen II. 95.
- Aberration des Lichtes** II. 8.
- sphärische, bei Spiegeln II. 78.
- sphärische, bei Linsen II. 254.
- Ablenkung des Lichtes in Prismen** II. 89.
- doppelsinnige, der Galvanometer-nadel IV. 1057.
- freiwillige, der Galvanometer-nadel IV. 914.
- Absorptiometer** I. 500.
- Absorption der Gase durch feste Körper** I. 494; bei der Elektrolyse IV. 713.
- der Gase durch Flüssigkeiten I. 498.
- des Lichtes in festen und flüssigen Körpern II. 267; in Gasen II. 275; in farbigen Flammen II. 278; der chemisch wirksamen Strahlen II. 351; der fluorescierenden Strahlen II. 323.
- des Lichtes. Theorie nach Helmholtz II. 308; von Wrede II. 436.
- der Wärme III. 190 ff. 205 ff. 254.
- Absorptionskoeffizient der Gase** I. 499.
- des Lichtes II. 129. 270. 310.
- Absorptionsgesetz für Licht** II. 269; für Wärme III. 194.
- Absorptionsvermögen für Licht** II. 269; für Wärme III. 256.
- Beziehung zum Emissionsvermögen für Licht II. 280. 311; für Wärme III. 261.
- Abstossung, elektrische** IV. 166. 186.
- magnetische IV. 44.
- Abweichung, monochromatische u. chromatische, des Auges** II. 366.
- der Magnetnadel IV. 128. 131.
- Accommodation** II. 364.
- Accorde, einfache** I. 702; mehrfache I. 703.
- Accumulatoren** IV. 778.
- Achromasie** II. 213.
- Achromatische Linsen** II. 257.
- Prismen II. 214.
- Adhäsion fester Körper** I. 251.
- flüssiger Körper an festen I. 304. 312.
- Adiabatisch** III. 423.
- Adiatherman** III. 190.
- Äquivalent, elektrolytisches** IV. 706.
- elektrochemisches des Wassers IV. 920.
- endosmotisches I. 367.
- kalorisches III. 820.
- mechanisches, der Wärme III. 387. 392. 397. 403. 481.
- Aggregatzustände** I. 193; ihre Veränderung III. 606. 644.
- Agone** IV. 154.
- Akline** IV. 154.
- Aktinoelektricität** IV. 181.
- Alkoholometer** I. 302.
- Allotropie** I. 189.
- Amalgam, Kienmaiersches** IV. 168.
- Ampère (Strommaß)** IV. 922.
- Ampèresches Gestell** IV. 800.
- Ampèresche Regel der Nadelablenkung durch den Strom** IV. 799.
- Amplitude der Pendelbewegung** I. 115.
- Korrektion wegen derselben I. 123.
- schwingender Bewegungen I. 560.
- Anelektrisch** IV. 167.
- Aneroidbarometer** I. 413.
- Anion** IV. 696.
- Anker, magnetischer** IV. 59; Siemensscher an magnetoelektrischen Maschinen IV. 1102.
- Anode** IV. 696.
- Anomale Dispersion** II. 106. 169. Theorie derselben II. 120 ff.
- Ansammlungsapparat, elektrischer** IV. 363.
- Antrieb der Kraft** I. 73.
- Anziehung, allgemeine, der Massen** I. 148. 152.
- der Masseneinheiten I. 176.
- elektrische IV. 169. 189.
- magnetische IV. 40. 59. 969.
- zweier Ströme IV. 803.
- Aplanatisch** II. 255.
- Äraometer, Nicholsonsches** I. 295.
- für Flüssigkeiten I. 301.



Doppelbrechung des Lichtes II. 482, 567.  
 physikalische Erklärung derselben II. 583; in zweiaxigen Krystallen II. 604; in gepressten und gekühlten Gläsern II. 668.  
 — der Wärme III. 227 ff.  
 Doppelstrich IV. 55.  
 Drehung der Polarisationssebene durch Reflexion II. 512; durch Brechung II. 514; im Quarz II. 672; Abhängigkeit von der Wellenlänge II. 673; in verschiedenen Krystallen II. 686; Theorie derselben von Reusch u. Sohnke II. 685. in Flüssigkeiten II. 687; durch Magnetismus IV. 1006 ff.; durch den elektrischen Strom IV. 1015.  
 Drehungskonstante des Zuckers II. 693.  
 Drehungsmoment I. 78. 551.  
 — reduziertes, zweier Kreisströme IV. 836; zweier Magnete IV. 105.  
 Drehungsvermögen, molekulares II. 689.  
 Drehwage I. 166. IV. 65.  
 Dreiklang I. 703.  
 Druck, hydrostatischer I. 276.  
 — hydraulischer I. 375.  
 — strömender Gase I. 519.  
 — gleichmässige Fortpflanzung in Flüssigkeiten I. 261.  
 Durdreiklang I. 704.  
 Dynamoelektrische Maschine IV. 1103; Theorie derselben IV. 1106.

## E.

Ebbe I. 176.  
 Ebene, schiefe I. 64.  
 Echo I. 815.  
 Ei, elektrisches IV. 438. 1135.  
 Einaxige Krystalle II. 680.  
 Einfallsebene I. 614. II. 48.  
 Einfallslot I. 614. II. 38.  
 Einfallswinkel I. 614. II. 38.  
 Eisen, passives IV. 649.  
 Eisenvioleline I. 740.  
 Eiskalorimeter von Lavoisier und Laplace III. 452; von Bunsen III. 454.  
 Elasticität I. 195; durch Biegung I. 228; durch Torsion I. 216; durch Zug I. 196.  
 — der Flüssigkeiten I. 264. 273.  
 Elasticitätskoeffizient I. 199. 553.  
 Elasticitätsgrenze I. 241.  
 Elasticitätsfläche einaxiger Krystalle II. 587.  
 Elasticitätsfläche zweiaxiger Krystalle II. 606.  
 Elastische Nachwirkung I. 233.  
 Elektrizität IV. 165; positive und negative IV. 167; Erkennung derselben IV. 168; Erregung derselben durch Reibung IV. 175; durch Schaben und Feilen IV. 178; durch Druck IV. 179; durch Wärme IV. 179. 618; durch chemische Prozesse IV. 182. 796; durch Kontakt IV. 181. 443 ff.; durch Induktion IV. 207; durch Kontakt zweier Metalle IV. 441 ff.; durch Kontakt von Metall und Flüssigkeiten IV. 461; durch Kontakt zweier Flüssigkeiten IV. 47; durch Kontakt von Metallen in Gasen IV. 483.  
 Elektrizität, Dichtigkeit derselben I. 225.  
 — Entladung derselben IV. 374; Dauer der Entladung IV. 388; Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entladung I. 401; oscillierende Entladung IV. 39; Wärmewirkung der Entladung IV. 41; mechanische Wirkung derselben I. 431; Lichtwirkung derselben IV. 43; chemische Wirkungen IV. 438. 73; physiologische Wirkungen IV. 43; elektrische Wirkungen IV. 439. 164; magnetische Wirkungen IV. 439. 95.  
 — Gesetze der Anziehung und Abstossung IV. 185.  
 — Leitung und Mittheilung IV. 171.  
 — Maass derselben IV. 182.  
 — Sitz derselben IV. 221.  
 — Verteilung auf Leitern IV. 227; auf der Kugel IV. 230; Ellipsoid IV. 231; kreisförmiger Platte IV. 232; mehreren mit einander verbundenen Leitern IV. 240.  
 — auf getrennten Leitern IV. 257.  
 — auf parallelen leitenden Flächen IV. 245.  
 — auf zwei konzentrischen Kugeln I. 276.  
 — auf zwei parallelen Ebenen IV. 277.  
 — auf zwei konzentrischen Cylindern IV. 253.  
 — in mit Hohlräumen versehenen Leitern IV. 255.  
 — Zerstreuung derselben IV. 197.  
 Elektrizitätsmenge, Messung in der Torsionswaage IV. 193.  
 Elektrisiermaschine IV. 346.  
 Elektrisierungskonstante IV. 228.  
 Elektrische Verteilung oder Influenz I. 207.  
 — in nichtleitenden Körpern IV. 227.  
 — in nichtleitenden Flüssigkeiten I. 320.  
 — in nichtleitenden festen Körpern IV. 332.  
 Elektrisches Grundgesetz Webers I. 814. Einwürfe gegen dasselbe IV. 82.  
 Elektrode IV. 696.  
 Elektrodynamik IV. 799.  
 Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 80.  
 Bestimmung der Konstanten desselben IV. 813 ff.; Webers Prüfung desselben IV. 831.



- Elektrodynamometer IV. 836.  
 Elektrolyse IV. 695; binärer Verbindungen IV. 695; von Lösungen IV. 698; der Sauerstoffsalze IV. 699 ff.; zusammengesetzter Verbindungen IV. 717; von Lösungsgemischen IV. 731.  
 — sekundäre Wirkungen bei derselben IV. 710.  
 — des Wassers IV. 711.  
 — Theorie derselben IV. 737.  
 — mechanische Theorie derselben IV. 1174.  
 Elektrolyt IV. 696.  
 Elektrolytisches Gesetz IV. 705.  
 Elektromagnetismus IV. 880.  
 Elektromagnete IV. 925; Anziehung und Tragkraft derselben IV. 969.  
 Elektromagnetische Rotationen IV. 891 896.  
 Elektrometer von Hankel IV. 284.  
 — von Kohlrausch IV. 269. 272.  
 — von W. Thomson IV. 276 ff. 310.  
 Elektromotorische Kraft IV. 445.  
 — der Elemente IV. 608 ff.  
 — ihre Bestimmung IV. 597.  
 — der Gassäulen IV. 613.  
 — der Thermoketten IV. 631.  
 — absolute Mafse derselben IV. 1139; elektromagnetisches IV. 1140; elektrodynamisches IV. 1151; mechanisches IV. 1153.  
 Elektromotorisches Gesetz IV. 477. 607.  
 Elektrooptische Erscheinungen IV. 339.  
 Elektrophor IV. 334.  
 Elektrophormaschine oder Influenzmaschine IV. 359.  
 Elektroskop IV. 166; Behrensches IV. 170.  
 Elemente, galvanische IV. 493.  
 — — konstante IV. 498.  
 Emission des Lichtes II. 284; Abhängigkeit von der Dicke und Dichte der strahlenden Schicht II. 291; von der Temperatur II. 300; Verhältnis zur Absorption II. 280.  
 — der Wärme III. 237; Verhältnis zur Absorption III. 261.  
 — Abhängigkeit von der Temperatur III. 246; 350 ff.  
 Emissionsgesetz für Wärme von Stefan III. 249. 361.  
 Emissionshypothese des Lichtes II. 39.  
 Emissionsvermögen für Licht II. 280.  
 Emissionsvermögen für Wärme III. 239.  
 — absoluter Wert desselben III. 364.  
 — Beziehung zum Absorptionsvermögen III. 261.  
 Endosmose I. 365.  
 — elektrische IV. 724.  
 Entladung der Elektrizität. Siehe Elektrizität.  
 Energie eines Körpers III. 408.  
 — elektrische IV. 235.  
 Erde, Dichtigkeit derselben I. 170.  
 — Magnetismus derselben IV. 128.  
 — Variationen des Magnetismus IV. 160.  
 — magnetisches Moment derselben IV. 160.  
 — magnetischer Zustand derselben IV. 152.  
 Erdinduktor IV. 1053.  
 Erdstrom IV. 864.  
 Erhaltung der Kraft, Princip der I. 74. III. 381.  
 Erhaltung der Pendelebene I. 146.  
 — der Rotationsebene I. 142.  
 Erkalten III. 351.  
 Erhaltungsgeschwindigkeit III. 246. 351.  
 Erhaltungsgesetze III. 353 ff.  
 Erhaltungsmethode zur Bestimmung der specifischen Wärmen III. 459.  
 Erstarren III. 607.  
 Erstarrungstemperatur III. 607.  
 Extraordinärer Strahl II. 483. 569. 573.  
 Extrastrom IV. 1039.

## F.

- Fall der Körper I. 58.  
 Fallmaschine I. 52.  
 Farad (Mafse der elektrischen Kapazität) IV. 1142.  
 Farben II. 98; komplementäre II. 105. 373.  
 — der Körper II. 266.  
 — dünner Blättchen II. 407.  
 — dünner Blättchen von einaxigen Krystallen II. 644; von zweiaxigen Krystallen II. 656.  
 — dicker Platten II. 423.  
 Farbenkurven in senkrecht zur Axe geschnittenen einaxigen Krystallen II. 633; in parallel der Axe geschnittenen einaxigen Krystallen II. 646; in gekreuzten Platten II. 650; in Quarzplatten II. 670. 679.  
 — in zweiaxigen Krystallen II. 658; in geprefsten oder gekühlten Gläsern II. 668.  
 Farbmischung II. 373.  
 Farbenringe, Newtonsche II. 407.  
 — Newtonsche im durchgelassenen Licht II. 411. 420.  
 — Newtonsche im polarisierten Licht II. 465.  
 — in einaxigen Krystallen II. 633.  
 Fernwirkung I. 153.  
 — elektrische, Faraday - Maxwellsche Theorie derselben IV. 341.  
 Fernpunkt II. 365.  
 Fernrohr II. 384; astronomisches II. 385; terrestrisches II. 386; Galileisches II. 386; katoptrisches II. 387.

Fernsichtigkeit II. 366.  
 Festigkeit I. 244.  
 Feuchtigkeit, wässrige, des Auges II. 354.  
 Flammen zur Analyse des Klanges I. 726.  
 Flasche, Leydener IV. 370.  
 Fluorescenz II. 314.  
 — Versuche einer Theorie derselben II. 329.  
 Fluorescenzlicht, Spectrum desselben II. 322.  
 Flüssigkeit I. 194. 260.  
 Flüssigkeiten, Bestimmung ihrer Ausdehnungskoeffizienten III. 54 ff.  
 Flut I. 176.  
 Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten I. 261.  
 — des Lichtes II. 4.  
 — des Schalles I. 784.  
 — der Wärme durch Strahlung III. 155; durch Leitung III. 275.  
 — der Wellen in Punktreihen I. 564.  
 — der Wellen in Punktsystemen I. 600. 604. 609.  
 Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes II. 8. 15. 18.  
 — des Schalles I. 785. 795. 804. 810. 813.  
 — der Wellenbewegung I. 576.  
 — der Elektrizität im Entladungsstrom IV. 401.  
 Fundamentalversuche, Voltasche IV. 443 ff.  
 Funke, elektrischer IV. 453.  
 — beim Öffnen der Ketten IV. 683.  
 — bei Induktionsströmen IV. 1118 ff.  
 Funkenmikrometer IV. 377.  
 Fufs I. 11.

## G.

Galvanismus, Entdeckung desselben IV. 441.  
 — Theorien desselben IV. 790 ff.  
 Galvanometer IV. 901. 912.  
 Gase, Beschaffenheit I. 194. 397.  
 — Kondensation zu Flüssigkeiten I. 492. III. 773. 777.  
 — dynamische Theorie derselben I. 439.  
 — Gröfse der Moleküle I. 535.  
 — Kritische Temperatur III. 777.  
 — Wegelängen der Moleküle I. 441.  
 — absolute Werte derselben I. 535.  
 — Zustandsgleichung derselben III. 103.  
 Gassäule, elektrische IV. 484.  
 Gefälle der Elektrizität IV. 513.  
 Gefäßbarometer I. 406.  
 Gefrierpunkt III. 607.  
 Geräusch I. 695.  
 Geschwindigkeit I. 47. 549; virtuelle I. 82.  
 Gesetze, physikalische I. 5; Ableitung aus Messungen I. 9.  
 Gesichtsempfindung II. 370.  
 Gesichtsfeld II. 355.  
 Gesichtswahrnehmung II. 374.

Gesichtswinkel II. 375.  
 Gewicht I. 12. 544. 548. 550.  
 — spezifisches I. 112; Bestimmung d. selben I. 294. 298. III. 144.  
 Gewicht, spezifisches, fester und flügender Körper III. 146; der Gase und Luft III. 148.  
 Gewichtsthermometer III. 15.  
 Gitter zur Beugung des Lichtes II. 4.  
 Gitterspektrum II. 468.  
 Glaskörper im Auge II. 354.  
 Gleichgewicht eines Punktes I. 65.  
 — eines Systems I. 90.  
 — einer Flüssigkeit unter Wirkung liebiger Kräfte I. 286.  
 — schwimmender Körper I. 293.  
 — indifferentes, labiles, stabiles I.  
 Gleichgewichtsfiguren von Flüssigkeiten I. 352.  
 Glimmlicht, negatives in Geislers Röhren IV. 1123. 1130.  
 Glocken I. 652. 740.  
 Glühen, elektrisches IV. 433.  
 — galvanisches, von Drähten IV. 6.  
 — galvanisches, der Kohlen spitzen I. 686 ff.  
 Goldblattelektroskop IV. 166.  
 Gramm I. 12.  
 Grenze der Hörbarkeit I. 720.  
 Grenzwinkel der totalen Reflexion 201. 517.

## H.

Hahn, Babinetscher I. 480.  
 — Grassmannscher I. 482.  
 Halblinsen von Billet II. 406.  
 Halbleiter der Elektrizität IV. 173.  
 Halbschatten II. 5.  
 Halbschattenapparate (Saccharimeter) 698.  
 Hammer, Wagnerscher IV. 1021.  
 Härte I. 245.  
 Hauchbilder I. 495.  
 Hauptbrennpunkte II. 220.  
 Hauptbrennweiten II. 220; von Lin II. 241.  
 Hauptebene II. 230.  
 Hauptgleichung, erste der mechanischen Wärmetheorie III. 407.  
 — zweite der mechanischen Wärmetheorie III. 427.  
 Hauptlagen, magnetische IV. 102. 1.  
 Hauptpunkte II. 230.  
 Hauptsatz, erster, der mechanischen Wärmetheorie III. 407.  
 — zweiter, der mechanischen Wärmetheorie III. 413.  
 Hauptschnitt bei Krystallen II. 452.  
 Hebel I. 78.  
 Hebelarm I. 80.  
 Heberbarometer I. 410.

Heliostat II. 54.  
 Heliotrop II. 56.  
 Höhenmessung, barometrische I. 461.  
 Hohlspiegel II. 73.  
 Hörbarkeit, Grenze der I. 720.  
 Horopter II. 377.  
 Huyghenssche Konstruktion des doppelt gebrochenen Lichtes II. 570; Vergleich derselben mit der Erfahrung II. 575.  
 Huyghenssches Princip I. 604.  
 Hydraulische Presse I. 284.  
 Hygrometer von Daniell III. 768.  
 — von Regnault III. 769.

## I.

Identische Netzhautpunkte II. 377.  
 Idioelektrisch IV. 167.  
 Indifferenzzone, magnetische IV. 41.  
 Induktion, elektrische IV. 1020.  
 — in linearen Leitern IV. 1021.  
 — in körperlichen Leitern IV. 1076.  
 — magnetelektrische IV. 1025.  
 — durch den Erdmagnetismus IV. 1051.  
 — durch Reibungselektricität IV. 1045.  
 — unipolare IV. 1047.  
 — Theorie derselben von Neumann IV. 1057.  
 — Theorie derselben von Weber IV. 1063.  
 — photochemische II. 346.  
 Induktionsapparate, magnetelektrische IV. 1096.  
 — elektromagnetische IV. 1112.  
 Induktionsgesetz, von Lenz IV. 1024.  
 Induktionsinklinatorium IV. 1053.  
 Induktionsströme, ihre Dauer IV. 1090.  
 — ihre Gesetze IV. 1024. 1027.  
 — höherer Ordnung IV. 1055.  
 Induktionsvermögen, spezifisches IV. 287 ff.  
 Influenz, elektrische IV. 207; auf Nichtleitern IV. 285. 319; Theorie derselben IV. 215; von Faraday IV. 285. 341.  
 Influenzelektricität der ersten und zweiten Art IV. 210.  
 Influenzmaschinen IV. 359.  
 Inklination der Magnetnadel IV. 129. 138. 161.  
 Inklinatorium IV. 139.  
 Intensität des Schalles I. 696. 784.  
 — des Lichtes II. 30.  
 — des gebeugten Lichtes II. 446. 453 ff.  
 — des polarisierten Lichtes II. 486.  
 Intensität des reflektierten und gebrochenen Lichtes II. 502. 507. 510.  
 — des Erdmagnetismus IV. 130. 144. 148. 163.  
 Interferentialrefraktor II. 428.  
 Interferenz des Lichtes II. 392 ff.  
 — Bedingungen derselben II. 403.

Interferenz bei großen Gangunterschieden II. 430.  
 — des polarisierten Lichtes II. 490. 626.  
 — des Schalles I. 832. 836.  
 — der Wärme III. 222.  
 — der Wellen I. 577 ff.  
 Interferenzprisma II. 406.  
 Interferenzspiegel II. 393.  
 Interferenzstreifen II. 394.  
 Interruptor IV. 761; von Foucault IV. 1116.  
 Intervalle der Töne I. 702.  
 Jodsilber, Ausdehnung desselben III. 53.  
 Ionen IV. 696; Wanderung derselben IV. 721.  
 Irradiation II. 368.  
 Isodynamen IV. 153.  
 Isogonen IV. 153.  
 Isoklinen IV. 153.  
 Isolator der Elektricität IV. 172.  
 Isotherme Fläche III. 310.  
 Isothermische Kurve III. 424.  
 Isotrop I. 601.

## K.

Kaleidophon I. 670.  
 Kaleidoskop II. 61.  
 Kalibrieren der Thermometer III. 13.  
 Kalkspatprisma, achromatisiertes II. 593.  
 Kalorimeter III. 436. 453. 454.  
 Kalorimotor, Hares IV. 497.  
 Kältemischungen III. 642.  
 Kante, brechende II. 89.  
 Kapazität elektrische IV. 229.  
 Kapillarelektrometer IV. 784.  
 Kapillarrohren I. 316.  
 Kapillaritätskonstanten I. 332.  
 Kapillarwirkungen, Bewegung durch dieselben I. 347.  
 Kathetometer I. 24.  
 Kathode IV. 696.  
 Kathodenstrahlen IV. 1130.  
 Kation IV. 696.  
 Kehlkopf I. 772.  
 Kernschatten II. 5.  
 Ketten, konstante galvanische IV. 498.  
 Kilogramm I. 12.  
 Klang I. 696.  
 — Analyse desselben I. 722, Apparat zur Analyse desselben von König I. 725.  
 Klänge, longitudinal schwingender Stäbe I. 732.  
 — der Saiten I. 734; des Klaviers I. 736; der Geige I. 737.  
 — transversal schwingender Stäbe I. 738.  
 Klänge schwingender Platten I. 740.  
 — gedeckter Pfeifen I. 743; offener Pfeifen I. 749; der Zungenpfeifen I. 759. 767.



Klänge der Blasinstrumente I. 769.  
 Klangfiguren, Chladnische I. 647 ff.  
 Knoten in Wasserstrahlen I. 393.  
 Knotenlinien I. 647.  
 Knotenpunkte in schwingenden Punkt-  
 reihen I. 584.  
 — in schwingenden Stäben I. 624. 644.  
 — in schwingenden Saiten I. 634.  
 — optische, bei Linsen II. 235.  
 Koerektivkraft IV. 47.  
 Kohäsion I. 194; bei Flüssigkeiten I.  
 304.  
 — spezifische I. 342.  
 Kohlenlicht IV. 684; seine Intensität  
 IV. 689 ff.  
 Körper, feste I. 194.  
 — flüssige I. 260.  
 — gasförmige I. 397.  
 — schwimmende I. 292.  
 Kollektorplatte IV. 364.  
 Kombinationstöne I. 841.  
 Kommunizierende Röhren I. 282.  
 Kommutator IV. 803. 931.  
 Komparator I. 13.  
 Kompensationspendel III. 141.  
 Kompensationsmethode zur Bestimmung  
 der elektromotorischen Kraft IV. 598.  
 Kompensator von Babinet II. 524.  
 Komplementärfarben II. 105. 373.  
 Kompressibilität der Flüssigkeiten I. 264.  
 Kompressionscoefficient, kubischer, fester  
 Körper I. 209.  
 — der Flüssigkeiten I. 265. 273.  
 Kompressionspumpe I. 489.  
 Kondensation der Gase I. 492 III. 773. 777.  
 Kondensator, elektrischer IV. 366.  
 — bei Induktionsapparaten IV. 1116.  
 Kondensatorplatte IV. 364.  
 Konische Refraktion II. 620.  
 Konsonanz I. 702.  
 — Theorie derselben I. 845.  
 Konstanten, optische, der Krystalle, ihre  
 Bestimmung II. 661.  
 Kontaktelektricität IV. 441.  
 Kontakttheorie IV. 791.  
 Kontraktion von Flüssigkeitsgemischen  
 I. 351.  
 Kontraktion von Salzlösungen I. 350.  
 Kontrastfarben II. 374.  
 Konvexspiegel II. 71.  
 Korrektur der Thermometer für den  
 herausragenden Faden III. 375.  
 Kraft I. 50. 544. 548. 550.  
 — brechende II. 138.  
 — elektromotorische IV. 367.  
 — Erhaltung derselben I. 74. III. 381.  
 — lebendige I. 73.  
 — Messung derselben I. 51. 72. 544.  
 548. 550.  
 Kräfteparallelogramm I. 62.  
 Krystalle, einaxige II. 580.

Krystalle zweiaxige II. 604. 624.  
 — Anwendung derselben als Polari-  
 sationsapparate II. 593.  
 — — zur Photometrie II. 598.  
 Krystalllinse, im Auge II. 354.  
 Kurve, adiabatische III. 424.  
 — isothermische III. 424.  
 Kurven, isochromatische, in einigen  
 Krystallen II. 636. 646; in anderen  
 Krystallen II. 658.  
 Kurzsichtigkeit II. 365.

## L.

Labialpfeifen I. 742 ff.  
 Ladungsapparat, elektrischer IV. 369.  
 Ladungsflasche IV. 363.  
 Ladungsplatte, Franklinsche IV. 370.  
 Ladungsstativ IV. 386.  
 Längsschwingungen. Siehe Schwin-  
 gungen, longitudinale.  
 Leiter der Elektricität IV. 172.  
 Leitungsfähigkeit, elektrische IV. 172.  
 — Einfluss der Temperatur IV. 171.  
 — der Gase IV. 174; des leeren Raums  
 IV. 174.  
 —, galvanische, Bestimmung derselben  
 bei festen Körpern IV. 557. 563; bei  
 flüssigen Körpern IV. 582 ff.  
 — fester Körper IV. 575; Abhänge-  
 keit von der Temperatur IV. 578; der  
 Legierungen IV. 576; Verhältnis zur  
 Wärmeleitungsfähigkeit IV. 580.  
 — flüssiger Körper IV. 568; Theorie  
 derselben IV. 751.  
 — für Wärme, äussere III. 281; innen  
 III. 280.  
 — für Wärme fester Körper III. 280 ff.  
 — für Wärme der Flüssigkeiten III. 312.  
 — für Wärme der Gase III. 327. 343.  
 — — Theorie derselben III. 336.  
 — für Wärme der Krystalle und Halbleiter  
 III. 309.  
 Leitungswiderstand, elektrischer IV. 419.  
 Einheiten desselben IV. 548. 1140.  
 1152. 1154.  
 Leydener Flasche IV. 369.  
 Licht II. 3; Ausbreitung desselben II.  
 4; Fortpflanzungsgeschwindigkeit II.  
 8. 15. 18.  
 — elektrisches IV. 434.  
 — durch den galvanischen Strom IV.  
 682. 684.  
 — des Induktionsfunken IV. 1120.  
 — elektrisches, des Induktionsfunken,  
 in Geisslerschen Röhren IV. 1121.  
 — elektrisches, des Induktionsfunken,  
 in Geisslerschen Röhren, Schichtung  
 desselben IV. 1123 ff.  
 — elektrisches, Einfluss des Magnets  
 auf dasselbe IV. 1135.  
 — ultraviolettes II. 321.



Lichtäther II. 43.  
 Lichtbogen, galvanischer IV. 686.  
 — galvanischer, elektromotorische Kraft desselben IV. 693.  
 — galvanischer, Widerstand desselben IV. 692.  
 Lichtstärke II. 30; Abnahme derselben mit der Entfernung II. 34.  
 Lichtwirkungen, chemische II. 341.  
 Linien, Fraunhofersche II. 146.  
 — im Wärmespectrum III. 181 ff.  
 — Talbotsche II. 435.  
 Linsen II. 237.  
 — achromatische II. 257.  
 — aplanatische II. 255.  
 Linsenbilder II. 244.  
 Linsenkombination II. 256.  
 Litter I. 12.  
 Longitudinalschwingungen. Siehe Schwingungen, longitudinale.  
 Longitudinaltöne. Siehe Klang.  
 Luftballon I. 402.  
 Luftdruck I. 402. 417. 555.  
 Luftpumpe I. 474. 481. 484.  
 Luftthermometer III. 21; nach Magnus III. 92; nach Jolly III. 95.  
 — Vergleichung derselben III. 120.  
 — elektrisches IV. 418.  
 Luftwiderstand I. 542.  
 Lupe II. 380.

## M.

Maße, die in der Physik gebräuchlichen I. 11.  
 — abgeleitete I. 548.  
 — Dimensionen derselben I. 548 ff.  
 — absolute I. 544. 548.  
 Maß der Elektricität IV. 184.  
 — absolutes, der elektromotorischen Kraft, elektromagnetisches IV. 1140; elektrodynamisches IV. 1151; mechanisches IV. 1154.  
 — absolutes, des Magnetismus IV. 106.  
 — absolutes, des Widerstandes, elektromagnetisches IV. 1140; elektrodynamisches IV. 1151; mechanisches IV. 1154.  
 — absolutes elektromagnetisches, der Stromstärke IV. 916.  
 — absolutes elektrodynamisches, der Stromstärke IV. 923.  
 — chemisches, der Stromstärke IV. 527. 920.  
 — der Wärme III. 187.  
 Maßflasche, Lanesche IV. 386.  
 Maßsystem, relatives I. 544.  
 — absolutes I. 547.  
 Magnetrystallkraft IV. 1001.  
 Magnet, seine Konstitution IV. 47.  
 — seine Direktionskraft IV. 43. 63;  
 Messung derselben IV. 70.

Magnet, seine Fernwirkung IV. 84 ff.  
 — seine Tragkraft IV. 59.  
 — Verfertigung desselben IV. 54.  
 Magnetbündel IV. 57.  
 Magneteisenerz IV. 40.  
 Magnetisieren IV. 54.  
 — durch den galvanischen Strom IV. 925 ff.  
 Magnetisierende Kraft IV. 934.  
 Magnetisierungskonstante IV. 954.  
 Magnetisierungsfunktion IV. 964.  
 Magnetisierungsspirale IV. 927.  
 Magnetismus IV. 40.  
 — Verteilung in Magneten IV. 108.  
 — Einfluß mechanischer Kräfte IV. 113.  
 — Einfluß der Torsion IV. 115; der Biegung IV. 121.  
 — Einfluß der Wärme IV. 121; des Lichtes IV. 126.  
 — in Elektromagneten, Abhängigkeit von der Stromstärke IV. 931; von der Beschaffenheit der Stäbe IV. 947 ff.; von der Form der Stäbe IV. 949; Theorie von Poisson, Neumann, Kirchhoff IV. 949 ff.; Verteilung desselben IV. 963.  
 Magnetismus der Erde IV. 128.  
 — der Lage IV. 130.  
 — Theorie desselben von Ampère IV. 926.  
 — specifischer IV. 997. 999.  
 Magnetsadel, Ablenkung durch den Strom IV. 880; durch einen Kreisstrom IV. 901.  
 Magnetoinduktion IV. 1025.  
 Magnetoinduktionsapparate IV. 1096.  
 Magnetometer IV. 73.  
 Magnetpol IV. 43. 68.  
 Manometer I. 463.  
 — von Desgoffe I. 284.  
 — von Regnault I. 466.  
 Mariottesches Gesetz I. 418.  
 — Ableitung desselben aus der dynamischen Gastheorie I. 452.  
 — Abweichung der Gase von demselben I. 426. 432.  
 Masse, ihre Definition I. 59. 548.  
 Materie, ihre Beschaffenheit I. 182.  
 Maximumthermometer III. 133 ff.  
 Meridian, magnetischer IV. 43. 64. 153.  
 Metacentrum I. 293.  
 Metallthermometer III. 136.  
 Meter I. 11.  
 Mikrometer von Rochon II. 596.  
 Mikrometerschraube I. 15.  
 Mikroskop, einfaches II. 380; zusammengesetztes II. 382.  
 — objektives II. 381.  
 Milligramm I. 12.  
 Millimeter f. I. 11.  
 Minimumthermometer III. 133.  
 Mischung von Flüssigkeiten I. 350.

Mischungsmethode zur Bestimmung der specifischen Wärme III. 430; 434 ff.  
 Mittellinie, optische, in zweiaxigen Krystallen II. 611.  
 Mittelpunkt paralleler Kräfte I. 86.  
 Modulus der Metalle und Metalloide für die Wärmeentwicklung durch chemische Prozesse III. 821.  
 Molekül I. 190.  
 Moleküle, Gröfse und Zahl derselben bei Gasen I. 537.  
 — mittlere Wegelängen derselben I. 441. 535.  
 — Geschwindigkeit derselben I. 458.  
 Molekularkräfte I. 194.  
 — Gröfse ihrer Wirkungssphäre I. 343.  
 Molekularmagnetismus IV. 1001.  
 Molekularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern I. 304. 311. 349.  
 — zwischen festen Körpern und Gasen I. 494 ff.  
 — zwischen flüssigen Körpern und Gasen I. 498 ff.  
 Molltreiklang I. 705.  
 Moment, magnetisches IV. 69.  
 — statisches I. 78.  
 — der Trägheit I. 96.  
 Monochord I. 700.  
 Multiplikator III. 161. IV. 912.  
 — Gradnierung desselben III. 165. IV. 915.

## N.

Nachbilder, positive II. 373; negative II. 373.  
 Nachwirkung, elastische I. 233 ff.  
 Nadeln, astatische IV. 912.  
 Nahepunkt II. 366.  
 Netzhaut II. 354.  
 Netzhautbilder II. 355.  
 Netzhautpunkte, identische II. 377.  
 Neutraler Punkt (bei Thermoströmen) IV. 625.  
 Nichtleiter für Elektrizität IV. 172.  
 Nicolsches Prisma II. 594.  
 Niveauflächen in Flüssigkeiten I. 277.  
 — des Potentials IV. 15.  
 Nonius I. 21.  
 Nordpol, magnetischer der Erde IV. 160.  
 Normaldruck bei Flüssigkeiten I. 307.  
 Nullpunkt der Thermometer III. 9.  
 — absoluter, der Temperatur III. 103.

## O.

Oberflächenspannung bei Flüssigkeiten I. 307.  
 Objektiv für Fernrohre II. 384.  
 — für Mikroskope II. 382.  
 Öffnungsstrom IV. 1021.  
 Ohm, das (Maß des Widerstandes) IV. 1142.

Ohmsches Gesetz IV. 507.  
 — Experimentelle Bestätigung desselben durch Kohlrausch IV. 520.  
 — Experimentelle Bestätigung desselben durch Messung der Stromstärke IV. 525.  
 Ohr I. 825.  
 Oktave I. 703.  
 Okular II. 384; terrestrisches II. 384.  
 Ordinärer Strahl II. 483. 567.  
 Orgelpfeife, gedeckte I. 743; offene I. 749.  
 Oscillationen. Siehe Schwingungen.  
 Oscillierende Entladung IV. 396.  
 Ozon IV. 712.

## P.

Papinscher Topf III. 656.  
 Paradoxon, hydrostatisches I. 278.  
 Parallaxe der Sonne II. 14.  
 Parallelogramm der Kräfte I. 62.  
 — der Drehungen I. 82.  
 Parallelepipeton, Fresnelsches II. 52.  
 Partialentladung IV. 388.  
 Passivität der Metalle IV. 780.  
 Pauke I. 740.  
 Pause, elektrische IV. 435.  
 Peltiersches Phänomen IV. 651 ff.  
 Pendel I. 114.  
 Pendel, Ableitung seiner Schwingungsdauer I. 116.  
 — mathematisches I. 120.  
 — physisches I. 120.  
 — physisches, Anwendung bei Uhr I. 136.  
 Pendelgesetze I. 116.  
 — experimentelle Bestätigung derselben I. 121.  
 — allgemeine Anwendung derselben I. 137.  
 Pendelversuch, Foucaultscher, I. 146.  
 Pfeifen, gedeckte I. 743; offene I. 743.  
 — kubische I. 753.  
 Pfeifentöne I. 743 ff.  
 Pfund I. 12.  
 Phase der Schwingung I. 560.  
 Phonautograph I. 663.  
 Phonograph I. 822.  
 Phosphoreszenz II. 334.  
 Phosphoroskop II. 337.  
 Photographie II. 343.  
 Photometer von Bunsen II. 32.  
 — Glan II. 601.  
 — Ritchie II. 32.  
 — Rumford II. 31.  
 — Wild II. 654.  
 — Zöllner II. 600.  
 Physik, Aufgabe und Inhalt I. 1.  
 — Methode derselben I. 2.  
 Piezometer I. 266.

- Pol**, analoger und antiloger elektrischer, bei Krystallen IV. 180.
- Pole**, magnetische IV. 4. 68.
- magnetische der Erde IV. 160.
- der Solenoide IV. 874.
- Polarisation** des Lichtes II. 481.
- des Lichtes durch Doppelbrechung II. 482.
- des Lichtes durch einfache Brechung II. 498.
- des Lichtes durch Reflexion II. 495.
- des Lichtes, Wesen derselben II. 487.
- cirkulare, des total reflektierten Lichtes II. 522.
- cirkulare, im Bergkrystall II. 680.
- elliptische, des total reflektierten Lichtes II. 529.
- elliptische, des Lichtes bei Metallreflexion II. 547.
- elliptische, des Lichtes bei gewöhnlicher Reflexion II. 559.
- der Wärme III. 227.
- galvanische IV. 759 ff.
- Polarisationsapparate** II. 593. 634. 696. 698. 700.
- Polarisationsbüschel** II. 485.
- Polarisationsebene** II. 485.
- Drehung derselben im Quarz II. 670; in andern Körpern II. 686.
- Drehung derselben durch den galvanischen Strom und Magnete IV. 1006.
- Polarisationsphotometer** II. 600. 601. 654.
- Polarisationswinkel** II. 497.
- Polaristrobometer** II. 696.
- Polarität**, diamagnetische IV. 985.
- Porosität** I. 193.
- Potential**, IV. 30.
- einer gegebenen Menge auf sich selbst IV. 34.
- zweier gegebener Mengen auf einander IV. 31.
- zweier geschlossenen Ströme auf einander IV. 827.
- magnetisches, der Erde IV. 158.
- Potentialfunktion** IV. 1.
- einer homogenen Kugel IV. 11.
- Niveaufächen derselben IV. 15.
- Bedeutung des zweiten Differentialquotienten IV. 18.
- und ihre Differentialquotienten in einer Fläche IV. 21.
- Presse**, hydraulische I. 284.
- Prim** I. 702.
- Princip**, Archimedisches I. 290; bei Gasen I. 400.
- der Erhaltung der Kraft I. 74. III. 381.
- der Gleichheit von Aktion und Reaktion I. 78.
- der virtuellen Geschwindigkeiten I. 81.
- Princip**, Huyghenssches der Fortpflanzung der Wellen I. 604.
- Prisma**, Brechung des Lichtes durch dasselbe II. 89.
- achromatisches II. 216.
- geradsichtiges II. 217.
- Foucaultsches II. 595.
- Nicolsches II. 594.
- Sénarmontsches II. 593.
- Wollastonsches II. 602.
- Prüfungskörper** IV. 236.
- Psychrometer** III. 770.
- Punkte**, fixe, am Thermometer III. 9.
- Punktsystem**, isotropes I. 601; homogenes I. 601.
- Schwingungen desselben I. 601 ff.
- Pyknometer** I. 297.
- Pyrheliometer** III. 370.
- Pyroelektricität** IV. 179.
- Pyrometer** III. 137.

## Q.

- Quadrantenelektrometer** IV. 277 ff.
- Quarte** I. 703.
- Quartsextaccord** I. 705.
- Quarz**, Drehung der Polarisationssebene in demselben II. 670.
- rechtsdrehender und linksdrehender II. 671.
- Quecksilber**, Ausdehnung desselben III. 58.
- Quecksilbereinheit**, Siemenssche IV. 551; Absoluter Werth derselben IV. 1150.
- Quecksilberkalorimeter** III. 816.
- Quecksilberluftpumpen** I. 484 ff.
- Quecksilberthermometer** III. 6. 16.
- Vergleichung derselben III. 128.
- Quellen** der Wärme III. 369. 800.
- Querkontraktion** I. 200 ff.
- Querschwingungen** im polarisierten Lichte II. 487; Nachweis derselben II. 489.
- Quinte** I. 703.

## R.

- Raum**, schädlicher, in d. Luftpumpe I. 473.
- Reaktionsrad** I. 280.
- Reduktion** der Wägungen auf den luftleeren Raum III. 111.
- Reduktionsfaktor** der Tangentenbussole IV. 530.
- Reflexion** des Lichtes II. 47.
- des Lichtes, Ableitung des Reflexionsgesetzes II. 50.
- des Lichtes an krummen Flächen II. 62.
- des Lichtes, diffuse II. 266.
- des Lichtes, totale II. 200. 515.
- des polarisierten Lichtes an durchsichtigen Medien II. 498 ff. 559.
- des polarisierten Lichtes an stark absorbierenden Medien II. 531.

Reflexion des polarisierten Lichtes an Metallen II. 546.  
 — des Schalles I. 814.  
 — der Wärme III. 171.  
 — der Wärme, diffuse III. 217.  
 — der Wellen I. 609.  
 Reflexionsgoniometer II. 57.  
 Reflexionstheorie von Cauchy nach Beer II. 532.  
 — von Fresnel II. 498.  
 — von Ketteler II. 506. 540.  
 — von Neumann II. 504.  
 Refraktion. Siehe Brechung.  
 — konische II. 620.  
 Reibung fester Körper, äussere I. 252; innere I. 253.  
 — der Flüssigkeiten I. 379; äussere I. 380; innere I. 381.  
 — der Gase I. 511; Theorie derselben I. 512.  
 Reibungskonstante bei Flüssigkeiten, innere I. 381; ihre Bestimmung I. 384.  
 — bei Gasen I. 516; ihre Bestimmung I. 517.  
 Reibungselektricität. Siehe Elektricität.  
 Reihe, elektrochemische, der Elemente IV. 741.  
 Reisetheodolith IV. 136.  
 Resonanz I. 819.  
 Resonator I. 724.  
 Reversionspendel I. 132.  
 Rheochord IV. 554.  
 Rheostat IV. 553.  
 Röhren, communicierende I. 282.  
 — Geißlersche II. 293. IV. 1121.  
 Rotationen, elektrodynamische IV. 807.  
 — von Strömen unter dem Einfluß der Magnete. IV. 891.  
 — von Magneten unter dem Einfluß von Strömen IV. 896.  
 Rotationsapparat Bohnenbergers I. 143.  
 — von Fessel I. 144.  
 Rotationsebene, Erhaltung derselben I. 142.  
 Rotationsmagnetismus IV. 1076.  
 Rückschlag, elektrischer IV. 440.  
 Rückstand, elektrischer, in der Batterie IV. 405.  
 — Theorie desselben IV. 408.

## S.

Saccharimeter von Dubosq II. 700.  
 — von Laurent II. 699.  
 — von Wild II. 696.  
 Saccharimetrie II. 694.  
 Saiten, Schwingungen derselben I. 628 ff.  
 — Klänge derselben I. 734 ff.  
 Salzlösung, Siedetemperaturen III. 650.  
 — Wärmeverbrauch bei Herstellung III. 5.

Säule, Voltasche IV. 436.  
 — trockene IV. 491.  
 Schall, Ursache desselben I. 693.  
 — Qualität desselben I. 695.  
 — Ausbreitung in der Luft I. 733.  
 Schallgeschwindigkeit in der Luft 785 ff.  
 — indirekte Messung derselben I. 77  
 — in festen Körpern I. 804.  
 — in Flüssigkeiten I. 810.  
 Schatten II. 4.  
 Schichtung von Flüssigkeiten I. 344.  
 — des positiven Lichtes in Geisslerschen Röhren IV. 1123 ff.  
 Schlag, elektrischer IV. 439.  
 Schlagweite IV. 376.  
 Schliessungsstrom IV. 1021.  
 Schmelzen III. 606.  
 — Volumänderung bei demselben I. 610.  
 Schmelzpunkt III. 606.  
 — Änderung desselben durch Druck III. 627.  
 — von Legierungen und Lösungen I. 632.  
 Schmelztemperatur III. 606.  
 Schmelzwärme III. 617.  
 — Beziehung zur specifischen Wärme III. 623.  
 — zum Elasticitätskoefficienten III. 62  
 — Änderung derselben mit der Schmelztemperatur III. 625.  
 Schwächungskoefficient bei Absorption des Lichts II. 273.  
 Schwere, Dasein und Richtung I. 1  
 Identität mit der allgemeinen Anziehung I. 154.  
 Schwerpunkt I. 93.  
 Schwimmen der Körper I. 292.  
 Schwingung des Pendels I. 114 ff.  
 — eines Punktes I. 559. 560 ff.  
 — einer Punktreihe I. 564. 568.  
 — eines Punktsystems I. 600.  
 — fester Körper I. 618.  
 Schwingungen, drehende, von Drähten I. 220. 254; von Stäben I. 654.  
 — elliptische I. 585 ff.  
 — longitudinale I. 567.  
 — longitudinale, fester Körper I. 620 f.  
 — longitudinale, von Flüssigkeiten und Gasen I. 672 ff.  
 — stehende I. 581 ff.  
 — transversale I. 567.  
 — transversale, in Flüssigkeiten I. 630 f.  
 Schwingungen, transversale, von Platten I. 647 ff.  
 — transversale, von Saiten I. 628 ff.  
 — transversale, von Stäben I. 641 ff.  
 — Zusammensetzung mehrerer, gleiche Richtung und Periode I. 577



- Schwingungen, Zusammensetzung mehrerer, verschiedener Richtung und gleicher Periode I. 585 ff.  
 — Zusammensetzung mehrerer, verschiedener Periode I. 592 ff.  
 — zusammengesetzte, fester Körper I. 658 ff.  
 Schwingungskurven I. 666 ff.  
 Schwingungsdauer des Pendels I. 116 ff.  
 — der Punkte einer schwingenden Punktreihe I. 576.  
 — drehend schwingender Stäbe I. 657.  
 — longitudinal schwingender Stäbe I. 622 ff.  
 — transversal schwingender Saiten I. 633 ff.  
 — transversal schwingender Stäbe I. 642 ff.  
 Schwingungsdauer der Schallwellen I. 718.  
 Schwingungsebene des polarisierten Lichtes II. 488.  
 Schwingungsknoten I. 584.  
 Schwingungsphase I. 560.  
 Schwingungspunkt I. 121.  
 Schwingungsweite des Pendels I. 115.  
 — schwingender Punkte I. 560.  
 Schwingungszahl, absolute, der Töne I. 718.  
 Sehen II. 355.  
 — in verschiedener Entfernung II. 362.  
 Sehweite, deutliche II. 365.  
 Seitendruck I. 280.  
 Sekunde I. 703.  
 Sekundäre Axen in zweiaxigen Krystallen II. 605. 615.  
 Sekundenpendel I. 136. 164.  
 Septime I. 705.  
 Sert I. 702.  
 Sextaccord I. 705.  
 Sieden III. 644; Erklärung desselben III. 662.  
 Siedepunkt III. 644; Änderungen bei konstantem Druck III. 645.  
 — Abhängigkeit vom Druck III. 654.  
 — von Salzlösungen III. 650.  
 — an Thermometer III. 9.  
 — absoluter III. 789.  
 Sinusbussole IV. 910.  
 Sinuselektromotor IV. 272.  
 Sirene I. 697.  
 Solenoid IV. 867.  
 Sonnenmikroskop II. 381.  
 Sonnenwärme III. 369.  
 Spannkraft der Dämpfe III. 661.  
 — Maximum derselben III. 661.  
 — Messung derselben III. 666.  
 Spannkraft der Wasserdämpfe III. 677.  
 — der Dämpfe aus Salzlösungen III. 687.  
 — der Dämpfe von verschiedenen Flüssigkeiten III. 690.  
 Spannkraft der Dämpfe von Flüssigkeitsgemischen III. 697.  
 — der Dämpfe in Gasen III. 701.  
 — der flüssigen Gase III. 776.  
 — der Dämpfe, theoretische Gleichungen für dieselben III. 793.  
 Spannung, elektrische IV. 227.  
 Spannungserscheinungen an geöffneten Induktionsspiralen IV. 1117.  
 Spannungsgesetz, elektrisches IV. 451.  
 Spannungsreihe, galvanische, der Metalle IV. 450.  
 — galvanische, der Metalle in Flüssigkeiten IV. 471.  
 — reibungselektrische IV. 177.  
 — thermoelektrische IV. 620.  
 Spezifisches Gewicht I. 112; Bestimmung desselben I. 294 ff. III. 144.  
 Spezifische Wärme. Siehe Wärme.  
 Spektralanalyse II. 284.  
 Spektralapparat II. 147. 148. 289.  
 Spektrometer II. 151.  
 Spektrophotometer II. 601.  
 Spektrum des Sonnenlichtes II. 99. 146.  
 — glühender Gase II. 292.  
 — Abhängigkeit desselben von der Dicke und Dichte der strahlenden Schicht II. 291.  
 — Abhängigkeit desselben von der Temperatur II. 300.  
 — der Metalle II. 290.  
 — der Sonnenwärme III. 181. 224.  
 — verschiedener Wärmequellen III. 181. 252.  
 Sphärometer I. 22.  
 Spiegel, ebene II. 49.  
 — rotierender II. 58.  
 — sphärisch konkave II. 73.  
 — sphärisch konvexe II. 71.  
 Spiegelablesung II. 57.  
 Spiegelgalvanometer IV. 905.  
 Spiegelsextant II. 58.  
 Spiegelteleskop II. 387.  
 Spiegelung, elektrische IV. 260.  
 Spiegelversuch, Fresnelscher II. 393.  
 Spitzen, elektrische Eigenschaften derselben IV. 264.  
 — Wollastonsche IV. 438. 709.  
 Sprache, die menschliche I. 776.  
 Sprachrohr, I. 816.  
 Stabilität I. 96.  
 Stauhfiguren, akustische I. 652.  
 — Lichtenbergsche IV. 356.  
 Steifigkeit, Einfluß derselben bei Schwingungen von Saiten I. 638.  
 Steighöhe in Kapillarröhren I. 320 ff.  
 Stereometer I. 468.  
 Stereoskop II. 378.  
 Stimme, die menschliche I. 772.  
 Stimmbänder I. 773.  
 Stimmgabel I. 719.

- Stimmritze I. 773.  
 Stofs, gerader I. 246; schiefer I. 249.  
 — der Luft I. 542.  
 Stöße bei Tönen I. 837.  
 Strahl in Krystallen II. 572. 592.  
 Strahlung der Sonne III. 369.  
 Strahlungsvermögen. Siehe Emissions-  
 vermögen.  
 Streichinstrumente I. 737.  
 Streifen, Talbotsche II. 435.  
 Strohdideln I. 740.  
 Strom, galvanischer IV. 471. 507.  
 — in ungeschlossenen Leitern IV. 540.  
 — Wärmewirkung desselben IV. 633 ff.  
 — chemische Wirkungen IV. 695 ff.  
 — mechanische Wirkungen IV. 782 ff.  
 — elektrodynamische Wirkungen IV.  
 799 ff.  
 — magnetische Wirkungen IV. 880 ff.  
 — elektrische Wirkung desselben IV.  
 1020 ff.  
 Stromstärke IV. 515.  
 — chemisches Maß derselben IV. 527.  
 — absolutes elektromagnetisches Maß  
 IV. 916.  
 — absolutes elektrodynamisches Maß  
 IV. 923.  
 — absolutes mechanisches IV. 1153.  
 — Maximum derselben IV. 532.  
 Strömungsströme IV. 785.  
 Stromverzweigung IV. 534.
- T.
- Tabelle der Absorptionskoeffizienten der  
 Gasé I. 503.  
 — der Atomgewichte der Elemente I.  
 192.  
 — der Ausdehnungskoeffizienten fester  
 Körper nach Fizeau III. 38.  
 — der Ausdehnungskoeffizienten fester  
 Körper nach Matthiesen III. 39.  
 — der Ausdehnungskoeffizienten fester  
 Körper nach Lavoisier und La Place,  
 Roy, Troughton, Dulong und Petit,  
 Regnault III. 41.  
 — der Ausdehnung des Quecksilbers  
 nach Regnault III. 66.  
 — der Ausdehnung des Quecksilbers  
 nach Wüllner III. 70.  
 — der Ausdehnung des Wassers nach  
 Jolly III. 75.  
 — der Ausdehnung des Wassers nach  
 Kopp, Jolly, Pierre, Hagen, Matthie-  
 sen III. 76.  
 — der Ausdehnung des Wassers nach  
 Rosetti III. 77.  
 — der Ausdehnung des Wassers unter  
 0° nach Weidner, Despretz, Pierre  
 III. 78.  
 — der Ausdehnung verschiedener Flüs-  
 sigkeiten III. 83.
- Tabelle  
 Gase  
 III. 10  
 — der  
 denen  
 — der  
 dener  
 — der  
 dener  
 — der  
 II. 191  
 — der  
 1580—  
 — der  
 — der  
 — der  
 fester  
 —  
 — der  
 des V  
 totale  
 stanzi  
 — der  
 — der  
 — der  
 I. 368  
 — der  
 leiter  
 — der  
 der M  
 — der  
 einig  
 — der  
 von  
 IV. 5  
 —  
 — des  
 heite  
 — der  
 konst  
 — der  
 — der  
 — der  
 in fe  
 — der  
 in fl  
 — der  
 in G  
 — der  
 well  
 — der  
 bis 1  
 — der  
 mete  
 — de  
 341.

**Tabelle der Kompressibilität der Flüssigkeiten I. 273.**

- der verschiedenen Masse I. 11.
- der musikalischen Intervalle I. 707.
- der optischen Konstanten des Auges II. 356.
- der optischen Konstanten einaxiger Krystalle II. 582. 583.
- der Reibungskoeffizienten der Gase I. 525.
- der Schmelzpunkte einiger Körper III. 609.
- der Schwingungsverhältnisse der Tonleiter I. 713.
- der reinen und temperierten Schwingungsverhältnisse der Tonleiter I. 717.
- der Schwingungszahlen kreisförmiger Platten I. 650.
- der Schwingungszahlen transversal schwingender Stäbe I. 645.
- der Siedepunkte einiger Flüssigkeiten III. 645.
- der Siedepunkterhöhungen durch gelöste Salze III. 650.
- der Spannkraft der Wasserdämpfe III. 685. 687.
- der Spannkraft der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten III. 691.
- der Konstanten der Spannkraftformeln der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten III. 693.
- der spezifischen Gewichte der Alkoholgemische I. 803.
- der spezifischen Gewichte verschiedener fester und flüssiger Körper I. 473. III. 146.
- der spezifischen Wärme und Atomwärmen der dem Dulong'schen Gesetze folgenden Elemente III. 579.
- der spezifischen Wärmen und Atomwärmen der dem Dulong'schen Gesetze nicht folgenden Elemente III. 581.
- der spezifischen Wärmen und Atomwärmen verschiedener Verbindungen III. 586.
- der spezifischen Wärmen der Gase bei konstantem Druck III. 498.
- der spezifischen Wärmen der Gase bei konstantem Volumen III. 509.
- der Verhältnisse der beiden spezifischen Wärmen der Gase III. 523.
- der spezifischen Wärmen einiger Flüssigkeiten III. 553. 561.
- der spezifischen Wärme der Dämpfe III. 731. 732.
- der spezifischen Wärme des Wassers III. 470. 473. 478. 479.
- der Temperaturangaben verschiedener Thermometer III. 131.
- der Variationen des Erdmagnetismus in München IV. 162.

**Tabelle der Verdampfungswärmen des Wassers III. 716. 722.**

- der Verdampfungswärmen anderer Flüssigkeiten III. 726.
- der Verbrennungswärmen nach Dulong III. 803; nach Andrews III. 805; nach Favre und Silbermann III. 808.
- der Wärmeentwicklung bei Herstellung von Chlorverbindungen III. 815.
- der Wärmeentwicklung durch verschiedene chemische Prozesse nach Favre und Silbermann III. 819. 820.
- der Wärmeleitungsfähigkeiten der Flüssigkeiten III. 323. 326.
- der Wärmeleitungsfähigkeiten der Gase III. 334. 343.
- der Wärmeleitungsfähigkeiten der Metalle III. 295. 304. 305. 309.
- der Weglängen der Gasmoleküle I. 536.
- der Wellenlängen des Lichtes II. 159. 480.
- der dunklen Wärmestrahlen III. 188.
- Tangentenbusssole IV. 527. 903.
- von Wiedemann IV. 905.
- von Weber IV. 907.
- von Gauguin IV. 908.
- Teilbarkeit I. 182.
- Teilmaschine I. 15.
- Teleskop II. 387.
- Temperatur III. 3.
- absolute III. 103.
- kritische III. 781.
- musikalische I. 714.
- ihre Berücksichtigung bei Längenmessungen III. 139.
- ihre Berücksichtigung bei Wägungen III. 141.
- der Sonne III. 374.
- Temperaturerhöhung durch Kompression der Flüssigkeiten III. 563.
- Terz I. 702.
- Terzsextaccord I. 705.
- Theodolith I. 28.
- magnetischer, von Lamont IV. 136.
- Thermochrose III. 161.
- Thermometer III. 6.
- nach Celsius III. 9.
- nach Réaumur III. 12.
- nach Fahrenheit III. 12.
- Vergleichung derselben III. 120. 128.
- Korrektion für den herausragenden Faden III. 375.
- Thermomultiplikator III. 162.
- Thermoreihe IV. 620.
- Thermosäule III. 160.
- Thermoskop III. 6.
- Thermostrome IV. 618.
- ihre elektromotorische Kraft IV. 631.

Thermostrome, ihre Theorie IV. 665.  
 Timbre I. 696.  
 Ton I. 695. Siehe auch Klang.  
 Tonhöhe I. 701.  
 Tonintervalle I. 702.  
 Tonleiter I. 705 ff.  
 Torsionskoeffizient I. 219.  
 — Verhältnis desselben zum Elasticitätskoeffizienten I. 223.  
 Torsionselastizität I. 216.  
 Torsionselektrometer IV. 160.  
 Torsionssteine I. 741.  
 Trägheit I. 51.  
 Trägheitsmoment I. 96.  
 Turmalinzange II. 596.

## U.

Übergangswiderstand IV. 759.  
 Undulationstheorie II. 43.  
 Unipolare Induktion IV. 1047.

## V.

Vaporhäsion III. 211.  
 Verbrennungswärme III. 800.  
 Verdampfen III. 657.  
 Verdampfungswärme III. 706.  
 Verdünnung durch die Luftpumpe I. 478.  
 Vergrößerung der Fernrohre II. 386.  
 — der Lupen II. 380.  
 — der Mikroskope II. 382.  
 Verstärkungszahl des elektrischen Ansammlungsapparates IV. 364.  
 Verteilung, elektrische IV. 207.  
 Verzögerung I. 49.  
 Verzögerungskraft, elektrische IV. 425.  
 Vibrationsmikroskop I. 665.  
 Vibrationstheorie II. 43.  
 Vokal I. 776.  
 Volt (Maß der elektromotorischen Kraft) IV. 1142.  
 Voltameter IV. 526.  
 Volumänderung durch die Wärme III. 4.  
 — beim Schmelzen III. 610.  
 Volumenometer I. 468.  
 Volumeter I. 301.

## W.

Wage I. 102 ff.; Prüfung derselben I. 109.  
 Wägung, Methode derselben I. 109.  
 — Reduktion auf den luftleeren Raum III. 142.  
 Wärme III. 3.  
 — Maß derselben III. 137.  
 — Absorption derselben III. 194. 254.  
 — Emission derselben III. 237.  
 — — Abhängigkeit von dem umgebenden Medium III. 273.  
 — — Abhängigkeit von der Temperatur III. 350.

Wärme, Emission, Absolute Wert selbst III. 364.  
 — Fortpflanzung durch Leitung 275 ff.  
 — Fortpflanzung durch Strahlung 155 ff.  
 — mechanische Theorie derselben 379.  
 — Hypothesen über deren Natur II  
 — Umsetzung in mechanische I III. 403.  
 — spezifische III. 430.  
 — spezifische, Bestimmung derselben nach der Mischungsmethode III 434 ff.; nach der Methode des Schmelzens III. 451; nach der Methode des Erkaltens III. 459.  
 — spezifische, fester und flüssiger III. 544; Abhängigkeit von Temperatur III. 547.  
 — spezifische, fester und flüssiger bei konstantem Volum III  
 — spezifische, fester Körper, Beziehung zum Atomgewichte III. 576; Dulong'sches Gesetz III. 576; Neumann'sches Gesetz III. 577; physikalische Bedeutung des Dulong-Neumann'schen Gesetzes III. 583.  
 — spezifische, der Gase III. 481.  
 — spezifische, der Gase, Abhängigkeit derselben von Druck und Temperatur III. 499.  
 — spezifische, der Gase bei konstantem Volumen III. 504. 510.  
 — spezifische, der Gase, Verhältnisse derselben bei konstantem Druck konstantem Volum nach der Theorie III. 509; aus den Versuchen nach Methode von Clement und Desormes III. 512 ff.; aus der Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles III. 520.  
 — spezifische, der Gase, Beziehung zum Atomgewicht III. 597.  
 — spezifische, der Dämpfe III. 7  
 — spezifische, von Mischungen Lösungen III. 592.  
 Wärmeäquivalent, mechanisches III 392. 397. 403. 481.  
 Wärmeerzeugung durch chemische Prozesse III. 813.  
 — durch d. Verbrennungsprozesse III  
 — durch den Lebensprozeß III  
 — durch mechanische Arbeit III  
 — durch den elektrischen Strom 417. 428.  
 — durch den galvanischen Strom 633. 639. 647. 1162.  
 Wärmefarbe III. 177. 183.  
 Wärmekapazität, wahre, der Gase III



- Wärmekapazität**, wahre, fester und flüssiger Körper III. 566.  
**Wärmeleitung** III. 275.  
**Wärmeleitungsfähigkeit**, innere III. 280.  
 — äussere III. 281.  
**Wärmequellen** III. 800. Siehe **Wärmeerzeugung**.  
 — Sonne III. 369.  
**Wärmestrahlen** III. 155.  
 — ihre ungestörte Ausbreitung III. 167.  
 — Fortpflanzungsgeschwindigkeit III. 167.  
 — Abnahme der Intensität mit der Ausbreitung III. 168.  
 — Reflexion und Brechung III. 171.  
 — Spektrum derselben III. 177.  
 — Ausdehnung der Dispersionstheorie auf dieselben III. 183.  
 — Durchgang durch Körper III. 189.  
 — diffuse Reflexion III. 217.  
 — Interferenz und Beugung III. 222.  
 — Polarisierung und Doppelbrechung III. 227.  
 — ihre Identität mit Licht III. 235.  
**Wärmeverbrauch** beim Schmelzen III. 617.  
 — beim Auflösen von Salzen III. 635.  
 — beim Verdampfen III. 706.  
**Wasserdampf**, Spannkraft desselben III. 677.  
 — Dichtigkeit desselben in der Luft III. 763.  
**Wasserstrahlen**, ihre Gestalt I. 391 ff.  
**Wasserwellen** I. 680; Ursache derselben I. 686.  
 — Geschwindigkeit derselben I. 683.  
 — Durchkreuzung und Reflexion derselben I. 689.  
**Wasserzersetzung**, galvanische IV. 711.  
**Wegelänge**, mittlere der Gasmoleküle I. 441.  
 — ihre absoluten Werte I. 535.  
**Weitsichtig** II. 366.  
**Wellen** in Punktreihen, Entstehung derselben I. 564.  
 — Fortpflanzung mehrerer nach gleicher Richtung sich ausbreitender I. 577.  
 — Fortpflanzung mehrerer nach entgegengesetzter Richtung sich ausbreitender I. 581.  
 — des Lichts, Fortpflanzung derselben in Krystallen II. 571 ff.  
 — longitudinale, in Flüssigkeiten und Gasen I. 672.  
 — Wellen, stehende I. 581.  
 — stehende, in Flüssigkeitscylindern I. 678.  
 — transversale, in Flüssigkeiten I. 680.  
**Wellenbewegung** I. 566; Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben I. 576.  
**Wellenfläche** in isotropen Mitteln I. 494.  
 — in einaxigen Krystallen II. 570.  
 — in einaxigen Krystallen, ihre Ableitung II. 591.  
 — in zweiaxigen Krystallen II. 612.  
**Wellenlänge** I. 566.  
**Wellenlänge** des Lichtes, Methoden ihrer Messung II. 476.  
 — des Lichtes, Werte derselben II. 480.  
**Wellenrinne** I. 250.  
**Werk und Wärme** III. 407.  
**Widerstand**, elektrischer IV. 515.  
 — elektrischer, absolute Masse desselben IV. 1140. 1152. 1154.  
 — elektrischer, Einheiten desselben IV. 548.  
 — der Luft I. 542.  
**Windrose**, barometrische I. 416.  
**Winkel**, brechender II. 89.  
**Winkelgeschwindigkeit** I. 77.  
**Winkelspiegel** II. 60.  
**Wippe**, Poggendorfsche IV. 763.  
**Wirkungsfunktion** III. 408.  
**Wurfbewegung** I. 69.

## Z.

- Zerstreung** der Elektricität IV. 197.  
 — des Lichtes II. 98.  
 — anomale II. 106.  
 — Theorie derselben nach Cauchy II. 114, nach Helmholtz II. 121. 123.  
 — Prüfung der Theorie derselben II. 159 ff. III. 183.  
 — der Wärmestrahlen III. 178.  
**Zerstreungskoeffizient**, elektrischer IV. 200.  
**Zerstreungsvermögen**, optisches II. 210.  
**Zugelasticität** I. 196.  
**Zungen**, harte I. 759; weiche I. 767.  
**Zungenpfeifen** I. 759.  
**Zusammendrückbarkeit** der Flüssigkeiten I. 264 ff.  
 — kubische, der festen Körper I. 208 ff.  
**Zusammensetzung** der Schwingungen I. 577 ff.

## Namenregister.

Die Bandzahl ist mit römischen, die Seitenzahl mit arabischen Ziffern angegeben.

### A.

- Aaron*. Theorie des Telephon IV. 1112.  
*Abbe*. Spektrometer II. 151. Bestimmung von Brechungsexponenten mittels totaler Reflexion II. 207.  
*Abney*. Spectrum der Sonnenwärme III. 182.  
*Abria*. Induktionsströme höherer Ordnung IV. 1056. Dauer der Induktionsströme IV. 1094.  
*Accademia del Cimento*. Kompression der Flüssigkeiten I. 265.  
*Aepinus*. Magnetisierungsmethode IV. 55. Influenz auf Nichtleitern IV. 212.  
*Airy*. Dichtigkeit der Erde I. 173. 181. Wellenbewegung I. 618. Theorie der Newtonschen Ringe II. 411. Talbot'sche Linien II. 435. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 569. Newtonsche Farbenringe in polarisiertem Licht II. 565. Farbenringe in einaxigen Krystallen II. 637. Cirkularpolarisation II. 658. Unterscheidung positiver und negativer einaxiger Krystalle II. 663. Farbenkurven im Quarz II. 679. Cirkularpolarisation im Bergkrystall II. 680.  
*d'Alembert*. Maß der Kraft I. 179.  
*Amagat*. Kompression der Flüssigkeiten I. 274. 275. Mariottesches Gesetz I. 432. Abweichung der Gase vom Mariotteschen Gesetze bei hohem Druck I. 437. Ausdehnung der Gase III. 114. 118.  
*Amaury und Descamps*. Kompression der Flüssigkeiten I. 274 siehe Jamin.  
*Amici*. Geradsichtige Prismen II. 217.  
*Ampère*. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 620. Natur der Wärme III. 380. Theorie der Elektrolyse IV. 739. Ablenkung der Magnethadel durch den Strom IV. 799. Elektrodynamische Apparate IV. 800. Anziehung und Abstößung zweier Ströme IV. 803. Elektrodynamische Rotationen IV. 807. Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 809. 811. 814. 816. Richtung der Ströme unter dem Einfluß der Erde IV. 864. Verhalten der Solenoide IV. 867 ff. 878. Theorie des Magnetismus IV. 888. Rotationen von Strömen unter dem Einfluß der Magnete IV. 891. Rotationen von Magneten unter dem Einfluß von Strömen IV. 899. Theorie der Magnetisierung IV. 929.  
*Andreeff*. Spezifisches Gewicht einiger verflüssigter Gase I. 493.  
*Andræus*. Ausdehnung der Gase III. 109. 110. 117. Kondensation der Gase III. 777. Kritische Temperatur III. 781. Verbrennungswärmen III. 803. Wärmeerzeugung durch andere chemische Prozesse III. 814. 822.  
— und *Tait*. Dichtigkeit des Osmium IV. 712.  
*Angot*. Quadrantenelektrometer IV. 341.  
*Angström*. Absorption des Lichtes in Gasen II. 277. Dessen Ansprüche an den Kirchhoffschen Satz der Gleichheit von Emission und Absorption II. 279. Spektralanalyse II. 283. Spektrum glühender Gase II. 296. 300. Sonnenspektrum II. 308. Messung der Wellenlängen des Lichtes II. 477. 480. Polarisation des Lichtes II. 489. Wärmeleitung fester Körper III. 299; des Quecksilbers III. 316.  
*Antinori*. Siehe *Nobili*.  
*Apjohn*. Spezifische Wärme der Gase III. 493.  
*Appunn*. Harmonium mit reiner Stimmung I. 717.  
*Arago und Biot*. Wert von  $g$  in Paris I. 58. 132. 180.  
*Arago und Dulong*. Mariottesches Gesetz I. 422.  
*Arago, Boward, Gay-Lussac, Humboldt, Matthieu, Prony*. Geschwindigkeit des Schalles in der Luft I. 751.

*Arago*. Brechungsexponenten der Gase II. 189. Dispersion der Gase II. 194. und *Fresnel*. Gesetze der Interferenz des polarisierten Lichtes II. 490. 626. Farben in einaxigen Krystallen II. 644. Farben in zweiaxigen Krystallen II. 657. Drehung der Polarisationssebene im Quarz II. 670. und *Biot*. Dichtigkeit der Gase III. 148. und *Dulong*. Messung der Spannkraft der Wasserdämpfe III. 669. Magnetisierung durch den galvanischen Strom IV. 925. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 976. Rotationsmagnetismus IV. 1077 ff.

*Archimedes*. Hebelgesetze I. 179.

*Armstrong*. Dampfelektrisirmaschine IV. 351. Mechanische Wirkung des elektrischen Stromes IV. 727. Chemische Wirkung der Reibungselektricität IV. 735.

*Arndtsen*. Drehung der Polarisationssebene in Lösungen II. 692. 693. Einfluß der Temperatur auf den elektrischen Leitungswiderstand IV. 578.

*Arsberger*. Spannkraft der Dämpfe III. 669.

*Atwood*. Fallmaschine I. 52.

*Aubuisson, de*. Ausströmen der Gase I. 508.

*Auerbach*. Vokale I. 781. 782. Phonograph I. 824.

*August*. Spannkraft der Wasserdämpfe III. 681. Psychrometer III. 770.

*Avenarius*. Verdampfungswärme III. 727. Kritische Temperatur bei Flüssigkeiten III. 788. Thermostrome IV. 624. 626. Theorie der Thermostrome IV. 673.

*Ayrton und Perry*. Dielektricitätskonstanten der Gase IV. 318. Elektrische Differenzen zwischen Metallen IV. 459. Zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 465. Absolutes mechanisches Maß der Stromkonstanten IV. 1159.

## B.

*Babbage und Herschel*. Induktion in körperlichen Leitern IV. 1079 ff.

*Babinet*. Luftpumpenhahn I. 480. Polarisation des Lichtes II. 489. Kompensator II. 524.

*Babo, von*. Spannkraft der Dämpfe aus Salzlösungen III. 687.

*Baco von Verulam*. Hypothese über die Natur der Wärme III. 380.

*Baden Powell*. Brechungsexponenten II. 156. 158.

*Bayer*. Barometrische Höhenmessungen I. 462.

*Baile*. Dichtigkeit der Erde I. 170. 181.

*Baily*. Dichtigkeit der Erde I. 170. 181.

*Bankalari*. Diamagnetismus der Flamme IV. 984.

*Barklay*. Dielektricitätskonstanten IV. 300.

*Barlow*. Magnetische Karten IV. 153.

*Bartholinus*. Doppelbrechung II. 570.

*Barus*. Siehe Strouhal.

*Bauer*. Scheinbarer Ort eines Punktes in einem andern Medium II. 86.

*Baumgartner, A.* Magnetismus und Licht IV. 127.

*Baumgartner*. Spezifische Wärme des Wassers III. 494.

*Baumbauer, von*. Spezifische Gewichte der Alkoholgemische I. 302.

*Baur*. Magnetismus und Wärme IV. 123. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946. Magnetisierungsfunktion IV. 956.

*Becker*. Elektrische Leitung der Flüssigkeiten IV. 583.

*Becquerel*. Einfluß der Wärme auf den Magnetismus IV. 123. Erregung der Elektrizität durch Druck IV. 179. Elektrizität bei Berührung von Metallen und Flüssigkeiten IV. 463. Leitungswiderstand IV. 562. Thermostrome IV. 621. 623. 629. Zersetzung zusammengesetzter Verbindungen IV. 718.

*Becquerel, Edm.* Emission des Lichtes II. 285. 303. Phosphoreszenz II. 334 ff. Phosphoroskop II. 337. Intensität des Phosphoreszenzlichtes II. 339. Chemische Lichtwirkungen II. 341. 350. Leitungswiderstand, elektrischer IV. 562. Leitungsfähigkeit der Metalle IV. 575; geglühter Drähte IV. 577. Einfluß der Temperatur auf die galvanische Leitungsfähigkeit IV. 578. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 583. Elektromotorische Kraft des Bunsenschen Elementes IV. 612. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 634. 638. Diamagnetismus IV. 983. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 983. 992. 996. Drehung der Polarisationssebene durch den Magnetismus IV. 1007.

*Becquerel, H.* Magnetismus des Nickel und Kobalt IV. 940. Magnetische Drehung der Polarisationssebene in Gasen IV. 1010. 1017.

*Bède*. Kapillarität I. 322. 334. 341. Spezifische Wärme fester Körper, abhängig von der Temperatur III. 547.

*Brek, van, Moll und Kuytenbrouwer*. Geschwindigkeit des Schalles in der Luft I. 787.

*Beer*. Wellenbewegung I. 618. Photometrie II. 39. Abhängigkeit der Brech-



- ungeraden von Einfallswinkel II. 372 und Keimern. Brechungsexponenten von Salzlösungen II. 376. Absorptionsexponent des Lichtes II. 376. Abhängigkeit der Absorption von der Dichte II. 377. Unpolarisiertes Licht II. 495. Totalreflexion II. 519. Reflexion des Lichtes an Metallen II. 534. 537. 538. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 541. Bestimmung der Schwingungsrichtung des ausserordentlichen Strahles II. 540. Einaxige Krystalle II. 541. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 597. 613. 630. Konische Refraktion II. 631 ff. Zweiaxige Krystalle II. 636. Verteilung der Elektricität auf einem Leiter IV. 229; auf getrennten Leitern IV. 239. Theorie der unipolaren Induktion IV. 1090. Siehe auch *Plücker*.
- Beetz*. Leitungswiderstand der Kohle IV. 582. Leitungsfähigkeit von Zinkvitriollösungen IV. 587. Messung der elektromotorischen Kraft IV. 606. Elektromotorisches Gesetz IV. 609. Elektromotorische Kraft des Gewaschen Elementes IV. 611; der Gaszellen IV. 613. Bestimmung des Leitungswiderstandes in den Elementen IV. 613. Bericht über die elektrische Anstellung zu München IV. 682. Bildung von Superoxiden bei der Elektrolyse IV. 713. Polarisation, galvanische IV. 762. 774. 777. Passivität des Eisens IV. 781 ff. Theorie des Galvanismus IV. 795.
- Behrens*. Elektroskop IV. 169. Trockene Säulen IV. 491.
- Beilstein*. Diffusion von Flüssigkeiten I. 362.
- Bell*. Telefon IV. 1113.
- Bellati*. Siehe *Napari*.
- Bell*. Elektrische Polarisation in Isolatoren IV. 235.
- Benoist*. Elektrischer Leitungswiderstand IV. 679.
- Benoit*. Fizeaus Methode zur Messung der Ausdehnung fester Körper III. 33. Ausdehnung des Platin-Iridium III. 32.
- Berard*. Polarisation der Wärme III. 227. Siehe auch *Delaroche*.
- Bergmann*. Pyroelektricität IV. 179.
- Bernard*. Absorptionsgesetz des Lichtes II. 370. Polarisationsphotometer II. 599.
- Bernoulli*. Theorie der Gase I. 449.
- Bernstein*. Galvanische Polarisation IV. 772. Oscillierende Bewegung der Elektricität in nichtgeschlossenen Induktionsspiralen IV. 1095. Refraktionsäquivalente II. 185.
- Verhinderungswärme III. 508. 512. 513. 822. Elektrolyse des Wassers IV. 701.
- Bertin*. Drehung der Polarisationsebene durch den Magnet IV. 1901 ff. 1912.
- Berthelot und Deslog*. Dichtigkeit der Gase III. 150. Erweiterung der altischen Regeln IV. 638. Berechnung der Sauerstoffzahlen IV. 702. Theorie der Elektrolyse IV. 740. Elektrochemische Reihe IV. 741.
- Bessel*. Sekundelpendel I. 128. 131. 132. Reversionspendel I. 134. Dioptrik I. 261. Kalibrieren der Thermometer III. 13. Dichtigkeitsbestimmung II. 144.
- Bethencourt*. Spannung der Dämpfe II. 647; der Alkoholdämpfe II. 651.
- Bettendorff*. Siehe *Wüllner*.
- Betti*. Fortpflanzung des elektrischen Potentials IV. 654.
- Betzold*, von. Theorie des Elektrolysen IV. 354. 358. Rückstand in der Batterie IV. 419. Elektromotorische Kraft in galvanischen Lichtbogen IV. 485.
- Bianchi*. Teilmaschine I. 18.
- Bichat*. Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus IV. 1907.
- Bischoff*. Gestalt der Wassermoleküle I. 391.
- Biot*. Akustik I. 735.
- Billet*. Halbleitern vor Interferenzen II. 68.
- Traité d'Optique physique* II. 629.
- Bineau*. Dichtigkeit der Dämpfe III. 16.
- Biot und Arago*. Wert von  $\gamma$  in Fl. I. 58. 132. 180. Schallgeschwindigkeit in festen Körpern I. 804. Endlosentheorie des Lichtes II. 32. Brechungsexponenten der Gase II. 183. Positive und negative einaxige Krystalle I. 582. Farben in einaxigen Krystallen II. 444. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 672; in Flüssigkeiten II. 688. 689. Molekulares Brechungsvermögen II. 689. 690. Abhängigkeit des molekularen Brechungsvermögens von der Natur des Lösungsmittels II. 690. Saccharimetrie II. 68 und *Arago*. Dichtigkeit der Gase III. 148. Wärmeleitung III. 178. 32. Spannung der Wasserdämpfe II. 653. Verteilung des Magnetismus an Magneten IV. 109. Magnetischer Zustand der Erde IV. 155. Zerstreuungskoeffizient der Elektricität IV. 30. Elektricität an der Voltaschen Säule IV. 488. und *Sacart*. Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom IV. 581.
- Black*. Spezifische Wärme III. 424. Bestimmung durch Schmelzen des Eises III. 452. Schmelzwärme III. 617.



- Blaserna.** Oscillierende Bewegung der Elektrizität in nichtgeschlossenen Induktionsspiralen IV. 1095.
- Bleekrode.** Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft der Elemente von der Temperatur IV. 630. Elektrolyse IV. 741. 742.
- Blondlot.** Mechanische Wirkung des Stromes IV. 784.
- Bohnenberger.** Reversionspendel I. 132. 180. Rotationsapparat I. 143. Erhaltung der Rotationsebene I. 180. Geographische Ortsbestimmungen II. 60.
- Boisgiraud.** Anziehung der Magnetsadel durch den Strom IV. 884.
- Bois Reymond, du, der ältere.** Bildung der Vokale I. 781.
- Bois Reymond, du, E.** Geschichte des Galvanismus IV. 443. Rheochord IV. 554. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 602. Peltiersches Phänomen IV. 660. Uebergangswiderstand IV. 760. Unpolarisierbare Elektroden IV. 777. Multiplikator IV. 915. Schlittenapparat IV. 1021. Theorie der Dämpfung speciell der aperiodischen IV. 1084. Physiologische Wirkung der Induktionsströme IV. 1093. Einfluß der Induktion auf die Entstehung des Stromes IV. 1094. Theorie des Telephon IV. 1112.
- Bois Reymond, du, P.** Ausbreitung von Flüssigkeiten I. 355.
- Boltzmann.** Elastische Nachwirkung I. 236. 240. Geschwindigkeit der Gasmoleküle I. 459. Reibung der Gase I. 512. Drehung der Polarisationssebene im Quarz II. 678. Wärmeleitung der Gase III. 537. Mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie III. 573. Spezifische Wärme und Atomgewicht bei den Gasen III. 603. Zerstreuung der Elektrizität IV. 206. Bestimmung der Dielektritätskonstante IV. 289. 298. 311. Anziehung einer dielektrischen Kugel IV. 300. 304. Dielektritätskonstanten von Krystallen IV. 305. Messung der Dielektritätskonstanten der Gase IV. 312 ff. Methode zur Messung der Stromkonstanten nach absolutem mechanischen Maße IV. 1159.
- Borda.** Bestimmung von  $g$  I. 124. 132. 180. Ausdehnung fester Körper III. 31.
- Borgmann.** Leitungswiderstand der Kohle IV. 582.
- Börner.** Brechungsexponenten von Lösungen II. 187.
- Börnstein.** Theorie der Rühnkorffschen Induktionsapparate IV. 1117.
- Bosscha.** Ausdehnung des Quecksilbers III. 66. Vergleichung der Thermometer III. 130. Bestimmung des elektrischen Leitungswiderstandes IV. 559. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 601. Elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes IV. 608. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 642. Ausmessung einer Spirale auf magnetischem Wege IV. 1145. Mechanische Theorie der Elektrolyse IV. 1173 ff.
- Böttger.** Bildung von Superoxyden bei der Elektrolyse IV. 715.
- Bourdon.** Metallbarometer I. 413.
- Bouchardat.** Drehung der Polarisationssebene des Lichtes II. 687. 688.
- Boussignault und Dumas.** Dichtigkeit der Gase III. 150.
- Bouty.** Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 593. Thermoströme IV. 630. Peltiersches Phänomen IV. 660. Elektrische Leitung der Flüssigkeiten und Reibung IV. 753.
- Boward.** Siehe *Arago*.
- Boyle.** Mariottesches Gesetz I. 418. Farben dünner Blättchen II. 407. Natur der Wärme III. 380.
- Bradley.** Aberration des Lichtes II. 8.
- Brandes.** Barometrische Höhenmessungen I. 462.
- Brandt.** Zusammensetzung der Klänge I. 730.
- Branly.** Quadrantenelektrometer IV. 284.
- Braun.** Schwingungen steifer Saiten I. 637. Graduierung der Kirchhoff-Wheatstoneschen Brücke IV. 567. Beziehung zwischen der im Element chemisch und der durch den Strom entwickelten Wärme IV. 646. 1166 ff.
- Brauner.** Fluoreszenz II. 328.
- Bravais.** Barometerkorrektion I. 409. und *Martins*. Geschwindigkeit des Schalles in der Luft I. 788. Tangentenbussole IV. 910.
- Breda, van.** Elektrisches Licht IV. 687. und *Logemann*. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 727.
- Breguet.** Metallthermometer III. 136.
- Brewster.** Grenze der Hörbarkeit I. 721. Kaleidoskop II. 61. Absorption des Lichtes in Gasen II. 275. 276. 277. Absorptionslinien durch feste Körper II. 277. Abhängigkeit der Absorption von der Temperatur der absorbierenden Körper II. 304. Fluoreszenz II. 314. Stereoskop II. 378. Farben dicker Platten II. 423. Polarisationswinkel II. 497. Drehung der Polarisationssebene durch Reflexion und Brechung II. 513. Elliptische Polarisation bei

- Reflexion II. 531. Reflexion des Lichtes an Metallen II. 546. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 559. Farbenringe in einaxigen Krystallen II. 636. Farbenringe in gepressten und gekühlten Gläsern II. 668. 669. 670.
- Briot*. Theorie der Dispersion des Lichtes II. 119 ff. Potentialtheorie IV. 20.
- Brix, A. F.* Lehrbuch der Statik I. 178.
- Brix, W.* Verdampfungswärme III. 709.
- Broch*. Lehrbuch der Mechanik I. 178. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 674.
- Brongersma*. Ueber Faradays Influenztheorie IV. 287. Specificisches Vertheilungsvermögen IV. 288.
- Brücke*. Endosmose I. 366. Konsonanten I. 782. Räumliches Sehen II. 377. Diathermansie des Auges III. 236.
- Brühl*. Brechungsexponenten organischer Verbindungen II. 185.
- Brugmanns*. Diamagnetismus des Wis-  
muts IV. 978.
- Bruhns*. Bestimmung von  $g$  I. 181.
- Brunner*. Kapillarität I. 322. 340. 341.
- Brunner*. Spektrometer II. 151.
- Budde*. Theorie der Thermoströme IV. 674.
- Buff*. Gestalt der Wasserstrahlen I. 393. Elektrizität bei Berührung von Metallen und Flüssigkeiten IV. 462; von Metallen und Gasen IV. 483; bei Berührung zweier Isolatoren IV. 486. Daniellsches Element IV. 501. Elektromotorische Kraft der Elemente IV. 610. 611. 612. Elektrolytisches Gesetz IV. 708. Leitung der Flüssigkeiten IV. 709. Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen IV. 718; von Gemischen IV. 734; durch Reibungselektrizität IV. 735. Theorie der Elektrolyse IV. 742. Elektromotorische Kraft der Polarisation IV. 773. Tonerregung durch den galvanischen Strom IV. 784. Gesetze der Induktionsströme IV. 1036. Extrastrom IV. 1041. Induktionsströme höherer Ordnung IV. 1057. Induktion zweier geradliniger Leiter IV. 1074.
- Buignet*. Drehung der Polarisationsebene II. 688. Siehe *Bussy*.
- Bunge*. Wagen I. 108.
- Bunsen*. Absorption der Gase I. 498. Ausströmen der Gase I. 509. Diffusion der Gase I. 526. 540. Photometer II. 32. Absorption des Lichtes II. 268. Absorptionsgesetz II. 271. Absorption des Lichtes in den Salzen des Erbium, Terbium und Didym II. 277. und *Kirchhoff*. Spektralanalyse II. 289. Entdeckung des Cäsium und Rubi-  
dium II. 291. und *Rose*. Chemische Wirkung des Lichtes II. 344 ff. Absorption des Lichtes bei chemischer Wirkung II. 351. Eiskalorimeter II. 454. Mittlere spezifische Wärme des Wassers III. 477. Specificische Wärme einiger Elemente III. 580. Dichtigkeit des Eises III. 615. Schmelzwärme des Wassers III. 619. Änderung der Schmelztemperatur mit dem Druck III. 631. Bestimmung der Dampfdichten III. 744. Kondensation der Gase III. 773. Galvanisches Element IV. 501. Konstantes Element mit einer Flüssigkeit IV. 506. Elektrisches Licht IV. 689. Zersetzung der Chlorverbindungen IV. 696. Zersetzung von Lösungen IV. 699. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 921.
- Buntén*. Barometer I. 413.
- Burg*. Mechanik I. 178.
- Bussy und Baignet*. Specificische Wärme von Mischungen III. 592.
- Byss-Ballot*. Diffusion der Gase I. 530. Einfluss der Bewegung auf die Tonhöhe I. 830.
- Byström*. Specificische Wärme fester Körper III. 549.

## C.

- Cagniard la Tour*. Querkontraktion I. 201. Schwingungen von Saiten I. 638. Sirene I. 697. Töne durch schwingende Flüssigkeitssäulen I. 756. Kritische Temperatur bei Flüssigkeiten III. 786.
- Cahours*. Dampfdichten III. 749.
- Caille, La*. Siehe *Cassini*.
- Caillat*. Kompression der Flüssigkeiten I. 274. Kompression der Gase I. 435. 436. Kondensation der sogenannten permanenten Gase III. 790.
- Canton*. Kompressibilität der Flüssigkeiten I. 265. Pyroelektrizität IV. 179. Elektr. Influenz IV. 207.
- Carl*. Kalibrieren der Thermometer III. 16. Influenzmaschinen IV. 359.
- Carlisle*. Elektr. Zersetzung des Wassers IV. 695.
- Carnot, S.* Kreisprozesse III. 414. Temperaturfunktion III. 426.
- Carstaedt*. Abnahme der Lichtstärke mit Entfernung von der Lichtquelle II. 36.
- Cartesius*. Maß der Kraft I. 179. Brechungsgesetz des Lichtes II. 85.
- Casselmann*. Elektrisches Licht IV. 686. 689. Rotation des Lichtbogens IV. 894. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 921.
- Cassini, Maraldi, La Caille*. Gehörbarkeit des Schalles in der Luft I. 78.



- Cauchy*. Elasticität I. 196. Querkontraktion I. 203. Transversalschwingungen von Stäben I. 643. Undulationstheorie II. 43. Theorie der Dispersion II. 114. Abhängigkeit der Brechungsexponenten vom Einfallswinkel II. 132. Dispersion der Gase II. 194. Polarisation des Lichtes II. 489. Reflexion an Metallen II. 533. Verschwindende Strahlen II. 537. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 561.
- Cavalier-Coll.* Pfeifentöne I. 732.
- Cavendish*. Dichtigkeit der Erde I. 165. 181. Ausdehnung des Quecksilbers III. 58.
- Cazin*. Spezifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 517. Spezifische Wärme der gesättigten Dämpfe III. 737. Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 844. Einfluss der Induktion auf die Entstehung der Ströme IV. 1093. Oscillierende Ströme in nichtgeschlossenen Induktionsspiralen IV. 1095.
- Celsius*. Thermometerskala III. 11.
- Chladni*. Transversale Schwingungen von Stäben I. 646. Klangfiguren I. 650. Drehende Schwingungen I. 658. Tonleiter I. 706. Longitudinaltöne I. 732. Klänge der Saiten I. 734; transversal schwingender Stäbe I. 738. Töne schwingender Platten I. 740. Torsionston I. 741.
- Christian*. Spannkraft der Dämpfe III. 669.
- Christiansen*. Anomale Dispersion II. 107. 169.
- Christie*. Diamagnetische Polarität IV. 997. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 994. Diamagnetismus des Wismut IV. 998.
- Christoffel*. Dispersionstheorie II. 117. Prüfung der Dispersionsformel II. 163 und 349.
- Clairaut*. Theorem der Abplattung I. 165.
- Clapeyron*. Querkontraktion I. 201. Verdampfungswärme III. 717.
- Clark*. Strömungsströme IV. 787.
- Clarke*. Magnetelektrische Maschine IV. 1096.
- Clausius*. Theorie der Gase I. 440. Mittlere Weglänge der Gasmoleküle I. 441. Mariottesches Gesetz I. 453. 454. Diffusion der Gase I. 530. Zustandsgleichung der Gase III. 115. 118. Emission der Wärme III. 272. Molekularbewegung der Wärme in festen und flüssigen Körpern III. 385. Mechanisches Wärmeäquivalent nach den Versuchen von Hirn III. 406. Wärme und Werk III. 407. Energie III. 408.
- Ableitung der ersten Hauptgleichung III. 413. Zweiter Grundsatz der mechanischen Wärmetheorie III. 421. Zweiter Hauptsatz III. 426. Zweite Hauptgleichung III. 430. Wahre Wärmekapazität III. 504. Verhältnis zwischen der Energie der fortschreitenden Bewegung und jener der Bestandteile bei den Gasen III. 507. Wärmeleitung der Gase III. 536. Spezifische Wärme fester und flüssiger Körper bei konst. Volum. III. 560. Wahre Wärmekapazität fester und flüssiger Körper III. 566. Disgregation III. 567. Mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie III. 573. Spezifische Wärme und Atomgewicht bei Gasen III. 597. Änderung der Schmelzwärme mit der Temperatur III. 626; der Schmelztemperatur mit dem Druck III. 627. Theorie des Verdampfens III. 665. Verdampfungswärme nach der mechanischen Wärmetheorie III. 717. Spezifische Wärme der gesättigten Dämpfe III. 734. 736. Dampfdichte III. 753. Continuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes III. 782. Theoretische Bestimmung der Dampfspannung III. 796. 799. Potentialtheorie IV. 1. 2. Satz über die zweiten Differentialquotienten des Potentials IV. 20. Potentialfunktion in einer Fläche IV. 25. Bestimmung der Arbeit aus dem Potential IV. 35. Verteilung der Elektrizität auf einer Platte IV. 233. Theorie des Rückstandes IV. 408. Wärmeerregung durch die elektrische Entladung IV. 428. Ableitung des Jouleschen aus dem Ohmschen Gesetze IV. 648. Theorie des Peltier'schen Phänomens IV. 660, der Thermoelemente IV. 666. 668. Galvanisches Glühen von Drähten IV. 682. Theorie der Elektrolyse IV. 749. Fortpflanzung des elektrischen Potentials IV. 851. Elektrisches Grundgesetz IV. 861. Theorie der Dynamomaschine IV. 1107. 1111.
- Clebsch*. Elasticität I. 196. Torsionskoeffizient und Elasticitätskoeffizient I. 223. Biegung I. 232.
- Clement u. Desormes*. Spezifische Wärme der Gase III. 481; bei konstantem Volumen III. 513. Verdampfungswärme III. 712.
- Clerget*. Drehungskonstante des Zuckers II. 693.
- Clifton*. Elektrische Differenzen zwischen Metallen IV. 457. Zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 465. 471.

*Coddington.* Reflexion des Lichtes II. 81. Brechung des Lichtes II. 261.  
*Colladon und Sturm.* Kompression der Flüssigkeiten I. 268. Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen im Wasser I. 675. Schallgeschwindigkeit im Wasser I. 811. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 975.  
*Colley.* Galvanische Polarisation IV. 769.  
*Configliachi.* Elektrische Polarisation in Isolatoren IV. 285.  
*Cooke.* Absorption des Lichtes in Gasen II. 277.  
*Cooper.* Benutzung der Kohle in galvanischen Elementen IV. 504.  
*Cornu.* Dichtigkeit der Erde I. 170. 181. Querkontraktion I. 207. Biegung I. 233. und *Mercadier.* Tonleiter I. 713. Empfindlichkeit des Ohres I. 838. Messung der Lichtgeschwindigkeit II. 18. 22. Reflexion des polarisierten Lichtes II. 499. Halbschattenapparat (Sachcharimeter) II. 698.  
*Corti.* Gehörorgan I. 827.  
*Cotes.* Fernewirkung I. 153.  
*Coulomb.* Torsionselasticität I. 219. 227. Reibung I. 253. Reibung der Flüssigkeiten I. 386. Drehwage IV. 65. Magnetische Direktionskraft IV. 67 u. 70. Magnetische Fernewirkung IV. 85. Verteilung des Magnetismus in Magneten IV. 108. Einfluß der Wärme auf den Magnetismus IV. 124. Gesetz der elektrischen Anziehung und Abstofsung IV. 185. 189. Zerstreuung der Elektricität IV. 197. Abfluß der Elektricität über isolierende Stützen IV. 201. Influenzelektricität IV. 210. Sitz der Elektricität IV. 222. Verteilung der Elektricität auf Leitern IV. 236 ff. Verteilung der Elektricität auf sich berührenden Leitern IV. 243.  
*Courtepee.* Siehe *Masson.*  
*Crafts.* Thermometrie III. 132.  
*Cramer.* Accommodation II. 365.  
*Crawford.* Spezifische Wärme III. 434; der Gase III. 481. Verbrennungswärme III. 801.  
*Crighton.* Siehe *Southern.*  
*Crookes.* Spektralanalyse II. 291. Erscheinungen in Geißlerschen Röhren IV. 1123. Einfluß des Magnets auf dieselben IV. 1136.  
*Crosse.* Elektrisches Licht IV. 683.  
*Crova.* Temperatur der Sonne III. 375. Elektrom. Kraft des Groveschen Elementes IV. 611. Galvanische Polarisation IV. 769. 778.  
*Cruikshank.* Trogapparat IV. 494. Zersetzung des Wassers IV. 696.

*Oumming.* Thermoströme IV. 63  
*Omens.* Leydener Flasche IV. 3  
*Osapaki.* Beziehung zwischen elektromotorischen Kraft eines Elements und der chemisch entwickelten IV. 1169.

## D.

*Daguerre.* Daguerreotypie II. 34  
*Dale und Gladstone.* Abhängigkeit Brechungsexponenten von der Dichte II. 176. 178.  
*Dalton.* Diffusion der Gase I. 526. Kraft der Dämpfe III. 667; verschiedenen Flüssigkeiten III. Spannkraft der Dämpfe in Gas 701. Dichtigkeit der Dämpfe Luft III. 764. Verbrennung III. 801.  
*Daniell.* Hygrometer III. 767. Gases Element IV. 499. Elektr. Licht IV. 684. Elektrolyse von stoffsalzen IV. 700. 704. Farads Gesetz IV. 708. Anwendung des electrolytischen Gesetzes auf die gasen Elemente IV. 710. und Zersetzung zusammengesetzter Verbindungen IV. 718. Wandern Ionen IV. 723. Theorie der Elektrolyse IV. 743. Elektromotorische der Polarisation IV. 773.  
*Davy.* Natur der Wärme III. 380. Zersetzung der Arbeit in Wärme II. Elektrischer Lichtbogen IV. 684. Zersetzung des Wassers IV. 696. Zersetzung der Alkalien IV. 698. Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen IV. 718. Galvanische Rotation: Flüssigkeiten IV. 894. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität 976. Einfluß des Magnets auf elektrische Licht IV. 1135.  
*Dehms.* Siemenssche Quecksilberelemente IV. 551.  
*Delambre.* Verfinsterung der Jupitertrabanten II. 17.  
*Delaroche.* Diathermansie III. 203. Einfluß der Wärme III. 247. und B. Spezifische Wärme der Gase III.  
*Delaunay.* Mechanik I. 178.  
*Deleuil.* Luftpumpe I. 482.  
*Deilmann.* Elektrometer IV. 269.  
*Desains.* Kapillarität I. 316. 322. Farbringe II. 410. Spektrum der Sonnenwärme III. 180. Polarisation der Wärme III. 230. Siehe auch *de la Provence*  
*Descamps.* Siehe *Amaury.*  
*Descloiseaux.* Zweiaxige Krystalle I. Polarisationsapparat II. 635. der Axenwinkel II. 665.



- Polarisationsebene im Zinnober und schwefelsauren Strychnin II. 686.
- Desgoffe.** Manometer I. 285.
- Desormes.** Siehe *Clement*.
- Despretz.** Mariottesches Gesetz I. 421. Grenzen der Hörbarkeit I. 720. 722. Ausdehnung des Wassers III. 74. 77; von Salzlösungen und Alkoholgemischen III. 82. Wärmeleitung fester Körper III. 292; der Flüssigkeiten III. 313. Schmelzen III. 606. Gefrieren des Wassers III. 608. Verdampfungswärme III. 709. Verbrennungswärme III. 801. Tierische Wärme III. 824. Elektrisches Licht IV. 685. 687. Leitung der Flüssigkeiten IV. 708.
- Deville und Troost.** Bestimmung der Dampfdichten III. 744.
- Dewar.** Änderung des Schmelzpunktes durch Druck III. 630.
- Ditscheiner.** Gang des Lichtes durch Prismen II. 97. Wellenlängen des Lichtes II. 159. Messung der Wellenlängen des Lichtes II. 477. Tabelle der Wellenlängen II. 480.
- Döbereiner.** Hygrometer III. 769.
- Donders.** Vokale I. 781.
- Donny.** Siedetemperaturen III. 647.
- Doppler.** Einfluss der Bewegung auf die Tonhöhe I. 829.
- Dorn.** Strömungsströme IV. 787. Bestimmung des Ohm IV. 1148.
- Dove.** Barometerstände I. 416. Farben der Körper II. 269. Stereoskopisches Sehen II. 378. Polarisiertes Licht II. 494. Polarisationsapparat II. 635. Cirkularpolarisation II. 658. Unterscheidung positiver und negativer optisch einaxiger Krystalle II. 662. Messung der Axenwinkel II. 665. 667. Doppelbrechung in gepressten Gläsern II. 668. Bewegung der Magnetnadel durch den Strom IV. 886. Diejunktur IV. 1023. Extrastrom IV. 1042. Dauer der Induktionsströme IV. 1094. Magnetelektrische Maschine IV. 1099.
- Draper.** Emission des Lichtes II. 285. Abhängigkeit von der Temperatur II. 303. Spektrum der Sonnenwärme III. 181. Emission der Wärme III. 250. Abhängigkeit der Wärmeemission von der Temperatur III. 360.
- Drecker.** Spezifische Wärme der Flüssigkeiten bei konstantem Volumen III. 560. Temperaturerhöhung durch Compression der Flüssigkeiten III. 564. Spezifische Wärme von Flüssigkeitsgemischen III. 596.
- Drion.** Kritische Temperatur von Flüssigkeiten III. 789.
- Dronke.** Spannkraft der Dämpfe von Alkohol III. 695.
- Dub.** Abhängigkeit des Magnetismus in Elektromagneten von der Stromstärke IV. 944; von der Stabdicke IV. 957. Thomsonscher Satz IV. 960. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stablänge IV. 962. Sätze über die magnetische Sättigung IV. 963. Sätze über die magnetische Verteilung IV. 967 ff. Anziehung und Tragkraft der Elektromagnete IV. 971 ff.
- Duclaux.** Kapillarität I. 343.
- Dühring.** Gesetz betreffend Spannkraft der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten III. 696.
- Dufour.** Siedetemperaturen III. 647. Magnetismus und Wärme IV. 124. Mechanische Wirkung des Stromes auf die durchströmten Leiter IV. 783.
- Duhamel.** Magnetisierungsmethode IV. 54.
- Duhamel.** Mechanik I. 178. Einfluss der Steifigkeit der Saiten I. 639. Graphische Darstellung von Schwingungen I. 663. Bestimmung der Schwingungszahl der Töne I. 699.
- Dulong.** Kathetometer I. 24. Mariottesches Gesetz (mit *Arago*) I. 421. Pfeifentöne I. 746. Geschwindigkeit des Schalles I. 796. 802. Brechungsexponenten der Gase II. 191. und *Petit*. Ausdehnung fester Körper III. 33. 37. 41. Ausdehnung des Quecksilbers III. 59 ff. Kubische Ausdehnung III. 86. und *Berzelius*. Dichtigkeit der Gase III. 150. und *Petit*. Gesetze des Erkaltens III. 350 ff. Bestimmung der spezifischen Wärme III. 434; nach der Erkaltungsmethode III. 460. Spezifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 523. Spezifische Wärme fester Körper III. 547. Gesetz über die Beziehung der spezifischen Wärmen der Elemente zum Atomgewicht III. 576. und *Arago*. Spannkraft der Dämpfe III. 669. Verbrennungswärmen III. 802. Tierische Wärme III. 824.
- Dumas, W.** Ängströms Methode zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit III. 299.
- Dumas und Boussignault.** Dichtigkeit der Gase III. 150. Bestimmung der Dampfdichten III. 741.
- Duperrey.** Magnetische Karten IV. 153.
- Dupré.** Spezifische Wärme der gesättigten Dämpfe III. 737.
- Dupré und Page.** Spezifische Wärme von Alkoholgemischen III. 592.
- Duter.** Elektrische Ausdehnung IV. 834.

- Dutirou*. Brechungsexponenten II. 156. 157.  
*Dutrochet*. Endosmose I. 366.  
*Dvořák*. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten I. 813. Schlierenmethode II. 264.

## E.

- Eaton*. Diamagnetismus IV. 995.  
*Eckhard*. Endosmose I. 368.  
*Edelmann*. Quadrantenelektrometer IV. 284.  
*Edison*. Phonograph I. 822. Glühlampe IV. 682.  
*Edlund*. Spezifische Wärme fester Körper bei konstantem Volumen III. 562. Peltierscher Versuch IV. 654. 655. Theorie desselben IV. 661. Widerstand und elektromotorische Kraft des galvanischen Lichtbogens IV. 692 f. Ausdehnung von Drähten durch den galvanischen Strom IV. 783. Strömungsströme IV. 787. Extrastrom IV. 1042. Dauer der Induktionsströme IV. 1094. Arbeitsleistung der elektrischen Ströme bei der Induktion IV. 1174. Theorie der Elektrizität IV. 1176.  
*Egen*. Formeln für die Spannkraft der Wasserdämpfe III. 681. Elektrische Abstofsung IV. 188.  
*Eisenlohr, Fr.* Minimum der Ablenkung des Lichtes durch Prismen II. 92. Polarisation des Lichtes II. 489. Totalreflexion II. 519. Reflexion an Metallen II. 532. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 562.  
*Eisenlohr, W.* Messung der Wellenlängen des Lichtes durch Beugung II. 477.  
*Elias*. Magnetische Tragkraft IV. 63. Magnetisierung durch den Strom IV. 928.  
*Elster*. Strömungsströme IV. 787.  
*Encke*. Sonnenparallaxe II. 14.  
*Ermann, A.* Volumänderung beim Schmelzen III. 610. Magnetische Karten IV. 153.  
*Ermann, P.* Leitungsfähigkeit des leeren Raumes für die Elektrizität IV. 174. Trockene Säulen IV. 493. Ohmsches Gesetz IV. 521.  
*Esselbach*. Talbotsche Linien II. 435. Wellenlängen des ultravioletten Lichtes II. 480. Brechungsexponenten der ordentlichen Strahlen im Quarz III. 187.  
*Ettingshausen, von*. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 562. Magnetelektrische Maschine IV. 1096.  
*Ettingshausen von C.* Ablenkung des Stromes in seinem Leiter durch Magnete IV. 900. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 995. 996. Diamagnetismus des Wismut IV. 998.

- Euler*. Theorie der Wage I. 179. 8. gungen von Saiten I. 630. I. tionstheorie II. 43.  
*Ewing*. Phonograph I. 824.  
*Exner, F.* Dichtigkeitsexmaximum Wassers III. 74. Elektrische Dzen zwischen Metallen IV. 455. vanische Polarisation IV. 769. 7. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 784. Chemische Theorie des Galvanismus IV. 797. Absolutes mechanisches Maß der Stromkonstanten IV.

## F.

- Fabry*. Kapillarität I. 323.  
*Fahrenheit*. Thermometerskala I. Gefrieren III. 607.  
*Fairbairn und Tate*. Dampfkraft IV. 754.  
*Faraday*. Akustische Staubfuge IV. 653. Verflüssigung der Gase I. 4773. 774. Magnetismus von Chrommangan IV. 40. Einfluss der Temperatur auf den Magnetismus IV. 124. Reihenfolge der elektrischen Spannungsreihe IV. Elektricitäts-erregung durch Reibung IV. 177. Influenz auf Nichtleiter IV. 212. Influenzwirkung durch induzierte Leiter IV. 215. Sitz der Elektricität IV. 223. Elektrisierte Körper in Hohlräumen IV. 256. Elektrische Polarisation in Isolatoren IV. Elektrische Verteilung in Leitern IV. 286. Spezifisches Leitungsvermögen IV. 287. 288. Elektricitätskonstanten der Gase IV. Theorie der elektrischen Influenz Fernwirkung IV. 341 ff. Dampfmaschine IV. 351. Elektrischer Schlagweite IV. 385. Elektrischer Stand in der Batterie IV. 407. des elektrischen Funkens IV. Spannungsreihe der Metalle in Flüssigkeiten IV. 476. Verschiedene Formen der Voltaschen Säule IV. 497. Strom in isolierten Telegraphenleitung IV. 544. Leitungsfähigkeit fester Körper IV. 574. Thermoströme IV. Nomenclatur bei der Elektrolyse IV. 696. Elektrolyse geschmolzener Salze IV. 698; von Lösungen IV. Elektrolytisches Gesetz IV. 717. Leitung der Flüssigkeiten IV. Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen IV. 717 f. Chemische Wirkung der Reibungselektricität IV. 735. Passivität des Eisens IV. Theorie des Galvanismus IV. Abstofsung der einzelnen Teile des Stromes IV. 806. Rotation des Stromes durch Magnete IV.

- tationen von Magneten durch Ströme IV. 897. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 975. Diamagnetismus IV. 978 ff. Diamagnetische Polarität IV. 985. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 996. Magnetrystallkraft IV. 1002 ff. Drehung der Polarisationsebene des Lichtes durch den Magnet IV. 1006 ff. 1011 ff. Elektrische Induktion IV. 1020. 1024. Magnetoinduktion IV. 1026. Induktion in flüssigen Leitern IV. 1030. Extrastrom IV. 1039 ff. Unipolare Induktion IV. 1048. Induktion durch den Erdmagnetismus IV. 1051. Induktion in körperlichen Leitern IV. 1077. 1080. Dauer der Induktionsströme IV. 1094.
- Favre und Silbermann.** Verbrennungswärmen III. 805. 811. Wärme durch andere chemische Prozesse III. 813. 816. 817. 822. Quecksilberkalorimeter III. 816. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 641. 651. Wärme und Arbeit des Stromes IV. 1172.
- Faye.** Sonnenparallaxe II. 14.
- Fechner.** Atomenlehre I. 191. Empfindung der Lichtstärke II. 371. Nachbilder II. 374. Influenzelektricität IV. 216. Theorie der Voltaschen Fundamentalversuche IV. 467. Spannungsreihe der Metalle in Wasser IV. 476. Elektricitätsregung bei Berührung zweier Flüssigkeiten IV. 479; bei Berührung von Metallen und Isolatoren IV. 486. Voltasche Säule IV. 488. Experimentelle Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch Messung der Stromstärken IV. 525. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 603. Wärmeerregung durch den galvanischen Strom IV. 633. Theorie der Elektrolyse IV. 740. Polarisation und Übergangswiderstand IV. 759. 765. Passivität des Eisens IV. 782. Theorie des Galvanismus IV. 795. Theorie der Induktion in linearen Leitern IV. 1063.
- Feddersen.** Partialentladungen IV. 390. Dauer der elektrischen Entladung IV. 392. Mechanismus der Entladung IV. 394 ff. Oscillierende Entladung IV. 396.
- Feilitzsch, von.** Abstofsung zweier Teile desselben Stromes IV. 806. Elektromagnetische Rotationsapparate IV. 894. Ablenkung des Stromes durch Magnete in seinem Leiter IV. 900. Einwürfe gegen Poissons Theorie der Magnetisierung IV. 950. Verteilung des Magnetismus in Elektromagneten IV. 963. Theorie des Diamagnetismus IV. 985. Magnetelektrische Maschinen IV. 1096.
- Felici.** Gesetze der Induktion IV. 1036. Einfluss der Induktion auf die Entwicklung der Ströme IV. 1093.
- Fessel.** Rotationsapparat I. 144.
- Feussner.** Newtons Farbenringe II. 410.
- Fick.** Diffusion von Flüssigkeiten I. 357. 361. Irradiation II. 368.
- Fischer.** Absolute Schwingungszahl des  $a_1$  I. 719.
- Fischer.** Elektrolyse IV. 715.
- Fizeau.** Geschwindigkeit des Lichtes II. 18. Interferenz des Lichtes II. 406; bei grossen Gangunterschieden II. 430. 431 ff. Änderung der Brechungsexponenten fester Körper mit der Temperatur II. 434. Ausdehnung fester Körper III. 33. 37; der Krystalle III. 46 ff.; des Jodsilbers III. 53. und **Foucault.** Interferenz der Wärmestrahlen III. 223. 224. Elektrisches Licht IV. 690. Kondensator an Induktionsapparaten IV. 1116.
- Flaugergues.** Spezifische Wärme des Wassers III. 468.
- Forbes.** Brechung der Wärmestrahlen III. 1:3. Polarisation der Wärme III. 230. Doppelbrechung der Wärme III. 233. Wärmeleitung fester Körper III. 295.
- Fortin.** Barometer I. 407
- Forster.** Phosphoreszenz II. 334.
- Forster und Fritz.** Brachyteleskop II. 388.
- Foucault.** Pendelversuch I. 146. 180. Erhaltung der Rotationsebene I. 180. Lichtgeschwindigkeit II. 18. 24. Lichtgeschwindigkeit in verschiedenen Medien II. 140. Schlierenmethode II. 261. Entstehung der Fraunhoferschen Linien II. 278. Interferenz des Lichtes bei grossen Gangunterschieden II. 430. Polarisationsprisma II. 595. Rotationsmagnetismus IV. 1079. Interruptor IV. 1115. Siehe auch Fizeau.
- Fourier.** Emission des Lichtes und der Wärme II. 42. III. 170. Wärmeleitung III. 278. 287.
- Frankenheim.** Kapillarität I. 334. 341. Ausdehnung des Wassers III. 74. Peltierscher Versuch IV. 653.
- Frankland.** Kontinuierliches Spektrum der unter hohem Druck brennenden Wasserstofflampe II. 306.
- Franklin.** Hypothese eines elektrischen Fluidums IV. 214. Ladungsplatte IV. 370.
- Franz.** Spektrum der Sonnenwärme III. 178. Diathermanität III. 193. Diathermansie des Auges III. 236. Siehe auch Wiedemann.

- Fraunhofer*. Linien im Sonnenspektrum II. 146. Bestimmung der Brechungsexponenten II. 150. Brechungsexponenten fester und flüssiger Körper II. 157. 158. Wellenlängen des Lichtes II. 159. Totale und partielle Dispersion II. 210. Chromatische Abweichung des Auges II. 367. Beugung des Lichtes II. 450. 461. Messung der Wellenlängen II. 477. Licht des elektrischen Funkens IV. 435.
- Fresnel*. Wellenbewegung I. 618. Undulationstheorie II. 43. Reflexionsgesetz II. 50. Brechungsgesetz II. 113. Spiegelversuch II. 393. 396. 401. Messung der Wellenlängen des Lichts II. 400. Interferenzprisma II. 405. Farberinge II. 411. Beugung des Lichtes II. 440 ff. 445 ff.; in durchsichtigen Schirmen II. 470. Polarisation des Lichtes II. 488. 491. 495. und *Arago*. Gesetze der Interferenz des polarisierten Lichtes II. 490. 626. Reflexion des polarisierten Lichtes II. 498 ff. Folgerungen aus der Reflexionstheorie II. 510. Drehung der Polarisationssebene II. 513. Totale Reflexion II. 515 ff. Elliptische Polarisation bei totaler Reflexion II. 521. Theorie der Doppelbrechung II. 587. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 606. 620. Farben in parallel der Axe geschnittenen Platten einaxiger Krystalle II. 644. Farben in zweiaxigen Krystallen II. 657. Circularpolarisation im Bergkrystall II. 680. Doppelbrechung im Bergkrystall parallel der Axe II. 683.
- Fröhlich*. Zum elektrischen Grundgesetz von Clausius IV. 862.
- Frölich*. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität IV. 404. Widerstand und elektromotorische Kraft im elektrischen Flammbogen IV. 694. Theorie der Dynamomaschine IV. 1107. 1109.
- Fromme*. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611; des Bunsenschen Elementes IV. 612. Galvanische Polarisation IV. 772. 778. Maximum des Magnetismus im Eisen IV. 939. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946.
- Fuchs*. Bestimmung von Leitungswiderständen durch Messung von Potentialdifferenzen IV. 562.
- G.**
- Galilei*. Fallgesetze I. 179. Pendelgesetze I. 179.
- Galvani*. Entdeckung der Kontaktelektrizität IV. 441.
- Gambey*. Deklinationsboussole IV. 111.
- Garibaldi*. Diathermansie der festen Luft III. 212.
- Gassiot*. Funken an der galvanischen Batterie IV. 684. Elektrisches Licht IV. 688. Durchgang beider Induktionsströme durch mit verdünnten Gasen gefüllte Räume IV. 1119. Induktionsstrom in luftverdünnten Räumen IV. 1121.
- Gauguin*. Influenz in nichtleitenden Substanzen IV. 319. Schlagweite der elektrischen Entladung IV. 379. Thermströme IV. 624. Tangentenboussole II. 908. Gesetze der Induktionsströme IV. 1036.
- Gauss*. Wert von  $g$  in Göttingen I. 6. Maß der Masse I. 60. Torsion von Seidenfäden I. 223. Innere Reibung I. 255. Kapillarität I. 310. 316. Mithraufhängung I. 520. Heliotrop II. 52. Spiegelablesung II. 57. Geoptische Untersuchungen II. 230. 261. Potentialtheorie IV. 2. Satz über die zweiten Differentialquotienten der Potentialfunktion IV. 29. Magnetometer IV. 73. Messung der magnetischen Direktionskraft IV. 76. Bestimmung der Trägheitsmomente von Magneten IV. 79. Absolute Einheit des Magnetismus IV. 83. 107. Magnetische Fernwirkung IV. 91. 102. Bestimmung der Deklination IV. 135; der Inklination IV. 142. Intensität des Erdmagnetismus IV. 147. Bifilarmagnetometer IV. 147. 152. Magnetische Karten IV. 153. Magnetischer Zustand der Erde IV. 156.
- Gay-Lussac*. Kohäsion der Flüssigkeiten I. 305. Kapillarität I. 322. Barometer I. 412. Ausdehnung der Gase III. 87. und *Welter*. Spezifische Wärme der Gase bei konstantem Volum III. 413. Änderung der Siedetemperatur III. 646. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 669. Spannung der Dämpfe in Gasen III. 702. Bestimmung der Dampfdichten III. 739.
- Geissler*. Quecksilberluftpumpe I. 454. und *Plücker*. Ausdehnung des Wassers III. 74. Geisslersche Röhren IV. 1121.
- Gerland*. Elektrischer Kondensator IV. 453. Elektrische Differenzen der Metalle IV. 457. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Wasser IV. 468 und 478.
- Gerling*. Netzhautbilder II. 355.
- Gernez*. Drehung der Polarisationssebene in Flüssigkeiten II. 688. 694.
- Gerosa*. Spezifische Wärme des Wassers III. 474.
- Gerstner*. Bieungselasticität I. 229.



- Geuther.** Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen IV. 718.
- Gibson.** Dielektricitätskonstanten IV. 300. 311.
- Giese.** Elektrischer Rückstand IV. 412. Graduierung der Kirchhoff-Wheatstoneschen Brücke IV. 567.
- Gilbert.** Elektrizität IV. 165.
- Girard.** Ausströmen der Gase I. 509.
- Gladstone.** Siehe *Dale*. Refraktionsäquivalente II. 185. Sekundäre Elemente IV. 779.
- Glan.** Abhängigkeit der Absorption des Lichtes von der Dichte der absorbierenden Substanz II. 272. von der Temperatur der absorbierenden Substanz II. 305. Spektrophotometer II. 601.
- Glatzel.** Ausdehnung von festen Körpern durch die Wärme III. 31.
- Glazebrook.** Bestimmung des Ohm IV. 1149.
- Gmelin.** Chemische Wirkung des Lichtes II. 341.
- Gockel.** Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft eines Elementes und der chemisch entwickelten Wärme IV. 1169.
- Goldstein.** Erscheinungen in Geisslerschen Röhren IV. 1123. Kathodenstrahlen IV. 1131. Einfluß des Magnets auf die Erscheinungen in Geisslerschen Röhren IV. 1136.
- Gordon.** Messung von Dielektricitätskonstanten IV. 300. 311. 312. Magnetische Drehung der Polarisationssebene bei Reflexion IV. 1020.
- Gore.** Elektrolyse IV. 742.
- Graetz.** Wärmeleitung der Flüssigkeiten III. 326; der Gase III. 340. 348. Absoluter Wert des Strahlungsvermögens mit Zugrundelegen des Stefanschen Gesetzes III. 364.
- Graham.** Diffusion von Flüssigkeiten I. 357. Ausfluss der Gase durch kapillare Röhren I. 511. Diffusion der Gase I. 527. 539. Absorption des Wasserstoffs durch Palladium bei der Elektrolyse IV. 713.
- Grailich.** Zweiaxige Krystalle II. 626. und *von Lang*, zweiaxige Krystalle II. 626. Magnetrystallkraft IV. 1004.
- Gramme.** Dynamoelektrische Maschine IV. 1099. 1104.
- Grassi.** Kompression der Flüssigkeiten I. 272.
- Grassmann.** Luftpumpenhahn I. 482. Vokaltheorie I. 782. Elektrodynamik IV. 822.
- S'Gravesande.** Elasticität I. 198.
- Green.** Reflexionstheorie des Lichtes II. 565. Potentialtheorie IV. 1. Greenscher Satz IV. 26. Theorie des Magnetismus IV. 113. Verteilung der Elektrizität auf Leitern IV. 229; auf getrennten Leitern IV. 259.
- Greiner.** Heberbarometer I. 412.
- Grimaldi.** Interferenz des Lichtes II. 392. Beugung des Lichtes II. 445.
- Grinwis.** Verteilung der Elektrizität auf getrennten Leitern IV. 259.
- Gross.** Elektrische Pausen IV. 435.
- Groth.** Zweiaxige Krystalle II. 626. Polarisationsmikroskop II. 635. Messung der Axenwinkel in zweiaxigen Krystallen II. 665. Rechts und links drehende Krystalle II. 672. Drehung der Polarisationssebene im überjodsauren Natron II. 686.
- Grottrian.** Reibung der Flüssigkeiten I. 389. Dichtigkeit gesättigter Dämpfe (mit Wüllner) III. 758. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 591. 593 und Reibung IV. 752.
- Grotthuss.** Theorie der Elektrolyse IV. 737.
- Grove.** Sieden des Wassers III. 648. Gaselement IV. 483 ff. Galvanisches Element IV. 502. Galvanisches Glühen von Drähten IV. 681. Chemische Wirkung der Reibungselektrizität IV. 735. Schichtung des elektrischen Lichtes IV. 1129.
- Grunmach.** Vergleichung der Quecksilberthermometer III. 130. Drehung der Polarisationssebene der Wärme durch den Strom IV. 1011.
- Guillemin.** Beziehung zwischen Magnetismus und Biegung IV. 121. Ströme in ungeschlossenen Leitern IV. 541. In isolierten Telegraphenleitungen IV. 544.
- Guthrie.** Kapillarität I. 337. Wärmeleitung in Flüssigkeiten III. 313.

## H.

- Hadley.** Spiegelsextant II. 58.
- Haecker.** Tragkraft der Magnete IV. 59. 63.
- Haga.** Diathermansie der feuchten Luft III. 213. Strömungsströme IV. 787.
- Hagen.** Kapillarität I. 315. 341. Ausfluss durch kapillare Röhren I. 384. Ausdehnung des Wassers III. 72.
- Hagen, E. B.** Spannkraft des Quecksilberdampfes III. 692.
- Hagen, O.** Absorptionsgesetz des Lichtes II. 270.
- Hagenbach.** Reibung der Flüssigkeiten I. 379. 383. Fluoreszenz II. 323 ff. 328. Phosphoreszenzlicht II. 341.

- Haidinger*. Polarisationsbüschel II. 485. Polarisationsebene II. 489. Elliptische Polarisation bei Reflexion an stark absorbierenden Medien II. 531.
- Hajech*. Brechung des Schalles I. 817.
- Haldat*. Hydrostatischer Apparat I. 278.
- Hällström*. Stöße, akustische I. 837. Ansehnung des Quecksilbers III. 58; des Wassers III. 71.
- Hall*. Ablenkung des Stromes in seinem Leiter durch Magnete IV. 900.
- Halley*. Magnetische Karten IV. 153.
- Halske*. Stromunterbrecher IV. 1022.
- Hamilton*. Konische Refraktion II. 620. 622.
- Handl*. Siehe *Příbram*.
- Hankel*. Pyroelektricität IV. 180 ff. Elektricität der Flamme IV. 182. Verteilung der Elektricität auf getrennten Leitern IV. 259. Elektrometer IV. 284. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen IV. 457. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Wasser IV. 468. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 585. Thermoelekt. Spannungsreihe IV. 620. Thermoströme IV. 624. Magnetismus des Eisen und Kobalt IV. 940. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 977. Theorie der Elektricität IV. 1176.
- Hansemann* siehe *Kirchhoff*.
- Hansen*. Sonnenparallaxe II. 14.
- Hanstern*. Magnetische Fernwirkung IV. 91. Magnetische Karten IV. 153. Magnetischer Zustand der Erde IV. 156.
- Hare*. Kalorimotor IV. 497.
- Harms*. Philosophische Einleitung in die Physik I. 191.
- Harting*. Mikroskop II. 383.
- Harris*. Schlagweite der Batterie IV. 376. 384. Rotationsmagnetismus IV. 1078.
- Haughton*. Dichtigkeit der Erde I. 175.
- Hauy*. Kapillarität I. 349. Elektricität durch Druck IV. 179.
- Haycraft*. Spezifische Wärme der Gase III. 491.
- Hefner Altenek von*. Induktionstrommel der Dynamomaschine IV. 1099.
- Heintz*. Schmelzpunkte III. 633. Elektricität durch Reibung IV. 177.
- Helmert*. Bestimmung von  $g$  I. 181. Lichtgeschwindigkeit II. 23.
- von Helmholtz*. Naturauffassung I. 8. Reibung der Flüssigkeiten I. 379. Ausfluss durch kapillare Röhren I. 383. Vibrationsmikroskop I. 664. Schwingung der Saiten I. 667 ff. Klang I. 696. Tonleiter I. 713. Musikalische Temperatur I. 717. Grenze der Hörbarkeit I. 720. 721. Analyse des Klanges I. 723. 730. Saitenkänge I. 735. Theorie der Pfeifentöne I. 751. Klang der Pfeifen I. 755. Theorie der Zungenpfeifen mit weichen Zungen I. 767. Bildung der Vokale I. 776 ff. Geschwindigkeit des Schalles in Röhren I. 799. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten I. 813. Resonanz I. 820. Gehörorgan I. 827. Stöße I. 839. Kombinationstöne I. 842 ff. Theorie der Konsonanz und Dissonanz I. 845. Theorie der Brechung, Dispersion und Absorption II. 121 ff. Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 178. Brechung des Lichtes in kugelförmigen Flächen II. 225. Das menschliche Auge II. 353. Konstanten des Auges II. 356. Sehen in verschiedenen Entfernungen II. 363. Accommodation II. 364. Monochromatische Abweichung des Auges II. 366. Irradiation II. 368. Gesichtsempfindungen II. 370. Perception der Farben II. 372 ff. Nachbilder II. 374. Gesichtswahrnehmungen II. 374. Identische Netzhauptpunkte II. 377. Polarisationsbüschel II. 485. Natur der Wärme III. 381. Princip der Erhaltung der Kraft III. 381. Tierische Wärme III. 824. Bestimmung der Arbeit aus dem Potential IV. 35. Anziehung zweier elektrisierter Körper in einem Dielectricum IV. 303. Entladungsstrom der Leydener Flasche IV. 376. Oscillierende Entladung IV. 399. Wärmeerregung durch die elektrische Entladung IV. 428. Elektromotorische Kraft IV. 445. Gesetz der Spannungsreihe IV. 460. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 640. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 731. Galvanische Polarisation IV. 769. 770. Elektrolytische Konvektion IV. 770. 772. Wirkung des Stromes auf Kapillarität IV. 785. Theorie der Stromgestrüme und der elektrischen Fortführung; elektrische Doppelschichten IV. 789. Theorie des Galvanismus IV. 791. Einwurfe gegen Webers elektrisches Grundgesetz IV. 851. 858. Theorie der Elektrodynamik IV. 860 ff. Rotation von Strömen unter dem Einflusse von Magneten IV. 895. Tangentenbussole IV. 908. Einfluß der Induktion auf die Entstehung der Ströme IV. 1093. Bewegung der Elektricität in nichtgeschlossenen Induktionsspiralen IV. 1095. Theorie des Telephon IV. 1112. Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft einer

- Elementes und der chemisch entwickelten Wärme IV. 1168.
- Henke*. Accommodation II. 365.
- Henrichsen*. Specifische Wärme des Wassers III. 474.
- Henrici*. Ausdehnung des Wassers III. 74.
- Henry*. Absorption der Gase I. 498.
- Henry, J.* Induktionsströme höherer Ordnung IV. 1055.
- Hermann, L.* Induktion in flüssigen Leitern IV. 1030.
- Hermann und Pfister*. Sphärometer I. 24.
- Herschel*. Interferenz des Schalles I. 832. Emissionshypothese II. 39. Reflexion des Lichtes II. 81. Brechung des Lichtes II. 138. Aplanatische Linsen II. 255. Absorptionsgesetz des Lichtes II. 269. Fluorescenz II. 314. Farben dicker Platten II. 424. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 620. Farbenringe in einaxigen Krystallen II. 640. Farbenkurven in zweiaxigen Krystallen II. 658. Rechts- oder linksdrehende Bergkrystalle II. 671. Spektrum der Sonnenwärme III. 177. 181. Passivität des Eisens IV. 780. Siehe auch *Babbage*.
- Hertz*. Methode von *Clement* und *Desormes* zur Bestimmung des Verhältnisses der beiden specifischen Wärmen der Gase III. 512. Spannkraft des Quecksilberdampfes III. 692. Theoretische Gleichung für die Spannkraft der Dämpfe III. 795.
- Herwig*. Absolute Mafse I. 519. Spannkraft der Dämpfe III. 703. Ausdehnungskoeffizient der Dämpfe III. 751. Dichtigkeit gesättigter Dämpfe III. 754. Elektrisches Licht IV. 687. Galvanische Polarisation IV. 769. Zu v. *Helmholtz* Theorie der Elektrodynamik IV. 861. Rotation von Strömen unter dem Einflusse von Magneten IV. 895.
- Hess*. Schmelzwärme des Wassers III. 619. Verbrennungswärme III. 811. 822.
- Hemstedt*. Ausmessung einer Spirale auf magnetischem Wege IV. 1145. Bestimmung des Ohm IV. 1149.
- Hirn*. Ausdehnung des Wassers III. 78; verschiedener Flüssigkeiten III. 83. Umsetzung von Arbeit in Wärme III. 394 ff., von Wärme in Arbeit III. 406. Bestimmung der specifischen Wärme nach der Erkaltungsmethode III. 465. Specifische Wärme des Wassers III. 471. Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volum III. 513. Specifische Wärme von Flüssigkeiten III. 553. Specifische Wärme der gesättigten Dämpfe III. 737. Dampflichten III. 749.
- Hittorf*. Allotropie des Selen I. 189. und *Plücker*. Spektra glühender Gase II. 295 ff. 301. Elektrolyse von Lösungen IV. 701. Faradaysches Gesetz IV. 708. Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen IV. 718. Wanderung der Ionen IV. 723. Elektrolyse von Lösungsgemischen IV. 733. Theorie der Elektrolyse IV. 740. 741. 744. Entladung des Induktionsstromes in gasverdünnten Räumen IV. 1123. Negatives Licht IV. 1131. Durchgang des konstanten Stromes durch Gase IV. 1131. Leitung der Gase IV. 1132. Einfluß des Magnets auf die Entladungen in Geisslerschen Röhren IV. 1136.
- Hock*. Brechungsexponenten II. 177. 184.
- van T' Hoff*. Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft eines Elementes der chemisch entwickelten Wärme IV. 1168.
- Hoffmann*. Brechungsexponenten II. 189.
- Hofmann, A. W.* Dampflichtebestimmung III. 744.
- Hofmann*. Sonnenspektrum II. 148.
- Hofmann*. Geradsichtiges Prisma II. 217.
- Holtz*. Influenzmaschinen IV. 359.
- Holtzmann*. Polarisation des Lichtes II. 489. Thermometerkorrektur III. 377.
- Holzmann*. Metallthermometer III. 136.
- Hooke*. Elasticität I. 198. Farben dünner Blättchen II. 407.
- Hoorweg*. Diathermansie der feuchten Luft III. 213. Elektrische Differenzen zwischen Metallen IV. 459. Elektromotorische Kraft IV. 602. Peltiersches Phänomen IV. 660.
- Hopkins*. Pfeifentöne I. 746. Interferenz des Schalles I. 832. Änderung der Schmelztemperatur mit dem Drucke III. 632.
- Hopkinson*. Messung von Dielektricitätskonstanten IV. 300. 311.
- Horsford*. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 582.
- Horstmann*. Dampflichten III. 749.
- Hübener*. Reibung der Flüssigkeiten I. 389.
- Hurion*. Anomale Dispersion der Gase II. 195.
- Huyghens*. Pendelgesetze I. 179. Centrifugalkraft I. 179. Stoßgesetze I. 246. Princip der Fortpflanzung der Wellen I. 604. 618. Undulationstheorie II. 43. Reflexionsgesetz II. 50. Brechungsgesetz II. 113. Polarisation des Lichtes durch Doppelbrechung II. 482. Doppelbrechung des Lichtes II. 570.



## J.

- Jacobi, C. G. J.* Mechanik I. 179.  
*Jacobi.* Widerstandseinheit IV. 559.  
 Rheostat IV. 552. 555. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611. Elektrisches Licht IV. 683. Siehe auch *Lenz*.  
*Jacobson.* Anschluss durch kapillare Röhren I. 383.  
*Jacques.* Zusammensetzung der von glühenden Körpern ausgestrahlten Wärme III. 252.  
*Jäger.* Trockene Säulen IV. 493.  
*Jahn.* Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft eines Elementes und der chemisch entwickelten Wärme IV. 1169 ff.  
*Jamin.* Brechungsexponenten, Abhängigkeit von der Temperatur II. 176. 429. Farben dicker Platten II. 424. Interferenzialrefraktor II. 428. Polarisation des Lichtes II. 489. Totale Reflexion II. 524. Reflexion an Metallen II. 549. 553. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 560. Doppelbrechung im Bergkrystall parallel der Axe II. 684. und *Masson*. Diathermanität III. 190. und *Amaury*. Specifische Wärme des Wassers III. 471. Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 814. Elektromagnetische Rotationsapparate IV. 894. Lamellenmagnete IV. 965.  
*Jannetaz.* Wärmeleitung in Krystallen III. 311.  
*Jannsen.* Absorption des Lichtes in Gasen II. 276. 277. Diathermansie des Auges III. 236.  
*Janssen.* Kritische Temperatur des Stickoxydul III. 781.  
*Jellet.* Halbschattenapparat (Saccharimeter) II. 698.  
*Jenkin.* Extrastrom IV. 1039.  
*Jenkin, F.* Phonograph I. 824. Widerstandseinheiten IV. 550. Absolute elektrische Widerstandsmessungen IV. 1148.  
*Jerichau.* Endosmose I. 366.  
*Jenhouss.* Wärmeleitung III. 291.  
*Jochmann.* Mariottesches Gesetz I. 431. Beugung des Lichtes in durchsichtigen Schirmen II. 473. Reflexion an Metallen II. 555. Induktion in körperlichen Leitern IV. 1082.  
*Johannisjan.* Diffusion I. 364.  
*Jolly.* Abnahme der Schwere mit der Höhe I. 162. Dichtigkeit der Erde I. 170. 181. Mechanik I. 179. Endosmose I. 366. Quecksilberluftpumpe I. 486. Ausdehnung des Wassers III. 74; der Gase III. 94. 101. Elektricitätsentwicklung beim Ausströmen von Kohlensäure IV. 353.

- Joule.* Theorie der Gase I. 440. Umsetzung von Arbeit in Wärme III. 388 ff. 392. 397. Umsetzung der Wärme in Arbeit III. 404. und *W. Thomson*. Innere Arbeit bei Ausdehnung der Gase III. 526. Temperaturerhöhung der Flüssigkeiten durch Kompression III. 561. Wärmeerregung durch Magnetisieren IV. 126. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611. Gesetz der Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 633. 637. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 921. Abhängigkeit des Magnetismus von der magnetisierenden Kraft IV. 935. Thomsonscher Satz über Elektromagnete IV. 960. Messung der im elektr. Strom entwickelten Wärme nach absolutem Maße IV. 1164.  
*Isenkrahe.* Fernwirkung I. 153.  
*Jullien.* Mechanik I. 179.  
*Jürgensen.* Mechanische Wirkung des Stromes IV. 729.

## K.

- Kaiser.* Geschwindigkeit des Schalles in Röhren I. 801.  
*Kämtz.* Meteorologie I. 411. Spannkraft der Dämpfe III. 669.  
*Kater.* Bestimmung von  $g$  I. 133. 136.  
*Keir.* Passivität des Eisens IV. 780.  
*Kepler.* Gesetze der Planetenbewegungen I. 149. 181.  
*Kerr.* Elektrooptische Doppelbrechung IV. 339. Magnetische Drehung der Polarisationsebene durch Reflexion IV. 1018.  
*Ketteler.* Dispersion des Lichtes II. 121. Abhängigkeit der Brechungsexponenten vom Einfallswinkel II. 132. Messung der Brechungsexponenten anomal dispergierender Medien II. 155. Prüfung der Dispersionstheorie II. 161. Brechungsexponenten von Cyanälsungen II. 170. Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 178. Dispersion der Gase II. 194. 429. Theorie der Absorption des Lichtes II. 314. Farben dicker Platten II. 427. Wellenlängen des Lichtes II. 481. Theorie der Reflexion des Lichtes II. 506., der Totalreflexion II. 519., der Reflexion an absorbierenden Medien II. 540. 562.  
*King* und *McKichan* absolutes mechanisches Maß der Stromkonstanten IV. 1159.  
*Kieselring.* Interferenz des Schalles I. 834.  
*Kirchhoff.* Elasticität I. 196. Querkontraktion I. 203. 205. Schwingungen von Platten I. 647 ff. Geschwindigkeit



- keit des Schalles in Röhren I. 799. Sonnenspektrum II. 148. Absorption des Lichtes in Flammen II. 278. Satz der Gleichheit der Emission und Absorption des Lichtes II. 280. Erklärung der Fraunhoferschen Linien II. 281. Beschaffenheit der Sonne II. 284. Emission des Lichtes II. 285. Zur Geschichte der Spektralanalyse II. 288. und *Bunsen*. Spektralanalyse II. 289. Abhängigkeit des Emissionsvermögens von der Temperatur II. 304. Satz über Emission und Absorption der Wärme III. 262 ff. und *Hansemann*. Wärmeleitung fester Körper III. 302. Wirkungsfunktion III. 408. Quadrantenelektrometer IV. 284. Entladung der Leydener Flasche IV. 376. Oscillierende Entladung IV. 399. Licht des elektrischen Funkens IV. 436. Ohmsches Gesetz IV. 507. 520. Stromverzweigung IV. 536. Modifikation der Wheatstoneschen Brücke IV. 565. Messung kleiner Widerstände IV. 573. und *Hansemann*. Beziehung zwischen den Leitungsfähigkeiten für Wärme und Elektrizität IV. 581. Magnetismus eines unbegrenzten Cylinders und eines Ringes IV. 952. Theorie der Magnetisierung IV. 954. Berechnung der Magnetisierungsfunktion IV. 955.
- Kleist*. Leydener Flasche IV. 369.
- Klemenčič*. Dielektricitätskonstanten der Gase IV. 318. Absolutes mechanisches Maß der Stromkonstanten IV. 1159.
- Knoblauch*. Spektrum der Sonnenwärme III. 178. Diathermansie III. 196. 200. Verhalten des Steinsalzes und Sylvins III. 201 ff. Diffuse Reflexion der Wärme III. 221. Wärmeführung der Metalle III. 222. Interferenz der Wärmestrahlen III. 223. Beugung der Wärme III. 224. Polarisation der Wärme III. 228. 229. Doppelbrechung der Wärme III. 232. Interferenz der polarisierten Wärme III. 233. Emission der Wärme III. 241. 242. 250. 255. Leitungsfähigkeit der Hölzer für Wärme III. 312. und *Tyndall*. Magnetrystallkraft IV. 1004.
- von *Kobell*. Härteskala I. 245.
- Koch*. Ausströmen der Gase I. 508.
- Köhler*. Pyroelektricität IV. 180.
- Kohlrausch*, R. Bestimmung des spezifischen Gewichtes III. 144. Dichtigkeit der Luft III. 153. Thermoelektricität IV. 179. und *Weber*. Absolutes Maß der Elektrizität IV. 184. Messung der Elektrizität nach absolutem Maß IV. 197. Torsionselktrometer IV. 269. Sineuselektrometer IV. 273. Kondensator IV. 367. Elektrischer Rückstand IV. 406 ff. Elektrische Spannungsreihe IV. 452. 457. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 464. 465. Prüfung des Ohmschen Gesetzes IV. 521. Theorie des Galvanismus IV. 791. Absolutes Maß der Stromstärken IV. 916. und *Weber*. Absolute mechanische Maße der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes IV. 1153.
- Kohlrausch*, F. und *Loomis*. Torsionselasticität I. 228. Elastische Nachwirkung I. 233 ff. 238. 240. Bestimmung von Brechungsexponenten durch totale Reflexion II. 206. Spezifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 518. Theorie der Biflarsuspension IV. 147. Messung kleiner Widerstände IV. 573. Elektrische Leitungsfähigkeit von Zinkvitriollösungen IV. 588; der Flüssigkeiten IV. 591. 592. und *Nippoldt* der Flüssigkeiten IV. 591. und *Grottrian* der Flüssigkeiten IV. 591; des Wassers und Alkohols IV. 596. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611. Theorie der Thermostrome IV. 674. Elektrolytische Leitung der Flüssigkeiten IV. 709. Zur Theorie der Elektrolyse IV. 750. Theorie der elektrischen Leitung der Flüssigkeiten IV. 753 ff. Spezifische und molekulare Leitungsfähigkeit IV. 755. Galvanische Polarisation IV. 772. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 921. Ausmessung einer Spirale auf magnetischem Wege IV. 1145. Bestimmung des Ohm IV. 1145.
- Kohlrausch*, W. Elektrische Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten IV. 593. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 921.
- Kolbe*. Elektrolyse IV. 715. 716.
- Kolke*, vom. Verteilung des Magnetismus in Elektromagneten IV. 965.
- Kölliker*. Ohr I. 827.
- Kommission*, amerikanische. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 672.
- Kommission der British Association* for advancement of science zur Bestimmung des Ohm IV. 1148.
- König*. Phonautograph I. 663. Apparat zur Analyse des Klanges I. 725. Empfindliche Flammen I. 728. Vokale I. 779. Interferenz des Schalles I. 833. Stöße I. 838. Kombinationstöne I. 843. Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 591.
- Konowalow*. Spannkraft der Dämpfe von Flüssigkeitsgemischen III. 699. 700.
- Koosen*. Abhängigkeit des Magnetismus

- von der Stromstärke IV. 939. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 976. Galvanische Leitung der Lichthülle IV. 1120.
- Kopp.** Atomistik I. 189. Volumenometer I. 471. Ausdehnung des Wassers III. 74; anderer Flüssigkeiten III. 83. Thermometerkorrektur III. 376. Bestimmung der specifischen Wärmen III. 447. Specifische Wärmen allotroper Modifikationen III. 546. Atomwärmen III. 578. Specifische Wärme der Elemente III. 579. 581. Neumannsches Gesetz III. 585. Satz über die Atomwärmen von Verbindungen III. 589. Volumänderungen beim Schmelzen III. 610. Siedepunktsdifferenzen III. 693.
- Korteweg und Julius.** Elektrische Ausdehnung IV. 336.
- Kötteritsch.** Elektrostatik IV. 229.
- Krause.** Menschliches Auge II. 315.
- Krebs.** Siedeverzüge III. 648.
- Kreke.** Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten II. 694.
- Krönig.** Konstitution der Gase I. 440. Mariottesches Gesetz I. 453.
- Kundt.** Reibung der Gase (mit Warburg) I. 517. 520. 525. Schwingungen von Luftplatten I. 680. Zusammengesetzte Schwingungen I. 661. Schallgeschwindigkeit I. 796; in festen Körpern I. 805. und **Lehmann.** Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten I. 813. Anomale Dispersion II. 108 ff. Brechungsexponenten bei anomaler Dispersion II. 169. Anomale Dispersion der Gase II. 195. Wärmeleitung der Gase III. 334. Specifische Wärme des Quecksilberdampfes III. 524 und **Röntgen.** Magnetische Drehung der Polarisationsebene in Gasen IV. 1010. 1017; in Metallen IV. 1018 ff.; durch Reflexion IV. 1019.
- Kupfer.** Einfluß der Wärme auf den Magnetismus IV. 122. 124.
- Kurz.** Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 565.
- Kuytenbrouwer.** Siehe **van Beek.**
- L.**
- Ladd.** Dynamoelektrische Maschine IV. 1104.
- Lallemand.** Polarisation des Lichtes II. 489.
- Lamensky.** Fluoresceenz II. 328. Spectrum der Wärmestrahlen III. 180 ff. Diathermanität III. 191. 193.
- Lambert.** Sprachrohr I. 816. Photometrie II. 39. Ausdehnung der Gase III. 87. Intensität der Wärmestrahlen III. 168. Magnetische Direktionskraft IV. 67.
- Lamé.** Elasticität I. 196. Querkontraction I. 201. 203. Kubische Kompressibilität I. 211. 215.
- Lamont.** Handbuch des Magnetismus IV. 40. Magnetischer Reiserheobol IV. 136. Bestimmung der Inklination IV. 143. Variationen des Erdmagnetismus in München in den Jahren 1853 bis 1871. IV. 162.
- Lamy.** Spektralanalyse II. 214.
- Landolt.** Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte I. 179. Brechungsexponenten von Mischungen II. 185. Refraktionsäquivalente II. 185. Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten II. 694. 690. Drehungskonstante des Zuckers II. 693. Saccharimetrie II. 700. 701. Spannkraft der Dämpfe homologer Verbindungen III. 694. Ammoniumamalgam IV. 715.
- Lanc.** Maßflasche IV. 386.
- Langberg.** Wärmeleitung fester Körper III. 292.
- Lang, von.** Reibung der Gase I. 51. Brechungsexponenten der Luft I. 51. verschiedener Temperatur II. 19. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 562. 565. Zweiaxige Krystalle II. 626. Messung des Axenwinkel in zweiaxigen Krystallen II. 665. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 678. Doppelbrechung im Bergkrystall parallel der Axe II. 684. Drehung der Polarisationsebene im schwefelsauren Äthylendiamin II. 687. Wärmeleitung in Krystallen III. 311. Wärmeleitung der Gase III. 536. Magnetrystallkraft I. 1004.
- Lange.** Apparat zur Demonstration der Stöße I. 838.
- Langsdorf.** Widerstandseinheit IV. 5.
- Langenbeck.** Accommodation II. 365.
- Langley.** Spectrum der Sonnenwärme I. 182. Brechungsexponenten und Wellenlängen der Wärmestrahlen III. 179. Wärmemaximum im Sonnenspectrum III. 183. Beugungsspectrum der Wärmestrahlen III. 226. Temperatur der Sonne III. 375.
- La Place.** Ebbe und Flut. I. 178. Kapillarität I. 306. 310. 316. Höhenmessung mit dem Barometer 462. Ableitung des Verhältnisses beider specifischen Wärmen der Gase aus der Geschwindigkeit des Schalls III. 521. Siehe auch **Laplace.**
- Lasch.** Dichtigkeit der Luft III. 15.
- Laspeyres.** Polarisationsmikroskop 636.



- Laurent**. Halbschattenapparat (Saccharimeter) II. 698.
- Lavoisier und Laplace**. Ausdehnung fester Körper III. 27, 41; des Quecksilbers III. 58. Bestimmung der spezifischen Wärme durch Schmelzen von Eis III. 452. Spezifische Wärme der Gase III. 481. Wärmeverbrauch beim Schmelzen III. 619. Verbrennungswärme III. 801.
- Lecher und Pernter**. Diathermansie der feuchten Luft III. 274. Emission der Wärme III. 254.
- Legendre**. Siedepunkt von Salzlösungen III. 650.
- Lehmann**. Siehe **Kundt**. Durchgang der Elektrizität durch Gase IV. 1135.
- Lehnbach**. Messung des Emissionsvermögens III. 367.
- Leibnitz**. Maß der Kraft I. 179.
- Lenz**. Stromverzweigung IV. 536. Bestimmung des Leitungswiderstandes IV. 558. Leitungsfähigkeit der Metalle IV. 575. Einfluss der Temperatur auf die galvanische Leitungsfähigkeit IV. 578. und **Saveljev**. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 634. Peltier'scher Versuch IV. 652. und **Saveljev**. Galvanische Polarisation IV. 762. Polarisation und Übergangswiderstand IV. 766 ff. und **Jacobi**. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 931; von der Stabdicke IV. 957; von der Stablänge IV. 959. Verteilung des Magnetismus in Elektromagneten IV. 965. Anziehung und Tragkraft der Elektromagnete IV. 970 f. Grundgesetz der elektrischen Induktion IV. 1024; der Magnetinduktion IV. 1026. Gesetze der Induktionsströme IV. 1027 ff.
- Lenz, R.** Elektrischer Widerstand des Quecksilbers IV. 577; von Flüssigkeiten IV. 593; von alkoholischen Lösungen IV. 596. Bestimmung des Ohm IV. 1150.
- Le Roux**. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles I. 787. 793. Anomale Dispersion des Joddampfes II. 107. Dispersion der Gase II. 194. 195. Thermostrome IV. 629. Temperaturänderung an Lötstellen IV. 657. 667. Theorie der Thermostrome IV. 669. Biegung von Strömen durch Magnete IV. 899. Einfluss des Magnetes auf das elektrische Licht IV. 1136.
- Lestic**. Volumenometer I. 468. Differentialthermometer III. 158. Intensität der Wärmestrahlen III. 169. Emission der Wärme III. 170. 240. Absorption der Wärme III. 259.
- Leverrier**. Sonnenparallaxe II. 14.
- Levy**. Ausdehnung des Quecksilbers III. 69.
- Libes**. Elektrizitätserregung durch Druck IV. 142.
- Lichtenberg**. Elektrizitätserregung durch Reibung IV. 176. Elektrische Staubfiguren IV. 356.
- Lindig**. Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft der Elemente von der Temperatur IV. 630.
- Liouville**. Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 809.
- Liphart, von**. Magnetische Wirkung der Reibungselektrizität IV. 977.
- Lippich**. Kaleidophon I. 670. Polarisirtes Licht II. 495.
- Lippmann**. Bestimmung von Leitungswiderständen durch Messung von Potentialdifferenzen IV. 562. Kapillarelektrometer IV. 784.
- Liscovius**. Pfeifentöne I. 745. 755.
- Lissajous**. Wellenbewegung I. 618. Schwingungskurven I. 672.
- Listing**. Dimensionen des Erdkörpers II. 14. Optische Knotenpunkte II. 237. Reduziertes Auge II. 360. Lage der Netzhautbilder II. 362.
- Littrow**. Dioptrik II. 388.
- Lloyd**. Konische Refraktion II. 621. 622. Geschichte der Optik II. 47. 636. Bestimmung der Inklination IV. 142.
- Lockyer**. Hypothese über die mehrfachen Spektre der Gase II. 301.
- Logemann**. Magnete IV. 63. und **van Breda**. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 727.
- Lommel**. Theorie der Dispersion II. 121. Näherungsgleichung für die Brechungsexponenten II. 167. Theorie der Absorption des Lichtes II. 314. Fluoreszenz II. 324. 327. Theorie der Fluoreszenz II. 330. Theorie der Doppelbrechung II. 584.
- Long**. Diffusion I. 364. Elektrische Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten IV. 593.
- Loomis**. Siehe **Kohlrausch, F.**
- Lorberg**. Wärmeleitung der Flüssigkeiten III. 324. Zum elektrischen Grundgesetz von Clausius IV. 862. Unipolare Induktion IV. 1051.
- Lorenz**. Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 182. Brechungsexponenten von Gasen und Dämpfen II. 195. 199. Polarisation des Lichtes II. 489. Wärmeleitung fester Körper III. 305. Beziehung zwischen den Leitungsfähigkeiten für

- Wärme und Elektrizität IV. 581. Bestimmung des Ohm IV. 1149.
- Lorentz.** Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 182. Brechungsexponenten von Mischungen und chemischen Verbindungen II. 187.
- Loschmidt.** Diffusion der Gase I. 527. Größe der Gasmoleküle I. 538.
- Lubarsch.** Fluoreszenz II. 326. 328.
- Lubimoff.** Galileisches Fernrohr II. 387.
- Luc, de.** Ausdehnung fester Körper III. 33. Ausdehnung der Gase III. 87. Spezifische Wärme des Wassers III. 468. Überkühlen des Wassers III. 608. Schmelzwärme III. 617.
- Ludwig.** Endosmose I. 368. Physiologie I. 775. 782. Räumliches Sehen II. 376.
- Lüdtge.** Ausbreitung von Flüssigkeiten I. 357.
- Lundquist.** Theorie der Reflexion II. 532. 537. Reflexion an stark absorbierenden Medien II. 554. Wärmemaximum im Sonnenspectrum III. 183; 227. Wärmeleitung von Flüssigkeiten III. 316.
- M.**
- Macaluso.** Galvanische Polarisation IV. 778.
- Mac Callagh.** Theorie der Reflexion II. 531.
- Mach.** Brechung des Schalles I. 819. Hallisches Phänomen IV. 900.
- Macfarlane.** Elektrische Schlagweite IV. 385.
- Maggi.** Graduierung der Kirchhoff-Wheatstoneschen Brücke IV. 567.
- Magnus, G.** Rotationsapparat I. 180. Gestalt der ausfließenden Strahlen I. 391. 394. Ausdehnung der Gase III. 89. 91. 101. Vergleichung der Thermometer III. 130. Maximumthermometer III. 135. Verhalten des Steinsalzes und Sylvins gegen Wärmestrahlen III. 201. Diathermanität der Gase III. 204; der feuchten Luft III. 206. Vaporisation III. 211. Emission der Wärme III. 243. Leitungsfähigkeit der Gase für Wärme III. 328. Temperatur der Dämpfe aus siedenden Salzlösungen III. 653. Sieden III. 663. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 672. Spannkraft der Wasserdämpfe III. 678. 681; von Flüssigkeitsgemischen III. 697; der Dämpfe in Gasen III. 702. Tierische Wärme III. 824. Sitz der Elektrizität IV. 224. Leitungsfähigkeit der Kohle IV. 574. Thermeströme IV. 629. 630. Sekundäre Wirkung bei der Elektrolyse IV. 714. Wanderung der Ionen IV. 723. Elektrolyse von Lösungsmischen IV. 732. Theorie der Elektrolyse IV. 739. 742. 743. Tragkraft von Hufeisenmagneten IV. 974. Dauer der Induktionsströme IV. 1094.
- Magnus, L. J.** Elasticitätsfläche reaxiger Krystalle II. 607.
- Malus.** Polarisation des Lichtes II. 48. Polarisation durch Reflexion II. 48; durch Brechung II. 498. Doppelbrechung II. 579. Einaxige Krystalle II. 582.
- Maraldi.** Siehe *Cassini*.
- Marangoni.** Ausbreitung von Flüssigkeiten I. 357.
- Marbach.** Drehung der Polarisationsebene in regulären Krystallen II. 66.
- Marcet.** Siedetemperatur III. 646. 649. Siehe auch *De la Rive*.
- Marianini.** Induktion durch Reibungselektrizität IV. 1045.
- Marignac.** Spezifische Wärme von Lösungen III. 595.
- Mariotte.** Stof'apparat I. 247. Mariottesches Gesetz I. 418. Wärmestrahler III. 157. Reflexion der Wärme III. 151.
- Martins.** Geschwindigkeit des Schalles in der Luft I. 788.
- Marr.** Einaxige Krystalle II. 582. Terminallänge II. 596.
- Mascart.** Brechungsexponenten des Lichtes II. 156. Wellenlängen des Lichtes II. 159. Brechungsexponenten der Gase II. 195. 199. Photographie des Sonnenspektrums II. 349. Brechungsexponenten der ultravioletten Strahlen II. 350; III. 187. Messung der Wellenlängen des Lichtes II. 477. Polarisation des Lichtes II. 489. Elektrizität IV. 259. Quadrantenelektrometer IV. 284. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 921 mit *de Neuf* und *Benoit*. Bestimmung des Ohm IV. 1145. 1149.
- Maskelyne.** Dichtigkeit der Erde I. 171. 181.
- Masson.** Kubische Pfeifen I. 754. und *Janin*. Diathermanität III. 199. und *Courtepec*. Emission der Wärme III. 242. Spezifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 513. Laut des elektrischen Funkens IV. 435. 436. Extrastrom IV. 1039. Induktionselemente höherer Ordnung IV. 1057 und *Breg*. Elektromagnetische Induktionsapparate IV. 1112. Spannungserscheinungen an geöffneten Induktionsspiralen IV. 1118.
- Matteucci.** Magnetismus und Torsion IV. 115. Elektrizität bei Berührung von Metallen und Gasen IV. 483. Wider-



- stand im galvanischen Lichtbogen IV. 692. Induktion in körperlichen Leitern IV. 1077. 1082.
- Matthiessen.** Ausdehnung fester Körper III. 31. 37. 42; des Wassers III. 73. Elektrische Widerstandseinheit IV. 551. Leitungsfähigkeit der Metalle IV. 575; des Kupfers IV. 576; der Legierungen IV. 576. Abhängigkeit von der Temperatur IV. 578. Leitungswiderstand der Kohle IV. 582. Darstellung der Leichtmetalle durch Elektrolyse IV. 697.
- Matthieu.** Siehe *Arago*.
- Mauritius.** Magnetismus und Wärme IV. 123.
- Maxim.** Glühlampe IV. 682.
- Maxwell.** Theorie der Gase I. 440. Geschwindigkeit der Gasmoleküle I. 459. Reibung der Gase I. 512. Methode zur Bestimmung der Reibungskoeffizienten I. 520. 524. Diffusion der Gase I. 530. 542. Absolute Maße I. 549. Wärmeleitung der Gase III. 536. Spezifische Wärme und Atomgewicht bei den Gasen III. 601. Theoretische Bestimmung der Dampfspannung III. 796. Theorie der Prüfungskörper IV. 236. Verteilung der Elektrizität auf getrennten Leitern IV. 259. Thomsons Methode der elektrischen Bilder IV. 260. 264. Elektrometervon W. Thomson IV. 282. Faraday-Maxwellsche Theorie der elektrischen Fernwirkung IV. 342. Elektrische Verschiebung IV. 343. Theorie des elektrischen Rückstandes IV. 414. Galvanische Polarisation IV. 769. Tangentenbussolen IV. 910. Kondensator an den Induktionsapparaten IV. 1117. Ausmessung einer Spirale auf magnetischem Wege IV. 1145. Absolutes mechanisches Maß der Stromkonstanten IV. 1159. Elektromagnetische Lichttheorie IV. 1160. Theorie der Elektrizität IV. 1176.
- Mayer, A. M.** Einfluss der Bewegung auf die Tonhöhe I. 831. Wärmeleitung in Kristallen III. 310.
- Mayer, R.** Natur der Wärme III. 381. Princip der Erhaltung der Kraft III. 381.
- Mayer, T.** Ausdehnung der Gase III. 87. Bestimmung der spezifischen Wärme nach der Erkaltungsmethode III. 460. Magnetischer Zustand der Erde IV. 155.
- Meidinger.** Galvanisches Element IV. 501. Elektrolyse des Wassers IV. 713.
- Meissner.** Areometrie I. 304.
- Meissner, A.** Horopter II. 377. und *Meyerstein*. Spiegelgalvanometer IV. 906.
- Melde.** Stehende Schwingungen von Saiten I. 635. Kaleidophon I. 670.
- Melloni.** Thermomultiplikator III. 163. Graduierung des Multiplikators III. 165. Abnahme der Intensität der Wärmestrahlen mit der Entfernung III. 168. Einfluss des Ausstrahlungswinkels III. 170. Reflexion der Wärme III. 171. Brechung der Wärme III. 172. Spektrum der Sonnenwärme III. 178. 181. Diathermansie III. 196. 200. 201. 202. Diffuse Reflexion der Wärme III. 217. Polarisation der Wärme III. 230. 232. Diathermansie des Wassers III. 237. Emission der Wärme III. 240. 241. Absorption der Wärme III. 256. 258. Verhältnis der Emission und Absorption III. 270.
- Mendelejeff.** Spezifisches Gewicht von Alkoholgemischen I. 302. Kapillarität I. 334. Mariottesches Gesetz I. 432. Kritische Temperatur bezw. absoluter Siedepunkt III. 789.
- Mercadier.** Siehe *Cornu*.
- Meyerstein.** Heliostat II. 55. Spektrometer II. 151. Inklinatorium IV. 139. Siehe auch *Meissner*.
- Meyer, H.** Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946. Thomsonscher Satz über ähnlich bewickelte Magnete ähnlicher Dimensionen IV. 960.
- Meyer, O. E.** Pendelschwingung I. 132. Elastische Nachwirkung I. 240. Reibung der Flüssigkeiten I. 379. Bestimmung der Reibungskonstanten I. 386. 388. Geschwindigkeit der Gasmoleküle I. 459. Reibung der Gase I. 512. 517. Reibungskonstante der Luft I. 520; anderer Gase I. 524. 525. Diffusion der Gase I. 530. Wärmeleitung der Gase III. 536. 541.
- Meyer, V.** Methode zur Bestimmung der Dampfdichten III. 744.
- Michell.** Magnetisieren IV. 55.
- Michelson.** Messung der Lichtgeschwindigkeit II. 18. 29.
- Militzer.** Ausdehnung des Quecksilbers III. 62.
- Miller.** Absorption des Lichtes in Gasen II. 275. Einaxige Krystalle II. 582. Zweiaxige Krystalle II. 624. Siehe auch *Daniell*.
- Miller, W. A.** Absorption des Lichtes in Gasen II. 275.
- Mitscherlich, A.** Spektralanalyse II. 291.
- Mitscherlich, F.** Ausdehnung der Krystalle III. 43.
- Möbius.** Mechanik I. 179. Dioptrik II. 261.
- Mohl, von.** Mikroskop II. 383.

*Mohs.* Härteskala I. 245.  
*Moll.* Siehe *van Beek*.  
*Moncel, du.* Licht des Induktionsfunken IV. 1120. Ablenkung der Aureole IV. 1121; durch den Magnet IV. 1136.  
*Morichini.* Magnetismus und Licht IV. 126.  
*Moritz.* Spannkraft der Wasserdämpfe III. 683.  
*Morin.* Reibung I. 253.  
*Morren.* Absorption des Lichtes in Gasen II. 276.  
*Moser.* Hauchbilder I. 495. und *Riess.* Einfluß der Wärme auf den Magnetismus IV. 124. 125; des Lichtes auf den Magnetismus IV. 127. Freiwillige Ablenkung der Magnetnadel IV. 915.  
*Mosotti.* Elektrische Polarisation in Isolatoren IV. 285.  
*Mousson.* Kapillarität I. 310. 316. Thermometerkorrektur III. 377. Änderung der Schmelztemperatur mit dem Druck III. 630. Elektrische Leitungsfähigkeit IV. 577.  
*Moutier.* Randwinkel I. 316.  
*Mouton.* Spectrum der Sonnenwärme III. 182. Messung von Brechungsexponenten und Wellenlängen von ultraroten Strahlen III. 184. Zusammensetzung der von glühendem Platin ausgesandten Wärme III. 251. Oscillierende Ströme in nicht geschlossenen Induktionsspiralen IV. 1095.  
*Müller, Johannes.* Menschliche Stimme I. 772 ff. Hören I. 826.  
*Müller in Freiburg.* Photographie des Sonnenspektrums II. 348. Isochromatische Kurven in einaxigen Krystallen II. 646. 649. Spektrum der Sonnenwärme III. 178. Reduktionsfaktor der Tangentenbussole IV. 530. Elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes IV. 609. Galvanisches Glühen von Drähten IV. 678. Elektrischer Lichtbogen IV. 686. Polarisationswippe IV. 763. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 935. Abhängigkeit des Magnetismus von der Beschaffenheit der Stäbe IV. 947. Anziehung und Tragkraft der Elektromagnete IV. 972.  
*Müller in Hamburg.* Glühlampe IV. 682.  
*Müller in Wesel.* Rheostat IV. 555. Abhängigkeit des Leitungswiderstandes von der Temperatur IV. 578. 579.  
*Müller, H.* Galvanisches Element IV. 505.  
*Müller, Worm.* Elektricitätserrregung bei Berührung zweier Flüssigkeiten IV. 483.

*Münchhausen, von.* Spezifische Wärme des Wassers III. 473.  
*Münchov.* Zusammensetzung des weißen Lichtes II. 194.  
*Munk.* Uebergangswiderstand IV. 760.  
*Munke.* Ausdehnung des Wassers III. 74. Natur der Wärme III. 381. Änderung der Siedetemperatur III. 646.  
*Munk af Rosenschöld.* Elektrische Spannungsreihe IV. 459.  
*Murphy.* Verteilung der Elektricität auf getrennten Leitern IV. 232.  
*Musschenbroek.* Mariottesches Gesetz I. 421. Ausdehnung III. 27. Leydener Flasche IV. 370.

## N.

*Naccari und Bellati.* Thermostrome IV. 629.  
*Nägeli und Schwendner.* Mikroskop II. 383.  
*Narr.* Wärmeleitung der Gase III. 320. Gesetze des Erkaltes III. 358.  
*Natterer.* Abweichung der Gase vom Mariotteschen Gesetz I. 434. Kompressionspumpe I. 492. Kondensatum der Gase III. 773.  
*Naudet.* Metallbarometer I. 414.  
*Neumann.* Spezifische Wärme der Gase III. 602. Verbrennungswärme III. 522.  
*Navier.* Querkontraktion I. 201.  
*Nef.* Wagnerscher Hammer IV. 1021.  
*Neesen.* Elastische Nachwirkung I. 240.  
*Neumann, C.* Fortpflanzung des elektrischen Potentials IV. 851. Zum Weberschen elektrischen Grundgesetz IV. 860; von Helmholtz Theorie der Elektrodynamik IV. 861. Magnetische Drehung der Polarisationssebene IV. 1020.  
*Neumann, F.* Ausbreitung von Flüssigkeiten I. 356. Ausfluß der Flüssigkeiten durch kapillare Röhren I. 384. Wellenbewegung I. 618. Polarisation des Lichtes II. 489. Reflexion des polarisierten Lichtes II. 498; an Metallen II. 531. 546. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 620. Farbenkurven in zweiaxigen Krystallen II. 661; in gekühlten Gläsern II. 669. Wärmeleitung fester Körper III. 298. Bestimmung der spezifischen Wärme III. 444; nach der Erkaltemethode III. 469. Spezifische Wärme des Wassers III. 468. Gesetz über die Beziehung der spezifischen Wärme zu dem Atomgewicht fester Verbindungen III. 577. Spezifische Wärme der Elemente III. 579. Verteilung des Magnetismus in Magneten IV. 115. Elektromotorische Kraft der Thermostrome IV. 632. Potential zweier ge-

- schlossener Ströme auf einander IV. 830. Verhalten der Solenoide IV. 871. Magnetismus des Rotationsellipsoides IV. 952. Theorie der Induktion IV. 1057 ff. 1065.
- Newton.** Allgemeine Massenanziehung I. 149. Fernwirkung I. 153. Principien der Mechanik I. 179. Emissionshypothese II. 39. Reflexion des Lichtes II. 53. Zerstreuung des Lichtes II. 99 ff. Zusammensetzung des weißen Lichtes II. 102. Theorie der Brechung und Zerstreuung II. 138. Farben dünner Blättchen II. 407. ff. Farben dicker Platten II. 423. Polarisisation des Lichtes II. 487. Totale Reflexion II. 520. Hypothese über die Natur der Wärme III. 380.
- Nicholson.** Aräometer I. 295. Elektrisches Licht IV. 683.
- Nicol.** Polarisationsprisma II. 594.
- Niess.** Siehe **Winkelmann**.
- Niklès.** Formen der Elektromagnete IV. 929.
- Nippoldt.** Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 591. Elektrolytische Leitung der Flüssigkeiten IV. 709.
- Nobili.** Thermosäule III. 160. Elektrizität bei Berührung zweier Flüssigkeiten IV. 479. und **Antinori**. Induktion durch den Erdmagnetismus IV. 1052. Induktion in körperlichen Leitern IV. 1077. 1082.
- Nollet.** Leydener Flasche IV. 370.
- Nordenskiöld.** Verbrennungswärme III. 812.
- Nörrenberg.** Interferenz des Schalles I. 832. Polarisisation des Lichtes II. 489. Polarisationsapparat II. 634.
- Novak und Romich.** Dielektricitätskonstanten IV. 304.

O.

- Obach.** Tangentenbussole IV. 905.
- Oberbeck.** Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946. Magnetisierungsfunktion IV. 954.
- Obermair, von.** Reibung der Gase I. 518 524. 525.
- Oersted.** Kompression der Flüssigkeiten I. 266. Mariottesches Gesetz I. 421. Galvanisches Element IV. 496. Ablenkung der Magnetonadel durch den Strom IV. 798.
- Oettingen, von.** Kalibrieren der Thermometer III. 16. Schlagweite der elektrischen Batterie IV. 382. Oscillierende Entladung IV. 400. Magnetische Wirkung der Reibungselektrizität IV. 976.

- Ohm.** Klang I. 696. Analyse des Klanges I. 722. Gesetz der Stromstärke IV. 507. 521. 525. Stromverzweigung IV. 534. 536. Bestimmung des Leitungswiderstandes IV. 558. Leitungswiderstände IV. 575. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 597. Wärmerregung durch den galvanischen Strom IV. 633. Polarisisation und Übergangswiderstand IV. 760. Theorie des Galvanismus IV. 791.
- Okatow.** Querkontraktion I. 207.
- Olsewski.** Siehe **Wroblewski**.

P.

- Paalzow.** Wärmeleitung in Flüssigkeiten III. 313. Oscillierende Entladung IV. 401. Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 589. Vergleichung der elektrischen Leitungsfähigkeit mit der Leitungsfähigkeit für Wärme bei Flüssigkeiten IV. 591. Bewegungserscheinungen im Stromkreise IV. 784. Beobachtung alternierender Ströme mit Geisslerschen Röhren IV. 1138.
- Pacinotti.** Induktionsring der magnetoelektrischen Maschine IV. 1099.
- Pacts van Trostwyk.** Chemische Wirkung der Reibungselektrizität IV. 735.
- Page** siehe **Dupré**.
- Palmieri und Santi Linari.** Induktion durch den Erdmagnetismus IV. 1052.
- Pape.** Drehung der Polarisationssebene des Lichtes in unterschwefelsauren Salzen II. 687. Leitungsfähigkeit der Krystalle III. 312. Bestimmung der spezifischen Wärme nach der Methode von Neumann III. 444. Neumannsches Gesetz III. 585.
- Papin.** Topf III. 656.
- Parrot.** Wärmeleitung der Flüssigkeiten III. 313. Chemische Theorie des Galvanismus IV. 796.
- Pasteur.** Drehung der Polarisationssebene in Lösungen von Traubensäure II. 687.
- Paterson.** Platinirtes Eisen IV. 498.
- Patry.** Unpolarisierbare Elektroden IV. 777.
- Pattinson.** Dampfelektrisirmaschine IV. 351.
- Péclet.** Wärmeleitung III. 287. Elektrizität durch Reibung IV. 177. Spannungsreihe der Metalle IV. 450. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 464.
- Pellat.** Elektrische Differenzen zwischen Metallen IV. 459; zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 471.
- Pelouse.** Elektrolyse IV. 742.
- Peltier.** Wärmewirkung des galvanischen Stromes an Lötstellen IV. 651.



- Luftthermometer IV. 419. Wärme-  
erregung durch die elektrische Ent-  
ladung IV. 420. 427. Mechanische  
Wirkung der Entladung IV. 432.  
Elektrische Pausen IV. 435. Chemische  
Wirkung der Reibungselektricität  
IV. 735. Magnetische Wirkung der  
Reibungselektricität IV. 976. Induk-  
tion durch Reibungselektricität IV.  
1045. Spannungserscheinungen an ge-  
öffnieten Induktionsspiralen IV. 1118.  
Schichtung des elektrischen Lichtes  
IV. 963.
- Righi*. Elektrische Ausdehnung IV. 336.  
Magnetische Drehung der Polarisati-  
onsebene IV. 1019.
- Rijke*. Schlagweite der elektrischen Bat-  
terie IV. 381 f. Extrastrom IV. 1045.  
Dauer der Induktionsströme IV. 1094.
- Rink*. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des  
Schalles I. 792.
- Ritchie*. Photometer II. 32. Emission  
und Absorption der Wärme III. 270.  
Magnetelektrische Maschine IV. 1096.
- Ritter*. Thermostrome IV. 630. Elektro-  
lyse IV. 715. Polarisation und Über-  
gangswiderstand IV. 760.
- Rive, de la und Decandolle*. Leitungs-  
fähigkeit der Hölzer für Wärme III.  
312 und *Marcel*. Bestimmung der  
spezifischen Wärme nach der Erkal-  
tungsmethode III. 460. Spezifische  
Wärme der Gase III. 492; fester Kör-  
per III. 546. Theorie der Voltaschen  
Fundamentalversuche IV. 466. Leitung  
der Flüssigkeiten IV. 709. Theorie  
der Elektrolyse IV. 740. Polarisation  
und Übergangswiderstand IV. 759.  
Polarisation IV. 778. Tonerzeugung  
durch den galvanischen Strom IV. 781.  
Theorie des Galvanismus IV. 796. und  
*Ampère*. Abstossung der Teile eines  
Stromes IV. 805. Richtung der Ströme  
unter dem Einfluß der Erde IV. 866.  
Rotation von Flüssigkeiten unter dem  
Einflusse des Stromes IV. 894. Licht  
des Induktionsstromes in mit verdün-  
nten Gasen gefüllten Räumen IV. 1129.  
Rotation des elektrischen Lichtes durch  
Magnete IV. 1135 und *Sarasin*. Ein-  
fluß des Magnets auf das elektrische  
Licht IV. 1135.
- Röber*. Abhängigkeit des Magnetismus  
von der Stromstärke IV. 942.
- Roberts* Zink-Eisen-Kette IV. 498.
- Roberts und Wrightson*. Volumänderung  
beim Schmelzen III. 616.
- Robinson*. Galvanische Polarisation IV.  
778. Elektrisches Licht IV. 1120.
- Robison*. Mariottesches Gesetz I. 421.
- Rochon*. Mikrometer II. 597.
- Rodwell*. Ausdehnung der Haloidsalze  
des Silbers durch Wärme III. 54.
- Roget*. Anziehung der Teile eines elektri-  
schen Stromes IV. 804.
- Roiti*. Ablenkung des Stromes im Leiter  
durch Magnete IV. 901. Bestimmung  
des Ohm IV. 1149.
- Römer*. Geschwindigkeit des Planeten-  
lichtes II. 15.
- Röntgen*. Kapillarität I. 336. Diather-  
mansie der Gase III. 215. Emission  
der Wärme III. 247. Wärmeleitung in  
Krystallen III. 310. Spezifische Wärme  
der Gase bei konstantem Volumen III.  
517. Elektrische Ausdehnung IV. 336.  
Elektrooptische Doppelbrechung IV.  
338. 340. Magnetische Drehung der  
Polarisationsebene in Gasen IV. 1010.
- Roscoe*. Siehe *Bunsen*.
- Rose, H.* Phosphoreszenz II. 341.
- Rose, G.* Pyroelektricität IV. 180.
- Rosetti*. Ausdehnung des Wassers III.  
74. 76. Abhängigkeit der Strahlung  
von der Temperatur III. 362. Tem-  
peratur der Sonne III. 375. Schlag-  
weite der elektrischen Batterie IV.  
379. Temperatur des elektrischen  
Flammboogens IV. 688.
- Roth*. Zustandsgleichung der Gase III.  
113.
- Rowland*. Magnetisierungsfunktion IV.  
806. Vergleichung der Quecksilber-  
thermometer III. 130. Mechanisches  
Wärmeäquivalent III. 398. Spezifische  
Wärme des Wassers III. 474. Zu v.  
Helmholtz Theorie der Elektrodynamik  
IV. 861. Magnetismus des Eisen und  
Kobalt IV. 940. Abhängigkeit des  
Magnetismus von der Stromstärke IV.  
946. Magnetisierungsfunktion IV. 954.  
Bestimmung des Ohm IV. 1149.
- Roy*. Ausdehnung fester Körper III. 29. 41.
- Rudberg*. Zu Wredes Absorptionstheorie  
II. 439. Einaxige Krystalle II. 582.  
Zweiaxige Krystalle II. 624. Aus-  
dehnung der Gase III. 89. Schmelzungs-  
wärme einiger Körper III. 621. Siede-  
temperaturen III. 646. 649. 651. Tem-  
peratur der Dämpfe aus Salzlösungen  
III. 651.
- Rüdorf*. Schmelzpunkt und Erstarrungs-  
punkt von Fetten III. 608. Gefrier-  
punkte von Lösungen III. 633. Kälte-  
mischungen III. 643.
- Rühlmann*. Barometrische Höhenmes-  
sungen I. 462. Brechungsexponenten  
des Wassers II. 180.
- Rühmkorff*. Elektromagnet IV. 930.  
Elektromagnetische Induktionsappa-  
rate IV. 1112 ff.



- Rumford*. Photometer II. 31. Differentialthermometer III. 158. Wärmeleitung in Flüssigkeiten III. 313. Natur der Wärme III. 380. Umsetzung von Arbeit in Wärme III. 387. Verdampfungswärme III. 709. Verbrennungswärme III. 801.
- Rutherford*. Maximum- und Minimumthermometer III. 134.
- Ruths*. Thomsonscher Satz über ähnlich bewickelte Magnete ähnlicher Dimensionen IV. 960.
- S.**
- Sachs*. Chemische Wirkung des Lichtes II. 341. 351.
- Saint-Venant*. Biegung I. 232. u. *Wanzel*. Ausströmen der Gase I. 509.
- Sajotschewski*. Kritische Temperatur von Flüssigkeiten III. 788.
- Salet*. Spektre der Gase II. 296. Spektrum des Joddampfes II. 299.
- Sarasin*. Siehe *de la Rive* und *Soret*.
- Sargent*. Bestimmung des Ohm IV. 1149.
- Saussure*. Absorption der Gase durch feste Körper I. 494.
- Savart*, F. Torsionselasticität I. 227. Gestalt der Wasserstrahlen I. 393 ff. Longitudinalschwingungen I. 620. Akustische Staubfiguren I. 652. Drehende Schwingungen I. 658. Zusammengesetzte Schwingungen I. 658. Bestimmung der Schwingungszahl von Tönen I. 699. Grenze der Hörbarkeit I. 720. 721. Torsionston I. 741. Pfeifentöne I. 755. Resonanz I. 821. Polarskop II. 654. Siehe auch *Biot*.
- Savart*, N. Schwingungen steifer Saiten I. 639.
- Savary*. Magnetisierung durch den Entladungstrom der Leydener Batterie IV. 976.
- Savile*. Siehe *Lenz*.
- Saxon*. Magnetelektrische Maschine IV. 1096.
- Say*. Stereometer I. 468.
- Scheele*. Reflexion der Wärme III. 171.
- Scheibler*. Bestimmung der Schwingungszahl der Töne I. 701. Schwingungszahl des  $a$ , I. 719. Bestimmung der absoluten Schwingungszahl der Töne durch Stöße I. 839.
- Schneider*. Scheinerscher Versuch II. 295.
- Schell*. Mechanik I. 179.
- Schellen*. Dynamoelektrische Maschinen IV. 1102.
- Schering*. Vergleichung der Neumannschen und Weberschen Induktionstheorie IV. 1065.
- Schering*, K. Theorie der Dämpfung Galvanometern IV. 1086.
- Schiller*. Dielektritätskonstanten IV. 310. Zu v. Helmholtzs Theorie der Elektrodynamik IV. 861. Oscillierende Ströme in nicht geschlossenen Induktionsspiralen IV. 1093.
- Schleiermacher*. Kapillarität I. 336.
- Schmidt*, E. E. Meteorologie I. 417.
- Schmidt*, G. Ausströmen der Gase I. 509. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 667.
- Schmidt*, L. Elektricitätserrregung bei Berührung zweier Salzlösungen IV. 482.
- Schmidt*, W. Endosmose I. 367. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten für Elektricität IV. 583.
- Schmidt*, P. M. Innere Reibung I. 259.
- Schmitz*. Drehung der Polarisations-ebene des Lichtes in Zuckerlösungen II. 691.
- Schneebeil*. Querkontraktion I. 297. Geschwindigkeit des Schalles in Röhren I. 799.
- Schneider*. Drehung der Polarisations-ebene des Lichtes in Apfelsäure II. 691.
- Schönbein*. Spannungsreihe der Metalle in konzentrierter Salpetersäure IV. 476. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Gasen IV. 483 ff. Osmose bei Zersetzung des Wassers IV. 712 f. Elektrolyse der Salpetersäure IV. 719. Passivität des Eisens IV. 780 f. Theorie des Galvanismus IV. 797.
- Schoop*. Dampfdichte III. 762.
- Schoune*. Abhängigkeit des Barometerstandes von der geographischen Breite I. 416.
- Schrauff*. Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 173. Refraktionsäquivalente II. 185.
- Schreiber*. Wagebarometer I. 413.
- Schröder van der Kolk*. Mariottesches Gesetz I. 431. Geschwindigkeit des Schalles I. 788. Bestimmung des Leitungswiderstandes IV. 559.
- Schubring*. Tonleiter I. 713.
- Schüller*. Specifische Wärme von Flüssigkeiten III. 552; von Flüssigkeitgemischen und Salzlösungen III. 593. 594.
- Schuhmeister*. Diffusion I. 364. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 995.
- Schuller* und *Wartha*. Eiskalorimeter III. 455. 458. Mittlere specifische Wärme des Wassers III. 477. Verbrennungswärme des Wasserstoffs III. 808.
- Schumann*. Spannkraft der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten III. 623. 626.
- Schulz-Sellack*. Peltiersches Phänomen IV. 669.

- cluster*. Spektre der Gase II. 295. 296.  
Bestimmung des Ohm IV. 1148.  
*Schwarz*. Telephon IV. 1112.  
*Schwedoff*. Wärmeerregung durch die elektrische Entladung IV. 430. 431.  
*Schweigger*. Multiplikator IV. 911.  
*Schwendner*. Siehe *Nägeli*.  
*Schwendsen*. Mariottesches Gesetz I. 421.  
*Schwerd*. Wellenbewegung I. 618. Beugung des Lichtes II. 452.  
*Searesby*. Einfluss der Wärme auf den Magnetismus IV. 122.  
*Secchi*. Absorption des Lichtes in Gasen II. 277.  
*Seebeck, Ad.* Geschwindigkeit des Schalles in Röhren I. 794.  
*Seebeck, Aug.* Schwingung steifer Saiten I. 640. Transversalschwingungen von Stäben I. 643. Zusammengesetzte Schwingungen I. 660. Klang. I. 696. 722. Menschliche Stimme I. 774. Einfluss der Bewegung auf die Tonhöhe I. 830. Interferenz des Schalles I. 834. Polarisationswinkel II. 497. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 560. Beugung der Wärme III. 225.  
*Seebeck, Th.* Farbenringe in einaxigen Krystallen II. 636. Farbenringe in gekühlten und gepressten Gläsern II. 668. Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten II. 688. Spektrum der Sonnenwärme III. 178. Einfluss der Wärme auf den Magnetismus IV. 122. Elektrische Spannungsreihe IV. 450. Thermoelektricität IV. 619. 629. Zersetzung der Alkalien durch den Strom IV. 698. 699. Bildung von Ammonium IV. 716. Induktion in körperlichen Leitern IV. 1077.  
*Seeuarte, deutsche*. Magnetische Karten IV. 163.  
*Sellmeier*. Theorie der anomalen Dispersion II. 120.  
*Senarmont, de*. Einaxige Krystalle II. 582. Kalkapatrisma II. 593. Wärmeleitung der Krystalle III. 310; in komprimierten Gläsern III. 312.  
*Shelford Bidwell*. Ablenkung des Stromes in seinem Leiter durch Magnete IV. 901.  
*Shida*. Absolutes mechanisches Maß der Stromkonstanten IV. 1159.  
*Sieben*. Brechungsexponenten anomal dispergierender Lösungen. II. 169.  
*Siemens, C. W.* Abhängigkeit des elektrischen Leistungsvermögens von der Temperatur IV. 579.  
*Siemens, W.* Dielektricitätskonstanten IV. 298. 311; der Gase IV. 512. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität IV. 403. Erwärmung des Isolators bei Entladung der Batterie IV. 431. Daniellisches Element IV. 501. Ströme in ungeschlossenen Leitern IV. 541; in isolierten Telegraphenkabeln IV. 544. Widerstandseinheit IV. 551. 552. Widerstandskasten IV. 555. Leitungsfähigkeit geglühten Kupfers IV. 578; der Kohle IV. 582. Glühlampe IV. 682. Galvanometer IV. 906. Anker der magnetoelektrischen Maschinen IV. 1102. Princip der Dynamomaschinen IV. 1103. Dynamoelektrische Maschine IV. 1104 ff.  
*Silbermann*. Siehe *Favre*.  
*Siljeström*. Mariottesches Gesetz I. 432.  
*Silow*. Messung von Dielektricitätskonstanten IV. 298; durch Messung der Anziehung in einem Dielektricum IV. 305. 311. Diamagnetismus IV. 995.  
*Simmier*. Siehe *Wild*.  
*Simon*. Kapillarität I. 322.  
*Sinstden*. Sekundäre Elemente IV. 778. Spannungserscheinungen angeöfneten Induktionsspiralen IV. 1118.  
*Sirks*. Bestimmung des elektrischen Leitungswiderstandes IV. 560. Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 584.  
*Smenton*. Ausdehnung durch die Wärme III. 27.  
*Smee*. Galvanisches Element IV. 498.  
*Snellius*. Brechungsgesetz des Lichtes II. 35.  
*Sohnke und Wangerin*. Newtons Farbenringe II. 410. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 678. Theorie der Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 685.  
*Soleil*. Saccharimeter II. 700.  
*Sommerville, Miss*. Einfluss des Lichtes auf den Magnetismus IV. 127.  
*Sondhaus*. Kubische Pfeifen I. 754.  
*Sonreck*. Erregung des Schalles in Orgelpfeifen I. 743.  
*Soret*. Anomale Dispersion II. 108. und Sarrasin. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 678. Temperatur der Sonne III. 375. Elektrolytisches Gesetz IV. 798.  
*Sorge*. Kombinationstöne I. 841.  
*Southern*. Spannkraft der Dämpfe III. 667. Verdampfungswärme III. 709. 712.  
*Sprengel*. Luftpumpe I. 487.  
*Springmühl*. Reibung der Gase I. 518.  
*Spring*. Reibung der Flüssigkeiten I. 389.  
*Stamö, Mariä*. Spezifische Wärme des Wassers III. 473.  
*Stefan*. Scheinbare Adhäsion I. 252. Diffusion I. 364. Reibung der Flüssigkeiten I. 379. Reibung der Gase I. 512.



- Reibung der Gase I. 525. Diffusion der Gase I. 529. 530. 542. Schallgeschwindigkeit in festen Körpern I. 806. Wellenlängen des Lichtes II. 159. Änderung der Brechungsexponenten fester Körper mit der Temperatur II. 176. Talbotsche Linien II. 435. Messung der Wellenlängen II. 479. 486. Unpolarisiertes Licht II. 495. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 620. Wellenmessung durch Beobachtung der Interferenz in Krystallplatten II. 645. Drehung der Polarisationssebene im Bergkrystall II. 674; in Flüssigkeiten II. 692. Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur III. 249. 358. 361. 368. Wärmeleitung der Gase III. 331. Verdampfung von Flüssigkeiten an freier Luft III. 764. Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 809. 823. Potential zweier geschlossener Ströme auf einander IV. 830. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 947.
- Steinhauser.* Stereoskop II. 378.
- Stephan.* Elektrische Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten IV. 593. Leitung der Flüssigkeiten und Reibung IV. 752.
- Stöhrer.* Magnetelektrische Maschine IV. 1096. Elektromagnetischer Induktionsapparat IV. 1114.
- Stokes.* Reibung der Flüssigkeiten I. 379. Zum Kirchhoffschen Satz der Gleichheit von Emission und Absorption II. 280. Emission des Lichtes II. 288. Theorie der Absorption II. 308. Fluoreszenz II. 316 ff. Spektrum des Fluoreszenzlichtes II. 320 ff. Ultraviolettes Licht II. 321. Theorie der Fluoreszenz II. 329. Zu Wredes Absorptionstheorie II. 439. Polarisation des Lichtes II. 489. Totale Reflexion II. 521. Elliptische Polarisation bei Reflexion an stark absorbierenden Medien II. 531.
- Stoletow.* Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946. Magnetisierungsfunktion IV. 954.
- Strécker.* Spezifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 524.
- Strehlke.* Transversalschwingungen von Stäben I. 645; von Platten I. 648 ff.
- Streintz.* Innere Reibung I. 259. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 788. 784.
- Strouhal.* Schallerregung I. 694. 743 und *Barus* Magnetismus und Wärme IV. 124. Graduierung der Kirchhoff-Wheatstoneschen Brücke IV. 567.
- Struve.* Fresnels Spiegelversuch II. 403.
- Surgeon.* Ampèresches Gestell IV. 801.
- rn.* Siehe *Colladon*.
- Suermann.* Spezifische Wärme der Gase III. 493.
- Sulzer.* Mariottesches Gesetz I. 421. Elektrizitätserregung bei Berührung von Metallen IV. 441.
- Sundell.* Peltiersches Phänomen IV. 657.
- Seanberg.* Bestimmung des Leitungswiderstandes IV. 565. 568. Galvanische Polarisation IV. 774.
- Swan.* Glühlampe IV. 682.
- Symmer.* Elektrische Fluida IV. 214.
- Szily.* Mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie III. 573. Theoretische Berechnung der Dampfspannungen III. 795.

## T.

- Tait.* Siehe *Andræus*. Thermoströme IV. 629. Theorie der Thermoströme IV. 674. Galvanische Polarisation IV. 774. Einwürfe gegen das Webersche elektrische Grundgesetz IV. 851.
- Talbot.* Interferenzstreifen II. 435.
- Tate.* Siehe *Fairbairn*.
- Taupenot.* Auskochen der Barometer I. 405.
- Terquem und Tannin.* Bestimmung von Brechungsexponenten durch totale Reflexion. II. 206.
- Thalén.* Elastizitätsgrenze I. 242. Sonnenspektrum II. 308.
- Than, von.* Verbrennungswärme III. 808.
- Thénard.* Wärmeentwicklung durch Zersetzung III. 813.
- Thiesen.* Vergleichung der Thermometer III. 130. 132.
- Thilorier.* Kompressionsapparat I. 492.
- Thomson, J.* Spezifische Wärme von Lösungen III. 595. Verbrennungswärme III. 808. 812. Wärmeerzeugung durch chemische Prozesse III. 814. 822. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 643. Polarisationbatterie, elektrische IV. 773.
- Thomson, J.* Änderung der Schmelztemperatur mit dem Druck III. 627. Kontinuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes III. 784.
- Thomson, W.* Anspruch auf den Kirchhoffschen Satz für Stokes II. 280. Energie eines Körpers III. 408. Innere Arbeit der Gase III. 525. und *Joule*, Innere Arbeit der Gase III. 525 ff. Temperaturerhöhung von Flüssigkeiten durch Kompression III. 563. Änderung der Schmelztemperatur durch Druck III. 629. Verteilung der Elektrizität auf getrennten Leitern IV. 259. Methode der elektrischen Bilder IV. 259 ff. 264. Quadrantenelektrometer IV. 276. Absolutes

Elektrometer IV. 310. Faradays Theorie der elektrischen Influenz und Fernwirkung III. 342. Entladung der Leydener Flasche IV. 376. Oscillierende Entladung IV. 399. Elektrizitäts-erregung bei Berührung von Metall und Wasser IV. 471. Bestimmung des elektrischen Leitungswiderstandes IV. 569. Thermoströme IV. 624 629. Theorie der Thermoströme IV. 668. 669. und *Tait*. Einwürfe gegen das Webersche elektrische Grundgesetz IV. 851. Galvanometer IV. 906. Satz über den Elektromagnetismus ähnlicher und ähnlich bewickelter Stäbe IV. 966. Magnekrystallkraft IV. 1006. Absolute mechanische Maße der Stromkonstanten IV. 1159. Arbeitsleistungen des galvanischen Stromes IV. 1166.

*Tidblom*. Thermoströme IV. 629.  
*Todd*. Lichtgeschwindigkeit II. 30.  
*Tollens*. Drehung der Polarisations-ebene des Lichtes in Zuckerlösungen II. 691.  
*Topler*. Luftpumpe I. 486. Bunsensches Photometer II. 33. Kardinalpunkt eines optischen Systems II. 237. Schlierenmethode II. 261. Influenzmaschine IV. 359. Diamagnetismus des Wismut IV. 996. 998.  
*Toricelli*. Ausfluß der Flüssigkeiten I. 370.  
*Trailles*. Alkoholometer I. 303.  
*Tribe*. Sekundäre Elemente IV. 779.  
*Troost*. Siehe *Deville*.  
*Troughton*. Ausdehnung fester Körper III. 41.  
*Tuchschmid*. Drehung der Polarisations-ebene in Flüssigkeiten II. 694.  
*Tumltitz*. Elektromagnetische Lichttheorie IV. 1161.  
*Tyndall*. Diathermansie III. 198; Verhalten des Steinsalzes gegen Wärme-strahlen III. 202. Diathermansie der Gase III. 204. 207 ff.; der feuchten Luft III. 211; von Dämpfen III. 212. Polarisation der Wärme III. 232. Emission der Wärme III. 241. 248. Emission und Absorption III. 271. Wärmeleitung von Hölzern III. 312. Anziehung von Elektromagneten IV. 972. Diamagnetische Polarität IV. 986 ff. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 993 ff. Magnekrystallkraft IV. 1004. und *Knoblauch*. Magnekrystallkraft IV. 1004.  
*Tyrtow*. Elektrisches Licht IV. 688.

## U.

*Ulrich*. Drehung der Polarisations-ebene im überjodsauren Natron II. 686.

*Ure*. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 665. Spannkraft der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten III. 691. Verdampfungswärme III. 709.

## V.

*Varley*. Galvanische Polarisation IV. 769.  
*Velten*. Spezifische Wärme des Wassers III. 475.  
*Verdet*. Brechungsexponenten des Schwefelkohlenstoffs I. 156. 158. 181. Unpolarisiertes Licht II. 493. Ableitung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie III. 426. Innere Arbeit bei Ausdehnung der Gase III. 525. Drehung der Polarisations-ebene des Lichtes durch den Magnet IV. 1010. 1014. 1016. 1018. Induktionsströme höherer Ordnung IV. 1057.  
*Vierordt*. Endosmose I. 366. Abhängigkeit der Apsorption des Lichtes von der Dichte der absorbierenden Substanz II. 272.  
*Villari*. Zusammensetzung der von den Körpern bei 100° ausgestrahlten Wärme III. 251.  
*Vielle*. Absorption der Wärme in der Luft III. 216. Temperatur der Sonne III. 376. Spezifische Wärme des Platin III. 549. Palladium III. 550. Schmelztemperaturen III. 609. Schmelzwärmen III. 622. Siedepunkt des Zink III. 645.  
*Vogel, H.* Photographie II. 344.  
*Vogel, H. C.* Einfluß der Bewegung auf die Tonhöhe I. 831.  
*Vogt, C.* Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit der Metalle für Elektrizität von der Temperatur IV. 578.  
*Voigt*. Magnetische Drehung der Polarisations-ebene IV. 1020. Absolutes mechanisches Maß der Konstanten des Stromes IV. 1158.  
*Voit*. Diffusion I. 364.  
*Volkmann*. Monochromatische Abweichung des Auges II. 366.  
*Volkmann*. Kapillarität I. 336. Ausdehnung des Wassers III. 76. Dichtigkeit des Quecksilbers III. 147.  
*Voller*. Thermoströme IV. 630.  
*Volta*. Elektrizitäts-erregung durch Schaben IV. 178. Elektrophor IV. 354. Kondensator IV. 366. Fundamentalversuche der Kontaktelektrizität IV. 443 ff. Elektrische Spannungsreihe der Metalle IV. 450. Gesetz der Spannungsreihe IV. 451. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 461. Säule IV. 486. Tassensäule IV. 493.



*Vorsellmann de Heer.* Wärmeerregung durch die elektrische Entladung IV. 427; durch den galvanischen Strom IV. 633. Polarisation und Übergangswiderstand IV. 765. Polarisation IV. 778.

## W.

*Waals, van der.* Theorie der Gase I. 446. Abweichung der Gase vom Mariotteschen Gesetz I. 454. GröÙe der Gasmoleküle I. 537. Zustandsgleichung der Gase III. 106. Innere Arbeit bei Ausdehnung der Gase III. 530. Kontinuität des flüssigen und gasförmigen Zustandes III. 781. Kritische Temperatur III. 782.

*Wagner.* Stromunterbrecher IV. 1021.

*Waidle.* Hauchbilder I. 496.

*Walferdin.* Thermometer III. 135.

*Walker.* Rotation des Lichtbogens IV. 894.

*Wallis.* Stofsgesetze I. 245.

*Waltenhofen, von.* Elektromotorische Kraft der konstanten Elemente IV. 610, 611, 612. Bestimmung des Leitungswiderstandes in den Elementen IV. 615. Peltierscher Versuch IV. 653. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 935, 945. Maximum des Magnetismus in der Gewichtseinheit des Eisens IV. 939. Magnetismus nicht cylindrischer Stäbe IV. 963. Tragkraft der Hufeisenmagnete IV. 973.

*Wangerin.* Siehe *Sohnke*.

*Wanzel.* Siehe *Saint-Venant*.

*Warburg.* Torsionselasticität I. 221, 223. Elasticitätsgrenze I. 243. Innere Reibung I. 259. Ausfluß der Flüssigkeiten durch kapillare Röhren I. 390. Reibung der Gase I. 517, 520, 524. Geschwindigkeit des Schalles in festen Körpern I. 806 und *Kundt* Wärmeleitung der Gase III. 331 ff. Spezifische Wärme des Quecksilberdampfes III. 524. Zerstreuung der Elektrizität IV. 200. Abfluß der Elektrizität über isolierende Stützen IV. 203.

*Warren, de la Rue* und *H. Müller.* Konstantes galvanisches Element IV. 505. Durchgang des Stromes einer galvanischen Batterie durch Gase IV. 1131.

*Wartha.* Siehe *Schuller*.

*Wartmann.* Drehung der Polarisations-ebene der Wärme durch Magnete IV. 1011.

*Waszmuth.* Magnetismus und Wärme IV. 123.

*Watson.* Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität IV. 401.

*Watt.* Spannkraft der Dämpfe III. 65. Verdampfungswärme III. 709, 711.

*Weber, Fr.* Diffusion I. 364. Fresnes Interferenzversuch II. 401. Wärmeleitung fester Körper III. 304; der Flüssigkeiten III. 323. Spezifische Wärme des Kohlenstoffs III. 550; des Bor und Silicium III. 551. Beziehung zwischen den Leitungsfähigkeiten für Wärme und Elektrizität IV. 550. Theorie des Telephon IV. 1112. Bestimmung des Ohm IV. 1148, 1149. Messung der im Strome entwickelten Wärme nach absolutem Maße IV. 1164, 1165.

*Weber, G.* Saitenklänge I. 735.

*Weber, H.* Wärmeleitung fester Körper III. 301. Multiplikator IV. 912. Bestimmung des Ohm IV. 1149.

*Weber, W.* und *E. H.* Schwingungen von Saiten I. 631 ff. Untersuchungen über Flüssigkeitswellen I. 630 ff.

*Weber, W.* Elastische Nachwirkung I. 233, 240. Zusammengesetzte Schwingungen I. 660. Zungenpfeifen I. 760 ff. Interferenz des Schalles I. 834. Theorie des Magnetismus IV. 54. Reduziertes Drehungsmoment zweier Magnetstäbe IV. 105. Bestimmung der Deklination IV. 134; der Inklination IV. 141; der erdmagnetischen Intensität IV. 145, 152. Absolutes Maß der Elektrizität IV. 184. Messung der Elektrizität nach absolutem Maße IV. 197. Tangentenbusssole IV. 528. Stromverzweigung IV. 536. Jacobis Widerstandsscheite IV. 552. Bestimmung des Leitungswiderstandes IV. 574. Prüfung des elektrodynamischen Grundgesetzes IV. 831 ff. Elektrodynamometer IV. 856. Elektrisches Grundgesetz IV. 844 ff. Beziehung desselben zum Princip der Erhaltung der Energie IV. 855. Erweiterung auf die Einwürfe von Helmholtz gegen das elektrische Grundgesetz IV. 857, 859. Ablenkung der Magnetnadel durch einen Kreisstrom IV. 901. Tangentenbusssole IV. 905, 906. Messung der Stromstärke nach absolutem Maße IV. 916. Elektrodynamisches Äquivalent des Wassers IV. 919. Absolute elektrodynamische Lichteinheit IV. 923. Theorie der Magnetisirung IV. 926. Abhängigkeit des Magnetismus von der magnetisierenden Kraft IV. 940. Magnetisierende Kraft der Spiralen IV. 949. Magnetische Wirkung der Reibungselektrizität IV. 975. Diamagnetische Polarität IV. 986. Diamagnetometer IV. 987. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV.

993. 996. Gesetze der Induktionsströme IV. 1031 ff. Unipolare Induktion IV. 1048. Induktion durch den Erdmagnetismus IV. 1052. Theorie der Induktion IV. 1063 ff. Anwendung der Dämpfung bei Galvanometern IV. 1086 ff. Absolute Maße der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes IV. 1139. Methoden zur Messung des Widerstandes in absolutem elektromagnetischen Maße IV. 1143. 1147. 1148. Bestimmung des Ohm IV. 1145. Absolutes elektrodynamisches Maß IV. 1151. Absolutes mechanisches Maß 1153.
- Weidner*. Ausdehnung des Wassers unter 0° III. 77.
- Weinhold*. Tönen der Mundhöhle I. 781. Pyrometrie III. 137. Spezifische Wärme des Platin III. 549.
- Weinstein*. Vergleichung der Luftthermometer III. 128.
- Weisbach*. Ausströmen der Gase I. 508. Spezifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen IV. 513. 516.
- Welcker*. Irradiation II. 369.
- Welter*. Verbrennungswärme III. 801. Siehe auch *Gay-Lussac*.
- Wernicke*. Abhängigkeit der Brechungsexponenten vom Einfallswinkel II. 132. Theorie der Reflexion II. 532. Absorptionskoeffizienten der Metalle II. 554.
- Wertheim*. Elasticität I. 197. Elasticitätskoeffizienten I. 200. Volumänderung beim Ziehen I. 200. Querkontraktion I. 205. Kubische Kompressibilität I. 214. Torsionselasticität I. 217. 227. Elasticitätsgrenze I. 243. Festigkeit I. 244. Kapillarität I. 316. Drehende Schwingungen I. 658. Torsionston I. 742. Pfeifentöne I. 745 ff. Teilweise gedeckte Pfeifen I. 752. Töne in Flüssigkeitspfeifen I. 756. Schallgeschwindigkeit in der Luft I. 796; in festen Körpern I. 805. 808; in Flüssigkeiten I. 811. Beziehung zwischen Magnetismus und Torsion IV. 115. Magnetismus und Biegung IV. 121. Einfluß des galvanischen Stromes auf die Festigkeit der Leiter IV. 783.
- Wheatstone*. Kaleidophon I. 670. Vokale I. 776. Stereoskop II. 378. Dauer der elektrischen Entladung IV. 392. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität IV. 402. Licht des elektrischen Funkens IV. 435. Ströme in isolierten Telegraphenleitungen IV. 544. 547. Rheostat IV. 558. Bestimmung des elektrischen Leitungswiderstandes mit der Brücke IV. 564. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 604. 607. Elektromotorische Kraft der Thermoströme IV. 632. Elektromotorische Kraft der Polarisation IV. 773. Dynamoelektrische Maschine IV. 1103.
- Wiebe*. Thermometrie III. 132.
- Wiedemann, G.* Elasticitätsgrenze I. 243. Drehung der Polarisations Ebene in Flüssigkeiten II. 692. und *Franz*. Wärmeleitungsfähigkeit fester Körper III. 292. Einfluß mechanischer Kräfte auf den Magnetismus IV. 114. Beziehung zwischen Magnetismus und Torsion IV. 115. 118. Einfluß der Wärme auf den Magnetismus IV. 122. 123. 125. Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 583. Elektromotorische Kraft des Bunsenschen Chromsäure-Elementes IV. 613. Thermoströme IV. 622. 623. Elektrisches Licht IV. 683. Elektrolyse von Lösungen IV. 701. Sekundäre Wirkungen bei der Elektrolyse IV. 716. Zersetzung zusammengesetzter Verbindungen IV. 718. Elektrische Endosmose IV. 725 ff. Theorie der Elektrolyse IV. 741. 745. Theorie der Leitung der Flüssigkeiten IV. 751. 752. Tangentenbusssole IV. 905. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 943. 945. 946. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stablänge IV. 960. Archimedisches Princip bei diamagnetischen Substanzen im Magnetfelde IV. 991. Magnetismus der Salze und ihrer Lösungen IV. 998 ff. Drehung der Polarisations Ebene durch den Strom IV. 1015. Unipolare Induktion IV. 1048. Bestimmung des Ohm IV. 1145.
- Wiedemann, E.* Bestimmung von Brechungsexponenten mittels totaler Reflexion II. 206. Hypothese über die mehrfachen Spectra der Gase II. 301. Reflexion an stark absorbierenden Medien II. 554. Spezifische Wärme der Gase III. 502. Volumänderung beim Schmelzen III. 616. Spezifische Wärme der Dämpfe III. 732. Elektrische Lichterscheinungen in gasverdünnten Räumen IV. 1123. Einfluß des Magnets auf dieselben IV. 1136.
- Wietlisbach*. Telephon IV. 1112.
- Wild*. Komparatoren I. 13. Intensität des polarisierten Lichtes II. 486. Reflexion des Lichtes von Metallen II. 555. Photometer II. 655. Prüfung des Malusschen Gesetzes II. 655. Drehung der Polarisations Ebene in Zuckerlösungen II. 693. Polaristrobometer II. 696. Elektricitäts-erregung bei Berührung zweier Flüssigkeiten IV. 481. Thermoströme zwischen Flüssigkeiten IV. 631.

- Elektromotorische Kraft der Thermoströme IV. 632. Peltiersches Phänomen IV. 660. Bestimmung des Ohm IV. 1148.
- Wald und Simmler.** Diffusion der Flüssigkeiten I. 359.
- Walde.** Geschichte der Optik II. 101.
- Waldow.** Kapillarität I. 334. 338. 341.
- Wälke.** Spezifische Wärme III. 434. Schmelzwärme des Eises III. 618. Pyroelektricität IV. 179.
- Willigen, van der.** Brechungsexponenten II. 156. Wellenlängen des Lichtes II. 159. Brechungsexponenten des Wassers II. 163. Messung der Wellenlängen II. 477. Wellenlängen des Lichtes II. 480. Reflexion an stark absorbierenden Medien II. 554.
- Willis.** Bildung der Vokale I. 776.
- Wimmel.** Schmelzpunkt und Erstarrungspunkt von Fetten III. 608.
- Winkelmann.** Wärmeleitung in Flüssigkeiten III. 316. Wärmeleitung der Gase III. 334. 341. Abhängigkeit der Wärmeleitung der Gase von der Temperatur III. 343 ff. Spezifische Wärme des Quecksilbers III. 553. Spezifische Wärme von Lösungen III. 595. und Nix. Schmelztemperaturen III. 609. Volumenänderungen beim Schmelzen III. 615. Wärmeverbrauch beim Auflösen von Salzen III. 638. Koppes Gesetz der Siedepunktdifferenzen III. 695. Verdampfungswärme des Wassers III. 721; anderer Flüssigkeiten III. 728. Formel für die Spannkraft der Dämpfe von Flüssigkeiten III. 793.
- Witkowski.** Galvanische Polarisation IV. 772.
- Wolff.** Kritische Temperatur von Flüssigkeiten III. 789.
- Wollaston.** Reflexionsgoniometer II. 57. Fraunhofersche Linien II. 146. Bestimmung der Brechungsexponenten durch totale Reflexion II. 204. Farbenringe in einaxigen Krystallen II. 636. Chemische Wirkung der elektrischen Entladung IV. 438. Galvanische Säule IV. 495. Chemische Wirkung der Reibungselektricität IV. 735. Theorie des Galvanismus IV. 796.
- Woods.** Wärmeentwicklung durch chemische Prozesse III. 822.
- Wrede, von.** Theorie der Absorption des Lichtes II. 308. 437. Geschwindigkeit der Wärmestrahlen III. 167.
- Wern.** Stoffgesetze I. 245.
- Wroblewski, von und Olszewski.** Erstarrungstemperatur III. 608. Kondensation der permanenten Gase III. 790. 792.
- Wührer.** Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Gasen und bei verschiedenen Temperaturen I. 802. Prüfung der Dispersionstheorie II. 163 ff. Genauigkeitsschranken bei Bestimmung von Brechungsexponenten II. 164. Annähernde Gleichung für Brechungsexponenten aus der Theorie von Helmholtz II. 167. Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Dichtedichte II. 180. Brechungsexponenten von Mischungen II. 186; von Lösungen II. 187. Entstehung der Fraunhoferschen Linien II. 282. Abhängigkeit des Spektra von der Dichte und Dicke der strahlenden Schicht II. 291. E. Spektrum des Joddampfes in Flammen II. 292. Spektra der Gase II. 324. Erklärung der Spektra der Gase verschiedener Ordnung II. 297 ff. Abhängigkeit des Emissionsvermögens von der Temperatur II. 305. Kontinuierliche Spektra der Gase II. 306 ff. Menschliches Auge II. 356. Zur Theorie der Absorption von Wrede II. 432. Biegung des Lichtes II. 453. Ausdehnung des Quecksilbers III. 69. Ausdehnung der Dispersionstheorie auf die ultravioletten Strahlen III. 183 f. Korrektur der Thermometer für den herausragenden Faden III. 377. Bestimmung d. spezifischen Wärme III. 450. Spezifische Wärme des Wassers III. 473. Spezifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 522. Wärmeleitung der Gase III. 543. und Bettendorff. Spezifische Wärme allotroper Modifikationen III. 546; einige Elemente III. 579. 581. Temperatur der Dämpfe siedender Substanzen III. 652. Spannkraft der Dämpfe von Salzlösungen III. 687; von verschiedenen Flüssigkeiten III. 695; von Flüssigkeitgemischen III. 699. Änderung der Dampfspannung durch Kompression III. 704. Methode zur Bestimmung der Dichten gesättigter und nicht gesättigter Dämpfe III. 754. und Grotrian. Dichte gesättigter Dämpfe III. 755. Dielektricitätskonstanten IV. 311. Einfluss in nichtleitenden Flüssigkeiten IV. 325 ff.; in nichtleitenden festen Körpern IV. 332. Elektrischer Rückstand in der Batterie IV. 411. 413. Peltiersches Phänomen IV. 663. Durchgang beider Induktionsströme durch gasverdünnte Räume IV. 1119. Elektrische Lichterscheinungen in gasverdünnten Räumen IV. 1123. 1129. Einfluss des Magnetes auf das elektrische Licht IV. 1136.
- Wünsch.** Wärmespektrum der Sonnenstrahlen III. 178.



Y.

- Young.** Galvanische Säule IV. 496.  
**Young, Th.** Elasticität I. 198. Oberflächenspannung I. 380. Randwinkel I. 316. Reflexion und Brechung der Wellen I. 618. Undulationstheorie II. 43. 45. Empfindung der Farben II. 373. Interferenz des Lichtes II. 392. Theorie der Farben dünner Blättchen II. 411. Polarisation des Lichtes II. 488. Natur der Wärme III. 380. Reibungselektrische Spannungsreihe IV. 176.

Z.

- Zamboni.** Trockne Säulen IV. 491.  
**Zamminer.** Kubische Pfeifen I. 754. Konische Pfeifen I. 768.  
**Zantedeschi.** Diamagnetismus der Flamme IV. 984.  
**Zech.** Farbenkurven in zweiaxigen Kristallen II. 658.  
**Zeuner.** Ableitung der ersten Hauptgleichung der mechanischen Wärmetheorie III. 413. Ableitung des zwei-

- ten Hauptsatzes III. 426; der zweiten Hauptgleichung III. 430. Specifische Wärme fester oder flüssiger Körper bei konstantem Volumen III. 561. Formeln für die Spannkraft der Dämpfe einiger Flüssigkeiten III. 693.  
**Ziegler.** Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 666.  
**Zöllner.** Photometrie II. 39. Abhängigkeit der Absorption des Lichtes von der Dichte der absorbierenden Substanz II. 272. Abhängigkeit der Emission des Lichtes von der Dicke und Dichte der strahlenden Schicht II. 286. 287. 301. Abhängigkeit der Emission des Lichtes von der Temperatur II. 307. Polarisationsphotometer II. 599. Galvanisches Glühen von Drähten IV. 678. Strömungsströme IV. 787. Zu von Helmholtz Theorie der Elektrodynamik IV. 861. Zum elektrischen Grundgesetz von Clausius IV. 862. Rotation von Strömen unter dem Einflusse von Magneten IV. 895. Bestimmung des Ohm IV. 1145.



# Berichtigungen zum 1., 2., 3. und 4. Bande<sup>1)</sup>.

## 1. Band.

	38 Zeile 14	von u. lies	Radius $a$ anstatt	Durchmesser $a$
99	1	" "	$2 \frac{p}{Ma}$	" $2 \frac{P}{Ma}$
117	6	" "	$P_{\pi n}$	" $P_{\pi a}$
147	21	" "	$DBO$	" $ABO$
204	2	" o. "	$D(1 + \mu \delta_1)$	" $(1 + \mu \delta_1)$
204	6	" u. "	$k\delta_3 + Kv = k\delta_3 + Kv$	"
230	18	" o. "	$rsN$	anstatt $rmN$ .
258	15	" u. "	$\tan g \, m t = - \frac{m}{\varepsilon}$	" $\tan g \, m t = -$
451	14 u. 20	" o. "	Weg $x \cdot l$	" Weg $x$ .
451	22	" "	$l x N e^{-\alpha x} \alpha dx$	"
451	14	" u. "	$l \int_0^\infty x N e^{-\alpha x} \alpha dx$	"
451	12	" "	$l \frac{N}{\alpha}$	"
451	9	" "	$l \frac{N}{\alpha} = Nl; \alpha = 1.$	"
458	1	" "	$1 + 0,00367 t$	anstatt $1 + 0,00367.$
466	24	" "	Röhre $ED$	" $CD$ .
528	17	" o. "	$q^{qcm}$	" $q^{cm}$ .
533	2	" "	$v_1 - v_1' + v_2 - v_2'$	anstatt $v_1 - v_1' + v_1'$
542	12	" u. "	dem Quadrate der Geschwindigkeit des wegten Körpers.	"
563	15	" o. "	$\alpha \frac{2\pi}{T} \cos 2\pi \frac{t}{T}$	anstatt $\frac{2\pi}{T} \cos 2\pi \frac{t}{T}$
565	17	" u. "	Abstände, von $\alpha$ bis $\eta$	anstatt Abst von $\alpha$ bis $\eta$ .
571	11	" "	$(y - dy' - y) - \dots$	anstatt $(y - dy - y) - \dots$
575	4	" o. "	$y = -\alpha \sin 2\pi \frac{t}{T}$	anstatt $x = -\alpha \sin 2\pi \frac{t}{T}$
581	3 u. 4	" "	$\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l}\right)$	" $\left(\frac{t}{T} - \frac{\pi}{l}\right)$
582	12	" "	$c$ und $c'$	" $c$ und $c$ .
582	13	" u. "	$2\alpha \cos \pi \dots$	" $2 \cos \pi \dots$
598	14	" o. "	$\left(\frac{t}{T} - \frac{x-d}{l}\right)$	" $\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l}\right)$
641	13	" u. "	$bb' = \frac{4}{E} \frac{gPl^3}{\beta h^3}$	" $bb' = \frac{E}{4} \frac{gl}{\beta l}$
840	1	" "	$x' = x \sqrt[3]{2}$	" $x' = x \sqrt[3]{2}.$

1) Durch die Freundlichkeit der Herren L. Zehnder in Berlin und stud. E. Schultz in S  
bin ich in der Lage, zu den bereits in den einzelnen Bänden mitgetheilten noch folger  
tungen für die ersten drei Bände angeben zu können.

## 2. Band.

In den Berichtigungen lies anstatt Seite 161 etc. Seite 162 Zeile 6 von o.  
 Ferner muß das erste Glied des berichtigten Ausdrucks heißen  $\lambda^2 \left( \frac{n_0^2}{n^2} - 1 \right)^2$   
 anstatt  $\lambda^2 \left( \frac{n_0}{n^2} - 1 \right)^2$ .

Seite	125	Zeile	4	von u. lies Gleichung (1) anstatt Gleichung (I).
"	129	"	3	" " " $n^2 = \dots$ " $n = \dots$
"	129	"	2	" " " $x^2 = \dots$ " $x = \dots$
"	131	"	9	" o. " im Zähler des letzten Gliedes $\beta_3^2$ anstatt $\beta_2$ .
"	131	"	13	" " " im Nenner $(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2$ anstatt $(\lambda^2 - \lambda_m)^2$ .
"	170	"	16	" u. " im Nenner $(\lambda^2 - \lambda_m^2)^2$ " $(\lambda^4 - \lambda_m^2)^2$ .
"	172	"	1	" " " $4 \{ (\lambda^2 - \lambda_m^2)^2 + \alpha^2 \lambda^2 \}$ " $4 \{ (\lambda^2 - \lambda_m^2) + \alpha^2 \lambda^2 \}$ .
"	206	"	14	" " " undurchsichtige Körper " durchsichtige Körper.
"	236	"	2	" o. " $Qh'$ anstatt $Qh$ .
"	240	"	7	" u. " im Zähler $(n-1)vr'd$ anstatt $(n-1)rr'd$ .
"	242	"	9	" " " $\dots \frac{n-1}{nvr'} d$ anstatt $\dots \frac{n-1}{nvr'} \cdot d$ .
"	262	"	24	" " " $m_1$ " $m'$ .
"	262	"	23	" " " $n_1$ " $n$ .
"	262	"	21	" " " $I_1$ " $I'$ .
"	406	"	8	" o. " daß die durch " daß sie durch.
"	415	"	7	" " " $\varrho^{2n-2} \sin \dots$ " $\varrho^n \sin \dots$
"	415	"	8	" " " $\varrho^{2n-2} \sin \dots$ " $\varrho^n \sin \dots$
"	415	"	9 u. 9	" " " ist das Vorzeichen des zweiten Gliedes negativ, also + in - zu verwandeln.
"	416	"	11	" o. lies im Zähler $(r-r^3)$ anstatt $(r^3-r)$ .
"	417	"	3	" u. " $\frac{4a^2r^2}{(1+r^2)^2}$ anstatt $\frac{4ar^2}{(1+r)^2}$ .
"	421	"	13	" " " $\left( \frac{2BC}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda} \right) 2\pi = \eta$ anstatt $\left( \frac{2BC}{\lambda'} - \frac{BE}{\lambda} \right) = \eta$ .
"	422	"	11	" o. " im Nenner $4\varrho^2 \sin^2 \frac{1}{2} \eta$ " $2\varrho^2 \sin^2 \frac{1}{2} \eta$ .
"	455	"	6	" " " $\frac{kh}{m} \sin mb$ anstatt $\frac{ka}{m} \sin mb$ .
"	463	"	13	" " " $1 - \cos ma + \cos(p-1)ma - \cos ma$ .
"	463	"	14	" " " im Zähler $1 - \cos ma + \cos(p-1)ma - \cos ma$ .
"	463	"	5	" u. " im Nenner $2(\cos ma - 1)$ .
"	474	"	5	" " " $J_p$ anstatt $Jp$ .
"	475	"	5	" o. " $J_p$ anstatt $Jp$ .
"	534	"	6	" u. " $u \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} + \frac{y \sin i}{\lambda} - \frac{\delta_p}{\lambda} \right)$ anstatt $u 2\pi \left( \frac{t}{T} \dots \right)$
"	534	"	4	" " " $v \sin r = \sin i$ anstatt $v \sin r = i$ .
"	616	"	13	" o. " $\frac{A^2 b^2 \sin^2 Z_1}{A^2 c^2}$ " $\frac{A^2 b^2 \sin Z_1}{A^2 c^2}$ .
"	632	"	2	" " " in der Klammer $-\frac{OD}{\lambda}$ anstatt $-\frac{JD}{\lambda}$ .
"	632	"	7	" u. " in der Klammer $\frac{x+x'}{\lambda}$ " $\frac{x}{\lambda}$ .

## 3. Band.

Seite	124	Zeile	14	von o. lies in der mittleren Spalte 204, 43 anstatt 240, 43
"	246	"	1	u. und ebenso Seite 246 Zeile 11 und 15 von oben lies $\frac{SE}{Pc}$ anstatt $\frac{Pc}{SE}$ .
"	301	"	3	" " " $k = 0,1479$ anstatt $h = 0,1479$ .
"	538	"	3	" " " in der Klammer $E - c \frac{dT}{dz} \xi \cos \vartheta$ .
"	538	"	1	" " " $l_1$ anstatt $b_1$ .
"	560	"	3	" o. " $A = \frac{1}{425,5}$ anstatt $A = \frac{1}{425}$ .
"	568	"	5	" u. " $TdZ$ anstatt $Tdz$ .
"	575	"	10	" o. " $\frac{1}{A} \sum \frac{1}{2} md(v^2) + \dots$ anstatt $\frac{1}{A} \sum md(v^2)$ .
"	575	"	20	" u. " $\frac{1}{A} \sum \frac{1}{2} md(v^2)$ " $\frac{1}{A} \sum md(v^2)$ .
"	585	"	15	" " " $Kc_p'$ anstatt $Kc_p$ .
"	683	"	8	" " " $t = 50^\circ C$ " $= 50^\circ C$ .
"	694	"	7	" o. " Essigsäure $C_2H_4O_2$ anstatt $C_2H_4O_2$ .
"	694	"	8	" " " Propionsäure $C_3H_6O_2$ " $C_3H_6O_2$ .
"	704	"	15	" u. " an den Wänden " an den Dämpfen.
"	725	"	20	" o. " $P \times \left( \frac{\vartheta + \vartheta'}{2} - t \right)$ " $P \times \left( \frac{\vartheta + \vartheta'}{2} \right)$ .
"	725	"	15	" u. " $\times \left( \frac{\vartheta + \vartheta'}{2} - t \right)$ " $\times \left( \frac{\vartheta - \vartheta'}{2} - t \right)$ .
"	752	"	5	" " " im Nenner $p - t \left( \frac{dp}{dt} \right)$ anstatt $p - \left( \frac{dp}{dt} \right)$ .
"	754	"	5	" o. " $A = \frac{1}{425,5}$ anstatt $A = 425,5$ .
"	766	"	18	" u. tilge $v_0$ am Schlusse der Zeile und setze es $(1 + \beta t)$ im Beginne der folgenden Zeile.
"	780	in der Figur ist an der Curve $21^0,5$ anstatt $21^0,1$ zu setzen.		
"	795	Zeile	2	von o. lies const = log $m_1$ anstatt const = $m_1$ .
"	799	"	1	" u. ist die rechte Seite der Gleichung mit $A$ zu multiplizieren.
"	810	"	12	" o. ist die Verbrennungswärme des Metamylen in beiden Spalten gleich 10928 anstatt 11928 zu setzen.

## 4. Band.

Seite	14	Zeile	8	v. o. lies $-\frac{\partial V_a}{\partial x}$ anstatt $\frac{\partial V_a}{\partial x}$ .
"	62	in der Überschrift der letzten Spalte der Tabelle lies log $\alpha$ anstatt log		
"	221	Zeile	20	v. o. lies positiver anstatt positer.
"	231	"	16	" u. " Tangentialebenen anstatt Tangentialbenen.
"	250	"	15	" o. " wird anstatt wir.
"	304	"	6	" o. " $\frac{4\pi\epsilon}{3 + 4\pi\epsilon} b^3 \frac{E}{r^2}$ anstatt $\frac{4\pi\epsilon}{3 + 4\pi\epsilon} b^3 \frac{\epsilon}{r^2}$ .
"	309	"	4	" o. " $2\pi h(R - x) - 2\pi h \left( 1 - \frac{\delta}{R} \right) (R - x + \delta)$ .
"	316	"	8	" u. " $4\pi h \delta \frac{1}{D}$ anstatt $4\pi h \delta \frac{1}{D_1}$ .
"	431	"	7	" o. " Wie wir " Wir wir.
"	548	"	11	" u. im letzten Gliede des Zählers $e^{\alpha(t-x)}$ anstatt $e^{\alpha(t-x)}$ .
"	571	"	1	" " " $w, w_1$ anstatt $w, w_1$ .

- Seite 576 Zeile 2 v. u. lies  $c = \frac{v_1 c_1 + v_2 c_2}{v_1 + v_2}$  anstatt  $\frac{v_1 c_1 + v_2 c_2}{v_1 + 1}$ .
- „ 602 „ 18 „ o. „  $K = E \frac{e}{e_1}$  anstatt  $E = E \frac{e}{e_1}$ .
- „ 610 „ 12 „ u. „ 1,157 Ampères anstatt 11,57 Ampères.
- „ 610 „ 12 „ u. „  $1,157 \frac{1}{1,06}$  anstatt  $11,57 \frac{1}{106}$ .
- „ 708 „ 11 „ u. „ eine zersetzbare Flüssigkeit anstatt eine Flüssigkeit.
- „ 709 „ 16 „ o. „ die zersetzbaren Flüssigkeiten „ die Flüssigkeiten.
- „ 714 „ 11 „ o. „ Messung anstatt Mischung.
- „ 741 „ 11 „ o. „ Kalium „ Kation.
- „ 750 Anmerkung lies  $-\frac{dV}{dx} = \frac{E}{e + L}$  anstatt  $-\frac{dV}{dx} = \frac{\varepsilon}{e + L}$ .
- „ 769 Zeile 2 v. o. lies wachsender „ wechselnder.
- „ 788 „ 15 „ u. „  $w$  anstatt  $W$ .
- „ 829 „ 8 „ o. vor dem Integralzeichen lies  $-\frac{1}{2} \dot{z}$  anstatt  $-\frac{1}{2} \ddot{z}$ .
- „ 850 „ 1 „ o. lies Konstanten  $\alpha$  anstatt Konstanten  $\alpha$ .
- „ 869 „ 11 „ o. streiche nach  $S_n$  den Doppelpunkt.
- „ 873 „ 12 „ o. lies  $(z' - z)^2$  anstatt  $z' - z$ .
- „ 1011 „ 3 u. 4 v. o. und Anmerkung lies Grunmach anstatt Grumnach.



